Geometrische Anschauungslehre

und

Leitfaden des geometrischen Zeichnens

für

Knabenbürgerschulen.

Von

Rudolf Schill.

Zweiter Teil.

Wien.
Franz Deuticke.

7

ÚSTŘEDNÍ KNIHOVNA
PEDAGOGICKÉ FAKULTY
HRADEC KRÁLOVÉ
Nár č. 200531
U 352

Inhaltsverzeichnis.

Geometrischer Stoff.	Sachlicher Stoff.
I. Der Plan des Schulzimmers. Seite 1.	
Verjüngte Maßstäbe, Verhältnisse, die Proportionalität der Strecken, die Ähnlichkeit.	Von Karten und Plänen, Maßstabzeichnen, Konstruktionen, verschiedene Steigungen, graphisches Rechnen. Das Messen im Freien. Schmückendes Zeichnen (Holzverkleidungen, Wandtäfelchen, Fenster, Treppengeländer).
II. Was jeder Staatsbürger wissen muß. Seite 19.	
	Die Katastralmappe, die Grundsteuer, das Parzellenprotokoll, die Grundbesitzbogen, das Grundbuch.
III. Der Flächeninhalt des Parallelogrammes. Seite 27.	
Die Flächenmaße, der Flächeninhalt des Rechteckes und des Quadrates. Die Verwandlung von Rechtecken, zeichnendes Dividieren.	Messen und Rechnen, Preisberechnungen in der Schule, das Vorrichten der Wohnung, Zäune, Anstreicherarbeiten. Beim Tischler, beim Glasermeister, beim Spengler. Maurerarbeiten. Vom Einkaufen. Verpachtete Grundstücke, Umtausch von Grundstücken, graphisches Rechnen, Grundteilungen, gekaufte Grundstücke. Vom Pflastern, Festigkeit, Bauplätze. Die Anlage landwirtschaftlicher Gebäude. Vom Häuserbauen und von der Kapitalsanlage.
Summe und Differenz zweier Quadrate.	Geometrische Aufgaben, schmückendes Zeichnen (Flächenmuster aus Kreisen, Geländer). Das Messen mit dem Flächenplanimeter. Vom Grundbuch, von der Grundsteuer, von Kauf- und Löschgebühren, verbücherte Schulden. Enteignung. Der Schätzungswert der Grundstücke, Konstruktionsaufgaben. Schmückendes Zeichnen. Die Spirale und die Schneckenlinie.
Der Flächeninhalt des schiefwinkligen Parallelogrammes.	
VI. Der Flächeninhalt des Dreieckes. Seite 43.	
Der Flächeninhalt des Dreieckes, Verwandlung von Dreiecken und Vielecken, Teilung von Dreiecken und Vierecken.	Messen, mittelbare Berechnung des Flächeninhaltes, Meßtischaufnahmen, Kulturänderungen, Vermessungsgebühren, Grundteilungen, Verlegen und Vereinfachen der Grenzen. Von Dächern, Dachgiebel- und Treppenverschalungen. Von der Bestellung des Feldes. Schmückendes Zeichnen.

V. Der Flächeninhalt des Trapezes und des unregelmäßigen Vieleckes. Seite 49.

Der Flächeninhalt des Trapezes und des unregelmäßigen Vieleckes, das Ausmessen von gerad- und krummlinigen unregelmäßigen Figuren. Aussaat und Ernte, das Messen mit dem Harfenplanimeter, Flußregulierungen, Hochwasserschäden, landwirtschaftliche Arbeiten, Meßtischaufnahmen, Erbgebühren. Aus dem Wirtschaftsleben des Bürgers, Dächer, Grundzusammenlegungen und Grenzverschiebungen. Schmückendes Zeichnen (Freie Endigungen, Beschläge, Wetterfahnen).

VI. Der Flächeninhalt der regelmäßigen Vielecke. Seite 55.

Umfang und Flächeninhalt der regelmäßigen Vielecke. Im Garten, Verschiedenes. Schmückendes Zeichnen.

VII. Der pythagoreische Lehrsatz. Die mittlere Verhältnisgröße (geometrische Proportionale). Seite 57.

Der pythagoreische Lehrsatz, die mittlere geometrische Proportionale, Verwandlung von Rechtecken und Quadraten. Messen mit Hindernissen, Konstruktionsaufgaben. Auf dem Zimmerplatze, Gewölbe. Aus der Naturlehre, verschiedene Flächen. Schmückendes Zeichnen (Einlegearbeiten).

VIII. Umfang und Inhalt des Kreises. Seite 62.

Umfang und Inhalt des Kreises, des Kreisausschnittes und des Kreisringes. In den öffentlichen Anlagen, Messen und Rechnen. Aus der Erdkunde. Von der Eisenbahn. Aus der Naturlehre. In der Fabrik. Fenster- und Türabschlüsse. Schmückendes Zeichnen. (Die Verwendung des Spiegels in der Ornamentierkunst. Wandmalerei.)

IX. Die Ellipse. 67.

Eigenschaften und Konstruktion der Ellipse. Im Garten, Verschiedenes. Aus der Naturlehre.

X. Der Korbbogen. Seite 70.

Konstruktionen von Korbbogen. Anwendung von Korbbogen.

XI. Die Parabel. Seite 71.

Konstruktion und Eigenschaften der Parabel. Scheinwerfer. Schmückendes Zeichnen.

XII. Zur Wiederholung. Seite 73.

Gemietete Räume, verschiedene Maschinen. Aus der Naturlehre. Bei unseren Handwerken. Buntes Allerlei.

XIII. Verzeichnisse für die Angaben zu den Aufgaben des Buches. Seite 75.

1. Durchschnittspreise für Zimmermaler-, Anstreicher- und Tapeziererarbeiten. S. 75. 2. Durchschnittspreise für Glaserarbeiten. S. 76. 3. Durchschnittspreise für Zimmermanns- und Tischlerarbeiten. S. 76. 4. Durchschnittspreise für Pflasterungen. S. 76. 5. Durchschnittspreise für Dachdeckerarbeiten. S. 77. 6. Durchschnittliche Leistung eines Pferde- oder Ochsendoppelgespannes mit einem Arbeiter bei landwirtschaftlichen Arbeiten S. 77. 7. Verschiedene Gebühren. S. 77. 8. Saat- und Erntemengen unserer Kulturpflanzen. S. 79. 9. Alte österreichische Maße. S. 79. 10. Durchschnittspreise eines vollständigen Neubaues für 1 m^2 bebaute Fläche. S. 79. 11. Grundsteuerverzeichnis. S. 80.

I. Der Plan des Schulzimmers.

1. Maßstabzeichnen.

Größere Gegenstände wie die Wand und den Plan des Schulzimmers, den lan eines Gutes, einer Ortschaft u. s. w. können wir nur verkleinert oder, e man auch sagt, im verjüngten oder verkleinerten Maßstabe zeichnen. Im orjahre zeichneten wir einzelne Flächen des Schulzimmers im verkleinerten Maß- be. Jetzt wollen wir den

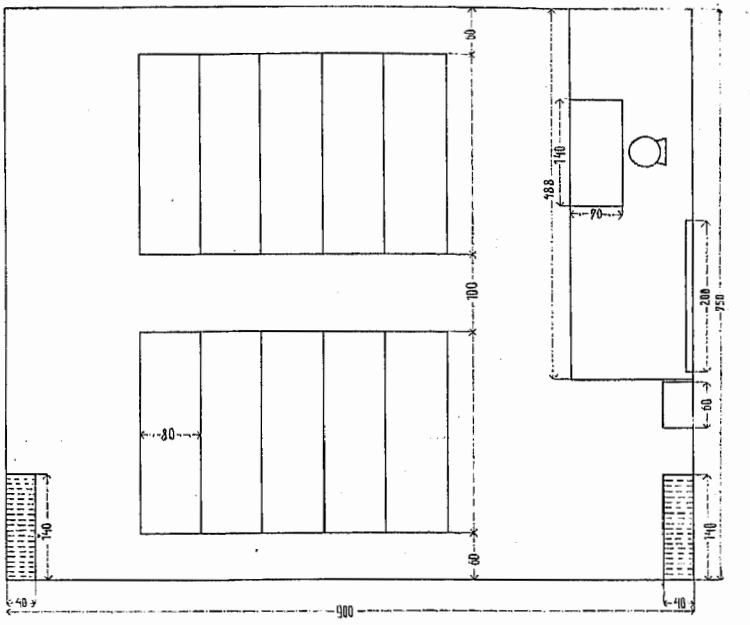


Fig. 1. 1 : 100.

Plan des Schulzimmers

rstellen. Entwirf freihändig eine Skizze des Planes, miß die erforderlichen recken und trage die Maße in deine Handskizze ein (**Maßskizze**); zeichne nun ch den Angaben deiner Maßskizze den Plan (Fig. 1) mit Reißschiene, Dreieck d Zirkel im verjüngten Maßstabe (im **Verhältnis**) 1 : 100!

Merke: bei 1 : 10 zeichnet man *dm* anstatt *m*, *cm* anstatt *dm*, *mm* anstatt *cm*;
„ 1 : 100 „ „ *cm* „ *m*, *mm* „ *dm*;
„ 1 : 1000 „ „ *mm* „ *m*.

Die Umrechnungen sind bei den genannten verjüngten Maßstäben sehr einfach, deshalb werden diese von Handwerkern, Bauleuten und Maschinenbauern am meisten benützt.

Aufgabe. Zeichne den Plan in Fig. 1 im Maßstabe 1 : 50!

Wie lang sind die 9 *m* langen Seiten zu zeichnen? Bei 1 : 100 sind 9 *cm* = 9 *m*, mithin sind bei 1 : 50 18 *cm* = 9 *m*.

Hat man viele Strecken nach demselben Maßstabe zu zeichnen, so lassen sich die vielen Rechnungen durch Konstruktion des verjüngten Maßstabes ersparen.

Wie konstruiert man verjüngte Maßstäbe?

Fig. 2 zeigt den einfachen verjüngten Maßstab 1 : 50. Anstatt wie in Fig. 2 2 *cm* 5mal nacheinander aufzutragen, können wir auch die Strecke von 10 *cm* in 5 Teile teilen. Wie geschieht dies? Wir wollen diese Aufgabe allgemein lösen.

Fig. 2. 1 : 50.

Aufgabe. Eine Strecke A B ist in 5 (in 6, in n) gleiche Teile zu teilen. (Fig. 3 und 4.)

Lösung. Ziehe unter beliebigem Winkel an die gegebene Strecke A B die unbegrenzte Gerade A C, trage auf ihr von A aus 5 (6, n) beliebige, aber gleiche Teile auf, verbinde den letzten Punkt mit dem Endpunkt B und ziehe durch die übrigen Punkte von A C Parallele zu C B! Nun ist (Fig. 3)

A D = D E = E F u. s. w.

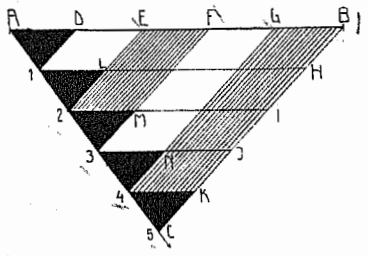


Fig. 3.

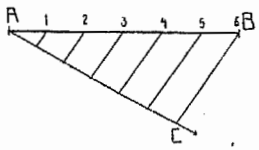


Fig. 4.

Beweis. Ziehen wir durch die Punkte 1, 2, . . u. s. w. Parallele zu A B, so entstehen 5 deckbare (warum?) Dreiecke. Daraus folgt: A D = 1 L = 2 M u. s. w. Außerdem entstehen (schiefliegende) Parallelogramme mit den gleichen Gegenseiten 1 L = D E = 2 M = = E F = 3 N = F G = 4 K = G B. Mithin ist A D = D E = E F = F G = G B.

Wir betrachten nun die liegenden Parallelogramme 1 D B H, 2 L H I, ... 4 N J K. Aus der Gleichheit der Gegenseiten folgt: 1 D = H B = L 2 = H I = ... C K. Wir sehen also: jede Seite des △ A B C wurde in 5 gleiche Teile geteilt. Vergleiche die schiefen Parallelen mit der Grundlinie C B bezüglich ihrer Größe! Ähnliche Betrachtungen an den △ A 2 E, A 3 F und A 4 G führen zum

Satz 1. Teilt man eine Seite eines Dreieckes in mehrere gleiche Teile und zieht durch die Teilungspunkte zur anderen Seite Parallele (Fig. 4), so wird auch die dritte Seite in ebensoviel gleiche Teile geteilt und die Parallelen sind der Reihe nach $^1/_2$, $^1/_3$ u. s. w. der Grundlinie.

Die Trapeze 1DF3, 2EG4 und 3FBC lehren uns:

Satz 2.*) Die Mittellinie eines Trapezes halbiert die beiden nicht parallelen Seiten (Fig. 5).

Satz 2a*). Die Verbindungslinie der Halbierungspunkte der beiden nicht parallelen Seiten eines Trapezes ist zur Grundlinie parallel.

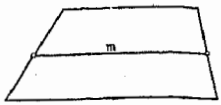


Fig. 5.

Aufgaben.

Zur Einübung.

1. In einem $\triangle$ ABC sei $AB = 25\ cm$, $BC = 30\ cm$, $AC = 15\ cm$. Die Seite AC wird in 5 gleiche Teile geteilt und durch die Teilungspunkte werden Parallele zu AB gezogen. a) Wie groß sind die einzelnen Teile von BC? b) Wie lang sind die einzelnen Parallelen?

Von Karten und Plänen.

2. Wie groß sind die Ausdehnungen unseres Schulzimmers auf einem Plane, der im Maßstabe 1 : 200 ausgeführt ist?

3. Ein Plan enthält Strecken von 6 *mm*, 4 *cm*, 42 *mm*, 8·4 *cm*; wie groß sind diese Linien in Wirklichkeit (1 : 500, 1 : 1000)?[1])

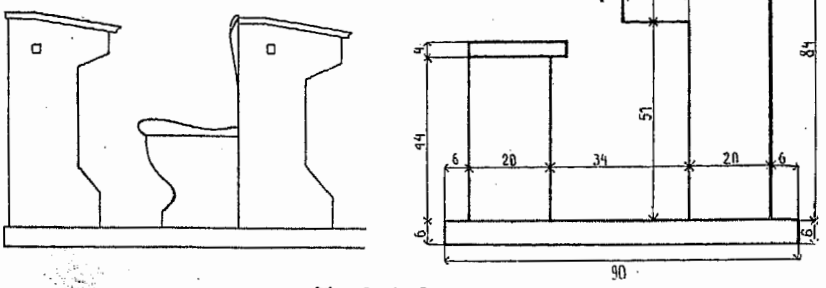


Fig. 6. 1 : 20.

4. Wie lang müssen 15 *cm*, 42 *cm*, 8 *cm* bei einem Maßstabe 1 : 10 (1 : 5) gezeichnet werden?

5. Bestimme nach deinem Atlas[2]), nach der Wandkarte a) die Entfernung (Luftlinie) deines Schulortes von der Landeshauptstadt, b) die Entfernung Wiens von den einzelnen Landeshauptstädten! Bestimme die Hauptausdehnungen deines Heimatlandes!

---

*) Die mit * bezeichneten Lehrsätze können unbeschadet des Zusammenhanges übergangen werden.

[1]) Der Kürze wegen werden die zur Lösung der Aufgaben notwendigen Angaben in Zukunft in der Regel in Klammern gesetzt.

[2]) Wo nähere Angaben bei den Aufgaben fehlen, hat der Schüler nachzudenken, wie und wo er sich diese beschaffen wird, oder er hat nach eigenem Ermessen die Annahmen zu machen.

Maßstabzeichnen.

Merke: Fertige dir beim Maßstabzeichnen zunächst freihändig nach dem Gegenstande eine Maßskizze an und zeichne nach dieser im verjüngten Maßstabe mit der Reißschiene, dem Dreieck u. s. w. so genau wie möglich! Trage die Maße durch Koten ein, wie Fig. 1 und Fig. 6 zeigt, oder zeichne den verjüngten Maßstab dazu! Eine ungenaue Zeichnung ist unbrauchbar, weil praktische Arbeiten nach solchen Zeichnungen fehlerhaft werden müssen. Beobachte Maßstabzeichnungen bei Tischlern, Schlossern, Spenglern, Zimmerleuten u. a. Handwerkern!

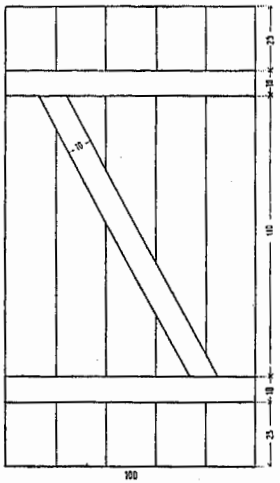


Fig. 7.

6. Zeichne a) den Deckel deiner Geometrie (1 : 4), b) deines Reißzeuges (1 : 3), c) deine Zeichendreiecke, d) deine Reißschiene (1 : 5)!

7. Zeichne a) die Bankplatte von oben gesehen, b) die Schulbank (Fig. 6) von der Seite[1]), c) den Schultisch von der Seite, d) die Schultür, e) die Fensterwand, f) ein Schulfenster, g) die Vorderseite des Ofens, h) den Rahmen des Kaiserbildes u. s. w.!

8. Zeichne die einfache Brettertür[2]) in Fig. 7 im Maßstabe 1 : 10!

9. Zeichne den Plan des Schulgartens, deines Wohnzimmers!

2. Der zusammengesetzte oder Transversalmaßstab.[3])

Den 2. Teil des Satzes 1 benützen wir zur Konstruktion des **zusammengesetzten oder Transversalmaßstabes.**

Aufgabe. Es ist ein zusammengesetzter Maßstab für das Verhältnis 1 : 2500 zu konstruieren!

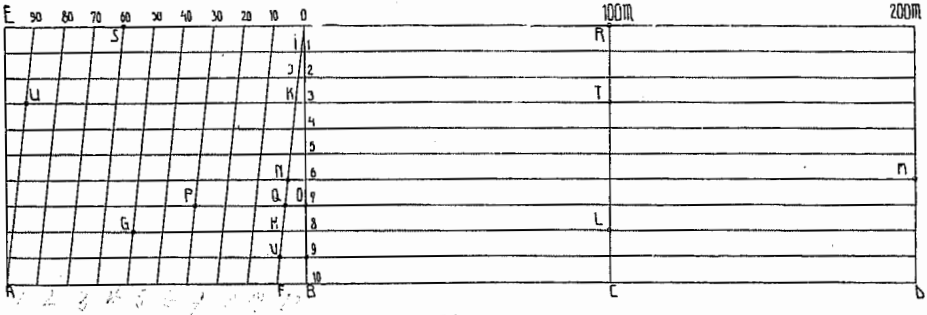


Fig. 8.

Lösung: 1 *cm* des verjüngten Maßstabes = 25 *m* des natürlichen Maßstabes, mithin sind 4 *cm* = 100 *m*. Wir zeichnen zuerst (Fig. 8) den einfachen Maßstab A D, indem

[1]) Auf Einzelheiten wie Gesimse und andere Verzierungen braucht hier und bei den folgenden Aufgaben keine Rücksicht genommen zu werden.

[2]) Bei Werkzeichnungen für Holzarbeiter werden die Maße in der Regel in *cm* angegeben.

[3]) transversal = schräg, querüber; wegen der schrägen Teilungslinie so genannt.

wir 4 *cm* so oft als notwendig auf A D auftragen. Jeder Teil stellt 100 *m* dar. Den ersten Teil A B teilen wir in 10 Teile. Ein solcher Teil stellt 10 *m* dar. Um noch *m* messen zu können, errichten wir in den einzelnen Punkten des einfachen Maßstabes A D Senkrechte, tragen von A aus 10 beliebige, aber gleiche Teile bis E auf und ziehen durch die einzelnen Punkte Parallele zu A D. Schließlich zeichnen wir noch, wie Fig. 8 zeigt, die Schrägen. Nun ist $I1 = {}^1/_{10}$ von F B, mithin ${}^1/_{100}$ von A B = 1 *m*. $J2 = {}^2/_{10}$ von F B = 2 *m*, H 8 = ${}^8/_{10}$ von F B = 8 *m*.

Soll vom Maßstabe eine bestimmte Strecke z. B. 158 *m* abgenommen werden, so sucht man den Teilstrich für 100, dann den für 50 und rückt auf der durch 50 gehenden Transversale bis zur Parallelen 8; L G = 158 *m*. Beispiele: M N = 206 *m*, O P = 37 *m*, O Qu = = 7 *m*, R S = 160 *m*, T U = 193 *m*, 9 V = 9 *m*. Wie werden wir aus einer gegebenen verjüngten Strecke die natürliche Länge finden? Auf ähnliche Weise werden alle zusammengesetzten Maßstäbe konstruiert. Fig. 9 zeigt einen zusammengesetzten Maßstab für das Verhältnis 1 : 100; 1 *cm* = 1 *m*. Beispiele: A B = 386 *cm*, C D = 2 *m* 34 *cm*, G H = 4 *m* 2 *dm* 7 *cm*.

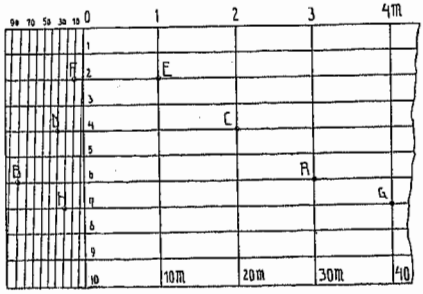


Fig. 9.

Denselben Maßstab können wir auch für das Verhältnis 1 : 1000 benützen (jetzt gilt die untere Beschreibung); dann ist 1 *cm* = 10 *m*. In diesem Falle ist: A B = 38·6 *m*, C D = 23·4 *m*, E F = 11·2 *m*, G H = 42·7 *m*.

Aufgaben. Konstruiere zusammengesetzte Maßstäbe[1]) für die Verhältnisse: 1 : 50, 1 : 150, 1 : 250, 1 : 500, 1 : 3000, 1 : 5000!

3. Das Verhältnis der Strecken.

Was lehrt uns Fig. 3 noch? Ein Vergleich der Strecken A F und A B zeigt, daß die Strecke A B 5 und die Strecke A F 3 gleiche Teile enthält. Man sagt in diesem Falle: die beiden Strecken **verhalten** sich wie 5 : 3 oder stehen im **Verhältnis** 5 : 3. Die Strecke A D dient dabei als **gemeinschaftliches Maß** für beide Strecken.

Wir können zur Vergleichung der beiden Strecken auch das Längenmaß benützen und finden dann: A B verhält sich zu A F wie 45 *mm* zu 27 *mm* oder wie 45 : 27. In allen Fällen finden wir: A B ist ${}^5/_3$mal so groß als A F, oder A F ist in A B ${}^3/_5$mal enthalten.

Ein Verhältnis wird also durch eine Division im Sinne des Messens ausgedrückt. Man schreibt: A B : A F oder $\frac{A\,B}{A\,F}$. Dividend und Divisor heißen die **Glieder eines Verhältnisses.** Der Dividend ist das **Vorderglied,** der Divisor das **Hinterglied.** Das Ergebnis der Division heißt **Quotient** oder **Exponent.** Unser Verhältnis hat somit den Quotienten ${}^5/_3$, denn das Verhältnis ${}^{45}/_{27} = {}^5/_3$.

[1]) Man bekommt solche Maßstäbe für alle Verhältnisse im Handel zu kaufen, z. B. bei Panzer & Metzner in Kufstein, Jos. Kratz in Teplitz-Turn, Neuhöfer & Sohn in Wien, I., Kohlmarkt Nr. 8. u. s. w.

Merke: Der Wert eines Verhältnisses ist nur von seinem Quotienten abhängig. Wir können Vorder- und Hinterglied mit derselben Zahl vervielfachen oder abkürzen.

Aufgaben.

Zur Einübung.

1. Bestimme in Fig. 3 das Verhältnis der Strecken A D und A F, A F und A D, A E und E B u. s. w.!

2. Bestimme das Verhältnis zwischen der Länge und der Breite *a*) deiner Geometrie, *b*) der Bankplatte, *c*) des Schulzimmers, *d*) zwischen Länge und Höhe der Schultafel, *e*) zwischen Breite und Höhe der Schultür!

3. Bestimme das Verhältnis zwischen der Ecklinie und der Seite eines Quadrates, zwischen der Höhe und der Seite eines gleichseitigen Dreieckes, indem du die entsprechenden Figuren zeichnest und die erforderlichen Längen mit dem Millimetermaßstabe bestimmst! Zeichne dieselben Figuren in der 2-, 3fachen Seitengröße und bestimme wieder die Verhältnisse! Vergleiche die gefundenen Werte miteinander!

Konstruktionen.

4. Teile eine gegebene Strecke im Verhältnis 3 : 4 (Fig. 10), 5 : 2, 3 : 4 : 5!

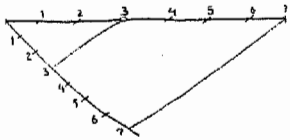


Fig. 10.

5. Teile eine 8 *cm* lange Strecke im Verhältnis $\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$! (Beachte: $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{12} : \frac{8}{12} = 3 : 8$.)

6. Konstruiere ein beliebiges Rechteck, in dem sich l : b verhält wie 4 : 3!

7. Konstruiere ein Rechteck; l = 6 *cm*, l verhält sich zu b wie 3 : 2!

4. Die Verhältnisgleichheit (Proportionalität) der Strecken.

Die Ähnlichkeit.

Was lehrt uns Fig. 3 noch? Die Dreiecke A 3 F und A C B haben gleiche Winkel, mithin haben sie gleiche Gestalt, sie sind ähnlich (∼). Wir schreiben: △ A 3 F ∼ △ A C B. In Fig. 11 wurden die einzelnen Seiten des △ A B C auf Grund des Satzes 1 geteilt. Betrachten wir (Fig. 11) die △ A B C und E F C, so finden wir, daß sie einander ähnlich sind und daß alle Seiten des kleinen Dreieckes sich zu den gleichliegenden Seiten des großen wie 3 : 5 verhalten.

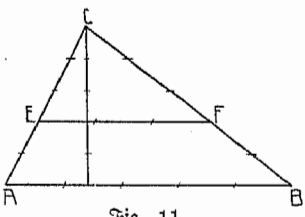


Fig. 11.

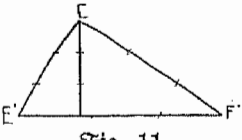


Fig. 11.

Zwei gleiche Verhältnisse können wir einander gleichsetzen; sie bilden eine Verhältnisgleichung oder eine Proportion. Da △ E C F ≃ △ E' C' F', so folgt: △ A B C ∼ E' F' C'. In Fig. 11 gelten mithin folgende Verhältnisgleichungen:

$3 : EF = 5 : 3$ $\quad AC : EC = 5 : 3$ $\quad BC : FC = 5 : 3$
$3 : E'F' = 5 : 3$ $\quad AC : E'C' = 5 : 3$ $\quad BC : F'C' = 5 : 3$

folgt:

$EF = AC : EC \mid AC : EC = BC : CF \mid EF : AB = CF : CB$
$EF = BC : FC \mid EF : AB = EC : AC \mid EC : AC = CF : CB$

Ferner:

$AC = EF : EC \mid AB : BC = EF : FC \mid AC : CB = EC . CF$
$EC = AB : AC \mid EF : FC = AB : BC \mid EC : CF = AC : CB$

ufgaben. 1. Bilde Verhältnisgleichungen zwischen dem links und dem ehenden Dreiecke!

Schreibe die in Fig. 3 geltenden Verhältnisgleichungen nieder!

nter den verschiedenen Lehrsätzen, die wir an den Fig. 3 und 11 ab- nnen, merken wir uns folgende:

atz 3. Ähnliche Dreiecke besitzen zwei voneinander untrennbare Eigen- : sie haben gleiche Winkel und die gleichliegenden[1]) Seiten sind ver- leich oder proportional. Da eine Eigenschaft die andere bedingt, so folgt

atz 3a. Dreiecke sind ähnlich, wenn sie zwei[2]) Winkel gleich haben.

atz 3b. Dreiecke sind ähnlich, wenn die gleichliegenden Seiten verhältnis- nd.

atz 3c. Dreiecke sind ähnlich, wenn die Seiten paarweise parallel sind. ann die Winkel gleich sind.)

atz 3d. In ähnlichen Dreiecken verhalten sich die Höhen wie die genden Seiten (Fig. 11).

atz 4. Zieht man in einem Dreiecke zu einer Seite eine Parallele, so die beiden anderen Seiten verhältnisgleich (proportional) geteilt und ildreieck ist dem gegebenen Dreiecke ähnlich.

Aufgaben.

onstruktionen.

. Zeichne zwei ähnliche Dreiecke, deren Seiten sich wie 2 : 3 verhalten! 2, Satz 4; Fig. 13, Satz 3a oder Satz 3c.)

. Zeichne ähnliche Dreiecke, deren Seiten sich wie 5 : 2, 3 : 4, 5 : 3 verhalten!

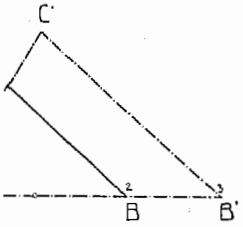


Fig. 12.

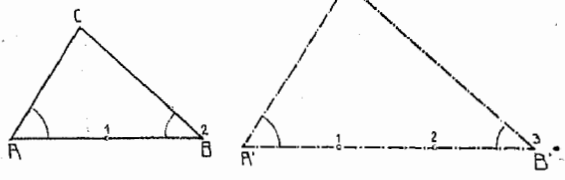


Fig. 13.

) Gleichliegende Seiten sind solche, die den gleichen Winkeln gegenüberliegen.
) Wenn zwei Winkel gleich sind, dann sind auch die dritten Winkel gleich. (Warum?)

3. Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck ($s = 5\ cm$) und zu diesem ein ähnliches (3 : 1)!

4. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck ($g = 2\ cm$, $h = 3{\cdot}5\ cm$) und zu diesem ein ähnliches (3 : 5)!

5. Konstruiere zu einem gleichschenkligen Dreiecke ($g = 5\ cm$, $h = 4^1/_2\ cm$) ein ähnliches, dessen Höhe 3 *cm*, $6^1/_2$ *cm* beträgt (Satz 3 c)!

6. Konstruiere zu einem Rechtecke ($g = 3\ cm$, $h = 2\ cm$) ein ähnliches (Seitenverhältnis 2 : 3)!

Anleitung: Zerlege das Rechteck in zwei Dreiecke und zeichne zu jedem ein ähnliches! (Fig. 14, Satz 3 c.)

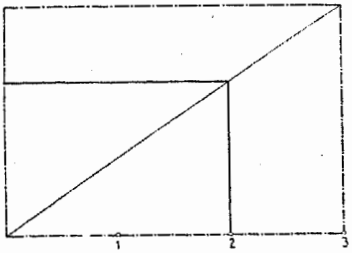


Fig. 14.

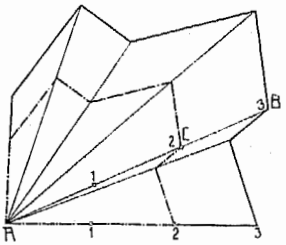


Fig. 15.

7. Konstruiere zu einem Rechteck ($g = 4^1/_2$, $h = 2^1/_2\ cm$) ein ähnliches, dessen Grundlinie 6 *cm*, 3 *cm* beträgt! (Vergl. Fig. 14!)

8. Verkleinere ein Vieleck im Seitenverhältnis 3 : 2!

Anleitung: Zerlege das Vieleck von einem beliebigen Punkte A aus in Dreiecke (Fig. 15) und konstruiere nach Satz 3 c zu jedem ein ähnliches! Weil auf der Ecklinie A B ein schleifender Schnitt entsteht, der für die folgenden Parallelen leicht zur Ungenauigkeit führt, so prüfen wir Punkt C durch Teilung der Strecke A B.

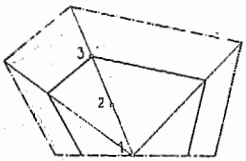


Fig. 16.

9. Führe die Aufgabe 8 so durch, daß das neue Vieleck außerhalb des alten entsteht und die ähnlichen Teildreiecke nach Satz 3 a oder 3 c konstruiert werden!

10. Vergrößere das Vieleck in Fig. 16 nach dem Seitenverhältnis 2 : 3! (Lösung in Fig. 16. Die Zerlegung erfolgte von einem beliebigen Seitenpunkte 1 aus. Zerlege das Vieleck von einem innerhalb gelegenen Punkte aus!) Aus den Aufg. 6—10 folgt

Satz 5. Vielecke sind ähnlich, wenn sie sich in ähnliche Dreiecke zerlegen lassen.

Satz 5 b. Ähnliche Vielecke haben gleiche Winkel und verhältnisgleiche Seiten.

Aus dem letzten Satze folgt: Alle Quadrate und Kreise sind einander ähnlich.

11. Zeichne den Plan des Schulhofes oder eines beliebigen anderen Platzes, indem du dir den Platz in Dreiecke zerlegt denkst und die einzelnen Seiten derselben durch Abschreiten mißt! Bestimme auch durch Abschreiten die Lage von

Gegenständen (Bäume, Brunnen, Denkmal u. s. w.) des Platzes und zeichne sie in den Plan ein!

Einübungsrechnungen.

12. Welche Höhe hat ein gleichseitiges Dreieck ($s = 80\ cm$), wenn sie in einem anderen gleichseitigen Dreiecke von $s' = 100\ cm$ Seitenlänge 86·6 *cm* beträgt?

Lösung. $h : 86{\cdot}6 = 80 : 100$; $h = \frac{86{\cdot}6 \,.\, 80}{100}\ cm$, (Satz 3 d).

13. Die Seiten zweier ähnlicher Dreiecke verhalten sich wie 3 : 4; wie groß sind die Seiten des zweiten Dreieckes, wenn die des ersten 24 *cm*, 36 *cm* und 27 *cm* sind?

14. Die Seiten zweier gleichseitiger Dreiecke verhalten sich wie 3 : 5; welchen Umfang hat das erste Dreieck, wenn eine Seite des zweiten 20 *cm* mißt?

Verschiedene Steigungen.

15. Die größte Steigung[1]) der Semmeringbahn beträgt 1 : 40. a) Wieviel % beträgt die Steigung? b) Wieviel steigt die Bahn auf der Strecke von 1 *km*?

16. An einer 8 *km* langen Straße liegen die Orte A und B. Der Höhenunterschied der beiden Orte beträgt 240 *m*; welche durchschnittliche Steigung hat die Straße?

17. Eine Bahnlinie steigt auf einer 1920 *m* langen Teilstrecke im Verhältnis 1 : 120; wieviel *m* steigt die Bahn auf dieser Strecke? Wieviel % beträgt die Steigung?

Durch Zeichnen im verjüngten Maßstabe werden Strecken gemessen. (Graphisches Rechnen.)

18. Wie groß ist die Breite A B des Flusses (Fig. 17), wenn die zu A B senkrechte Standlinie A C 51 *m* mißt und der Zielwinkel C 42° beträgt?

Anleitung. Konstruiere in den Aufgaben 18—31 die entsprechende Figur nach den Angaben der Aufgaben im verjüngten Maßstabe und bestimme aus der verjüngten Zeichnung die zu messende Strecke! Wähle den Maßstab möglichst groß (warum?)! Zeichne ev., um Papier zu sparen, auf glattes Packpapier! **Das zeichnende (graphische) Rechnen ist für das praktische Leben von größter Wichtigkeit. Baumeister, Maschinenbauer, Feldmesser u. v. a. arbeiten viel auf graphischem Wege, weil das zeichnende Rechnen oft rascher zum Ziele führt als das Zifferrechnen. Bei genannten Arbeiten sind die Ergebnisse für die praktischen Bedürfnisse in der Regel vollkommen ausreichend.**

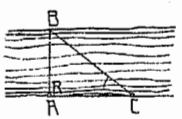


Fig. 17.

19. Um die Breite des in Fig. 18 angedeuteten Flusses zu bestimmen, wurde längs des diesseitigen Ufers eine Standlinie A B abgesteckt und nach einem Punkte C des jenseitigen Ufers gezielt; wie breit ist der Fluß? $A\,B = 80\ m$, $\sphericalangle\ A = 52°$, $\sphericalangle\ B = 46°$.

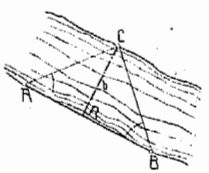


Fig. 18.

