MĚŘICTVI

A

MĚŘICKÉ RÝSOVÁNÍ V PLOŠE

pro

průmyslové a realné školy, jakož i pro průmyslníky

sestavil

JAKUB JŮZL,
technický učitel na průmyslové škole v Jindřichově Hradci.

DÍL I.

V PRAZE 1869.
NÁKLADEM VLASTNÍM.
V komisi u p. Karla Janského, knihkupce v Jindřichově Hradci a v Táboře.

Cena 80 kr. r. č.

1410

JEHO BLAHORODÍ

PÁNU, PANU

HYNKU MORAVCOVI,

továrníku,

poslanci na sněmu českém, čestnému měšťanu a bývalému purkmistrovi Jindřicho-Hradeckému, údu mnohých dobročinných spolků a t. d. a t. d.

Svému dobrodinci a příznivci

na důkaz vděčnosti a úcty

věnuje

spisovatel.

Tiskem Hynka Fuchse v Praze.

Předmluva.

Že průmyslové školy ku povznešení průmyslu vůbec a řemesel zvlášť valně přispívají, toho jest nám důkazem Anglicko a Francouzsko, kde již záhy průmyslové školy zařízeny byly.

U nás arciť průmysl nedostoupil ještě tak vysokého stupně, zvláště řemesla až posud za řemesly jmenovaných zemí daleko pokulhávají. Nahledlo se ovšem, že hlavní příčina toho vězí v nedostatku průmyslových a řemeslnických škol; a proto počato i u nas u zřizování škol průmyslových a řemeslnických, čehož hlavní zásluhu přičísti lze p. t. panu dru. Ant. Majerovi, řediteli průmyslové školy v Praze. Město Jindřichův Hradec bylo zajisté jedno z nejprvnějších měst v slavné vlasti naší, jež v lůně svém takou průmyslovou a řemeslnickou školu zřídilo. Byloť to roku 1864, kdežto slavná městská rada Jindřichohradecká vedena tenkráte věhlasem výtečného purkmistra p. t. pana Hynka Moravce a podporována skvělým legatem spanilých dobrodinců p. t. p. p. manželů Hynka a Magdaleny Třebických školu průmyslovou v Jindřichově Hradci zřídila.

Byv slavnou městskou radou za učitele na nový ten ústav povolán, ujal jsem se práce všemi silami; poznal jsem však, že diktováním přednášek mnoho se promarní času a že žáci dostatečných poznámek sami si udělati nedovedou.

A ač teď mnohé a opět mnohé se zřizují průmyslové školy, není přece ještě potřebných kněh, které by žákům nejvhodnějším byly vodítkem. Proto jsem uspořádal malou rukověť měřictví a měřického rýsování v ploše pro průmyslové školy, kteréžto první díl tuto p. t. pánům kollegům pro průmyslové školy podávám s tou snažnou žádostí, aby mne na vše, co posud neúplné jest, laskavě upozornili, neboť míním, že jen spojenými silami dá se důkladná vyvesti práce a dílo zdařilé.

Podotýkám, že při vyučování vždy dle možnosti hledím měřictví spojiti s kreslením od ruky a s rýsováním, jak to v knize všudy naznačeno jest.

V druhém díle, který po čase vydati míním, budu jednati o tělesoměrství, o rýsování měřítek, o zvětšování a zmenšování obrazců, pak o průmětném a perspektivním rýsování.

Naději se, že p. t. páni kollegové snahu mou co možná nejvíce budou podporovati hojným rozšiřováním malého díla tohoto.

V Jindřichově Hradci, dne 24. září 1869.

Obsah.

Část první.

Tvary měřické v ploše.

Část druhá.

Rýsování tvarů měřických v ploše pomocí kružidla a pravítka.

Část první.

Tvary měřické v ploše.

Body.

1. Dotkneme-li se perem neb tužkou papíru neb křídou tabule, vznikne malé znaménko, jež **bodem** čili **tečkou** (Punkt) nazýváme.

Bod pouze myšlený, nemající žádného rozměru, slove bod **měřický** (geometrischer Punkt); bod nebo-li tečka, mající délku, šířku i tloušťku, slove bod **hmotný** (materieller Punkt), a sice z té příčiny, že na místě, kde jsme se papíru neb tabule dotkli, něco z hmoty lpěti zůstalo.

Bod nám představuje obraz nějakého předmětu, kterýž tím přísněji určíme, čím menší uděláme tečku.

2. Je-li více bodů, s nimiž nám činiti jest, žádá zřetelnost, postaviti vedlé každého bodu nějaké písmeno nebo číslo.

Učiníme-li tak, můžeme pak mluviti o bodu *A*, *B*, *C*, neb *a*, *b*, *c*, neb *1*, *2*, *3*, a žák vždy pozná, o kterém bodu mluvíme. *)

Obraz 1.

A	*B*	*C*
a	*b*	*c*
1	*2*	*3*

*) Obr. 1. Zde se učitel hned o tom několika příklady přesvědčí když se žáka otáže, kde je bod velké *A* nebo malé *b* nebo bod *3*.

3. Při práci si řemeslníci vyznačují důležitější body tím, že v to místo buď hřebík se zarazí neb dírka se provrtá.

Při vyměřování pozemků označujeme vynikající body dřevěnými kolíky nebo kameny (mezníky).

Při vyměřování rozsáhlých krajin vyhlídnou se zvláštní místa zdaleka viditelná, jako jsou vrcholy kopců, věže, stromy atd. Neboť i tyto předměty nazýváme body; a poněvadž ony místa svého nemění, slovou body **pevné** či **stálé** *) (fixe Punkte).

Čáry.

1. Pohybujeme-li špičkou pera neb tužky na papíře neb křídou na tabuli od bodu *A* až k bodu *B* (obr. 2.), tak že všude cesta pohybu toho znatelná jest, vzniká **čára** (Linie).

Mezi body *A* a *B* můžeme si čáru pouze mysliti; taková pak myšlená čára slove **čára měřická** čili **geometrická** (geometrische Linie). Měřická čára má tedy jen jeden rozměr, totiž délku; šířky a tlouštky nemá.

Čára mezi *A* a *B* jest znamením neviditelné čáry měřické a slove **čára hmotná** (materielle oder physische Linie), poněvadž má mimo délku i šířku i tlouštku.

Obraz 2.

A ———————————— *B*

Oba body *A* a *B*, které čarou spojeny jsou, slovou **krajní body** (Endpunkte) čili konce, zvláště pak slove bod *A*, kde jsme začali čáru táhnouti, bod **začátkový** (Anfangspunkt), a kde jsme končili, bod **koncový** (Endpunkt).

2. Čáru pojmenujeme, vyslovíme-li po sobě písmena při koncích čáry postavená; tak na př. můžeme říci: čára *AB* neb *BA*.

Někdy i jedním písmenem neb číslem čáru naznačujeme, na př. čára *m* neb čára *1*, *2* atd.

Čáru si možno mysliti **neobmezenou** (neukončenou), totiž bez konce běžící, aneb **obmezenou** (ukončenou).

3. Pohybuje-li se bod neustále v stejném směru dále, slove čára tak vznikající **čára přímá** (gerade Linie) či **přímka** (Gerade) (obraz 2.).

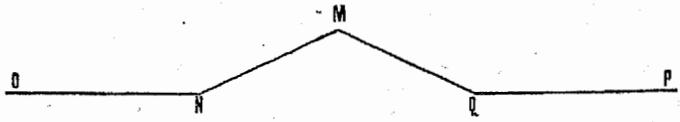
---

*) Žáci nechť udají některé pevné body v místě a v okolí.

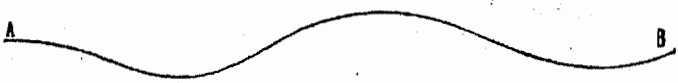
Změní-li pohybující se bod svůj směr náhle a jiným-li směrem pak dále se pohybuje, kterýž směr opět měniti může, povstane čára **klikatá** či **lomená**, (gebrochene Linie) (obr. 3.).

Mění-li pohybující se bod směr svůj napořád, popíše **čáru křivou** *) (krumme Linie) (obr. 4.).

Obraz 3.



Obraz 4.



4. Přímka může míti položení rozličné a dle toho má rozličné pojmenování; má-li na př. směr šňůry, na které závaží přímo dolů visí, slove čára **svislá** (lothrechte), na př. čára *AB* (obraz 5.).

Zedníci a jiní řemeslníci určují v životě svislý směr olovnicí na šňůře uvázané. (Jaký má směr závaží u hodin?

Má-li přímka směr čili polohu tiše stojící vody, slove **vodorovná** (wasserrechte oder horizontale Linie), na př. přímka *CD* (obr. 6.); v praktickém životě se ustanovuje vodorovný směr zednickou krokvicí nebo vodní vážkou (libelou). Které přímky nemají směru ani vodorovného ani svislého, slovou **šikmé** (schief), na př. přímky *MN*, *OP* (obr. 7.) **).

5. Přímky jako *AB* a *CD* (obr. 8), které týmž směrem vždy u stejné vzdálenosti vedlé sebe běží, slovou **rovnoběžné** (parallele Linien); ony se nikdy nesejdou, byť bychom jich sebe více prodloužili.

Přímky *EF* a *GH* (obr. 9) mají rozličný směr, tak že na jedné straně se sbíhají, na druhé pak rozbíhají; tyto slovou **různoběžky** (ungleichlaufende Linien). ***)

---

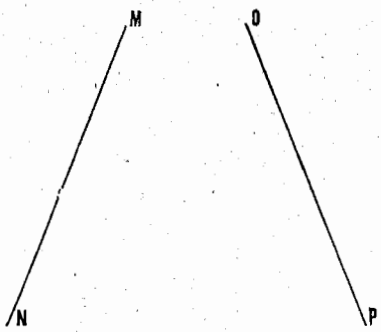
*) Žáci ať kreslí přímé, klikaté a křivé čáry, aby poznaly rozdíly ve jménech a v podstatě.

**) Žáci ať udají přímky ve škole svislé, vodorovné a šikmé; ať se kreslí od ruky čáry tyto do zvláštního sešitu, jak na př. jsou tabulky I. a II. „Měřické ornamentiky“ od prof. Mužáka.

***) Žáci ať kreslí a jmenují čáry rovnoběžné a různoběžné, a udají, kde jsou sběžné a kde rozběžné. Jak se čáry rovnoběžné rýsují pomocí pravítka a kružítka, jest v druhé části.

Obraz 5.

Obraz 7.

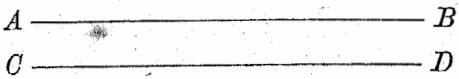


Obraz 6.

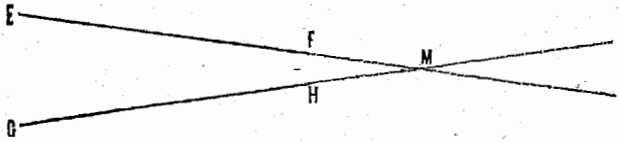
Přímky tyto jsou na jedné straně sběžné a na druhé straně rozběžné.

Různoběžné přímky byvše dostatečně prodlouženy v jistém bodě se setkají, a tálmou-li se ještě dále za bod, sekou se. Bod sejití se těchto přímek nazýváme **bodem průsečným** či průsečníkem (Durchschnittspunkt) M (obr. 9).

Obraz 8.



Obraz 9.



Znaménkem rovnoběžnosti jsou dvě rovnoběžné vedlé sebe postavené čárky (//). Píšeme tedy $AB \parallel CD$, to jest přímka AB jest rovnoběžna s přímkou CD.

Měření čar a vzdáleností.

Porovnáváme-li dvě čáry jednu k druhé do délky, zdali a kolikráte jedna delší jest než druhá, pravíme, že je měříme. Jsou-li dvě přímky stejně dlouhé, musí se, položíme-li je na sebe, krýti; když jejich krajní body padnou na sebe, pravíme, že přímky tyto jsou sobě rovny. — Aby se stejnost krátce naznačila, užívá se v měrictví znaménka dvou rovnoběžných, vodorovných čarek (=), kterež se čte: „rovná se“ n. p. $A=B$.

Nestejnost se znamená znaménkem „ > “, avšak obrátí se rozevřením k většímu; $AB > CD$ bude se tedy čísti: AB jest větší než CD. U nestejných přímek nemohou krajní body na sebe padnouti. Srovnej v obraze 10 přímky ab a AB

Obraz 10.

Zde vidíme, že přímka ab se vícekráte na přímku AB vnésti dá; i pravíme, že jest první v druhé obsažena n. p. přímka ab jest v AB 5krát obsažena; tudíž se může psati $AB = 5ab$

Zde vzata čára ab za míru, za jedničku, a udalo se, kolik takových jedniček v přímce AB obsaženo jest. Takovéto porovnání jmenuje se měření; měřila se tudíž přímka AB přímkou ab.

Chceme-li se dozvěděti, jak veliká jest délka, na př. délka silnice, stromořadí neb jak velká jest vzdálenost dvou předmětů od sebe, musíme též nějakou míru za základ vzíti, abychom se přesvědčili, kolikrát v jiste délce obsažena jest; takovou pak míru nazýváme **délkomírou.**

V každém státě jest již zákonem jakási délka ustanovena, kteráž v té zemi, pro kterou předepsána jest, mírou zemskou sluje. Jen takové míry pak se v té zemi užívati smí. U nás v rakouských zemích jest pro menší délky sáh (°) za jedničku ustanoven, a abychom mohli ještě menší rozměry změřiti, rozdělil se sáh na šest dílů a takový díl slove **střevíc** (′); dále, aby se mohly ještě menší rozměry měřiti, rozděluje se střevíc na 12 stejných dílů, **palce** (″) zvaných; palec rozdělí se zase na 12 dílů, které slovou

čárky (‴), a čárka konečně opět na 12 dílů, a ty slovou **body** (⁗). Tak dělíme tedy:

$$1^0 = 6'$$
$$1' = 12''$$
$$1'' = 12'''$$
$$1''' = 12'''' \text{ (IV)}.$$

Toto rozdělení sáhu na menší díly slove **rozdělení dvanáctinné.**

V praktickém měřictví k vůli pohodlnějšímu počítání rozděluje se sáh na 10 stop, stopa na 10 palců, palec na 10 čárek a čárka na 10 bodů; rozdělení takové nazývá se **rozdělení desetinné.**

Tak se dělí: $1^0 = 10'$
$$1' = 10''$$
$$1'' = 10'''$$
$$1''' = 10''''$$ *)

Kdybychom měli změřit délku světnice, učiníme to sáhovkou, a jiné menší rozměry změřili bychom stopou neb palcem.

Kdyby ale nějaký rozměr příliš veliký byl, jako n. p. délka silnice neb zahrady, tu bychom si tím neustálým shýbáním a počítáním, kolikrát jsme již sáhovku položili, práci udělali velmi namahavou a v počítání bychom mohli snadno pochybiti. Pročež k vyměřovaní větších rozměrů spojujeme více sáhů dohromady. Tu pak jednotlivé sáhy a stopy jsou článkovitě jako řetěz spojeny a takové spojení nazýváme **měřickým řetízkem.** Měřický řetízek jest obyčejně 10^0 zdélí **) a každý sáh se skládá z desíti článků čili měřických stop. Tyto dělí se od sebe menšími, sáhy pak většími mosaznými kroužky. Také bývá sáh rozdělen na 6 stop a každá stopa a půlstopa od druhé kroužkem oddělena.

Někdy se též užívá šňůry na místě řetízku, což sice neposkytuje takové užitečnosti, poněvadž se šňůra táhne; ale zato mnohem pohodlnější jest, jelikož šňůra na kotouč svinutá v kapse nositi se dá.

---

*) V čem tyto míry svůj základ mají, ukazuje nám již pouhé pojmenování. Sáh totiž jest rozměr délky, který se rukama obsáhnouti dá (až kam se dosáhne), jak se až posud tu a tam na venkově měřívá; také stopa čili střevíc a palec již slovem značí původ svůj.

**) Jak již podotknuto, jest při desítinném rozdělení počítání velmi snadné a rychlé.

V jiných zemích užívá se velmi často, zvláště ve vědeckých spisech, míry metrické s rozdělením desítinným. Na tuto míru přišli v předešlém století učenci Francouzští, kdež měli na mysli vynajíti míru, která by se hodila všem národům. Té použili za základ čtvrtého dílu obvodu naší zeměkoule, který skutečně vyměřili, a vzali pak desítimilionovou část jeho za základ veškerého měření. Proto jí zvláště metr, to jest míra, nazvali.

Tak jako jsme v naší míře k měření větších rozměrů více sáhů dohromady spojili, tak se to děje i při metrické míře.

Zvětšování se značí předkládáním řeckých slov. Tu pak značí:

dekametr = 10 metrů,
hektometr = 100 metrů,
kilimetr — 1000 metrů.

Při počítání poskytuje toto rozdělení mnohých výhod, jakož i při vyslovování n. p. 216 metrů může se vyslovit: 2 hektometry, 1 dekametr, 6 metrů, anebo: 216 metrů. Jeden metr se rovná 37·96 rakouským palcům, zblíženě (÷) 38″.

Tak jako jsme dříve rozdělili sáh na stopy a t. d., aby se mohly menší rozměry vyměřit, tak i metr se rozděluje na menší díly, pak povstává předkládáním latinských slov:

decimetr 0·1 čili $^1/_{10}$ metru
centimetr 0·01 „ $^1/_{100}$ „
millimetr 0·001 „ $^1/_{1000}$ „

Metr rozděluje se na 10 dílů a takový díl nazývá se decimetr; decimetr pak rozděli se opět na 10 dílů, a každý díl, jejž obdržíme, slove centimetr; taktéž centimetr rozděluje se na 10 dílů a každý takový díl slove millimetr.

Jeden metr = 3·1635′ = 3′ 1″ 11 $^1/_2$″ ÷ 38 rak. pal.
„ decimetr = 0.31635′ = 3″ 9 $^1/_2$‴ ÷ 3 $^4/_5$ „ „
„ centimetr = 0·031635 = 4·555‴ ÷ 4 $^1/_2$‴ „
„ millimetr = 0·0031635 = 0·456‴ ÷ 5 $^1/_2$⁗ „

Francouzská mile obnáší 10.000 metrů

Poštovní míle naše jest 4000° velká.

Loket vídeňský = 29·5797″ ÷ 29 $^3/_5$″ = $^5/_4$ lok. česk.
Loket český = 1·8753′ ÷ 0·76079 lokte víd.
21 loket českých = 16 loket víd. *)

---

*) Porovnání jiných měr s naší mírou viz tech. tabulky od Dor. Ant. Majera. Str. 116. Míry.

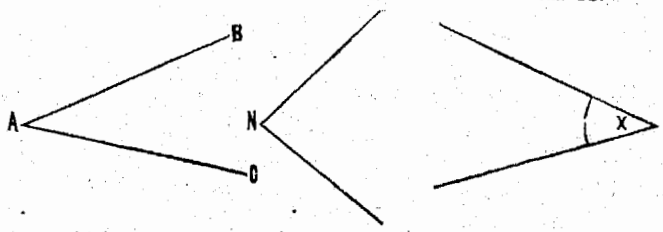
Úhly.

1. Táhneme-li z bodu A (obr. 11) dvě přímky v rozličném směru AB a AC, vznikne **úhel** (Winkel). Čáry úhel tvořící slovou **ramena** (Schenkel) a bod A, v němž se ramena stýkají, **vrchol** (Scheitel).

2. Pojmenovati můžeme úhel kolikerým spůsobem. Buď se to stává třemi písmeny BAC (obr. 11), kde se vždy písmeno při vrcholu stojící v prostředku vysloviti i psáti musí, aneb jen jedním písmenem u vrcholu zevně aneb uvnitř úhlu stojícím k. p. N. (obr. 12) a X (obr. 13).

Při psaní užívá se místo slova úhel znaménka $\sphericalangle$ n. p. $\sphericalangle CAB$, $\sphericalangle N$, $\sphericalangle X$.

Obraz 11. Obraz 12. Obraz 13.

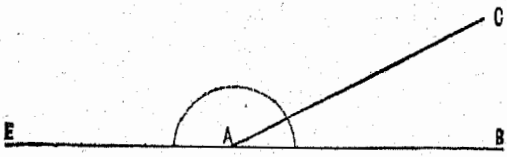


Délka ramen nemění velikost úhlu; jenom rozevřením neb sevřením ramen povstane úhel buď větší buď menší.

3. Pomysleme si při úhlu BAC (ob. 14) nejprve rameno AC položeno na AB a pak že se ono zponenáhla otáčí okolo bodu A. Tu otáčením tím bude se rameno AC více a více ramena AB vzdalovati, čímž i úhel vždy větším stávati se musí. Přijde-li přímka AC do položení AE, tak že rameno AB s ramenem AE přímku BE tvořiti bude $AB + AE = BE$*), obdržíme úhel **přímý** (Gerader Winkel);

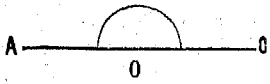
Každý úhel, jenž jest menší než přímý, sluje **dutý** (hohler W.) a který jest větší než přímý, slove **vypouklý** (erhabener Winkel). AOC jest úhel přímý (obr. 15); BOD jest úhel dutý (obr. 16), M_1N jest úhel vypouklý (obr. 17).

Obraz 14.

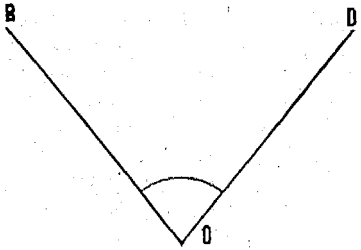


*) $AB+AE=BE$ čte se: AB více AE rovná se BE.

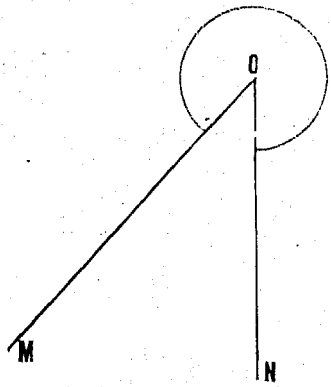
Obraz 15.



Obraz 16.



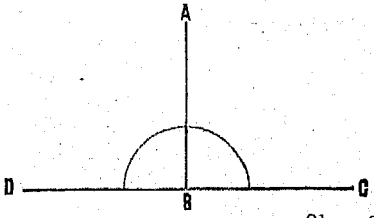
Obraz 17.



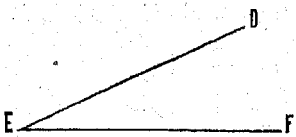
4. Důležitý jest úhel dutý; rozdělíme-li přímkou *AB* (obr. 18) přímý úhel *DBC* na dva mezi sebou rovné úhly (*ABC* a *ABD*), slove každý z nich úhel **pravý**. Stojí-li přímka na jiné přímce tak, že s touto tvoří pravý úhel, říká se, že na ní stojí **kolmo** (senkrecht) $AB \perp DB$. *)

Je-li úhel menší nežli pravý, jest **ostrý** (spitziger W.), na př. *DEF* (obr. 19). Úhel pak větší nežli pravý, slove **tupý** (stumpfer W.), na př. *GHI* (obr. 20).

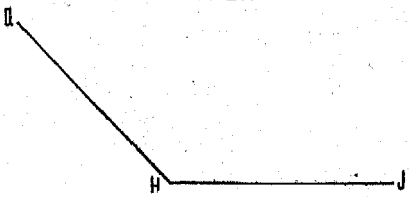
Obraz 18.



Obraz 19.

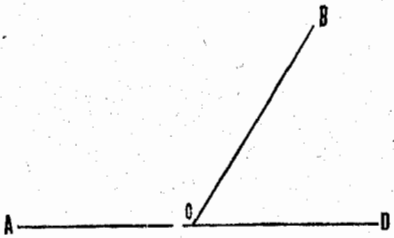


Obraz 20.



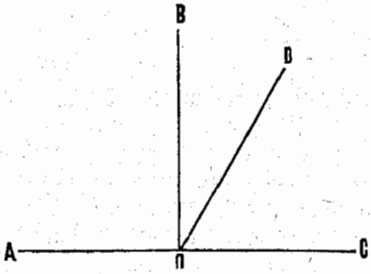
*) $AB \perp DB$ se čte: přímka *AB* stojí kolmo na *DB*. Žáci ať kreslí pravé úhly na předmětech ve škole. Jak se kolmice rýsují dle pravítka a kružítka, jest v druhé části.

Obraz 21.



5. Prodloužíme-li rameno DC nějakého úhlu přes vrchol na př. v obr. 21 až k A, vznikne nový úhel, který má vrchol C a rameno BC společné s původním a kteréžto druhé rameno tvoří přímou čáru; takový úhel jmenuje se **úhel vedlejší** (Nebenwinkel) na př. $\sphericalangle ACB$ jest vedlejším úhlu BCD a opačně.

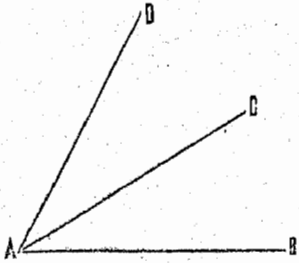
Obraz 22.



Vedlejší úhlové dávají úhrnem vždy úhel přímý aneb dva pravé úhly; proto také jeden doplňkem druhého slove $\sphericalangle ACB + BCD = ACD = 2R$.*)

Zvětšíme-li jeden z dvou vedlejších úhlů, ubude druhému právě tolik co prvnímu přibylo. Přidáme-li k úhlu AOB úhel BOD, jest úhel AOD o úhel BOD větší než-li pravý úhel AOB. Tu jest $\sphericalangle AOD = \sphericalangle AOB + \sphericalangle BOD$ (obr. 22).

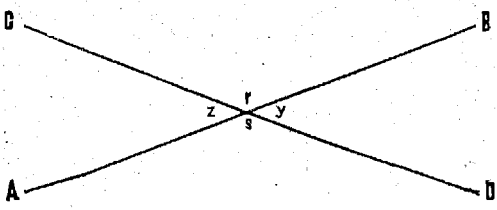
Obraz 23.



Úhly BAC a DAC slovou úhly **sousedními** (benachbarte W.) (obr. 23). Jest-li dvě přímky AB a CD (obr. 24) se přetínají, tvoří pospolu čtyry úhly, z nichž dva a dva **protilehlé vrcholové úhly** (Scheitelwinkel) slovou. Tak na př. úhel r jest vrcholovým úhlem úhlu s a úhel z jest vrcholovým úhlu y a opačně.

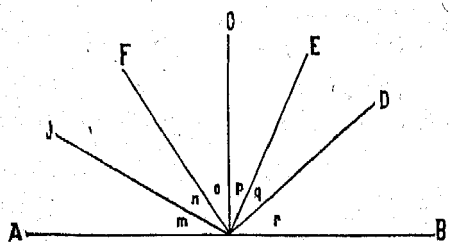
*) Pravý úhel se proto R znamená, poněvadž se latinsky *angulus rectus* nazývá.

Obraz 24.



Úhly vrcholové jsou si rovny, poněvadž ramena jejich týž směr mají; zvětšíme-li neb zmenšíme-li jeden vrcholový úhel, bude druhý touž měrou buď zvětšen neb zmenšen. Věc se nám objasní, když dvě pravítka uprostřed v jednom bodu spojíme; svírajíce a rozevírajíce je na jedné straně, shledáme, že i na druhé straně vždy stejnou změnu na se berou.

Obraz 25.

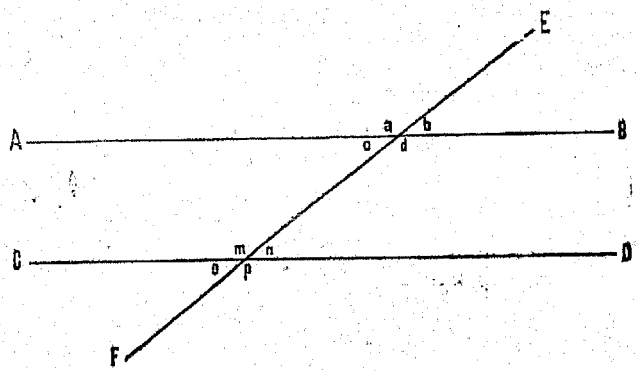


Všecky úhly po jedné straně přímky ležící, mají-li vrchol společný, činí dohromady úhel **přímý** aneb **dva úhly pravé** (obr. 25).

Položíme-li dvě přímky kolmo přes sebe, kolik pravých úhlův povstane kol průsečného bodu?

Kolik zde máme úhlův vedlejších, kolik vrcholových? Když přímka EF protíná dvě přímky AB a CD (obr. 26), vyniká kolem obou průsečných bodů osm úhlův, z nichž čtyry,

Obraz 26.



a sice úhly a, b, o, p **vnějšími** (äußere W.) a ostatní čtyry c, d, m, n **vnitřními** slovou (innere W.). Z těchto pak vzhledem ku přímce sekoucí, jmenují se:

4 úhly c a n, d a m } vnitřní
b a o, a a p } zevnitřní
} úhly střídnolehlé (Wechselwinkel)

Jelikož přímky AB a CD rovnoběžné jsou, jest $\sphericalangle c = \sphericalangle n$, $\sphericalangle d = m$, $\sphericalangle b = \sphericalangle o$, $\sphericalangle a = \sphericalangle p$, poněvadž mají ramena dvou a dvou rovných úhlův stejný směr.

Pak máme úhly:

$\sphericalangle b$ a $\sphericalangle n$
$\sphericalangle d$ a $\sphericalangle p$
$\sphericalangle a$ a $\sphericalangle m$
$\sphericalangle c$ a $\sphericalangle o$
} stejnolehlé (correspondirende)

Jelikož je čára $AB \parallel CD$, jest také úhel $\sphericalangle b = \sphericalangle n$, $\sphericalangle d = \sphericalangle p$, $\sphericalangle a = \sphericalangle m$, $\sphericalangle c = \sphericalangle o$, poněvadž ramena těchto úhlův stejný směr mají.

Mimo to máme ještě úhly:

$\sphericalangle b$ a $\sphericalangle p$
$\sphericalangle d$ a $\sphericalangle n$
$\sphericalangle a$ a $\sphericalangle o$
$\sphericalangle c$ a $\sphericalangle m$
} přilehlé

Dva a dva přilehlé úhly činí spolu vždy $2R$.

Víme, že $\sphericalangle b + \sphericalangle d = 2R$ jsou vedlejší úhlové, poněvadž $\sphericalangle b = \sphericalangle n$; tudíž místo úhlu b můžeme vzíti $\sphericalangle n$, a máme pak $\sphericalangle n + \sphericalangle d = 2R$.

Tak také mají úhlové $\sphericalangle b + \sphericalangle p = 2R$, $\sphericalangle a + \sphericalangle o = 2R$, $\sphericalangle c + \sphericalangle m = 2R$.

Kruh (Der Kreis).

Ze všech křivých čar jest kruh nejdůležitější. Kruhová čára vznikne, když se jeden bod (obr. 27) okolo jiného, pevného napořád v stejné vzdálenosti tak dlouho pohybuje, až se do svého prvního položení navrátí.

Tento pevný bod leží uprostřed kruhu a slove jeho **středem** (Centrum). Kruhová čára jest tedy taková křivka,

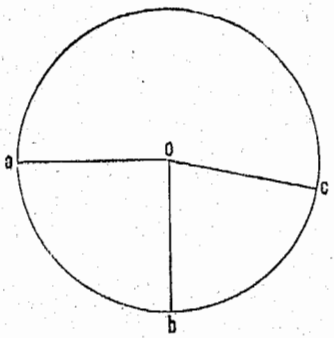
jejížto všechny body mají stejnou vzdálenost od středního bodu; tato vzdálenost bodu od kruhové čáry jmenuje se **poloměr** (radius, Halbmesser) a znamená se obyčejně písmenem r. Z toho následuje, že všechny poloměry tehož kruhu mezi sebou se rovnají; tak se rovná $oa = ob = oc$ (obr. 27).

Můžeme tedy v každém kruhu více poloměrů vésti.

