Zobrazující měřictví

(Geometrie descriptive)

pro vyšší reálni školy.

Sepsal:

Dom. Ryšavý,

učitel na c. k. vyšší reální škole české v Praze.

~~[illegible]~~.

S 90 vyobrazeními.

V Praze.

Nákladem knihkupectví: I. L. Kober.

1862.

1386.

Tisk Kat. Jeřábkové v Praze.

Úvod.

Pozorujeme-li dvě známá tělesa, na příklad krychli a kouli, bude nám na první pohled jejich rozdíl patrný. Na krychli spatřujeme rohy a hrany, obmezující šestero čtverců, kteréž skládají povrch její. Na kouli pak nacházíme stejnou všech částek povrchu vzdálenost od jediného bodu, jejž jmenujeme jejím středem. Pomyslíme-li si tímto bodem vedenou přímou čáru od jednoho bodu povrchního k druhému, obdržíme průměr koule. Takových průměrů můžeme vésti množství nesčíslné a všecky budou míti stejnou délku. Rovnost průměrů můžeme tedy považovati za přední znak koule.

Rozdíl krychle a koule poznáváme tedy již z pouhého tvaru zevnějšího, nehledíce ani na jiné vlastnosti, které se na nich též nacházejí. Přihledněmež k těmto tělesům pilněji poněkud.

Na délce jedné hrany záleží velikost každého čtverce na krychli, tudíž i velikost prostoru, jejž těleso zaujímá. Podobnou závislost lze předvídati i na znacích koule, neboť zvěčením průměru zvěčuje se i povrch i velikost prostoru jím uzavřeného. Můžeme tedy tvrditi, že stává mezi jistými částkami těles jakési závislosti a souvislosti, na které záleží i tvar a velikost každého tělesa, jakož i velikost a položení částek jednotlivých.

Náležité vyšetření a určité obmezení čili ustanovení té závislosti na všelijakých tvarech prostorových, potom i určení velikosti každé částky z dané velikosti ostatních částek, stalo se předmětem zvláštní nauky, kteréž ode dávna říkáme měřictví čili geometrie.

Že by ale hmota skutečných těles přírodních a jiné s ní spojené vlastnosti přísnému ohledávání a určitému vyměření nemálo překážely, upouštíme v mysli své ode všech méně bytných vlastností, kteréž na hmotných tělesech zároveň se objevují a vštěpujeme sobě pouhé toliko obdoby jejich, nadlehčujíce při tom obraznosti své jednoduchými výkresy a obrysy. Taková pouze myšlená tělesa jsou tedy předmětem měřictví a protož jim říkáme tělesa měřická. Nalezajíce na skutečných věcech pohnutky a všelijakých vzorů, můžeme sobě v mysli své utvořiti měřických těles všelikého tvaru množství nesčíslné; z nichž některá, jinak dosti jednoduchá, vynikají i zvláštní dokonalostí a pravidelností. K těm obracíme v měřictví první svůj zřetel. A byť bychom i takových jednoduchých a spořádaných těles v skutečném světě nenalezali, poslouží nám důkladná jich známost k poznání vlastností těles složených a všelijak upotřebených. —

K důkladnému poznání věcí vůbec náleží poznání jednotlivých částek a vlastností jejich. Přihledněme tedy, kteréže jsou částky, jež by na měřických tělesích považovány býti měly? Ačkoli se prostor rozprostírá na vše strany, rozeznáváme přec tři směry hlavní. První dva vodorovné nazýváme obyčejně délkou a šířkou, třetí pak, jdoucí nahoru nebo dolů, výškou nebo hloubkou (někdy tloušťí). Na tělesích se objevují všecky tři jmenované rozměry. Mimo to jest každé těleso na všech stranách úplně obmezeno a odděleno od prostoru vůkolního. Meze, jimiž se prostor odděluje a určitý tvar tělesa spůsobuje, zovou se plochy. Jelikož se plochami jeden rozměr tělesa končí, nezbývají pro ně než dva rozměry, kterýmž obyčejně říkáme délka a šířka. Pravý pojem měřické plochy můžeme si udělati jen tím spůsobem, že ji považujeme za mez tělesa; neboť i nejtenší papír nebo pozlátko nejsou samy o sobě plochami měřickými, protože mají mimo délku a šířku také výšku čili tloušťku, kterouž lze spůsobem umělým i měřiti nebo znásobením patrnou učiniti.

Jsou-li plochy obmezeny, nemohou míti jejich meze než jediného rozměru, jejž jmenujeme délka. Meze prostorové, jimiž se rozsáhlost plochy končí neb jedna částka od druhé odděluje, jsou měřické čáry. Tyto nemají tedy ani šířky ani délky. Nejtenší drát, vlas nebo nit mohou ovšem poněti měřické čáry nadlehčovati nemožno jich však míti za čáry měřické; neboť mohou-li zrakem nebo hmatem býti poznány, mají též něco hmoty a tudíž i tloušťku.

Čáry, které kreslíme tužkou a perem na papíře nebo křídou na tabuli, mají též kromě délky a šířky i výšku, jinak bychom je ani viděti nemohli. Čím jemněji však čáru vykreslíme, tím více se přiblížíme čáře měřické.

Meze čili konce čar měřických nemohou míti žádného rozměru. Jmenujeme je body.

Viditelný obraz bodu obdržíme, dotkneme-li se perem nebo tužkou papíru nebo křídou tabule.

Měřické body, čáry a plochy můžeme si tedy jako měřická tělesa toliko v mysli představovati. —

Rozeznáváme pak čáry přímé a křivé, jakož i přímé a křivé plochy. Tyto pojmy jsou nám jako vrozeny. Mluvíme-li na příklad o vzdálenosti dvou bodů, nebeřeme ji jinak než v přímé čáře, jejíž délka i položení jest již těmi body určena.

Každému též patrno, že se dvě přímky srovnávají v celé své rozsáhlosti, mají-li dva body společné; přetínati se ale mohou v jednom toliko bodu.

Plochu rovnou čili rovinu představujeme si vždy tak, že každá přímka, která spojuje na rovině dva body, v celé své rozsáhlosti na tuž rovinu přiléhá. Protož mohou se vésti na rovině v každém směru přímé čáry.

Vznik čáry vysvětluje se pohybováním bodu. Děje-li se toto ustavičně v jednom směru, vzniká čára přímá (přímka), jinak čára křivá (křivka).

Rovněž vysvětluje se vznik plochy pohybováním čáry. Pohybuje-li se na příklad přímá čára podle jiné přímky, ustavičně ji přetínajíc v bodech napořád po sobě jdoucích, vzniká plocha přímá čili rovná (rovina). Na rovině lze tedy vésti nesčíslný počet přímek, z nichž dvě a dvě nikdy se nesejdou, byťbychom jich sebe více prodloužili. Takové přímky zovou se rovnoběžné.

Taktéž vzniká plocha přímá, otáčí-li se přímá čára okolo některého bodu svého, při tom ustavičně přetínajíc jinou přímku nepohybnou.

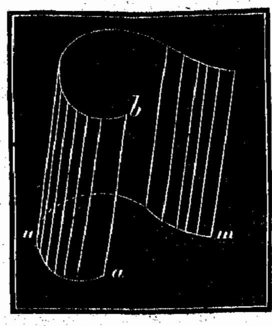
Ustanovíme-li si v prostoru dva body a spojíme je přímkou, budeme moci tou přímkou vésti rovinu v jakém koli položení.

Má-li ale rovina ta jíti ještě jedním bodem mimo přímku, bude zajisté jen jedno položení možné.