20. Ein Graben (Fig. 19) ist $t = 2{\cdot}5\ m$ tief, seine beiden Seitenwände besitzen den gleichen Böschungswinkel $\alpha = 60°$ und seine Sohle C D ist 4 *m* breit; wie lang ist die Grabenseite A C und wieviel beträgt die Grabenbreite A B?

[1]) Die Steigung ist das Verhältnis zwischen der Höhe und der Länge einer schiefen Ebene.

21. Durch einen Wald führen zwei Wege, die sich unter 65^0 (40^0) kreuzen. Es soll ein Verbindungsweg angelegt werden, der den einen Weg in 360 (480) *m* und den anderen in 420 (650) *m* Entfernung vom Kreuzungspunkte trifft. *a*) Wie lang wird der neue Weg sein? *b*) Unter welchen Winkeln muß der neue Weg von den beiden alten Wegen abgezweigt werden?

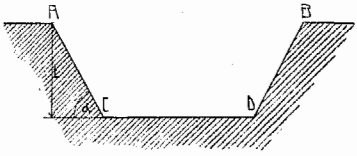


Fig. 19.

22. Bestimme die Entfernung der durch die Kirche (Fig. 20) gedeckten Punkte A und B aus $a = 120$ *m*, $b = 140$ *m* und $\sphericalangle C = 94^0$!

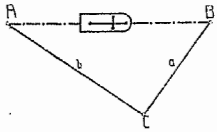


Fig. 20.

23. Zwei in derselben wagrechten Ebene liegende Ortschaften A und B sollen (Fig. 21) durch eine gradlinige Bahnstrecke verbunden werden. Da zwischen A und B ein Berg liegt, kann die Strecke nicht unmittelbar abgesteckt werden; deshalb wurde ein Punkt M so gewählt, daß von ihm aus nach A und B gemessen werden kann. *a*) Wie lang ist die Bahnstrecke A B? $MA = 3550\,m$, $MB = 5050$ *m*, $\sphericalangle AMB = 110^0$. *b*) Wie groß sind die Winkel A und B? *c*) Mit Hilfe dieser Winkel wird die Bahnstrecke bis zu den beiden Endpunkten C und D des zu bauenden Tunnels abgesteckt. Man findet nun die Winkel $AMC = 48{\cdot}6^0$ und $\sphericalangle AMD = 92^0$. Wie lang wird der Tunnel?

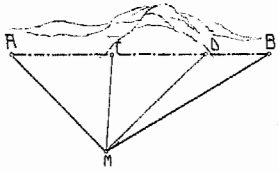


Fig. 21.

24. Um die Entfernung der beiden unzugänglichen Punkte A und B (Fig. 22) zu bestimmen, hat man in der Verlängerung von A B einen Punkt O angenommen und eine beliebige Standlinie O P abgesteckt. Bei der Abmessung ergab sich: $OP = 80\,m$, $\sphericalangle \alpha = 41{\cdot}5^0$, $\sphericalangle \beta = 22^0$; wie groß ist die Strecke A B?

25. Ermittle die Entfernung der beiden unzugänglichen Orte A und B (Fig. 23) nach folgenden durch Messungen gefundenen Angaben: $MN = 240$ *m*, $\sphericalangle \alpha = 28{\cdot}6^0$, $\beta = 60^0$, $\sphericalangle \gamma = 29^0$, $\sphericalangle \delta = 54^0$!

26. Aus 80 *m* Entfernung wird nach einem Turme gezielt. (Fig. 28.) Der gemessene Winkel beträgt 40^0, die Höhe des Meßinstrumentes über dem Erdboden 1·5 *m*; wie hoch ist der Turm?

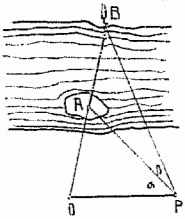


Fig. 22.

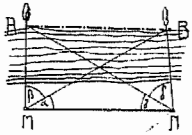


Fig. 23.

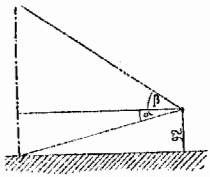


Fig. 24.

27. Vom Fenster des 2. Stockwerkes aus (9·2 *m* hoch, Fig. 24) erscheint der Fuß eines mit dem Hause in einer wagrechten Ebene liegenden Kirchturmes unter einem Tiefenwinkel von $\alpha = 14{\cdot}5^0$ und die Spitze unter einem Höhenwinkel von $\beta = 33{\cdot}8^0$; wie hoch ist der Turm?

Durch Zeichnen im verjüngten Maßstabe werden Winkel gemessen. (Graphisches Rechnen.)

28. Die höchste zulässige Steigung einer Hauptbahn ist im Gebirge 1 : 40, im Hügellande 1 : 100 und im Flachlande 1 : 200. Unter welchem Winkel steigt die Bahn in jedem Falle?

Anleitung: Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck, in dem sich die Spannseite zur Lotseite wie 40 : 1 verhält und miß den Winkel, welcher der Seite 1 gegenüberliegt! U. s. w.

29. Eine Treppenstufe ist 30 *cm* breit und 15 *cm* hoch; wie groß ist der Neigungswinkel der Treppe?

30. Unter welchem Winkel fallen die Sonnenstrahlen ein, wenn eine 3·5 *m* lange Stange einen 7·2 *m* langen Schatten wirft?

31. Wie groß ist der durchschnittliche Neigungswinkel der Rigi-Zahnradbahn (Schweiz), die bei einer Geleislänge von 7058 *m* um 1310 *m* steigt?

5. Das Messen im Freien.

32. Zur raschen Beurteilung der Höhe eines Gegenstandes (Baum, Haus, Turm u. s. w.) wähle folgendes einfache Mittel: Halte (Fig. 25) den Meterstab senkrecht mit gestrecktem Arme vor und bestimme mit geschlossenem linken Auge (wie beim perspektivischen Freihandzeichnen) das Stück a des Maßstabes (Fig. 26), das die Höhe x des Gegenstandes deckt! Miß ferner die (sich immer gleichbleibende) Entfernung c des Auges von dem Maßstabe und die Entfernung b deines Standplatzes von dem Gegenstande! Letztere kann auch durch Abschreiten bestimmt werden. Aus der Verhältnisgleichung $a : x = c : b$ läßt sich die Höhe leicht ermitteln (Satz 3 d). Miß auf diese Weise die Höhe verschiedener Gegenstände! Mache oft und viel von dieser Methode Gebrauch!

Fig. 25.

33. Miß die Höhe des Schulhauses!

Handarbeit. Fertige dir für deine Messungen den in Fig. 27 in der Hauptsache gezeichneten **Universalfeldmeßapparat** an![1]) (Es genügt im Notfalle, wenn in der Klasse ein solcher vorhanden ist.)

[1]) Der Apparat wurde vom Verfasser konstruiert. Er ist zugleich Höhenmesser, Entfernungsmesser, Nivellierinstrument, Winkelkreuz, Meßtisch und kann auch zum Abstecken beliebiger Winkel

Der Apparat besteht aus zwei Teilen: 1. **Die Meßplatte.** Zeichne mit Tusch möglichst genau und schwach auf ein glattes Zeichenblatt, das 40 *cm* lang und 30 *cm* breit ist, einen Winkelmesser von 40 *cm* Durchmesser (Fig. 27.)! Teile jeden Grad in $^1/_2$ oder besser in $^1/_3$ Grade ein! Die Bezeichnung beginnt bei der Linie AB mit Null und ist nach rechts und links gleich. (Zweckmäßig ist es, noch eine zweite, bezw. dritte Bezeichnung bei P und O beginnen zu lassen.) Der Millimetermaßstab II hat vom Scheitelpunkte A den Abstand AB gleich 30 *cm*, der Millimetermaßstab I hat von A den Abstand AG = 20 *cm*. (Die Millimeter sind in Fig. 27 nicht eingezeichnet.) Klebe das gezeichnete Blatt mit gutem Leim auf ein Brettchen, das nach Art der Reißbretter beiderseits harte Leisten hat, um ein Verwerfen zu verhindern, und oben etwa $^1/_2$ *cm* über OP vorsteht! Das Ganze heißen wir die Meßplatte. Um die Meßplatte vor Nässe und Beschmutzen zu schützen, streiche das aufgeklebte Blatt mit durchsichtigem Zelluloidlack oder einem anderen durchsichtigen Lack an! In den Scheitelpunkt A stecke oder schraube einen schwachen Stift (Nadel) und hänge an ihn mittels einer Schlinge einen unten

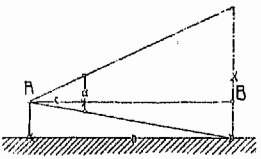


Fig. 26.

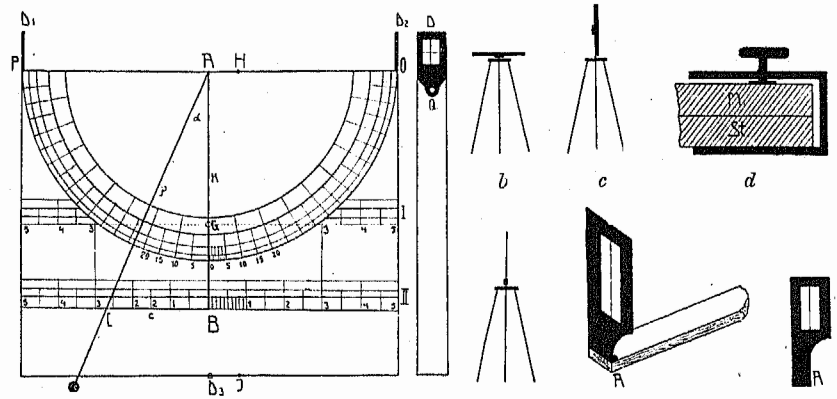


Fig. 27.

durch eine Kugel beschwerten feinen Faden (feiner Seidenfaden oder ganz feiner Nickeldraht) auf! Die Schmalseite der Meßplatte (27 a) erhält bei O und P **Zieler (Diopter).** Schneide diese aus einem schwachen Brettchen oder einem starken Blech (Länge der Schauritze 30 *mm*, Breite 5 *mm*) und spanne 2 Fäden (Roßhaar, feiner Nickeldraht) kreuzförmig, wie die Figur zeigt. Die beiden Zieler müssen so an den Seiten angeschraubt sein, daß ihre Mittelpunkte in einer Parallelen zum Durchmesser OP liegen. Diese Zieler lassen sich um die Schraube Q so aufrichten, daß sie senkrecht auf der Fläche der Meßplatte stehen und ihre Mittelpunkte genau in der Richtung OP liegen[1]. Solche drehbare Zieler werden auch in den Punkten

verwendet werden. Mit seiner Hilfe lassen sich alle Aufgaben der Feldmeßkunst ohne Anwendung trigonometrisch-logarithmischer Rechnungen auf Grund der Ähnlichkeit der Dreiecke lösen. In der hier beschriebenen Ausführung liefert der Apparat bei genauen Messungen Ergebnisse, die den Bedürfnissen des praktischen Lebens vollkommen entsprechen.

[1]) Deshalb muß das Brettchen etwas breiter sein als das Papierblatt. Für einfache Verhältnisse können die Zieler auch wegbleiben und man zielt in einiger Entfernung vom

A und D_3 angebracht. Die Zieler bei A und D_3, P und O bilden ein **Winkelkreuz**, das zum Abstecken rechter Winkel und zum Errichten und Fällen von Senkrechten dient. Die Abseher sind nur so breit, als das Brettchen dick ist, so daß sie, wenn der Apparat nicht als Winkelkreuz gebraucht wird, den Seiten der Meßplatte anliegen.

2. **Die Stützplatte.** Ein zweites Brettchen, von derselben Größe und Beschaffenheit wie das für die Meßplatte benützte, dient als **Stützplatte.** In der Mitte der Stützplatte wird ein geeignetes Scharnier, am besten ein Kugelgelenk, so befestigt, daß die Stützplatte sowohl wagrecht (Fig. 27 b) als auch senkrecht (Fig. 27 c) festgehalten werden kann. Die Meßplatte wird mit der Stützplatte an einer geeigneten Stelle des Randes mit 2 umfassenden Klammern (Fig. 27 d) festgeschraubt. Die Stützplatte hat den Zweck, die Rückseite der Meßplatte zugleich als Meßtisch gebrauchen zu können. Damit man die Meßplatte um 90° drehen kann (Fig. 28 c und b), muß entweder das Dreifußgestell einen entsprechend langen Zapfen haben, oder es muß sich das Gelenk auch an die Meßplatte an die Stelle des Absehers D_3 schrauben lassen (Fig. 27 e)[1]). Im letzteren Falle wird die Stützplatte nur verwendet, wenn der Apparat als Meßtisch dient. Für die Meßtischaufnahmen und das Messen von Horizontalwinkeln brauchen wir endlich noch ein **Ziellineal (Diopterlineal).** Fig. 27 f zeigt ein Ende dieses Lineals. Befestige an jeder Schmalseite eines guten etwa 30 *cm* langen Lineals Zieler, so daß der Schaufaden genau senkrecht über der Linealkante A liegt (Fig. 27 g). Bei den käuflichen Ziellinealen ist der Zieler um ein Scharnier bei A umlegbar. Notwendig ist dies nicht. Der Apparat wird auf ein Dreifußgestell (Stativ) geschraubt. Soll der Apparat nicht auch als Meßtisch benützt werden, dann ist die Stützplatte überflüssig und das Scharnier kommt an die Rückseite der Meßplatte; dieselbe kann dann viel kleiner sein und es genügt auch ein Steckstativ.[2])

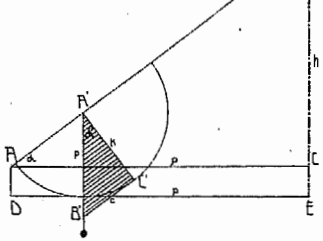


Fig. 28.

1. **Graphische Lösung der 33. Aufg.** Stelle den Universalfeldmeßapparat[3]) in entsprechender Entfernung vom Schulhause mit senkrechter Meßplatte so auf (Fig. 28), daß die obere Kante OP (Fig. 27) genau wagrecht ist![4]) Bestimme durch Zielen den Punkt C (Fig. 28 und 29)! Dein Gehilfe mißt den Abstand CE (Fig. 28 und 29). Drehe den Meßapparat in einer senkrechten Ebene so lange, bis du durch den Zieler den höchsten Punkt B des Hauses erblickst! Lies nun den Höhenwinkel α′ ab! $\sphericalangle \alpha' = \sphericalangle \alpha$, weil die Schenkel beider Winkel aufeinander senkrecht stehen.[5]) Miß die Strecke $AC = p$ und konstruiere das $\triangle ABC$ im verjüngten Maßstabe! (Siehe Anleitung zu Aufg. 18!) Diese Aufgabe verlangt ein

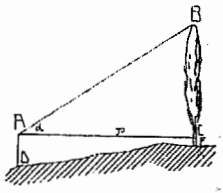


Fig. 29.

Apparat längs der Kante OP, oder es werden in den bezeichneten Punkten nach Bedarf schwache Stifte (Nadeln) eingesteckt.

[1]) Die beiden Abseher werden dann anstatt in A und D_3 in H und J so angeschraubt, daß $HJ \perp OP$.

[2]) Bei flüchtigen Messungen kann man den Apparat auch frei halten.

[3]) In der Folge schreiben wir kurz M.-Ap.

[4]) Die Meßplatte ist zugleich eine Schrotwage. Genauer läßt sich die Einstellung mit Hilfe einer kleinen Wasserwage (Libelle) vornehmen.

[5]) In Fig. 28 wurde der Winkelmesser der Deutlichkeit wegen größer gezeichnet.

Messen von Strecken im Freien.

Zum Messen von Strecken im Freien benützt man zusammenrollbare **Meßbänder** aus Stahl oder Leinwand von 5—50 *m* Länge, **Meßlatten** von 2, 3, 4 oder 5 *m* Länge, die an beiden Enden Metallbeschläge (Schuhe) haben, oder in Öl gekochte (warum?) **Meßschnüre**. Letztere dienen nur zu rohen Messungen. Fertige dir eine solche Meßschnur an, indem du die Meter durch Knoten oder aufgenähte Körper bezeichnest! Ist die zu messende Strecke länger als das Maß, so müssen wir erst

die Strecke abstecken,

indem die Endpunkte durch **Fluchtstäbe**[1]) (**Absteckstäbe**) bezeichnet werden. Erforderliche Zwischenpunkte werden mit Unterstützung eines Gehilfen eingezielt (visiert). Das Einzielen muß in einiger Entfernung vom ersten Fluchtstabe mit einem Auge geschehen; dabei verständigt man sich durch Handbewegungen mit dem Gehilfen. Genauer geschieht das Einzielen mit dem Ziellineal oder bei größeren Entfernungen mit dem Fernrohr (Fig. 30).

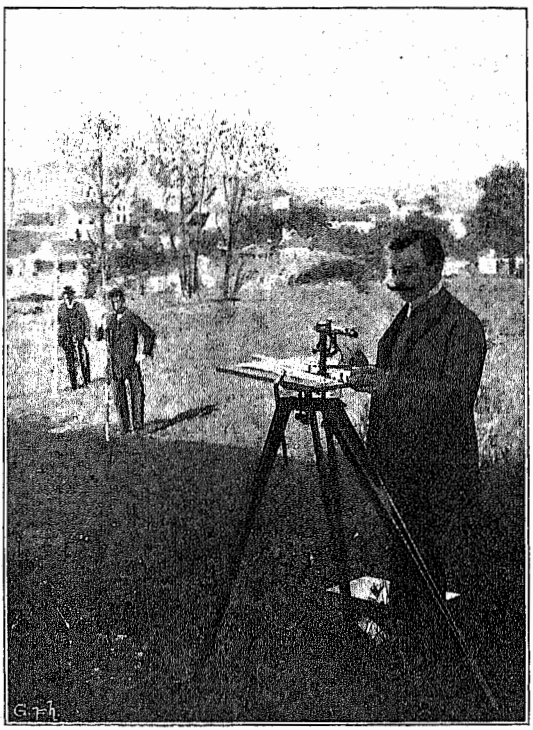


Fig. 30.

Bei dem in Fig. 29 skizzierten Falle dürfen wir nicht die schiefe Strecke D E, sondern wir müssen die wagrechte Strecke A C messen. Dies geschieht durch das sogenannte

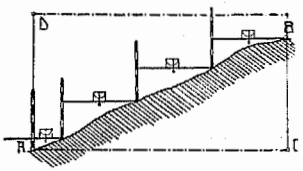


Fig. 31.

Staffelmessen oder Stufenmessen.

Fig. 31 zeigt das Staffelmessen mit Benützung einer Meßlatte und eines Fluchtstabes. Der Meßapparat dient dabei als Schrotwage. Es ist gleichgültig,

[1]) Die käuflichen Fluchtstäbe (Fig. 30) sind rund, abwechselnd rot-weiß gestrichen, mit einer Eisenspitze versehen und gewöhnlich 2 *m* lang. Benütze für deine Zwecke gerade Bohnenstangen, an deren Enden du der besseren Sichtbarkeit wegen ein flatterndes Band (einen Strohwisch) bindest!

Meßplatte benutzt, so läßt sich auf gleiche Weise der **Höhenunterschied** zwischen A und B messen. (Staffelzeug.)

2. **Lösung** der 33. Aufgabe (1. Lösung S. 13). Lies anstatt des Winkels die Strecke $B'C' = c$ (Fig. 28, in Fig. 27 BC) in *mm* ab! Der Pendelabschnitt auf dem Millimetermaßstabe begrenzt immer ein rechtwinkliges Dreieck, das stets dem Dreieck im Gelände ähnlich ist. ($\triangle A'B'C' \sim ABC$, Fig. 28, weil $\sphericalangle C' = \sphericalangle C = 90^0$ und $\sphericalangle \alpha' = \sphericalangle \alpha$. Satz 3a.) Da $A'C' = k = 300$, bezw. 200 *mm* bekannt ist, so läßt sich aus der Verhältnisgleichung $k : c = p : h$ die Strecke h leicht berechnen.

3. **Lösung.** Bestimme wie bei der 1. Lösung (S. 13) den Höhenwinkel α, drehe die Meßplatte in die Ausgangsstellung zurück (Kante OP (Fig. 27) wagrecht und senkrecht auf die Wand des Schulhauses gerichtet) und drehe nun die Meßplatte wagrecht! Der Höhenwinkel wird so in die wagrechte Ebene umgelegt (Fig. 32). Bestimme nun zielend den Punkt C', indem du das Ziellineal an den Scheitelstift des Winkels so anlegst, daß seine Kante den einen Winkelschenkel bildet! Miß BC'! $BC' + AA' = BB'$ ist die gewünschte Höhe. Miß nach allen drei Methoden, um dich von der Genauigkeit deiner Arbeit zu überzeugen! Kleine Abweichungen werden sich selbstverständlich immer ergeben.[1])

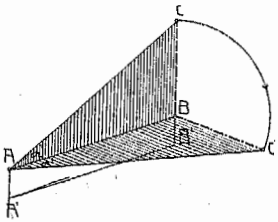


Fig. 32.

34. Bestimme nach vorausgegangener Schätzung die Höhe von Türmen, Fabrikschornsteinen, Häusern, Bäumen u. s. w.!

35. Stecke auf dem Schulhofe ein Quadrat von der Größe eines Ars ab!

Anleitung: Stecke zuerst die Seite AB (Fig. 33) $= 10\ m$ ab und errichte in den Punkten A und B mit Hilfe des Winkelkreuzes des M.-Ap. Senkrechte! Für die Senkrechte in A stelle den M.-Ap. so auf, daß die Zieler O und P in die Richtung AB fallen und der Zieler A genau über dem Endpunkte A liegt! In der Richtung AD_3 ziele einen Fluchtstab ein!

36. Stecke auf dem Schulhofe ein Rechteck ($l = 12\ m$, $b = 16\ m$), auf einer geeigneten Fläche ein Hektar ab!

37. Stecke quer durch den Schulhof eine Standlinie (Basis) ab, fälle mit Hilfe des Winkelkreuzes des M.-Ap. von den Ecken des Hofes Senkrechte auf die Basis, miß ihre Längen und den Abstand ihrer Fußpunkte von einem Endpunkte der Basis! a) Zeichne mit Hilfe dieser Maße das Grundstück im verkleinerten Maßstabe! b) Bestimme aus dem Plane die Größe der einzelnen Seiten und Winkel! c) Miß die Seiten des Schulhofes und prüfe so die Genauigkeit deiner Zeichnung!

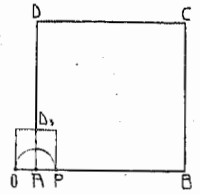


Fig. 33.

Anleitung: DE || FG (Fig. 34) sei die gewählte Standlinie. Um von A die Senkrechte zu fällen, stellen wir das Winkelkreuz des M.-Ap. versuchsweise in einzelnen Punkten B, C u. s. w. der Standlinie auf, bis die Richtungen AA' und DE durch die Zieler des Winkelkreuzes gehen.

[1]) Bei amtlichen Längenmessungen gilt für eine Strecke bis 250 *m* als zulässige Fehlergrenze rund $^1/_{200}$.

38. Bestimme die Breite einer am Schulhofe entlang führenden Straße vom Schulhofe aus!

Anleitung: Bezeichne (Fig. 35) zwei beliebige Punkte A und C durch Fluchtstäbe und ziele Punkt B so ein, daß $AB \perp$ auf AC ist! Mache nun $CA' = AC$ und stecke $DA' \perp CA'$ ab!

In A' können wir wegen des Zaunes AA' unseren Apparat nicht aufstellen, deshalb errichten wir die Senkrechte $A'D$ als die Höhe eines gleichschenkligen Dreieckes EFD, indem wir

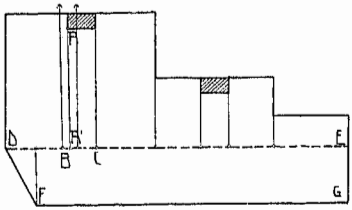


Fig. 34.

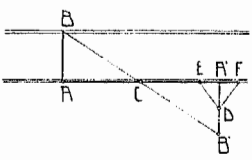


Fig. 35.

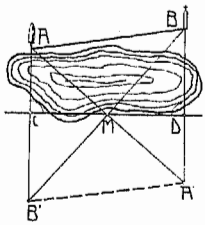


Fig. 36.

gleich weit von A' entfernt in E und F Pflöcke einschlagen und über EF mit Fluchtstäben, Meßlatten, einer Schnur oder dem Meßbande ein gleichschenkliges Dreieck errichten. Ziele nun einen Stab bei B' so ein, daß er gleichzeitig in der Richtung BC und A'D liegt! Nun ist B'A' die gewünschte Breite, denn $\triangle CA'B' \simeq CAB$ (warum?).

39. Bestimme die Entfernung der zwei unzugänglichen Punkte A und B (Fig. 36) jenseits des Teiches!

Anleitung: Stecke eine Standlinie CD ab und bestimme darauf die Punkte C und D so, daß $\sphericalangle C$ und $\sphericalangle D = 90°$ ist! Miß die Standlinie CD und halbiere sie dann im Punkte M; ziele den Fluchtstab bei B' so ein, daß er gleichzeitig in den verlängerten Linien BM und AC liegt, den Fluchtstab bei A' so, daß er gleichzeitig in der Verlängerung der Linien AM und BD liegt! Nun ist $B'A' = AB$. Warum? Miß auf diese Weise die Breite einer Straße!

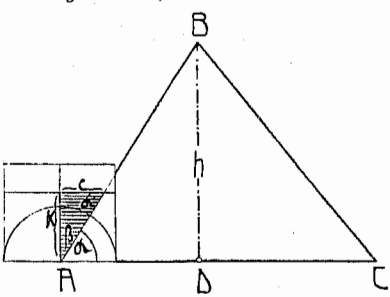


Fig. 37.

40. Miß den Neigungswinkel verschiedener Treppen!

Anleitung: Lege eine Latte auf die Treppe, stelle die Meßplatte deines M.-Ap. darauf und lies den Neigungswinkel ab!

Miß auf gleiche Weise den Neigungswinkel einer Böschung, eines Dammes, einer schiefen Straße, einer aufgestellten Leiter, einer Schrotleiter u. s. w.!

41. Stecke auf dem Schulhofe ein beliebiges Dreieck ab (Fig. 37), miß die Grundlinie AC, bestimme mit Hilfe des Winkelkreuzes des M.-Ap. den Fußpunkt D der Höhe (Vergl. Aufgabe 37) und miß das Stück AD und den $\sphericalangle A$! Berechne aus $\sphericalangle A$ und der Strecke AD die Dreieckhöhe BD!

Anleitung: Stelle die Meßplatte des M.-Ap. wagrecht so auf, daß Punkt A der Meßplatte (Fig. 27) genau über den Scheitel des $\sphericalangle A$ (Fig. 37) kommt (benütze zum Richten ein Lot) und ziele die Abseher O und P (Fig. 27) in die Grundlinie AC ein! Lege das Ziellineal mit der Kante an den Stift in A und ziele den Schenkel AB ein! Das Ziellineal schneidet nun auf dem Millimetermaßstabe ein dem rechtwinkligen $\triangle ADB$ ähnliches ab. Das Stück c des Maßstabes lesen wir ab, das Stück $k = 20$ (30) *cm* ist bekannt, mithin gilt die Verhältnisgleichung $c : k = AD : h$; $h = \frac{k \cdot AD}{c}$. Berechne zur Prüfung die Höhe vom Punkt C aus!

42. Berechne nach Aufgabe 41 die Breite einer Straße vom Schulhofe aus, die Breite eines Flusses, eines Teiches! Nimm nach den Angaben der Aufgaben 18—27 selbst Messungen und Berechnungen im Freien vor!

6. Schmückendes Zeichnen.

Holzverkleidungen, Wandtäfelungen,

sind schon seit alters her beliebt. Bereits im Mittelalter hatte man einfache, bis zur Decke reichende Wandverkleidungen. In späterer Zeit wurde sehr viel Sorgfalt auf die Wandverkleidungen verwendet, so daß die aus der Zeit des Renaissancestils

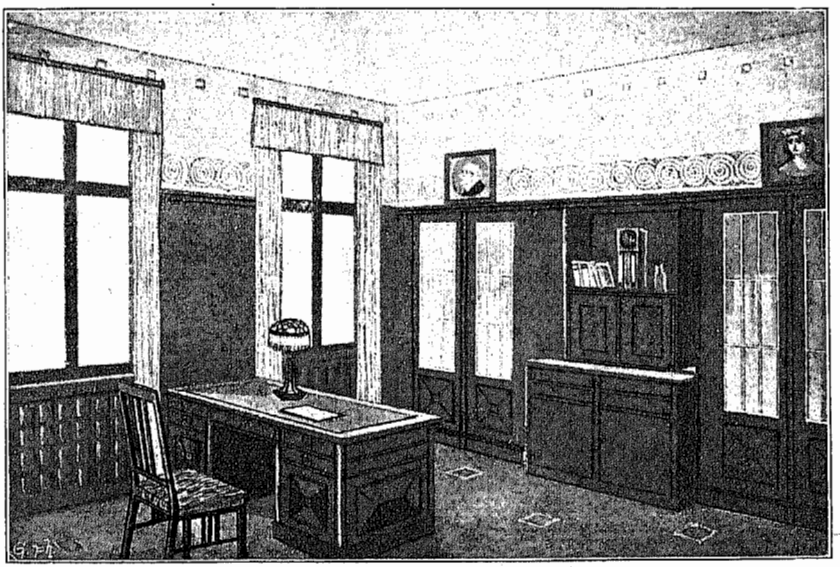


Fig. 38.

stammenden Holzverkleidungen in den Burgen und Klöstern Tirols und Süddeutschlands (besonders Nürnbergs und Rothenburgs) noch heute die Bewunderung des kunstverständigen Beschauers erregen. Die Wandverkleidungen entsprechen verschiedenen Zwecken: 1. Sie schützen den Kalkputz gegen Beschädigung durch Tische und Stühle (die **Brüstungsvertäfelungen** der Gast- und Kaffeehäuser) und dienen zugleich als Rock- und Huthalter. 2. Sie bilden in Wohnzimmern den Hintergrund für die Möbel; diese sind dann (Fig. 38) nicht selten in die Vertäfelung und in die Wand eingegliedert. Im letzteren Falle muß die Wandverkleidung nach Form und Farbe zu den Türen und Möbeln passen. 3. Die Wandverkleidung dient in bewohnten Vorräumen[1]) (**Dielen**) als Schutz gegen die kalte Mauer (Fig. 39).

Die Fig. 40, Nr. 1—7, zeigt Teile von Wandverkleidungen. 1. Zeichne eine vollständige Wandverkleidung (Nr. 6)! 2. Verändere die Beispiele in Fig. 40

[1]) In alten Landhäusern und in neuzeitlichen Privathäusern kommt man oft von außen zuerst in einen behaglichen, heizbaren Vorraum, „Diele" genannt (Fig. 39).

und entwirf selbst Wandverkleidungen; beachte dabei das auf Seite 19, I. Teil, über die „freie Flächenteilung“ des Rechteckes Gesagte! Beachte, daß die Längsrichtung vorherrscht, da sonst der Raum „gedrückt“ erscheint! 3. Entwirf mit Benützung der Nr. 2, 4 oder 7 eine „Vorhaustoilette“) mit einem Spiegel in der Mitte und einem darunter befindlichen Kasten für Schuhe u. dgl.!

Fenster.

Nehmen wir die Gardine vom Fenster unserer Durchschnittswohnungen weg, dann sehen wir erst, wie unschön das viereckige Fensterloch wirkt. Die Gardine mit ihren angenehmen Linien und Mustern macht das Fenster erst erträglich. Wie anheimelnd und traulich wirken dagegen die Wohnungen unserer Vorfahren mit den in Erkern und Nischen zu geschlossenen Gruppen beisammenstehenden Fenstern![1]) Die neue Geschmacksrichtung wendet dem Fenster wieder die gebührende Aufmerksamkeit zu und versteht es, dasselbe zu einem ebenso nützlichen als schönen und zweckmäßigen Schmucke unserer Wohnungen zu machen. Die Alleinherrschaft der Gardine mit ihrem viereckigen Lichtloch ist überwunden. Die Fenster erhalten wieder durch zweckmäßig angeordnete Sprossen (Nr. 8, 9 und 10) eine schöne Linienführung. (Freie Flächenteilung.) Dazu kommen noch die neuzeitlichen Glasverzierungen (Glasmalerei, Kathedralglas, Opaleszentglas u. s. w.). In geschmackvollen Neubauten werden die Fenster nach dem Lichtbedürfnis der Wohnungen angelegt; große und kleine Fenster wechseln mit einzelnen und Gruppenfenstern ab.

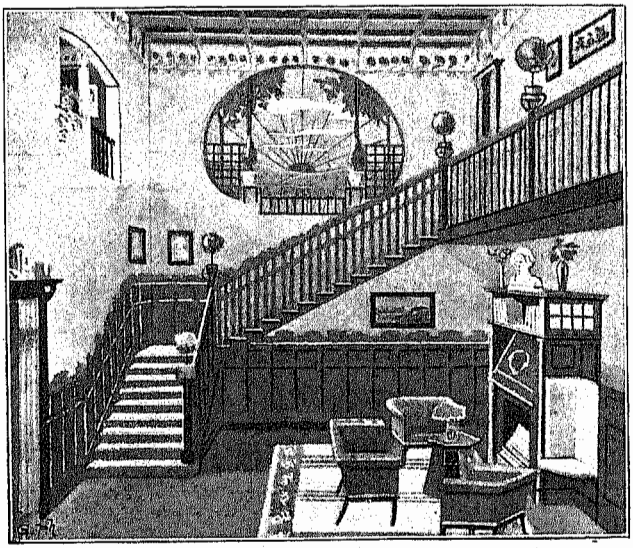


Fig. 39.
(Aus Wolfrum „Bürgerliche Wohnräume“.)

1. Vervollständige die in Nr. 8—10 skizzierten Fensterstücke! 2. Entwirf selbst geschmackvolle Fenster! 3. Entwirf ein Treppenhausfenster, das aus bunten Gläsern zusammengesetzt ist! (Beachte das im I. Teil, Seite 65, über „Kunstverglasungen“ Gesagte!)

Treppengeländer.

Nr. 11 und 12 sind Beispiele neuzeitlicher Treppengeländer aus Holz. (Vergl. die Diele in Fig. 39!) Die Treppenpfosten sind geschmackvoll verziert,

[1]) Besonders in Süddeutschland häufig zu finden.

das Gitterwerk ist nach den Gesetzen der freien Flächenteilung gegliedert. Verändere die gegebenen Beispiele und entwirf selbst Treppengeländer!

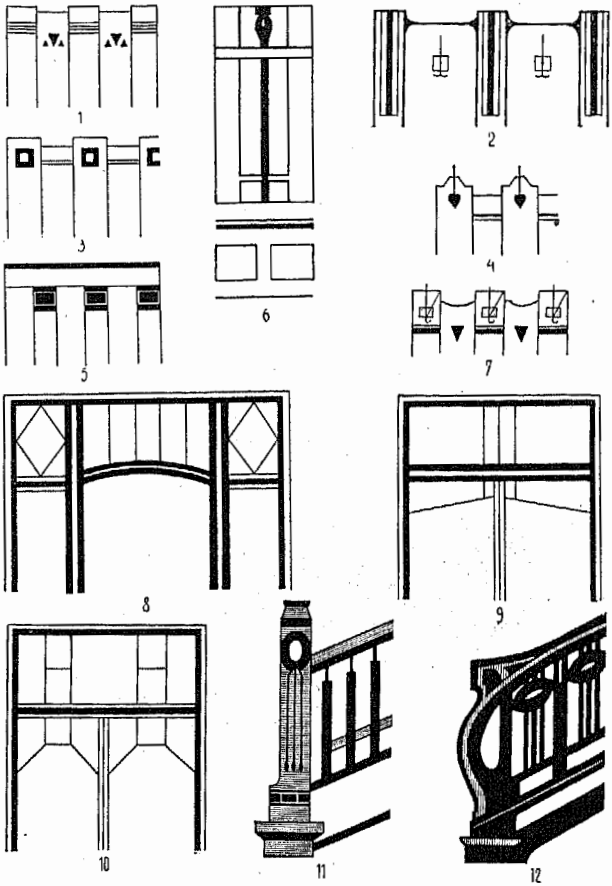


Fig. 40.

II. Was jeder Staatsbürger wissen muß.

Der Grundsteuerkataster[1]) und das Grundbuch.

Zur gerechten Verteilung der Grundsteuer besteht in jedem politischen Bezirke ein Grundsteuerkataster.[2]) Dieser umfaßt die **Katastralmappe**, das **Parzellenprotokoll** und die **Grundbesitzbogen**.