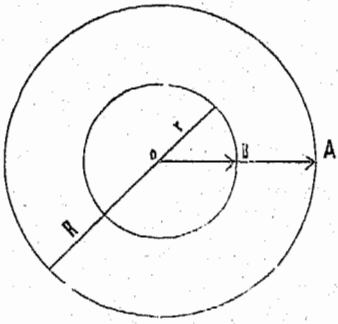
Aby se kruh určitě narýsovati mohl, musíme znáti střed a poloměr. Na papíře se nejrychleji narýsuje kružítkem, na poli pomocí šňůry, jejíž jeden konec se ve středu kruhu kolíkem upevní, druhým pak koncem se ryje; rejnou, která se tu objeví, jest vyznačen kruh.

Kruhy mohou býti jako přímky rovnoběžné, jsou-li od sebe stejně vzdáleny a nikde-li se nesekou, majíce při tom střední bod společný a byvše opsány rozličnými poloměry n. p. (v obr. 28.) jest střední bod o, větší poloměr oA a

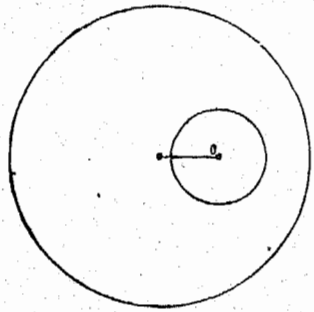
Obraz 27.



Obraz 28.



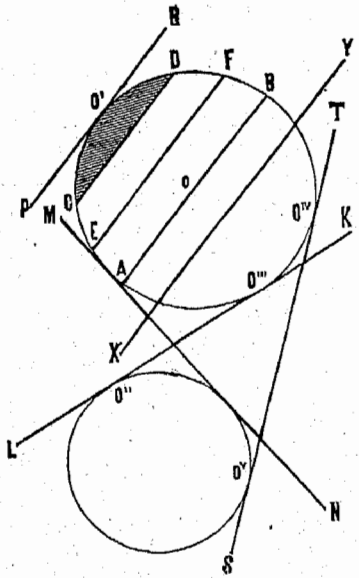
Obraz 29.



menší oB. Vzdálenost rovnoběžných kruhův se vždy rovná rozdílu obou poloměrů, tedy $AB = oA - oB$. Poznamenáme-li poloměr většího kruhu písmenem Ra, poloměr menšího kruhu písmenem r, bude rozdíl obou poloměrů $R - r$. Za tou příčinou slovou kruhy tyto také **soustředními** kruhy a část kruhu mezi nimi ležící jmenuje se **věnec kruhový**. Nemají-li dva kruhy týž střed společný, jmenují se **kruhy výstředné** (obr. 29).

Mimo poloměr pozorujeme v kruhu ještě jiné přímky; tak n. p. slove přímka, která prodloužením poloměru k druhé straně kruhu dosahuje, **průměrem** (diameter, Durchmesser), AoB (obr. 30). Jelikož toto prodloužení opět poloměr činí, znamenáme průměr i písmenem d, a tu můžeme psáti $AoB = d = Ao + oB = r + r = 2r$

Obraz 30.



Spojuje-li přímka dva body kruhu, aniž by středem kruhu šla, slove **tětiva** (obr. 30) CD, EF. Tětiva může býti rozličné velikosti; čím dále jest tětiva od středu, tím jest menší, a naopak, blíží-li se středu, přibývá jí délky; největší délky dosáhne, když středem kruhu prochází, kdež pak průměrem jest. Část kruhu tětivou oddělená jmenuje se **úseč kruhová.** Přímka, která se kruhu zevně dotýká, má-li s tímto jen jeden bod společný, slove **tečna** na p. PR (obr. 30).

Bod, v němž se tečna kruhu dotýká, slove **bod tečný** (0', 0'', 0''' . . .); také se může jedna tečna více kruhů dotýkat, pak jest **tečnou společnou** LK, MN, ST. Prodloužíme-li tětivu na jednom neb na obou koncích, obdržíme **sečnu** (obr. 30 xy). Sečna proseká kruh ve dvou bodech, jež **průsečníky** slovou.

Při kruhu pozorujeme dvoje úhly:

a. úhly středové,

b. úhly obvodové.

Středovými úhly jmenujeme ty, které mají vrchol v středu kruhu (obr. 31), ramena jejich tvoří poloměry; n. p. úhel AOB a úhel AOC jsou **úhly středové.**

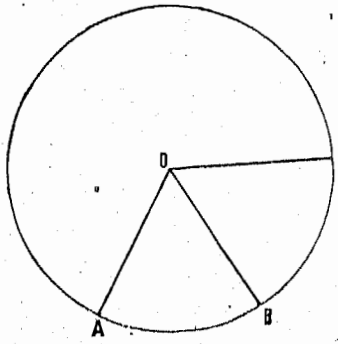
Tu část kruhu *), kterou obmezují ramena středového úhlu, jmenujeme **kruhovou výseč** n. p. AOB.

---

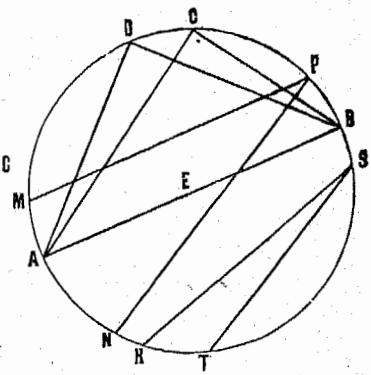
*) Každou část obvodu kruhu jmenujeme oblouk kruhový neb oblouk; dle velikosti pak buď polokruh, čtvrtník, a t. d.

Úhly obvodové jsou ty, které mají vrchol v obvodu kruhu a jichžto ramena jsou tětivami; (v obr. 32) n. p. jsou úhly **obvodové**: $\sphericalangle MPN$, $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle ADB$ atd. Opírají-li se ramena obvodového úhlu o krajní body průměru, jest obvodový úhel pravý úhel, n. p. $\sphericalangle ADB$ a $\sphericalangle ACB$.

Obraz 31.



Obraz 32.



Míra úhlů.

(Obr. 33). Přímka Bo stojí kolmo na oA, jest tedy úhel BoA pravý. Pravý úhel, jelikož stálou má velikost, poskytuje přirozené měřítko úhlů. Abychom mohli měřit také menší úhly, rozděluje se pravý na 90 menších rovných úhlů a takovýto devadesátý pravého úhlu díl, který také má stálou velikost, jmenujeme stupeň, n. p. $\sphericalangle CoA$ jest jeden stupeň. Stupeň (o) se rozděluje v 60 minut ($'$) a minuta v 60 vteřin ($''$); tak se čte 30^0, $16'$, $25''$: třicet stupňů, 16 minut a 25 vteřin.

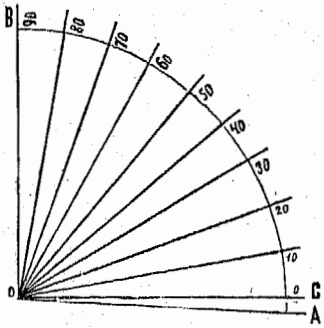
Opíšeme-li z bodu o libovolným poloměrem oblouk BA, bude dostatečnými přímkami, ježto úhel pravý na 90^0 rozdělují, též oblouk BA rozdělen na 90 stejných částek, které **stupni obloukovými** jmenujeme.

Viděti z toho, že kolik úhlostupňů obsahuje úhel, rovněž tolik stupňů má i oblouk, jenž ramena úhlu toho spojuje. Pročež měříce úhel z velikosti příslušného oblouku, soudíme na velikosť jeho, t. j, počet obloukových stupňů udává nám zároveň počet stupňů úhlových.

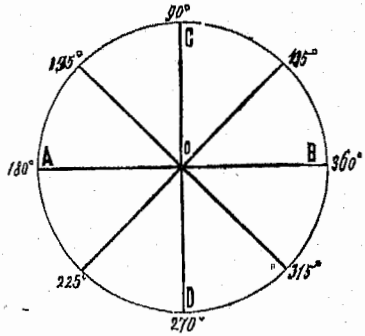
Opíšeme-li z o kruh (obr. 34) a postavíme na AB v středním bodě kolmou CD, vzniknou, jak jsme již poznali,

kolem *o* čtyry pravé úhly; jeden pravý obsahuje 90, tedy dva pravé 180^0 čtyry pravé 360^0; též tolik i oblouk.

Obraz 33.



Obraz 34.



BC má 90^0, oblouk *BCA* či polokruh 180^0 a celý obvod $BCAD = 360^0$. Každý úhel mezi 0^0 a 90^0 jest ostrý a má méně nežli 90^0, mezi 90^0 a 180^0 tupý, je větší než-li pravý a menší než-li přímý úhel, a mezi 180^0 a 360^0 vypouklý, má více než přímý.

K praktickému změření úhlů užívá se nástroje tak zvaného **úhloměru** či **transporteru**, který nic jiného není, než-li na 180 dílků rozdělený půlkruh.

Chceme-li úhel *CAB* měřiti úhloměrem, položme výřez *O* na vrchol *A* a hranu *OD* na rameno *AC* (obr. 35) úhlu *BAC*. Tu pak rameno *AB* úhlu *BAC* ukazuje na polokruhu velikost úhlu, na př. $\sphericalangle BAD$ má 60^0, $\sphericalangle BAE$ má 30^0, $\sphericalangle CAE$ má 90^0, $\sphericalangle CAF$ má 120^0.

Úlohy.

1. Má-li jeden z úhlů vedlejších 40, 25, 48, 73, 93 stupňů, kolik stupňů má druhý (jeho doplňek na $2R$)?

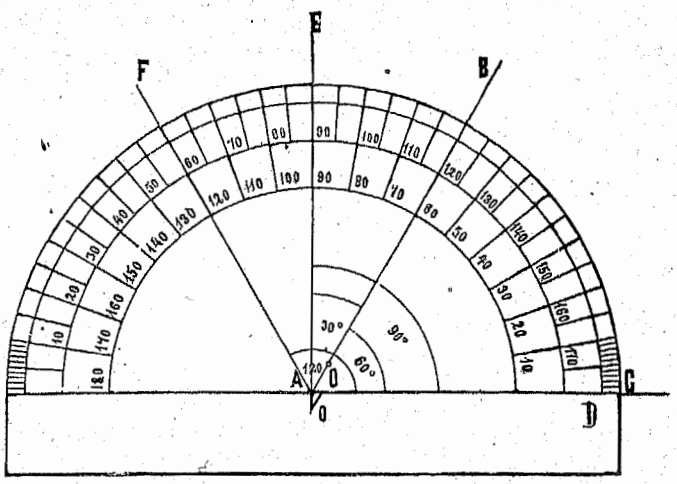
2. Má-li jeden z úhlů vrcholových 59, 63, 38, 47 stupňů, kolik stupňů má druhý, a kolik každý z druhých dvou úhlů vrcholových?

Obrazce.

Pozorujeme-li na př. louku, pole nebo tabuli, musíme mimo délku také šířku pozorovati, chceme-li se o velikosti či povrchu přesvědčiti; tento povrch pak nazýváme **plochou**.

Při ploše žádné tloušťky nepozorujeme; dobře to vidíme

Obraz 35.



na povrchu louky, pole, neb tabule, papíru, tak na př. malíř pokojů jen pozoruje plochu stěny, anižby si její tloušťky všímal.

Část plochy čarami dokonale obmezená nazývá se **obrazcem** (Figur). Čáry plochu obmezující mohou býti buď přímé, buď křivé, neb přímé i křivé pospolu. Podlé toho pak rozeznáváme obrazce **přímočárné** (geradlinige Figuren), **křivočárné** (krummlinige Figuren) a **smíšenočárné** (gemischtlinige Linien).

Úhrn všech stran, obrazec obmezujících, sluje **obměr** či **obvod** jeho (Umfang). **Stranou** (Seite) pak nazýváme každou z přímek, jimiž jest obrazec obmezen.

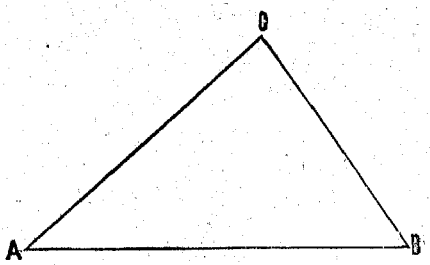
Trojúhelníky.

Z přímočárných obrazců jest nejjednodušší ten, který má tři strany a **trojúhelník** (Dreieck) slove. Trojúhelník má 6 částí, tři strany a tři úhly. V trojúhelníku *ABC* (obr. 36) jsou *AB*, *AC*, *BC* strany, *A*, *B* a *C* úhly.

Každá strana má dva úhly přiléhající (anliegende W.) a jeden protější (gegenüberliegende W.), na př. strana *AB* má oba úhly *A* a *B* přiléhající a úhel *C* protější. Každý úhel jest pak dvěma stranama sevřen, třetí strana leží mu na-

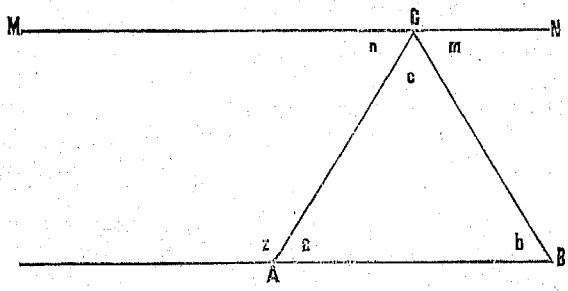
proti, ku př. úhel B (obr. 36) jest sevřen stranami AB a CB a naproti němu leží strana AC. Při psaní užíváme znaménka $\triangle$ místo slova: trojúhelník.

Obraz 36.



Prodloužíme-li u trojúhelníku ABC (obr. 37) stranu AB, povstane nový úhel Z, jejž úhlem **vnějším** a úhly v trojúhelníku **vnitřními** jmenujeme.

Obraz 37.



V trojúhelníku rovná se součet vnitřných úhlů dvěma pravým úhlům. Vedeme-li vrcholem C přímku MN rovnoběžně s AB, obdržíme tři úhly, které se rovnají dvěma pravým; tak je $\sphericalangle m + \sphericalangle c + \sphericalangle n = 2R$.

Jelikož jest $MN \parallel AB$ jsou úhly: $n = \sphericalangle a$, $\sphericalangle m = \sphericalangle b$ co střídnolehlé, dáme-li na místě úhlů m a n úhly jim stejné, obdržíme $\sphericalangle a + \sphericalangle c + \sphericalangle b = 2R$. Úhly pak a, $\sphericalangle b$, $\sphericalangle c$ jsou právě úhlové v trojúhelníku.

Vnější úhel trojúhelníka jest tak velký, jako jeho dva vnitřní protilehlé úhly dohromady.

Víme z obrazu 37., že $\sphericalangle z + \sphericalangle a = 2R$, a že $\sphericalangle a + \sphericalangle b + \sphericalangle c = 2R$, tedy i $\sphericalangle z = \sphericalangle b + \sphericalangle c$.

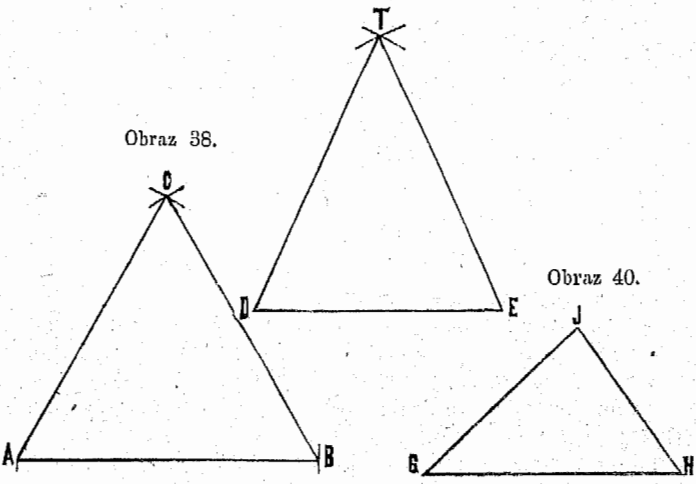
Přihlížíme-li ke stranám trojúhelníka, rozeznáváme trojúhelník:

a. **rovnostranný** (gleichseitiges Dreieck), který má všechny tři strany stejně dlouhé a úhly stejné velké, jako je v obraze 38. $\triangle ACB$, v němž tedy $AB = AC = BC$;

b. **rovnoramenný** (gleichschenkliges Dreieck), který má jen dvě strany stejné délky, úhly pak, které přiléhají k třetí straně, stejné velikosti, jako $\triangle DEF$ (obr. 39);

c. **nerovnostranný** (ungleichseitiges Dreieck), jekož strany mají rozličnou délku, úhly pak nestejnou velikost, jako $\triangle GHI$ (obr. 40).

Obraz 39.



Obraz 38.

Obraz 40.

Přihlížeme-li ale k úhlům, rozeznáváme pak trojúhelník:

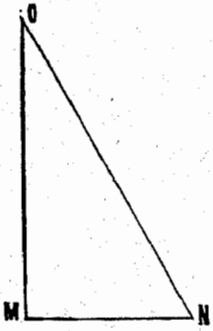
a. pravoúhelný (rechtwinkliges Dreieck) (obr. 41) *MNO*, který má jeden pravý a dva ostré úhly.

b. ostroúhelný (spitzwinkliges Dreieck) (obr. 42) *PQR*, má-li všecky tři úhly ostré.

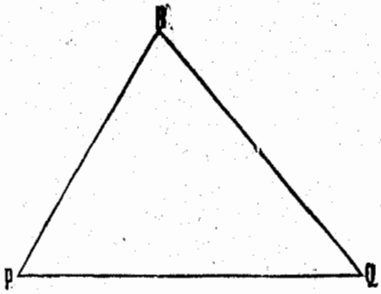
c. tupoúhelný (stumpfwinkliges Dreieck) (obr. 43) *STU*, který obsahuje jeden tupý a dva ostré úhly.

V pravoúhelném trojúhelníku (obr. 41) slove strana *NO*, která naproti pravému úhlu leží, **přepona** neb **podpona**

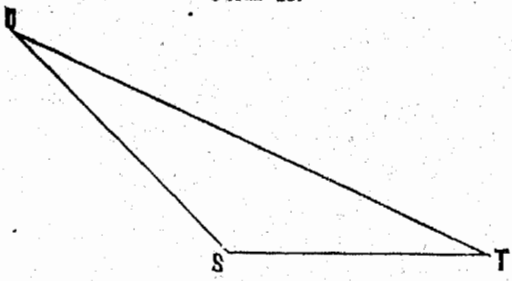
Obraz 41.



Obraz 42.



Obraz 43.



(Hypothenuse), obě ostatní strany *MN* a *MO* slovou **odvěsny** (Katheten). Trojúhelník si mysliti můžeme na jednu stranu postavený; tato strana nazývá se pak **základná** neb **půdice** (Grundlinie, Basis). Může býti tedy základnou kterákoli strana. U rovnoramenného trojúhelníka nazývají se dvě **stejně dlouhé strany ramena** (Schenkel), kdežto se obyčejně brává za základnu strana nestejná. Vrchol úhlu půdici protilehlého slove též vrcholem trojúhelníka (Scheitel des Dr.).

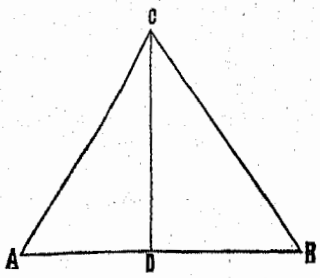
Přímka s vrcholu trojúhelníka kolmo k základně vedená slove **výška** (Höhe) trojúhelníka.

Při každém trojúhelníku můžeme udati tři základny, tři vrcholy, tři výšky.

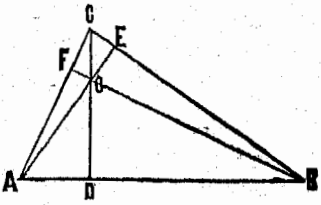
Myslíme-li si trojúhelník *ABC* (obr. 44) na straně *AB* postavený, jest *AB* čára **základná** či **půdice**, *C* **vrchol** a *CD* **výška** jeho.

V trojúhelníku ostroúhelném padne každá výška do vnitra trojúhelníka (obr. 45).

Obraz 44.

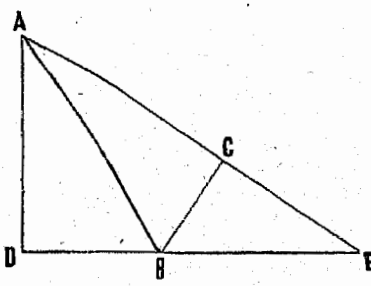


Obraz 45.

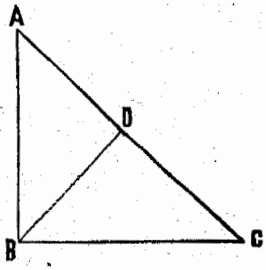


V tupoúhelném trojúhelníku padnou výšky s ostrých úhlů vedené mimo trojúhelník, totiž na prodlouženou protější stranu, jako *AD* (obr. 46). Výška s úhlu tupého vedená, padne do vnitra trojúhelníka, jako *BC*. Postavíme-li pravoúhelný trojúhelník na jednu odvěsnu co základnu, jest druhá odvěsna výškou jeho, protože odvěsny stojí na sobě kolmo. Výška s pravého úhlu ale puštěná padne do vnitř trojúhelníka na přeponu, jako *BD* (obr. 47).

Obraz 46.



Obraz 47.



Trojúhelník ostroúhelný, pravoúhelný, tupoúhelný, nazýváme též krátce trojúhelníkem **ostrým, pravým, tupým.** *)

Úlohy.

1. Obnáší-li jeden úhel v trojúhelníku nerovnostranném 39, druhý 67°, kolik stupňů má třetí úhel?

*) Žáci ať kreslí všecky trojúhelníky, popíší je a udají výšky. Jak trojúhelníky se kreslí pravítkem a kružítkem, jest v druhé části.

2. V rovnoramenném trojúhelníku má úhel mezi rovnými rameny 84°, kolik stupňů ma každý k půdici přilehající úhel?

3. Má-li v trojúhelníku zevnitřní úhel 112°, a jeden z úhlů protilehlých vnitřních 56°, kolik stupňů má každý z ostatních úhlů?

4. Má-li jeden z úhlů v rovnoramenném trojúhelníku k půdici přiléhající 46°, kolik stupňů má každý z ostatních dvou úhlů?

5. Kolik stupňů má každý úhel v trojúhelníku rovnostranném?

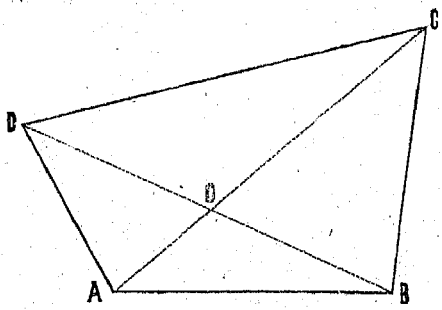
6. Je-li pravoúhelný trojúhelník spolu rovnoramenný, kolik stupňů čítá každý úhel přeponě přilehlý?

7. Má-li v pravoúhelném trojúhelníku jeden úhel přeponě přilehlý 49°, kolik má druhý úhel stupňů?

Čtyrúhelníky.

Obrazec čtyrmi stranami obmezený slove **čtyrúhelník** (Viereck), jako (obr. 48) *ABCD*.

Obraz 48.



Čtyrúhelník má čtyry strany a čtyry úhly. Každá strana má dva přilehlé úhly a jednu protilehlou stranu. Tak má n. p. (obr. 48) strana *CD* úhly *C* a *D* přilehlé a stranu *AB* protilehlou. V čtyrúhelníku leží též každému úhlu jiný naproti, jest mu tedy protilehlý, jako úhlu *A* jest ∢*C* protilehlý.

Přímka, která dva protilehlé úhly ve čtyrúhelníku spojuje, slove **úhlopříčna** (Diagonale). Ve čtyrúhelníku jsou tedy dvě úhlopříčny možny. Přímky *AC* a *BD* (obr. 48) jsou úhlopříčny čtyrúhelníka *ABCD*.

Každý čtyrúhelník se dá úhlopříčnou na dva trojúhelníky rozděliti; každý trojúhelník má dva pravé úhly, tudíž budou v čtyrúhelníku všechny úhly dohromady obnášeti 4 pravé úhly.

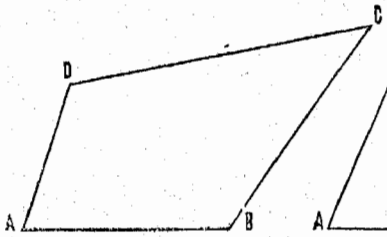
Při rozdělení čtyrúhelníka, přihlížíme-li ku vzájemnému položení stran, rozeznáváme čtyrúhelníky trojího spůsobu:

a. **různoběžníky** (Trapezoide), jichž všechny strany jsou různoběžné, jako je (obr. 49) *ABCD* různoběžník;

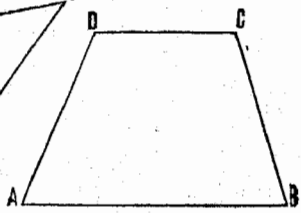
b. **lichoběžníky** (Trapeze), které mají dvě protilehlé strany rovnoběžné, ostatní dvě pak různoběžné (obr. 50). *ABCD* je lichoběžník, protože $AB \parallel CD$ a $AD \nparallel BC$;

c. **rovnoběžníky** (Parallelogramme), v kterýchž oboje protilehlé strany jsou rovnoběžny, jako je v obr. 51; *ABCD* rovnoběžník, protože $AB \parallel CD$ a $AD \parallel BC$.

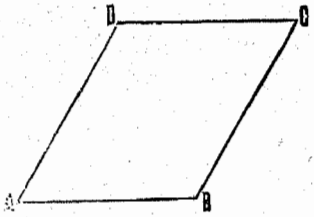
Obraz 49.



Obraz 50.



Obraz 51.



Co do vzájemné velikosti úhlů i délek stran rozvrhujeme opět rovnoběžníky:

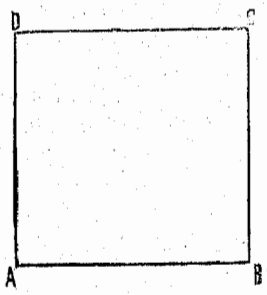
a. **čtverec** (Quadrat), jenž má všecky úhly pravé a všecky strany stejně dlouhé, jako v obr. 52 *ABCD*,

b. **obdélník** (Rechteck); který má též všecky úhly pravé, ale jen dvě a dvě protilehlé strany stejně dlouhé jako *AB* a *CD*, *AD* a *BC*, (obr. 53);

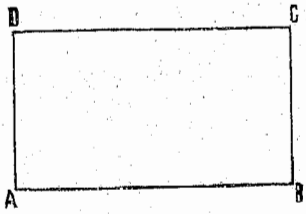
c. **kosočtverec** (verschobenes Quadrat, Rhombus), jehož všecky strany jsou sobě rovny, úhly pak kosé (totiž ostré a tupé), jako je *ABCD* (obr. 54).

d. **kosodélník** (verschobenes Rechteck, Rhomboid), který má jen dvě a dvě protilehlé strany stejně dlouhé, úhly pak kosé, jako je *ABCD*, (obr. 55).

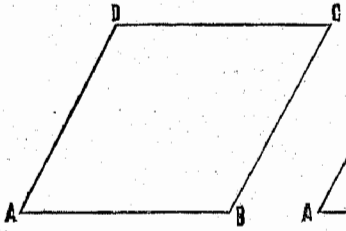
Obraz 52.



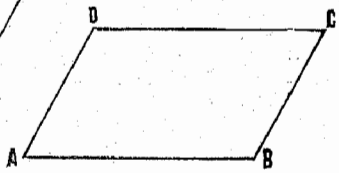
Obraz 53.



Obraz 54.

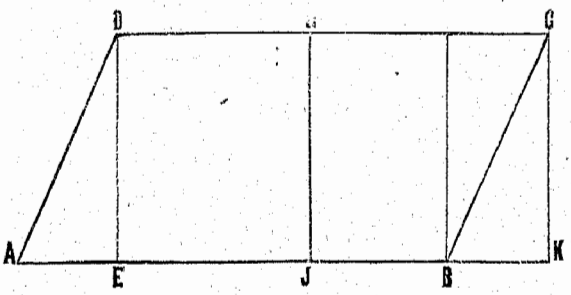


Obraz 55.



Ve čtyrúhelníku bere se též jedna strana za půdici neb základnu; přímka pak od protilehlého vrcholu kolmo na ni vedená nazývá se **výška** čtyrúhelníka. V rovnoběžníku můžeme kteroukoli stranu za základnu vzíti; obyčejně se to ale stává se stranou delší. Kolmice na základni a potřebali i na její prodloužení s protější strany vedená představuje nám výšku rovnoběžníka, n. p. *DE* nebo *HI*, *CK* (obr. 56), je-li *AB* půdicí.

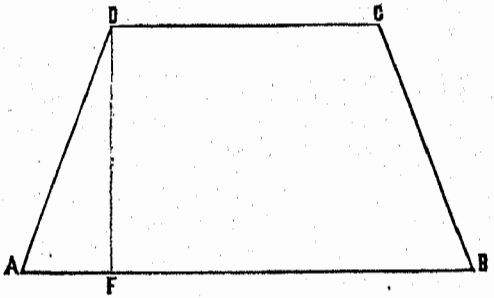
Obraz 56.



Při čtverci a v obdélníku představuje jedna ze stran k sobě přilehajících základnu a druhá výšku, poněvadž zde stojí strany na sobě kolmo. Při čtverci, jenž má strany stejně dlouhé, rovná se výška délce strany,

V lichoběžníku představuje kolmá, s jedné rovnoběžky na druhou spuštěná výšku jeho (jest to vzdálenost rovnoběžných stran), jako (obr. 57) přímka DF je výškou lichoběžníka *)

Obraz 57.



Úlohy.

1. Čítá-li v různoběžníku jeden z úhlů 67, druhý 73 a třetí 85°; kolik stupňů má úhel čtvrtý?

2. Je-li v kosočtverci jeden úhel 49°, kolik stupňů má každý z úhlův ostatních?

3. Je-li v kosodélníku jeden úhel 82°, kolik stupňů má každý z úhlův ostatních?

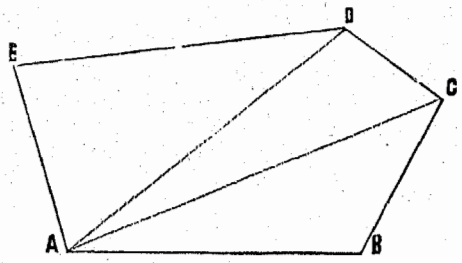
Mnohoúhelníky.

Každý přímočárný obrazec, který má více než-li 3 strany, jmenuje se mnohoúhelník (Vieleck) a podlé počtu stran máme potom mnohoúhelníky pětistranné, šestistranné a t. d. Má-li tedy 5, 6, 7 stran, má také 5, 6, 7 úhlů, a pak má též své zvláštní jmeno co pětiúhelník, šestiúhelník a t. d.

Přímka, která dva, ne právě po sobě jdoucí úhlobody spojuje, slove úhlopříčna (Diagonale) jako (obr. 58) v AD neb AC.

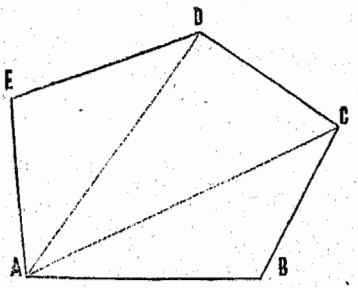
*) Žáci ať kreslí čtyrúhelníky, udají úhlopříčné a jich výšky. Jak čtyrúhelníky se kreslí pravítkem a kružítkem, jest v druhé části.

Obraz 58.

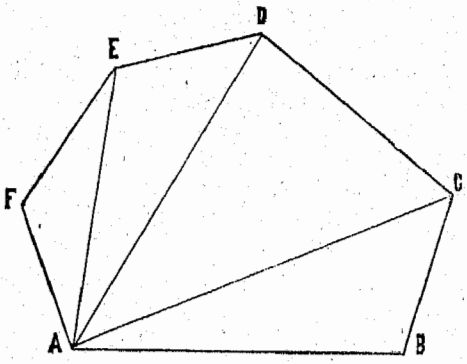


Jak z obrazců 59 a 60 vysvítá, můžeme **z jednoho úhlobodu** vésti úhlopříčny, při pětiúhelníku **dvě**, při šestiúhelníku **tři**, při sedmiúhelníku **čtyry**; tedy vždy o tři úhlopříčny méně, než má mnohoúhelník stran.