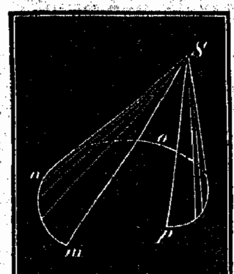
Z toho všeho vychází, že bude položení roviny v prostoru ustanoveno: 1. dvěma přímkama rovnoběžnýma,

2. dvěma přímkama, které se přetínají, a 3. jednou přímkou a mimo ni ležícím bodem. Poznámka I. Roviny rozeznávají se od sebe toliko různým položením v prostoru a když se dvě roviny přetínají, děje se to vždy podle přímé čáry. Poznámka II. Přímky i rovinu myslíme si v těchto případech neobmezené a tak daleko prodloužené, pokud toho zapotřebí. Obmezenou část roviny jmenujeme obrazec. — Pohybováním přímé čáry vznikají také plochy křivé. Na příklad budiž přímka *ab*, která přetíná křivku *anm*..... v bodu *a* (viz vzorec 1). Pohybuje-li se přímka *ab* podle křivky *anm*.. zůstávajíc svému původnímu položení rovnoběžnou, a přetínajíc křivku v bodech pořád po sobě jdoucích, vzniká plocha valcovitá. Pohybuje-li se přímka *mS* podle křivky *mnop* (viz vzorec 2) a jde přitom ustavičně bodem *S*, vznikne plocha kuželovitá. Patrno, že na takových křivých plochách, které vznikají pohybováním přímé čáry, lze vésti v jistém směru přímky. Na ploše valcovité můžeme vésti přímky rovnoběžné, na ploše kuželovité ale přímky, které se přetínají v bodu *S*.

Vzorec 1.



Vzorec 2.



Pohybováním přímé čáry vznikají ještě jiné plochy křivé; o těch však na svém místě později.

Podle jmenovaných tvarů prostorových rozděluje se měřictví na dvě hlavní částky, totiž:

1. Plochoměrství, kteréž jedná o plochách rovných čili vlastně o obrazcích, jež vznikají všelijakým položením přímých a křivých čar na rovině.

2. Tělesoměrství, kteréž rozjímá o tvarech prostorových vůbec, jejichž částky nejsou rozpoloženy na jediné rovině.

Měřictví považuje se právem za důležitý a vydatný prostředek ku probuzení mysli a vzdělání rozumu. Mimo to sahá upotřebení rozmanitých zákonů a pravd měřických do oboru všelikých umění výtvorných, při nichž záleží na určitém položení a spojení jednotlivých částek a vzájemných i vespolných poměrech jejich. Jmenujeme jen mechaniku, optiku, stavitelství a některá k tomu náležitá umění a řemesla, jako jsou: strojnictví, zámečnictví a hodinářství, kamenictví, truhlářství, tesařství, sekernictví a t. d.

Důležitou částku veškerého měřictví tvoří nauka o správném vyvádění výkresů čili obrazů, kteréž skutečnou obdobu a poměrnou velikost všelijakých tvarů prostorových, jakož i vespolné jejich položení a spojení k poznání přivoditi mají.

Ačkoli správné rýsování obrazců rovinných vzdělávalo se a pokračovalo zároveň s vyvinováním a vykládáním zákonův plochoměrských, zůstávalo rýsování určitě vymezených tvarů prostorových na vůli a zvláštním názoru jednotlivcův a konalo se obyčejně z ruky a, jak říkáme, od oka.

Kameníci, tesaři a vůbec pěstovatelé výtvorných umění znali se ovšem již dávno v pravidelném hotovení příhodných výkresův, jakož tomu nasvědčují některé zachované památky, podle kterých vyváděli staro- i středověcí mistři stavby a jiné předměty k tomu náležité, jejichž umělosti podnes se obdivujeme.

Než znalost a zručnost jejich zůstávala obmezena na jednotlivé případy, které, nemajíce potřebného základu povšechného, k jiným okolnostem nebyly příhodné. Nedostatek takových základů cítil se též v umění opevňovacím (fortifikačním).

Francouzký mathematik M o n g e, jemuž bylo roku 1770—1784 svěřeno vyučování takovým věcem na vojenské škole v Mézieresu, pracoval k tomu, aby rozličné spůsoby rýsovací, podle kterých se vyváděli toho času plány silnic, kanálů plavebních, pevnostních a jiných staveb, v jeden souvislý uvedl celek, což se mu i podařilo.

Na jednoduchých zákonech měřických položil základ vědy, kteráž podává všeobecný návod k vyvádění výkresův na rovině, jakož i ku zkoumání měřických vlastností všelijakých výtvarů prostorových, pod jmenem „g e o m e t r i e d e s c r i p t i v e“, kterouž po česku zoveme „z o b r a z u j í c í m ě ř i c t v í.“

Hlava prvá.

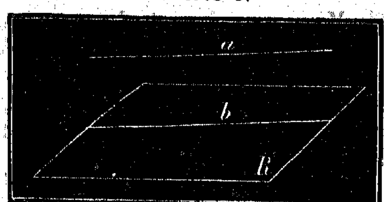
Položení přímých čar a rovin v prostoru.

Zákony měřické, na kterých se zakládá měřictví zobrazující, týkají se určitého položení přímých čar a rovin v prostoru. V následujícím výkladu nejdůležitějších zákonů těch označíme každou přímku jedním nebo dvěma písmeny malého písma, rovinu pak, v podobě obdélníka, písmenem velkým, R, Q, P a t. d.*)

I. Přímka a rovina.

Přímka v prostoru může míti k určité rovině dvoje položení. Buď zůstávají oboje ustavičně v stejné od sebe vzdálenosti, byť bychom jich jakkoli prodloužili; nebo se na jedné straně sbližují, na druhé pak vzdalují. V prvním případu říkáme, že jsou spolu rovnoběžny, v druhém případu musí se sejíti, prodloužíme-li jich dostatečně. Bodu, v kterém se to sejití stává, říkáme stopa přímky na rovině. Přímka může státi na rovině kolmo nebo šikmo. Oba tyto pojmy doleji náležitě se vymezí a určí.

Vzórec 3.



1. Když jest přímka *a* v prostoru rovnoběžná s přímkou *b* na rovině *R*, bude též rovnoběžná s rovinou *R* (viz vzorec 3).

Na důkaz toho pomysleme si přímkama *a*, *b* položenou rovinu *Q*. Ta může míti s rovinou *R* jen přímku *b* společnou. Přímka *a* leží též na rovině *Q* a mohla by se tedy sejíti s rovinou *R* toliko v některém bodu přímky *b*; že je ale přímka *a*

*) Začátečníkům radíme, aby si znázornili rovinu listem napnutého papíru, přímky pak drátem nebo tenkými hůlkami.

rovnoběžná b, ani to státi se nemůže; bude tedy přímka a rovnoběžná s rovinou R. Z toho vycházejí následující věty:

1. Každým bodem v prostoru může se vésti nesčíslný počet přímek rovnoběžných s rovinou R.

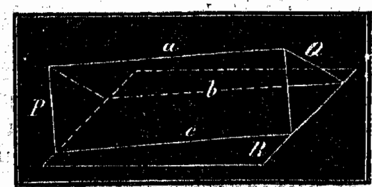
2. Položíme-li rovinu Q přímkou a, která jest rovnoběžná s rovinou R, bude jejich průsečnice b rovnoběžná s přímkou a.

3. Přímkou a v prostoru lze položiti rovinu, rovnoběžnou s jakoukoli přímkou b, byť i přímky a, b nebyly rovnoběžny.

Vedeme-li totiž některým bodem přímky a rovnoběžku c s přímkou b, bude přímkami a, c určena rovina, kteráž jest rovnoběžná s přímkou b.

4. Točí-li se rovina R okolo přímky b, zůstává rovnoběžna s přímkou a, protože jest ustavičně přímka a rovnoběžná přímce b, kteráž leží na rovině R i když se tato otáčí.

Vzorec 4.



2. Když položíme přímkou a, kteráž jest rovnoběžná s rovinou R, dvě roviny P a Q, tak aby rovinu R přetínaly, budou obě průsečnice b a c rovnoběžné spolu i s přímkou a, (viz vzorec 4).

Kdyby přímky b a c rovnoběžné nebyly, musely by se sejíti v některém bodu s na rovině R; pak by ale měly roviny Q a P mimo přímku a ještě nějaký bod s společně, srovnaly by se tudíž v rovinu jednu. Pokud se tedy roviny Q a P nesrovnají, budou přímky b, c rovnoběžné.