---

[1]) Kataster stammt von Capitastrum, d. h. Besteuerung eines Ackerfeldes.

[2]) Durch das Gesetz vom 23. Dezember 1817 wurde ein ständiger Kataster eingeführt.

1. Die Katastralmappe.

Jeder Steuerbezirk besteht aus vielen **Steuer-** oder **Katastralgemeinden**, deren Grenzen zuweilen mit denjenigen der Ortsgemeinden zusammenfallen; doch kann eine Ortsgemeinde auch mehrere Steuergemeinden umfassen. Von jeder Steuergemeinde wurden auf Grund genauer Vermessungen **Pläne (Katastralmappen, Gemeindekarten)** angefertigt, in denen alle Grundstücke **(Parzellen)**[1]

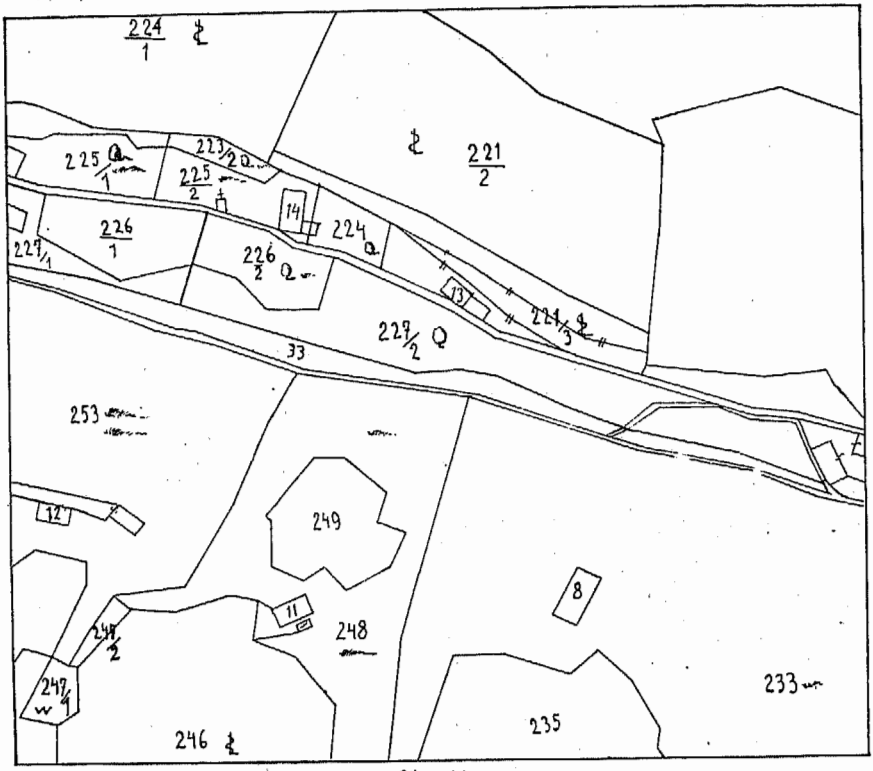


Fig. 41.

genau verzeichnet sind. Fig. 41 zeigt eine genaue Nachzeichnung eines Teiles der Katastralmappe, kurz Mappe, der Katastralgemeinde Tschretten, Ortsgemeinde Schleinitz, Bezirk Marburg. Die Mappen sind infolge des früher geltenden Klaftermaßes im Maßstabe 1 : 2880 gezeichnet[2]. Alle Parzellen, auch diejenigen, welche keinen Ertrag abwerfen, unproduktives Land, wie Flüsse, Wege, Straßen, Felsen, Gletscher u. s. w., sind fortlaufend numeriert **(Parzellennummer)**. Der Grundsteuerkataster wird alle 15 Jahre nachgeprüft (zuletzt 1897). Die neuen veränderten Grenzen werden in die Mappe eingezeichnet[3] und die nicht mehr geltenden mit zwei kurzen roten Strichen durchstrichen **(gelöscht)**.

[1] Parzelle = Teil.

[2] 1 Zoll der Mappe = 2880 Zoll, 1 Quadratzoll der Mappe = 1 Joch in Wirklichkeit.

[3] Genaue lithographisch vervielfältigte Mappenblätter sind um rund 4 K das Stück beim Evidenzhaltungsamt des Grundsteuerkatasters erhältlich.

Bei Grundteilungen (Parzellierungen) erhalten die Teile die alte Parzellennummer in Bruchform. (So wurde die Parzelle 225, Fig. 41, in die Parzellen 225/1 und 225/2 geteilt. Ferner

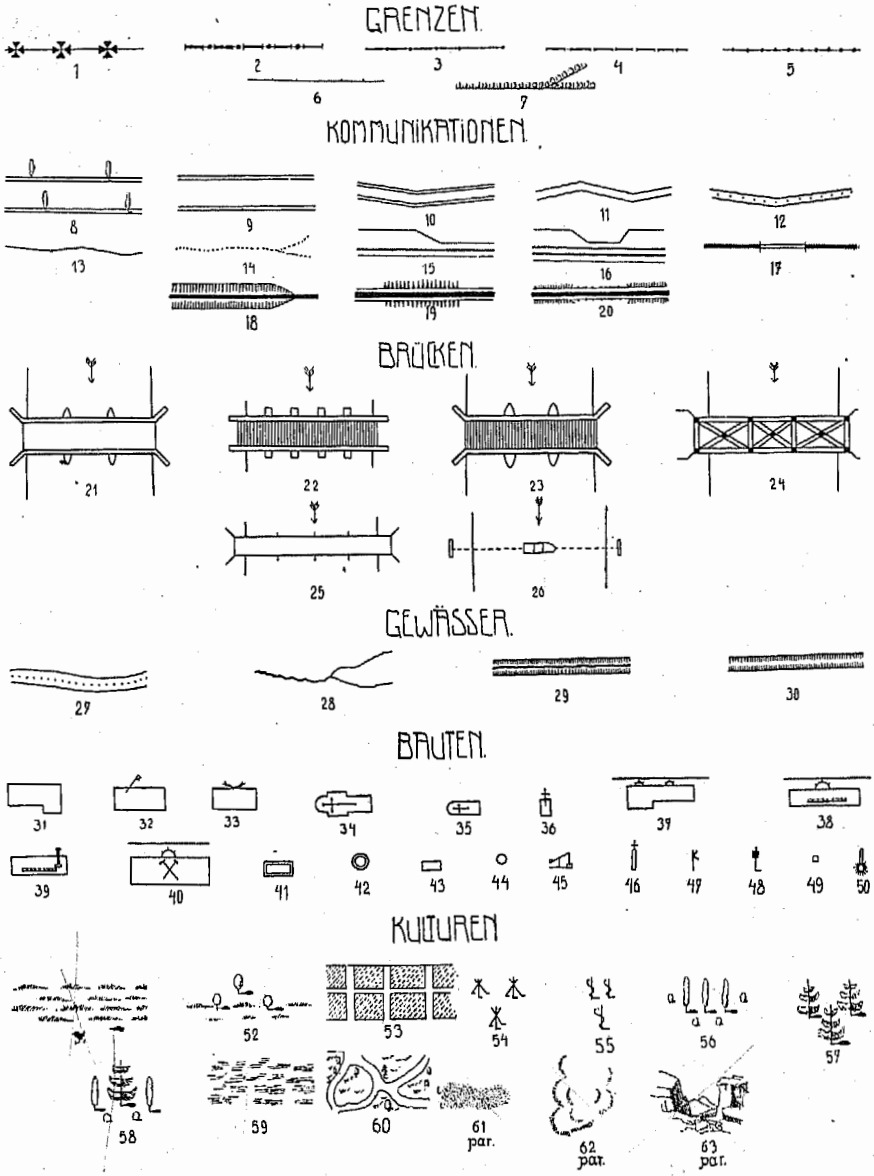


Fig. 42.

sehen wir, daß die Grenzen zwischen den Parzellen 221/2 und 221/3 im Laufe der Zeit zweimal geändert wurden. Auf der Parzelle Nr. 221/3 steht das Haus Nr. 13. Die Hausnummern

sind auf der Mappe ebenfalls ersichtlich.) Für die zeichnerische Ausführung der Mappen gelten die Bestimmungen und Bezeichnungen des Finanzministeriums vom Jahre 1908.[1]):

a) **Grenzen** (Fig. 42): 1. Staatsgrenze,[2]) 2. Landesgrenze, 3. Grenze der politischen Bezirke, 4. Grenze des Steuerbezirkes, 5. Gemeindegrenze, 6. Zaun, 7. Hecke.

b) **Verbindungsmittel (Kommunikationen)**: 8. Straße mit Bäumen, 9. Straße ohne Bäume, 10. Weg mit Graben, 11. Weg ohne Graben, 12. Grenzweg, 13. Saumweg, 14. Fußsteig, 15. eingeleisige Bahn, 16. zweigeleisige Bahn (die schwachen Linien geben die Grenzen des Bahngrundes an), 17. Eisenbahntunnel, 18. Eisenbahneinschnitt, 19. Eisenbahndamm,[3]) 20. Eisenbahnviadukt, 21. steinerne Jochbrücke, 22. hölzerne Jochbrücke, 23. hölzerne Jochbrücke mit steinernen Pfeilern, 24. eiserne Brücke, 25. Steg, 26. Überfuhr.

c) **Gewässer**: 27. Grenzfluß,[4]) 28. Bäche, 29. nasser Graben, 30. trockener Graben.

d) **Baulichkeiten** werden durch ihren Grundriß mit nachstehenden Merkmalen bezeichnet: 31. Privathaus, 32. Gasthaus, 33. Forsthaus, 34. Kirche, 35. und 36. Kapellen, 37. Mahlmühle, 38. Sägemühle (Brettsäge), 39. Dampfsäge, 40. Hammerwerk (Pochwerk), 41. und 42. steinerne Röhrenbrunnen, 43. und 44. hölzerne Röhrenbrunnen, 45. Feldbrunnen, 46. Bildstock, 47. Wegweiser, 48. Wegtafel, 49. Kilometerstein, 50. Grenzsäule.

e) **Kulturen**: Äcker bleiben ohne Bezeichnung,[5]) 51. Wiesen, 52. Obst- und Gemüsegärten (Gemüsegärten hatten früher die Bezeichnung 53), 54. Hopfengärten, 55. Weingärten, 56. Laubwald, 57. Nadelwald, 58. gemischter Wald, 59. Sumpf, 60. Parkanlagen; Hutweiden werden mit w neben der Parzellennummer bezeichnet.

f) **Parifikate** sind solche Grundstücke, welche durch eine andere Benützung der ursprünglichen Verwendung entzogen wurden wie: 61. Sandgrube, 62. Lehmgrube, 63. Steinbruch. Zu den Parifikaten zählen auch: Bleichplätze, Werk- und Lagerplätze, der ganze Bahngrund, Privatwege u. s. w. Parifikate sind durch die Abkürzung par. als solche zu bezeichnen. Grundstücke, die gar keinen Ertrag abwerfen (unproduktives Land), werden mit Ø bezeichnet.

g) **Die Färbung (Kolorierung) der Mappe.** Die Katastermappen werden den neuen Bestimmungen zufolge nicht mehr mit Farbe angelegt (koloriert). Nur folgende Farbenbezeichnungen finden noch Anwendung[6]): Der Bahngrund schwach Neutraltinte; Wege, Straßen, Ortswege und Ortsplätze schwach Sepia mit etwas gebr. Siena[7]), Gewässer Berlinerblau, steinerne Privatgebäude schwach Karmin, öffentliche Gebäude mit etwas satterem Karmin, Holzgebäude Gummigutti. Dieselben oder ähnliche Bezeichnungen werden bei Privat-Lageplänen (Situationsplänen) benützt.

---

[1]) § 165, Abschnitt IV, „Über die Ausfertigung der Mappenblätter".

[2]) Die nähere Bezeichnung der Grenze ist nur auf 4 *cm* Länge und dort anzubringen, wo drei Grenzen oder Straßen oder wo die Grenzlinien die Mappenblätter schneiden.

[3]) Die Bezeichnungen für Hohlwege und Dämme sind nur am Anfange und Ende derselben in einer Länge bis 1·5 *cm* darzustellen.

[4]) Die Flußrichtung ist durch einen Pfeil anzudeuten.

[5]) Die Bezeichnungen der Kulturgattungen sind möglichst neben die betreffende Parzellennummer zu setzen. In großen Parzellen sind die Bezeichnungen an mehreren Stellen anzubringen.

[6]) Sind die zu färbenden Parzellen größer, so werden sie nur an ihrem inneren Rande 5 *mm* breit mit Farbe angelegt.

[7]) Zwischen der Grenzbezeichnung und der Farbenanlage ist ein Zwischenraum von 1 *mm* auszusparen.

2. Die Grundsteuer.

Die Grundsteuer wird (seit dem Jahre 1881) mit 22·7% des Reinertrages, den jedes Grundstück abwirft, bemessen.[1]) Der Reinertrag wird alle 15 Jahre (zuletzt 1897) von einer der Land- und Forstwirtschaft kundigen Bezirksschätzungskommission abgeschätzt. Jede Parzelle wird auf Grund der Abschätzung in eine **Bonitätsklasse**[2]) (Güteklasse) eingereiht. (Siehe die Tabelle XI!)

Steuerfrei sind: Öffentliche Wege, Straßen, Ortsplätze, Kirchenplätze und Anlagen, die bebauten Flächen (**Bauarea**) samt dem zugehörigen Hofraum[3]), Hausgärten bis 180 m^2 Größe und öffentliche Gewässer,[4]) das sind die größeren Bäche und Flüsse (Teiche); Parifikate werden nach dem Steuersatze des umliegenden Grundes bemessen.

3. Das Parzellenprotokoll

ist ein Verzeichnis aller Parzellen einer Steuergemeinde. Es enthält: von jeder Parzelle die Nummer,[5]) den Vor- und Zunamen und den Wohnort des Besitzers (der Besitzer), die Kulturgattung, die Güteklasse, den Flächeninhalt[6]) und den Reinertrag in Gulden und Kreuzern. Jede Gemeinde besitzt ein Parzellenprotokoll.

4. Die Grundbesitzbogen.

Jeder Besitzer bekam im Jahr 1883 einen Grundbesitzbogen. Jetzt können sie nur noch käuflich erworben werden und kosten bis zu 50 Parzellen 1 K. Seite 24 zeigt einen amtlichen Grundbesitzbogen[7]) über einen auf dem Mappenteil Fig. 41 verzeichneten Besitz. Suche die im Grundbesitzbogen verzeichneten Parzellen in der Mappe auf!

5. Das Grundbuch

liegt beim k. k. Grundbuchsamte (k. k. Bezirksgericht) zu jedermanns Einsicht auf. Es gibt über die Eigentumsverhältnisse der Besitzer bezüglich ihrer unbeweglichen Güter und der darauf lastenden Schulden genaue Auskunft. Jeder vorsichtige Gläubiger läßt sich größere Forderungen auf einen unbeweglichen Besitz des Schuldners **„verbüchern"**, d. h. im Grundbuche sicherstellen. Dadurch ist der Gläubiger gegen den Verlust seiner Forderung geschützt, denn der Schuldner kann seinen Besitz nur verkaufen, wenn die Schuld bezahlt (**gelöscht**) oder im Einverständnis mit dem Gläubiger auf den neuen Besitzer **„übertragen"** wird. Jedermann, der

---

[1]) Die Grundsteuer war bis zur Zeit Josef II. sehr ungleichmäßig verteilt. Deshalb beschloß dieser, die Grundsteuer nach dem Ertrage des Grundes zu bemessen.

[2]) Bonität = Bodengüte.

[3]) Insofern er nicht ein Parifikat ist.

[4]) Da Flüsse öffentliches Gut sind, darf niemand ohne behördliche Erlaubnis Uferschutzbauten vornehmen (warum?) oder vom Wasser einen solchen Gebrauch machen, daß andere geschädigt werden könnten.

[5]) Bei Bauparzellen steht auch die Nummer des Hauses.

[6]) Der Flächeninhalt wird auf m^2 abgerundet.

[7]) Die in dem gegebenen Falle nicht vorhandenen Kulturgattungen „Alpen", „Waldungen", „Seen, Sümpfe und Teiche", „unproduktive Flächen" sind weggelassen.

eine Grund- oder eine Bauparzelle (Haus) zu kaufen beabsichtigt, soll erst im Grundbuche über den Besitzer der Parzelle und über die auf derselben lastenden Schulden nachlesen.

Das Grundbuch besteht aus den einzelnen Grundbuchseinlagen. Jeder Besitzer hat eine **Grundbuchseinlage,** die aus drei Blättern besteht.

Blatt A besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil enthält die Aufzählung aller Parzellen, der zweite Teil gibt die Veränderungen an, welche die Parzellen im Laufe der Zeit erlitten haben.

Blatt B ist das Eigentumsblatt, es enthält die Besitzer der unter A aufgezählten Parzellen. Bei Eigentumsübertragungen wird der gewesene Besitzer durch Unterstreichen mit roter Tinte **„gelöscht".**[1]) (Siehe den folgenden Grundbuchsauszug!)

Blatt C enthält die auf den Parzellen haftenden Lasten (Schulden).

Post-Nr. ***11***
Kronland ***Steiermark***
Steuerbezirk ***Marburg***

Zahl der Grundbuchseinlage ***19, 53,***
Gemeinde ***Tschretten***

Grundbesitzbogen.

Haus-Nr. ***10***
Name und Wohnort des Grundbesitzers ***Hallecker Josef in M. Schönberg***

Mitbesitzer .....

Blatt-Nr. der Mappe	Nr. der Parzelle	Bezeichnung des Grundbuchskörpers	Benennung des Riedes	Klasse	Äcker					Wiesen					Gärten					Weingärten					Hutweiden					Bauarea		
					Fläche			Reinertrag		Fläche			Reinertrag		Fläche			Reinertrag		Fläche			Reinertrag		Fläche			Reinertrag				
					ha	a	m²	fl.	kr.	ha	a	m²	fl.	kr.	ha	a	m²	fl.	kr.	ha	a	m²	fl.	kr.	ha	a	m²	fl.	kr.	ha	a	m²
2	18	12	Tschretten																												90
„	14	„																												1	52
„	221/2	„		4																1	00	72	19	25							
„	221/3	„		4											26	99	4	92							1						
„	223/2	„		4											2	60		66													
„	224	„		4											5	64	1	03													
„	225/2	„		4											10	10	1	84													
„	226/2	„		4											11	44	2	00													
„	227/9	„		4											34	53	6	30													
„	248	53		0						72	87	0	65																		
„	249	„		0		17	98	1	33																						
„	247/1	„		5																						3	96	12			
„	247/2	„		7		1	98		08																						

[1]) Wem hat der im Grundbuchsauszug verzeichnete Besitz früher gehört, wann hat Josef Hallecker seinen Besitz erworben?

Grundbuchsauszug. [1]

Zahl der Grundbuchseinlage: 75 **A.** Katastralgemeinde: *Tschretten.*

Gerichtsbezirk: *Marburg a./Dr.*

Postzahl	Katastralzahl	Bezeichnung der Parzelle (Hausnummer, Kulturgattung)	Postzahl	Katastralzahl	Bezeichnung der Parzelle (Hausnummer, Kulturgattung)
1	13	Bauarea, Winzerei Nr. 10.	7	225/2	Garten.
2	14	Bauarea, Wohngebäude Nr. 17.	8	226/2	Acker, Garten[2]
			9	227/2	Wiese, Garten.
3	221/2	Weingarten.	10	248	Wiesen.
4	221/3	Weingarten, Garten	11	249	Acker.
5	223/2	Acker, Garten.		247/1	Hutweide.
6	224	Garten.		247/2	Acker.

A.

Postzahl	Eintragung
1	Präs. 16. Juni 1908, I. Z. 1827.
	Die Kultur der Gp. 226/2 Acker, 227/2 Wiese, 221/3 Weingarten, war in Garten geändert.[2]
2	Präs. 30. November 1909, Z. 3536.
	Auf Grund des Anmeldungsbogens Nr. 6/09 K. G. Tschretten wird die Kulturänderung der Ackerparzelle Nr. 223/2 in Garten ersichtlich gemacht.

B.

Postzahl	Eintragung
1	Präs. 29. Oktober 1878, Z. 9145.
ad 2	Auf Grund des Kaufvertrages vom 21. Oktober 1878 wird das Eigentumsrecht für Paul Postemmer einverleibt.
2	Präs. 25. Mai 1889, Z. 3727.
ad 1	Auf Grund des Kaufvertrages vom 16. Mai 1889 wird das Eigentumsrecht für Josef Hallecker einverleibt.

[1]) Im Grundbuchsamte befinden sich genaue Nachzeichnungen der Mappen. Vergleiche die hier angegebenen Parzellen mit dem Grundbesitzbogen und der Mappe und erkläre auf der Mappe, wie die geteilten Parzellen 221/3, 223/2 u. s. w. entstanden sind! Die hier wiedergegebenen Grundbuchblätter, der Grundbesitzbogen und die Mappe gehören zusammen und sind den tatsächlichen Verhältnissen entnommen.

[2]) Der Evidenzhaltungsgeometer (Evidenz = Augenscheinlichkeit) geht von Zeit zu Zeit in die einzelnen Gemeinden und erkundigt sich beim Gemeindevorsteher nach den vorgenommenen Kulturänderungen; die wahrgenommenen Veränderungen teilt er schriftlich dem Grundbuchsamte mit und dieses trägt die Veränderungen im Grundbuche ein, indem das frühere durch Unterstreichen mit roter Tinte gelöscht wird. Natürlich wird die Eintragung auch im Grundbesitzbogen vorgenommen, weil Kulturänderungen in der Regel auch eine Änderung der Grundsteuer zur Folge haben. Kulturänderungen müssen dem Grundsteueramte angezeigt werden.

C.

Post-zahl	Eintragung	K	h
1	Präs. 15. September 1870, Z. 16323. Auf Grund des Schuldscheines des Jakob und der Theresia Tscheritsch vom 22. August 1870 wird das unbedingte Pfandrecht für das Darlehenskapital pro Achthundert Gulden ö. W. samt 5½% Zins, Stempel, Einbringungskosten und allen sonstigen Verbindlichkeiten zu Gunsten der Gemeindesparkasse in Graz einverleibt.	1600	
2 vide 4, 6	Präs. 6. Oktober 1873, Z. 18155. Auf Grund des Schuldscheines vom 20. September 1873 wird das Pfandrecht für das nach den Bestimmungen des ersten Absatzes des Schuldscheines rückzahlbare Darlehenskapital der Sparkasse der Gemeinde Marburg im Betrage von Vierhundert Gulden, die 6¼% Zinsen, die Prozeß- und Exekutionskosten und für die zur Deckung der anderweitigen Verbindlichkeiten bis zum Höchstbetrage von 60 Gulden gewidmete Kaution einverleibt.	800 120	
3 v. 5 4 ad 2 v. 6	Präs. 20. Juli 1878, Z. 6295. Auf Grund der Erklärung vom 13. April 1878 wird das Pfandrecht für die um ½% erhöhten Zinsen des Darlehenskapitals der Sparkasse der Gemeinde Graz aus dem Schuldschein vom 22. August 1870 per 800 fl. und für die übrigen in den Punkten 2 bis inkl. 4 der Erklärung erhaltenen Verbindlichkeiten zu Gunsten der Sparkasse der Gemeinde in Graz einverleibt und auf Grund der Satzweichungserklärung vom 17. April 1878 der Vorrang der unter o. Z 3 für die Gemeindesparkasse in Graz haftenden Forderung der erhöhten ½% Zinsen samt Anhang aller unter o. Z. 2 haftenden Forderung der Sparkasse der Gemeinde Marburg per 400 fl. s. Anhang angemerkt.		
5 ad 1, 3	Präs. 6. Mai 1898, Z. 975 Auf Grund der Extabulationsquittung [1]) vom 11. Februar 1898 wird die Löschung des Pfandrechtes für die Forderung der Gemeindesparkasse in Graz unter o. Z. 1 u. 3 per 800 fl. s. Anhang einverleibt.		
6 ad 2, 4	Auf Grund der Löschungsquittung vom 5. März 1895 wird die Löschung des Pfandrechtes für die Forderung der Gemeindesparkasse in Marburg unter o. Z. 2 per 400 fl. s. Anhang einverleibt und der unter o. Z. angemerkte Vorrang gelöscht.		

[1]) extabulieren = aus dem Grundbuch streichen, löschen.

III. Der Flächeninhalt des Parallelogramms.

1. Der Flächeninhalt des Rechteckes und des Quadrates.

Aufgabe. Wieviel kostet der Neuanstrich unserer Schultafel, wenn 1 m^2 mit 2 K berechnet wird?

Um diese Aufgabe lösen zu können, müssen wir wissen, wieviel m^2 die Tafel mißt.

Vorübungen. 1. Zeichne in dein Heft ein Quadrat von 1 *cm* Seitenlänge (**Quadratzentimeter** = cm^2), von 1 *dm* Seitenlänge (**Quadratdezimeter** = dm^2)! 2. Zeichne an die Schultafel ein **Quadratmeter** (m^2)! 3. Bezeichne auf dem Schulhofe ein Quadrat von 10 *m* Seitenlänge (**Ar** = *a*), indem du in den Ecken desselben Knaben aufstellst oder Stäbe einsteckst! 4. Bezeichne, wenn möglich, auf einem freien Platze ein Quadrat von 100 *m* Seitenlänge (**Hektar** = *ha*)! 5. Was denkst du dir unter einem **Quadratkilometer** (km^2), einem **Quadratmyriameter** (μm^2)? 6. Schneide ein dm^2 aus Papier und schätze, wieviel dm^2 in dem m^2 an der Schultafel enthalten sind! Miß nach! 7. Zeichne mehrere Quadrate von 1 *cm* Seitenlänge so nebeneinander, daß Rechtecke von 5 (6, 7) *cm* Grundlinie und 3 (4, 6 *cm*) Breite entstehen (Fig. 43)! 8. Setze aus cm^2 Quadrate von 3, 4, 5 *cm* Seitenlänge zusammen! 9. Teile ein Rechteck von 5 *cm* Länge und 3 *cm* Breite in Quadrate von 1 *cm* Seitenlänge und zeige, daß es 5 $cm^2 \times 3$ (3 $cm^2 \times 5$) = 15 cm^2 (Fig. 43) enthält! 10. Teile ein Quadrat von 3, (4, 5) *cm* Seitenlänge und zeige, daß es 3 $cm^2 \times 3 = 9$ cm^2, (4×4 cm^2, 5×5 cm^2) enthält! 12. Zeige, daß ein Rechteck ($l = 2{\cdot}5$ *cm*, $b = 1{\cdot}4$ *cm*) 25×14 mm^2 enthält! 13. Zeige und

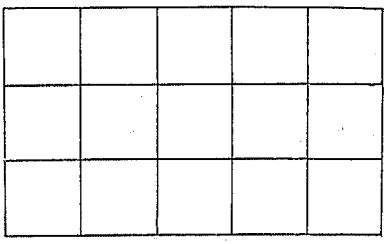


Fig. 43.

Fig. 44.

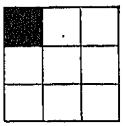


Fig. 45.

Fig. 46.

Merke: 1 $m^2 = 10.10$ $dm^2 = 100$ $dm^2 = 100.100$ $cm^2 = 10.000$ cm^2 $= 1000.1000$ $mm^2 = 1{,}000.000$ mm^2.

1 $dm^2 = 10.10$ $cm^2 = 100$ $cm^2 = 100.100$ $mm^2 = 10.000$ mm^2.

1 $cm^2 = 10.10$ $mm^2 = 100$ mm^2.

1 $a = 100\,m^2$; 1 $ha = 100\,a = 100.100\,m^2 = 10.000\,m^2$; 1 $km^2 = 1000.1000\,m^2 = 1{,}000.000\,m^2$.

1 $\mu m^2 = 10.10$ $km^2 = 100$ km^2.

14. Wie groß ist ein Quadrat über $^1/_2$ *cm* (Fig. 44), über $^3/_2$ *cm* (Fig. 45), über $^1/_4$ *cm* (Fig. 46)? Wieviel mm^2 sind das? ($^1/_2$ *cm*)^2 = $^1/_4$ cm^2, ($^3/_2$ *cm*)^2 = $^9/_4$ cm^2. 15. Konstruiere und berechne Quadrate von $^5/_2$, $^1/_{10}$, 0·2, 0·5 *cm* Seitenlänge!

Merke: 1 $dm^2 = 0{\cdot}01$ m^2, 1 $cm^2 = 0{\cdot}0001$ m^2, 1 $mm^2 = 0{\cdot}000.001$ m^2, 1 $m^2 = 0{\cdot}01$ $a = 0{\cdot}0001$ $ha = 0{\cdot}000.001$ km^2.

Erklärung: Flächen können nur mit Flächen gemessen werden. Die Maßeinheit ist das Quadratmeter, da das *m* die Einheit des Längenmaßes ist. Um den Flächeninhalt einer Fläche zu bestimmen, sollten wir untersuchen, wie oft eine Maßfläche in der zu untersuchenden Fläche enthalten ist. Weil

das wirkliche Ausmessen mühsam und meist ungenau ist, werden **die Flächen berechnet.**[1])

Satz 6. Die Flächenzahl eines Rechteckes wird berechnet, indem man die Zahlen der Länge und Breite miteinander vervielfacht (multipliziert).

Die Berechnungssätze wollen wir kürzer fassen, indem wir annehmen, daß wir unter dem Flächeninhalte stets die Maßzahl des Flächeninhaltes und unter Länge (Breite) stets die Maßzahl der Länge (Breite) verstehen.

Satz 6 a. Der Flächeninhalt eines Rechteckes wird berechnet, indem man die Länge mit der Breite vervielfacht (multipliziert).

$$F = l \times b$$
$$U = 2l + 2b = 2(l + b)$$

Aus dem Begriffe der Division und aus den umgekehrten Schlüssen wie bei Vorübung 12 folgt:

$$l = F : b$$
$$b = F : l$$

Kleide diese Formeln in Worte!

6 b. Der Flächeninhalt eines Quadrates wird berechnet, indem man eine Seite mit sich selbst vervielfacht.

$$F = s.s = s^2$$
$$U = 4.s$$

Für die Quadratseite ergibt sich die Formel:

$$s = \sqrt{F}$$

Aufgaben.

Zur Einübung. Messen und Rechnen. Berechne den Umfang und den Inhalt folgender Flächen:

1. Der Schultafel, der Schultür, einer Bankplatte, einer Fensterscheibe, der Fläche deines Reißbrettes, der Schreibfläche einer Postkarte, eines Papierbogens u. s. w!
2. Bestimme den Inhalt des Türrahmens, des Bilderrahmens!
3. Berechne den Flächeninhalt des Gehweges (Trottoirs), der Fahrstraße vor dem Schulhause!
4. Berechne den Flächeninhalt des Schulganges, des Turnsaales, des rechteckigen Marktplatzes, des rechteckigen Schulhofes, indem du die Ausdehnungen dieser Flächen nach Schritten mißt und diese in Meter umrechnest! Übe dir einen regelmäßigen Schritt ein und bestimme zehn deiner Schritte mit dem Metermaße!
5. Berechne, wieviel *m* Fußleisten (Scheuerleisten) das Schulzimmer hat!
6. Gib an, wieviel m^2 Glas für die Fenster des Schulzimmers nötig sind!
7. Wieviel m^2 Bodenfläche kommt auf jeden Schüler der Klasse?
8. Wieviel m^2 nehmen der Tisch und die Bänke ein?
9. Wieviel m^2 kommen auf die Gänge?
10. Untersuche, ob die Größe der Fenster unseres Schulzimmers den gesetzlichen Anforderungen entspricht! (Die Gesamtfläche der lichten Fensteröffnungen

[1]) Im folgenden werden wir sehen, wann und wie man wirklich mißt.

soll bei vollkommen freier Lage des Schulhauses wenigstens $^1/_6$ und sonst $^1/_4$ der Bodenfläche betragen.)

11. Der Fußboden eines Schulzimmers hat die Abmessungen 9 *m* und 7 *m*. Wie breit muß jedes der 4 Fenster genommen werden, wenn die Lichtfläche $^1/_5$ der Grundfläche betragen soll und die Fenster 2·5 *m* hoch werden?

Preisberechnungen in der Schule.

12. Der Fußboden soll mit heißem Firnis eingelassen werden; wieviel kostet das (1 $m^2 = 24$ h)?

13. Die Wände des Schulzimmers sollen bis zu 1·2 *m* Höhe mit grauer Ölfarbe gestrichen werden; berechne die Kosten[1]) (I, 14)!

14. Die Wände und die Decke erhalten oben 20 *cm* von ihrer Grenzlinie entfernt einen 12 *cm* breiten Abschlußstreifen; wieviel laufende Meter hat der Zimmermaler zu ziehen?

15. Das Schulzimmer soll neu vorgerichtet werden. Berechne die Kosten a) für das Abfärben der Wände und der Decke (I, 8), b) für das Anstreichen der Tür (I, 15), c) für das Streichen der Fenster (I, 15)!

16. Wieviel kostet die Dielung (III, 3 oder 4)?

17. Die Wände der Direktionskanzlei sollen tapeziert werden. Wieviel *m* Borte und wieviel Stück Tapeten sind erforderlich; Türen und Fenster werden für voll gerechnet, da die übrigbleibenden Stücke zum Ausbessern dienen (I, 2)? Wie teuer sind die Tapeten (I, 2 – 4), wenn 1 *m* Borte 12 h kostet? Wie hoch kommt das Ankleben (I, 1)?

18. Die Decke der Direktionskanzlei wird geweißt und erhält Eckstücke und Rosetten; wieviel kostet das (1 $m^2 = 45$ h)?

19. Wieviel kostet das Belegen des Fußbodens mit Linoleum (1 $m^2 = 2{\cdot}4$ K)?

20. Wieviel kostet das Ausmalen der Kanzlei mit einem zweifarbigen Muster (I, 11)?

21. Berechne den Flächeninhalt des Gangfußbodens in dem Stockwerke, in dem du dich befindest! Berechne, was er kostet, a) wenn er mit Dielen (III, 2 oder 3), b) wenn er mit Fliesen belegt ist (IV, 5)!

Das Vorrichten (Renovieren) der Wohnung.

22. Der Vater will das Wohnzimmer neu vorrichten lassen. Berechne die Kosten! a) Die Wände sollen ein zweifarbiges Muster, die Decke Eckstücke und in der Mitte eine Rosette erhalten (I, 11). b) Wie teuer käme das Tapezieren des ganzen Zimmers (I, 5 oder 6)? c) Wieviel kostet das Vorrichten, wenn bloß die Wände tapeziert werden (die Decke wie unter a)? d) Fenster und Türen werden nußbaumfarbig gestrichen, wieviel kostet dies (I, 16)?

23. Berechne die Kosten für das Vorrichten eurer Küche, a) wenn die Wände einfach gespritzt und marmoriert werden (I, 9), b) wenn die Wände mit Leimfarbe gestrichen werden, und zwar die Ecken und Sockel dunkler, die Decke heller als die Wand, die Grenzen der Wände dunkel abliniert (I, 8), c) wenn die

[1]) Der Schüler hat sich die nötigen Angaben selbst zu beschaffen. In den Verzeichnissen am Schlusse des Buches finden sich Durchschnittspreise. Erkundige dich nach den ortsüblichen Preisen und trage sie in das Verzeichnis ein! Die Bezeichnung (I, 14) sagt: Die Angaben finden sich in dem Verzeichnis I unter Nr. 14.

Wände marmoriert und ein Sockel von 1·5 *m* Höhe mit Ölfarbe gestrichen wird (I, 9 und 14)! d) Wieviel kostet das Anstreichen des Fußbodens mit Ölfarbe (I, 17), mit Fußbodenlack (I, 18)?

Zäune.

24. Ein quadratischer Bauplatz ($s = 21\ m$) wird mit einem Staketzaun umgeben. a) Wie lang ist dieser? b) Wieviel Säulen sind erforderlich, wenn dieselben von Mitte zu Mitte gemessen 3 *m* voneinander abstehen? c) Wieviel Stangen werden gebraucht, wenn die einzelnen Staketen 10 *cm* voneinander entfernt sind, jede Säule 3 Latten ersetzt und aus einer Stange 2 Staketen geschnitten werden?