Obraz 59.



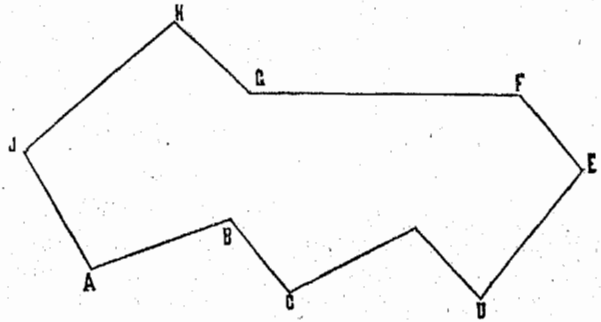
Obraz 60.



Každý mnohoúhelník rozkládá se úhlopříčnami z téhož úhlobodu vedenými v trojúhelníky, jichž počet rovná se počtu stran mnohoúhelníka méně dvou. (viz. ob. 59 a 60).

Úhly mnohoúhelníka mohou býti ostré, pravé, tupé, anebo i vypouklé; tak n. p. v obr. 61 má mnohoúhelník úhly ostré, pravé, tupé a vypouklé.

Obraz 61.



Mnohoúhelník, jehož všechny strany jsou stejně dlouhé, slove **stejnostranný**; jsou-li úhly všecky stejné, slove **stejnoúhelný**; má-li však strany i úhly vespolek stejné, slové **pravidelný** n. p. obr. 62 a 63.

Na kolik trojúhelníků rozložíme šestiúhelník (obr. 62), vedeme-li v něm z bodu středního *o* přímky k vrcholům úhlů obvodových? Tu obdržíme tolik trojúhelníků, kolik má mnohoúhelník stran. Jelikož v každém trojúhelníku činí všichni tři úhlové dohromady ($2R$) dva pravé úhly, budeme tu míti dvakrát tolik pravých, kolik stran tu máme: $6 \times 2 = 12R$. Víme, že úhly okolo středního bodu nenáleží k úhlům obvodovým, pročež musíme jejich součet čtyry pravé úhly od předešlého součtu odčísti.

Součet úhlův obvodových obnáší tedy v šestiúhelníku 8 pravých úhlův.

$6 \times 2R = 12R - 4R = 8R$. Jelikož jeden pravý úhel má 90^0, budou úhlové v šestiúhelníku dohromady míti $8 \times 90 = 720^0$, a jeden $720^0 : 6 = 120^0$.

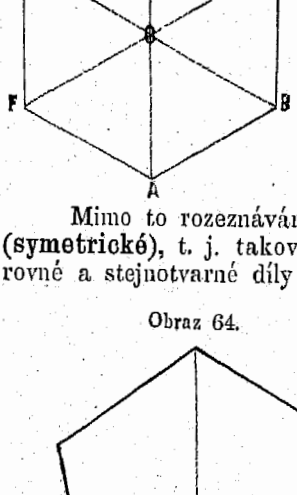
Udejte, jak velký jest úhel v pravidelném 5, 7, 8, 9, 10 úhelníků? Zkoumejte, je-li tomu tak u trojúhelníka a čtyrúhelníka?*)

---

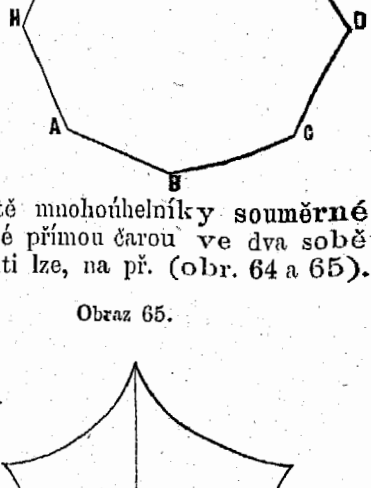
* Jak se pravidelný mnohoúhelník rýsuje, jest v druhé části.

Nemá-li mnohoúhelník ani strany, ani úhly stejné, jest **nepravidelný.**

Obraz 62.

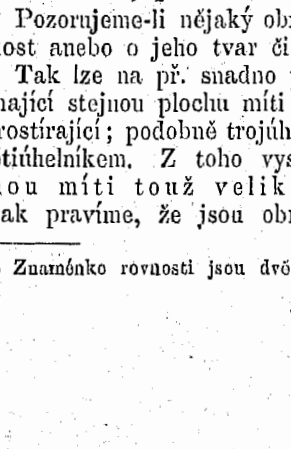


Obraz 63.

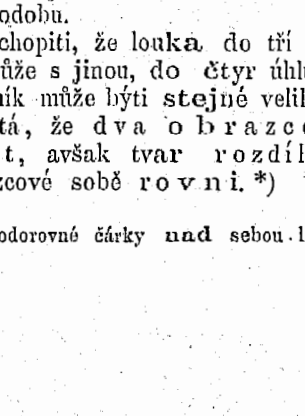


Mimo to rozeznáváme ještě mnohoúhelníky **souměrné (symetrické)**, t. j. takové, které přímou čarou ve dva sobě rovné a stejnotvarné díly rozložiti lze, na př. (obr. 64 a 65).

Obraz 64.



Obraz 65.



Rovnost, podobnost a shodnost obrazců.

Pozorujeme-li nějaký obrazec, jedná se nám buď o jeho velikost anebo o jeho tvar či podobu.

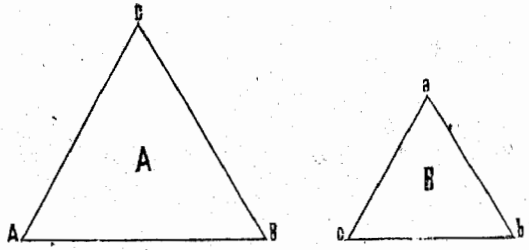
Tak lze na př. snadno pochopiti, že louka do tří úhlů vybíhající stejnou plochu míti může s jinou, do čtyr úhlů se rozprostírající; podobně trojúhelník může býti stejné velikosti s pětiúhelníkem. Z toho vysvítá, že dva obrazcové mohou míti touž velikost, avšak tvar rozdílný; tu pak pravíme, že jsou obrazcové sobě rovni.*) Na-

*) Znaménko rovnosti jsou dvě vodorovné čárky nad sebou ležící

píšeme-li na př. $\triangle ABC = \triangle DEF$, značí to, že jsou si trojúhelníky ABC a DEF rovny, totiž, že zaujímají stejně velkou plochu.

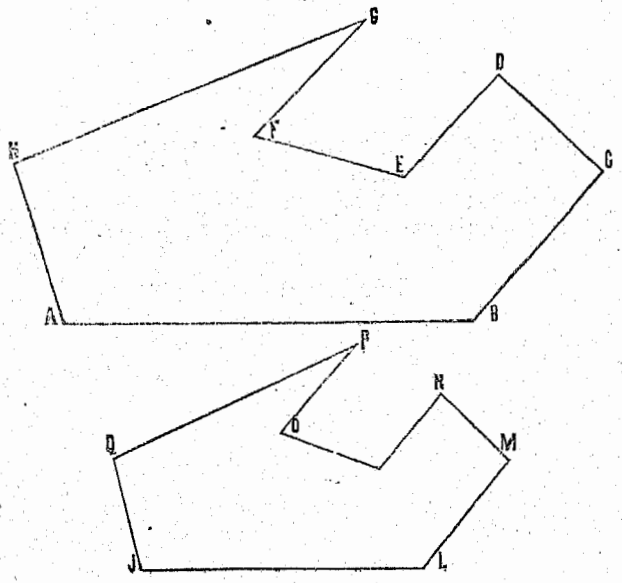
Vypadá-li jeden obrazec jako druhý, t. j. mají-li stejný tvar, jsou-li však do velikosti od sebe rozdílny, pravíme, že obrazce ty jsou si **podobny**. Znaménko podobnosti jest $\sim$. Napíšeme-li tedy $\triangle abc \sim \triangle ABC$ neb $\triangle A \sim \triangle B$, tu čteme, trojúhelník abc jest podoben trojúhelníku ABC (obr. 66) neb trojúhelník A jest podoben trojúhelníku B.

Obraz 66.



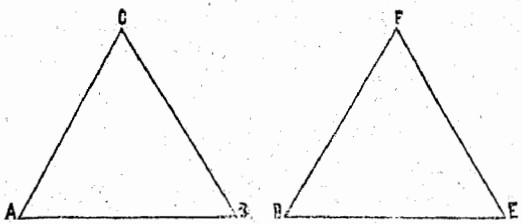
Tak i obrazec $ABCDEFGH \sim ILMNOPQ$ (obr. 67).

Obraz 67.

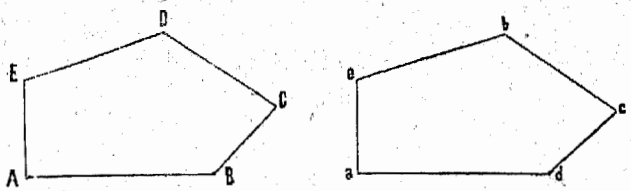


Mají-li však dva obrazcové touž plochy velikost i týž tvar, tak že si rovni i podobni jsou, tu pravíme, že jsou **shodni** (fengruent). Znaménko shodnosti jest $\approx \equiv \cong$; tak že „$\triangle ABC \cong DEF$“ znamená, že trojúhelník ABC shoduje se s trojúhelníkem DEF (obr. 68); tak i $ABCDE \cong abcde$ (obr. 69).

Obraz 68.



Obraz 69.



Položíme-li shodné obrazce náležitě na sebe, meze jich v sebe padnou, t. j. obrazce se kryjí; i pravíme o obrazcích, které se kryjí, že jsou shodny.

V obrazcích buď podobných neb shodných nazývají se strany proti stejným úhlům ležící, strany **stejnolehlé** (homolog).

Měření obvodu.

V praktickém životě bývá udání obvodu obrazců někdy velmi důležité, pročež zde několik příkladů uvedeme.

Již na stránce 17. jsme pověděli, že délku všech stran dohromady obvodem jmenujeme.

V rovnostranném trojúhelníku jest obvod roveň trojnásobně jedné straně, jelikož všechny 3 strany stejné jsou; ve čtverci a kosočtverci jest obvod roveň čtyrnásobné jedné straně, poněvadž všechny 4 strany stejné jsou; poznamenáme-li si obvod písmenem o a stranu písmenem s, máme obvod

čtverce a kosočtverce: $O = 4s$; a rozdělíme-li obvod na čtyry díly, obdržíme stranu, tedy $s = {}^{0}/_{4}$. V obdélníku a kosodélníku, kde jen dvě a dvě protilehlé strany stejné jsou, jest součet šířky a délky obou nestejný při půl obvodu, poněvadž tu dvě strany do délky a do šířky jsou. Jest tedy obvod kosodélníka a obdélníka: $O = (š + d)2$, když délku a šířku písmeny $š$ a d poznamenáme. Chceme-li z obvodu kosodélníka neb obdélníka najíti šířky neb délky, musíme vždy ty dvě známé od obvodu vzíti a zbytek pak nám udá dvě neznámé, na př.

$$2š = O - 2d$$
$$2d = O - 2š$$

Bychom poznali důležitost obvodu obrazců, vizme několik příkladů.

1. Strana rovnostranného trojúhelníka jest 9′, obvod jeho bude $9 \times 3 = 27'$. Když je obvod 27, jaká bude jeho strana?

2. Jaký bude obvod čtverce, když jedna jeho strana jest 4° 3′ 8″? Obvod se bude rovnati $4^0\ 3'\ 8'' \times 4 = 18^0\ 2'\ 8''$. Je-li obvod čtverce 19° 4′, jaká bude strana jeho?

3. Obvod prkna má 10° 6″, prkno pak je 4° 4′ dlouhé; jak široké jest to prkno? Jedna délka má 4° 4′, tudíž mají obě 9° 2′; obě šířky obnášejí zbytek, kterýž obdržíme, když od objemu prkna odčítáme obě délky, tak $10^0\ 6'' - 9^0\ 4' = 2'\ 6''$ a šířka se $= \frac{2'\ 6''}{2} = 15''$.

4. K zahradě 26° dlouhé a 14° široké se má udělati prkenný plot; kolik kolův musí si hospodář koupiti, chce-li jeden od druhého 2° daleko zaraziti? Objem zahrady jest $80^0 : 2 = 40$ kolů.

5. Jak dlouhou železnou tyč bude kovář potřebovati, má-li zhotoviti obruč na vanu 2.3 metrů dlouhou a 6·82 metrů širokou?

6. Okolo domu s dvou stran má se vykopati příkop, je-li jedna strana 6·59 metrů a druhá 8·58 metrů, mnoho-li to bude státi, když by se od metru 10 kr. platilo?

7. Obvod rovnoramenného trojúhelníka jest 14° 4′, když jeho základná 2° 2′ obnáší; jak velká bude každá z obou rovných stran?

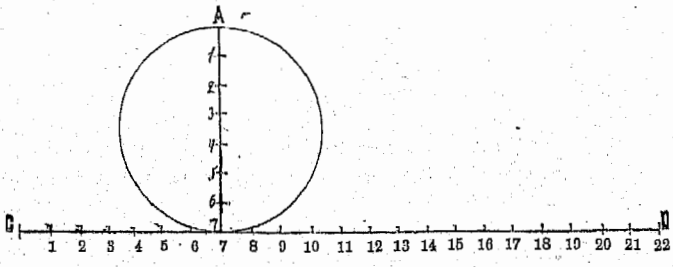
8. Mnoho-li pozlacení římsy bude potřeba na obraz, který jest 5′ 6″ dlouhý a 3′ široký?

9. Jaký bude obvod čtverce, když jedna jeho strana jest 3·235 metrů?

Obvod kruhu (Umfang des Kreises).

Rozdělíme-li průměr kruhu na 7 stejných dílů, tu, když kruh do přímé čáry rozprostřeme (na př. když železnou neb plechovou obruč na některém místě prořízneme), naznačí se nám kruhová čára v délkomíře; na př. kdyby se kruh v bodu *A* (obr. 70) rozřízl a rozprostřel až k *C* a *D*, dá se sedmý díl průměru kruhu 22krát na celou délku vnésti.

Obraz 70.



Tudíž jest obvod kruhu dva a dvacet sedmin $\left(\frac{22}{7}\right)$ průměru čili tři celé průměry a jedna sedmina průměru ($3\,^1/_7$); $\frac{22}{7}$ blíží se však v desetinném čísle 3·1415, kteréžto číslo se v učených spisech písmenem π naznačuje a Ludolfovo sluje.

Tu máme pravidlo, že se obvod kruhu vypočítá, když, známe-li totiž průměr kruhu, číslo Ludolfovo násobíme průměrem, neb dvěma poloměry. Vzorek pro vypočítávání obvodu jest: $O = d.\pi = 2r\pi$, na př. když průměr kruhu se rovná 8′, jaký jest obvod? $O = d.\pi = 8 \times 3{\cdot}14 = 25{\cdot}12'$, t. j. obvod žádaného kruhu.

V životě obecném berou se jen dvě desetinná místa, poněvadž se takto již dosti zevrubně počítá. Často se bere místo Ludolfova čísla (3·141592) přibližně jen $3{\cdot}14 = \frac{22}{7} = 3\,^1/_7 = 3 + \,^1/_7$, což někdy při vypočítávání úloh ulehčuje.

Příklad. Je-li průměr kruhu 5′ 8″, bude obvod:

$$3.d = 3.\ 5'\ 8'' = 2^0\ 5'$$
$$^1/_7.d = \,^1/_7.\ 5'\ 8'' = 0^0\ 0'\ 9\,^5/_7''$$

Tudíž se rovná obvod $2^0\ 5'\ 9\,^5/_7''$.

Napřed znásobili jsme průměr 3^{mi}, na to $^1/_7$, součet pak dal obvod. Naopak se najde z obvodu průměr kruhu, když Ludolfovým číslem obvod dělíme, tedy $d = 2r = \frac{O}{\pi}$, chceme-li nalezti poloměr, vezmeme průměru polovičku.

Příklad. Je-li obvod kruhu 24·12, jaký bude jeho průměr, jaký poloměr? $p = \frac{o}{\pi} = \frac{25 \cdot 12}{3 \cdot 14} = 8'$ jest průměr; poloměr bude tudíž polovička $\frac{8}{2} = 4'$.

Úlohy.

1. Poloměr kruhu obnáší 3·12', jaký bude obvod?

$$O = 2r.\ \pi = 2 \times 3 \cdot 12 \times 3 \cdot 14 = 19 \cdot 593',$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 24 \times 3 \cdot 14 \\ \hline 2496 \\ 624 \\ 1872 \\ \hline 19 \cdot 5936 \end{array}$$

2. Kotlář má udělati měděnou obruč v průměru 3' 4'', jak dlouhý prut mědě k tomu musí vzíti?

$$\begin{array}{rl} 3.d = & 3 \times 3'\ 4'' = 10' \\ {}^1/_7 d = & {}^1/_7 \times 3'\ 4'' = 0'\ 5\,{}^5/_7{}'' \\ \hline & \text{obvod} = 10'\ 5\,{}^5/_7{}'' = 1^0\ 4'\ 5\,{}^5/_7{}'' \end{array}$$

Kotlář vezme o něco více, jelikož se prut spojením obou koncův poněkud zkrátí.

3. Průměr hřídele má 12'', jak dlouhý jest provaz, který jest 15krát na tom hřídeli otočen?

$$O = 2r.\ \pi = 12 \times 3 \cdot 14$$

$$\begin{array}{r} 628 \\ \hline 37 \cdot 68'' \ .\ 15 \\ 18 \cdot 840 \\ \hline 56 \cdot 520'' : 12 = 4'7 \cdot 1'' \end{array}$$

4. K nějakému stroji se má zhotoviti kolo, aby mělo 30 zubův 2'' od sebe vzdálených; jak se to kolo udělá, mají-li zuby $1\,{}^1/_2{}''$ široké býti?

30 zubův po $1\frac{1}{2}$ palců dá 45″
30 mezer po 2 „ „ 60″
obvod celého kola bude = 105″

jeho průměr obdržíme $d = \frac{O}{\pi}$

$105 : 3{\cdot}14 = 33{\cdot}4''$

5. Jak daleko budou od sebe zuby kola 4′ 3″ v průměru, když je na něm 65 zubův po palci širokých?

Obvod kola jest 4′ 3″ × 3·1415 = 160·2165″
65 zubův po 1″ 65
odečtem-li to, přijde . . . . . 95·2165″
na 65 mezer.

Každý tedy musí 95·2165 : 65 = 1·464″ míti.

6. Zámečník má udělati železný kruh 4·5 métrů v průměru, mnoho-li drátu si k tomu musí useknouti?

7. Truhlář má zhotoviti okrouhlý stůl pro dvanáct osob, tak aby na každou osobu z obvodu 2′ připadlo, jaký bude jeho poloměr?

8. Přední kolo u vozu má $2\frac{1}{2}$′ a zadní $4\frac{1}{2}$′ v průměru; o kolik oběhů učiní ono více kolem své osy, nežli toto po cestě 100·000′?

9. Obvod nějaké válcové nádoby měří 7·85′, jaký poloměr má její víko?

10. Obnáší-li průměr kola $3\frac{1}{2}$′, jak dlouhé obruče železné bude třeba, aby je objal?

11. Sekerník má zhotoviti zubaté kolo, které má mít 60 zubů, aby střed v zubu $4\frac{1}{2}$″ vzdálen byl; jaky poloměr bude míti ono kolo?

12. Mnoho-li bude státi kamenné zábradlí kolem studně, která má v průměru 2° 3′, platí-li se za sáh 15 zl. r. č.?

13. Jaký je obvod kruhu, jeli poloměr 2·31 metrů dlouhý?

14. Truhlář má zhotoviti okrouhlý stůl pro osm osob, tak aby na každou osobu z obvodu 8 decimetrů připadlo, jaký bude jeho poloměr?

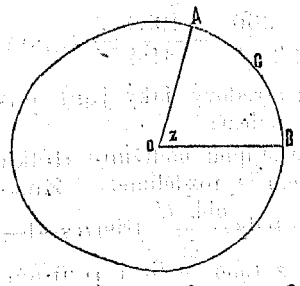
Délka kruhového oblouku.

Je-li průměr kruhu a středový úhel onomu oblouku příslušící znám, můžeme každou libovolnou část oblouku kruhového délkomírou vyjádřiti. Každý kruh dělí se na 360

stupňů, že však celý obvod se rovná $2\pi r$, připadne na každý stupeň 360tý díl celého obvodu. Tu tedy bude vzorek, jak se vyjádří délka jednoho stupně.

$$\text{obl. } 1^0 = \frac{2\pi r}{360} = \frac{\pi r}{180}$$

Obraz 71.



Má-li středový úhel AOB (obr. 71) více stupňů, obdržíme délku jeho oblouku, když délku oblouku k jednomu stupni náležícího násobíme počtem stupňů úhlu.

$$\text{I. obl. } C = \frac{\pi r}{180} \times z$$

Příklady. 1. Jak dlouhý jest 1^0 kruhu, jehož poloměr má 3'?

$$\text{ob. } 1^0 = \frac{2\pi r}{360} = \frac{2 \times 3 \times 3{\cdot}14}{360} = \frac{18{\cdot}84}{360} = 0{\cdot}052'.$$

2. Jak velký jest kruhový oblouk 30^0, měří-li poloměr 7' 6''?

$$\text{obl. } 30^0 = \frac{2\pi r}{360} \times 30 = \frac{2 \times 7\,{}^1/_2 \times 3\,{}^1/_7 . 30}{360} = 3{\cdot}92'$$

3. Jakou délku má oblouk 13^0 20' v kruhu, jehož poloměr $2\,{}^1/_3$' obnáší?

$$\text{obl. } (13^0 20') = \frac{2\,{}^1/_3' \times {}^{22}/_7}{180} \times 13\,{}^1/_3 =$$

4. Jak velký jest oblouk stupně na poledníku, když poloměr země 85942 mil obnáší? (15·007 mil).

Velikost středového úhlu.

Je-li dán poloměr a délka kruhového oblouku, může se vypočítati počet stupňů středového úhlu, který jest tím obloukem přepjat.

V obraz. 71 jest dána délka oblouku ACB a poloměr OA; že pak středový úhel tolik úhlových stupňů má, kolik obloukových stupňů má oblouk ten úhel přepínající, jest nám známo. Budeme-li dělit číslem, jež udává délku daného oblouku do 360, obdržíme počet stupňů obloukových a zároveň počet stupňů úhlu středového; n. p.:

Naznačíme-li délku oblouku písmenem O, příslušný úhel středový písmenem z a celý obvod $2\pi r$, tu bude

$$\sphericalangle z = \frac{O\ 360}{2\pi r} \quad \text{II.}$$

Délka kruhového oblouku byla by 5′ 6″, poloměr 5′, jak velký jest úhel středový?

$$\text{Úhel střed.} = \frac{\text{obl.} \times 360}{2\pi r} = \frac{5\,{}^1/_2'' \times 360}{2 \times 5 \times 3{\cdot}14} = \frac{1980}{31{\cdot}4} = 63{\cdot}05'$$

Známe-li délku oblouku i úhel středový, jaký jest poloměr kruhu, ku kterému ten oblouk náleží?

Známe-li délku oblouku a počet stupňů, obdržíme délku jednoho stupně, když oblouk O počtem z rozdělíme. Znásobí-li se nyní délka jednoho stupně, tedy $\frac{\text{obl. } O}{z}$ třistašedesáti, obdržíme obvod celého kruhu a z toho se již i průměr nebo poloměr vyhledati může; i obdržíme vzorek:

$$\text{průměr} = \frac{\text{obl. } O \times 360}{z \times \pi} \quad \text{III.}$$

Úloha. Středový úhel z měl by 60° a oblouk O, který ho přepíná, měřil by 60′, jak dlouhý jest poloměr?

$$d = \frac{O.\ 360}{z \times \pi} = \frac{60 \times 360}{60^0 \times 3.14} = \frac{21600}{188{\cdot}4} = 114{\cdot}64$$

a poloměr $r = 57{\cdot}32'$

Délka oblouku se najde podlé vzorku I, počet stupňů středového úhlu podlé vzorku II. a průměr neb poloměr podlé vzorku III.

Obsah ploch (Der Flächeninhalt)..

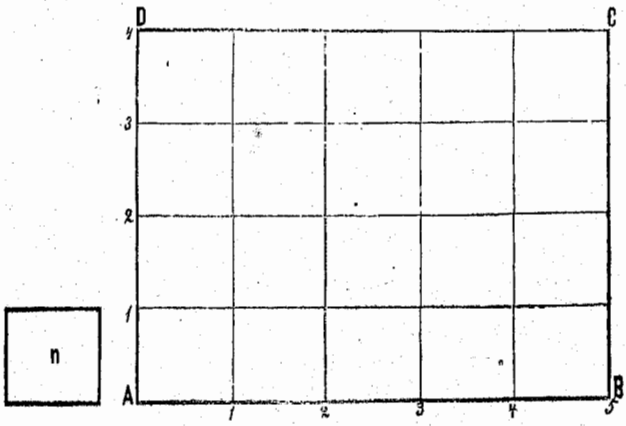
Velikost prostoru stranami uzavřeného obrazce nějakého nazývá se **obsahem plochy** (Der Flächeninhalt).

Abychom mohli udati velikost nějakého obrazce číslem, musíme jej změřiti. K tomu měření užíváme čtverce, jehož strana má určitou velikost, n. p. 1° 1′ 1″; proto pravíme, že jest čtverec **mírou** ploch. Takový čtverec, který má stranu sáh dlouhou, nazýváme čtverečným sáhem (□°); který má stranu stopu dlouhou, čtverečnou stopou (□′); který pak má stranu palec dlouhou, čtverečným palcem (□″); a t. d.

Číslo, které udává, jak velký jest obsah nějakéhe obrazce, kolik čtverečných sáhů, palců obrazec ma, zove se toho obrazce **čtverečný** obsah.

Když jsme změřiti chtěli nějakou délku, kladli jsme sáhovku neb střevíc tolikrát na tu délku, až jsme mohli určit, kolik sáhů neb stop ona vzdálenost má. Tak by se to také mělo dít při měření čtverečného obsahu ploch, že by se za měřítko přijatý čtverec do obrazce, který se vyměřiti má, potud tak dlouho vedlé sebe pokládal, dokud obrazec stačí. Přitom by se mělo také tak počítati, jako při obyčejném měření. Takovýmto spůsobem obrazec vyměřiti bylo by velmi obtížno, ba často nemožno. n. p. Kdyby se měl vyměřiti obsah nějaké zahrady, kde se nacházejí stromy, hned by nebylo lze určený čtverec pokladáti a mimo to bylo by to namáhavé a zdlouhavé. Pročež musíme hledět nějaký jiný spůsob si najíti, jak by se dal obsah obrazců vypočítati. K tomu konci vezmeme si obdélník *ABCD* a za měřítko čtverec *n* (obr. 72).

Obraz 72.



Měřme jako obyčejně se to děje při měření délky, klaďme nejprvé čtverec *n* podél strany *AB* tolikrát, kolikrát to možno. Dejme tomu, že by to šlo 5krát, tu pak obdržíme v jedné straně 5 čtverců.

Podobným spůsobem obdržíme druhou, třetí, vůbec tolik řad, kolikrát možno čtverec *n* podél strany *AD* položit. Dá-li se položit na př. 4, obdržíme čtyry řady

a v každé řadě 5 čtverců, tudíž dohromady $4 \times 5 = 20$ čtverců. Číslo 20 udává v obdélníku $ABCD$ čtverečný obsah. Rovná-li se strana čtverce $n = 1'$, bude obsahovati obdélník $ABCD$ $20\square'$. Kdybychom byli vzali stranu čtverce n za měřítko a změřili jí délku AB a výšku AD daného obdélníka, obdrželi bychom délku $AB = 5'$ a výšku $AD = 4'$; když znásobíme tyto dvě čísla, obdržíme též obsah obdélníka $ABCD = 4 \times 5 = 20\square'$.

Naznačíme-li délku obdélníka písmenem p (půdice) a výšku písmenem v, řekneme, obsah obdélníka se vypočítá, když půdici výškou znásobíme; obdržíme všeobecný vzorec:

$$O = p \times v,$$

podlé kterého se plocha obdélníka vypočítá.

Úloha. Kdyby byla délka obdélníka 7′ dlouhá a výška 5′, rovnal by se obsah

$$O = p \times v = 7 \times 5 = 35\square'.$$

Je-li plocha obdélníka a výška dána, kterak se ustanoví délka půdice jeho? Tuto obdržíme, když do obsahu známým rozměrem dělíme, i bude půdice $= 35 : 5 = 7'$; taktéž obdržíme výšku, je-li plocha a půdice obdélníka dána.

$$35 : 7 = 5'.$$

Zde pak mohou býti vždy tři úlohy; buď hledáme obsah obdélníka, když jest dána jeho půdice a výška, neb jeho půdici, když známe plochu a výšku, nebo výšku, když jest udána plocha a půdice.

Obsah čtverce. Čtverec má půdici a výšku stejnou. K vypočítání čtverečného obsahu jeho bude tudíž dostatečno měřiti toliko jednu stranu a pak zdvojmocniti číslo, které udává délku její. Poznamenáme-li číslo, které udává délku jedné strany čtverce písmenem a, bude všeobecný vzorec $Č = a \times a = a^2$ podlé čehož se vypočítá obsah čtverce.

Obnáší-li jedna strana čtverce na př. 3′, bude jeho obsah $3' \times 3' = 9\square'$.

Obnáší-li jedna strana 4′, bude plocha $4' \times 4' = 16\square'$.

Obnáší-li jedna strana 5′, bude plocha $5 \times 5 = 25\square'$

Tu vidíme, že se bude:

$$1\square^0 = 6 \times 6 = 36\square'$$
$$1\square' = 12 \times 12 = 144\square''$$
$$1\square'' = 12 \times 12 = 144\square'''$$
$$1\square''' = 12 \times 12 = 144\square''''$$

1□ metr = 10 × 10 = 100□ decim.
1□ dcm. = 10 × 10 = 100□ centim.
1□ ctm. = 10 × 10 = 100□ millim.
1□ metr = 10·0079□′ ≐ 10□′ našich a 1□⁰ = 3·59
≐ $3^3/_5$□ metr.
1□ dcm. = 14·4114□″ ≐ $14^2/_5$□″ našich a 1□′ = 9·99
≐ 10□ decim.
1□ ctm. = 0·1441□″ ≐ $^1/_7$□″ našich a 1□″ = 6·93
= 7□ centim.
1□ mllm. = 0·2075□‴ = $^1/_5$□‴ našich a 1□‴ = 4·819
= $4^4/_5$□ millim.

Úloha. 1. Je-li strana jakéhosi čtverce 4⁰ dlouhá, jak veliký bude jeho obsah?

$$c = a \times a = a^2$$
$$c = 4^0 \times 4^0 = 16\square^0$$

Je-li nám známa plocha čtverce, a máme-li najíti délku strany jeho, potřebujeme jen z toho čísla, které udává jeho obsah, dobýti druhého kořene. Tak bude jeho strana, když je obsah 16□⁰ : $\sqrt{16} = 4^0$.

2. Je-li plocha rovna 4356□⁰, bude se strana rovnati $s = \sqrt{43|56} = 66^0$ délka strany

756 : 126

Obsah neb plocha luk, lesů, stavebních míst atd. ustanovuje se v míře čtvercové. Za polní míru u nás platí jitro (Joch), to jest plocha 1600□⁰ velká, kterou si v podobě čtverce 40⁰ dlouhého a 40⁰ širokého představiti můžeme.

Velikost jitra si znázorníme, když odměříme 100 kroků do délky a 100 kroků do šířky. Jitro se rovná 2 korcům aneb třem měrám výsevku, tak že 800□⁰ na korec a $533\,^1/_3$□⁰ na míru připadají. Plocha, která má 100□ metrů, jmenuje se **ar**.

are ve Francii = 1000·79□′ = 27·7998□⁰ ≐ $27\,^1/_5$□⁰
hektar „ „ = 2779·98□⁰ = 1·7375 jitra.