Podobným způsobem lze dokázati, že jest přímka b rovnoběžná a, jakož i že je přímka c rovnoběžná a.

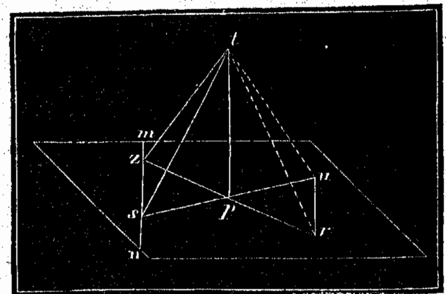
Považujeme-li naopak b, c za rovnoběžné přímky na rovině R, (viz vzorec 4), a položíme jimi dvě roviny Q, P, které se přetínají, bude průsečnice a s přímkami b, c rovnoběžná.

Jsou-li tedy dvě přímky a, b v prostoru rovnoběžny s třetí přímkou c, jsou všecky tři rovnoběžny.

3. Když jest přímka v prostoru k určité rovině nakloněna a vedeme její stopou na téže rovině přímky ve všelijakém směru, bude s nimi tvořiti úhly rozmanité velikosti, (viz vzorec 5).

Veďme na příklad na rovině R přímku mn, a ustanovme na ní bod s. Tímto bodem s můžeme vésti nesčíslný počet přímek kolmých na mn, protože můžeme položiti přímkou mn nesčíslný počet rovin a na každé té rovině přímku kolmou na mn.

Vzorec 5.



Budiž st jedna taková přímka v prostoru, kolmá na mn, a su přímka na rovině R, též kolmá na mn.

Položíme-li přímkama st a su rovinu Q, budeme moci od každého bodu přímky st vésti přímku, kteráž leží na rovině Q, a stojí kolmo na su. Budiž tp jedna taková přímka kolmá, svedena s bodu t.

Přímka tp bude státi též kolmo na každé přímce, kterou vedeme volně na rovině R bodem p, na příklad na přímce zv.

K tomu bude zapotřebí dokázati, že jest trojúhelník zpt, kterýž vznikne spojením bodů z s bodem t, pravoúhelný. Za tou příčinou prodlužme přímky sp a zp, udělejme $pu = ps$, $pv = pz$ a spojme i body u, v, s bodem t. Tím vzniknou shodné trojúhelníky, totiž:

$$1.\ \triangle spt \cong put \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{protože jest strana} \\ sp = pu \\ pt = pt \\ \angle spt = \angle upt = \angle R. \end{array} \right.$$

tudíž strana $st = ut$.

$$2.\ \triangle spz \cong \triangle upv \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{protože jest strana} \\ pz = pv \\ sp = pu \\ \angle spz = upv. \end{array} \right.$$

tudíž strana $sz = vu$.

$$3.\ \triangle zst \cong \triangle vut \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{protože jest strana} \\ st = ut \\ sz = uv \\ \angle zst = \angle tuv = \angle R. \end{array} \right.$$

tudíž strana $zt = tv$.

Konečně

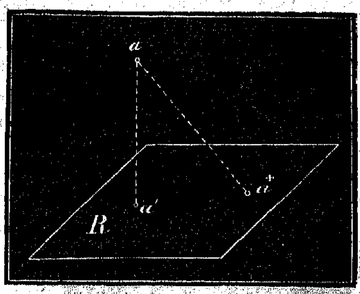
$$4.\ \triangle pzl \cong \triangle tpv \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{protože jest strana} \\ zl = tv \\ zp = pv \\ pt = pt \end{array} \right.$$

$$\text{tudíž} \sphericalangle zpt = \sphericalangle vpt.$$

Tyto stejné úhly jsou sousední čili vedlejší a tudíž musejí býti pravé, t. j. přímka tp stojí na přímce zv kolmo. Tím se tedy dokázalo, že, stojí-li přímka tp kolmo na přímce su, která leží na rovině R, může státi kolmo i na jiné přímce zv, bodem p na téže rovině dovolně vedené. Dvěma přímkama, které se přetínají, jest položení roviny určeno. Stojí-li tedy přímka v prostoru kolmo na dvou přímkách, které se na rovině přetínají, bude též státi kolmo na téže rovině.

Že se dá v každém bodu na rovině postaviti jediná přímka kolmá, jakož i že se dá svésti od každého bodu v prostoru jediná přímka kolmá na určitou rovinu, — jsou věty tak patrné, že netřeba jich ani obšírně dokazovati.

Vzorec 6.

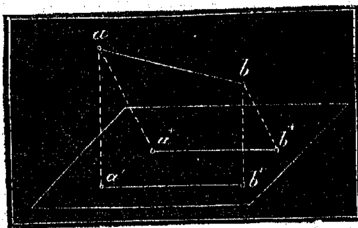


4. Svedeme-li od některého bodu a v prostoru kolmou přímku na určitou rovinu R, zove se její pata a' průmět čili projekci bodu a (viz vzorec 6); přímka aa' slove přímka promítající a rovina R rovina průmětná. Bod a' jest zároveň průmětem všech bodů čili celé přímky aa'. Vedeme-li ale od bodu a v prostoru šikmou přímku k rovině R a označíme její průsečník a^{+}, bude i tento bod a^{+} průmětem bodu a na rovině R.

Průmět čáry vznikne určením průmětů jednotlivých bodů. Na příklad: ab budiž přímka v prostoru, jejíž průmět chceme ustanoviti (viz vzorec 7).

Za tou příčinou svedeme od začátečního bodu a promítající přímku aa' na rovinu průmětnou a pomocí téže přímky budeme moci ustanoviti průměty všech ostatních bodů. Pohybujeme-li ji totiž tak, aby svůj původní směr nezměnic zponenáhla postupovala od jednoho bodu k druhému, vznikne stopou její na rovině *R* průmět $a'b'$. Rovinu, kterou průmitající přímka v prostoru spůsobuje čili prochází, zoveme rovinu promitající.

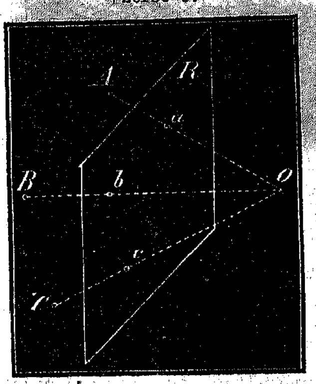
Vzorec 7.



Průmět $a'b'$ přímky ab objevuje se tudíž co průseč roviny promitající s rovinou průmětnou. Průsečnice dvou rovin jest vždy čára přímá, bude tudíž průmět přímé čáry opět čára přímá. Když tedy spojíme průměty a', b' dvou bodů čarou přímou, dostaneme průmět přímky ab. Patrno, že bude $a'b'$ zároveň průmětem všech přímek, které leží na rovině průmitající. Šikmý průmět přímé čáry ab obdržíme, ustanovíme-li šikmé průměty dvou bodů a, b a spojíme-li je potom přímkou $a^+ b^+$ (viz vzorec 7). Sluší ale podotknouti, že i při šikmých průmětech vespolná rovnoběžnost promitajících přímek se předpokládá.

Průmět čáry křivé obdržíme náležitým spojením průmětů vícera bodů jednotlivých. Postupuje-li zase promitající přímka podle křivky prostorové, neuchylujíc se od svého směru původního, tvoří se v prostoru promitající plocha valcovitá a průsečnice téže plochy s rovinou průmětnou srovnává se s průmětem křivky prostorové. Tento průmět bude zároveň průmětem všech křivých i přímých čar, které ležejí na promitající ploše valcovité, (viz vzorec 1). Průmět jakéhokoli obrazce obdržíme určením průmětů jeho stran.

Vzorec 8.



Přímky promitající mohou tedy býti rovnoběžné a přitom na průmětné rovině buď kolmo, buď šikmo. Obyčejně je stavíme kolmo a zoveme tím spůsobem určené průměty pravoúhelné čili orthogonálné. Mohou pak též vycházeti od jediného bodu a těmi vzniká průmět středový čili centrálný (polárný), (viz vzorec 8).