25. Ein Garten (27 *m*, 18 *m*) soll mit Weißdorn umpflanzt werden. In je 3 *m* Abstand werden Pfähle eingeschlagen, die oben und in der Mitte mit Stacheldraht verbunden werden. Ein Pfahl kostet 80 h, 1 *m* Stacheldraht 5 h. Für das Pflanzen des Weißdornes werden einschließlich der Pflanzen 35 h für das laufende Meter gerechnet. Wie teuer kommt die ganze Umzäunung, wenn die $1^1/_2$ *m* breite Eingangstür 12 K kostet?

26. Eine Weide (210 *m*, 150 *m*) soll eine Umzäunung aus 3 Reihen Stacheldraht in Verbindung mit 10 *m* voneinander entfernten hölzernen Standpfosten erhalten. Wieviel kostet die Umzäunung? Preise: 1 *m* Stacheldraht 5 h, 1 Standpfosten 2·4 K, das 3 *m* breite Tor 16 K. Überlege, wie du die Pfosten und das Tor setzen mußt! Mache dir eine kleine Skizze dazu!

Anstreicherarbeiten.

27. Der Hausbesitzer Mann läßt den eisernen Zaun seines Gartens (19·5 *m*, 12 *m*) reinigen und zweimal mit Ölfarbe streichen. Wie teuer ist das laufende Meter, wenn die Rechnung auf 44 K 10 h lautet?

28. Anstreichermeister Klimt hat die Straßenseite eines Hauses (18 *m*, 9 *m*) zweimal mit Ölfarbe zu streichen. Auf welchen Betrag wird die Rechnung lauten, wenn eine Tür (1·5 *m*, 2·8 *m*) und 6 Fenster (2 *m*, 1·2 *m*) in Abzug kommen ($1\ m^2 = 1{\cdot}8$ K)?

Beim Tischler.

29. Tischlermeister Salzer legt in einem Zimmer (8 *m*, 6·2 *m*) einen neuen Fußboden; wie hoch ist seine Forderung (III, 3 und 5)?

30. Tischlermeister Krainz bekommt einen Auftrag auf 12 einfach genagelte Kisten aus $^3/_4$zölligen (2 *cm*) Brettern samt Deckel (1·2 *m*, 70 *cm*, 60 *cm*). a) Wieviel m^2 Bretter braucht er (10% Verschnitt)? b) Wie groß ist der Erzeugungspreis ($1\ m^2$ Bretter = 85 h, Arbeitslohn für eine Kiste 1·2 K)? c) Welchen Betrag fordert der Meister für die Kisten, wenn er 18% Geschäftsunkosten (für die Abnützung der Werkzeuge und Maschinen, Miete der Werkstatt, Steuern u. s. w.) und 15% Verdienst rechnet?

Beim Glasermeister.

31. Glasermeister Krenn rechnet für ein m^2 Fensterglas samt Einsetzen 4·8 K; wieviel kosten demnach folgende Fensterscheiben: 36×40 *cm*, 35×32 *cm*, 80×30 *cm*?

Beim Spengler (Klempner).

32. Ein Spengler deckt ein einfaches Satteldach (doppelt gefalzt) mit verzinktem Eisenblech Nr. 18 (jede Dachseite 12 *m*, 6·4 *m*). Die Blechtafel wird an den Langseiten doppelt, an den Breitseiten einfach gefalzt.[1]) a) Wieviel Tafeln (100 × 65 *cm*) Blech sind erforderlich, wenn durch die Querfälze jede Tafel 2 *cm* kürzer und durch die doppelten Längsfälze jede Tafel 5 *cm* schmäler wird? b) Wie schwer ist das Blech, wenn ein Bund zu 50 *kg* 18 Tafeln enthält? c) Wie teuer ist das ganze Blech (100 *kg* = 58 K)? d) Wieviel kostet die Bedachung (V, 1)? e) Wieviel beträgt mithin der Arbeitslohn und der Verdienst? (Welchen Vorteil hat ein Blechdach vor einem Ziegeldach, vor einem Schieferdach? Erkundige dich ev. beim Spengler!)

33. Spenglermeister Kurz hat für ein Krankenhaus 24 Ofenschirme (120 *cm*, 80 *cm*) zu machen. a) Wieviel Tafeln (100 × 65 *cm*) Eisenblech (Schwarzblech) sind dazu nötig (für Fälze und Umschläge 4%)? b) Wieviel *kg* wiegt das Blech, wenn 1 Bund zu 16 Tafeln 50 *kg* schwer ist? c) Wieviel kostet das Blech (1 *kg* = 40 h)?

34. Eine Schwefelsäurefabrik gibt dem Spenglermeister Michl einen Auftrag über 50 Stück Säurekasten. Diese sind mit 1 *mm* starken Bleiplatten auszukleiden. Die Holzkasten in den Abmessungen l = 25 *cm*, b = 18 *cm*, h = 36 *cm* werden geliefert. Der 2 *cm* starke obere Kastenrand muß ebenfalls bedeckt werden. a) Wieviel m^2 Bleiblech sind zum Ausschlagen notwendig (für die Nähte 4% 1 m^2 = 11·4 *kg*, 100 *kg* = 49 K)? b) Wie hoch beläuft sich die Ausgabe für das Blei?

Maurerarbeiten.

35. Eine Gartenmauer (18 *m*, 1·8 *m*) ist auf beiden Seiten neu verputzt worden; wieviel kostet der Verputz (1 m^2 = 1 K)?

36. Wieviel Material ist erforderlich, um eine Gartenmauer (18 *m*, 2·2 *m*) einen Ziegelstein stark (26 *cm*) aufzuführen? (Man rechnet für 1 m^2 1 Stein starke Mauer ohne Öffnung 100 Stück Ziegel und 770 *l* Mörtel.)

37. Der Hausbesitzer Wagner will seinen rechteckigen Hof (16 *m*, 6 *m*) mit gerieften Pflasterklinkern belegen; wieviel kosten die Steine (auf 1 m^2 gehen 32 Stück, 1000 Stück = 60 K)?

38. Um größere Räume zu teilen, werden häufig Gipsdielen oder Zementdielen eingezogen. Berechne *a*) das Gewicht, *b*) den Preis der Zementdielen für eine Wand, die 6·8 *m* breit und 3·8 *m* hoch ist, für nachstehende Angaben:

Stärke . . . *cm*	5,	7,	10,	16
Gewicht für 1 m^2 *kg*	52,	74,	120,	180
Preis für 1 m^2 K	2·4,	3,	3·6,	5!

Vom Einkaufen.

39. Der Kupferschmied Hans kauft folgende Bleche (Format 125 × 300 *cm*): 4 Tafeln 2 *mm* starkes und 5 Tafeln 1 *mm* starkes Kupferblech, ferner 4 Tafeln 3 *mm* und 1 Tafel $^3/_4$ *mm* starkes Messingblech. *a*) Wieviel *kg* erhält er von jeder Sorte (1 m^2 Kupferblech 2 *mm* stark = 17·8 *kg*, 1 *mm* stark = 8·9 *kg*; 1 m^2 Messingblech bei 3 *mm* Stärke = 25·65 *kg*, $^3/_4$ *mm* = 6·41 *kg*)? *b*) Wie

[1]) Laß dir beim Spengler einen doppelten und einen einfachen Falz zeigen!

hoch stellt sich die Rechnung (100 *kg* Kupferblech = 294 K, 100 *kg* Messingblech = 222 K)? *c*) Wieviel beträgt die Barzahlung bei 3% Skonto?

40. Tischlermeister Zahn erhält vom Holzhändler Füller folgende Lieferung: 4 Stück 24 × 400 *cm* und 6 Stück 30 × 380 *cm* 3 *cm* starke scharfkantige Fichtenbretter per m^2 1·8 K; 5 Stück 32 × 380 *cm* und 8 Stück 26 × 400 *cm* 2 *cm* starke Fichtenbretter per m^2 1·2 K. *a*) Stelle die genaue Rechnung aus! *b*) Quittiere die Rechnung mit 3% Skonto!

41. Der Tischlermeister Baier kauft Furniere, und zwar: zu 2 Kleiderschränken (2 *m*, 1·2 *m*, 55 *cm*) Nußbaumfurniere, zu 4 Tischplatten (60 *cm*, 60 *cm*) Mahagonifurniere. Für Verschnitt rechnet er 5%. *a*) Wieviel hat er im ganzen zu zahlen (1 m^2 Nußbaumfurniere 1·2 K, 1 m^2 Mahagonifurniere 1·8 K)? *b*) Wie groß ist die Barzahlung bei 2% Kassaskonto?

42. Der Glasermeister Bernhardt erhält 4 Kisten (je 20 m^2) Tafelglas, und zwar: 1 Kiste $^{6}/_{60}$ *cm*, 1 Kiste $^{60}/_{57}$ *cm*, 1 Kiste $^{60}/_{54}$ *cm* und 1 Kiste $^{66}/_{60}$ *cm*. Wieviel Scheiben hat jede Kiste?

Verpachtete Grundstücke.

43. Der Landwirt Engel parzelliert ein rechteckiges Grundstück (105 *m*, 65 *m*), das bereits zum Bestellen vorgerichtet ist und verpachtet es an Häusler, das *a* zu 7 K; wieviel Pacht nimmt er ein?

44. Der Landwirt Heiß verpachtet an „kleine Leute" vorgerichtete Kartoffelbeete ($b = 1{\cdot}2\,m$) den Schritt zu 6 h; wie hoch stellt sich der Pacht für 1 *a* (1 Schritt = 75 *cm*)?

45. Ein „Naturheilverein" legt auf einem rechteckigen Grundstücke einen Schrebergarten[1]) an. Das Grundstück wird parallel zur Längsseite in Streifen ($b = 8\,m$) zerlegt. Zwischen je zwei Streifen kommt ein mit Sand bestreuter Weg ($b = 1{\cdot}5\,m$). Im ganzen sind 12 solcher Gartenstreifen. Der Weg zwischen dem 6. und 7. Streifen ist jedoch 4 *m* breit, da dieser Raum zum Abhalten der Gartenfeste benützt wird. Die Längsstreifen werden in Rechtecke ($l = 7\,m$) abgeteilt und zwischen je zwei Parzellen ein Gang ($b = 1{\cdot}5\,m$) angelegt. An der Längsseite des Schrebergartens finden sich 18 solcher Parzellen und zwischen der 9. und 10. wieder ein Hauptgang von 4 *m* Breite. *a*) Zeichne den Plan dieses Gartens (1 : 200)! *b*) Welche Fläche hat das ganze Grundstück? *c*) Wieviel beträgt der Pacht für eine Gartenparzelle (1 $m^2 = 12$ h)? Wieviel Pacht nimmt der Verein für den Garten ein?

45 a. Für einen rechteckigen Garten (80·4 *m*, 50 *m*) wird ein jährlicher Pacht von 80·4 K eingehoben. Wieviel beträgt der Pacht für ein *a*?

Umtausch von Grundstücken.

46. Es kommt nicht selten vor, daß zwei Grundbesitzer der leichteren Bewirtschaftung wegen ihre zerstreut liegenden Grundstücke gegenseitig austauschen. Dabei entstehen zusammenhängende Grundstücke. Diese **Zusammenlegung**

[1]) In unmittelbarer Nähe größerer deutscher Städte finden sich sehr häufig sogenannte Schrebergärten, die von verschiedenen Vereinen angelegt wurden. Diese Gärten sind in viele kleine Parzellen eingeteilt, welche an die einzelnen Vereinsmitglieder verpachtet werden. Diese bestellen zu ihrer Erholung nach Belieben ihre Parzellen und verbringen viele Sonntag-Nachmittage in ihren Gartenanteilen.

(Kommassation) findet unter Mitwirkung der Behörde statt, wenn sie mindestens von der Hälfte der Eigentümer eines Gebietes begehrt wird. Die Zusammenlegung kann auch durch ein Landesgesetz angeordnet werden, um größere Landstriche zweckmäßiger bewässern oder entwässern zu können. Die behördliche Zusammenlegung findet immer auf Grund eines Zusammenlegungsplanes statt, gegen den die Beteiligten binnen 45 Tagen Einwendungen erheben können.

47. Eine rechteckige Wiese (60 *m*, 40 *m*) wird gegen eine andere gleich gute, ebenfalls rechteckige Wiese von 50 *m* Breite umgetauscht; wie lang ist die neue Wiese? Wie lang müßte die neue Wiese sein, wenn sie um 10% besser (schlechter) wäre als die alte?

48. Der Gutsbesitzer Wünsch tauscht seinen Acker von $^3/_4$ *ha* Inhalt gegen einen rechteckigen ebenso guten von 85 *m* Länge um; wie breit ist dieser?

49. Der Landwirt Lecher hat beim Zusammenlegen der Gemarkung statt seines rechteckigen Ackers (35 *m*, 64 *m*) einen anderen rechteckigen Acker von 84 *m* Länge erhalten; wie breit ist er, wenn er um 15% besser ist als der erste?

Graphisches Rechnen. Verwandlung von Rechtecken.

Die Aufgaben 47—49 können wir auch konstruktiv lösen.

50. Löse die Aufgabe 47 auf konstruktivem Wege (Satz 3)!

Lösung. Die neue Wiese sei X *m* lang. Mithin gilt die Inhaltsgleichung $60 \times 40 = 50 \times X$. Aus dieser Inhaltsgleichung lassen sich verschiedene Verhältnisgleichungen machen, z. B. $50 : 60 = 40 : X$; $60 : 50 = X : 40$ u. s. w. Nun zeichnen wir die alte Wiese A B C D im verkleinerten Maßstabe (Fig. 47, 1 : 2000) und konstruieren X als vierte geometrische Proportionale auf Grund des Satzes 3. In Fig. 47 ist $X = 2{\cdot}4$ *cm*.

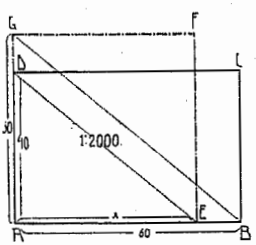


Fig. 47.

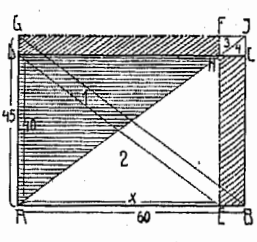


Fig. 48. 1:2000.

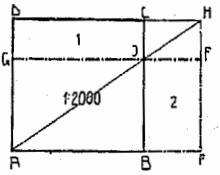


Fig. 49.

Mit Rücksicht auf den gewählten Maßstab 1 : 2000 ist die zu suchende Länge $2{\cdot}4\ cm \times 2000 = 48\ m$. Das Rechteck A B C D ist inhaltsgleich mit dem Rechteck A E F G. Führe die Konstruktion noch einmal durch, wähle aber den Maßstab 1 : 1000 (1 : 500)! In Fig. 47 ist $X = \frac{60.40}{50}$. (Zeichnendes Dividieren.)

51. Wie lang müßte die neue Wiese sein, wenn sie um 10% besser wäre?

Lösung. Wenn die neue Wiese um 10% besser ist, dann muß sie, um den gleichen Ertrag wie die alte zu liefern, um 10% kleiner sein. Der Inhalt der neuen Wiese ist mithin 90% von $50 . X\ m^2$, das ist $50 . X . \frac{9}{10}\ m^2 = 45 . X\ m^2$. Mithin ist die Inhaltsgleichung $60\ m . 40\ m = 45\ m . X\ m$ zu lösen; $45 : 60 = 40 : X$ oder $60 : 45 = X : 40$ u. s. w. (Fig. 48.) Das Rechteck A B C D = dem Rechtecke A E F G. Weil das (schraffierte) $\triangle 1 \cong \triangle 2$, so folgt:

$DHFG = EBCH$; (Ergänzungsrechtecke). $\triangle 1 \backsim \triangle 3$; $\triangle 3 \cong \triangle 4$. Das große Rechteck $ABJG$ besteht also aus den deckbaren Dreiecken 1 u. 2, 3 u. 4 und aus den inhaltsgleichen Rechtecken (Ergänzungsrechtecken) $DHFG$ und $EBCH$. Diese Konstruktion gilt allgemein. Daraus folgt

Satz 7.* Zieht man in einem Rechtecke durch irgend einen Punkt der Ecklinie Parallele zu den beiden Seiten, so sind die beiden Rechtecke (Ergänzungsrechtecke), durch welche die Ecklinie nicht geht, inhaltsgleich.

52. Löse die Aufg. 50 und 51 mit Benützung des Satzes 7 (vergl. die Aufg. 53)!

53. Bei einer behördlichen Zusammenlegung erhält der Landwirt Schmidt für ein quadratisches Ackerstück ($s = 35\,m$) ein rechteckiges von gleicher Güte ($l = 50\,m$); wie breit ist es?

Lösung mit Hilfe des Satzes 7 (Fig 49). Vom Quadrate wurde das Rechteck 1 abgeschnitten und das inhaltsgleiche Rechteck 2 hinzugefügt. $AB = 35\,m$ (im Maßstab 1 : 2000), $AE = 50\,m$, die Ecklinie AH liefert im Schnitte mit der Quadratseite CB den gewünschten Punkt J. $GF \parallel AE$. BJ mißt $12^1/_4\,mm$; das neue Ackerstück ist also $12^1/_4\,mm \,.\, 2000 = 24{\cdot}5\,m$ breit. Beachte, daß bei inhaltsgleichen Rechtecken die Breite kleiner werden muß, wenn die Länge größer wird und umgekehrt!

Löse Aufgabe 53 so wie Aufgabe 50! Führe Aufgabe 53 im Maßstabe 1 : 1000 (1 : 500) durch!

54. Verwandle ein Quadrat in ein inhaltsgleiches Rechteck, dessen Länge sich zur Quadratseite wie 5 : 4 (3 : 2, 2 : 3) verhält!

Grundteilungen.

55. Der Landwirt Müller gibt jedem verheirateten Arbeiter seines Gutes ein 5 a großes rechteckiges Ackerstück von 25 *m* Breite zur eigenen Benützung; wie lang ist ein solches Ackerstück? Im nächsten Jahre mißt Müller die Arbeiterparzellen auf einem anderen Felde ab und macht sie 45 *m* lang; wie breit ist nun eine Parzelle?

56. Auf einem Gute des Grafen L. wird jeder der 12 ansässigen Arbeiterfamilien 4 a Kartoffelland zugeteilt. Dieses wird von einem 85 *m* breiten Grundstücke parallel zur Breitseite abgeschnitten; wie breit wird ein solcher Ackerteil?

57. In der Mitte eines quadratischen Gartens ($s = 42\,m$) soll ein Quadrat abgesteckt werden, das $^1/_9$ von dem Inhalte des ganzen Gartens beträgt; wie lang ist die Seite des kleinen Quadrates zu nehmen (1 : 100)?

Gekaufte Grundstücke.

58. Ein rechteckiges Feld (240 *m*, 160 *m*, 1 a = 22 K) verzinst sich mit $4^1/_4\,\%$; wie groß ist der Reingewinn?

59. Der Grundbesitzer Pohl verkauft von einem rechteckigen Grundstück (148·6 *m*, 84·8 *m*) einen quadratischen Bauplatz ($s = 18\,m$); wieviel bleibt ihm übrig?

60. Eine sehr gute zweischürige Feldwiese liefert durchschnittlich jährlich 50 *q* Heu auf 1 *ha*. Landwirt Maier kauft eine solche Wiese (130·5 *m*, 82 *m*, 1 a = 20 K). a) Wieviel zahlt Maier für die Wiese? b) Wie groß ist der jährliche Futterertrag? c) Welchen Wert besitzt dieses Heu zu den ortsüblichen Preisen?

61. Der Hausbesitzer Kiffmann kauft zur Vergrößerung seines Gartens von dem dahinter gelegenen Grundstücke 5 a. Das zugekaufte Stück soll dieselbe Breite haben wie der Garten, nämlich 32 *m*; wie lang ist das zugekaufte Stück?

Vom Pflastern.

62. Berechne den Preis des Pflasters im Schulvorhause (IV, 5 oder 6)! Berechne nach den Angaben der Tabelle IV die Kosten für das Vorhauspflaster deines Wohnhauses!

63. Miß die Straße von deiner Wohnung zur Schule (den Marktplatz) in Schritten und berechne, wieviel die Pflasterung mit Granitwürfeln kosten würde (IV, 12)!

64. Wieviel würde die Asphaltierung des Gehweges vor dem Schulhause (IV, 8 und 11), wieviel die Asphaltierung der Straße vor dem Schulhause (IV, 9 und 10) kosten?

65. Bei einem Neubau ist der Gehweg vor dem Hause (16 *m*, 2·5 *m*) mit Asphalt zu belegen; berechne die Kosten (IV, 8 und 11)!

66. Wieviel gebrannte Tonfliesen (20/20 *cm*) sind zum Belegen eines rechteckigen Vorhauses (6·2 *m*, 3·8 *m*) nötig? Wieviel kostet dies (IV, 5)?

67. A läßt seinen Pferdestall (16·4 *m*, 11·6 *m*) mit Bruchsteinen pflastern; berechne die Kosten (1 $m^2 = 2{\cdot}4$ K)!

68. Eine Hausflur (12·5 *m*, 4·3 *m*) soll mit Holzwürfeln von 15 *cm* Länge gepflastert werden; wieviel Würfel sind dazu erforderlich?

69. Eine Waschküche (4·8 *m*, 4·75 *m*) ist mit einem Pflaster aus liegenden Ziegelsteinen zu versehen. In der Ecke steht ein Waschkessel, dessen Mauerwerk 0·98 *m* lang und 0·85 *m* breit ist. Wieviel m^2 Bodenfläche hat die Waschküche? Wie teuer ist das Ziegelpflaster (IV, 1)?

70. Gastwirt Maier will seine Veranda (14·5 *m*, 3·4 *m*) mit Tonfliesen (20/20 *cm*) pflastern lassen. Wieviel Fliesen sind dazu erforderlich? Wieviel kostet der Fußbodenbelag (IV, 5)? Wie teuer käme ein Zementfußboden (IV, 4)? Welcher Fußboden ist zweckmäßiger?

Festigkeit.

71. Welchen Druck kann ein gemauerter quadratischer Pfeiler (s = 30 *cm*) aufnehmen (1 $cm^2 = 5$ *kg*)?

72. Welche Last kann ein quadratischer Stab aus Kiefernholz von 70 *mm* Dicke mit Sicherheit tragen (1 $cm^2 = 60$ *kg*)?

73 Welche Last kann eine gußeiserne Stange von rechteckigem Querschnitte (24 *mm*, 10 *mm*) mit Sicherheit tragen (1 $cm^2 = 250$ *kg*)?

74. Wie groß muß der Querschnitt einer schmiedeeisernen Stange sein, wenn sie 8400 *kg* mit Sicherheit tragen soll (1 $cm^2 = 1000$ *kg*)? Zeichne verschiedene rechteckige Querschnitte, welche dieser Aufgabe entsprechen!

75. Ein Dachstuhl übt an seinem unteren Ende einen horizontalen Schub von 8400 *kg* aus, welcher durch eine schmiedeeiserne Querstange **(Schließe)**, die bis zur gegenüberliegenden Hauptmauer geht, aufgehoben wird. (Hauptschließe. Lasse dir bei einem Neubau die Schließen zeigen und erklären!) Wie groß muß der Querschnitt der Schließe sein (1 $cm^2 = 1000$ *kg*)? Zeichne Rechtecke, welche den Inhalt dieses Querschnittes haben!

Bauplätze.

76. Auf einem alten Bauplane ist die Länge des Hauses mit 9 Klaftern, 2 Fuß und 10 Zoll, die Breite mit 6 Klaftern, 4 Fuß und 5 Zoll angegeben; wieviel m^2 mißt die bebaute Fläche (IX)?

77. A kauft einen quadratischen Bauplatz von 300 Quadratklaftern,[1]) wieviel m mißt eine Seite des Bauplatzes (IX)?

78. Der Baumeister Man kauft eine rechteckige Wiese von 650 Quadratklaftern für 10.000 K, um Baustellen daraus zu machen. *a*) Wieviel kostet 1 m^2 (IX)? *b*) Wie tief ist das Grundstück, da die an der Straße gelegene Seite 50·4 m mißt?

79. Baumeister Schimm kauft einen rechteckigen Baugrund (16 m, 22 m), 1 Quadratklafter zu 18 K; wieviel kostet der Bauplatz (IX)?

80. A kauft eine Baustelle (27 m, 90 m) um 3620 K. Später verkauft er dieselbe, das m^2 mit 2 K. *a*) Wieviel hat er beim Verkaufe verdient? *b*) Die Baustelle blieb $1^1/_2$ Jahre lang unbenützt liegen. Zu wieviel % hat sich das im Bauplatze angelegte Kapital verzinst?

81. M und N kaufen je einen 4 *a* großen Bauplatz, und zwar M einen rechteckigen von 25 m Länge und N einen quadratischen. Wieviel m ist der Zaun des M länger als der des N? Untersuche auch andere Rechtecke, die mit einem Quadrate inhaltsgleich sind, bezüglich ihres Umfanges!

Merke: Unter allen Rechtecken von demselben Inhalte hat das gleichseitige (Quadrat) den kleinsten Umfang.

Die Anlage landwirtschaftlicher Gebäude.

82. Der Grundbesitzer Zopf will einen neuen Pferdestall für 12 Acker- und 2 Kutschpferde bauen. Für ein Pferd rechnet man 3·1 m Standlänge und 1·4 m Standbreite. Der Düngergang wird 2 m breit. Für die Häckselkammer werden für ein Pferd 0·5 m^2 gerechnet. Wie groß wird die bebaute Fläche *a*) bei einreihiger, *b*) bei zweireihiger Aufstellung? (Berücksichtige auch die 50 cm starke Mauer!) *c*) Zeichne den Plan (Grundriß) mit den einzelnen Ständen und der Häckselkammer! *d*) Welcher Bau ist billiger? Wie hoch kommt der Stall in jedem Falle (X, 6 oder 7)?

83. Der Landwirt Stumpfe will einen Stall für 16 Kühe, 2 Zugochsen und 4 Kälber bauen. Die Standlänge für ein Stück Großvieh beträgt 2·4 m, die Standbreite 1·3 m; der Mistgang wird 1·4 m breit. Ein Absatzkalb erfordert 1·6 m^2 Bodenfläche und die Futterkammer für ein Stück Großvieh 0·6 m^2. *a*) Wähle die Aufteilung der Stände so, daß die bebaute Fläche möglichst klein ist und zeichne den Plan des Stalles (1 : 100; die Mauern seien 50 cm stark)! *b*) Wieviel kostet dieser Stall (X, 8 oder 9)?

Vom Häuserbauen und von der Kapitalsanlage.

84. Schlossermeister Stut kauft einen 732 m^2 großen rechteckigen Bauplatz, dessen Straßenfront 24 m beträgt. *a*) Wie breit ist der Platz? *b*) Stut baut auf seinem Platze ein einstöckiges Wohnhaus (16 m, 12 m); wieviel kostet dies (X, 3 oder 4)? *c*) Im Hofe läßt Stut eine Werkstatt von 116 m^2 bebauter

[1]) Im praktischen Leben wird die Größe von Bauplätzen meist noch in Klaftern angegeben. Wie mag das kommen? (Mappe.)

Fläche aufführen. Welche Breite hat sie, wenn die Front 12·4 *m* lang gebaut wird? *d*) Die Werkstätte erhält ein Pultdach (doppeltes Ziegeldach) mit 50 *cm* Vorsprung. Wie groß ist die Dachfläche und wieviel kostet das Dach (1 m^2 bebaute Fläche hat ein Pultdach von 1·23 m^2, dazu kommt noch der 50 *cm* breite Dachvorsprung; V, 4)? *e*) Stut läßt seine Werkstätte mit Klinkern pflastern. Wieviel sind dazu nötig, wenn auf 1 m^2 32 Stück gerechnet werden? (Beachte, daß die Mauer überall 50 *cm* stark ist!) Wie teuer sind die Klinker, wenn 1000 Stück samt Fuhrlohn 52 K kosten? *f*) Wie teuer käme ein liegendes, ein stehendes Ziegelpflaster (IV, 1 und 2), ein Betonfußboden (IV, 4), ein gestampfter Lehmboden (IV, 7)?

85. Kaufmann Binder in Reichenberg erwarb eine rechteckige Wiese als Bauplatz (18·6 *m* 28·4 *m*). *a*) Wieviel kostet dieser (1 $m^2 = 8$ K)? *b*) Binder hat diesen Bauplatz durch 3 Jahre unbenützt liegen lassen. Mittlerweile ist der Wert eines m^2 auf 12 K gestiegen. Wieviel hat Binder durch diese Steigerung gewonnen? *c*) Dieser Gewinn vermindert sich, weil das im Baugrunde angelegte (investierte) Kapital 5% Zinsen getragen hätte. Wieviel beträgt also der tatsächliche Gewinn? *d*) Dieser Gewinn verringert sich ferner noch durch die Grundsteuer, welche Binder zahlen mußte. Wieviel beträgt diese, wenn das Grundstück im 2. Klassifikationsdistrikte liegt und der III. Bonitätsklasse angehört (XI)? Wie groß ist also der tatsächliche Gewinn und zu wieviel % hat sich das Anlagekapital verzinst? *e*) Binder bebaut das Grundstück mit einem zweistöckigen Vordergebäude (18·6 *m*, 12 *m*) und einem einstöckigen Hinterhaus (18·6 *m*, 9 *m*). Wieviel kostet der ganze Bau (X. 5 und 4)? *f*) Wie groß ist der Hofraum? *g*) Der Hof wird mit Klinkern gepflastert. Wieviel kostet die Pflasterung (IV, 3)? *h*) Welchen Wert hat der ganze Besitz? *i*) Die ersten 10 Jahre ist das Haus von der staatlichen Hauszinssteuer befreit und es sind bloß die der Hauszinssteuer entsprechenden Umlagen zu zahlen. Wieviel Hauszins muß der Besitz des Binder nach der „steuerfreien" Zeit jährlich abwerfen, wenn sich das angelegte Kapital zu 4% verzinsen soll, da 45% des Hauszinses für Steuern, Umlagen, Instandhaltung, Feuerversicherung, Jauchen- und Aschenabfuhr u. s. w. in Abzug zu bringen sind?

Fig. 50.

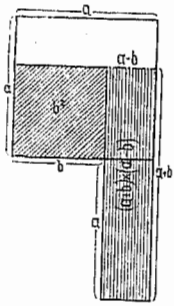


Fig. 51.

Geometrische Aufgaben.

86. Um wieviel nimmt der Inhalt eines Quadrates ($s = 2\,(a)$ *cm*) zu, wenn man zwei aneinander stoßende Seiten um 1 *cm* (um *b*) verlängert (Fig. 50)? **Veranschaulichung der Formel** $(a + b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$.

87. Zeichne ein Quadrat, das 4mal, 9mal so groß ist als ein gegebenes! (Beachte, daß $2^2 = 4$, $3^2 = 9$!)

88. Bestimme den Unterschied zweier Quadrate mit den Seiten a und b! (Fig. 51) **Veranschaulichung der Formel** $a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$. Anwendung: $52^2 - 48^2 = (52 + 48)\,(52 - 48) = 100 . 4 = 400$; $342^2 - 218^2 = 560 . 124$.

2. Schmückendes Zeichnen.

Flächenmuster aus Kreisen auf Grundlage eines geometrischen Netzes. Dem Flächenmuster in Nr. 1, Fig. 52, liegt ein Quadratnetz zu Grunde. 1. Verwende Nr. 1 zu einem Fußbodenmuster, indem du eine passende Randverzierung dazu entwirfst! 2. Benütze das Vierkreismotiv zu einem Bande! 3. Entwirf andere Flächenmuster auf Grund eines Dreieck-, eines Sechseckнetzes!

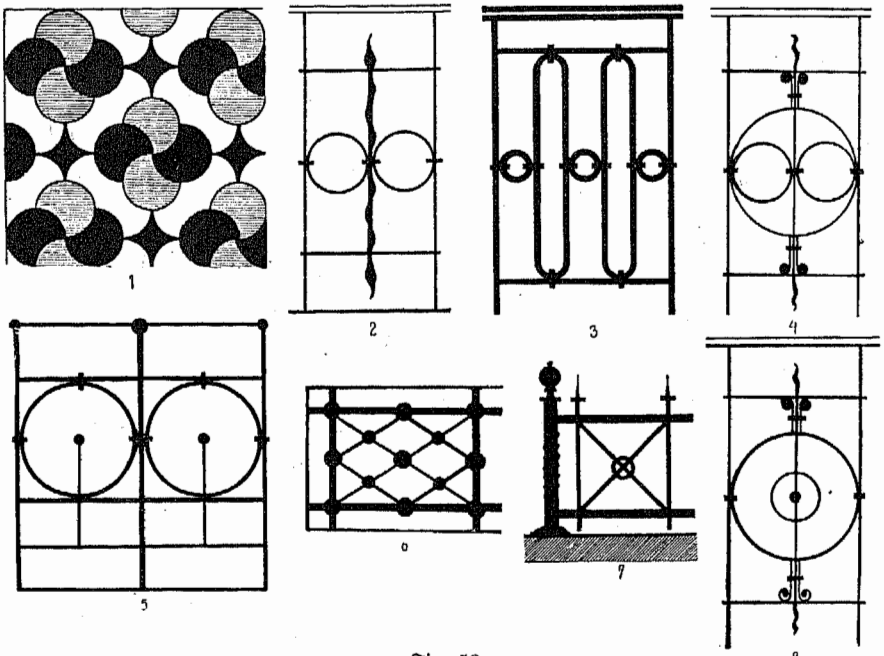


Fig. 52.

Geländer aus Eisen. Zeige an den Geländermotiven der Nrn. 2—8, Fig. 52, die Binder, welche die einzelnen Eisenstäbe zusammenhalten! Die Stäbe in Nr. 6 und 7 sind durch Nieten miteinander verbunden. 1. Entwirf mit Benützung der gegebenen Motive Zäune und Geländer und zeichne dazu passende Eckſäulen (Nr. 7)! 2. Entwirf ähnliche Motive!

3. Der Flächeninhalt des schiefwinkligen Parallelogramms.

Das Messen mit dem Flächenplanimeter (der graphische Flächenzähler).

Aufgaben. 1. Das Schiefeck ABCE, Fig. 53, sei eine Wiesenparzelle aus der Katastermappe. Wie groß ist die Parzelle?

Lösung. Der Flächeninhalt der einzelnen Parzellen der Mappe wird oft durch wirkliches Ausmessen mit einem **Flächenplanimeter (graphischer Flächenzähler, Schätzquadrate, Glasplanimeter)** ermittelt.[1]) Dieser besteht aus einer Glas- oder Zelluloidplatte, die mit einem

[1]) Auch die selbständigen Feldmesser (Zivilgeometer) bestimmen den Flächeninhalt der kleineren Parzellen sehr häufig mit einem Planimeter.

Netz kleiner Quadrate bedeckt ist (Fig. 53). Diese Quadrate sind so bemessen, daß jedes eine bestimmte Fläche, z. B. ein Joch, ein Ar, vorstellt. Man kann somit aus dem Plane den Flächeninhalt unmittelbar ablesen. Einzelne Teile werden abgeschätzt Fertige dir ein Flächenplanimeter aus Pauspapier an, indem du dieses mit einem Millimeternetz überziehst (Fig. 53)! Miß damit das Schiefeck in Fig. 53; einzelne Teile kannst du schätzen! Ergebnis: Ein Streifen hat 31 mm^2, es sind $14^1/_2$ Streifen. Die wirkliche Fläche ist mithin[1]) $= 31 mm^2 . 14^1/_2 . 2880 . 2880 = 31 mm^2 . 14^1/_2 . 2880^2 = 3685478400 mm^2 = 3685{\cdot}47\ m^2 = 3685\ m^2$.[2])

Zeichne Schiefecke und miß sie mit deinem Flächenzähler! Da sich rechteckige Flächen besser messen lassen, verwandeln wir das Schiefeck in ein Rechteck, Fig. 53; $\triangle 1' \cong \triangle 1$; siehe auch Fig. 54!

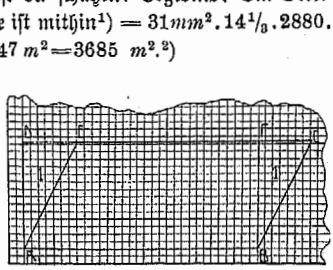


Fig. 53. 1:2800.

Zeige an einem Papiermodell (Fig. 55), daß die beiden Parallelogramme ABDC und ABFE inhaltsgleich sind, indem du das linke Parallelogramm nach Fig. 55 in gleichbreite Streifen zerschneidest und aus diesen das rechte Parallelogramm zusammenstellst! BG = AH = HJ; AG = BK.

Merke:

Satz 8. Parallelogramme von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe sind einander gleich.