Jitro naše = 57·5544 ar.

Jedna čtverečná míle = 4000 × 4000 = 16,000000□⁰ čili 10000 jiter.

Stanovení ploch dle míry sáhové.
(Klafter- oder Riemenmaß)

Při vypočítání plochy obdélníka musili jsme šířku a délku, když byly udány v sáhách, v stopách neb palcích,

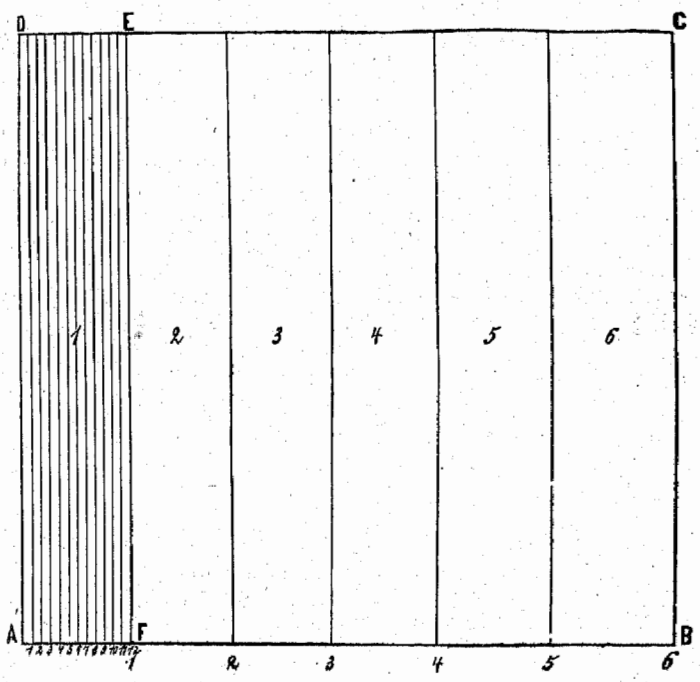
napřed uvésti sáhy na stopy, stopy na palce, aby byla čísla, jež udávají délku a šířku obdélníka, stejnojmenná. Takovým převáděním by se pak počítání prodlužovalo; protož ustanovuje se obsah obdélníka, jako by se za měřítko místo čtverce bral obdélník, jehož jeden rozměr jest na sáh dlouhý, druhý rozměr pak jaký koliv.

Představuje-li obr. 73 *ABCD* čtverečný sáh a rozdělíme-li jeho stranu *AB* na 6 stejných dílů a vedeme-li těmi body rovnoběžky s *AD*: rozdělí se čtverec na 6 stejných pásků, jichž každý jeden sáh dlouhý a 1′ široký jest a **sáhová stopa** (*s′* anebo *o′*) sluje. Jeden čtverečný sáh má 6 sáhových stop aneb 36□′

$$1\square^{0} = 6^{s'} = 36\square'$$

Podobně rozdělíme sáhovou stopu *AFED* na 12 stejných dílů, a obdržíme 12 pásků, jeden sáh dlouhých a palec širokých.

Obraz 73.



Takový pruh jmenujeme sáhový palec (s'' neb $0''$).

Tudíž $1^{s'} = 12^{s''} = 6\square' = {}^1/_6\square^0$

$1^{s''} = 72\square'' = {}^1/_2\square'$

Když rozdělíme sáhový palec na 12 dílů, obdržíme sáhové čárky (s'''), sáhová čárka jest pruh sáh dlouhý a čárku široký $1^{s''} = 12^{s'''}$

$$1^{0'''} = 6.12.\ 12 = 864\square''' = 6\square''$$

Rozdělíme-li sáhovou čárku na 12 stejných dílů, obdržíme sáhové body (s'''').

$$1^{s'''} = 12^{s''''}$$

$$1^{sIV} = 6.12.\ 12 = 10368\square'''' = 72\square''' = {}^1/_2\square''$$

Počet s takovýmto rozdělením sáhu slove potom sáhování nebo dle francouzského toisování (toazování).

Při vypočítávání ploch musíme obdržeti na základě páskového rozdělení, kdykoliv šířku nějaké plochy s její délkou násobíme, buď úplně čtvercové sáhy nebo sáhové stopy, vůbec takové plochy, které jsou vždycky sáh dlouhé, při čemž se násobení tak zvaným počtem rozkladným či vlaskou praktikou nejprospěšněji provede. Tu stopy nebo palce měníme na sáhový zlomek n. p. Má-li se vypočítati obsah obdélníka, jehož

délka	=	12^0	$2'$	$7''$		
šířka	=	3^0	$5'$			
dostaneme za 3^0	=	$37\square^0$	$1^{0\prime}$	$9^{0\prime\prime}$		
za $3'$	=	${}^1/_2{}^0$ =	6	1	3	$6'''$
za $2'$	=	${}^1/_3$ =	4	0	10	4
Tudíž plocha celkem	=	$47\square^0$	$3^{0\prime}$	$10^{0\prime\prime}$	$10^{0\prime\prime\prime}$	

Je-li délka	=	10^0	$5'$	$2''$			
šířka	=	1^0	$4'$	$8''$			
pro 1^0	=	10^0	$5'$	$2''$			
„ $2'$	= ${}^1/_3{}^0$ =	3^0	$3'$	$8''$	$8'''$		
„ $2'$	= ${}^1/_3{}^0$ =	3^0	$3'$	$8''$	$8'''$		
„ $8''$	= ${}^1/_9{}^0$ =	1^0	$1'$	$2''$	$10'''$	8^{IV}	
plocha	=	$19\square^0$	$1^{0\prime}$	$10^{0\prime\prime}$	$2^{0\prime\prime\prime}$	8^{IV}	

Je-li délka	=	25^0	$5'$	$3''$			
šířka	=	0^0	$3'$	$7''$			
pro $3'$	= ${}^1/_2{}^0$ =	12^0	$5'$	$7''$	$6'''$		
„ $4''$	= ${}^1/_3{}^1$ =	1^0	$2'$	$7''$	$6'''$		
„ $3''$	= ${}^1/_4{}^1$ =	1^0	$0'$	$5''$	$7'''$	6^{IV}	
plocha	=	$15\square^0$	$2^{0\prime}$	$8^{0\prime\prime}$	$7^{0\prime\prime\prime}$	6^{0IV}	

(pro $1' = {}^1/_5{}^0$ jest výsledek $4^0\ 1'\ 10''\ 6'''$)

Z uvedených příkladů zjevno, že se mění stopy v zlomek sáhový, palce též buď v zlomek sáhový nebo v stopový, při čemž se stranou napíše, mnoho-li na jednu stopu připadá.

Jelikož se ale plochy obyčejně dle čtverečné míry ustanovují, jest třeba, abychom výsledek dle míry sáhové na míru čtverečnou převedli.

Převedeme-li poslední příklad $15\square^0\ 2^{0\prime}\ 8^{0\prime\prime}\ 7^{0\prime\prime\prime}\ 6^{0\mathrm{IV}}$ na čtverečnou míru, obdržíme:

$$
\begin{array}{lll}
15\square^0 \ldots\ldots\ldots\ldots & & =15\square^0 \\
1^{s\prime} = 6\square' \ldots & 2^{0\prime} = 2\times 6 \ldots\ldots & = \ldots\ 12\square' \\
1^{s\prime\prime} = \frac{1}{2}\square' \ldots & 8^{0\prime\prime} = 8:2 \ldots\ldots & = \ldots\ 4\square' \\
1^{s\prime\prime\prime} = 6\square'' \ldots\ldots & 7^{0\prime\prime\prime} = 7\times 6 \ldots & = \ldots\ldots\ 42\square'' \\
1^{s\mathrm{IV}} = \frac{1}{2}\square'' \ldots\ldots & 6^{0\mathrm{IV}} = 6:2 & = \ldots\ldots\ 3\square'' \\
\hline
15\square^0 + 2^{0\prime} + 8^{0\prime\prime} + 7^{0\prime\prime\prime} + 6^{0\mathrm{IV}} & & = 15\square^0\ 16\square'\ 45\square''
\end{array}
$$

Poněvadž víme, čemu se rovná $1^{s\prime}$, $1^{s\prime\prime}$, $1^{0\prime\prime\prime}$, $1^{s\prime\prime\prime\prime}$ čtvereční míře, můžem lehko převesti míru sáhovou na čtverečnou a naopak.

Úlohy.

1. Je-li jedna strana čtverce $5^0\ 4'$ dlouhá, jaká bude jeho plocha?

2. Kolik jiter obsahuje pole v podobě čtverce, jehož strany $59^0 + 3'$ dlouhé jsou?

3. Na pozemku 26^0 dlouhém a 14^0 širokém vystaví se stavení 8^0 dlouhé a $5^0 + 3'$ široké; mnoho-li obsahuje pozemek vybývající?

4. Kolik měr pšenice bude třeba, aby se oselo pole 136^0 dlouhé a 14^0 široké, vysejí-li se na jitro 3 míry?

5. Mlat v jakési stodole má míti $650\square'$. Obnáší-li délka jeho $32'$, jak musí býti široký?

6. Stavební místo v podobě obdélníka má $37\frac{1}{2}^0$ délky a $22\frac{2}{3}^0$ šířky; mnoho-li bude státi, platí-li se za $1\square^0$ 12 zl. 50 kr.

7. Jedna strana střechy v podobě obdélníka jest $79{\cdot}5^0$ dlouhá a $7{\cdot}6^0$ široká, mnoho-li bude stát krytba křidlicí, je-li třeba na $1\square^0$ 2·5 centů křidlice, kteréž stojí 1 cent 58 zl.?

8. Staveniště v podobě obdélníka, kteréž do délky $18^0\ 3'\ 6''$, a do šířky $9^0\ 3'\ 6''$ obnáší, bylo od kohosi koupeno; mnoho-li stálo, platilo-li se za $1\square^0$ 12·56 zl.?

9. Chodba $22^0\ 3'$ dlouhá a $3^0\ 3'$ široká má se vydlážditi, kolik dlaždiček bude třeba, je-li každá $6''$ dlouhá a také tak široká?

10. Jak je velká základní obdelníka, když jeho plocha se rovná $6\square^0\ 4^{0\prime}\ 3^{0\prime\prime}\ 2^{0\prime\prime\prime}\ 5^{0\mathrm{IV}}$ a výška $1^0\ 5'\ 10''$?

11. Kolik čtverečných stop má ve škole podlaha? — kolik všecky stěny?

12. Mnoho-li bude stát stavební místo v podobě obdélníka, které je 13° 5′ dlouhé, a 8° 3′ široké, když za 1□° 4 zl. platiti se má?

13. Někdo má zahradu v podobě obdélníka, která je 32° 5′ dlouhá a 20° 2′ široká; on si chce okolo ní postavit 1′ široký taras, jakou plochu zaujme taras a jak bude pak velká zahrada?

14. Kolik prken 2·5 metrů dlouhých a 3·1 decimetrů širokých bude potřeba na podlahu sálu, který je 14·4 metrů dlouhý a 13·5 metrů široký?

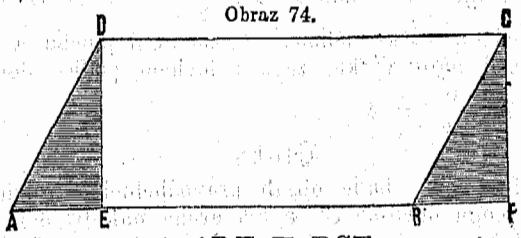
15. Jak široké jest pole, které má plochu 71·74 arů a délka 425·7 metrů?

Kolik cihel bude zapotřebí na podlahu, která je 16° dlouhá a 1° 3′ široká, (když jedna cihla 1′ dlouhá a 6″ široká jest)?

Obsah kosodélníka a kosočtverce.

Kosodélník *ABCD* (obr. 74) jest do obsahu roveň obdélníku *DCFE*; neboť trojúhelník *ADE*, který se na jedné straně odejme, nahražuje se zase na druhé straně shodným trojúhelníkem *CBF* (*ABCD* — △ *ADE* = *DCEB* a *DCEB* + *ADE* = *DEFC*),

Obraz 74.



Poněvadž jest △ *ADE* ≅ *BCF*, proto jest *ABCD* = *DEFC*.

Plocha kosodélníka se vypočítá, když se násobí půdice s výškou; ob. = $p \times v$.

Je-li půdice *AB* = 5′ a výška *DE* = 4′, jest obsah kosodélníka *ABCD* = 5 × 4 = 20□′.

Obsah kosočtverce tak se vypočítá, jako obdélník násobením půdice výškou.

Úlohy.

1. Je-li půdice kosočtverce 5° a výška 3°, bude obsah *O.K.Č.* = $p \times v$ = 5 × 3 = 15□°.

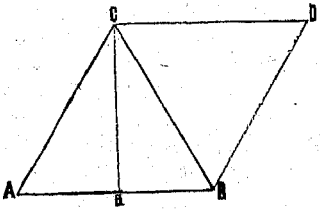
2. Pole v podobě kosodélníka má 54° 4′ délky a 25° 4′ šířky, kolik obsahuje čtvercových sáhů?

3. Půdice kosočtverce jest 3° 4′ výšky 2° 5′ 3″, jaký jest obsah?

4. Kosočtverec obsahuje 567□′, jeho výška má 10′ 6″, jakou má půdice délku?

Obsah trojúhelníka.

Obraz 75.



Trojúhelník ABC (obr. 75) může se považovati za polovici rovnoběžníka $ABDC$ se společnou půdicí AB a výškou Ca. Plocha trojúhelníka rovná se tedy půdici AB násobené výškou Ca děleno dvěma; i budeme míti vzorek $T = \frac{p \times v}{2}$.

Obnáší-li AB 6′, a Ca 4′, jest obsah trojúhelníka

$$ABC = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12\square'.$$

Dán-li jest obsah trojúhelníka, a známa-li jest jeho výška, ustanoví se půdice $12 : \frac{4}{2} = 6$, když do obsahu polovinou výšky dělíme. A známe-li plochu a půdici, tu, máme-li najít výšku, zase polovinou půdice dělme do obsahu $12 : \frac{6}{2} = 4$.

Úlohy.

1. Jak velký bude obsah pravoúhelného trojúhelníka, obnáší-li jedna odvěsna 8° 4′ 8″, druhá pak 6° 3′?

2. Jakou má trojúhelník výšku, jehož půdice 16′ a plocha 147□′ obnáší?

3. Jakou výšku má trojúhelník, jehož půdice 35′ dlouhá jest, když plochu tak velkou má, jako rovnoběžník, jehož základna 17′ a výška 6′ obnáší.

4. Jakou výšku má rovnoběžník, jehož půdice 8′ dlouhá jest, obsahuje-li touž plochu, jako trojúhelník, jehož základna 10′ a výška 16′ čítá?

5. Vrchol věže skládá se ze šesti shodných rovnoramenných trojúhelníků, jejichž půdice jest 5′ a výška 3°; kolik čtverečných stop plechu bude k pokrytí věže třeba?

6. V pravoúhelném trojúhelníku jest jedna odvěsna $16^0\ 3'$ dlouhá a půdice $14^0\ 4'$, jak velká jest plocha?

7. Jak dlouhá jest půdice trojúhelníka, je-li výška $2^0\ 1'\ 6''$ a plocha $4\square^0\ 6\square'\ 16\square''$.

8. Kolik $\square'$ bude zapotřebí plechu k pokrytí střechy u věže, která se skládá ze 4 rovnoramenných trojúhelníků, když jejich půdice $1^0\ 4'$ a výška 3^0 dlouhá je?

9. Půdice trojúhelníka je $20^0\ 4'$ a výška $3^0\ 2'$, jaká je plocha?

10. Jak dlouhá jest půdice trojúhelníka, jehož plocha jest $20\square^0\ 67\square$ dem. výška 5 metrů 3 decimetry?.

Obsah lichoběžníka.

Vedeme-li v lichoběžníku $ABCD$ (obr. 76) úhlopříčnou AC, rozloží se ve dva trojúhelníky ABC, ACD.

Vezmou-li se rovnoběžné strany jeho $AB = 8''$, $CD = 6''$ za půdice trojúhelníků ABC a ACD, $EC = 4''$ za společnou výšku jejich, bude obsah plochy lichoběžníka $ABCD$ roveň součtu ploch obou trojúhelníků; tudíž budeme mít

$$\triangle ABC = \frac{AB \times EC}{2} = \frac{8'' \times 4''}{2},\ \triangle ACD =$$

$$= \frac{DC \times EC}{2} = \frac{6'' \times 4''}{2}.\ \triangle ACB + \triangle ACD =$$

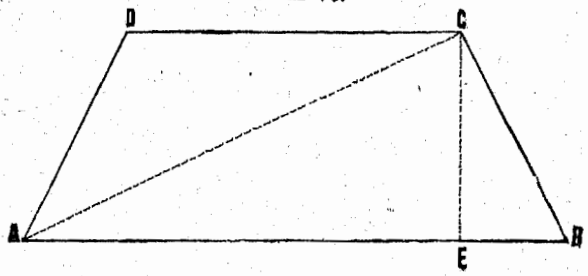
$$= \frac{AB \times EC}{2} + \frac{DC \times EC}{2} = \frac{8'' \times 4''}{2} + \frac{6'' \times 4''}{2}$$

a nebo lichoběžník $ABCD = \frac{AB \times CE}{2} + \frac{DC \times CE}{2} =$

$$= \frac{8 \times 4''}{2} + \frac{6'' \times 4''}{2} = \left(\frac{AB + CD}{2}\right) \times CE =$$

$$= \left(\frac{8 + 6}{2}\right) \times 4 = \frac{14 \times 4}{2} = \frac{56}{2} = 28\square''.$$

Obraz 76.



Dle toho se obsah lichoběžníka ustanoví, když se polovina součtu obou rovnoběžných stran výškou, aneb polovina výšky součtem obou stran násobí. Je-li známa plocha lichoběžníka a jsou-li známy obě rovnoběžky, máme ustanoviti výšku, obdržíme tuto, když polovičným součtem rovnoběžek dělíme do obsahu na p. $28\square'' : \left(\frac{8+6}{2}\right) = 28 : \frac{14}{2} = 28 : 7 = 4''$ (výška).

Známe-li obsah lichoběžníka, a dána-li výška a délka jedné rovnoběžné strany jeho, tak obdržíme druhou rovnoběžku, když polovinou výšky do obsahu dělíme a od podílu známou rovnoběžku odečteme; obdržíme velikost neznámé rovnoběžky.

$$28 : \frac{4}{2} = 14 - 6 = 8 \text{ nebo}$$

$$28 : \frac{4}{2} = 14 - 8 = 6$$

Úlohy.

1. Rovnoběžné strany lichoběžníka buďtež 22′ a 17′, jejich vzdálenost budiž 13′, jak velký jest obsah toho lichoběžníka?

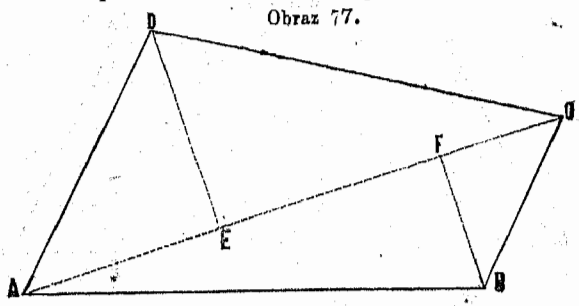
2. U zahrady v podobě lichoběžníka obnáší jedna z rovnoběžných stran 36′ + 8′, druhá 15° a vzdálenost jedné od druhé obnáší 22′, jak velký jest její obsah?

3. Na příč přes pole má se vésti železnice v šířce 5° podobu lichoběžníka mající. Tím povstanou na příč běžící rovnoběžné hraničné přímky, z nichž jedna 10° 3′ a druhá 20° 4′ dlouhá jest. a) Kolik čtverečných sáhů bude od pole železnici přivtěleno? b) Co obdrží majetník za náhradu, když obdržel za $1\square^{0} = 0{\cdot}65$ zl.?

Obsah různoběžníka.

Abychom vypočítali obsah různoběžníka *ABCD* obr. 77 rozdělí se úhlopříčnou *AC* ve dva trojúhelníky *ABC* a *ACD*

Obraz 77.



Vezmeme-li úhlopříčnou $AC = 2' + 3''$ za půdici obou trojúhelníků, a povedeme-li kolmo přímku z protilehlých úhlů B a D, obdržíme $BF = 6''$ a $DE = 10''$ výšky obou trojúhelníků.

Tudíž bude jejich plocha:

$$\triangle ABC = \frac{AC \times BF}{2} = \frac{15 \times 6}{2} \text{ a}$$

$$\triangle ACD = \frac{AC \times DE}{2} = \frac{15 \times 10}{2}$$

Dle toho jest obsah různoběžníka:

$$ABCD = \frac{AC \times BF}{2} + \frac{AC \times DE}{2} = \frac{15 \times 6}{2} + \frac{15 \times 10}{2}$$

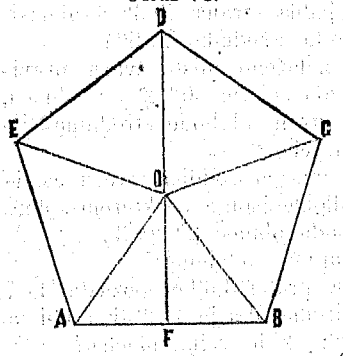
$$= 120 \square''$$

Úloha.

1. Má se vypočítati obsah pole, které má tvar různoběžníka, když jedna úhlopříčna čítá 21^0 a z protějších úhlů na ní kolmice jedna 12^0 a druhá 10^0. Jaká jest plocha?

Obsah pravidelného mnohoúhelníka.

Obraz 78.



Máme-li ustanovit obsah pravidelného mnohoúhelníka $ABCDE$ (obr. 78), veďme ze středu O přímky k vrcholům úhlů obvodových, by se mnohoúhelník rozložil v shodné trojúhelníky. Ustanovíme-li plochu takového trojúhelníka a vezmeme-li ji tolikrát, kolik mnohoúhelník stran má, obdržíme obsah plochy jeho.

$$\text{Plocha } \triangle ABO = \frac{AB \times OF}{2} = \frac{10 \times 6}{2}$$

Je-li $AB = 10''$ a $OF = 6''$, tedy bude plocha mnohoúhelníka

$$ABCDE = \left(\frac{AB \times OF}{2}\right) \times 5 = \left(\frac{10 \times 6}{2}\right) \times 5 = 150 \square'' =$$

$$1 \square' + 6 \square''.$$

Plocha pravidelného mnohoúhelníka rovná se součinu z objemu a polovice kolmé vzdálenosti bodu středního od jedné jeho strany.

Je-li znám obsah pravidelného mnohoúhelníka a vzdálenost jedné strany od středního bodu, kterak se ustanoví jeho obvod, a jak z obvodu délka jedné strany?.

Když polovinou známé výšky dělíme do obsahu, obdržíme obvod mnohoúhelníka, dělíme-li pak do obvodu počtem stran, kolik jich mnohoúhelník míti má, obdržíme délku jedné strany. $P = 1\square' + 6\square'' = 150\square'' : \frac{6}{2} = 50'' : 5 = 10''$

Obvod žádaného mnohoúhelníka je 50 a jedna strana 10''.

Znám-li jest obsah i obvod pravidelného mnohoúhelníka, kterak se ustanoví vzdálenost jedné strany od středního bodu?.

Přede vším musíme počtem stran děliti do obvodu, pak číslem, které tu obdržíme, budeme opět dělit do plochy mnohoúhelníka, do obdrženého podílu pak musíme děliti polovičným číslem, které nám udává počet stran.

$50 : 5 = 10''$, $150\square'' : 10 = 15$, $15 : \frac{5}{2} = 6''$

Úlohy.

1. Jak velká je podlaha v besídce, která má tvar pravidelného šestiúhelníka, měří-li jedna strana 4' 3'' a obnáší-li kolmá vzdálenost stran od bodu středního 2' 6''?

2. V jisté zahradě bylo založeno místo tvaru pravidelného osmiúhelníka, jehož každá strana 5° 2' 3'' obnáší, a ve kterém kolmá vzdálenost stran od bodu středního čítá 6° 3' 8''; jak velká jest plocha jeho?.

Uprostřed toho místa byl založen vodojem tvaru osmiúhelníka, jehož strany 2° 1' 6'' dlouhé jsou a ve kterém kolmá vzdálenost stran od středního bodu obnáší 2° 2' 3'.

a) Jak velikou plochu zaujímá vodojem?

b) Mnoho-li obnáší plocha pruhu kolkol pozůstalého?

3. Strana pravidelného desítiuhelníka je 3° 2' 6'' a kolmá vzdálenost stran od středu 5° 2'; jak je velká plocha?

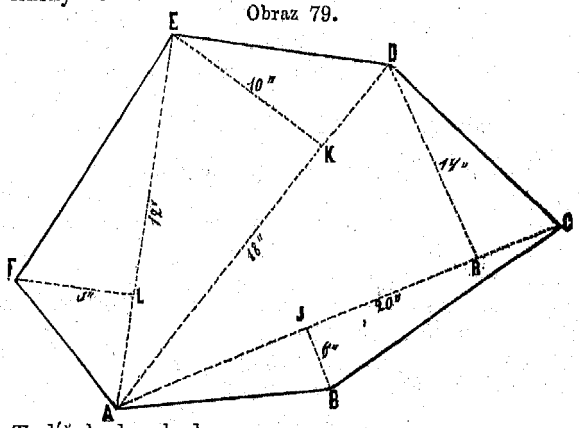
Obsah nepravidelného mnohoúhelníka.

Stanovení ploch mnohoúhelníků nepravidelných stává se dvojím spůsobem.

a. **Mnohoúhelník** se rozvrhne úhlopříčnami v trojúhelníky (obr. 79), jejichž plochy ustanovíme. Součet všech ploch

trojúhelníků dává pak obsah plochy mnohoúhelníka. Tak plocha mnohoúhelníka *ABCDEF* jest úhlopříčnami na **čtyry** trojúhelníky rozdělena.

Obraz 79.



Tudíž bude plocha

$$\triangle ABC = \frac{AC \times BI}{2} = \frac{20 \times 6}{2} = 60\square''$$

$$\triangle ACD = \frac{AC \times DH}{2} = \frac{20 \times 14}{2} = 140\square''$$

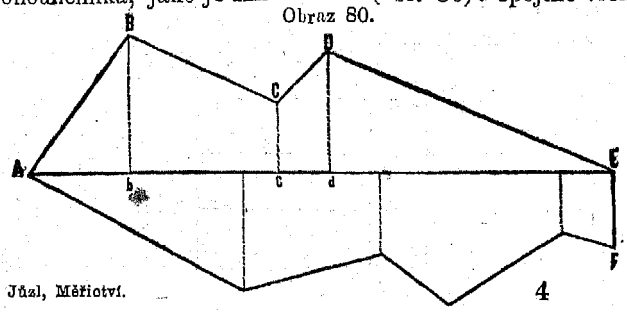
$$\triangle ADE = \frac{AD \times EK}{2} = \frac{18 \times 10}{2} = 90\square''$$

$$\triangle AEF = \frac{AE \times FL}{2} = \frac{12 \times 5}{2} = 30\square''$$

Plocha celého mnohoúhelníka: $ABCDEF = 320\square'' = 2\square' + 32\square''$.

b. Kdybychom chtěli vypočítati obsah nepravidelného mnohoúhelníka, jako je *ABCDEF* (obr. 80): spojme vrcholy

Obraz 80.



dvou protilehlých úhlů přímkou AE **průsečnou** (Abszissenlinie), a veďme na tuto ze všech ostatních vrcholů kolmice Bb, Cc, Dd a t. d.

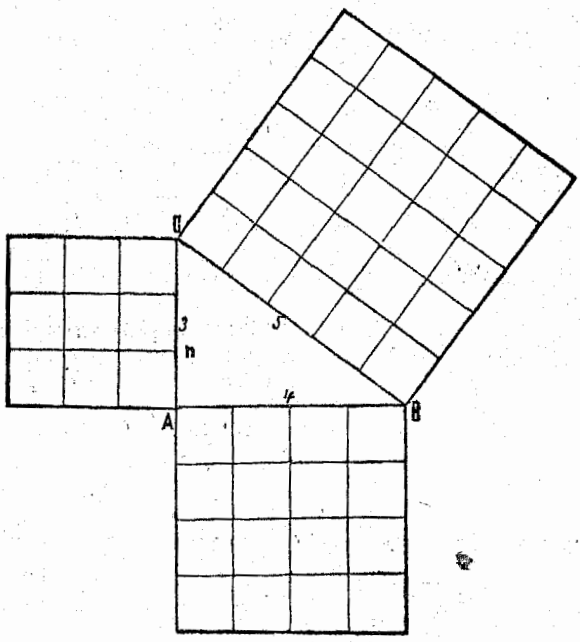
Takto se rozvrhne mnohoúhelník v pravoúhelné trojúhelníky a v lichoběžníky, jejichž plochy se ustanoví, a potom sečtou. Součet nám pak udává velikost mnohoúhelníka.

Pythagorova věta. (Pythagoräischer Lehrsatz.)

Sestrojme si pravoúhelný trojúhelník ABC (obr. 81) tak, aby třetí část jedné odvěsny AC na odvěsně druhé AB čtyrykráte se nacházela, tu se ta část An na přeponu BC dá pětkráte vnésti. Nyní sestrojme na stranách trojúhelníka čtverec, a dejme tomu, že část An se rovná jedné stopě, tu bude čtverec na odvěsně $AB = 16\square'$, na odvěsně $AC = 9\square'$ a na přeponě $BC = 25\square'$.

Z toho vyvozuje se následující věta, kteráž dle svého vynálezce **pythagorova** se jmenuje:

Obraz 81.



V pravoúhelném trojúhelníku jest čtverec přepony roveň součtu čtverců obou odvěsen $5^2 = 4^2 + 3^2$ čili $25\square' = 16\square' + 9\square'$.

Jsou-li u pravoúhelného trojúhelníka dvě strany známy, a třetí neznáma, dá se tato na základě Pythagorovy věty ustanoviti.

Jsou-li známé délky odvěsen (4′ a 3′), jak se ustanoví délka přepony?

$$BC = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

Je-li udána délka přepony (5′) a jedné odvěsny (4′), jak se ustanoví délka druhé odvěsny?

$$CA = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3' \quad \text{a nebo}$$

$$AB = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4'.$$

Všeobecně se Pythagorova věta značí písmeny; kde n. p. písmena malé a a b znamenají odvěsny a kde c znamená přeponu, obdržíme: $c^2 = a^2 + b^2$

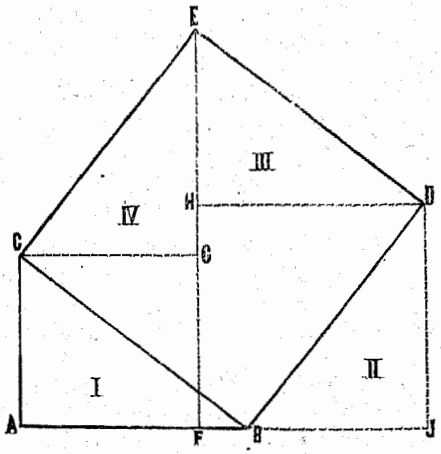
přepona $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

odvěsna $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ a

„ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

Že se rovnají plochy čtverců na odvěsnách ploše čtverce na přeponě, dá se také ukázati, když si sestrojíme trojúhelník i čtverce na odvěsnách a na přeponě na papíře jak je obraz 82.

Obraz 82.



Když △I a △II vyříznem, ukáže se, že tyto trojúhelníky se dají položiti na △III a △IV.

Tu vidíme, že čtverec odvěsny *AC* (*AFGC*) a čtverec odvěsny *AB* (*FIDH*) jsou úplně dány do čtverce na přeponě *CBDE*.

Neb částky čtverců odvěsen již leží v čtverci přepony, a △I a △II jsou zbytky čtverců odvěsen, kterýmiž se plocha čtverce přepony doplní.

Úlohy.