Chceme-li na příklad určiti středový průmět trojúhelníka ABC, vedeme od jeho rohu A, B, C promítající přímky k bodu O a označivše jejich průsečníky na nějaké rovině R, potřebujeme jich jen náležitě spojiti, aby vznikl průmět abc trojúhelníka ABC.

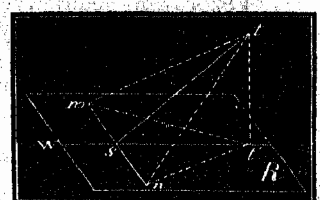
Tento způsob promítací obsahuje v sobě podstatu zvláštního rýsování, jež zoveme půhledné čili perspektivné.

Hmotné předměty stávají se nám totiž viditelnými, když světlo v přímých čarách od povrchu vycházející, na oko naše působí. Upneme-li tedy zraky své na předmět nějaký a postavíme průhlednou desku mezi týž předmět a oko své, budeme moci jednotlivé paprsky za promítající přímky považovati a jejich průsečníky na desce označiti; náležitým jich spojením obdržíme obrys předmětu, jak se nám, z určitého stanoviska naň pohlížejícím, skutečně objevuje. Obšírnější návod k vyvádění takových výkresů podává zvláštní oddíl zobrazujícího měřictví pod jmenem půhlednictví čili perspektiva.

---

5. Přihleďněme ještě k přímce st, kteráž se schází s rovinou R v jistém bodu s. Pravoúhelný průmět její budiž st' (viz vzorec 9).

Vzorec 9.



Přímka mn, kterou vedeme po rovině R bodem s kolmo na průmět st', bude též kolmá na přímce st v prostoru.

Abychom toho dokázali, udělejme $sm = sn$ a spojme body m a n s průmětem t' některého bodu t přímky st. Bude pak $\triangle\, nst' \cong mst'$

protože jest strana $sm = sn$

$st' = st'$

$\triangle\, mst' = \sphericalangle\, nst' = \sphericalangle\, R$

tudíž strana $mt' = nt'$.

Spojíme-li ještě body m a n s bodem t, bude trojúhelník $mtt' \cong \sphericalangle\, ntt'$, protože jest

strana $mt' = nt'$

$tt' = tt'$

$\sphericalangle\, mt't = \sphericalangle\, nt't = \sphericalangle\, R$

tudíž strana $mt = nt$.

Trojúhelník *nmt* jest tedy rovnoramenný, jeho strana *mn* bodem *s* rozpůlena, tudíž *st* kolmo na *mn*.

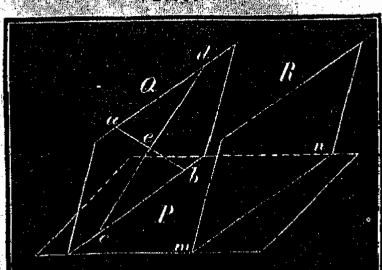
Je-li tedy přímka v prostoru k určité rovině nakloněna, scházejíc se s ní v bodu *s*, bude tvořiti s rozmanitými přímkami, jdoucími na rovině *R* bodem *s*, úhly rozmanité velikosti. Se svým průmětem tvoří na jedné straně úhel ostrý, totiž $\sphericalangle$ *tst'*, na druhé pak sousední úhel tupý, $\sphericalangle$ *wst*. S jedinou přímkou tvoří úhel pravý. Všecky ostatní úhly, které tvoří s jakoukoli jinou přímkou na rovině *R*, budou větší nebo menší úhlu pravého, nikoliv ale menší úhlu *tst'*, aniž větší úhlu *wst*.

Ostrý úhel, který tvoří přímka *st* se svým průmětem, udává její sklon k rovině *R* a protož mu říkáme **úhel sklonu**. Točí-li se přímka *st* na své promítající rovině okolo bodu *s*, až se úhel *tst'* vyrovná úhlu sousednímu *wst*, pak bude státi kolmo na dvou přímkách, *wt'* a *mn*, jdoucích na rovině *R* bodem *s*. Potom ale stojí kolmo na všech přímkách bodem *s* na rovině *R* vedených a tudíž i kolmo na rovině *R* (viz 3).

II. Vzájemné položení dvou přímek v prostoru k určitým rovinám.

Pozorování ledajakých dvou přímek a jejich položení k určité rovině nevedlo by než k týmž zákonům, kterých jsme v předešlém již byli poznali. Ustanovíme se tedy na tom, že jsou buď spolu rovnoběžny, nebo že se přetínají. V obou případech jsou k určité rovině buď rovnoběžny, nebo ji pronikají.

Vzorec 10.



1. Přímky *ab*, *cd*, přetínající se vespolek v bodu *e* buďtež rovnoběžny s rovinou *R* (viz vzor 10). Rovina *Q* jimi položená, nebude moci sejíti se s rovinou *R*, neboť by se to muselo státi podle přímky, rovnoběžné oběma přímkám *ab*, *cd*, což patrně nemožno.

Kdyby ale byly dvě přímky, *ab*, *op* na př., rovnoběžny sobě i rovině *R*, může jimi položená rovina *Q* rovinu *R* přetínati. Tím spůsobem vzniklá průsečnice bude potom rovnoběžna přímkám *ab* i *op* (viz I 2). Roviny, které se nikdy nesejdou, byť bychom jich jakkoli prodloužili, slovou rovnoběžné. Vedeme li tedy na nějaké rovině *Q* (viz vzorec 10) dvě přímky *ab*, *cd*, které se přetínají, a jakýmkoli bodem mimo rovinu *Q* ještě jiné dvě přetínající se přímky, z nichž jedna jest rovnoběžná přímce *ab*, druhá pak rovnoběžná přímce *cd*, bude těmito rovnoběžnými přímkami položená rovina, *R* na př., rovnoběžná rovině *Q*. —

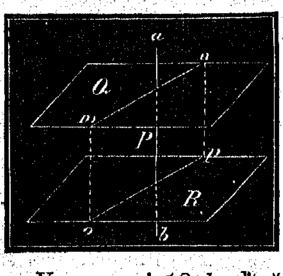
2. Vedeme-li k dvěma rovnoběžným rovinám *R*, *Q* sekoucí rovinu *P*, budou průsečnice *mn*, *bc* rovnoběžny (viz vzorec 10).

Ačkoli tyto průsečnice leží na téže rovině *P*, nemohou se přec nikterak sejíti, protože leží na rovnoběžných rovinách *Q*, *R*; že ale leží pospolu na rovině *P*, budou tedy rovnoběžny.

3. Stojí-li přímka *ab* v prostoru kolmo na jedné dvou rovin rovnoběžných, stojí též kolmo na druhé.

Ve vzorci 11 buďtež *Q*, *R* dvě rovnoběžné roviny, *ab* budiž přímka v prostoru, stojící kolmo na rovině *Q*. Položíme-li přímkou *ab* jakoukoli rovinu *P*, kteráž přetíná roviny *Q* a *R* podle přímek *mn*, *op*, stojí pak *ab* kolmo na *mn*; že jest ale přímka *mn* rovnoběžna *op*, stojí *ab* též kolmo na *op*. Nechť dáme nyní sekoucí rovině *P* jakékoli jiné postavení; pokud půjde přímkou *ab*, bude každá její průsečnice s rovinou *R* kolmá na přímce *ab*; tudíž jest i rovina *R* kolmá na přímce *ab*.

Vzorec 11.

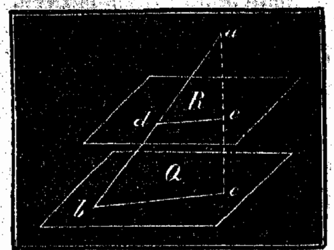


Sluší ještě podotknouti, že dvě rovnoběžné přímky *om*, *pn*, jsouce obmezeny rovnoběžnýma rovinama *Q*, *R* (viz vzorec 11) budou sobě rovny. Položíme-li totiž přímkama *om*, *pn* rovinu *P*, budou průsečnice *mn*, *op* rovnoběžny; obrazec *mnop* jest tedy obdélník, tudíž $om = pn$.