Fig. 54.

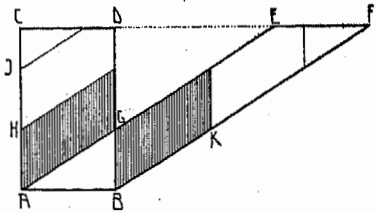


Fig. 55.

Satz 8 a. Der Flächeninhalt eines Parallelogramms wird berechnet, indem man die Grundlinie mit der Höhe vervielfacht (multipliziert).[3])

Formeln: $F = g . h$ $\qquad g = \frac{F}{h}$ $\qquad h = \frac{F}{g}$

Vom Grundbuch, von der Grundsteuer, von Kauf- und Löschgebühren, verbücherte Schulden.

2. Der Grundbesitzer Holzer in Grottau, Bezirk Reichenberg, besitzt die an der Straße gelegene schiefeckige Wiesenparzelle Nr. 76 ($g = 180\ m$, $h = 120\ m$, $\sphericalangle \alpha = 60^0$, Längsseite an der Straße). Zeichne den Plan 1 : 2000! Wieviel beträgt die Grundsteuer (XI. 1. Klassifikationsdistrikt, III. Bonität, Grundsteuer $22{\cdot}7\,\%$ des Reinertrages)? Wieviel beträgt die Gesamtsteuer des Holzer für die Parzelle Nr. 76 ($95\,\%$ Fondszuschläge, $60\,\%$ Gemeindeumlagen)?

[1]) Wenn eine Seite des Schätzquadrates 1 mm mißt, so ist die wirkliche Fläche $2880\ mm^2 . 2880 = 2880^2\ mm^2$.

[2]) In der Praxis werden Grundstücke in der Regel nur auf m^2 genau gemessen.

[3]) Die Sätze 6 *a* und 6 *b* sind im Satze 8 *a* enthalten und mithin jetzt entbehrlich.

3. Um die Parzelle leichter als Baugrund verkaufen zu können, verwandelt er dieselbe im Einverständnis mit seinen Nachbaren in ein Rechteck von gleicher Grundlinie und Höhe. Führe die Grenzänderung in deinem Plane durch!

4. Holzer verkauft einen rechteckigen Streifen von 30 *m* Straßenfront an den Privatmann Fuchs. Wieviel löst Holzer für den verkauften Grund (1 $m^2 = 1{\cdot}8$ K)? Zeichne die Parzelle Nr. 76/2 des Fuchs in deinen Plan ein! Wieviel Grundsteuer hat Holzer jetzt zu zahlen? Die Parzelle Nr. 72/2 wird im Grundbuche auf den neuen Besitzer Fuchs übertragen. Dafür hat dieser zu zahlen: 1. Urkundenstempel für den Kaufvertrag (VII, 10). 2. Notariatsgebühr für den Kaufvertrag 20 K. 3. Notariats- oder Advokatengebühr für das Gesuch um Eintragung ins Grundbuch 12 K. 4. Stempel für das Gesuch (VII, 9). 5. Übertragungsgebühr (VII, 3). Wieviel betragen die Kaufgebühren des Fuchs? Gleichzeitig läßt Holzer von dem Erlöse des Grundverkaufes die auf seiner Parzelle lastende Forderung der Gemeindesparkasse in Grottau von 3000 K löschen. Berechne die „Löschgebühren" (1. Advokaten- oder Notariatsgebühr für das Gesuch um Löschung der Forderung der Grottauer Gemeindesparkasse 12 K, 2. Gesuchsstempel (VII, 8), 3. Quittungsstempel nach Skala II über die gelöschte Forderung von 3000 K)!

5. Fuchs baut auf seiner Parzelle ein einstöckiges Wohnhaus (14 *m*, 12 *m*) mit einem 4 *m* breiten Vorgarten. Zeichne das Haus in deinen Plan ein! Wieviel kostet das Haus (X, 4)? Der Hofraum wird 8 *m* breit. Zeichne ihn in deinen Plan ein! Der übrige Teil des Grundstückes wird zur Anlage eines Obstgartens benützt. Wieviel beträgt die Grundsteuer für denselben (1. Klassifikationsdistrikt, III. Bonität. Die bebaute Fläche samt Hof und Vorgarten ist als „Bauarea" steuerfrei.)? Das reine Zinserträgnis des erbauten Hauses hat Fuchs mit 540 K einbekannt; wieviel hat er die ersten zehn Jahre, wieviel nach Ablauf der 10 steuerfreien Jahre an Gebäudesteuer (Hauszinssteuer) zu zahlen? (In den ersten 10 Jahren sind bloß die Umlagen von der 14% betragenden (Aufg. 2 d. Abschn.) Hauszinssteuer zu zahlen. Die Hauszinssteuer wird vom einbekannten reinen Hauszinse, die Umlagen werden von der Hauszinssteuer berechnet.)

6. Wieviel Abgaben hat Fuchs nach Ablauf der 10 „steuerfreien" Jahre für seinen ganzen Besitz zu entrichten?

7. Fuchs hat auf seinen Besitz 8000 K von der Grottauer Gemeindesparkasse als 1. Hypothek aufgenommen. Wieviel Kosten verursacht die grundbücherliche Sicherstellung (Gesuchsstempel VII, 8, Intabulationsgebühr VII, 7, den Schuldschein schreibt die Sparkasse)?

Enteignung[1]) (Expropriation). Der Schätzungswert der Grundstücke.

8. Die Wiesenparzelle Nr. 48 (62·8 *a*) des Grundbesitzers Schimm in Meidling (Bezirk Wien) hat 2 Parallelseiten. Durch die Wiese wird eine Bezirksstraße so geführt, daß die Parallelseiten schief geschnitten werden. Die Länge der

[1]) Auf Grund des § 365 a. b. G. b. kann ein Besitzer zum Verkaufe seines Eigentums gezwungen werden, wenn es das allgemeine Beste erfordert, z. B. zu Straßen-, Wasser-, Eisenbahnbau, zur Erweiterung von Gassen, für Festungsbauten, im Interesse der öffentlichen Gesundheit u. dgl. Die Enteignung kann nicht allein von der Staatsverwaltung, sondern auch von Gemeinden, Gesellschaften und anderen Privatpersonen auf Grund der bestehenden Gesetze gefordert werden. Dem Enteigneten (Expropriierten) gebührt in jedem Falle eine angemessene Entschädigung.

Straße innerhalb der Wiese beträgt 54 *m*, die Breite einschließlich der beiden Gräben 8 *m*. *a*) Wieviel Grundsteuer zahlt Schimm für seine Wiese (XI, 3. Klassifikationsdistrikt, II. Bonität)? *b*) Wie groß ist die enteignete Parzelle Nr. 48/2? *c*) Wieviel bekommt Schimm für das enteignete Stück, wenn die Enteignungskommission als **Schätzungswert die siebzigfache Grundsteuer**[1]) annimmt? *d*) Wieviel Grundsteuer zahlt nun Schimm für die ihm verbleibende Parzelle Nr. 48/1?

9. Eine Eisenbahn durchschneidet einen trapezförmigen Acker schief zu den zwei Parallelseiten. a) Wie groß ist die enteignete Fläche, wenn eine Längsseite des Bahnkörpers innerhalb der Wiese 132 *m* mißt und die Sohle des Bahnkörpers 6·5 *m* breit ist? b) Wieviel Grundsteuer hat die Bahnverwaltung für dieses Stück zu zahlen, wenn ein Hektar des Ackers nach dem Grundsteuerkataster 20 fl. Reinertrag abwirft? c) Die Gemeinde, in welcher das Bahnstück liegt, besitzt 62% Landesumlagen, 18% Bezirks- und 45% Gemeindeumlagen. Wieviel betragen die Umlagen für dieses Stück des Bahnkörpers und wieviel Steuer zahlt die Bahn im ganzen für das Bahnstück? (Der Bahngrund wird als Parifikat nach demselben Steuersatze wie die angrenzenden Grundstücke besteuert.) d) Die Bahnverwaltung zahlt dem Besitzer für das enteignete Grundstück die 80fache staatliche Grundsteuer. Wieviel beträgt die Entschädigungssumme?

Konstruktionsaufgaben.

10. Zeige, daß Satz 7 für alle Parallelogramme gilt!

11. Von einem Schiefeck (Fig. 56) wurde das schraffierte Stück abgeschnitten. Füge oben ein inhaltsgleiches Stück an! (Verwandlung eines Schiefeckes in ein inhaltsgleiches mit kleinerer Grundlinie, Satz 7.)

12. Zeichne ein Parallelogramm, das der Summe zweier gegebener Parallelogramme gleich ist! Anleitung: Verwandle zunächst das eine gegebene Parallelogramm so, daß es dieselbe Grundlinie wie das zweite hat! Das zu suchende Parallelogramm hat die gleiche Grundlinie und seine Höhe ist gleich der Summe der Höhen der beiden gegebenen Parallelogramme.

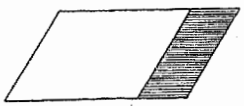


Fig. 56.

4. Schmückendes Zeichnen. Die Spirale (Federlinie) und die Schneckenlinie.

Handarbeit. 1. Wickle einen Streifen steifes Papier um den Finger und lasse ihn dann los! Der losgelassene Streifen zeigt eine **Spirale**. 2. Binde eine Kugel an einen Faden und versetze ihn so in Schwung, daß er sich um den Finger wickelt! Der Weg der Kugel ist eine Spirale. 3. Wickle einen Faden auf einen runden Bleistift, befestige am freien Ende die Spitze eines Bleistiftes und wickle nun zeichnend ab! Diese Darstellungen zeigen, daß die einzelnen Windungen der Spirale parallel sind wie bei einer Uhrfeder.

Konstruktionen. Die Spirale in Fig. 57 setzt sich aus Halbkreisen zusammen, die abwechselnd aus 1 und 2 beschrieben werden. Die Spirale in Fig. 58 besteht aus Viertelkreisen, die in Fig. 59 aus Achtelkreisen. Die Achtelkreise werden abwechselnd aus den Punkten 1, 2, 3 u. s. w. beschrieben. Der erste Achtelkreis hat den Halbmesser 1, 8.

Die **Schneckenlinie** (Fig. 60 und 61) wird nach außen zu gleichmäßig weiter (Tellerschnecke). Fig. 60 setzt sich aus Halbkreisen zusammen, die abwechselnd aus den Punkten 1, 2, 3 u. s. w. beschrieben werden. Die Punkte 1, 2, 3.... haben den gleichen Abstand voneinander.

[1]) Das ist bei behördlichen Schätzungen die gewöhnliche Annahme.

Je größer dieser angenommen wird, um so rascher erweitert sich die Schneckenlinie. Fig. 61 ist aus Viertelkreisen zusammengesetzt. Im Auge der Spirale steht ein Quadrat über Eck, dessen

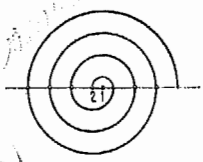


Fig. 57.

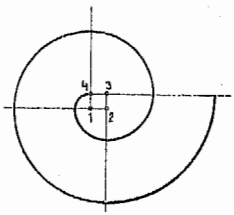


Fig. 58.

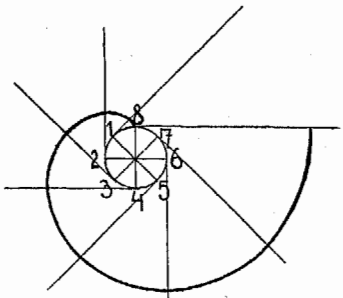


Fig. 59.

Mittellinien, wie die Figur zeigt, in je 6 Teile zerlegt werden. Der Zirkel setzt in 1 ein und zieht vom Scheitelpunkte des Auges bis zur Wagrechten aus 1, setzt dann in 2 ein und zieht bis zur Senkrechten aus 2 u. s. w.

Anwendung. Spiralen und Schneckenlinien[1]) finden vielfach Anwendung. Sie kommen vor bei **Stützen** Fig. 62, Nr. 2 und 4, bei **Trägern** Fig. 62, Nr. 1 und 3, bei **Füllungen** Fig. 84, Nr. 1 und 2; sie dienen ferner zum **Verbinden** an Geländern (Nr. 3 und 4, Fig. 84) und eisernen Toren (Fig. 98). Die Spirale drückt mithin ein Stützen, Tragen und Verbinden

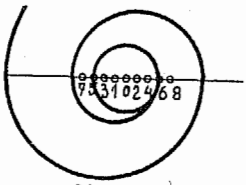


Fig. 60.

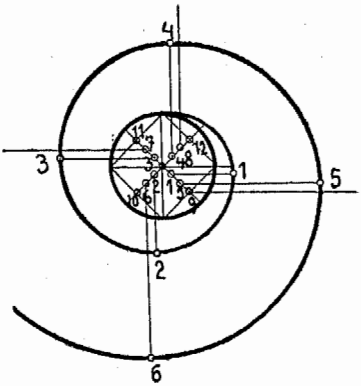


Fig. 61.

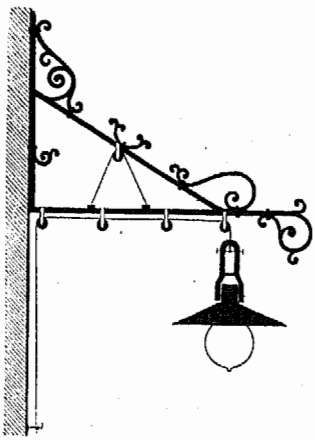


Fig. 62, Nr. 1.

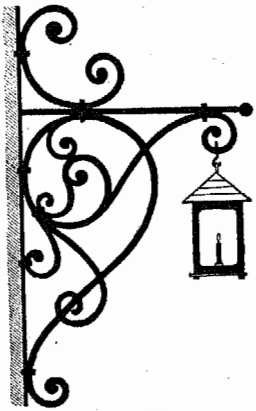


Fig. 62, Nr. 2.

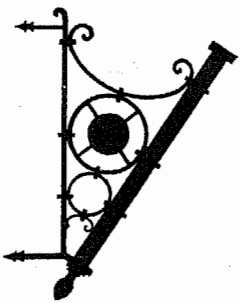


Fig. 62, Nr. 3.

[1]) Man heißt nicht selten auch die Schneckenlinie Spirale. Außer den hier angegebenen Konstruktionen gibt es auch noch andere.

aus. Sie ist der Ausdruck der federnden Spannkraft, der Frische, der Elastizität, darum ist die Spirale auch die wichtigste Verzierung der Metalltechnik. Kein zweites Ziermotiv ist so brauchbar wie die Spirale, deshalb finden wir sie bereits bei den alten Griechen in mannigfachster Verwendung (Jonische Säule, Bekrönungen, Henkel von Vasen, als gemaltes Ornament u. s. w.).

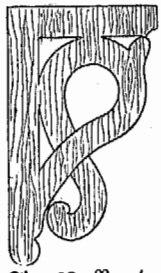


Fig. 62, Nr. 4.

1. Schneide Spiralen in verschiedener Größe aus Zeichenpapier und benütze sie zu Entwürfen! (Vergl. I. T., S. 39.) Entwirf nach den Beispielen Nr. 1, 2 und 4, Fig. 62, Träger für Firmatafeln, Beleuchtungskörper, Balkonstützen, Konsolen u. s. w.! 3. Entwirf nach dem Beispiele Nr. 3 andere Fahnenträger!

IV. Der Flächeninhalt des Dreieckes.

Vorübungen. 1. Verwandle verschiedene Papierdreiecke nach den Beispielen der Fig. 63—65 in inhaltsgleiche Rechtecke! 2. Ergänze verschiedene Dreiecke nach den Beispielen der Fig. 66—67 zu Parallelogrammen! Drücke das Gefundene in Worten aus!

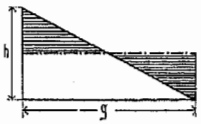


Fig. 63.

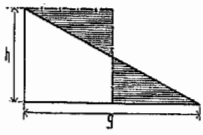


Fig. 64.

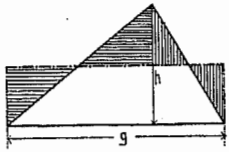


Fig. 65.

Merke: Satz 9. Jedes Dreieck ist die Hälfte eines Rechteckes von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe.

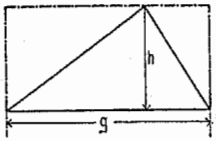


Fig. 66.

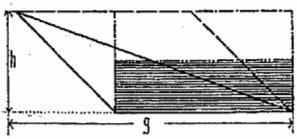


Fig. 67.

Satz 9 a. Der Flächeninhalt eines Dreieckes ist gleich dem halben Produkte aus Grundlinie und Höhe.

Satz 9 b. Der Flächeninhalt eines Dreieckes bleibt ungeändert, wenn man seine Spitze auf einer Parallelen zur Grundlinie verschiebt (Fig. 67a).

$$F = \frac{g \cdot h}{2} = g \cdot \frac{h}{2} = \frac{g}{2} \cdot h;$$

daraus folgt durch einfache Schlüsse

$$g = \frac{2F}{h}; \qquad h = \frac{2F}{g}.$$

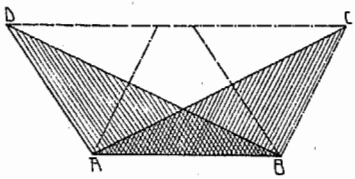


Fig. 67a.

Aufgaben.

Zur Einübung, Messen. 1. Berechne den Flächeninhalt deiner Zeichendreiecke, des Tafeldreieckes, indem du der Reihe nach jede Seite als Grundlinie wählst! Prüfe die Genauigkeit deiner Messung, indem du bestimmst, wieviel Prozent der Fehler beträgt! (Ist der Fehler nicht größer als 1%, so ist die Messung brauchbar.) Als wirklichen Flächeninhalt nimm den Durchschnitt der drei gefundenen Werte!

2. Zeichne deine Dreiecke im verkleinerten Maßstabe und berechne diese Figuren; bestimme aus der gefundenen Zahl mit Beachtung des gewählten Maßstabes den wirklichen Flächeninhalt! Vergleiche damit die unmittelbar gefundenen Ergebnisse![1])

3. Zeichne verschiedene Dreiecke an die Tafel und in das Heft und verfahre mit ihnen wie in Aufgabe 1 und 2!

Mittelbare Berechnung des Flächeninhaltes.

4. Drei geradlinig sich kreuzende Wege schließen eine Waldparzelle ein. Der Flächeninhalt derselben ist zu bestimmen. Da die Dreieckshöhe wegen des dichten Waldes nicht gemessen werden kann, so mißt man längs der Wege zwei Seiten (120 *m* und 80 *m*) und den von ihnen eingeschlossenen Winkel (78°) (1 : 1000). **Nimm bei allen mittelbaren Inhaltsbestimmungen den Durchschnitt aus mehreren Berechnungen, indem du jedesmal auf eine andere Weise die Berechnung vornimmst!**

5. Ein dreieckiger Acker, der an die Straße grenzt, wird vermessen. Die Seite längs der Straße mißt 130 *m*. Von den beiden Endpunkten dieser Strecke erscheint der dritte Eckpunkt unter Winkeln von 45° und 62°; wie groß ist der Acker?

6. Drei Straßen von 120 *m*, 80 *m* und 90 *m* Länge schließen ein Häuserdreieck ein; wie groß ist die bebaute Fläche?

Meßtischaufnahmen (Polarmethode oder Rayonieren und Messen).

7. Ein viereckiges, nahezu wagrechtes Grundstück ist mit dem Meßtisch aufzunehmen und sein Inhalt zu berechnen!

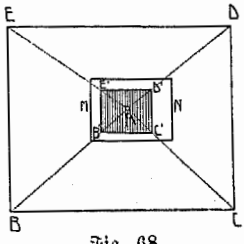


Fig. 68.

Bemerkung. Der praktische Feldmesser berechnet den Inhalt eines rechteckigen Grundstückes (Fig. 68) nicht in der Weise, daß er Grundlinie und Höhe mißt, denn er müßte erst alle Seiten und Winkel messen, um sich zu überzeugen, ob das vorliegende Grundstück wirklich die Form eines Rechteckes hat. In der Folge wollen wir jene praktischen Meßmethoden kennen lernen, die sich mit unserem Meßapparat von jedem Schüler ausführen lassen. **Nimm nach den hier gegebenen Beispielen selbst Messungen im „Gelände" vor!**

Anleitung. Stelle die Stützplatte des Meßapparates mit Hilfe der Meßplatte genau wagrecht, bespanne die Rückseite der letzteren mit einem Blatt Papier und schraube sie (Fig. 27 d) auf die Stützplatte (Meßtisch, Fig. 30)! Ziehe von einem bei-

[1]) Inhaltsbestimmungen nach einer verkleinerten Zeichnung sind sehr wichtig. Auf diesem Wege werden die meisten Parzellen der Mappen berechnet, selbst bei Grundverkäufen wird diese Art der Flächenbestimmung öfters benützt.

läufig in der Mitte gelegenen Punkte A des Zeichenblattes (Fig. 68) mit Hilfe des Ziellineals (Fig. 27 f) Linien (**Rayons**) nach den durch Fluchtstäbe bestimmten Ecken des Grundstückes[1]) Lote den Punkt A des Meßtisches auf den Erdboden und bezeichne ihn durch einen Pflock! Zum Herabloten verwendet der Feldmesser eine **Lotgabel**[2]) (Fig. 69 und 30). Hilf dir mit einem gewöhnlichen Lote und einem Maßstabe! Miß[3]) die Entfernung des herabgeloteten Punktes von den einzelnen Eckpunkten und trage die Entfernungen im verjüngten Maßstabe von A aus auf den zugehörigen „Rayons" auf! Die erhaltene Figur B′C′D′E′ (Fig. 68) ist der Figur BCDE im Gelände ähnlich. An der Meßtischfigur ist nun zu ersehen, welche Gestalt das Grundstück hat. Berechne dieses nach Satz 6 a oder 9 a! (Bei der Inhaltsbestimmung berechne entweder zuerst die wirklichen Strecken und dann den Inhalt oder erst den Inhalt der Meßtischfläche und dann die wirkliche Fläche! Diese Art der Meßtischaufnahmen von einem Punkte aus heißt „Rayonieren und Messen".

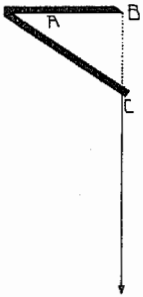


Fig. 69.

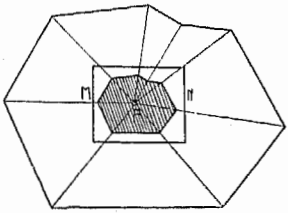


Fig. 70. 1:1000.

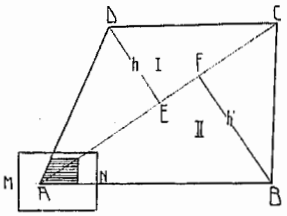


Fig. 71. 1:1000.

8. Nimm den Schulhof, irgend ein annähernd wagrechtes Grundstück durch „Rayonieren und Messen" auf! Wähle zur Prüfung für die Genauigkeit deiner Arbeit abwechselnd einen im Innern gelegenen Punkt (Fig. 70), einen Eckpunkt (Fig. 71) oder einen beliebigen Seitenpunkt als Aufstellungspunkt!

Verwandlung von Dreiecken und Vielecken.

Erklärung: Um die Berechnung der aufgenommenen Grundstücke zu vereinfachen, verwandeln wir die einzelnen Teildreiecke einer Figur, so daß sie bei gleichem Inhalte gleiche Höhe haben. Solche Dreiecke lassen sich zu einem Dreiecke zusammenlegen.

9. Verwandle die in Fig. 71 im Maßstabe 1 : 1000 gezeichnete Parzelle in ein Dreieck und berechne dieses!

Lösung a. Wir verwandeln das △ II in Fig. 71 so, daß es die kleinere Höhe h (Fig. 72) hat. △ABC = △AED; wir haben vom gegebenen Dreieck ABC das

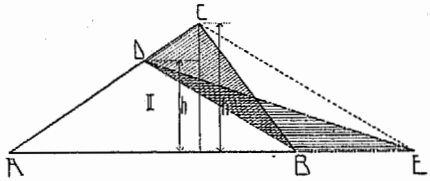


Fig. 72.

[1]) In der Sprache der Feldmesser ausgedrückt: „Wirf von A nach den Eckpunkten B, C, D und E Rayons"!

[2]) Wesentlich ist, daß ∢ABC = 90° ist.

[3]) Der Feldmesser benützt häufig anstatt des Ziellineals eine **„Kippregel"** (Fig. 30). Diese besteht aus einem Lineal, das anstatt der Zieler ein Fernrohr trägt, mit dessen Hilfe sich auch Höhenwinkel messen lassen. Das Fernrohr ist in der Regel zugleich ein Entfernungsmesser (Tachymeter).

△ BDC abgeschnitten und auf Grund des Satzes 9 b das inhaltsgleiche △ BDE hinzugefügt. Die gemeinsame Grundlinie ist hier und bei ähnlichen Aufgaben schwach gezeichnet. Beide Dreiecke der Fig. 71 haben nun die gleiche Höhe, deshalb können sie zu einem Dreiecke zusammengelegt werden. Wie? In Fig. 73 wurden die beiden Dreiecke der Fig. 71 zusammengelegt, nachdem △ I der Fig. 71 so verwandelt wurde, daß es die größere Höhe h hat. △ ABC (Fig. 73) = △ EBD. △ II (Fig. 73) ≅ △ II (Fig. 71). △ EFD ist mithin gleich dem Vierecke ABCD in Fig. 71; berechne nun unter Beachtung des gegebenen Maßstabes seinen Inhalt!

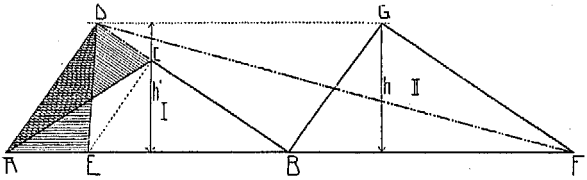


Fig. 73. 1:1000.

Verwandle und berechne auf die angegebene Weise das Viereck in Fig. 71, indem du die Zerlegung nach der Ecklinie BD vornimmst! Vergleiche die gefundenen Ergebnisse miteinander!

Lösung b. Einfacher gestaltet sich die Lösung der 9. Aufgabe, wenn wir das Viereck unmittelbar in ein Dreieck verwandeln (Fig. 74). Wir schneiden vom Viereck das △ BCD ab und fügen dafür das inhaltsgleiche △ DBE hinzu[1]) (Satz 9 b).

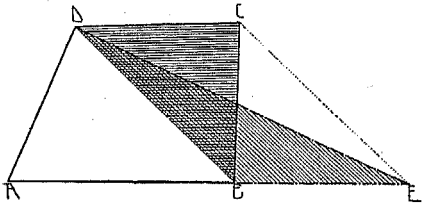


Fig. 74. 1:1000.

10. Das Vieleck in Fig. 70 sei ein im Maßstabe 1:1000 dargestelltes Grundstück. Berechne seinen Inhalt, indem du es nach Lösung b, Aufg. 9, in ein Dreieck verwandelst!

Lösung Fig. 75. Verwandle das Achteck zuerst in ein Siebeneck, indem du das Dreieck mit der Ecke 1 abschneidest! Aus dem Siebeneck mache ein Sechseck u. s. w.! Die Ziffern bezeichnen die Reihenfolge, in welcher die „Abschnitte" erfolgten; die neuen Vieleckseiten sind schwach ausgezogen, die Hilfslinien sind nicht nötig; es genügen die Schnittpunkte mit der Grundlinie. Verwandle das

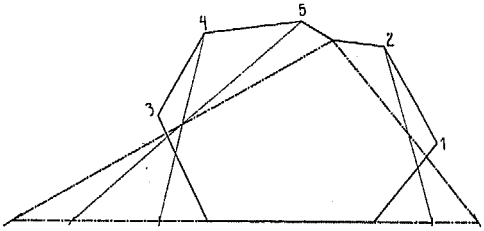
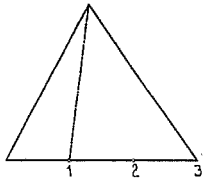


Fig. 75.



1:2000.
Fig. 76.

Vieleck in Fig. 75, indem du eine andere Seite als Grundlinie wählst! Vergleiche die erhaltenen Rechnungsergebnisse miteinander!

---

[1]) Diese Art der Inhaltsberechnung wird bei den Parzellenberechnungen für den Grundsteuerkataster viel benützt.

Kulturänderungen, Vermessungsgebühren, Grundteilungen, Verlegen und Vereinfachen der Grenzen.

11. Landwirt Holm nimmt auf seiner dreieckigen Wiesenparzelle Nr. 78 (Fig. 76) eine Kulturänderung vor, indem er $^1/_3$ der Wiese in Acker verwandelt. Zeichne die Grenzlinie in den Plan ein!

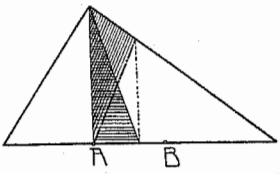


Fig. 77. 1:2800.

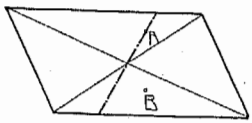


Fig. 78. 1:2500.

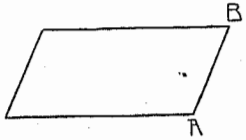


Fig. 79. 1:1500.

Merke: Jeder Teilung auf dem Felde muß eine Teilung auf dem Papiere vorausgehen. Das Ergebnis wird dann auf das Feld übertragen.

12. Für diese Kulturänderung muß Holm Vermessungs- und Umschreibgebühr[1]) zahlen; wieviel beträgt sie (VII, 15 und 16)? Wieviel beträgt die Erhöhung der Grundsteuer (XI, Bezirk Wien, 4, V)?

13. Der Landwirt Stumpfe macht die Hälfte seiner dreieckigen Wiesenparzelle (Fig. 77) zu Ackerland. Der Zufuhr wegen muß die Grenzlinie bei A beginnen. Zeichne die Grenzlinie in den Plan ein, berechne die Vermessungsgebühren (VII, 15 und 16) und die Herabsetzung der Grundsteuer (XI, Bezirk Reichenberg, 1, III)! Lege die Grenze durch B!

14. Zwei Brüder erben die in Fig. 78 verzeichnete schiefeckige Wiesenparzelle zu gleichen Teilen. Sie zerlegen die Parzelle durch Grenzsteine geradlinig so, daß die Grenze durch die Quelle A geht. Führe die Teilung durch! Lege die Grenze durch B!

Merke: Die Gerade, welche durch den Mittelpunkt eines Parallelogrammes geht, halbiert dieses.

15. Der Häusler Schiffner verkauft von seiner in Fig. 79 verzeichneten Gartenparzelle parallel zu A B einen Streifen von 4 a Inhalt. Wie breit wird der Streifen? Zeichne die Grenzlinie ein!

16. Der Grundbesitzer Mach verkauft von seinem dreieckigen Acker (Fig. 80) eine 800 m^2 große Bauparzelle mit der 40 m langen Straßenseite A D. Wie ist die Grenze abzustecken?

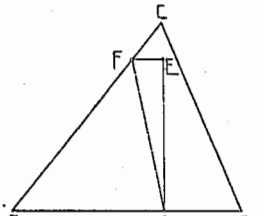


Fig. 80. 1:2000.

Lösung. $h = \frac{2 \cdot 800}{40} = 40\ m$. Errichte mit dem Winkelkreuze $DE \perp AB$ und $EF \perp DE$; $DE = 40\ m$. Schneide eine Bauparzelle von 300 m^2 ab!

[1]) Der Evidenzhaltungsgeometer vermißt zum Zwecke der Mappenberichtigung und der Steuerbemessung nachträglich die Kulturänderung. Siehe die zweite Fußnote S. 25.

17. Die Besitzer der beiden Grundstücke I und II (Fig. 81) wollen, daß ihre geradlinige Grenze B C in A beginnt.[1]) Führe die Grenzverlegung durch! Lösung. Wir schneiden △ A B C vom Grundstücke II ab und geben das inhaltsgleiche △ A C E dazu (Satz 9 b). Verschiebe die alte Grenze so, daß sie in D beginnt!

Merke: Es empfiehlt sich, die zu verlegende Grenze im Gelände zu vermessen und in einem möglichst großen Maßstabe zu zeichnen (kartieren). Die Grenze wird zunächst in der Zeichnung verlegt (reguliert). Die neue Grenze wird nach der Zeichnung in das Gelände übertragen.

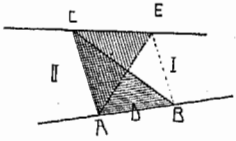


Fig. 81.

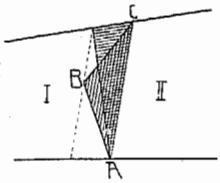


Fig. 82.

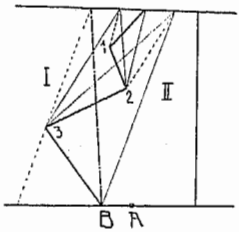


Fig. 83.

18. Die gebrochenen Grenzen in Fig. 82 und 83 sind geradezulegen, ohne daß an der Größe der beiden Grundstücke etwas geändert wird.

19. Beginne die Geradlegung der gebrochenen Grenze in Fig. 83 mit dem Punkte 3 und verschiebe die neue Grenze so, daß sie in A anfängt! Beginne mit dem Punkte A, indem du zuerst △ A B 3 abschneidest!

20. Die gebrochene Grenze zwischen den Parzellen Nr. 226/2 und Nr. 227/2, Fig. 41, ist geradzulegen.

Von Dächern.

21. Das Zeltdach eines achtseitigen Turmes besteht aus 8 gleichschenkligen Dreiecken ($g = 2{\cdot}4\ m$, $h = 8{\cdot}5\ m$). Dieses Dach wird mit Kupfer gedeckt; wieviel kostet die Bedachung ($1\ m^2 = 12$ K)?

22. Die 2 dreieckigen Flächen eines Walmdaches ($g = 14{\cdot}4\ m$, $h = 10\ m$ werden mit verzinktem Eisenblech gedeckt. Wieviel kostet die Bedachung (V, 1)?

Dachgiebel- und Treppenverschalungen.

23. Die Giebelseite eines Holzhauses mit Satteldach soll neu verschalt werden. (Gesamthöhe $= 13{\cdot}5\ m$, Traufenhöhe $= 8{\cdot}2\ m$, Hausbreite $= 14\ m$.) In Abzug kommen 6 Fenster ($1\ m$, $2\ m$). a) Wie teuer kommt die Verschalung ($1\ m^2 = 5$ K)? b) Wieviel kostet der Ölanstrich des Giebels (I, 17)?

24. Der westliche Giebel eines Holzhauses mit Satteldach soll mit Schiefer bekleidet werden. (Firsthöhe $= 14{\cdot}5\ m$, Traufenhöhe $= 10{\cdot}3\ m$, Hausbreite $= 13{\cdot}75\ m$). In Abzug kommen 6 Fenster ($1{\cdot}8\ m$, $1\ m$). Wieviel kostet die Verkleidung (V, 6)?

25. Ein Treppenverschlag hat die Form eines Dreieckes ($g = 5{\cdot}2\ m$, $h = 3{\cdot}6\ m$); wie teuer kommt dieser Verschlag ($1\ m^2 = 6{\cdot}5$ K)?

[1]) Grenzverschiebungen und Geradlegungen von Grenzen werden aus verschiedenen praktischen Gründen vorgenommen, wie leichtere Bewirtschaftung, günstigere Parzellierung, bessere Zufahrt u. s. w.

Von der Bestellung des Feldes.

26. Berechne den Preis für die Düngung einer dreieckigen Ackerfläche ($g = 140{\cdot}5\ m$, $h = 80{\cdot}2\ m$) nach folgenden der Erfahrung entnommenen Angaben: 1 *ha* Roggen erfordert 320 *q*, 1 *ha* Kartoffeln 480 *q*, 1 *ha* Raps 700 *q* Stalldünger. *a*) Wieviel Fuhren Dünger à 20 *q* erfordert in jedem Falle das Feld? *b*) Welchen Wert hat dieser Dünger zu den ortsüblichen Preisen?