1. V pravoúhelném trojúhelníku čítá jedna odvěsna 4' druhá pak 8', jak dlouhá jest přepona?

$$p^2 = 4^2 + 8^2$$
$$= 16 + 64 = 80$$
$$p = \sqrt{70} = 8{\cdot}944'$$

2. Přepona pravoúhelného trojúhelníka obnáší 60', jedna odvěsna 38'; jak dlouhá jest druhá odvěsna $0^2 = 60^2 - 28^2$?

3. Přepona pravoúhelného trojúhelníka jest 3' 6'', jedna odvěsna 1' 4'', jak dlouhá bude druhá odvěsna?

4. Jak dlouhá bude krokev u krovu, který je 14 métrů široký a 6 métrů vysoký?

5. V rovnostranném trojúhelníku je jedna strana 8'' dlouhá, jaká jest výška?

6. Jak velká jest plocha rovnostranného trojúhelníka, který má 4^0 3' dlouhou stranu?

7. Jak dlouhé jest rameno v rovnoramenném trojúhelníku, když půdice 3^0 4' a vyška 4^0 3' dlouhá je?

8. Jak je velká úhlopříčna čtverce, když je jeho strana 1 métr dlouhá?

9. Jak velká jest plocha pravidelného šestiúhelníka, když je jeho strana 6' dlouhá?

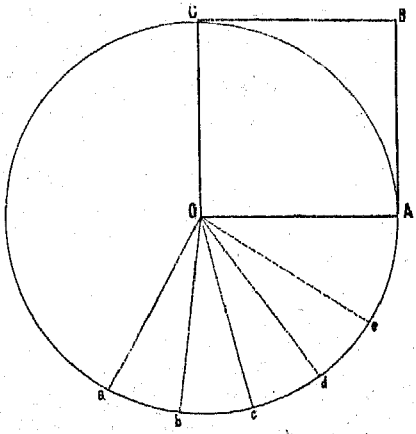
Obsah kruhu.

(Flächeninhalt des Kreises).

Udělejme na obvodu kruhu (obr. 83) stejné částky *ab*, *bc*, *cd*, *de*, atd. a spojme je přímkami; tu obdržíme pravidelný mnohoúhelník, jehož strany do čáry kruhové padají, tak že můžeme kruh považovati za pravidelný mnohoúhelník, který má velmi mnoho stran.

Poněvadž se plocha pravidelného mnohoúhelníka ustanoví ze součinu obvodu a z polovičné vzdálenosti jedné strany jeho od bodu středního, týmž spůsobem se i ustanoví plocha

Obraz 83.



kruhová. Při kruhu jest obvodem kruhová čára, a vzdálenost čar od bodu středního jest poloměr. Plochu kruhu tedy vypočítáme, když obvod kruhu násobíme polovinou jeho poloměru, n. p. je-li poloměr kruhu 6″, jak velká bude plocha jeho?

Napřed ustanovíme obvod kruhu $ob = \pi \times 2r = 3{\cdot}14 \times 12' = 37{\cdot}68''$

Násobíme-li obvod polovinou poloměru, obdržíme obsah plochy kruhové $37{\cdot}68 \times \frac{6}{2} = 113{\cdot}04\square''$.

Poznali jsme tedy, že se vypočítá plocha kruhu, když obvod násobíme polovinou poloměru; obvod $= 2r.3\,{}^1/_7$ tedy plocha kruhu $= 2r \times 3\,{}^1/_7 \times \frac{r}{2}$

Zde vidíme, že se má jednou r dvakrát zvětšit a podruhé dvakrát zmenšit, pročež můžeme krátit a dostaneme $r \times \pi \times r = r^2 \times \pi$.

Plocha kruhu se vypočítá, když, je-li poloměr znám, týž sama sebou, pak číslo obdržené ještě i Ludolfovým číslem znásobíme čili jinak z poloměru utvořený čtverec $OABC$ se násobí číslem $3\,{}^1/_7$. Můžeme předešlý příklad také následovně vypočítati:

Je-li poloměr 6″, bude p. kr. $= r^2\pi = 6^2 \times 3{\cdot}14 = 36 \times 3{\cdot}14 = 113{\cdot}04\square''$; z toho jest patrno, že je podíl stejný předešlému.

Je-li známa plocha kruhu, jak se ustanoví její poloměr?

Poloměr obdržíme, když do plochy dělíme Ludolfovým číslem a pak z podílu druhý kořen vyjmeme n. p. dřívější plocha kruhu byla 113·04□″; jaký má onen kruh poloměr?

$$r = \sqrt{113{\cdot}04 : 3{\cdot}14} = \sqrt{36} = 6''$$

Z poloměru můžeme pak zase obvod vypočítat.

Úlohy.

1. Okrouhlý sál měří 6° 4′ v průměru, jaký má obsah plocha jeho?

2. Plocha okrouhlého vodojemu v jisté zahradě obnáší 226·08□′, jak dlouhý jest poloměr, průměr a obvod jeho?

3. Jak velkou plochu zaujímá zahradní půda, která je 30° 4′ dlouhá a 16° 2′ široká, když se v ní nachází okrouhlý rybník, jehož průměr se rovná 2° 3′

4. Strana čtverce obnáší 2′ 6″; má se vypočítati průměr kruhu a obvod, který má s tím čtvercem stejný obsah.

5. Poloměr kruhu se rovná 15° 3′; jak velký jest obvod jiného kruhu, který má $2\frac{1}{2}$krát větší obsah?

6. Jak velký jest poloměr kruhu, jehož obsah jest $1\frac{1}{3}$ krát větší, než obsah jiného kruhu, jehož obvod jest 3° 2′ 8″?

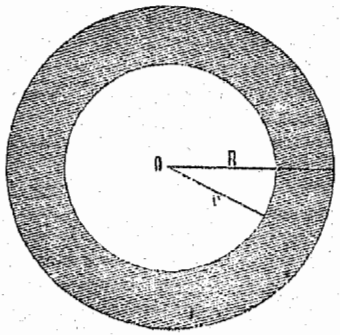
7. Kruh a čtverec mají stejný obsah a sice 93□′; o mnoho-li je strana čtverce delší než poloměr kruhu?

8. Průměr kruhu měří 1° 2′, jak dlouhý jest poloměr kruhu, jehož obsah je rovný $\frac{1}{5}$ daného kruhu?

Obsah kruhového věnce.

(Flächeninhalt des Kreisringes).

Obraz 84.



Má-li se plocha kruhového věnce (obr. 84) ustanoviti, ustanoví se plocha většího a plocha menšího kruhu, pak se malá plocha od velké odečte, a zbytek udává velikost plochy kruhového věnce.

Je-li velké $R = 12''$ poloměr velkého kruhu, a malé $r = 4''$ poloměr malého kruhu, jaká bude plocha kruhového věnce?

$K = R^2\ \pi = 12^2 \times 3{\cdot}14$
$k = r^2\ \pi = 4^2 \times 3{\cdot}14$

$K - k = R^2 \times \pi - r^2 . \pi = 12^2 \times 3{\cdot}14 - 4^2 . 3{\cdot}14 = 452{\cdot}16 - 50{\cdot}24 = 401{\cdot}92 \square''$

To jest tedy plocha kruhového věnce. Můžeme vzorek $R^2\pi - r^2\pi = 12^2 \times 3{\cdot}14 - 4^2 . 3{\cdot}14$ také zkrátiti, když napřed druhé mocnosti poloměru odečteme a pak podíl číslem Ludolfovým 3·14 násobíme: $\pi\ (R^2 - r^2) = 3{\cdot}14 \times (12^2 - 4^2) = 3{\cdot}14 \times (144 - 16) = 128 \times 3{\cdot}14 = 401{\cdot}92 \square'$.

Tudíž se obsah kruhového věnce vypočítá, jest-li že se rozdíl druhých mocností poloměrů obou kruhů Ludolfovým číslem znásobí.

Týž podíl také obdržíme podlé vzorku následujícího:

ob. kr. $v = \pi (R + r)\, t$ t. j. obsah kruhového věnce se rovná, když oba poloměry sečtem, pak Ludolfovým číslem a šířkou věnce (t) násobíme. Tudíž může se předešlá úloha také takto vypočítati.

$t = R - r = 12 - 4 = 8''$, ob. kr. $v = \pi (R + r)\, t = 3{\cdot}14\ (12 + 4) 8 = 3{\cdot}14 \times 16 \times 8 = 401.92 \square''$

Úlohy.

1. Obnáší-li poloměr okrouhlé (oblé) věže uvnitř 5′ 6″ a zevní objem její 57′, jak tlusté jsou její zdi?

2. Jak velikou plochu zaujímá zákop 10′ široký, kolem okrouhlé věže vedoucí, obnáší-li obvod věže 486′?

3. Obvody dvou rovnoběžných kruhů měří 24·26′ a 16·82′; jak velký jest mezikruží?

4. Obsah většího kruhu jest $26 \square^0$, obsah druhého $18 \square^0$, jaká jest šířka toho věnce?

5. Poloměr většího kruhu jest 4′ 3″, šířka věnce 2″; jaký obsah má vnitřní kruh, jaky kruhový věnec?

6. Průměr většího kruhu jest 2⁰ 2′, šířka věnce 3′ 3″; jak velký jest poloměr kruhu, jehož obsah by se rovnal obsahu tohoto věnce?

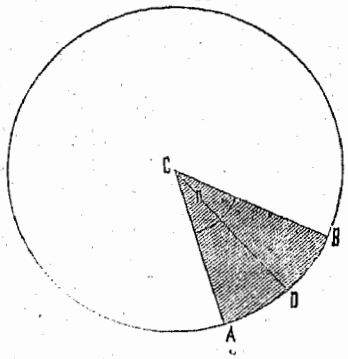
7. Poloměr většího kruhu by se rovnal 14′ 3″, poloměr malého 10′ 4″; jak velký musí být poloměr kruhu, jehož obsah by se rovnal danému mezikruží?

Obsah kruhové výseče.

(Flächeninhalt des Kreisausschnittes).

Plocha celého kruhu vypočítá se, když se délka obvodu jeho násobí polovičkou poloměru; taktéž ustanoví se plocha

Obraz 85.



kruhové výseče, když délka oblouku výseče znásobí se polovičkou poloměru. Výseč ABC (obr. 85) považuje se za **trojúhelník rovnoramenný**, jehož základní je oblouk AB a výška CD, kteráž jest poloměr kruhu.

Tak bude plocha výseče $= \text{ob. } AB \times \frac{r}{2}$;

víme, že se délka oblouku $AB = \frac{\pi r}{180} \times n$, tudíž bude plocha výseče $= \frac{\pi r \times n}{180} \times \frac{r}{2} = \frac{\pi r^2 n}{360}$ n. p. jak velký jest obsah kruhové výseče, když měří oblouk AB 14″ a poloměr 6″ $V = \frac{14 \times 6}{2} = 42\square''$

2. Jak velký jest obsah kruhové výseče, má-li středový úhel 60^0 a poloměr 14″ (n značí vždy počet středového úhlu)?

$$V = \frac{\pi r^2 n}{360} = \frac{3{\cdot}14\ (14)^2 \times 60}{360} = \frac{3{\cdot}14 \times 196 \times 60}{360} =$$
$$= 102{\cdot}57\square''$$

3. Kolik čtverečných stop obsahuje otvor okna nad vraty, jsou-li vrata 10′ široká, a obnáší-li oblouk klenutí, které oknu podobu úseče dává, 60^0?

4. Kdyby obvod kruhu byl $394\square''$, jak jest velký obsah kruhové výseče, když má středový úhel $42\square^0$?

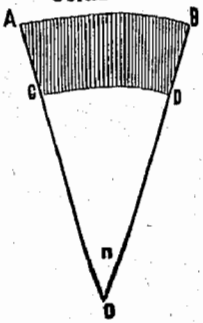
5. Kdyby obsah kruhu byl $322\square''$, má se vypočítati obsah výseče téhož kruhu, když je středový úhel 63^0 velký.

Obsah věncové výseče.

(Flächeninhalt des Kreisringausschnittes).

Jako jsme obdrželi obsah kruhového věnce, když jsme plochu malého kruhu odečtli od plochy velkého kruhu: tak obdržíme i obsah věncové výseče $ABCD$ (obr. 86), když nejprvé vypočítáme celou výseč ABO, potom výseč CDO, a pak odčteme obsah menší výseče od obsahu větší výseče, obdržíme obsah věncové výseče $ABCD$.

Obraz 86.



Znamená-li písmeno V obsah velké výseče a její poloměr R, malá výseč v, poloměr r: obdržíme

$$V = \frac{\pi R^2 . n}{360}$$

$$v = \frac{: \pi r^2 . n}{360}$$

$$V - v = \frac{\pi R^2 . n}{360} - \frac{\pi r^2 . n}{360} =$$

$$= \frac{\pi n\ (R^2 - r^2)}{360} \quad \text{k. p.}$$

Je-li poloměr $R = 6''$ a poloměr $r = 4''$, středový úhel $n = 32^0$, jak velký bude obsah věncové výseče?

$$V - v = \frac{3{\cdot}14 \times 32\ (6^2 - 4^2)}{360} =$$

$$= \frac{3{\cdot}14 \times 32 \times 20}{360} = 5{\cdot}58 \square''$$

Úlohy.

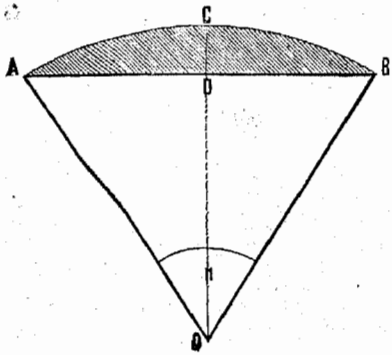
1. Jak velký jest obsah věncové výseče, když je poloměr $R = 4'\ 3''$ a menší poloměr $r = 2'\ 6''$ a středový úhel $n = 64^0$?

2. Jaký obsah věncové výseče bude, když je velký poloměr $R = 1^0\ 3'$ a menší poloměr $r = 1^0$ a úhel středový $60''$?

Obsah kruhového úseče.

(Flächeninhalt des Kreisabschnittes).

Obraz 87.



Máme-li ustanoviti plochu kruhové úseče $ABCD$ (obr. 87), vypočítá se napřed plocha výseče $ACBO$, potom plocha trojúhelníka ABO, odečte-li se plocha trojúhelníka od výseče, obdržíme plochu kruhové úseče.

N. p. Je-li poloměr výseče $= 12''$, středový úhel 60^0, tetiva AB $12''$, ustanovíme napřed obsah výseče, který jest:

$$V = \frac{\pi r^2 . n}{360} = \frac{3{\cdot}14\,(12)^2}{6}; = 75{\cdot}36\square''$$

Na to musíme ještě obsah trojúhelníka ABO vypočítati: především si musíme ustanoviti velikost jeho výšky OD, kterouž ustanovíme na základě Pythagorovy věty; neb zde máme pravoúhelný trojúhelník ADO, kdež se rovná

$$DO^2 = OA^2 - AD^2$$

$$DO = \sqrt{12^2 - 6^2}$$

$$DO = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 10{\cdot}39''$$

Bude tedy obsah $\triangle ABO = \frac{12.10{\cdot}39}{2} = 62{\cdot}34$ a obsah úseče kruhové $ACBO = 75{\cdot}36 - 62{\cdot}34 = 13{\cdot}02\square''$

Úloha.

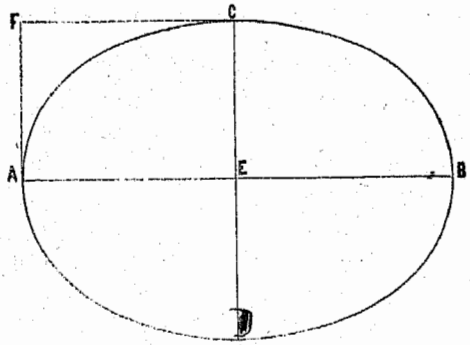
Jak velký jest obsah kruhové úseče, je-li poloměr 2′ 4″, středový úhel 68°?

Obsah plochy eliptické.

(Der Flächeninhalt der Ellipse).

Znásobíme-li obdélník z polovice malé a velké osy AE a $EC = AF$ Ludolfovým číslem, obdržíme obsah plochy eliptické (obr. 88).

Obraz 88.



Je-li velká osa $AB = 8'$ a malá $DC = 6'$, jest obsah elipsy $= \pi \times AE \times CE = 3{\cdot}14 \times 4 \times 3 = 37{\cdot}68\square'$.

Je-li známa plocha elipsy i délka jedné osy, jak se vypočítá délka druhé osy? Délku známé osy obdržíme, když do obsahu elipsy Ludolfovým číslem dělíme; dělíme-li pak

ještě do podílu polovinou známé osy, obdržíme velikost polovičky neznámé osy; n. p. známe velkou osu $= 8''$:

tak bude polovice malé osy $= \frac{37 \cdot 68}{628} : 3 \cdot 14 = 12 : {}^{8}/_{2} = 3$ a celá osa $= 6''$, a

polovic velké osy $37 \cdot 68 : 3 \cdot 14 = 12 : \frac{6}{2} = 4$ a celá osa $= 8''$.

Úlohy.

1. Jak velká jest plocha elipsy, když se rovná velká osa $2^0\ 4'$ a malá osa $1^0\ 4'$?

2. Kolik palců má osa velká, když je plocha elipsy $372 \cdot 67 \square'$, a když se malá osa rovná $2'\ 3''$?

Část druhá.

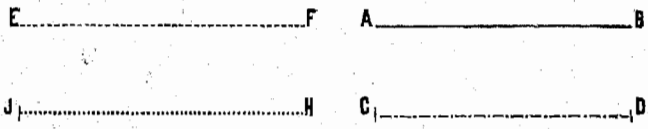
Rýsování tvarů měřických v rovině pomocí kružidla a pravítka.

Chceme-li výkresy, tužkou naznačené, tušem neb jinou barvou vytáhnouti, jest nutno, abychom při rýsování takových výkresů užili tužek prostřední tvrdosti. Měkkými tužkami udělané čáry se rozmazávají a špiní, pročež musí se tužky takové často ořezávati; jsou-li pak tvrdé, zase papír škrábou a dají se těžko pružcem vymazati.

Výkres napřed tužkou vyhotovený se pak rýsovacím perem v tuši neb v jiné barvě namočeným náležitě vytáhne.

Na výkresu vytáhnou se čáry hlavní, kteréž viditelny jsou, vytáhnou se plně a všude stejně tlustě (obr. 89) *AB*.

Obraz 89.

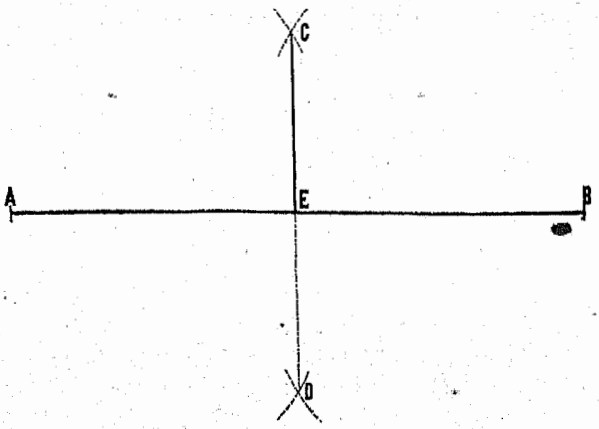


Jsou-li však tyto čáry něčím zakryty, musíme přetržitě nebo tečkovaně rýsovati, jako n. p. *CD*, *EF*; všechny ostatní k provedení výkresu potřebné pomocné čáry se vytáhnou vždy tence a nejlépe tečkovaně jako *IH*; je-li jich mnoho, mohou se též plně tence vytáhnout nějakou barvou což se obyčejně děje buďto modrou nebo červenou barvou.

Strojení kolmých čar.

1. Má se sestrojiti kolmice v středním bodu dané přímky *AB* (obr. 90).

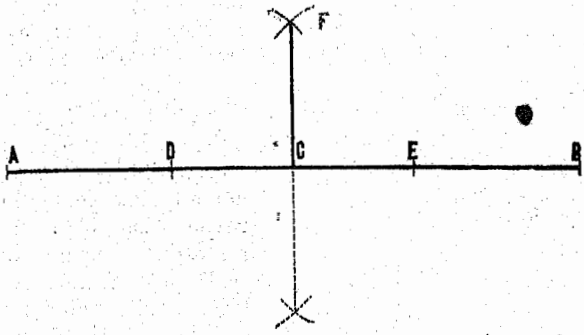
Obraz 90.



Z bodův A a B vedou se poloměrem, který větší býti musí nežli polovice přímky AB, křížové oblouky u C a u D; na oba průsečníky položí se pravítko a táhne se přímka CD, kteráž kolmo na AB stojí a skrze střed její jde.

2. Má se sestrojiti kolmice v určitém bodu dané přímky AB (obr. 91).

Obraz 91.

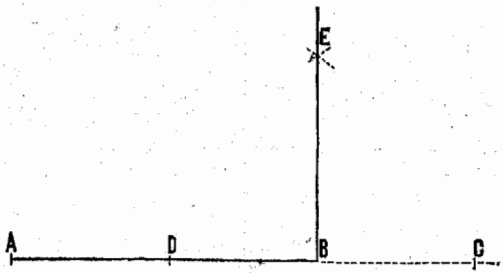


Utneme-li z daného bodu C dva libovolné avšak rovné kusy CD a CE, opíšeme-li pak nad DE křížové oblouky v F se přetínající, a táhneme-li FC: obdržíme žádanou kolmou.

3. Má se sestrojiti kolmice na konci přímky AB (obr. 92), která se dá prodloužiti.

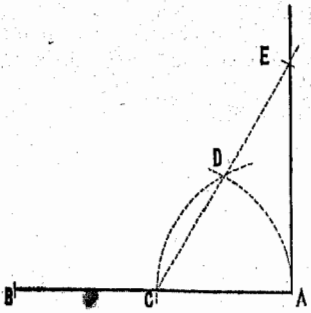
Prodloužíme-li přímku AB (obr. 92) a pokračujeme-li jako v obr. 92., obdržíme žádanou kolmici.

Obraz 92.



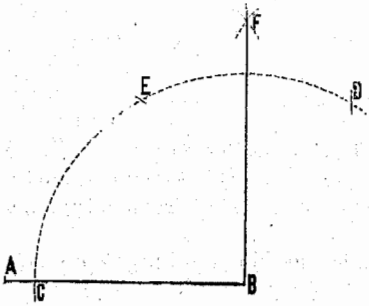
4. Má se sestrojiti kolmice v konečném bodu a nebo blízko bodu na nějaké přímce, kterou nemůžeme prodloužiti.

Obraz 93.



a. Opišme z A (obr. 93) libovolným poloměrem oblouk CD, a z C týmž poloměrem oblouk AD, z D opět týmž poloměrem oblouk u E; veďme pak skrze C a D přímku, až oblouku u E dostihneme, a táhněme AE: tuť EA stojí kolmo na AB.

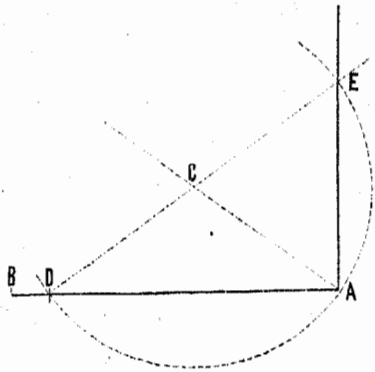
Obraz 94.



b. Z bodu B (obr. 94) opišme libovolným poloměrem oblouk CD, odsekněme týmž poloměrem dvě rovné části oblouku CE a ED; napotom libovolným týmž poloměrem z E a D křížem opišme oblouky v F se protínající: tu přímka $FB \perp AB$.

Tímto spůsobem mohla i úloha v obr. 93 se rozřešiti.

Obraz 95.

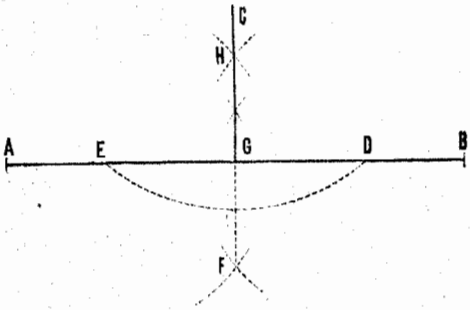


c. Vedeme-li přímku AC (obr. 95) tak, aby s danou přímkou AB tvořila ostrý úhel, opíšeme-li z C poloměrem CA oblouk, jenž přímku AB v bodu D přetne, táhneme-li pak DC a prodloužíme-li ji až oblouk v E prosekne: pak jest $EA \perp AB$.

5. Má se sestrojiti kolmice v bodu C, který mimo čáru AB (obr. 97) leží.

Chceme-li z daného bodu C spustiti kolmou na AB: opíšme z C oblouk, aby přímku AB ve dvou bodech D a E prosekl; z těchto pak bodů libovolným poloměrem opíšeme křížové oblouky v F se přetínající. Přímka CF (obr. 96) stojí kolmo na AB, tudíž také $CG \perp AB$.

Obraz 96.

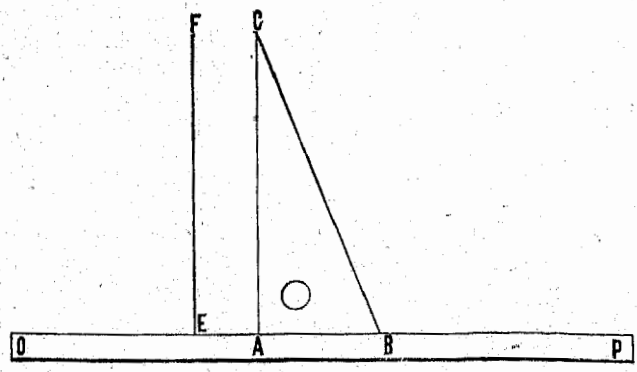


Kdyby dole místa nebylo na oblouky, mohou se udělati též nahoře; v tom případě přiloží se pravítko na obloukové průsečníky a bod C, čímž žádanou kolmici obdržíme.

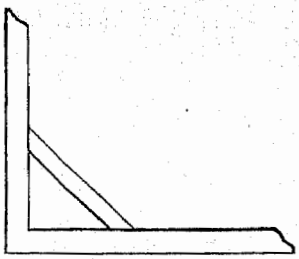
Postaviti i spustiti kolmou můžeme snadno a rychle beze všeho sestrojování pomocí pravoúhelného trojúhelníka a pravítka. Přiložme ku přímce OP (obr. 97) pravítko a držíce je pevně levou rukou, položme trojúhelník odvěsnou AB k pravítku, táhněme pak podlé odvěsny AC: obdržíme

kolmou čáru na *OP*. Tak přímka *EF* týmž spůsobem se vede, jest tudíž též kolmá na přímce *OP*, a tak každým pošinutím trojúhelníka může nová kolmice povstati.

Obraz 97.



Obraz 98.



Na poli, na plechu, na prkně a t. d., kde se o tak velkou zevrubnosť nejedná, staví se kolmice nejpohodlněji pomocí uhelnice (obr. 98), kterou každý řemeslník zná.

Rýsování úhlů dle daných stupňů pomocí úhloměru.

Má se vyrýsovati úhel 50°. Táhněme přímku *PN*, přiložme úhloměr hranou *OD* k čáře *PN* tak, aby výřez *O* přilehal k bodu *P*, kdež chceme míti vrchol úhlu, přetněme na oblouku 50° a naznačme si na papíře bod, jenž 50. stupeň udává; spojíce pak tento bod *M* s bodem *P* přímkou *PM*: obdržíme žádaný úhel (obr. 99). I úhel pravý = 90°, jakož i úhel tupý, mající na př. 150°, vyrýsuje se pomocí úhloměru týmž spůsobem jako v úloze předešlé.

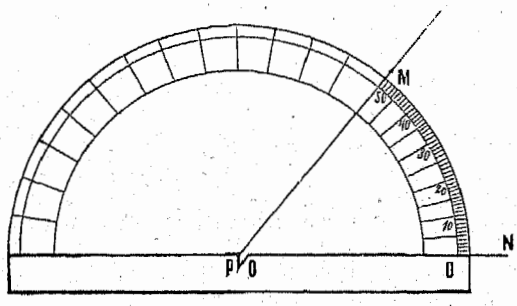
Má se vyrýsovati úhel, aby danému ∢ *MEA* se rovnal.

Opišme z vrcholu *A* (obr. 100) libovolným poloměrem oblouk, který v *B* a *C* ramena úhlu přetíná; táhněme pak

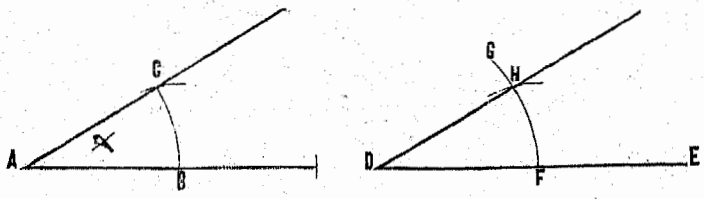
libovolnou přímku DF, opišme z D předešlým poloměrem AB neb AC oblouk FG, odsekněme z tohoto oblouku část $FH = BC$ a táhněme průsečným bodem H přímku DH: tuť obdržíme úhel, který se rovná úhlu danému. Tak též se rovná (obr. 101) $\sphericalangle MNO = \sphericalangle PRS$.

Též pomocí úhloměru můžeme úhel jinému danému rovný vyrýsovati. Odměříme-li úhloměrem, kolik stupňů daný úhel obsahuje, vyrýsujeme pak úhel mající právě tolik stupňů.

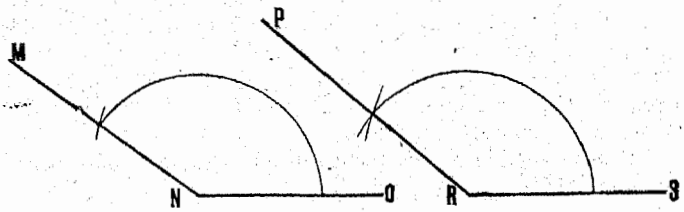
Obraz 99.



Obraz 100.



Obraz 101.

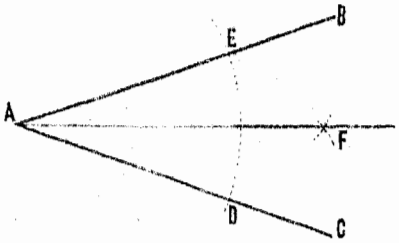


Dělení úhlů.

Úhel *BAC* má se rozpoliti.

Z vrcholu *A* libovolným poloměrem opíše se oblouk (obr. 102), který rameno úhlu v bodech *E* a *D* přetíná; pak taktéž z bodů *E* a *D* opíšou se libovolným poloměrem křížové oblouky v *F* se protínající. Přímka, vedená od bodu *A* až do průseku *F*, půlí úhel *BAC*.

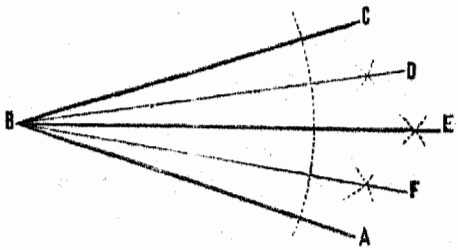
Obraz 102



Úhel *ABC* má se na čtyry rovné části rozděliti.

Dle návodu předešlého rozpolíme úhel; obě pak polovice jeho opět se rozpolí (obr. 103).

Obraz 103.

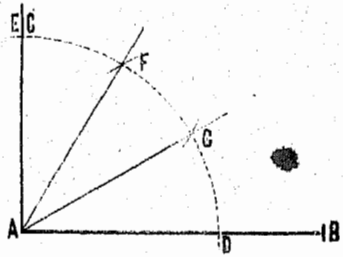


Pravý úhel má se na 3 rovné díly rozděliti:

Opišme z vrcholu *A* libovolným poloměrem *AD* (obr. 104) oblouk, který ramena v *D* a *E* prosekne; z *D* týmž poloměrem učiňme průsek v *F* a z *E* týmž opět poloměrem průsek v *G*; táhněme pak *AF* a *AG* a tuť pravý úhel jest na 3 rovné díly rozdělen.