4. Jakákoli přímka *ab*, která proniká dvě rovnoběžné roviny, má k oběma stejný sklon. Ve vzorci 12 buďtež *Q*, *R* dvě rovnoběžné roviny, *ab* pak přímka pronikající rovinu *R* v bodu *d*, rovinu *Q* pak v bodu *b*. Vedeme li od některého bodu *a* přímky *ab* promítající přímku *ae* kolmo

na rovinu *R* a prodloužíme-li ji až k druhé rovině *Q*, stojí pak *ac* i na této rovině kolmo. Přímky *de*, *bc* na rovinách *R*, *Q* jsou průměty přímky *ab* v prostoru a vznikají promítající rovinou *abc*, kteráž seče rovnoběžné roviny podle rovnoběžných přímek; jsou tedy přímky *bc*, *de* rovnoběžny, tudíž úhel *ade* $= \sphericalangle$ *abc*.

Vzorec 12.



5. Jest-li že dvě rovnoběžné roviny přetínají jiné dvě roviny rovnoběžné, budou všecky čtyry průsečnice rovnoběžny.

Že dvě a dvě na jedné rovině ležící průsečnice jsou rovnoběžny, bylo již dostatečně dokázáno. Ale i dvě a dvě, které neleží na téže rovině, jsou rovnoběžny, protože je každá z nich rovnoběžná třetí přímce, s kterou leží na jedné rovině; jsou tudíž všecky čtyry průsečnice rovnoběžny.

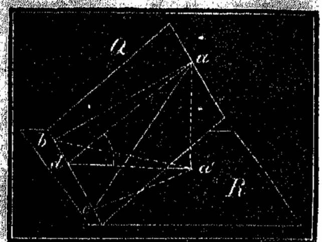
6. Stojí-li dvě přímky *ab*, *cd* na rovině *R* v bodech *b*, *d* kolmo, jsou vespolek rovnoběžny. Kdyby rovnoběžny nebyly, dala by se v bodu *d* postaviti jiná přímka, *de* na př., rovnoběžná s přímkou *ab*; pak by ale stály v bodu *d* dvě přímky kolmé na rovině, což patrně nemožno; jest tedy přímka *ab* rovnoběžna *cd*. Ostatně jest rovnoběžnost kolmých přímek tak patrná, že netřeba k tomu obšírného důkazu. Rovněž jednoduchý a patrný jest té věty opak, totiž: stojí-li přímka kolmo na rovině, každá s ní rovnoběžná přímka bude kolmá na téže rovině.

7. Pronikají-li rovnoběžné přímky určitou rovinu, jsou k ní stejně nakloněny. Na důkaz toho ustanovme jako ve vzorci 12. průmět každé přímky na téže rovině *R*. Promítající roviny budou rovnoběžny, protože jdou jednak rovnoběžnými přímkami, jednak stojí kolmo na rovině *R*. Jejich průsečnice s rovinou *R* budou tedy rovnoběžny. Mají-li ale dva úhly rovnoběžná ramena, jsou sobě rovny.

O přímkách, jež mají stejné naklonění k téže rovině, nedá se naopak tvrditi, že by museli být rovnoběžny; neboť i dvě nerovnoběžné přímky mohou býti k rovině stejně nakloněny. Mají li ale mimo stejné naklonění rovnoběžné průměty pak jsou zajisté rovnoběžny.

8. Buďtež ab, ac dvě přímky, které pronikají rovinu R v bodech c, b, přetínajíce se v bodu a (viz vzorec 13). Ustanovíme-li jejich průměty ba', ca', vzniknou pravoúhelné trojúhelníky aba', aca', mající stranu aa' společnou.

Vzorec 13.



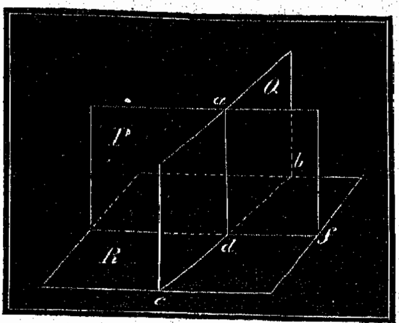
Je-li přímka ac delší než přímka ab, bude též strana ca' věčí strany ba', tudíž úhel aca' menší úhlu aba', t. j. z dvou přetínajících se přímek tvoří delší přímka ac s rovinou R menší úhel. Kdyby tedy byly přímky ab, ac stejně dlouhé, pak by měli trojúhelníky $aa'b$, $aa'c$ mimo společnou stranu aa' ještě stranu ab rovnu ac, tudíž úhel $aba' =$ úhlu aca', t. j. stejně dlouhé přímky, vycházející od společného bodu a, jsou k rovině, která je obmezuje, stejně nakloněny a naopak, stejně skloněné přímky mají stejnou délku. Položíme-li přímkami ab, ac rovinu Q, bude ze všech přímek, vedených od bodu a k průsečnici bc, kolmá přímka ad nejkratčí; ta tvoří tedy s rovinou R věčí úhel, než všecky ostatní přímky, od bodu a k průsečnici bc po rovině Q vedené.

Točíme-li rovinu Q okolo průsečnice $b\,c$, zůstává přímka ad ustavičně kolmá na bc, spůsobujíc rovinu, kolmou na bc, kdežto všecky jiné, ku bc šikmé přímky, rozmanité plochy kuželovité tvoří, jejichž vrcholy se nacházejí na přímce bc. Sklon roviny Q k rovině R možno tedy určitě vyznačiti toliko úhlem, jejž tvoří přímka ad (vůbec přímka ležící na jedné rovině kolmo k průsečnici) s rovinou R.

Jednoduchým spůsobem se ten úhel ustanoví, položíme-li kolmo na průsečnici dvou rovin sekoucí rovinu a vyznačíme-li její průsečnice s rovinami Q, R. Každou průsečnici lze považovati za průmět druhé, považujeme-li sekoucí rovinu za promítající.

Postaví-li se rovina Q na rovinu R tak, že jest úhel sklonu pravý, říkáme, že stojí roviny Q, R na sobě kolmo. Patrno, že v tomto případu každá přímka, kterou vedeme po jedné rovině kolmo k průsečnici bc, stojí též kolmo na druhé rovině. Přímka ad, na příklad, bude státi kolmo na rovině R, leží-li na rovině Q kolmo k průsečnici cb; neboť stojí kolmo na dvou přímkách, *cb*, *df*, tudíž i na rovině *R*, která jest jimi položena.

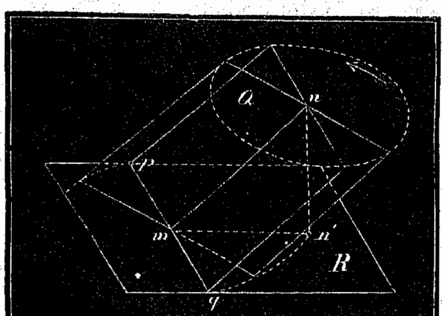
Vzorec 14.



V této pravdě zavírají se i následující věty: 1. Stojí-li přímka *ad* kolmo na rovině *R*, jakákoli rovina *P*, přímkou *ad* položená, bude též státi kolmo na rovině *R*. 2. Stojí-li dvě roviny *Q*, *P* na rovině *R* kolmo, jejich průsečnice *ad* stojí též kolmo na rovině *R*. 3. Točí-li se rovina *Q* okolo přímky *ad*, zůstává ustavičně kolmá na rovinu *R*.

Točí-li se ale rovina *Q* okolo přímky *mn*, která stojí na rovině *R* šikmo, bude při tom tvořiti s rovinou *R* úhly rozličné velikosti. Má však velikost těch úhlů určité meze. Nejmenší úhel tvoří se tehdáž, když jest průsečnice *pq* roviny *Q* s rovinou *R* kolmá na přímce *mn*, v kterémžto

Vzorec 15.