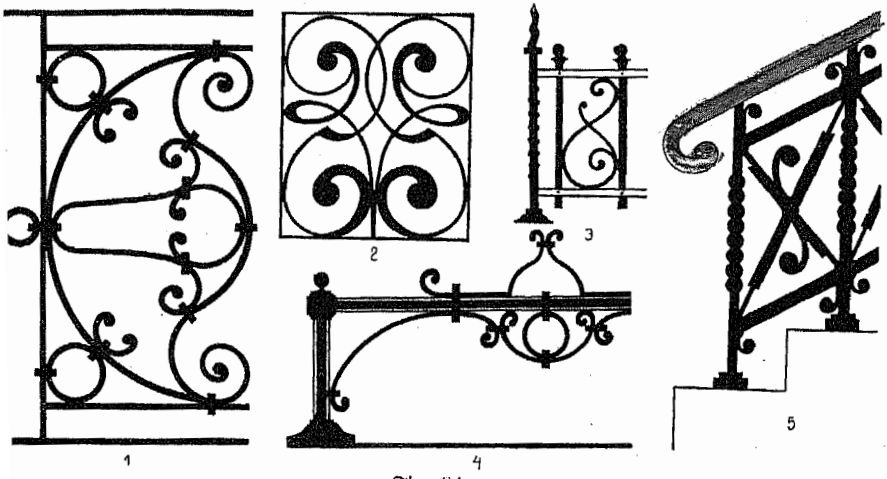


Fig. 84.

) Ein Wagen fährt täglich 10 Fuhren und diese werden von einem Arbeiter in nem Tage ausgebreitet. Jeder Gespanntag kostet 11 K, dazu kommt noch der rtsübliche Lohn für den Arbeiter, welcher den Dünger auflader und für den rbeiter, welcher den Dünger ausbreitet. Wie groß sind durchschnittlich die)üngkosten für 1 *ha* bei Anbau von Roggen, Kartoffeln, Raps? Nach der)üngung wird der Acker gepflügt und geeggt. Welche Zeit erfordert *a*) das flügen (VI, 3), *b*) das Eggen (VI, 5)? Wieviel kostet dem Landmanne diese rbeit (1 Gespanntag zu 11 K)? Wieviel kostet 1 *ha* Pflügen und Eggen? erechne nach den von dir ermittelten Durchschnittszahlen die Bestellungskosten r Felder deines Wohnortes!

Schmückendes Zeichnen. Die Nr. 1 und 2, Fig. 84, zeigen eiserne Füllungen r Fenster und Haustüren. Welchen Zweck haben sie? Entwirf nach den gegebenen ‘ustern andere Füllungen! Wo finden die verschiedenen Geländer Nr. 3—5 Anendung? Entwirf selbst Geländer!

V. Der Flächeninhalt des Trapezes und des unregelmäßigen Vieleckes.

Aufgabe. 1. Ein Mansardenzimmer wird mit einem einfärbigen Muster sgemalt. Der rechteckige Fußboden des Zimmers hat die Abmessung 4·5 *m* d 4 *m*, die Decke jedoch 4 *m* und 2·75 *m*. Die Abmessungen der beiden

abgeschrägten Wände sind aus Fig. 85 ersichtlich. *a*) Zeichne die vier Wände (1 : 100)! *b*) Wieviel kostet das Ausmalen (I, 10)?

Lösung. Um den Flächeninhalt der abgeschrägten Wände zu berechnen, zerlegen wir dieselben in je ein Rechteck und ein Trapez (Fig. 85). Berechne den Flächeninhalt des Trapezes, indem du dasselbe nach Fig. 86 in ein flächengleiches Rechteck oder nach Fig. 87 in ein flächengleiches Dreieck verwandelst! EF (Fig. 86) ist die Mittellinie des Trapezes (Satz 2 und 2 a). $(G+g) = 2 \times EF$; $EF = \frac{G+g}{2}$. Aus Fig. 86 und 87 folgt:

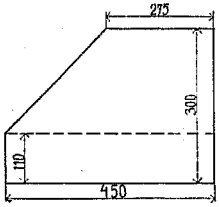


Fig. 85.

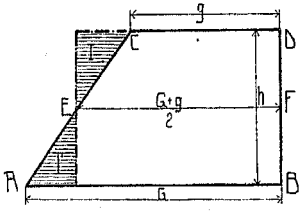


Fig. 86.

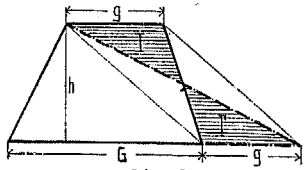


Fig. 87.

$$F = \left(\frac{G+g}{2}\right).h = (G+g)\,\frac{h}{2}$$

Satz 10. Die Mittellinie eines Trapezes ist gleich der halben Summe der beiden Parallelseiten.

Satz 10 a. Der Flächeninhalt eines Trapezes wird berechnet, indem man die Mittellinie mit der Höhe vervielfacht.

Aufgaben.

Aussaat und Ernte.

2. Wieviel Saatgut erfordert eine trapezförmige Ackerfläche ($G = 220\ m$, $g = 105{\cdot}4\ m$, $h = 82\ m$) *a*) bei Handsaat, *b*) bei Reihensaat,[1]) *c*) bei Dibbelsaat, wenn sie mit Winterweizen, mit Sommerweizen, mit Winterroggen, mit Sommerroggen, mit vierzeiliger Wintergerste, mit Hafer bebaut wird (VIII, 1—7)? *d*) Wie groß ist in jedem einzelnen Falle die zu erwartende Ernte? *e*) Berechne den Wert der Ernte nach den gegenwärtigen Marktpreisen!

3. Die eine Ecklinie eines viereckigen Ackers ist 248·65 *m*. Die beiden nicht in der Ecklinie liegenden Eckpunkte sind davon 98·4 *m* und 164·8 *m* entfernt. *a*) Wie groß ist diese Ackerfläche? *b*) Wieviel *hl* Kartoffel sind zum Bebauen dieses Ackerstückes erforderlich? *c*) Wie groß ist die wahrscheinliche Ernte (VIII, 10)?

Das Messen mit dem Harfenplanimeter, Flußregulierungen, Hochwasserschäden.

4. Dem Grundbesitzer Weiß wird bei einer Flußregulierung[2]) von seiner Wiesenparzelle Nr. 116 (Fig. 88) das westlich vom neuen Flußbette liegende Stück abgeschnitten. Weil das abgeschnittene Stück keine Zufuhr hat, so wird es dem Besitzer der Parzelle Nr. 120 zugeschrieben. Wieviel erhält Weiß als Entschädigung für das abgeschnittene Wiesenstück ($1\ a = 22$ K)?

[1]) Die Reihen- und Dibbelsaat geschieht mit der Sämaschine. Die Dibbelsaat ist eine Reihensaat, bei welcher die Samen in gleichmäßigen Abständen untergebracht werden.

[2]) Wozu werden Flußregulierungen vorgenommen? Worin besteht die Regulierung?

Lösung. Unregelmäßige Flächen berechnet der Praktiker mit einem Harfen- oder einem Fadenplanimeter.[1]) Fertige dir ersteren an, indem du auf durchsichtigem Pauspapier (beiläufig 10/10 *cm*) parallele schwache Tuschlinien in bestimmten untereinander gleichen Abständen ziehst! (In Fig. 88 ist der Abstand 1 *mm*.) Lege das Harfenplanimeter so auf die zu berechnende Fläche, daß seine Linien den Hauptteil der Grenzen tunlichst rechtwinklig schneiden! Die zu berechnende Figur wird durch die Linien der Harfe in Trapeze von gleicher Höhe zerlegt, deren Mittellinien mit dem Zirkel zusammengezählt werden.[2]) Nimm die Mittellinie 3, 4 des ersten Trapezes 1, 2, 6, 5 in den Zirkel, setze auf der Verlängerung der folgenden Mittellinie 7, 8 (im Punkte A) so ein, daß du die Summe A 8 der beiden ersten Mittellinien im Zirkel hast u. s. w.! Ist der Zirkel schon so weit geöffnet, daß ein weiteres Abgreifen der Mittellinien schwer geht, so miß die Größe der Zirkelöffnung und beginne von neuem! Der Flächeninhalt des Stückes 1, 2, (14), (13) ist mithin: Summe der Mittellinien = C D = 27 *mm* (in Wirklichkeit 27 *m*), Höhe eines Trapezes 2 *mm* (in Wirklichkeit 2 *m*); F = 27.2 m^2 (Satz 10 *a*). Kleine Reststücke werden geschätzt oder man dreht das Planimeter um 90° (Fig. 89) und mißt die Reststücke auf gleiche Weise.

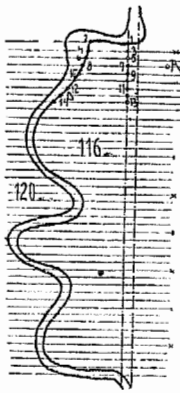


Fig. 88. 1:1000.

5. Bestimme den Flächeninhalt des in Fig. 89 gezeichneten Teiches!

Lösung. Das hier benützte Harfenplanimeter enthält keine Mittellinien, die Höhe eines Trapezes beträgt 2 *mm*. Der Zirkel wird in den Mittellinien 1, 1′ — 2, 2′ u. s. w. dem Augenmaße nach eingesetzt. Um die Endstücke II und III genau zu messen, wird das Planimeter gedreht.

6. Bestimme mit dem Harfenplanimeter oder mit dem Flächenplanimeter den Unterschied der Flächeninhalte zwischen dem alten und dem neuen Flußbette (Fig. 88)!

7. Miß den Inhalt verschiedener Seen und Teiche auf deiner Landkarte!

8. Bestimme mit einem Harfenplanimeter (Höhe eines Trapezes 1 *cm*) auf deiner Landkarte den Flächeninhalt deines Heimatlandes!

Wozu man das Flächenplanimeter noch verwendet.

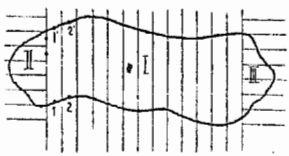


Fig. 89. 1:2500.

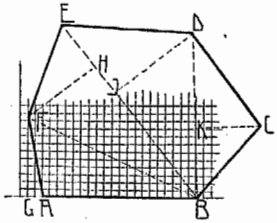


Fig. 90. 1:2000.

[1]) Fadenplanimeter werden bei den Evidenzhaltungen des österr. Grundsteuerkatasters verwendet.

[2]) Es empfiehlt sich, die Mittellinien des Planimeters rot zu zeichnen oder die Mittellinie nach dem Augenmaße zu bestimmen und eine größere Anzahl, z. B. 10, zu bezeichnen (Fig. 88).

9. Berechne die Parzelle in Fig. 90 mit Hilfe deines Flächenplanimeters!

Lösung. Wir denken uns die Figur in Dreiecke zerlegt. Um das △ A B F zu berechnen, legen wir das Planimeter so auf, daß eine Seite mit der Grundlinie A B zusammenfällt und eine Linie die Höhe F G darstellt. Wir finden: A B = $20^1/_4$ *mm*, in Wirklichkeit = 40·5 *m*; G F = h = 10·5 *mm*, in Wirklichkeit = 21 *m*; F = $\frac{40{\cdot}5 \,.\, 21}{2}$ m^2. Um das △ F B E zu berechnen, legen wir das Planimeter so an, daß eine Seite durch E B geht und eine Linie die Höhe F H bezeichnet u. s. w. Die Höhen und Grundlinien werden in Wirklichkeit nicht gezeichnet. Nimm eine andere Zerlegung in Dreiecke vor und prüfe so die Genauigkeit deiner Messung! Wähle aus mehreren verschiedenen Messungen das Mittel!

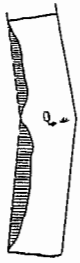


Fig. 91. 1:2500.

10. Dem Hausbesitzer Vogel hat das Hochwasser den in Fig. 91 schraffierten Teil seines Obstgartens weggerissen. Vogel schlägt mit behördlicher Erlaubnis[1]) Piloten (Wasserpfähle) und schüttet das weggerissene Stück wieder an. Wieviel muß er für das aufgeschüttete Stück an den Landesfonds zahlen[2]) (1 m^2 = 30 h)?

Landwirtschaftliche Arbeiten.

11. Die Parzelle Nr. 249 (Fig. 41) wird für die Wintersaat vorgerichtet; dabei sind die auf dem Verzeichnisse VI unter Nr. 4—6 angegebenen Arbeiten vorzunehmen. Wieviel kostet das Vorrichten dieses Ackers (ein Gespanntag samt Arbeiter = 11 K)?

12. Wieviel *hl* Hafer sind *a*) bei Reihensaat, *b*) bei Dibbelsaat zum Bebauen der Parzelle Nr. 235 (Fig. 41) nötig (VIII, 7)? Wie lange dauert das Abmähen des Hafers mit der Mähmaschine (VI, 10)?

13. Wie lange dauert das Mähen der Wiese Nr. 233 (Fig. 41) mit der Mähmaschine (VI, 7)? Wieviel *q* Heu liefert die Wiese jährlich (1 *ha* = 30 *q*)?

Meßtischaufnahmen. Erbgebühren.

14. Um das in Fig. 92 gezeichnete Grundstück mit dem Meßtisch aufzunehmen, wird dieser zunächst im beliebig gewählten Punkte A aufgestellt.

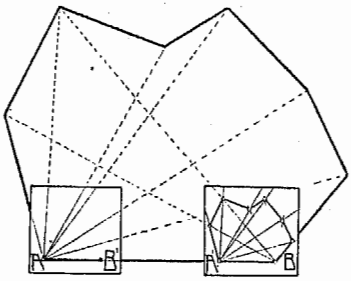


Fig. 92. 1:2000.

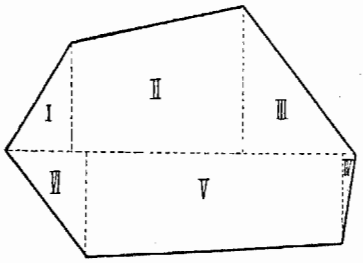


Fig. 93. 1:2000.

Nachdem von A aus nach den einzelnen Eckpunkten des Grundstückes die Zielinien gezogen sind, wird eine beliebige Standlinie A B gemessen und im ver-

[1]) Siehe Fußnote 4, Seite 23! [2]) Der Fluß ist ein öffentliches Gut. Wenn er durch ein Hochwasser sein Bett vergrößert, so ist auch die Vergrößerung öffentliches Gut. Über dieses entscheidet mithin die Landesverwaltung (Landesausschuß).

kleinerten Maßstabe auf die entsprechende Ziellinie A B′ aufgetragen. Schließlich wird der Meßtisch so in B aufgestellt, daß B′ genau über B und A′ B in der Richtung A B liegt. Werden nun von B aus nach allen Eckpunkten des Grundstückes die Ziellinien gezogen, so liefern diese im Schnitt mit den Ziellinien von A aus die Eckpunkte der Aufnahme (Standlinienmethode). Bestimme aus dem Meßtischblatte den Flächeninhalt des aufgenommenen Grundstückes!

15. Wähle auf dem Schulhofe eine ganz beliebige Standlinie und nimm mit Hilfe des Meßtisches den Schulhof auf!

16. Ein Landwirt vermacht seinem Sohne den in Fig. 93 gezeichneten Acker und die in Fig. 92 gezeichnete Wiese samt einem Wohngebäude mit Zugehör. Das Wohngebäude samt Zugehör hat einen Schätzungswert von 4500 K. Auf dem ganzen Besitze lastet eine verbücherte Schuld von 800 K, die der Sohn mit übernehmen muß. Berechne den Flächeninhalt des Ackers, indem du die Parzelle nach Fig. 93 in rechtwinklige Trapeze und Dreiecke zerlegst! Als Schätzungswert der Grundstücke wird die 70fache Grundsteuer angenommen. Wie groß ist dieser (XI, Reichenberg, 2, V und VI)? Wie groß ist der ganze Schätzungswert der Verlassenschaft? Wie groß ist die Verlassenschaftsgebühr (VII, 4 und 6)?

Aus dem Wirtschaftsleben des Bürgers.

17. Tischlermeister Abt kauft am 1. Februar eine Baustelle, Parzelle Nr. 45, von der Form eines rechtwinkligen Trapezes. Die längere an der Straße gelegene Seite ist 25 *m*, die kürzere 18 *m* lang und der senkrechte Abstand der beiden beträgt 28 *m*. 1. Wieviel kostet die Baustelle (1 $m^2 = 6{\cdot}2$ K)? 2. Wieviel beträgt die Kaufgebühr (VII, 3)? 3. Abt baut auf dem Grundstücke ein zweistöckiges Wohnhaus (15 *m*, 12 *m*) so an die rechtwinklige Seitengrenze, daß an der Straße noch ein Vorgarten von 2·5 *m* Breite bleibt. Die Werkstätte (12 *m*, 6·5 *m*) kommt in die hintere rechtwinklige Ecke der Baustelle. Von der hinteren freien Hausecke wird parallel zu der rechtwinkligen Seitengrenze ein Zaun gelegt, der den Hofraum von dem Garten trennt. Zeichne den Plan (1:200)! Wieviel kosten die beiden Gebäude (X, 5 und 1)? 4. Der Hof wird mit Ziegeln gepflastert. Wieviel m^2 hat der Hofraum, wieviel kostet das Pflaster (IV, 2)? 5. Wie groß ist der Garten? Hat er dafür Grundsteuer zu entrichten?[1]) 6. Abt kommt mit dem an die Schrägseite seines Grundstückes grenzenden Nachbar Maier überein, seinem trapezförmigen Grundstücke eine rechteckige Form zu geben. Dadurch bekommt der Garten des Abt eine schönere und bequemere Form und das Grundstück des Maier gewinnt durch Vergrößerung der Frontseite. Führe diese Verwandlung in deinem Plane durch! Wieviel *m* wird die Frontseite des Abtschen Grundstückes kürzer? Für diesen Grundaustausch vergütet Maier (warum?) dem Abt für 1 m^2 6 K. Wieviel beträgt die Entschädigung? 7. Nach dieser Regulierung läßt Abt an der Straßenseite einen eisernen Zaun (1 *m* = 12 K) und an der hinteren Seite einen hölzernen Zaun (1 *m* = 5 K) aufstellen. Der Zaun zwischen den Grundstücken des Abt und Maier wird von diesem gebaut. Wie hoch kommt dem Abt das Einzäunen seines Grundstückes zu stehen? Schließlich läßt Abt noch den Garten anlegen und zahlt dafür 324 K. Wie groß sind nun die Gesamtauslagen des Abt? 8. Der Besitz kann erst am 1. Mai des dem Kaufe folgenden Jahres bezogen werden (warum?). Wieviel kostet der Baugrund

[1]) Ist der zum Hause gehörige Garten kleiner als 180 m^2, dann ist er steuerfrei.

bis zum Tage der Benützung des Hauses, wenn 4% Zinsen zu rechnen sind? Die Rechnungen für die Bebauung des Grundstückes sind erst am Tage der Benützung fällig. Abt besitzt bloß rund 20.000 K. Das Fehlende muß er aufnehmen und zwar leiht ihm die Stadtsparkasse 10.000 K auf erste Hypothek zu $4\frac{3}{4}$% und ein Privatmann das übrige (runde den Betrag ab) zu 5% auf zweite Hypothek. Diese Beträge werden am 1. April in das Grundbuch eingetragen. Wieviel hat Abt jährlich Zinsen zu zahlen?

Dächer.

18. Die zwei trapezförmigen Flächen eines Walmdaches haben die Abmessungen $G = 26\ m$, $g = 18\ m$, $h = 9\ m$; wieviel m^2 Verschalung sind notwendig, wenn das Dach mit Schiefer gedeckt wird? Wieviel kostet die Schieferbedeckung (V, 6)?

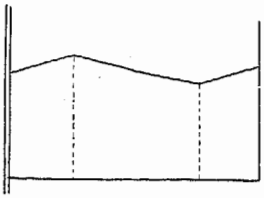


Fig. 94. 1:2000.

19. Schätze die Abmessungen von Mansarden- und Walmdächern deines Wohnortes und berechne ihren Flächeninhalt!

Grundzusammenlegungen und Grenzverschiebungen.

20. Der Landwirt Grün vertauscht sein trapezförmiges Grundstück ($G = 24{\cdot}8\ m$, $g = 16{\cdot}6\ m$, $h = 15\ m$) mit einem rechteckigen Grundstück ($25{\cdot}2\ m$, $20\ m$). Das, was er an Fläche mehr bekommt, muß er mit 20 K per a bezahlen; wieviel hat er zu zahlen?

21. Der Gärtner Kohl vereinbart mit seinem Nachbar, ihre gebrochene Grenze (Fig. 94) so gerade zu legen, daß sie senkrecht zum Wege steht. Berechne das Grundstück des Gärtners und bestimme, wie breit das Grundstück nach der Grenzverlegung sein muß! Zeichne die neue Grenze ein!

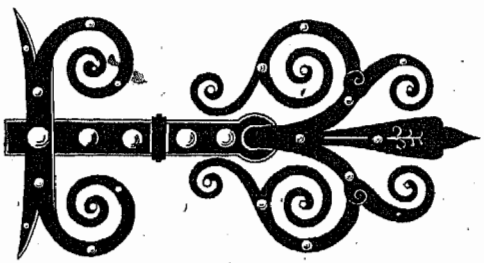


Fig. 95.

Schmückendes Zeichnen.

Freie Endigungen. Beschläge an Türen, Toren und Möbeln erhielten schon im Mittelalter vielfach verzierte Ausläufer (Fig. 95). Ursprünglich hatten diese Beschlagausläufer den Zweck, die Holzkonstruktionen der für mehrere Menschenalter berechneten Truhen, Kästen u. s. w. zusammenzuhalten, wurden aber sehr bald wegen ihrer vorzüglichen Wirkung als ausschließlicher Schmuck verwendet. Die moderne Schmiedetechnik pflegt auch diesen Zweig künstlerischer Betätigung mit Sorgfalt. Skizziere und entwirf solche Beschläge!

Die **Wetterfahne** in Fig. 96 ist ein Beispiel von den verschiedenartigen freien Endigungen, die sich an Gebäuden und unzähligen Gebrauchsgegenständen finden. Was drücken sie aus? Beobachte, skizziere und entwirf freie Endigungen!

VI. Der Flächeninhalt der regelmäßigen Vielecke.

1. Eine Küche (4 *m*, 4·6 *m*) soll mit sechsseitigen Fliesen (s = 10 *cm*) belegt werden; wieviel Stück sind erforderlich? Was für den Herd in Abzug kommt, wird für Bruch und spätere Ausbesserung gerechnet.

Vorübungen. 1. Zerlege das Sechseck (Fig. 97) in die einzelnen Bestimmungsdreiecke und zähle diese zusammen! $F = \frac{u\,h}{2}$. 2. Verwandle in gleicher Weise andere Vielecke in flächengleiche Dreiecke! 3. Um die unbekannte Höhe eines Bestimmungsdreieckes zu finden, untersuchen wir die Bestimmungsdreiecke der verschiedenen Vielecke. Zeichne das Bestimmungsdreieck des regelmäßigen Sechseckes (s = 1 *dm*) und miß die Höhe! Wir finden: h = 0·86.. *dm*. Die dritte Dezimalstelle läßt sich bloß schätzen, sie ist etwas größer als 5. Nehmen wir s = 1 *m*, dann ist h = 0·866 *m*. Die Seite verhält sich also zur Höhe wie 1 : 0·866. Nach Satz 3 d gilt dieses Verhältnis für das Bestimmungsdreieck jedes beliebigen regelmäßigen Sechseckes; h = s. 0·866. 4. Bestimme auf gleiche Weise die Verhältniszahl zwischen der Höhe und der Seite für die Bestimmungsdreiecke der wichtigsten Vielecke! Merke

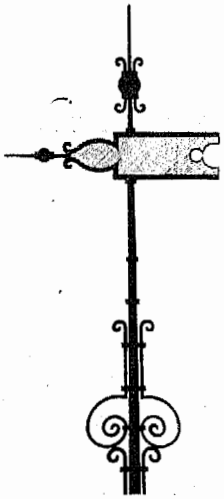


Fig. 96.

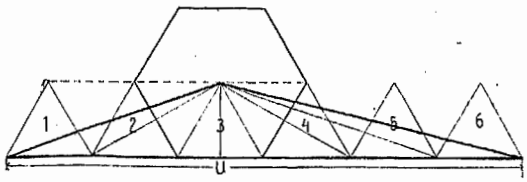


Fig. 97.

Satz 11. Der Flächeninhalt eines regelmäßigen Vieleckes wird berechnet, indem man den Umfang mit der halben Höhe eines Bestimmungsdreieckes vervielfacht.

$$F = \frac{u\,.\,h}{2};\quad u = n\,s.$$

Satz 11 a. Die Höhe eines Bestimmungsdreieckes wird berechnet, indem man die Seite mit einer bestimmten Verhältniszahl vervielfacht.

Im regelm. Dreieck	ist h = s.0·289[1])	Im regelm. Achteck	ist h = s.1·207
„ „ Viereck	„ h = s.0·50	„ „ Neuneck	„ h = s.1·374
„ „ Fünfeck	„ h = s.0·688	„ „ Zehneck	„ h = s.1·539
„ „ Sechseck	„ h = s.0·866	„ „ Zwölfeck	„ h = s.1·866
„ „ Siebeneck	„ h = s.1·038		

Daraus ergibt sich: $F_3 = \frac{3\,s.s.0{\cdot}289}{2} = s^2.0{\cdot}433.$

[1]) Die hier angegebenen Zahlen sind Abrundungen unvollständiger Zahlen.

Auf ähnliche Weise findet man:

$F_4 = s^2 . 1$ $\quad F_9 = s^2 . 6{\cdot}182$
$F_5 = s^2 . 1{\cdot}720$ $\quad F_{10} = s^2 . 7{\cdot}694$
$F_6 = s^2 . 2{\cdot}598$ $\quad F_{11} = s^2 . 9{\cdot}366$
$F_7 = s^2 . 3{\cdot}634$ $\quad F_{12} = s^2 . 11{\cdot}196$
$F_8 = s^2 . 4{\cdot}828$

Aufgaben.

Im Garten.

1. Ein Gartenbeet hat die Form eines regelmäßigen Sechseckes (Fünfeckes) ($s = 2^1/_2$ *m*). Wie groß ist sein Flächeninhalt?

2. Der regelmäßige sechsseitige Fußboden eines Gartenhäuschens ($s = 1{\cdot}5$ *m*) soll neu gedielt werden; wieviel kostet dies (III., 2)?

3. Ein Rasenplatz von der Form eines regelmäßigen Zwölfeckes ($F = 120\ m^2$) soll abgesteckt werden. Wie lang ist eine Seite zu nehmen?

4. In einem Kurgarten steht ein achteckiger Musikpavillon ($s = 3$ *m*), dessen Fußboden mit Zementpflaster neu versehen wird; wieviel kostet dies (IV, 4)?

Verschiedenes.

5. Eine Villa hat ein Turmzimmer, dessen Grundfläche ein regelmäßiges Achteck bildet ($s = 2{\cdot}5$ *m*). Die Höhe des Zimmers beträgt 4 *m*. Der Fußboden des Zimmers ist zweimal mit Öl zu streichen, Wände und Decken werden marmorartig in Leimfarbe gemalt und mit Fries versehen. Wie teuer kommt die ganze Arbeit (I, 17 und 9)?

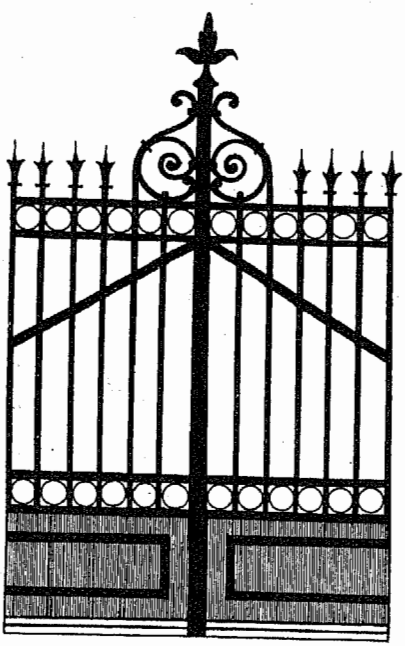


Fig. 98.

6. Welche Last kann ein gemauerter Pfeiler, dessen Querschnitt ein regelmäßiges Achteck ist ($s = 30$ *cm*), tragen ($1\ cm^2 = 5\ kg$)?

7. Ein achteckiger Turm, dessen äußerer Umfang 32 *m* beträgt, hat eine 60 *cm* dicke Wand. Wieviel m^2 hat die Grundfläche der Mauer?

Schmückendes Zeichnen.

Tore. Zeichne Fig. 98 im vergrößerten Maßstabe! Welchen Zweck hat die Blechverkleidung im unteren Teile? Wodurch wird das Endigen nach oben ausgedrückt? Skizziere und entwirf ähnliche Tore!

VII. Der pythagoreische Lehrsatz. Die mittlere Verhältnisgröße (geometrische Proportionale).

Messen mit Hindernissen.

1. Um die Entfernung der durch den Fluß getrennten Punkte A und C zu finden (Fig. 99), wurde mit Hilfe des Winkelkreuzes der Punkt B so gewählt, daß er den Scheitel eines rechten Winkels bildet und daß die Strecken $BC = 240\ m$ und $BA = 60\ m$ gemessen werden können. Berechne die Strecke AC!

Lösung. Durch die beiden Lotseiten AB und BC ist auch die Spannseite bestimmt die Aufgabe läßt sich also zeichnend lösen. Um sie auch rechnend lösen zu können, lernen wir jetzt einen der wichtigsten Sätze der Geometrie kennen. Er wurde von Pythagoras, dem ersten großen Mathematiker der alten Griechen, beiläufig 500 vor Chr. entdeckt. Pythagoras war, von Wissensdurst getrieben, nach Ägypten gereist und hatte sich dort in die Priesterkaste aufnehmen lassen, um auf diese Weise in die streng bewahrten Geheimnisse

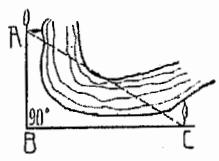


Fig. 99.

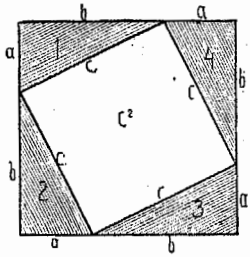


Fig. 100.

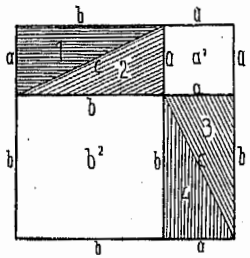


Fig. 101.

der ägyptischen Geometrie einzudringen. Durch eigene Geistesarbeit hat er jedoch die Kenntnisse der Ägypter um vieles erweitert. Eine seiner wichtigsten Entdeckungen ist der nach ihm benannte Lehrsatz.

Zeichne zwei beliebige deckbare Quadrate Fig. 100 und 101, teile eine Seite in zwei beliebige Stücke a und b und trage diese nach Fig. 100 und 101 auf! Schneidet man in Fig. 100 die vier deckbaren rechtwinklingen Dreiecke ab, so bleibt das Quadrat über der Spannseite eines solchen Dreieckes übrig. Schneidet man in Fig. 101 die vier deckbaren rechtwinkligen Dreiecke ab, so bleiben die Quadrate über den Lotseiten eines solchen Dreieckes übrig. Wir haben von den zwei gleichen ursprünglichen Quadraten je vier gleiche Dreiecke weggeschnitten, mithin sind auch die übrig bleibenden Stücke gleich.

Merke:

$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad a^2 = c^2 - b^2 \qquad b^2 = c^2 - a^2$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}; \qquad a = \sqrt{c^2 - b^2}; \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

Satz 12. Das Spannseitenquadrat (Hypotenusenquadrat) **ist gleich der Summe der beiden Lotseitenquadrate** (Kathetenquadrate).

AC in Fig 99 ist mithin gleich $\sqrt{240^2 + 60^2}$.

Satz 12 a. Die Spannseite (Hypotenuse) **ist gleich der Quadratwurzel aus der Summe der beiden Lotseitenquadrate** (Kathetenquadrate).

Satz 12 b. Das Quadrat einer Lotseite (Kathete) ist gleich dem Spannseitenquadrate (Hypotenusenquadrat) vermindert um das Quadrat der anderen Lotseite (Kathete).

Satz 12 c. Eine Lotseite (Kathete) ist gleich der Quadratwurzel aus dem Unterschiede zwischen den Quadraten der Spannseite (Hypotenuse) und der anderen Lotseite (Kathete).

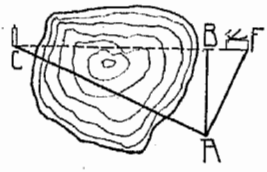


Fig. 102.

2. Um die Entfernung des Bildstockes C vom Försterhause F zu bestimmen, wurden die Punkte A und B mit Hilfe des Winkelkreuzes so gewählt (Fig. 102), daß Winkel C A F und Winkel A B F = 90° sind. Wie groß ist die Entfernung, wenn A F = 82 *m*, B F = 64 *m* mißt?

Lösung. Wir stellen den pythagoreischen Lehrsatz in Fig. 103 noch einmal zeichnerisch dar und fällen vom Scheitel des rechten Winkels eine Senkrechte auf die Spannseite. Das Spannseitenquadrat zerfällt dadurch in zwei Rechtecke; diese wollen wir mit den Quadraten über den Lotseiten vergleichen. In Fig. 104 ist B D = A B. Um das Rechteck G E D B mit dem Quadrat I vergleichen zu können, verwandeln wir es in das inhaltsgleiche Schiefeck F C B D, indem wir F D ∥ C B ziehen (Satz 8). Quadrat und Schiefeck haben nun die gemeinsame Grundlinie B C. Aber auch die Höhe H B des Parallelogramms ist gleich der Quadratseite B C, denn △ A B C ≅ △ B H D (warum?). Die beiden schraffierten Flächen sind mithin inhaltsgleich. Vergleiche das Quadrat 1 mit dem Rechtecke 1 in Fig. 103!

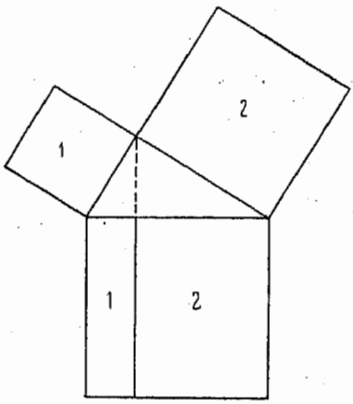


Fig. 103.

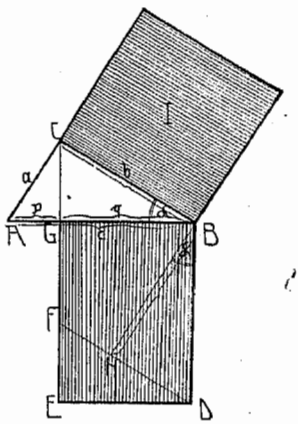


Fig. 104.

Merke:

$$b^2 = c \cdot q \qquad a^2 = c \cdot p$$

Aus diesen Produktengleichungen lassen sich folgende Verhältnisgleichungen bilden: q : b = b : c, p : a = a : c. Die beiden mittleren gleichen Glieder b und a heißen die **mittleren Verhältnisgrößen (mittlere geometrische Proportionale).** Kleide das Gefundene in einen Satz! In Fig. 102 ist: $(A F)^2 = (B F) \cdot (C F)$; $82^2 = 64 \cdot (C F)$; $(C F) = \frac{82^2}{64}$.

In einem anderen Falle wurden in Aufgabe 2 gemessen: $AB = 82\ m$, $BF = 54\ m$. Berechne die Entfernung CB!

Lösung: Aus Fig. 105 folgt: $h^2 = a^2 - p^2$ (Satz 12 b). Da $a^2 = p^2 + pq$, so folgt: $h^2 = p^2 + pq - p^2$,

$$h^2 = p \cdot q$$

Bilde aus dieser Produktengleichung eine Verhältnisgleichung! In Fig. 102 ist $(AB)^2 = (BF).(CB)$; $82^2 = 54.(CB)$; $(CB) = \frac{82^2}{54} = \frac{6724}{54} = 124.$*

Merke: Fällt man in einem rechtwinkligen Dreiecke vom Scheitel des rechten Winkels auf die Spannseite (Hypotenuse) eine Senkrechte, so gelten:

Satz 13. Jedes Lotseitenquadrat (Kathetenquadrat) **ist gleich dem Rechtecke aus der Spannseite** (Hypotenuse) **und dem anliegenden Spannseitenabschnitte** (Hypotenusenabschnitte).

Satz 13 a. Das Quadrat über der Spannseitenhöhe (Hypotenusenhöhe) **ist gleich dem Rechtecke aus den beiden Spannseitenabschnitten** (Hypotenusenabschnitten).