Dalším rozdělováním těchto dílců rozdělen bude pravý úhel na 6, 12, 24 a t. d. dílců.

Obraz 104.



Má-li se úhel na libovolný počet stejných dílů rozděliti, na př. na pětiny, opíšeme oblouk libovolným poloměrem z vrcholu, který obě ramena jeho seče. Pak hledíme poznenáhlým zkoušením takového otevření kružidla dosáhnouti, které by se dalo tolikrát na dotčený oblouk vnésti, kolikrát toho zapotřebí jest.

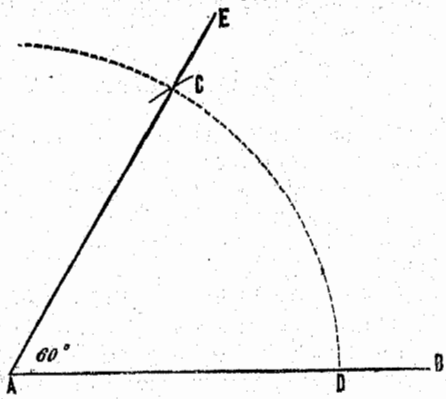
Úloha. Ostrý, pravý a tupý úhel má se rozpoliti. Pravý úhel ať se rozdělí na 8 stejných a ostrý na 3 stejné díly

Rýsování úhlů dle daných stupňů bez úhloměru.

Má se vyrýsovati úhel 60^0 veliký.

Táhněme přímku AB, opišme z A (obr. 105) libovolným poloměrem AD oblouk a týmž poloměrem z D je přetněme u C; vedeme-li pak přímku AE: obnáší úhel BAE šedesát stupňů.

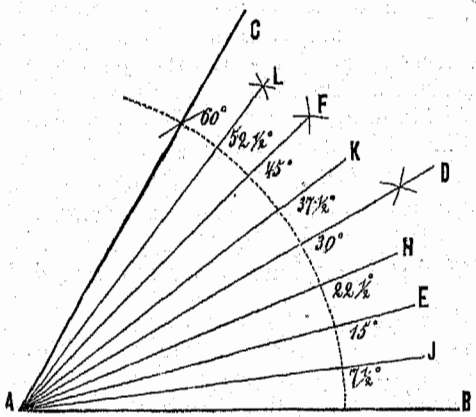
Obraz 105.



Mají se vyrýsovati úhly o 30°, 15°, 45°, dále pak úhly $7\frac{1}{2}$°, $22\frac{1}{2}$°, $37\frac{1}{2}$° a $52\frac{1}{2}$°.

Nejprve vyrýsujeme úhel BAC (obr. 106) 60°; rozpolíme-li jej nyní přímkou AD, jest $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAC = 30°$. Rozpolíme-li pak $\sphericalangle BAD$ a DAC přímkami AE a AF, a takto povstalé úhly opět čarami AI, AH, AK, AL: tu úhel $BAI = 7\frac{1}{2}$°, $\sphericalangle BAE = 15°$, $\sphericalangle BAH = 15° + 7\frac{1}{2}$° $22\frac{1}{2}$°, $\sphericalangle BAK$ $30° + 7\frac{1}{2}° = 37\frac{1}{2}$°, $\sphericalangle BAF = 30° + 15° = 45°$, $\sphericalangle BAL = 45 + 7\frac{1}{2} = 52\frac{1}{2}$°.

Obraz 106.



Tak se též může narýsovati úhel 120°, 105° a jiných více.

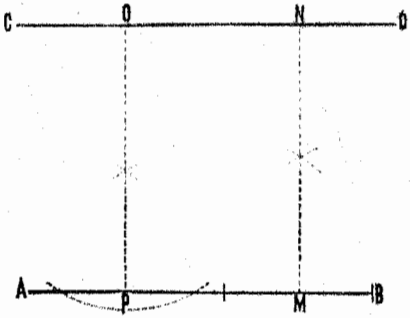
Čáry rovnoběžné.

K dané přímce AB má se vésti rovnoběžná, jejíž vzdálenosť bodem O stanovena jest.

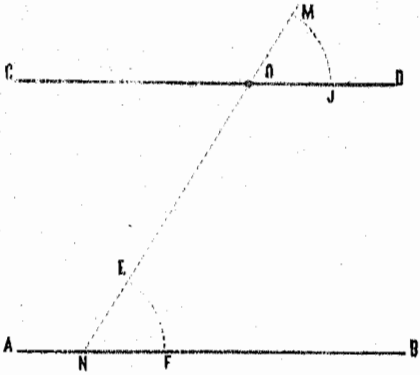
1. Spusťme z bodu O na AB kolmou OP, (obr. 107) vztyčme z libovolného bodu M přímky AB kolmici MN, učiníce ji rovnou kolmé OP. Vedeme-li pak přímku skrz O a N, jest $CD \parallel AB$.

2. Táhneme-li skrz O k AB přímku MN, (obr. 108), přeneseme-li libovolným směrem $\sphericalangle ENF$ k bodu O na touž stranu přímky MN: tu jest $\sphericalangle ENF = \sphericalangle MOI$ a přímka CD skrze O a I vedená jde rovnoběžně s AB.

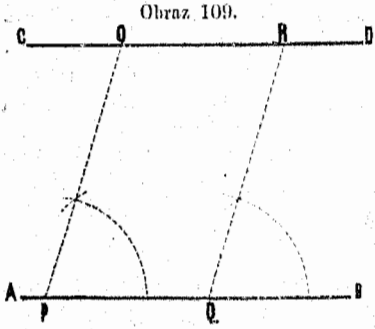
Obraz 107.



Obraz 108.



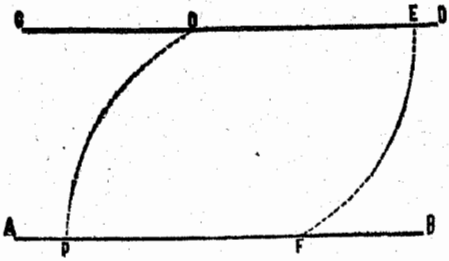
Obraz 109.



3. Táhněme libovolným směrem OP, vnesme $\sphericalangle OPB$ k bodu (obr. 109) Q přímky AB, učiňme $OP = RQ$: tu přímka body O a R vedená $CD \parallel AB$

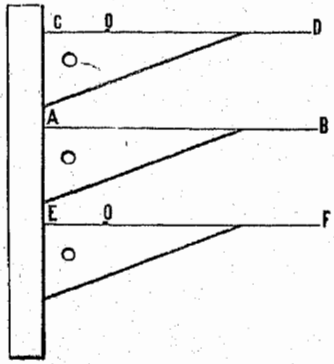
4. Opišme z O libovolným poloměrem oblouk EF, z F týmž poloměrem oblouk OP, učiňme $PO = FE$: tudíž bude i $CD \parallel AB$ (obr. 110).

Obraz 110.



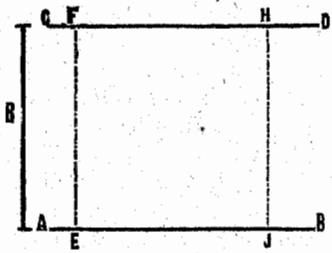
K některým účelům jako k linování neb k rychlému sestavení rovnoběžek použijeme trojúhelníka a pravítka.

Obraz 111.



5. K trojhranu, kterým se původní čára AB (obr. 111) udělá, přiložme pravítko a pevně je levou rukou držíce, posuňme trojúhelník až k danému bodu O, kterýž bod může býti buď nad nebo pod čárou AB, a táhněme pak podél té strany, kterou jsme nejprvé k AB byli přiložili, přímku CD a EF: tu přímky tyto půjdou rovnoběžně k AB.

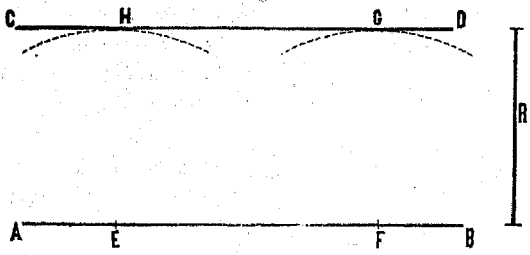
Obraz 112.



6. K přímce AB má se vésti rovnoběžná, jejížto vzdálenosť jest přímkou stanovena. Sestrojme na dané přímce AB (obr. 112) dvě kolmice FE a HJ, obě učiňme rovnými přímce R a táhněme skrze body F a H přímku CD: tu jest přímka CD rovnoběžná s AB.

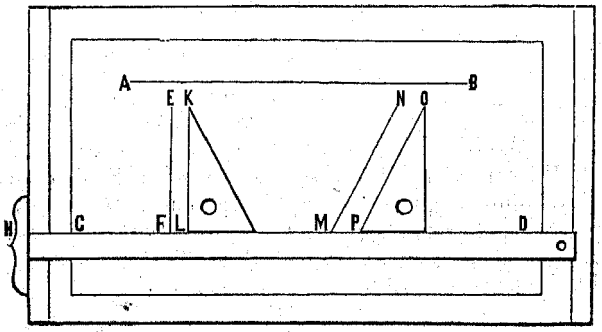
7. Opišme z bodu E a F přímky AB (obr. 113) poloměrem R vda oblouky u G a H, táhněme pak přímku CD tak, aby se oblouků jen dotkla a bude pak $CD \parallel AB$.

Obraz 113.



Je-li papír na desce (rýsovacím prkně) napjat, lze k rýsování rovnoběžných přímek pohodlně užiti přiléhajícího pravítka, kteréhožto spůsobu se v práci také nejvíce užívá. Hlava *H* (obr. 114) tohoto pravítka přiléhá k desce a posouvá se dle potřeby nahorů i dolů. Přímky *AB* i *CD* jsou tak taženy. Rovnoběžky v kolmém směru jako *FE*, *KL* dají se podlé pravoúhelného trojúhelníka dle odvěsny na pravítku vésti. I rovnoběžné v šikmém směru jako *MN*, *OP* mohou se vésti podlé přepony.*)

Obraz 114.



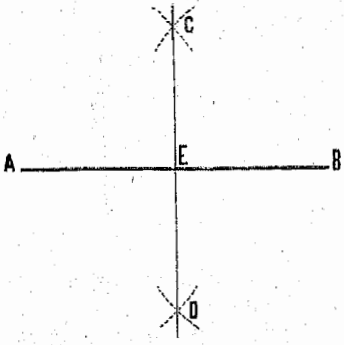
Dělení čar.

1. Přímka *AB* má se rozpoliti.

Opíšeme-li z konců *A* a *B* libovolným týmž poloměrem (větším však, než jest polovice přímky *AB*) oblouky křížem

*) Žáci ať se cvičí rýsovati rovnoběžné čáry pomocí trojúhelníka a pravítka.

Obraz 115.

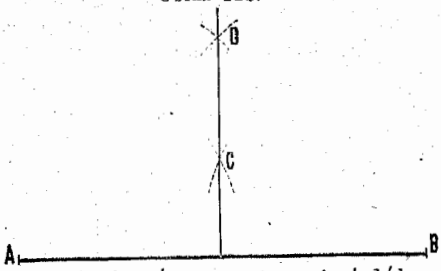


u C a u D; spojíme-li pak oba průsečné body C a D (obr. 115) přímkou CD; jest $AE = EB$; mimo to stojí přímka $CD \perp AB$.

2. Má se rozpoliti přímka AB, když jen na jedné straně její oblouky křížové opsati lze.

Opišme z bodů A a B libovolným týmž poloměrem křížové oblouky u C, pak z týchž bodů jiným poloměrem oblouky u D, spojme konečně průseky D a C (obr. 116): tím stojí DC na AB kolmo a dělí AB na dva stejné díly.

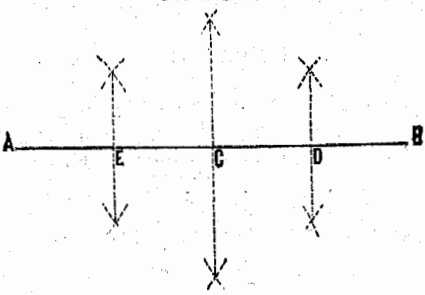
Obraz 116.



3. Přímka AB má se na 4 stejné díly rozděliti.

Rozpolme nejprvé AB v C; každou z těchto polovic AC a CB opět rozpolme v D a v E; tím jsme čáru na čtyry stejné díly rozdělili (obr. 117). Tak se může čára rozděliti na 8 a více dílů.

Obraz 117.

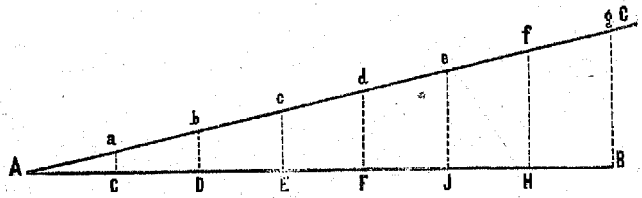


Dělení přímek v libovolné množství stejných dílů.

1. Přímka AB má se rozděliti na sedm stejných dílů.

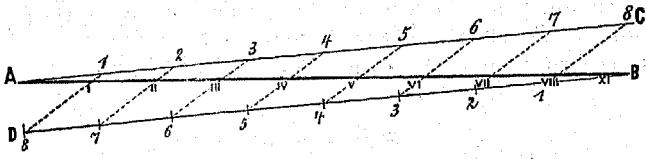
Veďme skrze A libovolným směrem přímku AC; vnesme na ni od bodu A počnouce tolik stejných dílů, na kolik přímka AB rozděliti se má (zde na 7), spojme pak bod g s B a táhněme k AB z bodů f, e, d, c, b, a přímky rovnoběžné s gB: v bodech C, D, E, F, J, H bude přímka AB na 7 dílů rozdělena (obr. 118).

Obraz 118.



2. Nechtějíce však tolik rovnoběžek vésti, můžeme si počínati následujícím spůsobem. Přímka n. p. AB má se na 9 stejných dílů rozděliti. Položme k přímce AB bodem A libovolnou přímku AC a bodem B přímku $BD \parallel AC$, vnesme i na AC i na BD (obr. 119) 8 stejných dílů (o 1 díl méně nežli AB obdržeti má), spojme pak dělící body 1 a 8, 2 a 7, 3 a 6 a t. d.; bude tím přímka AB na 9 stejných dílů rozdělena.

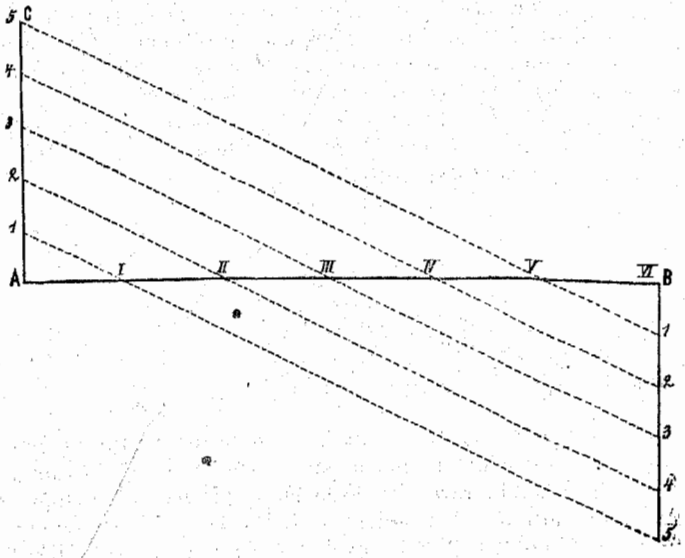
Obráz 119.



3. Přímka AB má se na 6 stejných dílů rozděliti. Provedení jest totéž, jako v předešlé úloze, jenže přímky CA a BD stojí kolmo na AB (obr. 120).

V mnohých případech můžeme dělení přímky kružidlem předsevzíti. Při tom však jest výhodou, když dělení od větších dílů k menším činíme t. j. jestliže danou přímku na mnoho dílů rozděliti máme, nejprvé tuto rozdělíme na méně větších dílů, jichž počet jest činitelem počtu všech dílů přímky, která se děliti má, a pak teprvé každý větší díl opět na tolik dílů rozdělíme, kolik jich činitel druhý udává. Tak n. p. chtíce přímku v18 stejných dílů rozděliti, nejprvé ji rozpolíme, každou polovici pak na 3 a každou

Obraz 120.



třetinu opět na 3 stejné díly rozdělíme; tím jest celá přímka na $2 \times 3 \times 3 = 18$ dílů stejných rozdělena. Máme-li přímku v počet stejných dílů rozděliti, kteráž není prvočíslo (n. p. 5) a tudíž v činitele rozložiti se nedá, hledíme žádoucího dílu brzo větším brzo menším rozevřením kružidla dosáhnouti.

Trojúhelníky.

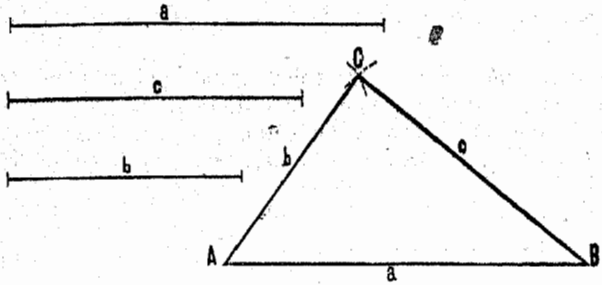
Sestrojení trojúhelníků ze tří určovacích částek t. j. takových, které vždy jen jeden trojúhelník určují.

1. Má se sestrojiti trojúhelník, k čemuž dány jsou tři strany a, b, c.

Táhněme-li libovolnou přímku AB, učiňme ji rovnou jedné z daných přímek n. p. a; opišme z A poloměrem stejný straně b oblouk u C a přetněme jej z B (obr. 121) obloukem, jehož poloměr jest roveň třetí straně c; průsek C pak spojíme s A a B: tuť vznikne žádaný trojúhelník ABC.

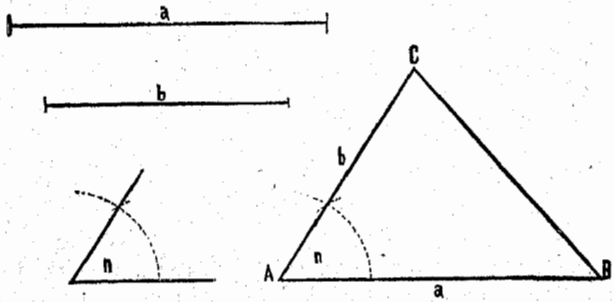
2. Má se sestrojiti trojúhelník, když jsou dány dvě strany a a b a jimi sevřený $\sphericalangle n$.

Obraz 121.



Veďme přímku AB, učiňme ji rovnou straně a, vnesme k bodu A úhel n, udělejme rameno AC rovno straně b a spojme konečně C s B: obdržíme trojúhelník ABC (obr 122).

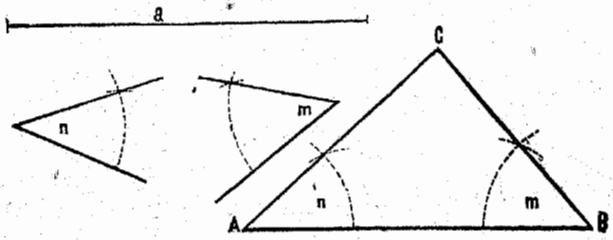
Obraz 122.



3. Má se sestrojiti trojúhelník, když jest dána strana a a k ní přilehlé úhly m a n.

Veďme přímku AB, udělejme ji stejnou straně a, vnesme úhly m a n ku krajným bodům A a B (obr. 123) této přímky; prodloužíme-li pak jich ramena, až se přetnou v C; vznikne žádaný trojúhelník. ABC.

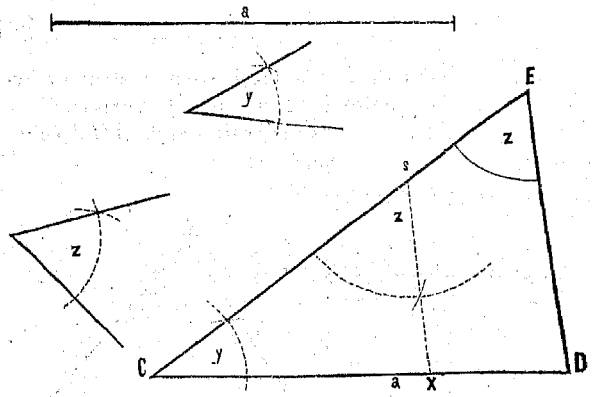
Obraz 123.



4. Má se sestrojiti trojúhelník, když jest dána strana a, k ní přilehlý úhel y a protilehlý úhel z.

Táhněme přímku CD (obr. 124) stejnou dané straně a, pak vnesme úhel y k bodu C a veďme stranu CE, na kterou v libovolném bodu n. p. v bodu s úhel z vneseme; konečně veďme z D čáře sx rovnoběžku ED: tím spůsobem obdržíme $\triangle CDE$.

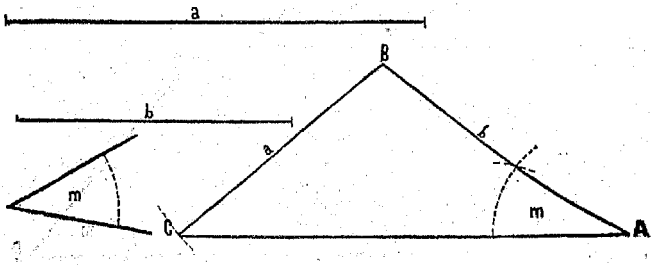
Obraz 124.



5. Má se sestrojiti trojúhelník, když jsou dány dvě strany a úhel, který leží naproti delší straně.

Sestrojme $\sphericalangle m$; jedno rameno jeho AB učiňme rovno menší dané straně b a z B opišme větší stranou a (obr. 125) co poloměrem oblouk, který druhé rameno v bodu C přetne; tím obdržíme trojúhelník ABC.

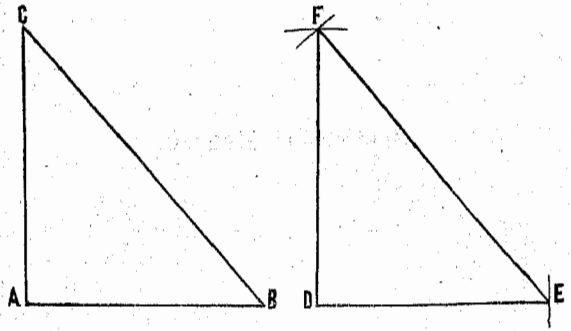
Obraz 125.



Má se vyrýsovati trojúhelník s jiným daným △ shodný.

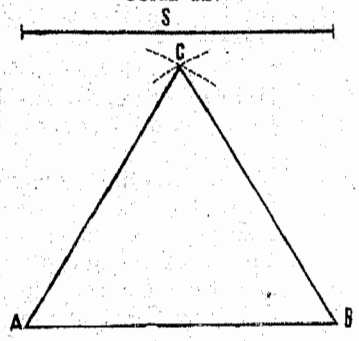
Chceme-li toto sestrojení provésti, třeba nám, z daného trojúhelníka ABC vzíti tři části, které trojúhelník dokonale určují, a z těchto nový trojúhelník sestaviti; n. p. veďme přímku DE a učiňme ji stejnou přímce AB (obr. 126); z bodu D opišme poloměrem AC oblouk u F, a z E poloměrem BC jej přetněme; táhněme konečně z průseku F přímky DF a EF tu $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.

Obraz 126.



Jak se ještě jinak na základě předešlého mohou vyrýsovat shodné trojúhelníky?

Obraz 127.



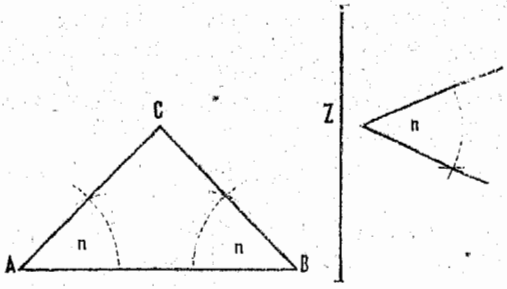
Má se sestrojiti trojúhelník rovnostranný, dána-li jest strana S.

Veďme přímku $AB = S$ (obr. 127), opišme z krajních bodů A a B týmž poloměrem S křížové oblouky v C se přetínající a spojme bod C s body A a B.

Má se sestrojiti trojúhelník rovnoramenný, určena-li jest jeho základna a k ní přilehlý úhel n.

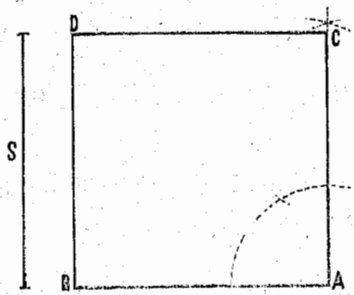
Veďme přímku $AB = Z$, vnesme k A a B určený $\sphericalangle n$ a prodlužme ramena, až se v C přetnou. Trojúhelník ABC (obr. 128), který takto povstane, jest rovnoramenný.

Obraz 128.



Sestrojení čtverců.

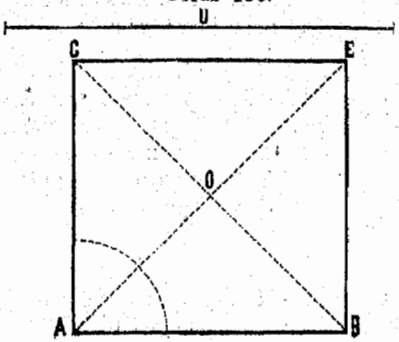
Obraz 129.



Je-li nám známa strana čtverce, můžeme jej sestrojiti.

1. Veďme přímku $AB = S$, v krajních bodech A a B postavme kolmice (obr. 129) a každou z nich učiňme rovnou S; spojme pak průsečné body C a D: tuť jest $ABCD$ žádaný čtverec.

Obraz 130.



2. Má se sestrojiti čtverec, dána-li jest jeho úhlopříčna U.

Sestrojme pravý úhel BAC a přímkou AE jej rozpolme; učiňme AE stejnou dané úhlopříčné U a rozpolme ji $AO = OE$; táhněme přímku kolmou bodem O tím směrem, aby obě

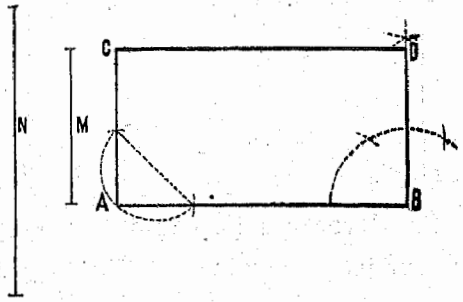
ramena pravého úhlu CAB v C i v B přetala, spojme konečně bod C s E, bod E s B: vznikne čtverec $ACEB$ (obr. 130).

Sestrojení obdélníků z daných částí.

1. Budiž sestrojen obdélník, známe-li jeho dvě strany M a N.

Veďme přímku $AB = N$, postavme v A a B kolmice na AB, učiňme $AC = BD = M$, táhněme pak CD (obr. 131): tu i obdržíme žádaný obdélník.

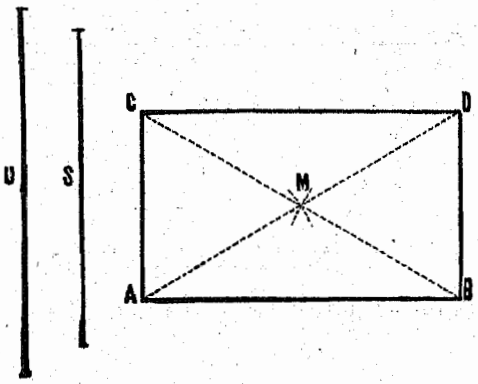
Obraz 131.



2. Máme sestrojiti obdélník, známe-li jeho úhlopříčnu U a stranu S.

Veďme přímku AB (obr. 132) $= S$, opišme poloměrem $= \frac{1}{2} U$ z bodův A a B oblouky v M se přetínající, táhněme přímky AM a BM prodloužíce obě přes M, tak že rovná se $MD = AM$, $MC = BM$; spojme konečně A s C B s D, C s D.

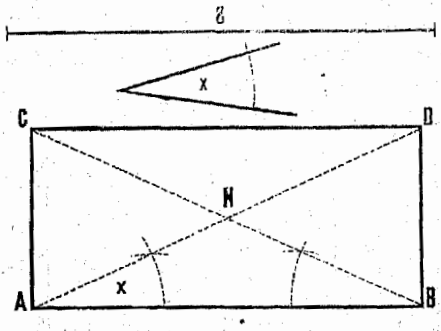
Obraz 132.



3. Máme sestrojiti obdélník, známe-li stranu S a úhel x, jež tvoří strana tato s úhlopříčnou.

Veďme přímku $AB = S$ (obr. 133); k bodům A a B, přenesme $\sphericalangle x$ a rameno AN a BN; obě ramena přes N prodlužme a učiňme $ND = AN$, $NC = BN$ a t. d.

Obraz 133.

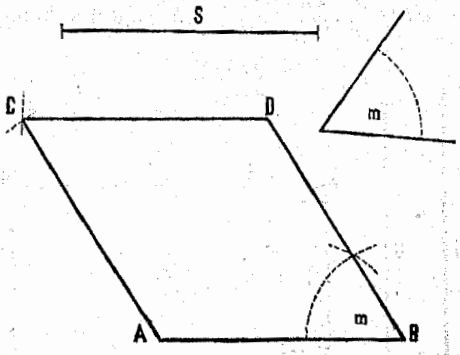


Sestrojení kosočtverce a kosodélníka z daných částí.

Budiž sestrojen kosočtverec, dány-li jsou jedna strana S a $\sphericalangle m$.

Veďme $AB = S$ (obr. 134), položme v B úhel $= m$, učiňme pak druhé rameno $BD = AB = S$, opišme z D a A poloměrem S oblouky v C se přetínající, táhněme konečně DC a AC: tu $ABDC$ jest žádaný kosočtverec.

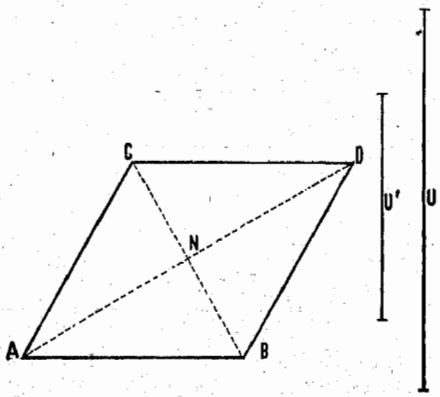
Obraz 134.



2. Sestrojme kosočtverec, známe-li jeho úhlopříčny U a U'.

Veďme $AD = U$ (obr. 135) libovolně šikmo, rozpolme ji v N, veďme bodem N kolmou CB, učiňme $NC = NB = \frac{1}{2}U'$ a táhněme konečně strany AB, AC, BD, CD.

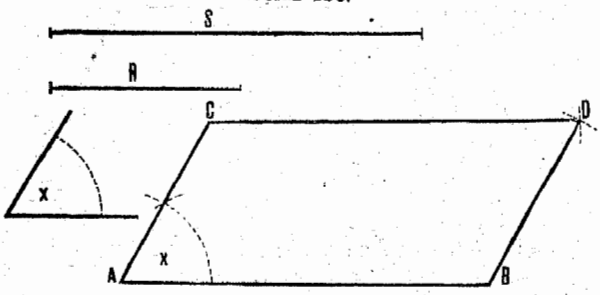
Obraz 135.



3. Sestrojme kosodélník, známe-li jeho obě nerovné strany S a R a jimi uzavřený úhel x.

Veďme přímku $AB = S$ (obr. 136), přenesme k A úhel x, učiňme $AC = R$, pak poloměrem R opišme z B oblouk u D a z C poloměrem S jej přetnouce, veďme BD a CD.

Obraz 136.

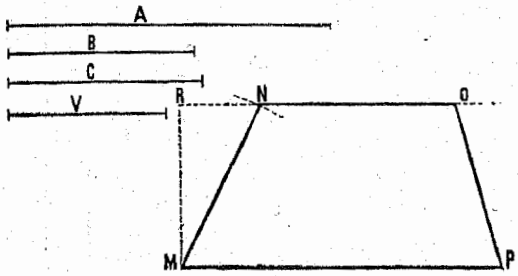


Sestrojení lichoběžníků a různoběžníků.