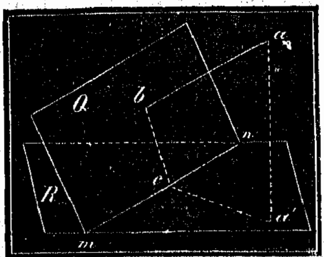


případu bude též *pq* kolmo na průmětu *mn'* přímky *mn*. Největší úhel těch rovin bude úhel pravý, kterýž vznikne, když se průsečnice *pq* srovná s průmětem *mn'* přímky *mn*; rovina *Q* srovnává se pak s průmítající rovinou přímky *mn*, jde tedy přímkou *mn'* a stojí na rovině *R* kolmo.

Ku konci tohoto pojednání o přímkách a rovinách v prostoru stůj zde ještě následující věta, v zobrazujícím měřictví se zvláštním prospěchem upotřebená: Stojí-li přímka *ab* v prostoru kolmo na nějaké rovině *Q*, která jinou danou rovinu *R* přetíná, bude její průmět na rovině *R* kolmý na průsečnici *mn* (viz vzorec 16).

Svedeme-li totiž od některého bodu *a* kolmou přímku promítající na rovinu *R*, bude přímkami *ab*, *aa'* určena promítající rovina *P*, kteráž přetíná roviny *Q* a *R* podle přímek *bc*, *ca'*, z nichž tato jest průmětem přímky *ab* na rovině *R*. Promítající rovina *P* stojí kolmo na rovinách *Q*, *R*, protože jde přímkami *ab*, *aa'*, kteréž stojí kolmo na rovinách *Q*, *R*; rovina *P* stojí tedy též kolmo na průsečnici *mn* rovin *Q*, *R*. Naopak stojí průsečnice *mn* kolmo na rovině *P* a tudíž i kolmo na přímce *ca'*, kteráž jest průmětem přímky *ab*. Rovněž patrný bude nyní té věty opak, totiž: Stojí-li průmět přímky *ab* kolmo na průsečnici nějaké roviny *Q* s rovinou průmětnou *R*, bude přímka v prostoru, *ab*, kolmá na rovině *Q*.

vzorec 16.



Uvedených zákonů měřických mohlo by se upotřebiti k rozumovému rozhodnutí rozmanitých úloh sem náležitých.

Na příklad stůj zde jen tato prostá úloha: od některého bodu v prostoru má se vésti přímka kolmá na určitou rovinu, aby se vyznačila nejkratší jeho vzdálenost od téže roviny.

Rozumové provedení stalo by se tímto spůsobem: daným bodem *a* položíme rovinu *Q*, která přetíná rovinu *R* podle přímky *bc*; na rovině *Q* vedu přímku *ad* kolmou na *bc*, bodem *d* pak na rovině *R* přímku *de* kolmou na *bc*; položím přímkami *ad*, *de* rovinu *P* a na této rovině vedu konečně od bodu *a* přímků *ae* kolmo na *de*; tato kolmá *ae* udává nejkratší vzdálenost bodu *a* od roviny *R*.

Ačkoli proti správnosti takového spůsobu ničeho nelze namítati, jest skutečné jeho provedení patrně nemožné. Kterak upevniti roviny *Q*, *P*, aby bylo možno na nich rýsovati? Již tato otázka jeví patrnou nemožnost skutečného provedení dané úlohy.

Zobrazující měřictví rozhoduje podobné úlohy bez všelikých obtíží. K tomu účeli podává návod k příhodnému vyobrazování všelikých tvarů prostorových na jediné rovině; pomocí těch obrazů rozbírá a skládá jednotlivé částky předmětu, určuje jejich souvislost i velikost a výsledky všeho podává opět v obrazech viditelných, na téže rovině zhotovených. Všecko to děje se pomocí průmětů, o nichž se stala zmínka již na straně 9.

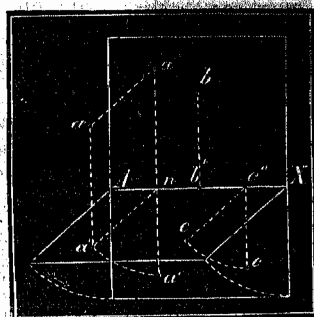
Hlava druhá.

Stanovení bodu, čáry a roviny pomocí průmětův.

I. Položení bodu a čáry v prostoru bude stanoveno, jsou-li dány jejich průměty na dvou nepohnutných rovinách, které se vzájemně přetínají (viz vzorec 17).

1. Jsou-li na příklad a', a'' průměty bodu na dvou se přetínajících rovinách, najde se příslušný bod a v prostoru pomocí průmítajících přímek $a'a$, $a''a$, které postavíme v bodech a', a'' na průmětné roviny kolmo.

Vzorec 17.



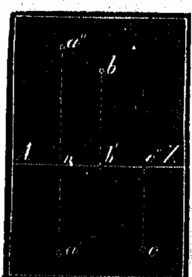
Přímky $a'a$, $a''a$ určují v prostoru rovinu průmítající, která stojí kolmo na obou rovinách průmětných jakož i na jejich průsečnici AX. Na této rovině objevuje se obdélník $aa'na''$, jehož strany $a'n = aa''$, $a''n = aa'$ vyznačují vzdálenost bodu a od rovin průmětných. — Průmětné roviny stavíme k sobě pravoúhelně, kladouce jednu vodorovně, druhou pak vertikalně a rozeznáváme průměty, na nich se nacházející, jmenem půdorysy a nárysy K vůli snadnějšímu přehledu označujeme skutečný bod v prostoru některým písmenem, jeho půdorys týmž písmenem s čarkou, nárys pak dvěma čarkama. a' bude tedy půdorys, a'' nárys bodu a.

Společná průsečnice, AX, rovin průmětných zove se **osa** nebo půdice (basis).

Aby pak bylo možno hotoviti průměty všelijakých předmětů, jakož i pomocné kresby, jejichž potřeba se při rozhodování jednotlivých úloh objeví, sklopíme vždy rovinu půdorysnou okolo půdice *AX*, aby se obě roviny průmětné srovnaly. Tím spůsobem obdržíme oba průměty na jediné rovině, kteréž říkáme rovina nákresná nebo *průmětna.*

Na příklad budiž a' půdorys, a'' nárys bodu a, kterýž leží nad rovinou půdorysnou a před rovinou nárysnou (viz vzorec 17). Když se sklopuje rovina půdorysná okolo osy *AX*, opisuje každý její bod, tudíž i bod a' oblouk kruhový, jehož polouměr $a'n$ zůstává ustavičně kolmý na *AX*. Když se tedy již rovina půdorysná s rovinou nárysnou sjednotila, nachází se potom půdorys a' pod půdicí, nárys a'' pak nad půdicí, jsouce spojeny promítající přímkou $a'a''$, kteráž stojí kolmo na půdici *AX*.

Vzorec 18.



Ve vzorci 18. vidíme průměty a', a'' prostorového bodu a, jako by původní roviny vodorovné ani nebylo bývalo. Abychom z takovýchto průmětů mohli položení bodu a v prostoru vyhledati, pomysleme si rovinu půdorysnou v jejím původním položení vodorovném, postavme v bodu a' kolmou přímku na rovinu vodorovnou, v bodu a'' pak kolmou přímku na rovinu nárysnou; tyto kolmé přímky přetínají se pak v prostoru a tím určuje se bod a.

Přímka na', ležící na rovině půdorysné, udává vzdálenost bodu a v prostoru od roviny nárysné, přímka na'' pak, ležící na rovině nárysné, udává vzdálenost téhož bodu od roviny půdorysné. Již z těchto vzdáleností, které se vždy na nákresné rovině nalézají, můžeme si položení bodu a v prostoru představiti, aniž by bylo zapotřebí půdorysnou rovinu do vodorovného položení vraceti. Leží-li nějaký bod na některé rovině průmětné, spadá tu se svým průmětem; jeho průmět na druhé rovině nachází se ale na půdici. Bod b na př. leží na rovině nárysné, jeho půdorysem jest tedy bod b' na půdici; bod c leží ale na rovině půdorysné, jeho nárysem jest tedy bod c'' na půdici.