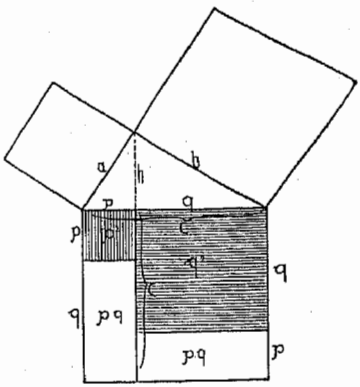


Fig. 105.

3. Um die Höhe eines Turmes zu bestimmen, visiert man (Fig. 106) längs der Spannseite eines 30^0 Dreieckes zur Spitze des Turmes. Wieviel beträgt die Turmhöhe ($a = 48{\cdot}4\ m$, Augenhöhe des Messenden $1{\cdot}4\ m$)?

4. Um die Dicke der Mauer eines regelmäßigen sechseckigen Turmes zu bestimmen, wurde der äußere und der innere Umfang des Turmes gemessen ($U = 36\ m$, $u = 30\ m$). Wie stark war die Mauer?

Konstruktionsaufgaben.

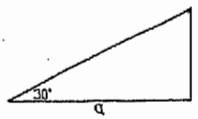


Fig. 106.

5. Zeichne Quadrate von 2 *cm* und $3{\cdot}5\ cm$ Seitenlänge und vereinige beide zu einem! (Satz 12.)

6. Zeichne Quadrate von 2 *cm*, 3 *cm* und $1{\cdot}5\ cm$ Seitenlänge und lege sie zu einem einzigen Quadrate zusammen! (Satz 12 zweimal angewendet.)

7. Verwandle ein Rechteck in ein inhaltsgleiches Quadrat! (Satz 13 oder 13 a.)

8. Zeichne Quadrate von $4{\cdot}5\ cm$ und $2{\cdot}4\ cm$ Seitenlänge und konstruiere ein Quadrat, das gleich dem Unterschiede dieser beiden Quadrate ist! (Satz 12 b.)

9. Konstruiere Quadrate, die den 3-, 5-, 7-, 9fachen Inhalt eines gegebenen Quadrates haben! (Beachte: $3 = 2^2 - 1^2$, $5 = 3^2 - 2^2$, $7 = 4^2 - 3^2$ u. s. w.!)

10. Konstruiere ein Quadrat, das 2-, 4-, 6-, 8mal so groß ist wie ein gegebenes! (Beachte: das 4fache = 5fache — 1fache; das 4fache = 3fache + 1fache u. s. w.!)

*) abgerundet.

Auf dem Zimmerplatze.

11. Ein Haus mit Satteldach wird 12 *m* breit. Wie lang sind die Sparren zu machen, wenn das Dach 3 *m* hoch wird und auf jeder Seite 50 *cm* Überhang bekommt?

12. Ein Fichtenstamm ist am Kopfende 32 *cm* stark; wie dick ist der 20 *cm* breite vollkantige Balken, der aus dem Stamme geschnitten wird?

13. Zum Baue eines Hauses braucht man vollkantige Balken mit folgenden Querschnitten: 20×28 *cm*, 14×10 *cm*, 16×8 *cm*, 24×18 *cm*; welche Stärke müssen die entsprechenden Rundhölzer am Kopfende haben?

14. Zimmermeister Gampe hat das Gesperre für ein mit Holzzement zu deckendes Satteldach in Auftrag erhalten. Das Haus ist 24 *m* breit, der Überhang des Daches beträgt 80 *cm*. (Ein Holzzementdach erhält für 1 *m* Basisbreite 5 *cm* Gefälle.) Wie lang sind die Dachsparren? Wie lange würden die Sparren sein, wenn anstatt des Holzzementdaches ein Schieferdach käme, das auf 1 *m* Dachbasis 30 *cm* Gefälle hat?

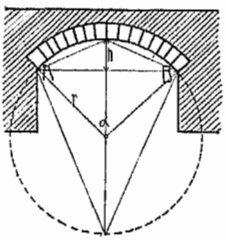


Fig. 107.

15. Spenglermeister Topf bestellt eine Leiter, welche bis unter das Dach eines zweistöckigen Hauses reichen soll. Wie lang muß die Leiter sein? (Bestimme die durchschnittliche Höhe eines zweistöckigen Hauses und den Abstand der Leiter von der Mauer! Die Leiter darf nicht zu steil stehen, da es sich sonst zu schwer auf ihr arbeitet.)

Fig. 108.

Gewölbe.

16. Ein Brückenbogen (Fig. 107) hat die Spannweite $AB = 16$ *m*. Der zugehörige Zentriwinkel mißt 90^0, (120^0, 60^0). Bestimme den Krümmungshalbmesser!

17. Ein flaches Tonnengewölbe (Fig. 107) hat die Pfeilhöhe $h = 1{\cdot}25$ *m* und den Krümmungshalbmesser $r = 15$ *m*; wie groß ist die Spannweite des Bogens? (Satz 13 a.)

Aus der Naturlehre.

18. Welchen Krümmungshalbmesser hat eine einfach gekrümmte Linse, deren Öffnung 65 *mm* und deren Dicke 7 *mm* beträgt (Fig. 108 und 107)? (Satz 13 a.

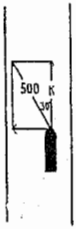


Fig. 109.

19. Auf der Elbe wird ein großer Obstkahn durch ein Seil dessen Richtung mit der Richtung des Stromes einen Winkel von 30^0 bildet, mit einer Kraft von 500 *kg* stromaufwärts gezogen; mit welcher Kraft K bewegt sich das Schiff gegen den Strom (Fig. 109)?

Verschiedene Flächen.

20. Die Scheibe einer Gaslaterne mißt oben 22 *cm*, unten 12 *cm*, an der Seite 35 *cm*; welchen Flächeninhalt hat sie?

21. Ein Kohlenwagen ist oben 1·5 *m*, unten 80 *cm* breit. Eine Seitenwand ist 1·5 *m* hoch; welche Fläche haben die beiden Stirnbretter?

22. Wie groß ist das Giebelfeld einer romanischen Kirche (gleichseitiges Dreieck), wenn die Kirche 16 *m* breit ist?

Schmückendes Zeichnen.

Einlegearbeiten (Intarsien) sind Verzierungen aus farbigem Holz, Elfenbein, Perlmutter oder Metall, die in einer gemeinsamen Grundplatte eingelegt sind. Die Einlegearbeit ist eine Weiterbildung des Furnierens. Intarsien waren be-

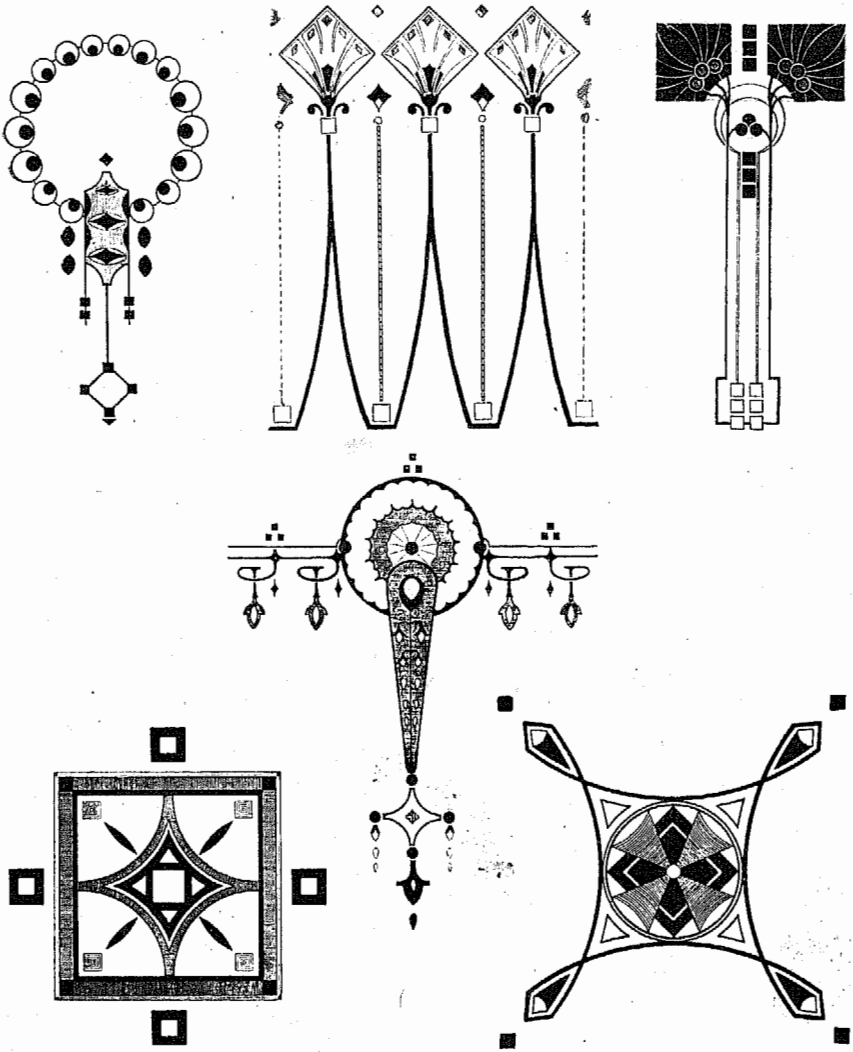


Fig. 110.

reits zur Zeit des Renaissancestils (1500—1650) sehr beliebt. Die neuzeitliche Möbeltischlerei benützt sie in sehr geschmackvoller Weise zum Schmuck der großen glatten Möbelflächen. Diese Verzierungsart, welche nicht aus der Ebene

heraustritt, entspricht durchaus den auf S. 65, I. T., angegebenen Grundsätzen des modernen Möbelbaues. 1. Sprich dich über die Verwendbarkeit der Intarsien in Fig. 110 aus! 2. Verändere die gegebenen Beispiele und zeichne sie in natürlicher Größe! 3. Beachte, skizziere und entwirf Intarsien!

VIII. Umfang und Inhalt des Kreises.

In den öffentlichen Anlagen.

1. Ein kreisrundes Beet ($r = 5$ *m*) wird mit einem niedrigen Drahtgitter, das laufende *m* zu 1·4 K, umgeben; wieviel kostet die Umzäunung?

Lösung. Wir müssen für diese Aufgabe den Umfang des Kreises aus seinem Halbmesser berechnen lernen. Fig. 111 zeigt, daß der Umfang des Kreises zwischen dem Vierfachen und dem Dreifachen des Durchmessers liegt. Um dieses Verhältnis etwas genauer zu bestimmen, mache folgendes: 1. Rolle eine kreisrunde Scheibe, ein Rad, einen Teller u. s. w. über den Tisch, miß den nach einer Umdrehung durchlaufenen Weg und dividiere die gefundenen Werte durch die zugehörigen Durchmesser! 2. Miß den Umfang und den Durchmesser kreisrunder Gegenstände mit einem Schneidermaße und bestimme das Verhältnis beider! Die gefundene Verhältniszahl $3^1/_7 = 3{\cdot}14 = \pi$ (lies: pi) zeigt, wievielmal so groß der Umfang ist als der Durchmesser. (π ist der Anfangsbuchstabe des griechischen Wortes Peripherie = Umfang.) Die Verhältniszahl π wurde durch Rechnung von Archimedes (3. Jahrh. v. Chr.) mit $^{22}/_7$, von Ludolf von Ceulen (16. Jahrh.) mit 3·14159.....auf 35 Dezimalstellen festgesetzt. (Ludolfsche Zahl.)

Fig. 111.

Der Umfang des Beetes ist somit $10 \times {}^{22}/_7$ *m*.

Merke:

$$u = 2\,r\,\pi, \qquad r = \frac{u}{2\,\pi}.$$

Satz 14. Der Umfang eines Kreises wird berechnet, indem man den Durchmesser mit π vervielfacht.

Wie berechnet man den Halbmesser? Wie groß ist ein Kreisbogen von 1°, 5°, 8°?

2. Das ganze Beet wird mit Levkojen bepflanzt, die, in konzentrischen Kreisen angeordnet, in 20 *cm* Entfernung voneinander gepflanzt werden. Der erste Kreis beginnt 20 *cm* vom Gitter entfernt; wieviel Pflanzen braucht der Gärtner (abgerundet)?

3. Ein kreisrundes Zierbeet ($d = 4$ *m*) soll ringsum mit Rosenstöcken bepflanzt werden, die durchschnittlich 80 *cm* voneinander abstehen; wieviel Stöcke sind erforderlich?

4. Um einen kreisrunden Teich ($r = 30$ *m*) wird ein 6 *m* breiter Gehweg angelegt. Zu beiden Seiten des Weges werden Kastanien gepflanzt, die durchschnittlich 6 *m* voneinander entfernt sind; wieviel Bäumchen sind dazu erforderlich?

5. In den Anlagen steht ein Denkmal, das mit einer schmiedeeisernen Umzäunung umgeben werden soll; wieviel kostet die Einfassung (Fig 112, 1 *m* = = 24 K)?

6. In den Anlagen steht ein kreisförmiger Musikpavillon ($r = 4$ *m*), dessen Fußboden mit Asphalt belegt wird; wieviel kostet dies (IV, 8)?

Lösung. Die Kreisfläche könnten wir mit Hilfe eines Flächen- oder Harfenplanimeters bestimmen. Da dies sehr umständlich ist, verfahren wir wie bei der Flächeninhaltsbestimmung der regelmäßigen Vielecke. Wir zerlegen den Kreis in eine Anzahl deckbarer Kreisausschnitte und betrachten sie als gleichschenklige Dreiecke, deren Höhe dem Halbmesser gleich ist[1]). Jetzt läßt sich der Kreis in ein inhaltsgleiches Dreieck (Fig. 113) oder ein inhaltsgleiches Rechteck verwandeln. Der Flächeninhalt des Fußbodens ist $2.4.\pi.\frac{4}{2}\ m^2 = 4^2.3{\cdot}14\ m^2$.

$$F = \frac{u \cdot r}{2} = \frac{2\,r\,\pi \cdot r}{2} = r^2\,\pi$$

$$F = r^2\,\pi. \qquad r = \sqrt{\frac{F}{\pi}}$$

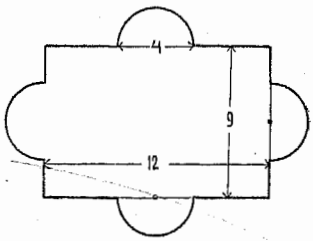


Fig. 112.

Satz 15. Der Flächeninhalt des Kreises ist gleich dem πfachen Quadrate des Halbmessers.

7. Ein kreisrundes Teppichbeet ($r = 2\ m$) ist in Kreisausschnitte eingeteilt, deren Mittelpunktswinkel 60^0 betragen; wie groß ist ein Ausschnitt?

8. Um ein kreisförmiges Wasserbecken ($d = 8\ m$) soll ein $1^1/_2\ m$ breiter Asphaltweg hergestellt werden. Berechne die Kosten (IV, 10)!

9. In der Mitte eines kreisrunden Teiches ($d = 60\ m$) befindet sich eine kreisförmige Insel ($d = 6\ m$) mit einem Schwanenhäuschen; wie groß ist der Wasserspiegel des Teiches?

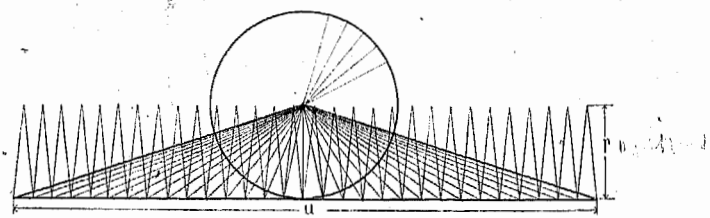


Fig. 113.

Messen und Rechnen.

10. Berechne den Durchmesser der Reckstange, der Kletterstange in der Turnhalle!

11. Ermittle den Durchmesser der Abfallrohre der Dachrinne, die Stärke bekannter Bäume!

12. Berechne aus deiner Mützennummer, deiner Kragennummer deinen Kopf- und Halsdurchmesser!

13. Berechne den Umfang und die Fläche eines Heller-, eines Zweiheller-stückes, einer Krone, eines Guldens!

14. Wieviel Kronen hätten nebeneinander auf dem Fußboden unseres Schulzimmers Platz?

---

[1]) Zeige, wie sich das Vieleck durch Vermehrung der Seitenzahl immer mehr dem Kreise nähert!

Aus der Erdkunde.

15. Zur Bestimmung des Erdhalbmessers wurden wiederholt bestimmte Bogen eines Meridians gemessen. Die erste Messung fand 200 vor Chr. in Ägypten statt. Man maß die Entfernung von Alexandrien nach Syene (Assuan) und fand, daß sie 106 geographische Meilen beträgt. Der Meridianbogen, auf dem die beiden Städte liegen, hatte $7^0 12'$, das war $^1/_{50}$ des Erdumfanges. (Man nahm an, daß die beiden Orte auf dem gleichen Meridian liegen.) Berechne daraus den Umfang und den Durchmesser der Erde![1])

16. Eine zweite Erdmessung fand in Frankreich zur Zeit der Reformation statt. Der französische Arzt Jean Fernel fuhr am 25. August 1525 auf der nahezu im gleichen Meridian liegenden Straße Paris—Amiens einen Meridiangrad ab (Paris und Amiens liegen um einen Meridiangrad auseinander) und fand, daß das Rad seines Wagens dabei 17024 Umdrehungen gemacht hat. Aus der Anzahl der Umdrehungen und dem Umfange des Rades wurde die Länge eines Meridiangrades mit 15 geographischen Meilen bestimmt. (Eine geographische Meile = = 7420 *m*.) Berechne: *a*) die Länge eines Meridians, *b*) den Erddurchmesser, *c*) den Umfang des Rades!

17. Mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit bewegt sich die Erde um die Sonne? (Geschwindigkeit = Weg in 1″, Halbmesser der Erdbahn 20 Millionen Meilen à 7420 *m*.)

18. Wien liegt unter $48^0 12' 36''$ nördlicher Breite; wie weit ist es vom Äquator entfernt? (Ein Meridiangrad = 15 geogr. Meilen.)

19. Der Äquatordurchmesser beträgt 12750 *km*. *a*) Wie lang ist der Äquator; *b*) wie lang ist ein Äquatorgrad?

20. Die Länge eines Bogengrades auf dem Äquator beträgt 111·3227 *km*, auf den beiden Wendekreisen 101·36 *km* und auf den beiden Polarkreisen 44·32 *km*. Berechne die Durchmesser dieser Parallelkreise!

21. Wieviel Stunden vergehen, bis die Sonne wieder genau im Meridian deines Schulortes steht? Wie lange dauert es, bis die Sonne von einem Meridian in den anderen tritt? Orte, die um einen Längengrad weiter östlich liegen, haben mithin 4 Minuten früher Mittag. Berechne nach dem Atlas, wieviel die Uhr in nachstehenden Orten zeigt, wenn es in Wien 12 Uhr ist: Prag, Brünn, Salzburg, Triest, Graz, Budapest, Lemberg! Nenne Orte, die 8, 16 Minuten früher (später) Mittag haben als dein Schulort!

Von der Eisenbahn.

22. Eine Eisenbahn (Fig. 114) wurde in einem Kreisbogen von 440 *m* Länge aus einer Richtung in eine andere übergeführt, die mit der ersten einen Winkel von 120^0 einschließt; wie groß ist der Halbmesser der gekrümmten Strecke ($\pi = 3^1/_7$)?

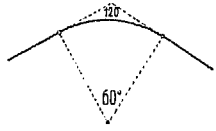


Fig. 114.

23. Eine Eisenbahndrehscheibe hat 12 *m* Durchmesser. Berechne die Länge der über die Scheibe laufenden Schienen einer normalspurigen Bahn! (Die Spurweite einer normalspurigen Bahn beträgt 1·435 *m*; Satz 12 c.)

24. Bei einem gekrümmten Bahngeleise bildet der innere Schienenstrang einen Kreisbogen mit dem Halbmesser $r = 300$ *m* und

[1]) Auf die Abplattung der Erde ist keine Rücksicht genommen.

dem Mittelpunktswinkel $\alpha = 42^0$. Wie lang ist das in der Krümmung liegende Stück der beiden Schienenstränge (Spurweite $= 1{\cdot}435\ m$)?

Aus der Naturlehre.

25. Ein Wasserrad ($r = 2{\cdot}5\ m$) dreht sich mit $1{\cdot}5\ m$ Umfangsgeschwindigkeit; welchen Weg legt ein Umfangspunkt in einer Minute zurück? Wieviel Umdrehungen macht es in einer Minute?

26. Eine Riemenscheibe ($r = 1\ m$) macht in der Minute 200 Umdrehungen; welchen Weg legt ein Umfangspunkt in einer Sekunde zurück (Umfangsgeschwindigkeit)?

27. Eine kreisrunde Eichenholzstütze von geringer Länge soll eine Last von 9000 *kg* tragen; welchen Querschnitt und welchen Durchmesser muß die Stütze bekommen, wenn die zulässige Belastung für einen cm^2 60 *kg* beträgt?

28. Die äußerste Tragfähigkeit für Flaschenzugseile beträgt 100 *kg* für 1 cm^2 Querschnitt; wie groß ist die Tragfähigkeit eines Seiles von 2 *cm* Durchmesser?

29. Welche Last kann ein Eisendraht von 4 *mm* Durchmesser höchstens tragen ($1\ cm^2 = 750\ kg$)?

30. Welchen Durchmesser muß ein Eisendraht haben, damit er einen Menschen von 70 *kg* Körpergewicht trägt?

31. Eine Winde ist mit 2 Kurbeln ($l = 32\ cm$) versehen. Der Durchmesser der Welle beträgt 10 *cm*; welche Last kann gehoben werden, wenn an jeder Kurbel zwei Personen mit je einer Kraft von 20 *kg* drehen?

32. Der Arm des Göpels zu einer Dreschmaschine ist $3^1/_2\ m$ lang. Welchen Weg macht das Pferd, das den Göpel treibt, in einem Tage (10 Std.), wenn es in einer Minnte zweimal im Kreise geht?

33. Wieviel Öfen dürfen in einen Kamin mit kreisrundem Querschnitt ($r = 10\ cm$; russischer Kamin) einmünden, wenn man für einen Ofen 80 cm^2 Kaminquerschnitt rechnet?

In der Fabrik.

34. Eine Fabriksesse hat unten 11 *m* Umfang; wie dick ist der Schornstein ($\pi = {}^{22}/_7$)?

35. Wie lang sind die Treibriemen, durch welche zwei gleich große Riemenscheiben ($r = 32\ cm$) miteinander verbunden sind, wenn ihre Mittelpunkte 5·48 *cm* voneinander entfernt sind?

36. Im Fabriksaal stehen zur Unterstützung der Decke 5 *m* hohe gußeiserne hohle Trägersäulen ($R = 10\ cm$, $r = 9\ cm$), von denen jede mit 10facher Sicherheit 18548 *kg* trägt? Wie groß ist die Tragfähigkeit für 1 cm^2 Materialquerschnitt?

37. Am Kran befindet sich eine schmiedeiserne Zugstange, die eine Belastung von 7730 *kg* aushält. Wie groß ist ihr Querschnitt ($1\ mm^2 = 7\ kg$)?

38. Die kreisförmige Druckfläche des Dampfkesselsicherheitsventils hat 40 *mm* Durchmesser; welchen Druck erfährt es bei 5 Atmosphären Dampfspannung? (1 at = Druck von 1 *kg* auf 1 cm^2; $\pi = 3^1/_7$.) Bei wieviel Atmosphären Dampfdruck wird sich das Ventil öffnen, wenn das Ventil mit einem Gewichte von 88 *kg* drückt?

39. Das Schwungrad ist mit der Haupttransmission durch 6 Seile von je 30 *mm* Durchmesser verbunden. Welchen Zug halten diese 6 Seile aus, wenn die zulässige Belastung für 1 cm^2 Querschnitt 100 *kg* beträgt?

Fenster- und Türabschlüsse.

Fig. 115.

40. Das halbkreisförmige Oberlicht einer Haustür besteht aus 2 konzentrischen Kreisen, deren Halbmesser sich wie 1 : 3 verhalten. Das Oberlicht ist durch 4 Sprossen in 8 Kreisausschnitte geteilt. Wie groß ist jede der 8 Fensterscheiben (Türbreite = 2 *m*)?

41. Ein rechteckiges Fenster hat als Abschluß einen gleichseitigen Spitzbogen (Fig. 115). Welchen Flächeninhalt hat der Abschluß des 1·2 *m* breiten Fensters?

Schmückendes Zeichnen.

Die Verwendung des Spiegels in der Ornamentierkunst. Wandmalerei.

Berufszeichner für Stoff- und Tapetendruckereien, Schablonenfabriken u. s. w. verwenden zu Entwürfen vielfach den Spiegel. Besorge dir zwei Spiegelglasstreifen von beiläufig 3 × 8 *cm* und gebrauche sie nach Fig. 116! Aus einem Bande

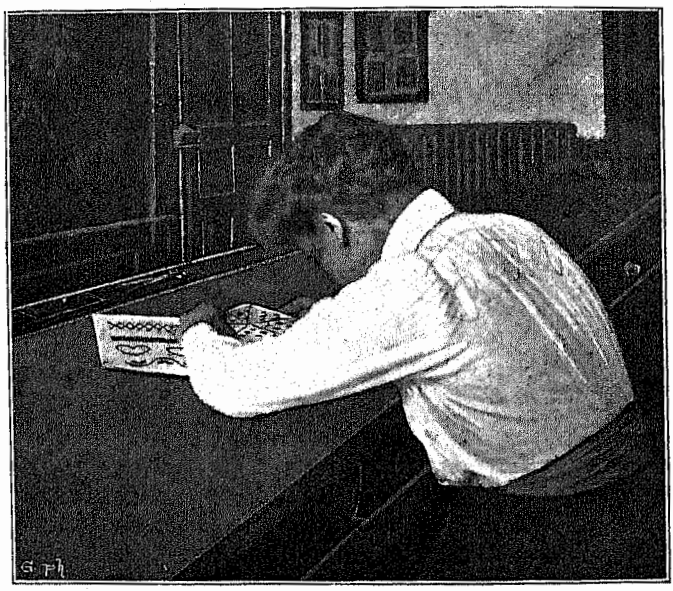


Fig. 116.

läßt sich leicht eine Eckbildung machen, indem man die Spiegel unter 90° zusammenstoßend auf das Band stellt und das Bild im Spiegel beobachtet. Durch entsprechende Verschiebung der beiden Spiegel wirst du bald eine passende Eckbildung finden. Schneide aus farbigem Papier verschiedene Formen, lege oder wirf sie regellos über- und untereinander und versuche, mit deinen Spiegeln einen Stern, eine

Kreisfüllung u. s. w. zu bilden! Je nachdem die Spiegel 90°, 60°, n° miteinander einschließen, entsteht ein 4-, 6-, $\frac{360}{n}$-teiliger Stern. Auf diese Weise lassen sich aus Schmetterlings- und Insektenflügeln, Blättern, selbst regellosen Tintenklexen die schönsten Ornamente bilden. Halte die beiden Spiegel nahe parallel zueinander auf eine geeignete Unterlage und schaue von oben schief hinein! Du beobachtest ein Band. Entwirf mit Benützung der Spiegel Friese, Flächenmuster, Ecken und Sterne für

Wandmalereien. Beachte dabei das auf S. 53, I. T. Gesagte! Die moderne Wandmalerei verwendet mit Vorliebe für die Wand ein einfaches, wenig

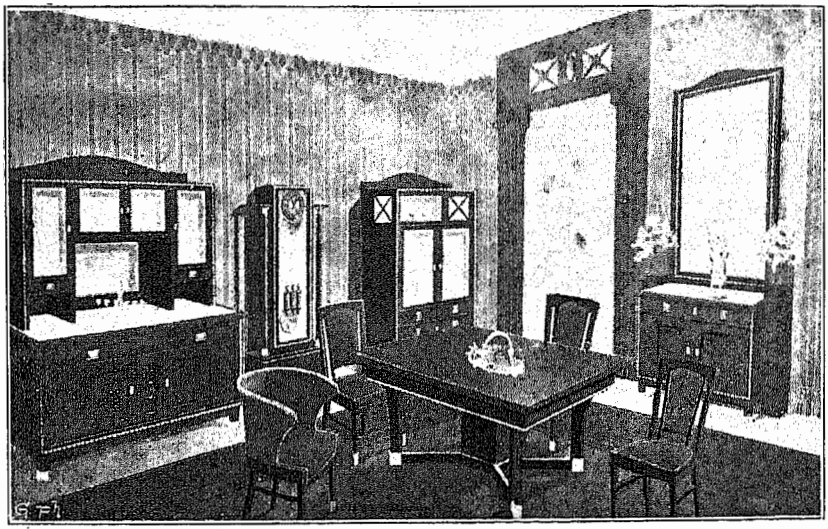


Fig. 117.

vortretendes Streifenmuster (Fig. 117), das oben durch einen breiten Fries aus geometrischen Motiven abgeschlossen ist. Der breite Fries sitzt je nach der Höhe des Zimmers entsprechend tief unter der Decke (Fig. 38). Dadurch erscheint uns das aus gesundheitlichen Rücksichten hohe Zimmer niedriger und behaglicher.

IX. **Die Ellipse** (das Langrund).

Vorübungen. Wie stellt der Gärtner mit zwei Pflöcken und einer Schnur eine Ellipse her? Schneide einen Zylinder (Wurst) schief zur Achse, neige ein teilweise gefülltes Wasserglas! In beiden Fällen kannst du Ellipsen betrachten. Den Gärtner wollen wir nachahmen. Befestige in zwei Punkten F und F* (Fig. 118) die beiden Enden einer Schnur! Ziehe diese mit einem Bleistifte straff an und bewege ihn rundum!

Die zwei festen Punkte heißen die **Brennpunkte**. Die Strecke AB ist die **große Achse**, ihre Endpunkte sind die **Scheitel** der Ellipse. Symmetrisch zur

großen Achse ist die **kleine Achse** CD. Die beiden Strecken (Schnurteile), die von einem Ellipsenpunkte zu den beiden Brennpunkten gehen, sind die **Leitstrahlen.** Aus der Entstehung der Ellipse folgt:

1. $AF = F^*B$; **die Brennpunkte sind von ihren Scheiteln gleich weit entfernt.**

2. **Die Summe der beiden Leitstrahlen ist gleich der großen Achse** (Schnurlänge).

3. $FC = CF^*$, $FD = DF^*$, **die Leitstrahlen nach den Scheiteln der kleinen Achse sind gleich der halben großen Achse.**

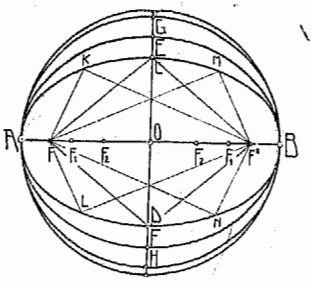


Fig. 118.

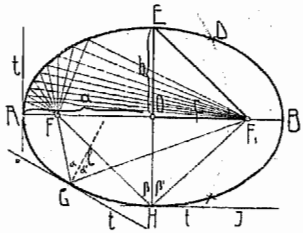


Fig. 119.

4. Die Punkte K, L, N und M haben gleiche Leitstrahlen, mithin ist $\triangle FKF^* \cong \triangle FLF^* \cong \triangle FMF^* \cong \triangle FNF^*$, **die Ellipse hat zwei Symmetrieachsen: die große und die kleine Achse.**

Aus dieser Eigenschaft folgt ihre vielfache Verwendung als Zierform und Grundform: Fenster, Medaillons an Denkmälern und Ketten, Namenschilder, Bilderrahmen, Servierbretter, Boden von Wannen u. s. w.

5. Die **Zirkelkonstruktion** der Ellipse.

Gegeben sei (Fig. 119) die große Achse 2 a und die kleine Achse 2 b. Wir zeichnen zunächst die beiden Achsen symmetrisch zueinander und durchschneiden die große Achse von H oder E aus mit der Strecke a, um die beiden Brennpunkte F und F_1 zu erhalten. Ferner beschreiben wir mit einer beliebigen Zirkelöffnung, z. B. AC kleiner als 2 a, von F aus einen Bogen D. $FD = AC$ ist der eine Leitstrahl; der andere hat somit die Länge CB. Mit diesem Stück durchschneiden wir den Bogen D von F_1 aus. D ist ein Ellipsenpunkt. Mit der gleichen Zirkelöffnung lassen sich infolge der doppelten Symmetrie der Ellipse immer gleich 4 Punkte konstruieren. Sind entsprechend viele Punkte bestimmt worden, so werden diese freihändig oder mit einem Kurvenlineal verbunden.

6. Um **die innige Verwandtschaft der Ellipse mit dem Kreise** zu erkennen, verschiebe die Brennpunkte so gegen die Mitte (Fig. 118), daß sie symmetrisch zur kleinen Achse liegen und zeichne die dazugehörigen Ellipsen! Diese nähern sich immer mehr dem Kreise. Die Ellipse mit den Brennpunkten F_2 hat bereits die Strecke HG zur kleinen Achse. Fallen die beiden Brennpunkte in O zusammen, dann ist aus der Ellipse ein Kreis, aus der kleinen Achse b der Kreishalbmesser a geworden. **Wir können somit den Kreis als eine besondere Ellipse**

betrachten; deshalb gilt für die Kreisformel $F = r.r.\pi$ auch die entsprechende Ellipsenformel

$$F = a.b.\pi$$

und für die Kreisformel $U = (r + r)\,\pi$ die Ellipsenformel

$$U = (a + b)\,\pi,$$

wenn a und b die beiden Halbachsen sind.[1])

Satz 15. Der Flächeninhalt einer Ellipse wird berechnet, indem man das Produkt der beiden Halbachsen mit π vervielfacht.

Aufgaben.

Im Garten.

1. 30 *cm* vom Rande eines elliptischen Blumenbeetes (Länge 4·2 *m*, Breite 2·8 *m*) entfernt stehen Rosenbäumchen in der durchschnittlichen Entfernung von 50 *cm*; wieviel Bäumchen sind auf dem Beete?

2. Der Gärtner will eine Ellipse von 8 *m* Länge und 6 *m* Breite herstellen. In welcher Entfernung von den Endpunkten der großen Achse muß er die Pflöcke einschlagen? Anleitung: Berechne aus dem $\triangle E O F_1$ (Fig. 119) das Stück $O F_1$ (Satz 12 c)! Konstruiere die Ellipse (1 : 100)!

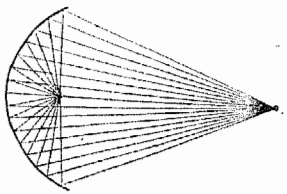


Fig. 120.

3. Das Beet soll 5 *m* breit werden, die Pflöcke haben 6 *m* Abstand voneinander; wie lang muß der Gärtner die Schnur nehmen? Konstruiere die Ellipse (1 : 100)! Anleitung: Benütze das $\triangle E O F_1$ (Fig. 119)!

Verschiedenes.

4. Aus einem rechteckigen Spiegelglas (50 *cm*, 30 *cm*) wird der größte elliptische Spiegel geschnitten. a) Welchen Flächeninhalt hat der Spiegel? b) Wieviel beträgt der Abfall?

5. Eine Tischplatte hat die Form einer Ellipse, deren Achsen 1·8 *m* und 1·2 *m* messen. Wie groß ist ihr Inhalt? Wieviel Personen können beiläufig um den Tisch sitzen?

6. Eine elliptische Reitbahn ($2a = 250$ *m*, $2b = 130$ *m*) soll mit Sand beschüttet werden. Wieviel kostet die Beschüttung, wenn die Bahn überall 8 *m* breit ist und auf 1 *a* 9 Fuhren à 5 K gerechnet werden?

7. Anstreichermeister Klimmt hat den im ersten Stock liegenden Verkaufssaal eines großen Geschäftshauses mit heißem Öl einzulassen. Der Saal (16·5 *m*, 11·5 *m*) hat in der Mitte einen ellipsenförmigen Oberlichtschacht ($2a = 3$ *m*, $2b = 2$ *m*). Auf welchen Betrag stellt Klimmt die Rechnung aus, wenn er das m^2 wegen der Nachtarbeit (warum) zu 45 h rechnet?

7. Aus der Naturlehre. Woher kommt der Name Brennpunkt?

Versuch: Stellt man ein Licht in dem einen Brennpunkte eines elliptischen Spiegels auf, so wirft dieser alle ihn treffenden Strahlen nach dem anderen Brennpunkte (Fig. 119 und 120). Hier entsteht ein heller, heißer Punkt, so daß leicht entzündliche Gegenstände in

[1]) Die letzte Formel ist bloß annähernd richtig.

ihm zu brennen beginnen. In gleicher Weise werden Schallstrahlen und elektrische S reflektiert. Anwendung bei optischen Instrumenten, Flüstergewölben u. s. w.