Budiž sestrojen lichoběžník, známe-li tři strany A, B, C a výšku V.

Veďme přímku $MP = A$, v bodě M postavme kolmou $MR = V$, bodem R veďme $RO \parallel MP$, pak z M protněme poloměrem B přímku RO v N, táhněme MN, učiňme $NO = C$ a spojme konečně O s P (obr. 137).

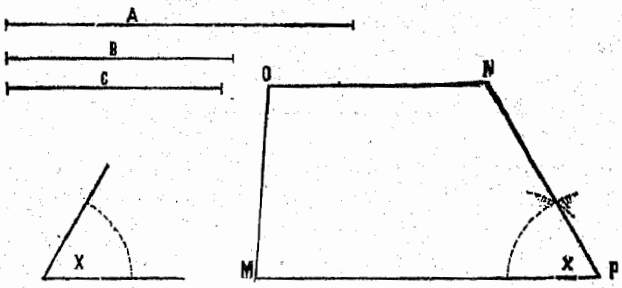
Obraz 137.



Sestrojme lichoběžník, známe-li tři strany A, B, C a $\sphericalangle x$, stranami A a B sevřený.

Veďme přímku $MP = A$, přenesme k P úhel x a učiňme $PN = B$, táhněme z N přímku $NO \parallel MP$ a učiňme ji $= C$ (obr. 138).

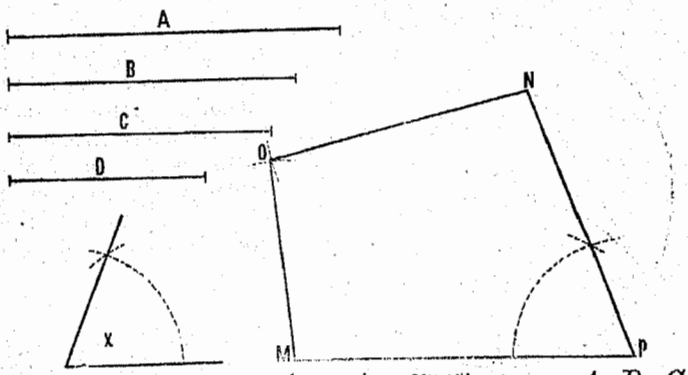
Obraz 138.



Sestrojme různoběžník, známe-li čtyry strany A, B, C, D a $\sphericalangle x$, stranami A a B sevřený.

Veďme přímku $MP = A$, přenesme k P úhel x, učiňme $PN = B$ (obr. 139); opišme z bodu N poloměrem C oblouky přetínající se a z bodu M poloměrem D přetněme v O, spojme konečně bod N s O a M s O: obdržíme žádaný různoběžník $MPNO$.

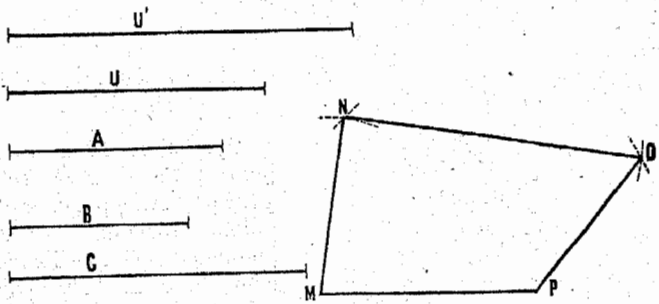
Obraz 139.



Sestrojme různoběžník, známe-li tři strany A, B, C a obě úhlopříčné U a U'.

Veďme přímku $MP = A$ (obr. 140), opišme z M poloměrem B oblouk u N, který z bodu P poloměrem U přetněme, načež táhněme MN. Pak opišme poloměrem C z N oblouk u O a přetněme jej z bodu M poloměrem U', čímž se bod O určí a t. d.; spojme konečně O s N a O s P.

Obraz 140.



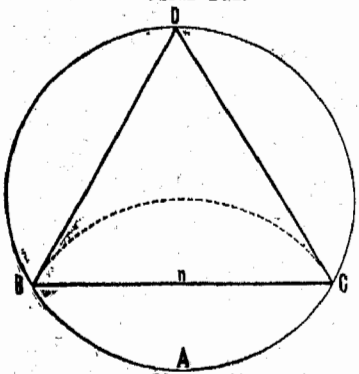
Rejsování pravidelných obrazců do kruhu.

Velmi důležité jest rýsování pravidelných obrazců do kruhu, pročež chceme zde v několika příkladech o tom, jak se pravidelní obrazcové v kruhu rýsují, pojednati:

1. Pravidelný trojúhelník čili trojec.

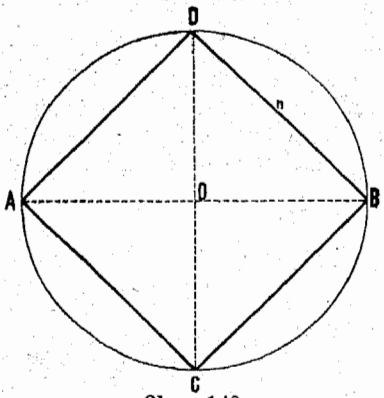
Vyrýsujme kruh a z některého bodu jeho obvodu A (obr. 141) poloměrem jeho opišme oblouk BC; spojme body

Obraz 141.



C a B: tu přímka n jest stranou pravidelného trojúhelníka. Dále vezměme do kružidla stranu n a protněme z B a C obvod kruhu v D; spojme pak C a B s bodem D: obdržíme žádaný trojúhelník.

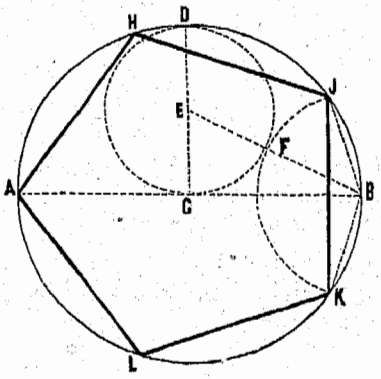
Obraz 142.



2. Pravidelný čtyrúhelník čili čtverec.

Vyrýsujme kruh, v němž postavíme dva průměry na sebe kolmo (obr. 142) AB a CD, spojme pak konečné body těchto předmětů: vznikne žádaný čtverec, jehož jedna strana jest n.

Obraz 143.

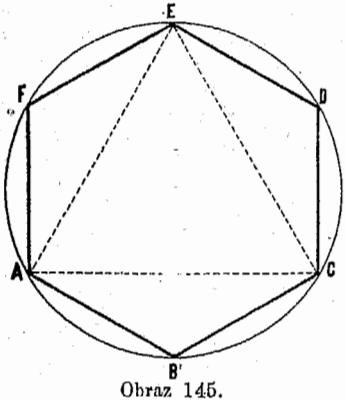


3. Pravidelný pětiúhelník.

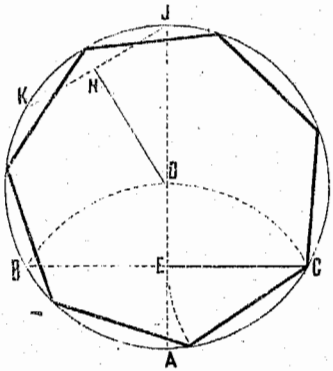
Vyrýsujme kruh a na jeho průměr AB (obr. 143) postavíme poloměr CD kolmo; rozpolíme-li tento poloměr a opíšeme-li z dělícího bodu E kruh poloměrem EC, spojíme-li střední bod E s B, tu nám povstane bod F.

Opíšeme-li z bodu B poloměrem BF oblouk, až kruh v bodech I a K protneme, bude tětiva IK stranou žádaného pětiúhelníka.

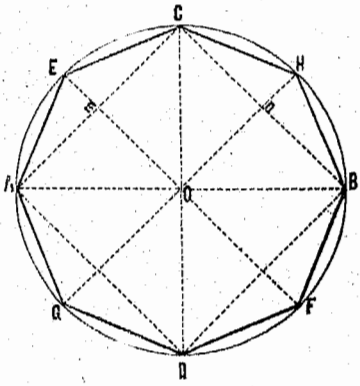
Obraz 144.



Obraz 145.



Obraz 146.



4. Pravidelný šestiúhelník.

Vyrýsujme kruh a vnesme na obvod poloměr kruhu šestkrát; vytkneme-li pak si na obvodu tyto dílky *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* (obr. 144) a spojíme-li vždy vedlejší body: obdržíme žádaný šestiúhelník.

5. Pravidelný sedmiúhelník

Vyrýsujme kruh a opišme z libovolného bodu *A* (obr. 145) poloměrem jeho oblouk *BC*, který středem *O* prochází. Spojíme-li pak bod *A* se středem *O*, bude tětiva *BC* v bodu *E* rozpolena. Tato polovina jest strana žádaného sedmiúhelníka. Kdyby měla tětiva *IK* velikosť poloměru kruhu, dá se také kolmice *ON*, která se ze středu kruhu na ni spustí, sedmkrát na obvod kruhu položiti.

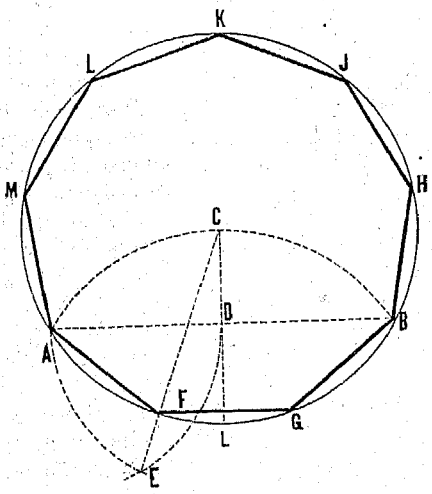
6. Pravidelný osmiúhelník.

Vyrýsujme kruh, rozdělme jej pomocí dvou kolmo na sebe postavených průměrů *AB* a *CD* na čtyry stejné díly (obr. 146), a body jejich spojme. Středním bodem *O* veďme pak průměr *EF* rovnoběžně s tětivou *n* a průměr *HG* rovnoběžně s tětivou *m*. Spojíme-li vedlejší konečné body průměru po dvou, povstane osmec *AGDFBHCE*.

7. Pravidelný devítiúhelník.

Vyrýsujme kruh, opišme z volného bodu L (obr. 147) v obvodu oblouk ACB. Tětiva AB rozpolí se poloměrem LC v bodu D a z bodu D a A opíšou se poloměrem DA oblouky, které se v bodu E sekou. Spojíme-li průsečný bod E se středem kruhu C, povstane průsečný bod F a tětiva AF jest žádaná strana pravidelného devítiúhelníka.

Obraz 147.

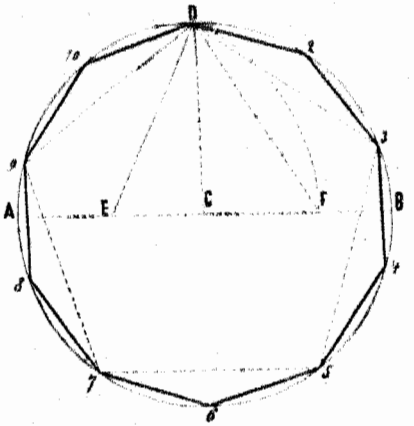


8. Pravidelný desítiúhelník.

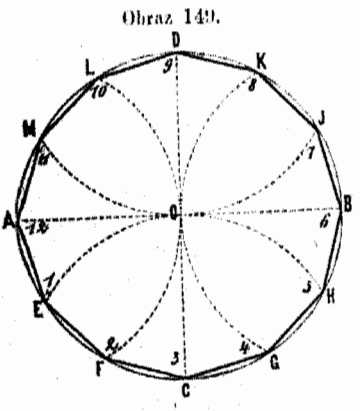
Vyrýsujme kruh, dělejme vše, jakobychom chtěli rýsovati pravidelný pětiúhelník a spojme bod B (obr. 143) s oběma průsečnými body s I a K; povstanou tětivy BI a BK, kteréž jsou zároveň stranami žádaného desítiúhelníka.

Pravidelný desíti- a pětiúhelník dá se též do kruhu jednodušším spůsobem rýsovati. Na průměr AB (obr. 148) se postaví totiž poloměr CD kolmo, poloměr CA se v bodu E rozpolí a z E se opíše poloměrem ED oblouk, který průměr v bodu F seče. Přímka DF jest pak stranou pravidelného pětiúhelníka a úseč FC stranou žádaného desítiúhelníka.

Obraz 148.



Obraz 149.



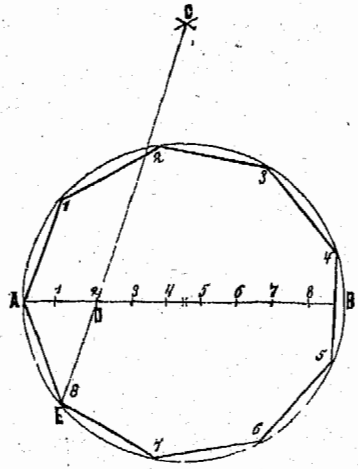
9. Pravidelný dvanáctiúhelník.

Vyrýsujme kruh s dvěma na sobě kolmo stojícími průměry AB a CD (obr. 149). Z konečných bodů A, B, C, D sestrojme poloměrem kruhu AO, BO, CO a DO oblouky, z nichž každý ve dvou bodech daný kruh seče. Spojíme-li vždy dva vedlé sebe stojící průsečné body jako A a E, E a F, F a C a t. d.: objeví se žádaný dvanáctiúhelník.

10. Pravidelný mnohoúhelník vůbec.

Vyrýsujme kruh (obr. 150), rozdělme průměr na tolik stejných dílů, kolik stran mnohoúhelník míti má; průměrem AB opišme z konečných bodů průměru A a B oblouky, které se v bodu C sekou. Provede-li se z průseku C přímka druhým dělicím bodem D, bude tětiva odseknutého oblouku AE stranou žádaného mnohoúhelníka.

Obraz 150.

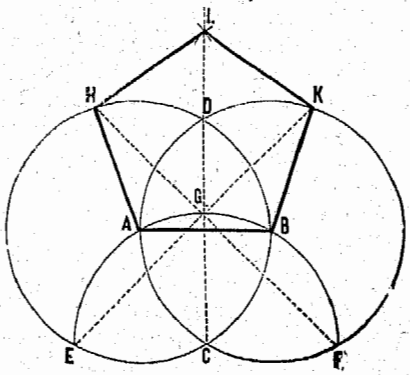


Tuto pak stranu AE možno v příkladě daném devětkrát na obvod kruhu položit. Tudíž jest AE stranou pravidelného devítiúhelníka, poněvadž průměr kruhu na devět dílů rozdělen jest.

Více konstrukcí čili spůsobů sestrojování uváděti není třeba, poněvadž polením oblouku k straně pravidelného mnohoúhelníka se počet stran mnohoúhelníka zdvojnásobí; spojováním bodů ob jeden neb ob dva stane se však počet jejich dvakráte neb třikráte menší. Tak povstane z pravidelného čtyrúhelníka pravidelný osmiúhelník a z pravidelného šestiúhelníka pravidelný trojúhelník, jak lze pozorovat i na obrazcích 144 a 146.

Rejsování pravidelných obrazců, dána-li jich strana.

Obraz 151.

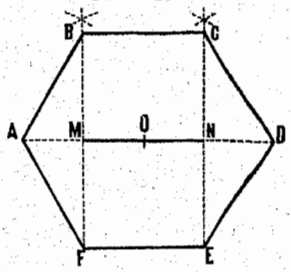


Jak se vyrýsuje trojá čtyrúhelník, dána-li jich strana, poznali jsme na straně 77 a 78.

1. Pravidelný pětiúhelník, dána-li strana jeho, rýsuje se následovně: Poloměrem, jenž se dané straně AB (obr. 151) rovná, opíšeme z krajních bodů A a B kruhy a spojíme jejich průsečníky C a D; taktéž opíšeme týmž rozevřením kružítka z C oblouk, aby předešlé dva kruhy v E a F, jakož i přímku

CD v bodu *G* proseknul. Vedeme-li přímky *EG* a *FG* tak daleko, až průsečníky *H* a *K* obdržíme, a opíšeme-li z těchto týmž poloměrem *AB* oblouky v *L* se protínající: třeba jen body *A*, *H*, *L*, *K*, *B* spojiti, by pravidelný pětiúhelník vznikl.

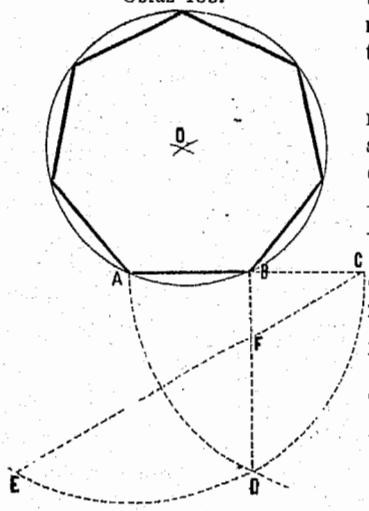
Obraz 152.



2. Pravidelný šestiúhelník, dána-li strana jeho, rýsuje se takto:

Daná strana *MN* (obr. 152) rozpolí se v bodu *O*, a jedna polovice této strany přenese se v pravo i v levo na její prodloužení, tak že se *AM* i *ND* = *ON* rovnati budou, čímž *AD* 4 stejné díly obsahovati musí; v *M* a *N* postaví se kolmice nahoru i dolů, poloměrem *MN* opíšou se z *A* oblouky, kteréž kolmou nahoře v *B* a dole v *F* sekou, takže bude *AB* = *AF*. Vedou-li se potom z *B* a *F* rovnoběžky s *MN*, obdržíme průsečníky *C* a *E*, které jen s *D* spojiti třeba, aby pravidelný šestiúhelník *ABCDEF* povstal.

Obraz 153.

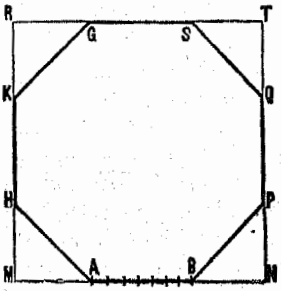


3. Pravidelný sedmiúhelník, dána-li strana jeho, vyrýsuje se takto:

Nejprvé vyhledejme kruh, na nějž by se daná strana sedmkrát vnésti mohla. K tomu cíli prodlužme danou stranu *AB* (obr. 153) a udělejme *BC* = *AB*; z krajních bodů *C* a *A* opišme poloměrem *CA* oblouky, které se v *D* protínají; týmž rozevřením kružítka sestrojme z *A* a *D* oblouky, jejichžto průsečník *E* s bodem *C* spojíme. Vedeme-li pak kolmou přímku *BD*, která *CE* v *F* protíná, bude *CF* právě velikost poloměru míti, kterýmž se žádaný kruh

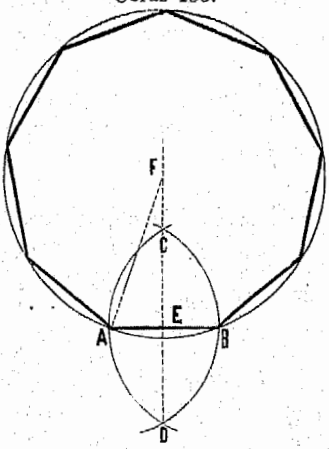
opsati musí. Vezme se tudíž CF do kružítka a sestrojí se z bodů A a B oblouky, jejichž průsečník O právě jest středem onoho kruhu. Opíšeme-li konečně z O poloměrem CF kruh, dá se na jeho obvod AB sedmkrát vnésti.

Obraz 154.



4. Pravidelný osmiúhelník, dána-li jest strana jeho AB, se vyrýsuje (obr. 154). Rozdělí se nejprvé AB na 7 stejných dílů a 5 se jich vnese v levo i v pravo na prodloužení přímky AB, tak že celá přímka MN $5 + 7 + 5 = 17$ dílkův takových obnášeti bude. MN jest ale již stranou čtverce, který se snadno sestrojiti dá; odříznou-li se z každého jeho rohu kusy jako jest MA, povstane pravidelný osmiúhelník $ABPQSGKH$.

Obraz 155.

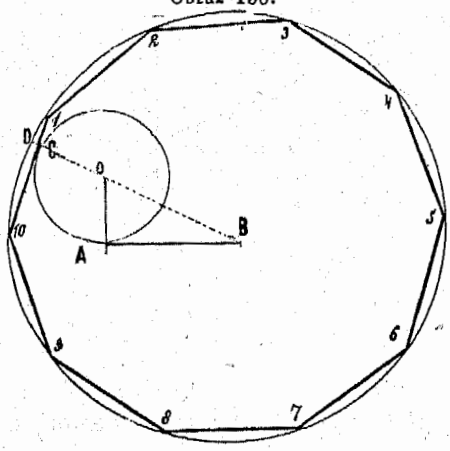


5. Pravidelný devítiúhelník, dána-li strana jeho, rýsuje se následovně: Vyhledá se nejdříve kruh, na jehož obvodu se daná strana AB (obr. 155) devětkrát vnésti dá. Za tou příčinou opíšou se z krajních bodův A a B oblouky poloměrem AB, jejichž průsečníky C a D se spojí. Prodloužíme-li povstalou přímku CD z C o polovičku AB dané strany, to jest uděláme-li $CF = AE$, tu jest v F střed a FA poloměr žádaného kruhu.

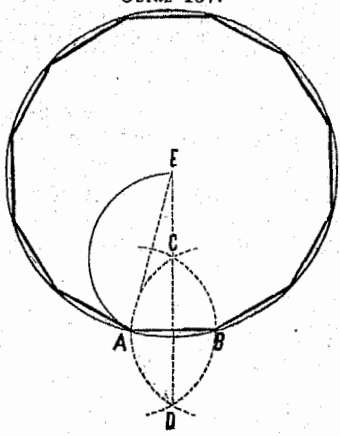
6. Pravidelný desítiúhelník, dána-li strana jeho, rýsuje se následovně:

V konečném bodu A dané strany AB (obr. 156) postaví se kolmo polovina délky její, a poloměrem OA opíše se kruh. Středem jeho O vede se z B přímka skrze celý kruh. Bod B jest pak středem a BC poloměrem kruhu, na jehož obvod se dá strana AB desetkrát položit.

Obraz 156.



Obraz 157.

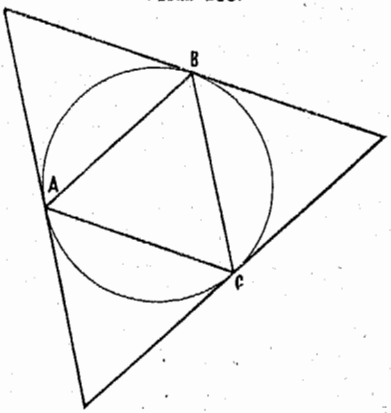


7. Pravidelný dvanáctiúhelník, určena-li strana jeho, takto se rýsuje: Sestrojí se z krajních bodů dané strany AB (obr. 157) oblouky poloměrem AB a jejich průsečníky C a D se spojí. Opíše-li se týmž poloměrem z C oblouk AE, který přímku CD v E protíná, bude v E střed a AE poloměr kruhu, na jehož obvod se AB dvanáctkrát vnésti dá.

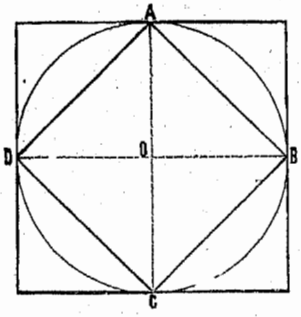
Rejsování pravidelných mnohoúhelníků kolem kruhu.

Kdybychom měli nějaký pravidelný mnohoúhelník kolem kruhu opsat, opišme napřed tolikastranný mnohoúhelník do kruhu, na to veďme u všech rohů mnohoúhelníka do kruhu vepsaného tečné přímky, jako u A, B, C (obr. 158); tím povstane pravidelný, opět tolikastranný mnohoúhelník, kterým kruh opsán jest, jak v obr. 158, trojúhelník v obr. 159 čtyrúhelník ukazuje.

Obraz 158.



Obraz 159.



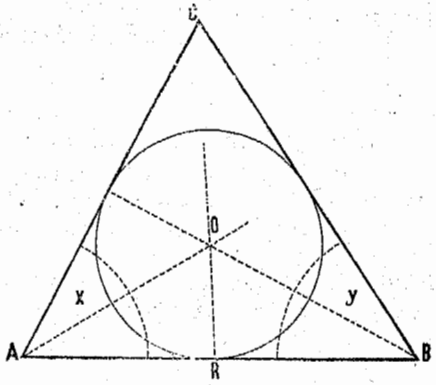
Rejsování kruhu do obrazců a kolem obrazců.

Podobně, jako jsme rýsovali pravidelné mnohoúhelníky do kruhu a kolem něho, možno opačně opět rýsovat kruh do týchž obrazců. Uvedeme zde pouze několik příkladů.

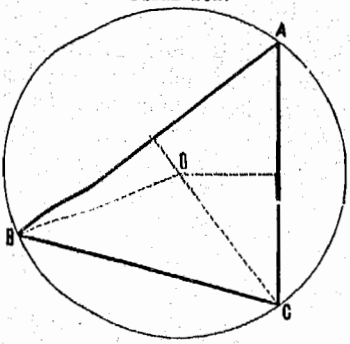
Kterak se rýsuje kruh do trojúhelníka?

Zda-li jest trojúhelník rovnostranný či lichostranný, jest jednostejné. Rozpolme dva úhly trojúhelníka x a y (obr. 160). Přímky úhly polící sekou se v bodu O, který jest středem kruhu do trojúhelníka vepsaného. Poloměrem kruhu jest kolmice z bodu O, na některou stranu trojúhelníka vedená. Kdybychom i třetí úhel rozpolili, musí polící přímka nutně bodem O procházeti.

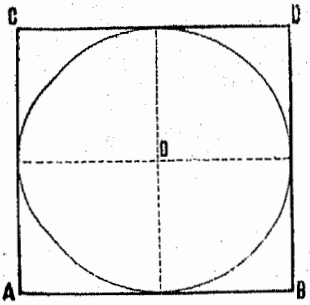
Obraz 160.



Obraz 161.



Obraz 162.



Kterak se rýsuje kruh kolem trojúhelníka?

Rozpolíme-li dvě strany *AB* a *AC* trojúhelníka *ABC* (obr. 161), sekou se polící přímky v bodě *O*. Bod *O* jest středem kruhu kolem trojúhelníka opsaného. Poloměrem jeho jest vzdálenost středu *O* od rohu, jako na př. *OC*. I třetí polící přímka musela by nutně jíti bodem *O*.

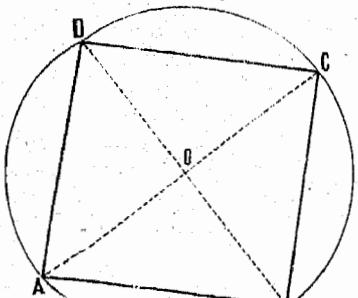
Kterak se rýsuje kruh do čtverce?

Rozpolíme-li strany čtverce a spojíme-li středy protilehlých stran, obdržíme společný průsek těchto spojovacích přímek za střed žádaného kruhu. Vzdálenost bodu *O* od stran čtverce jest poloměrem kruhu (obr. 162).

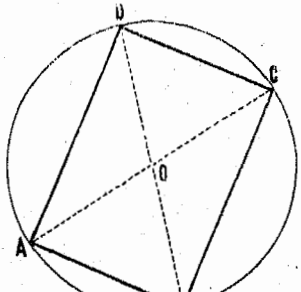
Kterak se rýsuje kruh kolem čtverce neb kolem obdélníka?

Vedeme-li v dotyčných obrazcích (obr. 163 a 164) úhlopříčny, bude jich průsečný bod *O* středem a vzdálenost jeho od rohů na př. *OD* poloměrem opsaného kruhu.

Obraz 163.



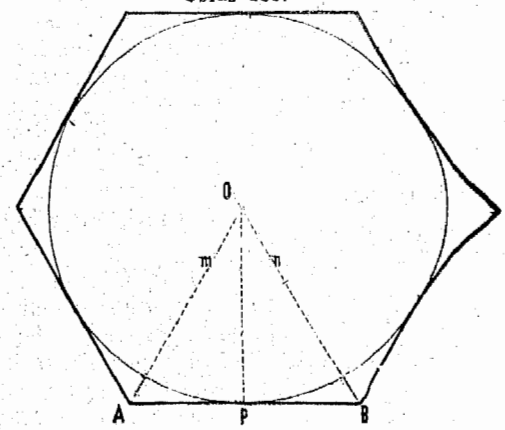
Obraz 164.



Kterak se rýsuje kruh do pravidelného mnohoúhelníka vůbec?

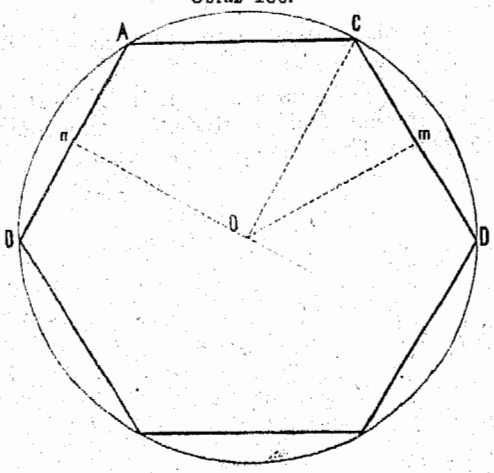
Přímkama *Am* a *Bn* rozpolíme dva úhly mnohoúhelníka. Společný průsek *O* těchto polících přímek jest středem a kolmá vzdálenost jeho od stran *Op* jest poloměrem žádaného kruhu (obr. 165).

Obraz 165.



Kterak se rýsuje kruh kolem pravidelného mnohoúhelníka vůbec?

Obraz 166.



Dvě blízko sebe ležící strany mnohoúhelníka *AB* a *CD* rozpolí se a v středních bodech vztyčí se kolmice. Průsečný bod jejich *O* (obr. 166) jest středem a vzdálenost jeho od rohů *OC* poloměrem žádaného kruhu.

Elipsa.

Elipsou slove každá křivá čára (křivka), jíž součet vzdálenosti libovolného bodu v její obvodu od dvou stálých bodů F a F' se rovná jisté dané přímce. Stálé tyto body F a F' nazýváme **ohniska** (Brennpunkte). Přímky pak nějaký bod obvodu elipsy s ohnisky spojující, **paprsky** (Radius vector) na př. MF a MF' (obr. 167).

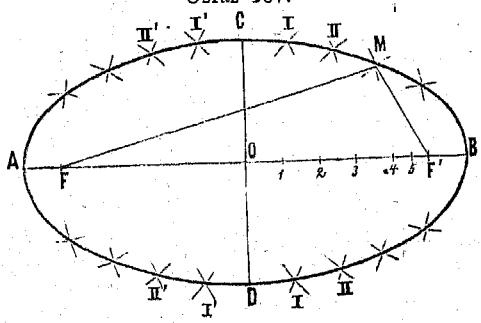
Přímka AB slove **velká osa,** body A a B **vrchole** elipsy. Součet paprsků rovná se vždy velké ose. Přetneme-li z ohnisek F a F' vzdáleností AO oblouky kruhové, přetnou se v bodech C a D, kteréž body též v elipse leží. Přímka body C a D spojující stojí kolmo ve středu velké osy a slove **malá osa** elipsy.

Sestrojování elipsy děje se kolikerým spůsobem:

1. Dány-li jsou obě osy elipsy AB a CD (obr. 167), postavíme je uprostřed velké osy O kolmo na sebe a mezi jedním ohniskem na př. F' a vrcholem A vneseme si několik volných dílků, jako 1, 2, 3, 4 atd. Kružidlem vezmeme vzdálenost $A1$ a opíšeme z F oblouk na hoře i dole, pak poloměrem $F'1$ oblouky ty přetneme v bodech I. Totéž učiníme opačně z bodu F', tak že z F' opíšeme oblouky poloměrem $A1$ a z F je poloměrem $F'1$ přetneme v bodech I'. Týmž spůsobem opíšeme z bodu F poloměrem $A2$ oblouky a z F' ty oblouky poloměrem $F'2$ přetneme, v bodech II; totéž učiníme z druhé strany, totiž z F' v bodech II'. Toto se tak dlouho opakuje, až povstane četné množství bodů, které, když se spojí, elipsu dají. Tento spůsob rýsování elipsy jest velmi zdlouhavý a pouze k vyvádění na papíře vhodný.