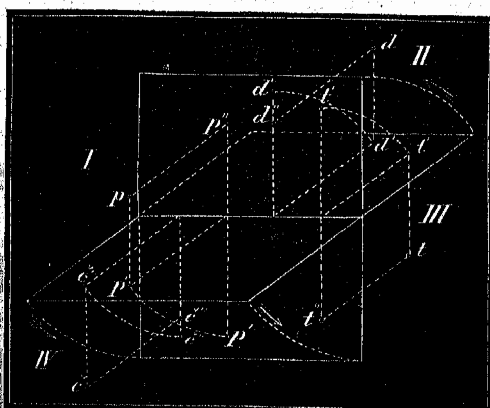
V podaném vysvětlení nacházel se bod a v prostoru před rovinou nárysnou a nad rovinou půdorysnou.

Jak ale určíme průměty bodův, které leží za rovinou nárysnou a t. d.?

Prodloužením obou rovin průmětných rozděluje se prostor na čtyry čtvrtě. První čtvrt nachází se, jak již známo, nad rovinou půdorysnou a před nárysnou, druhá pak nad půdorysnou a za nárysnou, třetí pod půdorysnou a za nárysnou, konečně čtvrtá pod půdorysnou a před nárysnou. V každé čtvrti vytkneme si jeden bod, určíme oba jeho průměty a budeme přihlížeti, kam přilehne půdorys po sklopení roviny vodorovné.

V první čtvrti (viz vzorec 19.) jest bod *p*. Jeho půdorys nachází se jako ve vzorci 18. pod půdicí, nárys pak nad půdicí.

Vzorec 19.



V druhé čtvrti jest bod *d*, jehož půdorysem na rovině vodorovné jest *d'*, nárysem pak *d''*. Po sklopení půdorysné roviny přilehne její zadní částka i s půdorysem *d'* na vrchní částku roviny nárysné; oba průměty bodu *d* nacházejí se tedy na jedné straně a sice nad půdicí.

Nachází-li se bod *t* v třetí čtvrti, bude *t'* jeho půdorysem, *t''* pak nárysem. Po sklopení půdorysné roviny octne se půdorys *t'* nad půdicí, nárys *t''* ale zůstává pod půdicí.

Nachází-li se konečně bod *č* ve čtvrté čtvrti, bude bod *č''* pod půdicí jeho nárysem, bod *č'* pak půdorysem na rovině vodorovné. Po sklopení této roviny octne se půdorys *č'* též pod půdicí. Patrno, že při sklopování půdorysné roviny zůstává rovina nárysná nepohnuta, tudíž i nárys každého bodu; vzdálenost průmětův od půdice řídí se ale podle vzdálenosti prostorového bodu od druhé roviny průmětné.

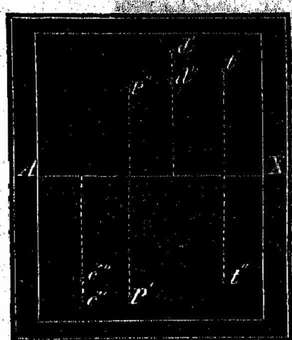
Leží-li na př. bod d rovině půdorysné blíže než nárysné, bude jeho půdorys d' (dobře rozuměj!) od půdice vzdálenější než nárys d''. Obrácený poměr tento platí vždycky, ať se nachází prostorový bod v kterékoli čtvrti.

Vzorec 20 poskytuje přehled průmětův bodů $p, d, t, č$ po sklopení roviny půdorysné, leží-li bod p v první, bod d v druhé, bod t v třetí a bod $č$ ve čtvrté čtvrti.

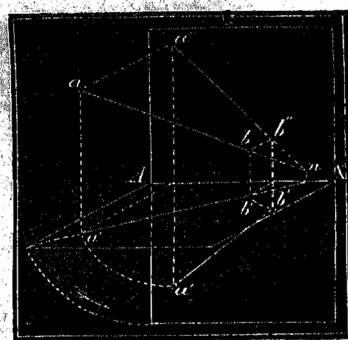
Při rýsování průmětův vedeme tedy na rovině papíru přímku vodorovnou a považujeme ji za půdici; nad touto přímkou máme pak zadní část roviny půdorysné sjednocenou s vrchní částí roviny nárysné, pod půdicí jest ale rovina půdorysná sjednocena se spodní částí roviny nárysné.

Připomínáme, aby začátečník o těchto věcech nabyti hleděl jasného názoru a přesvědčení, chce-li s prospěchem pokračovati.

Vzorec 20.



Vzorec 21.



II. Jsouli $a'b'$, $a''b''$ dané průměty přímky, (viz vzorec 21), dá se její položení v prostoru takto ustanoviti: Nejprvé položíme půdorysem $a'b'$ promítající rovinu kolmo na rovinu půdorysnou a tolikéž nárysem $a''b''$ rovinu promítající kolmo na rovinu nárysnou; průsečnice těch dvou rovin promítajících určuje pak položení přímky ab v prostoru.

Dvěma body jest určeno položení každé přímky. Určíme-li tedy průměty dvou bodů prostorových a, b, a spojíme-li je přímkami $a'b'$, $a''b''$, obdržíme průměty přímky ab v prostoru. Ve vzorci 21, kterýž má znázorňovati souvislost přímky prostorové ab s jejími průměty, spatřujeme dva půdorysy $a'b'$ téže přímky. První půdorys leží totiž na rovině vodorovné, tudíž před půdicí AX; sklopí-li se potom rovina ta okolo půdice AX, aby se sjednotila s rovinou nákresnou, stane se to i s půdorysem $a'b'$. Při rýsování průmětův vypouští se vodorovné položení půdorysné roviny a půdorysy všelikých čar a jimi obmezených obrazcův rýsují se tak, jako by byla rovina půdorysná již napřed sklopena bývala. Leží-li tedy přímka ab v první čtvrti, bude její nárys nad půdicí, půdorys pak pod půdicí, a t. d.

Přímka v prostoru může míti k průmětným rovinám všelijaké položení, totiž:

1. Je-li přímka v prostoru vodorovná, bude její nárys rovnoběžný s půdicí, je-li ale rovnoběžná s rovinou nárysnou, bude její půdorys rovnoběžný s půdicí.

2. Stojí-li přímka v prostoru na jedné průmětné rovině kolmo, bude její průmět na téže rovině pouhý bod; na druhé rovině stojí ale její průmět kolmo na půdici.

3. Je-li přímka v prostoru rovnoběžná půdici, budou oba její průměty rovnoběžné s půdicí.

4. Leží-li přímka na jedné průmětné rovině, srovnává se na téže rovině se svým průmětem, druhý průmět nalezá se pak na půdici.

5. Přetínají-li se dvě přímky v prostoru, budou se i jejich stejnolehlé průměty přetínati a průměty průsečníka nacházejí se pak na téže promítající přímce, kteráž stojí kolmo na půdici. Sluší ale připomenouti, že se, byť se i průměty dvou přímek přetínaly, neleží-li oba průměty průsečníka na dotčené přímce promítající, — tehdáž příslušné přímky v prostoru nepřetínají, ačkoli nejsou rovnoběžné.

6. Rovnoběžné přímky prostorové budou míti na jakékoli rovině rovnoběžné průměty; neboť jejich průmítající roviny, jsouce rovnoběžny, budou přetínati průmětné roviny podle přímek rovnoběžných.

7. Stojí-li dvě přímky v prostoru na sobě kolmo, nebudou jejich stejnolehlé průměty nevyhnutelně na sobě kolmo. Na důkaz toho pomysleme si v prostoru přímku ab, stojící kolmo na přímce ac v bodu a. Týmž bodem a možno vésti ještě nesčíslný počet přímek kolmých na ac, kteréž vesměs leží na jedné rovině P, bodem a kolmo na přímce ac položené. Není-li rovina P zároveň kolmá na rovině průmětné, budou míti všecky ty přímky rozličné průměty. Jediná z nich bude míti průmět kolmý na průmětu přímky ac, totiž ta, jejíž průmítající rovina stojí kolmo na průmětu

přímky *ac*. Jsou-li tedy dvě přímky v prostoru na sobě kolmo, budou jejich průměty obyčejně na sobě šikmo.