Erklärung. Nach dem Reflexionsgesetze ist der Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel und das Einfallslot steht senkrecht auf der spiegelnden S Steht (Fig. 119) die Lichtquelle in F und ist F H der einfallende Strahl, ist $H F_1$ der reflektierte Strahl; O H muß mithin das Einfallslot und E O H eine Tangente der Ellipse sein, der Einfallswinkel, β' der Reflexionsw Der Strahl F A wird in sich selbst z geworfen und kommt ebenfalls nach F_1 den Strahl F G muß auf Grund de flexionsgesetzes die Winkelsymmetrale Einfallslot und t ⊥ l die Ellipsenta im Punkte G sein. Wir können mith erwähnte physikalische Eigenschaft der zur Tangentenkonstruktion benützen.

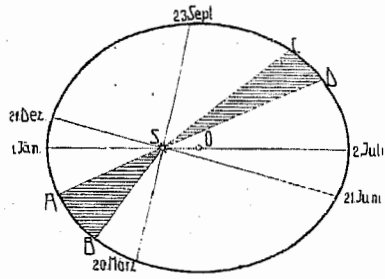


Fig. 121.

8. **Aus der Sternkunde** (Astron Johannes Kepler (1571—1630), ein bedeutendsten Astronomen, entdeckte während seiner Prager Tätigkeit als Hofastronom Kaiser Rudolfs II. folgend ihm benannte

Gesetze: 1. Alle Planeten (also auch die Erde) **bewegen sich in E um die Sonne. Diese steht in einem der beiden Brennpunkte.** (Fig. 121.

2. Die Leitstrahlen beschreiben in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Aus dem 1. Keplerschen Gesetze folgt, daß die Entfernung der Erde von der nicht immer gleich ist. Wann steht die Erde in Sonnennähe, wann in Sonn (Fig. 121)? Aus dem 2. Keplerschen Gesetze ergibt sich: Die Geschwindigkeit der Erde ihrem Laufe um die Sonne nicht immer gleich. Beweis: Die dreieckigen Flächen A B S C D seien z. B. von den Leitstrahlen in gleicher Zeit beschrieben worden; auf Gru 2. Gesetzes sind sie mithin flächengleich. Weil △ S C D jedoch höher ist als △ A muß das Stück C D kleiner sein als das Stück A B. Die Umlaufgeschwindigkeit de ist also in der Sonnennähe größer als in der Sonnenferne. Dieser Geschwindigkeit schied ist jedoch bei der Erde und bei den übrigen Planeten nicht besonders groß, w Bahnen fast Kreise sind. Sehr groß ist er jedoch bei den Kometen, die sich in außerord langgestreckten Ellipsen bewegen. In der Sonnennähe bewegen sich die Kometen un rasch, so daß sie bald aus dem Bereiche der Sichtbarkeit sind. In der Sonnenferne Geschwindigkeit dagegen sehr klein, so daß es nicht selten Hunderte von Jahren dau derselbe Komet wieder erscheint.

X. Der Korbbogen.

Im praktischen Leben verwendet man anstatt der Ellipsen meist **Korbbogen**, das sind ellipsenähnliche Figuren oder Teile von ihnen. lassen sich aus Kreisbogen in der verschiedensten Weise zusammensetzen. A Unsumme der verschiedenen Konstruktionsarten wollen wir nur die ein herausgreifen.

Fig. 122 zeigt zwei verschiedene Korbbogen, die über der gegebenen Länge A struiert sind. Ihre Form hängt ab von der Annahme der Kreismittelpunkte 1 und

die kleinen und der Mittelpunkte 4 und 6 für die großen Kreisbogen. In Fig. 123 sind über der gegebenen Breite AB drei verschiedene Korbbogen konstruiert. Die Form und die Länge des Korbbogens hängt auch hier sowohl von der Wahl der Mittelpunkte 1 und 2 für die großen als auch der Mittelpunkte 3, 5, 6 und 4 für die kleinen Kreisbogen ab. Vollende die einzelnen Bogen zu einer geschlossenen Figur und zeichne nach diesen Andeutungen selbst Korbbogen! Geschlossene Korbbogen brauchen Spengler, Faßbinder und Tischler in ihrem Berufe. Offene Korbbogen Fig. 124 dienen in der Baukunst zum Überwölben von Maueröffnungen. In Fig. 124 ist die Spannweite AB und die Pfeilhöhe CD des Gewölbes gegeben. Trotz dieser Angaben sind auch hier die verschiedensten Lösungen möglich.[1]) In Fig. 124 wurde zunächst E als der Schnittpunkt der Winkelsymmetralen α und β bestimmt und dann $E1 \perp BD$ gezeichnet. 1 und 2 sind die Kreismittelpunkte.

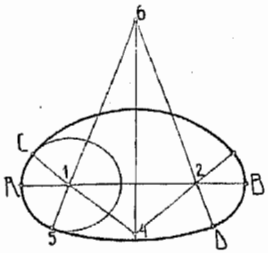


Fig. 122.

Versuche, die Konstruktion mit Benützung der schraffierten gleichschenkligen Dreiecke zu erklären! Auch im Eisenbahnbau werden vielfach offene Korbbogen verwendet, doch geht ihre Konstruktion über den Rahmen dieses Büchleins hinaus!

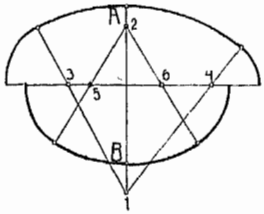


Fig. 123.

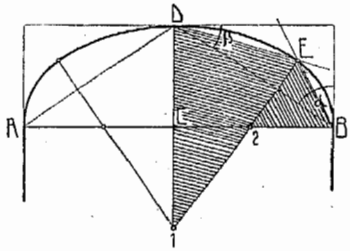


Fig. 124.

XI. Die Parabel (Wurflinie).

Scheinwerfer

auf Leuchttürmen, Schiffen u. s. w. haben die Aufgabe, ein „Lichtbündel" mittels eines Spiegels möglichst weit zu senden. Der elliptische Spiegel in Fig. 119 und 120 ist dazu nicht geeignet, weil der zweite Brennpunkt zu nahe am Spiegel liegt. Wir müssen demnach den Spiegel so krümmen, daß der zweite Brennpunkt möglichst weit, unmeßbar (unendlich) weit vom Spiegel entfernt ist. Die Lichtstrahlen werden dann vom Spiegel so zurückgeworfen, daß sie parallel zur Spiegelachse austreten (Fig. 125). Diese Spiegelkrümmung wollen wir konstruieren. Befestige (Fig. 126) eine Schnur von der Länge CB mit dem einen Ende an der Spitze B eines rechtwinkligen Dreieckes und mit dem anderen Ende in F; verschiebe das Dreieck längs des Lineals und spanne dabei den Faden mittels eines Bleistiftes so, daß der eine Schnurteil AB immer an der Lotseite des Dreieckes anliegt! Die Schnur stellt uns den Lichtstrahl vor, das Ende F ist der Brennpunkt mit der Lichtquelle. Die zurückgeworfenen Strahlen verlassen den Spiegel als ein paralleles Lichtbündel.

[1]) Wieviel Ellipsen ließen sich aus dieser Angabe zeichnen?

Die gekrümmte Linie, die auf diese Weise entstanden ist, heißt **Parabel.** Aus ihrer Entstehung folgt:

1. **Die Parabelachse SF steht senkrecht auf der Leitlinie CD. FA = CA.**

2. **Jeder Parabelpunkt ist vom Brennpunkte so weit entfernt wie von der Leitlinie.**

3. **Die Parabel ist keine geschlossene Linie.** Wir können sie als eine Ellipse betrachten, in welcher der zweite Brennpunkt unmeßbar weit entfernt ist. **Kreis, Ellipse und Parabel sind mithin innig miteinander verwandt, eine Linie kann in die andere übergehen.**

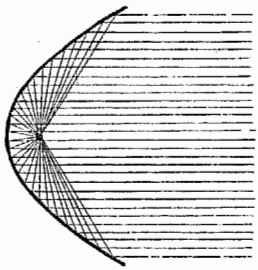


Fig. 125.

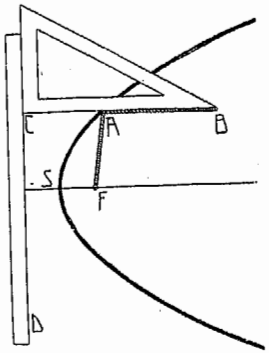


Fig. 126.

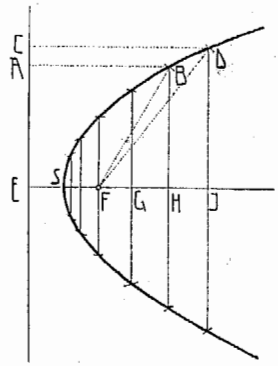


Fig. 127.

Aus 2 folgt die **Zirkelkonstruktion der Parabel** in Fig. 127. EF ⊥ EC. EF ist gegeben oder wird angenommen. Wir zeichnen in beliebigen Punkten F, G, H u. s. w. Senkrechte auf die Achse und durchschneiden sie von F aus mit den zugehörigen Abständen FE, GE, HE u. s. w. von der Leitlinie; FB ist mithin gleich EH = BA, FD = EJ = DC; u. s. w. Die erhaltenen Punkte werden freihändig oder mit einem „Kurvenlineal" verbunden.

Schlußbemerkung. Die Parabel spielt in der Rechenkunst und in der Naturlehre eine wichtige Rolle. Alle nicht lotrecht geworfenen Körper bewegen sich in einer Parabel (Wurflinie), jede nicht lotrecht nach abwärts ausfließende Flüssigkeit beschreibt eine Parabel. Beobachte solche Parabeln und stelle Versuche mit Wasser an, das in einem feinen Strahle ausfließt!

Schmückendes Zeichnen.

Fig. 128 zeigt eine **Ellipsenfüllung** als Intarsia. 1. Entwirf ähnliche Füllungen! 2. Schneide Ellipsen aus farbigem

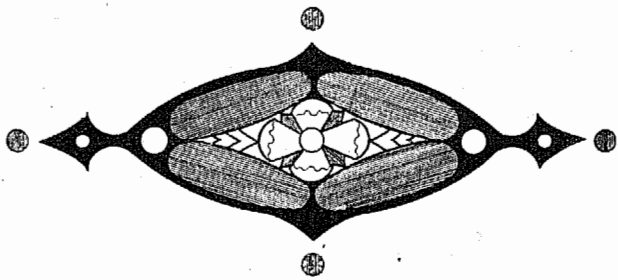


Fig. 128.

Zeichenpapier und stelle, wie im I. T. beim Kreise gezeigt wurde, Ornamente damit zusammen.

XII. Zur Wiederholung.

Gemietete Räume.

1. Tischlermeister Schneider zahlt für seine Werkstätte im IV. Wiener Bezirke jährlich 252 K Miete. Wieviel beträgt die Miete für 1 m^2 ($G = 9{\cdot}8$ *m*, $g = 7{\cdot}6$ *m*, $h = 5{\cdot}9$ *m*)?

2. Zur Vergrößerung seines Geschäftes mietet er eine zweite Werkstätte (7 *m*, 8 *m*), für die er jährlich 320 K zahlt. a) Wieviel m^2 ist die neue Werkstätte größer? b) Für welche Werkstätte zahlt er verhältnismäßig weniger Miete? c) Wieviel Miete müßte Schneider für die neue Werkstatt zahlen, wenn sie verhältnismäßig so teuer wäre wie die alte?

3. Kaufmann Ebert hat im I. Bezirke ein Warenlager (16 *m*, 12 *m*), für das er jährlich 4224 K Miete zahlt. Wie hoch stellt sich die Miete für 1 m^2? Für das Warenlager seiner Filiale im V. Bezirk zahlt er bloß 4000 K Miete, dabei ist es um ein Viertel größer. a) Wieviel zahlt er für 1 m^2 im V. Bezirke? Für den Verkaufsladen (10 *m*, 6 *m*) im I. Bezirke zahlt Ebert 3000 K Miete. Wieviel beträgt die Miete für 1 m^2 Ladenfläche? Der rechteckige Verkaufsladen im V. Bezirke hat einen Umfang von 36 *m* und ist 8 *m* breit. Wie groß ist seine Grundfläche? Für diesen Laden zahlt er für 1 m^2 jährlich 42 K Miete. Wieviel beträgt diese?

Verschiedene Maschinen.

4. Die Welle einer Winde hat 24 *cm* Durchmesser. a) Welche Kraft ist notwendig, um einer Last von 200 *kg* das Gleichgewicht zu halten, wenn der Durchmesser des Rades 96 *cm* mißt? b) Welche Kraft ist erforderlich, wenn infolge der Seilsteifigkeit und der Reibung ein Mehraufwand von 20% notwendig ist?

5. In einer Tischlerei mit Motorbetrieb überträgt das Triebrad ($r = 90$ *cm*) des Petroleummotors seine Geschwindigkeit auf eine Transmissionswelle ($r = 15$ *cm*). Auf dieser sitzt eine Riemenscheibe ($r = 40$ *cm*), welche mit dem Vorgelege ($r = 10$ *cm*) einer Kreissäge verbunden ist. a) Wie oft dreht sich die Riemenscheibe mit der Transmissionswelle, wenn sich das Triebrad des Motors einmal dreht? (Beachte, daß du die Rechnung mit π vermeiden kannst!) b) Wieviel Umdrehungen macht die Kreissäge, wenn sich die Riemenscheibe einmal dreht? c) Wieviel Touren macht die Kreissäge, wenn das Triebrad des Motors eine Umdrehung macht? d) Wieviel Touren macht die Kreissäge in einer Sekunde, wenn der Motor in der Minute 120 Hube vollführt? e) Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sich die Zähne des Sägeblattes, wenn das Sägeblatt 40 *cm* Durchmesser hat?

6. Zum Bestimmen der Dicke schwacher Bleche bedient man sich der Mikrometerschraube. Eine solche Schraube hat 0·5 *mm* Ganghöhe und besitzt am Kopfrädchen eine $^1/_{100}$ Teilung. Wie stark ist ein Goldblech, wenn man mit der Scheibe $^{14}/_{100}$ Umdrehungen machen muß, um das Goldblech dazwischen klemmen zu können?

7. Der Zylinder einer Dampfmaschine hat einen inneren Durchmesser von 325 (250) *mm*. Wie groß ist der Druck, mit dem der Kolben bei 8 (6) Atmosphären Dampfspannung bewegt wird?

8. Der Preßkolben einer hydraulischen Presse hat 175 *mm* (150 *mm*) Durchmesser. Wie groß ist der Preßdruck bei 120 (115) Atmosphären Wasserdruck?

Aus der Naturlehre.

9. Wie groß ist der Flächenraum, auf dem man einen Kanonenschuß in den ersten 5 Sekunden hört?

10. In der Schule ist eine Lochsirene ($d = 30\ cm$), deren Löcher in konzentrischen Kreisen angeordnet sind. Der kleinste Kreis ist vom Mittelpunkte 3 *cm* entfernt. Die Entfernung der einzelnen Kreise beträgt $1^1/_2$ *cm*. Berechne die Entfernung der Löcher in den einzelnen Kreisen, wenn, von innen nach außen gezählt, 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48 Löcher sind!

11. Ein Farbenkreis ($r = 9\ cm$) enthält die Regenbogenfarben in Kreisausschnitten mit folgenden Mittelpunktswinkeln: rot 60^0, orange 40^0, gelb 40^0, grün 60^0, blau 50^0, indigoblau 50^0, violett 60^0; welchen Flächeninhalt nehmen die einzelnen Farben ein?

12. Zwei Kräfte $P = 85\ kg$ und $Q = 85\ kg$ wirken unter einem Winkel von 60^0 zusammen; wie groß ist ihre Resultierende?

13. Zwei Kräfte $P = 36\ kg$ und $Q = 85\ kg$ wirken unter einem Winkel von 90^0 zusammen; berechne ihre Resultierende!

14. Der beladene Wagen einer Drahtseilbahn wiegt $Q = 3000\ kg$ Die Last Q zerlegt sich in eine senkrecht auf die Schienen wirkende Druckkomponente P_2 und in eine Komponente P parallel zum Geleise. Diese muß durch die gleich große Spannung P_1 des Seiles im Gleichgewicht gehalten werden. a) Welche Spannung hat das Seil auszuhalten, wenn die Bahn auf einer Geleislänge von 510 *m* um 135 *m* steigt? b) Wie groß ist der Druck auf die Schienen? (Satz von der Ähnlichkeit der Dreiecke.)

Bei unseren Handwerkern.

15. Der Schlossermeister Altmann hat die Rücken von 6 Eisbrechern mit Winkeleisen zu beschlagen; wieviel *m* braucht er dazu, wenn jeder (rechtwinklige) Eisbrecher 8 *m* hoch ist und seine Grundlinie 12 *m* beträgt?

16. Ein Lastwagen soll neue Reifen von 9 *cm* Breite und 15 *mm* Dicke bekommen. a) Wieviel *m* Reifeneisen sind dazu erforderlich? Die Hinterräder sind 1·6 *m*, die Vorderräder 1·2 *m* hoch und zum Zusammenschweißen sind 5 *cm* Naht erforderlich. b) Wieviel wiegt dieses Eisen (1 *m* = 10·52 *kg*)? c) Wieviel kostet das Rohmaterial (100 *kg* = 21·2 K)?

17. Ein Spengler macht um eine Gießkanne ($d = 22^1/_2\ cm$) Reifen aus 3 *cm* breitem Bandeisen. (Warum?) Wie lang muß er die Reifen zuschneiden ($2^1/_2$ *cm* Naht)? Wie lang müssen die Reifen für Waschfässer (unten $d = 40\ cm$) zugeschnitten werden?

18. Ein Gärtner sammelt das Regenwasser aus 2 Rinnschläuchen von je 9 *cm* Durchmesser. Spenglermeister Konrat soll aus verzinktem Eisenblech (Zinkblech wäre zu weich und Weißblech würde bald rosten) ein Rohr herstellen, durch welches das Regenwasser beider Rinnschläuche fließt. Welchen Durchmesser muß das Sammelrohr haben?

Buntes Allerlei.

19. Wie weit ist Graz vom Äquator entfernt (geogr. Breite 47° 4′)?

20. Sonne und Mond haben beinahe dieselbe scheinbare Größe, da sie beide etwa einen Durchmesser von $^1/_2$ Bogengrad besitzen. Die Entfernung der Sonne von der Erde beträgt 20 Millionen Meilen, die des Mondes 50.000 Meilen. Berechne a) den Durchmesser der Sonne, b) den Durchmesser des Mondes!

21. Auf einer 16 *m* langen Kegelbahn wird mit Kugeln von 12 und 16 *cm* Durchmesser geschoben; wieviel Umdrehungen macht eine Kugel bei geradliniger Zurücklegung des Weges?

22. Wieviel Personen hätten in unserem Schulzimmer Platz, wenn sie dicht nebeneinander stünden?

XIII. Verzeichnisse für die Angaben zu den Aufgaben des Buches.

Nr.	I. Durchschnittspreise[2]) für Zimmermaler-, Anstreicher- und Tapeziererarbeiten.	h	Ortsübliche Preise
1	1 m^2 Aufziehen von Tapeten ohne Beigabe der letzteren	20	
2	1 Rolle gewöhnliche Tapete, rund 8 *m* lang, 50 *cm* breit, 1 m^2 von	30	
3	1 m^2 feine Tapete mit Pressung . . . . . von	78	
4	1 m^2 lederartige Tapete mit Pressung . . . . . von	345	
5	1 m^2 Tapezierung mit gewöhnlichen Tapeten	50	
6	1 m^2 Tapezierung mit mittelfeinen bis feinen Tapeten nach Wahl der Tapete und Bordüre	90–150	
7	1 m^2 Fassade[1]) in zwei Tönen, zweimal mit guter Leimfarbe gestrichen	30	
8	1 m^2 Färben von Wänden im Innern mit einfacher Leimfarbe, wobei die Ecken und Sockel einen dunkleren, die Decke einen helleren Anstrich erhalten, samt Ablinieren der Grenzen mit dunklen Strichen	24	
9	1 m^2 Grundieren, Spritzen und einfach Marmorieren	30	
10	1 m^2 Grundieren mit einfacher Leimfarbe, dann einmaliges Patronieren bei Auswahl des Musters	30	
11	1 m^2 wie Nr. 10, jedoch mit 2 Patronen und Ausstattung der Decke mit Rosette und Eckstücken	42	
12	1 m^2 Metall[2]) mit Minium einmal grundiert	60	
13	1 m^2 Metall[2]) zweimal mit Ölfarbe schwarz oder grau streichen .	90	
14	1 m^2 Mauerfläche zweimal mit Öl tränken, abschleifen, auskitten und zweimal mit Ölfarbe in beliebigem Tone streichen	240	
15	1 m^2 Eichenholzimitation[2]); die Fläche grundieren, auskitten und schleifen, zweimal mit Ölfarbe streichen, fladern und zweimal mit reinem Kopalfirnis lackieren	190	
16	1 m^2 Nußholzimitation[2]); Herstellung wie unter Nr. 15	190	
17	1 m^2 Fußbodenanstrich; zweimal mit Ölfarbe gestrichen	150	
18	1 m^2 Fußbodenanstrich; zweimal mit Fußbodenlack gestrichen . .	200	

[1]) Der Preis versteht sich ohne Beistellung des Gerüstes; mit Beigabe des Gerüstes erhöht sich der Preis um 20 h.

[2]) Bei Eisengittern und Fenstern wird der beiderseitige Anstrich so gerechnet, als wäre die Fläche voll, aber bloß auf einer Seite gestrichen worden. Beim Malen und Tapezieren von Wohnungen werden Fenster- und Türöffnungen für voll gerechnet.

Nr.	II. Durchschnittspreise[1]) für Glaserarbeiten.	h	Orts-übliche Preise
1	1 m^2 Verglasung mit starkem gewöhnlichen Lagerglas	200	
2	1 m^2 „ „ 2 *mm* starkem Solinglas	300	
3	1 m^2 „ „ 3 *mm* „ „	450	
4	1 m^2 „ „ zweitönig geätztem Glase	1200	
	III. Durchschnittspreise für Zimmermanns- und Tischlerarbeiten.		
1	1 m^2 einfache rohe Bretterverschalung samt Gerippe aus Polsterholz	230	
2	1 m^2 weicher gehobelter Tafelboden aus 5—6 *m* langen Tafeln oder aus Brettern samt Sesselleisten	350	
3	1 m^2 weicher gehobelter Schiffboden aus 2—3 *m* langen, rund 14 *cm* breiten Brettern samt Sesselleisten	440	
4	1 m^2 Ia Eichenbrettelboden (Parkettfußboden) samt 1″ Blindboden[2]) und Sesselleisten	1200	
5	1 m^2 IIa Eichenbrettelboden (Parkettfußboden) samt $^3/_4$″ Blindboden und Sesselleisten	1000	
6	1 m^2 Staketenzaun, einfach	280	
	IV. Durchschnittspreise für Pflasterungen.		
1	1 m^2 liegendes Ziegelpflaster mit Weißkalkmörtel	230	
2	1 m^2 stehendes Ziegelpflaster mit Ausgießen der Fugen mit Roman-Zementmörtel	450	
3	1 m^2 wie Nr. 2 mit Zementmörtel	550	
4	1 m^2 Zementbetonfußboden, 8 *cm* dick, samt 2 *cm* starkem Zementstrich darüber	600	
5	1 m^2 Klinkerplatten-Pflaster	1000	
6	1 m^2 Mosaikplatten-Pflaster . . . . . von	1200	
7	1 m^2 gestampfter Lehmfußboden, 15 *cm* dick	150	
8	1 m^2 Asphaltierung von Gängen, Höfen, Trottoirs u. s. w. mit 10 *cm* Portland-Zement-Betonunterlage und 2 *cm* Gußasphalt (Asphalt coulé)	1500	
9	1 m^2 asphaltierte Straße, 18 *cm* Betonunterlage, 5 *cm* Stampfasphalt	2500	
10	1 m^2 asphaltierte Straße, 15 *cm* Betonunterlage, 4 *cm* Stampfasphalt	2000	
11	1 Kurrentmeter Randstein 0·31 *m* breit, 0·25 *m* hoch, samt Untermauerung	1300	
12	1 m^2 Straßenwürfelpflaster	900	

[1]) Diese Preise gelten nur bei größeren Bestellungen, z. B. bei Neubauten.
[2]) ″ ist die Abkürzung für Zoll. 1 Zoll = 26·3 *mm*.

Nr.	V. Durchschnittspreise für Dachdeckerarbeiten.	h	Orts-übliche Preise
1	1 m^2 Dacheindeckung mit verzinktem Eisenblech Nr. 10	575	
2	1 m^2 Gesimseindeckung mit Zinkblech Nr. 12	650	
3	Für 1 m^2 verbaute Fläche hat ein einfaches Satteldach, die geringste notwendige Neigung vorausgesetzt, folgende Größen: Ziegeldach 1·281 m^2, Schieferdach 1·101 m^2, Blech- und Pappedach 1·051 m^2	—	
4	1 m^2 doppeltes Ziegeldach	260	
5	1 m^2 gewöhnliches Schieferdach	350	
6	1 m^2 Dach mit englischem Schiefer gedeckt	450	

VI. Durchschnittliche Leistung eines Pferde- oder Ochsendoppelgespannes mit einem Arbeiter bei landwirtschaftlichen Arbeiten.

Nr.	Art der Arbeitsleistung in 10 Arbeitsstunden	*ha*
1	Stoppelstürzen mit dem Schälpflug	1
2	30—32 *cm* tief ackern	0·30
3	Dünger einackern	0·5
4	Vorackern zur Saat	0·5
5	Mit der Egge einmal überziehen	3·0
6	Saatunterbringen mit der 17reihigen Drillsämaschine	4·00
7	Grasmähmaschine	4·0
8	Heuwenden	7·00
9	Getreidemähmaschine mit Selbstablage. Winterfrucht	3·00
10	Getreidemähmaschine mit Selbstablage. Sommerfrucht	4·50

VII. Verschiedene Gebühren.

1	Die von 1—5 genannten Gebühren werden vom wirklichen Werte des Objektes gerechnet.	Realübertragungsgebühr[1]) (Immobiliargebühr)[2]) bei entgeltlichen oder unentgeltlichen Übertragungen (Kauf, Erbschaft oder Schenkung) nicht landwirtschaftlicher Besitzungen zwischen Eltern und Kindern und Ehegatten bei Beträgen bis 30.000 K 1% über 30.000 K 1½%
2		Übertragungsgebühr bei unentgeltlichen Übertragungen (Erbschaft oder Schenkung) zwischen anderen Personen als den unter 1 genannten bei Beträgen bis 20.000 K 1½% über 20.000 K 2%

[1]) Real = sachlich, [2]) Immobilien = unbewegliche Güter, liegende Gründe. Bei der Übertragung landwirtschaftlicher Besitzungen werden jedoch bewegliche Güter (Mobilien), welche zum ordentlichen Wirtschaftsbetriebe gehören (Ackergerätschaften), mit zu den unbeweglichen Gütern (Immobilien) gerechnet.

Die von 1—5 genannten Gebühren werden vom wirklichen Werte des Objektes gerechnet.

3 Übertragungsgebühr (Kaufgebühr) bei entgeltlichen Übertragungen (Kauf) zwischen Nichtverwandten bei Beträgen
bis 10.000 K 3%
von 10—40.000 K 3½%
über 40.000 K 4%

4 Übertragungsgebühr bei Erbschaft, Schenkung oder Kauf landwirtschaftlicher Besitzungen zwischen nahen Verwandten
unter 5000 K 0%
von 5000—10.000 K ½%
von 10.000—30.000 K 1%
über 30.000 K 1½%

5 Übertragungsgebühr bei landwirtschaftlichen Besitzungen zwischen Nichtverwandten
unter 5000 K 1½%
von 5000—10.000 K 2¼%
von 10000 - 40.000 K 3½%
über 40.000 K 4%

6 Außer den Übertragungsgebühren sind bei Erbschaften oder Schenkungen von unbeweglichen Gütern oder Wertsachen Gebühren zu entrichten, welche vom reinen Betrage (nach Abzug der vorhandenen Lasten) berechnet werden. Sie betragen bei Erbschaft zwischen Eltern, Kindern und Ehegatten 1¼%, zwischen geschwisterlichen Nachkommen 5%, zwischen Nichtverwandten 10%.

7 Gebühr für Darlehenseintragungen (Intabulationsgebühr) und Übertragungen
bis 200 K frei
über 200 K ⅝%

8 Stempel für ein Gesuch um Einverleibung oder Löschung eines Darlehens ins Grundbuch bei Beträgen
bis 100 K 1 K
von 100—200 K 1·5 K
über 200 K 3 K

9 Gesuch um Eintragung eines Besitzes ins Grundbuch 3 K-Stempel

10 Urkundenstempel 1 K

11 Für die gerichtliche Beglaubigung (Legalisierung) einer Unterschrift 72 h-Stempel.

12 Für die notarielle Beglaubigung[1]) einer Unterschrift 20 h-Stempel.

13 Advokaten oder Notargebühr für ein Grundbuchgesuch durchschnittlich 6—20 K.

14 Löschungsquittungen von Hypothekarforderungen müssen nach Skala II gestempelt sein. Die Löschung selbst ist gebührenfrei.

15 Vermessungsgebühren:

Ar	Ar	K	h	Ar	Ar	K	h
von	0—30	—	80	von	250—500	1	40
„	30—100	1	—	„	500—750	1	60
„	100—250	1	20	„	750—1000	2	—

16 Gebühr für das Umschreiben im Grundbesitzbogen 20 h.

[1]) Der Notar oder Advokat verlangt aber wenigstens 1 K für die Legalisierung.

VIII. Saat- und Erntemengen unserer Kulturpflanzen.[1])

Nr.	Name der Pflanze	1 *hl* Saatgut wiegt	Saatgutbedarf für 1 Hektar bei						Ertrag von 1 Hektar		
			Handsaat		Reihensaat		Dibbelsaat		Körner(Samen)		Stroh
		kg	*hl*	*kg*	*hl*	*kg*	*hl*	*kg*	*hl*	*q*	*q*
1	Winterweizen .	78	2·5	200	2	155	0·9	70	42	33	59
2	Sommerweizen .	79	2·6	205	2	160	0·9	71	39	31	63
3	Winterroggen .	74	2·3	175	1·7	124	0·9	60	27	20	42
4	Sommerroggen	67	2·7	178	1·8	120	0·8	55	18	12	24
5	Wintergerste, vierzeilige . .	60	2·7	160	1·7	102	0·9	54	50	30	60
6	Sommergerste .	70	2·7	199	2	140	0·9	63	36	25	30
7	Hafer	46	4	184	2·6	120	1·3	59	52	24	33
8	Winterraps . .	68	0·22	15	0·15	11	—	—	18	13	24
9	Sommerraps .	67	0·25	17	0·2	14	—	—	14	10	19
									Knollenernte von 1 Hektar		
									1 *hl* Knollen wiegt *kg*	*q*	
10	Kartoffel . . .	77	—	—	—	2000	—	2000	77	70–350	—
11	Zuckerrüben . .	24	—	—	—	35	—	22	68	250	
12	Futterrüben . .	24	—	—	—	35	—	22	70	450	
13	Kraut	69	—	—	—	—	20.000 Pflanzen		400–800 *q* grüne Köpfe		Heu
14	Rotklee	75	—	20		15			6	68	60

IX. Alte österreichische Maße.

Längenmaße { 1 Wiener Fuß = 0·316 *m* (rund 0·32 *m*) = 12 Zoll. 1 Zoll = 12 Linien.
1 Klafter = 6 Fuß = 1·896 *m* (rund 1·9 *m*)

Flächenmaße { 1 Quadratklafter = 3·596 m^2 (rund 3·6 m^2)
1 Joch = 1600 Quadratklafter = 0·575 *ha* (rund 0·6 *ha*)
1 *ha* = 1·737 Joch (Katastraljoch)

Nr.	X. Durchschnittspreise eines vollständigen Neubaues für 1 m^2 bebaute Fläche	K	Ortsübliche Preise
1	Ebenerdiges Wohngebäude aus Ziegeln und Bruchsteinen, mit Ziegeln oder einem anderen feuersicheren Material eingedeckt, ganz unterkellert, bei sparsamer und einfachster Ausführung	75	
2	Ebenerdiges Wohngebäude bei besserer Ausstattung, sonst wie Nr. 1	90	
3	Wohngebäude nach Nr. 1, jedoch 1 Stock hoch	120	
4	Wohngebäude in besserer Ausstattung (sonst wie Nr. 1), 1 Stock hoch	180	
5	Zweistöckiges Wohngebäude in besserer Ausführung	250	
6	Pferdestall mit Nebenräumen und Heuboden, gemauert und feuersicher eingedeckt, mit hölzerner, feuersicherer Decke, ganz einfach eingerichtet	60	
7	Pferdestall wie Nr. 8, jedoch auf Traversen oder dgl. gewölbter Decke, besser ausgestattet	75	
8	Rinderstall mit Nebenräumen und Futterboden, gemauert und feuersicher eingedeckt, mit hölzerner feuersicherer Decke, ganz einfach eingerichtet	45	
9	Rinderstall wie Nr. 10, jedoch mit gewölbter auf Traversen oder Eisenbahnschienen ruhender Decke und besser ausgestattet .	60	
10	Scheuer, gemauert, mit Ziegeln oder dgl. eingedeckt	30	
11	Scheuer aus Holz, auf gemauertem Sockel, feuersicher eingedeckt	24	

[1]) Mit Benützung einer Tabelle von Prof. Guido Krafft zusammengestellt. Die Tabelle enthält die Durchschnittswerte.

XI. Reinertrag in Gulden ö. W. per Hektar. Grundsteuer 22·7% vom Reinertrag.

	Klassifikationsdistrikt	Bonität																																					
		Äcker																Wiesen												Gärten											
		I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII		I		II		III		IV		V		VI		VII		I		II		III		IV		V		VI		VII	
		fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.
Wien	1	53	87	33	89	12	60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30	41	18	25	10	86	—	—	—	—	—	—	—	—	165	8	126	84	90	36	59	8	—	—	—	—	—	
	2[1])	47	79	33	02	25	20	19	98	13	90	9	12	6	26	—	—	54	74	39	97	24	33	12	60	6	60	—	—	—	—	118	15	90	36	78	20	59	8	43	44	26	07	15	64
	3[2])	50	39	34	75	23	46	17	38	11	30	—	—	—	—	—	—	51	26	38	23	24	33	17	38	7	82	—	—	—	—	111	20	88	62	73	85	51	26	38	83	—	—	—	—
	4[3])	48	66	34	75	25	20	18	25	14	77	11	30	8	69	4	52	43	44	31	28	19	98	11	30	5	4	—	—	—	—	126	84	74	72	43	44	20	85	13	90	—	—	—	—
	5[4])	48	66	34	75	25	20	19	12	13	99	9	56	5	21	2	61	43	44	34	75	26	93	19	12	13	3	5	91	1	1	72	8	48	66	38	23	29	54	21	72	12	16	—	
Reichenberg	1	30	41	23	46	19	11	15	20	12	16	8	25	5	56	2	61	42	57	35	62	30	41	25	20	20	85	16	51	10	43	36	49	30	41	24	33	19	98	15	64	—	—		
	2	21	72	15	64	12	16	9	99	7	39	5	39	3	30	1	65	38	23	31	28	2	20	19	12	14	77	11	73	9	12	30	41	24	33	18	25	14	34	—	—	—	—		

[1]) Der Klassifikationsdistrikt 2 umfaßt die Bezirke XVI (Ottakring), XVII (Hernals), XVIII (Währing) und XIX (Döbling).

[2]) „ „ 3 „ „ „ XII (Meidling), XIII (Hietzing), XIV (Rudolfsheim) und XV (Fünfhaus).

[3]) „ „ 4 umfaßt die aus dem früheren politischen und Schätzungsbezirke Bruck a. L. auf Grund des Gesetzes vom 19. Dezember 1890 in das Wiener Gemeindegebiet einbezogenen Gemeinden und Gemeindeteile.

[4]) umfaßt die auf Grund des vorerwähnten Gesetzes in das Wiener Gemeindegebiet einbezogenen Teile von Inzersdorf am Wiener Berge, Gemeide Karlberg.

K. und K. Hofbuchdruckerei Karl Prochaska in Teschen.