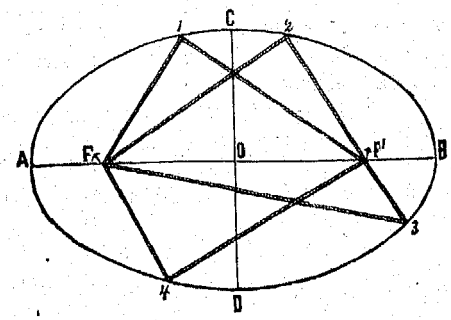
Rýsování elipsy v praktickém životě děje se následujícím rychlejším spůsobem:

Obraz 167.



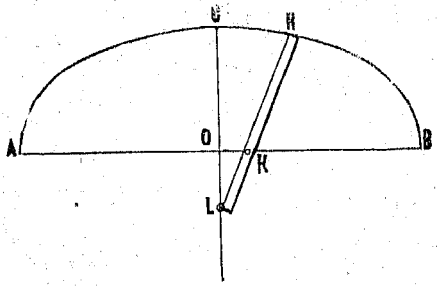
2. Velká i malá osa postaví se v středních bodech na sebe kolmo; z bodu C protnou se polovinou délky velké osy dva průseky, jež nazýváme ohniska F a F', do kterých se hřeby zarazí a celá šňůra s délí velké osy AB upevní (obr. 168). Mezi šňůru upevní se tužka, která při ustavičném napínání šňůry z místa na místo podané ploše se pohybuje stopu po sobě zůstavujíc, až se na původní místo, kde psáti počala, vrátí. Čára $ACBDA$, která se tím objeví, jest žádaná elipsa.

Obraz 168.



3. Jinak lze dosti rychle sestrojiti elipsu pomocí pravítka následovně: Délka pravítka rovná se polovině délky velké osy, na konci pak pravítko opatřeno jest tužkou. Přeneseme-li nyní na pravítko polovinu malé osy, tak že $RK = CO$, třeba jen bodem K (obr. 169) tak po velké ose jeti, by bod L z malé osy nevycházel. Takto obdržíme podlé rozličných poloh, které konečný bod pravítka R zaujme, množství bodů, když se spojí elipsu dají.

Obraz 169.

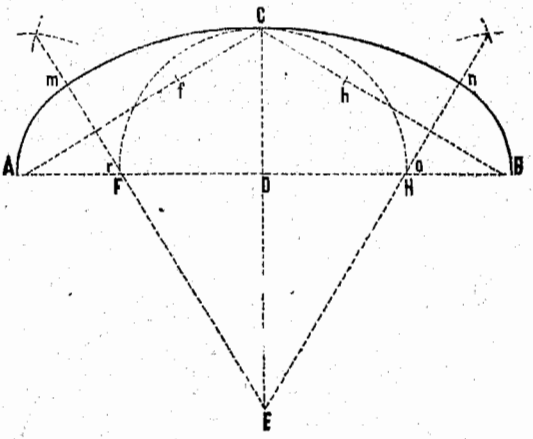


V plánech jest ale tento, jinak zcela dobrý spůsob sestrojení elipsy méně praktický a vůbec i nemožný, poněvadž se tu ani hřebíků ani provazce užiti nemůže. Avšak i ten spůsob sestrojení elipsy není u praktiků obliben, kde se pomocí kružítka ustanoví jednotlivé body v obvodu elipsy ležící, proto že se body tyto od ruky spojovati musí, což vždy obtížno jest a málokdy k přesné elipse vede. Pročež k snadnější práci a pro snadnější, opsání takové křivky volí se raději jiná této podobná čára, která z oblouků kruhových sestrojiti se dá. Čára tato jest elipse podobna a sluje čára elipsovitá.

Dva nejobecnější spůsoby sestrojení elipsy jsou následující:

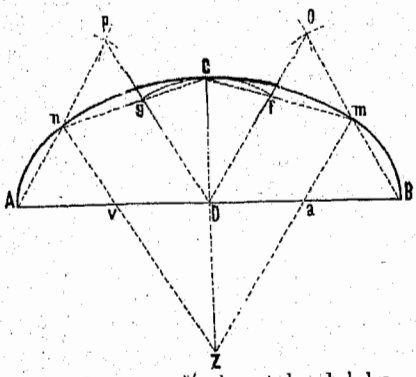
1. Krajní body světlosti a výšky spojí se spolu a výška CD (obr. 170) položí se ze středu D v pravo a v levo na přímku AB, tak že bude $CD = Dr = Do$. Zbytek $Ar = Bo$ vnese se nyní z bodu C na obě šikmé čáry AC a BC, čímž vzniknou body f a h. Postavíme-li konečně uprostřed částek Af a Bh kolmice, až se prosekuou, obdržíme tři průsečné body E, F a H, z nichž se tři kruhové oblouky opsati mohou a sice: z F poloměrem FA oblouk Am, z H poloměrem HB oblouk Bn a konečně z E poloměrem Em oblouk mn, který, bylo-li dobře rýsováno, krajního bodu C se dotýkati musí

Obraz 170.



2. Sestrojí se nad každou polovicí světlosti pravidelný trojúhelník BDO (obr. 171) a ADP a výška klenutí

Obraz 171.

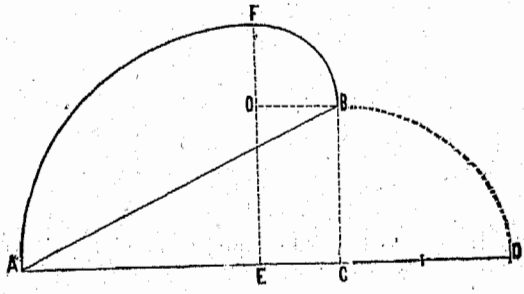


t. j. CD položí se z D na oba trojúhelníky, tak že bude $CD = gD = fD$. Potáhneme-li z vrcholu C přímky body f a g až druhé strany trojúhelníků v bodech m a n proseknou, a sestrojíme-li konečně v m rovnoběžku k straně DO a taktéž v n rovnoběžku k straně DP, prodloužíme-li pak tyto přímky tak daleko, až se v některém bodě prodloužené přímky CD proseknou, obdržíme zase tři průsečníky a, v a z, z nichž se opíšou oblouky An, Bn a nm.

Strojení šikmých klenbových oblouků či kobylí hlavy.

1. Nezačíná-li na obou pilířích klenutí v stejné výšce, sluje **kobylí hlava**. Značí-li n. p. A a B (obr. 172) konce stěn pilíře neb patky, o které se klenutí opírá: veďme si vodorovnou přímku z A, která nám pilíř vyšší protíná v C, a prodlužme ji o celou výšku $CB = CD$; rozpolme pak přímku AD, a v středním bodu E postavme kolmici FE a z B veďme rovnoběžku BO k AD; z bodu E opišme konečně poloměrem EA oblouk, až kolmici FE přetne v bodu F, a z bodu O udělejme poloměrem OF oblouk FB.

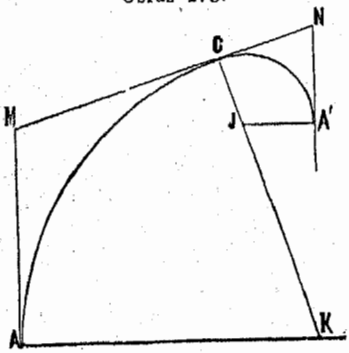
Obraz 172.



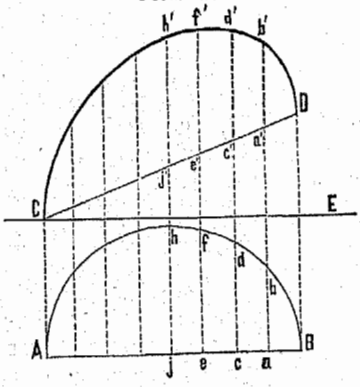
2. Jak se sestrojí kobylí hlava, dána-li jest vrcholice a bod vrcholový?

Dána-li jest vrcholice MN (obr. 173) a vrchol oblouku C: prodlužme pilíře, a udělejme $MA = MC$ a $NA' = NC$. Body A, A' jsou patky čili místa, o která se klenba opírá. Na vrcholici v bodu C udělá se kolmice CK, z A a A' vedou se vodorovné, až povstanou průseky v K a J. K jest pak středem oblouku AC, který se poloměrem AK opíše a J jest středem oblouku CA' opsaného poloměrem CJ.

Obraz 173.



Obraz 174.

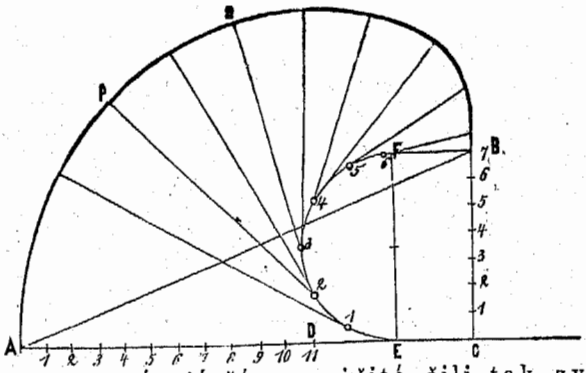


3. V takový oblouk elipsovitý promění se i oblouk kruhový, když se průměr kruhu AB (obr. 174) na libovolné dílce rozdělí a v dělících bodech v půlkruhu kolmice postaví. Na tolik dílů v témž poměru rozdělí se svažnice oblouku CD a kolmice kruhu přenesou se nad ni; udělá se $ab = a'b'$, $cd = c'd'$, $ef = e'f'$ a t. d. Spojíme-li konečně body těch kolmic, objeví se žádaný šikmý oblouk.

4. Též pomocí šňůry lze kobylí hlavu sestrojiti. V patce A (obr. 175) vedeme vodorovnou přímku až k vyššímu pilíři a výšku BC rozdělíme na 7 stejných dílů. Takových

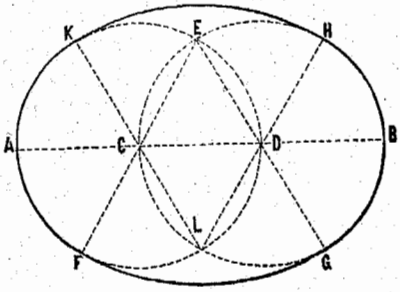
dílků vneseme od *A* na vodorovnou *AC* jedenáctkráte a zbytek *CD* rozpolíme v bodu *E*. V *E* postavíme kolmici a uděláme ji rovnou *BC*. Nad *EF* opíšeme polokruh, v jehožto obvodu několik hřebíků zarazíme (čím více, tím dokonaleji vypadne oblouk). Pak vezmeme šňůru, upevníme její jeden konec v *E*. a natáhneme ji až k bodu *A*, ovinouce takto napnutou kolem polokruhu 1, 2, 3, 4. Bod *A* opíše se při navinování šňůry okolo polokruhu žádanou křivku *ApsB*. Jak vidno, jest to spůsob dosti jednoduchý, kterého lze zvláště v praktickém životě užiti.

Obraz 175.



Jak se rýsují čáry vejčité čili tak zvané ovály.

Obraz 176.

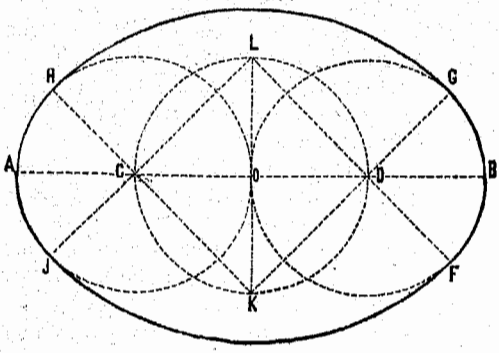


Dle potřeby můžeme si vyrýsovati ovál buď širší buď užší; podoba ta závisí na spůsobě sestrojení.

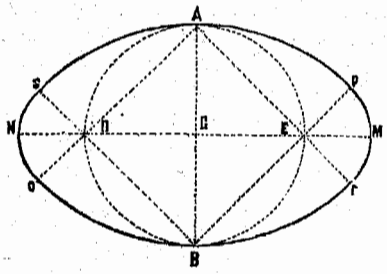
1. Má-li býti ovál méně stlačený, rozdělíme jeho délku *AB* (obr. 176) na tři stejné díly; dělící body *C* a *D* budou zároveň středy dvou kruhů, které se vespolek v *E* a *L* protínají. Z průseku *E* vede se středem *C* přímka *EF* a středem *D* přímka *EG*; týmž spůsobem povstane *LH* a *LK*. Poloměrem *EF* nebo *EG* opíšeme z *E* oblouk *FG* a poloměrem *LK* nebo *LH* oblouk *HK*; tím kruhy v ovál splynou.

2. Má-li býti ovál více stlačený, rozdělíme délku jeho AB (obr. 177) body C, O, D, na čtyry stejné díly; opíšeme čtvrtinou AB z dělících bodů kruhy a postavíme v bodu O kolmici, která nám přetíná střední kruh v bodech L a K. Vedeme-li pak přímky JL a LF, KG a KH a opíšeme-li z bodu L poloměrem LF oblouk FI a z K poloměrem KG oblouk GH; splynou krajní kruhy v čáru vejčitou.

Obraz 177.

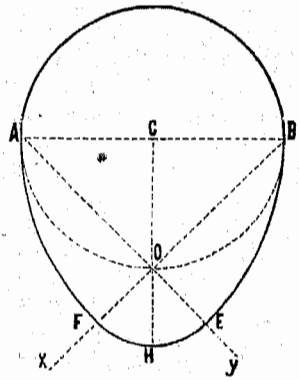


Obraz 178.



3. Je-li dána výška čili šířka ovála buď AC a nebo AB (obr. 178) vyrýsujem čáru vejčitou následovně: Vyrýsujme kruh okolo bodu C a v něm čtverec $ADBE$, jehož strany neurčitě prodloužíme. Body A, B, D, E jsou pak středné body oblouku, z kterých se oblouky opíšou, a sice z bodu A oblouk oBr, z bodu B oblouk sA, p, z bodu D oblouk sNo, a konečně z bodu E oblouk pMr.

Obraz 179.

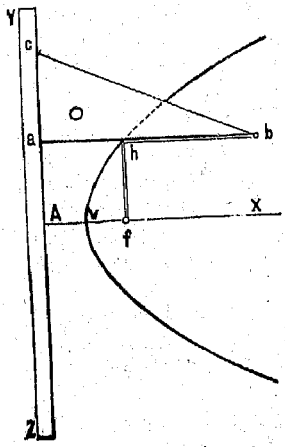


4. Ovál podoby vejčité. Vyrýsujme kruh (obr. 179) a sestrojme v středním bodě C průměru jeho AB kolmici CH, která kruh v bodě O protíná; veďme přímky body A a O, B a O a prodlužme je; opišme pak z konečných bodů A a B oblouky poloměrem AB až přetnou přímky Bx v F, a Ay v E, a táhněme z bodu O poloměrem $OE = OF$ spojovací oblouk FF.

Parabola.

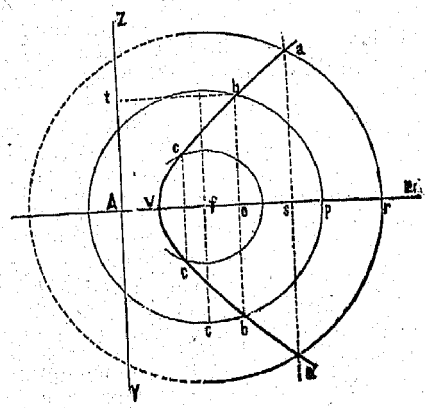
Parabola slove ona křivá čára či křivka, jejíž body obvodové od jistého stálého bodu a od jisté přímky stejně vzdáleny jsou.

Obraz 180.



Stálý bod ten f slove ohnisko (Focus, Brennpunkt) a daná přímka yz (obr. 181) **čára řídící** (Direktrix). Vede-li se bodem f přímka Ax kolmo na yz: bude Ax osou, a bod v, který uprostřed čáry Af leží, vrcholem (Scheitel) paraboly. V praktickém životě můžeme parabolu vyrýsovati pomocí pravoúhelného trojúhelníka, šňůry a latě. Pravoúhelný trojúhelník abc (obr. 180) musí přiléhati k lati yz tak, aby se podlé ní dolů i vzhůru pohybovati mohl. Vezměme pak šňůru, jejíž délka se rovná odvěsně ab a upevněme jeden její konec na rohu b, druhý konec v ohnisku f. Vzdalujeme-li poznenáhla trojúhelník abc od osy Ax, držíme-li šňůru fhb v h nějakým hřebíkem neb tužkou v stejném napnutí, obdržíme hořejší část paraboly. Spodní část se též tak vyrýsuje, když trojúhelník abc dáme na druhou stranu osy.

Obraz 181.



Pomocí kružítka a pravítka vyrýsuje se parabola, když si ustanovíme několik bodů a pak je spojíme. Budiž n. p. (v obr. 181) zy řídící přímkou, f ohniskem. Veďme ohniskem kolmou přímku Ax na zy: tu jest Ax osou; rozpolme pak vzdálenost Af: objeví se vrchol ve v. Abychom více bodů paraboly ustanovili, vytkněme si na Ax volný bod r a udělejme

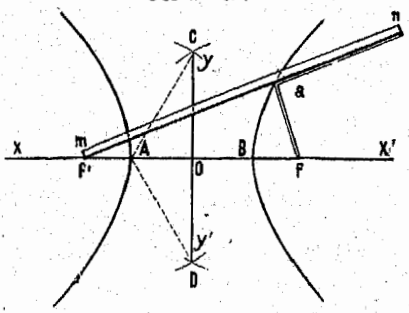
$rs = Af$; postavme pak v bodu s kolmou přímku $a\ a'$ na AX a vyrýsujme okolo bodu f poloměrem fr kruh; tu nám kruh kolmici protne v bodech a, a', kteréžto body jsou právě body paraboly; podobným spůsobem obdržíme body b, b', c, c'. Spojíme-li konečně od ruky tyto body, vznikne parabola.

Hyperbola.

Hyperbola jest křivka, při níž rozdíl vzdáleností bodů obvodových od dvou stálých bodů rovná se dané přímce. Hyperbola sestává ze dvou ramen, které se od sebe souměrně odchylují (obr. 183). Při této křivce musíme pozorovati:
1. Osu, to jest přímku AB, která spojuje vrcholy ramen;
2. body t. j. ohniska f a f';
3. paprsek či přímku, která bod hyperboly spojuje s ohniskem.

Bod O, který rozpoluje osu AB, jest **střed**, a každá přímka, která jde středem, jest **průměr** hyperboly. Vyrýsujeme-li takový průměr kolmo na osu a dáme-li mu jistou délku, nazýváme jej osou **smyšlenou**. Délku pak osy smyšlené ustanovíme, když Of od vrcholu A neb B na čáru CD vneseme: tak že jest $AC = AB = Of$, naznačíme-li CD písmeny $y\ y'$ a stojí-li $yy' \perp xx'$, jest $y\ y'$ osou smyšlenou. Též i tuto křivku můžeme si vyrýsovati pomocí pravítka a šňůry (obr. 182).

Obraz 182.

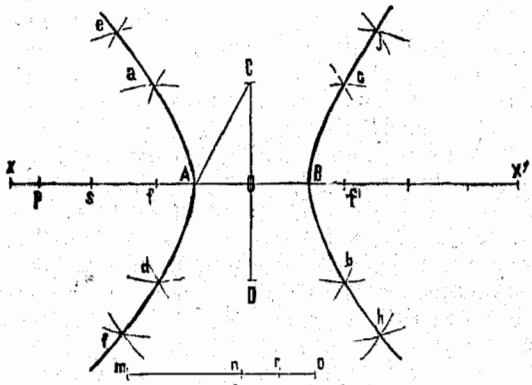


Upevněme jeden konec pravítka mn v ohnisku f, aby se mohlo kolem něho volně točiti; pak upevněme jeden konec šňůry fan (jejíž délka se rovná délce pravítka méně osy mn — AB) na konci pravítka v bodu n, druhý konec v ohnisku f'. Točí-li se nyní pravítko okolo bodu f a při-

drží-li se při něm šňůra rycím neb barvícím nástrojem, vytvoří se jedna větev hyperboly. Druhá větev vytvoří se podobným spůsobem, upevní-li se pravítko v bodu f.

Na papíře vyrýsujeme hyperbolu, ustanovíme-li si několik bodů, a spojíme-li je. Za tou příčinou ustanovíme především, body f, f' (obr. 183) na přímce xx', udělejme $mo = ff'$ a rozdělme no bodem r; sestrojme pak $fA = f'B = or$: tu budou A a B vrcholy hyperboly.

Obraz 183.



Chceme-li ustanoviti více bodů, vytkneme si na přímce xx' bod s a opišme poloměrem As z bodu f a f' oblouky, tak též opišme vzdáleností Bs oblouky z f a f' které se s prvními sekou. Tím obdržíme čtyry body hyperboly a, b, c, d. Podobným spůsobem obdržíme body e, f, j, h a t. d. Spojením těchto bodů vznikne pak hyperbola.

Spirálka.

Spirálka či závitnice (Spiral oder Schneckenlinie). Tato křivka jest velmi důležitá pro zámečníky, pro hodináře, pro stavitele (n. p. při kreslení zámků, sloupů a t. d.), pročež zde v závěrku o ní pojednáme.

Jest to křivka nezavřena, kterou obdržíme, když se nějaký bod okolo jiného pevného bodu napořád ve větších kotoučích otáčí. Jedno otočení okolo pevného bodu jmenujeme **závitek** spirálky (Windung). Tak n. p. v obr. 184 pohybuje se bod 2 kolem bodu 1 a prvním závitkem proběhne oblouk $2B$, druhým závitkem oblouk BC. Závitky spi-

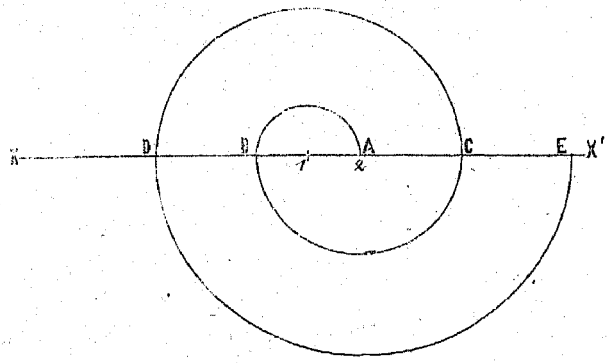
rálné jsou buď všechny stejně od sebe vzdáleny, jako n. p. (obr. 184), kde je $2C = CE = DB$, nebo se od sebe čím dále tím více vzdalují, jako n. p. (obr. 185).

Kolem pevného bodu bývá mnohdy opsán malý kruh, které **oko závitkové** jmenujeme (Das Auge der Schneckenlinie).

Sestrojení křivky na (obr. 184) jest následující:

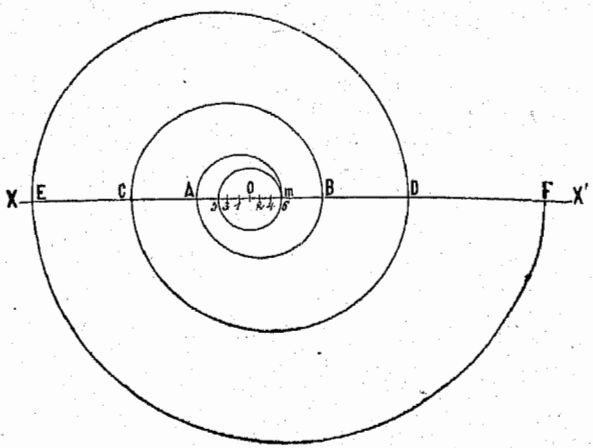
Napřed si narýsujme čáru XX', ustanovme si na ní pevný bod 1, okolo kterého se má bod A pohybovat; vezměme pak do kružítka vzdálenosť 1 A a opišme polokruh až k B, taktéž zasaďme kružítko do bodu A, opišme rozevřením AB polokruh BC; zasaďme opět do bodu 1 a rozevřením kružítka až k bodu C, opišme zase polokruh CD, taktéž zasaďme do bodu A, opišme rozevřením AD polokruh DE a tak neustále pokračujme, dokud chceme.

Obraz 184.

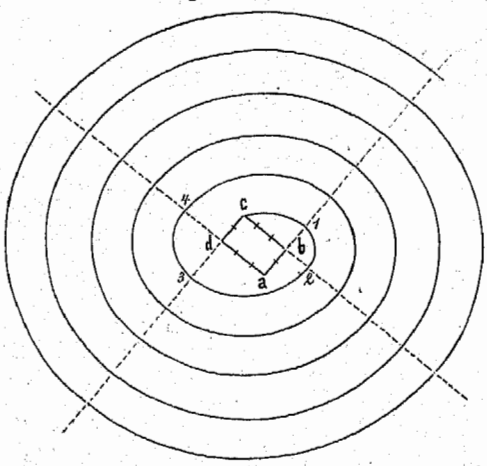


Spirálka, kde se závitky od sebe neustále vzdalují, sestrojí se následovně. Vyrýsujme si čáru XX' a ustanovme si na ní bod pevný o a místo, n. p. m, odkud spirálka počíti má; zasaďme do bodu o a opišme kruh, poloměrem om, pak si rozdělme průměr toho kruhu na 6 stejných dílů a popišme je jak ukazuje obr. 185. Pak zasaďme do bodu 1 a vzdáleností 1 — 6 opišme oblouk až k A, zasaďme opět do bodu 2 a poloměrem 2 A opišme oblouk až k B, pak z bodu 3 poloměrem 3 B opišme oblouk až k C, z bodu 4 poloměrem 4 C opišme oblouk až k bodu D, pak z bodu 5 vzdáleností 5 D opišme oblouk až k E a konečně z bodu 6 opišme vzdáleností 6 E oblouk EF.

Obraz 185.



Obraz 186.

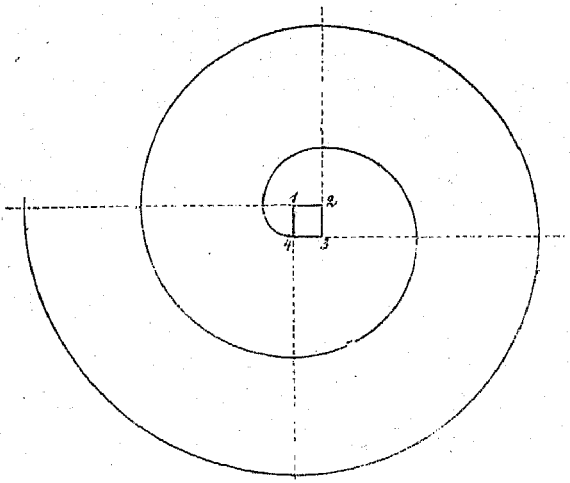


Chceme-li sestrojiti spirálku, aby závitky byly částmi elipsy, uděláme to následovně:

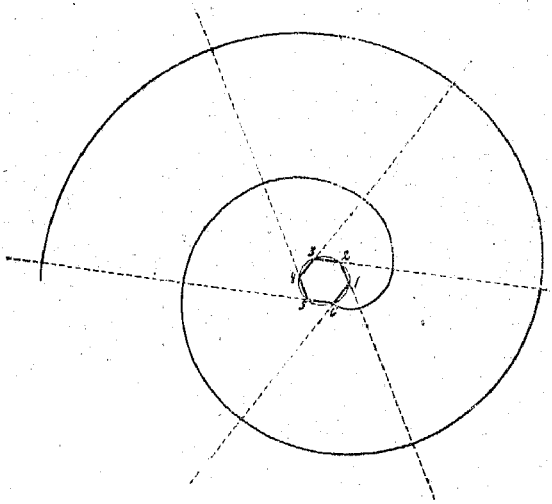
Narýsujme si malý obdelník *abcd* (obr. 186) jehož šířka 2 díly, a jehož délka 3 díly má, prodlužme si však čtyry tyto strany neurčitě, pak zasaďme do bodu *a*, rozevřením *ac* opišme část kruhu až k 1, zasaďme opět kružítko do *b*, a rozevřením *b* 1 opišme kruh až k bodu 2, zasaďme dále do bodu *c* a opišme část kruhu poloměrem *c* 2 až do bodu 3; konečně zasaďme do bodu *d*, a opišme poloměrem *d* 3 část kruhu až k bodu 4. Toto v témž pořádku může se dle libosti opakovati.

Tím spůsobem také povstane obrazec 187 a 188.

Obraz 187.



Obraz 188.



Opravy v části první.

Stránka
„ 2. řádek 2. čti: „v ta místa“ na místě „v to místo.“
„ 4. obrázek 6. jest převrácen.
„ 5. v obrázku 10. jest *a* převrácené.
„ 9. obrázek 16. jest převrácen.
„ 10. ř. 7. čti: „kteréhožto“ na místě „kteréžto.“
„ 13. obrázek 27. jest převrácen, a v řádce 21. čti „*R*, a“ na místě „*Ra*.“
„ 15. ř. 2. zdola čti „postavíme-li“ na místě „postavíme.“
„ 16. ř. 14. čti: „$\sphericalangle BAC$ má 60^0“ na místě „$\sphericalangle BAD$ má 30^0.“
„ 19. v obrazci 39. čti „*F*“ na místě „*T*.“
„ 37. ř. poslední čti: „4krát“ na místě „4.“
„ 46. ř. 4. čti: „a máme-li“ na místě „máme.“
„ 49. v obrazci 79. uvnitř čti „*H*“ na místě „*B*.“
„ 52. ř. 4. čti: „$AB'' = FI$“ na místě pouhého „*AB*.“
„ 56. ř. poslední odpadne.
„ 59. ř. 2 čti: „známe-li“ na místě „známe.“

Opravy v části druhé.

Stránka
„ 62. ř. 2. čti: „jako v obr. 91 naznačeno jest.“
„ „ ř. 7. zdola čti: „*E*“ na místě „*F*.“
„ 63. ř. 15. čti: „obr. 96“ na místě „97.“
„ 64. ř. 4. zdola čti: „$\sphericalangle X$“ na místě „$\sphericalangle MEA$.“
„ 67. ř. 12. čti: „jej“ na místě „je.“
„ 70. ř. 2. zdola čti: „dva“ na místě „vda.“
„ 72. ř. 19. čti: „*CB*“ na místě „*CD*.“
„ 74. ř. 12. čti: „stejným“ na místě „stejný.“
„ „ ř. 15. čti: „spojme“ na místě „spojíme.“
„ 80. ř. 2. čti: „jejž“ na místě „ejž.“
„ 82. ř. 3. má zníti: „a z bodu *M* poloměrem *D* oblouky přetínající se.“
„ 83. v obrazci 139 vypuštěno jest „*X*.“
„ 84. ř. 9. zdola čti: „a spojíme-li“ na místě „spojíme-li.“
„ 90. ř. 7. vypuštěno jest „následovně,“ pročež čti: „následovně se vyrýsuje.“
„ 90. ř. 16. čti: „*MAH*“ na místě „*MA*.“
„ 95. ř. 2. čti: „v jejím“ na místě „v její.“
„ 96. ř. 7. čti: „podaná“ na místě „podané.“
„ „ ř. předposlední za slovem „bodů“ vypuštěno jest „kteréž.“
„ 98. v obrazci 171 čti: „*f*, *z*“ na místě „*F*, *Z*.“
„ „ ř. 17. čti: „*Bm*“ na místě „*Bn*.“
„ 100. ř. 8. čti: „opíše“ na místě „opíše se.“
„ 103. ř. 5. zdola čti: „f^1“ na místě „*f*.“
„ „ ř. poslední čti „f^1“ na místě „f^{11}“, a dále „f^{11}“ na místě „*f*.“
„ 104. ř. 9. čti: „vytkněme“ na místě „vytkneme.“