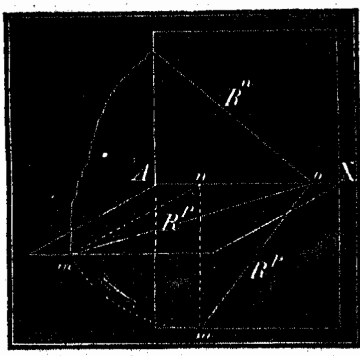
8. Je li přímka v prostoru tak postavena, že se obě průmítající roviny její srovnávají v jedinou, budou oba průměty kolmo na půdici. V jediném případě tomto nestačují dva průměty k určitému ustanovení přímky prostorové, protože se promítající roviny nepřetínají.

9. Je-li přímka v prostoru rozdělena na částky, stojící k sobě v jakémkoli poměru, budou průměty těch částek tvořiti ty samé poměry. Promítající přímky jednotlivých bodů dělících leží totiž vesměs na promítající rovině dané přímky a jsouce rovnoběžny, dělí průmět její na částky, kteréž dle zákonů plochoměrských tvoří poměry, rovnající se poměrům částek na přímce prostorové.

Rozumové odůvodnění všeho, co v těchto devíti větách povědíno, stalo by se na základě pravd měřických, v předu pojednaných, ač již pouhým názorem jasného o nich nabudeme přesvědčení.

III. Na straně 3. a 4. bylo vysvětleno, že se položení roviny v prostoru určuje buď přímkou a mimo ni ležícím bodem, nebo dvěma přímkama, ježto jsou buď rovnoběžny, buď se přetínají. Z průmětů určovacích těchto částek bylo by ovšem možno, položení roviny v prostoru poznati; nicméně určíme je příhodněji, ustanovíme-li její průsečnice s rovinami průmětnými. Těmto průsečnicím říkáme **stopy**; bude tedy R^n stopa nárysná, R^p stopa půdorysná roviny R (viz vzorec 22).

Vzorec 22.



Pokud jest půdorysná rovina vodorovná, bude i půdorysná stopa R^p vodorovná; sklopí-li se ale půdorysná rovina okolo půdice AX na prodlouženou rovinu nárysnou (čili na rovinu nákresnou), stane se to i se stopou R^p; každý její bod, m na př., spůsobuje oblouk kruhový, jehož středobod n leží na půdici AX. Obdržíme tedy půdorysnou stopu roviny R, spojíme-li sklopený bod m s bodem o na půdici ležícím, kterýž při sklopování půdorysné roviny místo své nezměnil.

Poznámka. Úhel, jejž tvoří stopa nárysná se stopou půdorysnou, pokud jsou průmětné roviny v původním postavení pravoúhelném, zvěčuje se sklopením roviny nárysné; nikoliv ale úhly, jež tvoří jednotlivé stopy s půdicí.

Položení roviny *R* porovnáváme s rovinami průmětnými, její stopy ale s půdicí.

1. Je-li rovina v prostoru rovnoběžná některé rovině průmětné, bude státi na druhé rovině kolmo; její stopa na této rovině bude rovnoběžná půdici.

2. Stojí-li rovina v prostoru na jedné průmětné kolmo, bude její stopa na druhé průmětné kolmo na půdici.

3. Stojí-li rovina v prostoru na obou průmětných kolmo, bude též kolmá na jejich průsečnici a obě stopy její budou kolmé na půdici.

4. Je-li rovina v prostoru rovnoběžná s půdicí, budou též obě její stopy rovnoběžny s půdicí.

5. Je-li rovina v prostoru nakloněna k půdici i k rovinám průmětným, budou též obě její stopy k půdici nakloněny a sejdou se v jednom bodu na půdici.

6 Jsou-li dvě roviny v prostoru rovnoběžné, budou též stejnolehlé stopy jejich rovnoběžné.

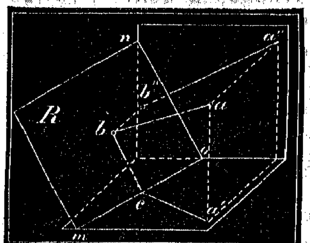
7. Stopy dvou rovin, stojících v prostoru na sobě kolmo, bývají zřídka pravoúhelné. Je li na příklad *R* nějaká rovina v prostoru, na které stojí přímka *ab* kolmo, budou ovšem všecky roviny, položené přímkou *ab*, kolmo na rovině *R*; jejich stopy ale budou tvořiti se stopami roviny *R* úhly rozmanité velikosti. Toliko v tom případu, když stojí dvě roviny kolmo na některé rovině průmětné, budou se jejich stopy na téže rovině pravoúhelně přetínati.

8. Je-li přímka *ab* v prostoru rovnoběžná nějaké rovině *R*, nebývají její průměty rovnoběžny stopám téže roviny. Na důkaz toho pomysleme si některým bodem přímky *ab* nesčíslný počet přímek, rovnoběžných rovině *R*; všecky budou ležeti na rovině *Q*, kteráž jest rovnoběžná rovině *R*, průměty jejich budou ale míti všelijaké položení k stopám roviny *R*. Jediná z těch přímek bude míti rovnoběžný průmět se stopou roviny *R*, totiž ta, která je rovnoběžná s touže stopou, tudíž i s rovinou průmětnou. Toliko když stojí rovina *R* na některé rovině průmětné kolmo, budou průměty všech těch přímek na téže rovině průmětné se sto-

pou roviny *R* rovnoběžny. Stojí-li tedy rovina *R* kolmo na obou rovinách průmětných, budou oba průměty přímky *ab* stopám roviny *R* rovnoběžny.

9. Stojí-li přímka *ab* v prostoru na nějaké rovině *R* kolmo, budou její průměty kolmo na stopách téže roviny *R*. *ab* budiž přímka v prostoru, stojící kolmo na rovině *R*, jejíž stopy jsou *mo* a *no* (viz vzorec 23).

Vzorec 23.



Svedeme-li od některého bodu *a* přímky *ab* promítající přímku *aa'* kolmo na rovinu půdorysnou, a položíme-li přímkami *ab*, *aa'* rovinu *Q*, vznikne průsečnice *bc*, *ca'*, z nichž tato jest průmětem přímky *ab* na rovině půdorysné. Promítající rovina *Q* stojí kolmo na rovině *R* jakož i na půdorysné rovině *P*, protože jde přímkami *ab*, *aa'*; stojí tedy též kolmo na jejich průsečnici *mo*, a naopak, *mo* stojí kolmo na rovině *Q*. Stopa roviny stojí tedy kolmo na průmětu přímky a průmět přímky stojí kolmo na stopě roviny *R*, čímž se vyslovená věta vysvětluje.

Rovněž patrný bude nyní té věty opak, totiž: Stojí-li průmět přímky kolmo na stopě roviny, bude též příslušná přímka v prostoru kolmá na téže rovině.

Avšak vzájemnost právě vyslovená pozbývá platnosti v tom případu, když jest rovina *R* rovnoběžná půdicí; neboť přímka v prostoru může býti k takové rovině všelijak nakloněna, byť i byly její průměty kolmo na stopách téže roviny.

Než ještě přistoupíme k rozhodování úloh zobrazujícímu měřictví příslušných, ustanovíme si některá pravidla, podle nichž se budeme spravovati při vyvádění potřebných k tomu výkresův.

Průměty můžeme považovati za obrazy. Že ale k náležitému určení tvarů prostorových nejméně dvou průmětů zapotřebí, považujeme půdorys, jakobychom pohlíželi na předmět s hůry dolů, nárys pak, jako bychom pohlíželi na týž předmět s předu. Při tom myslíme si oko v nekonečné vzdálenosti od roviny průmětné, aby zorní přímky mohli býti považovány za rovnoběžné přímky promítající.

Obrysy předmětů, stopy daných rovin, jakož i průměty takových čar, které, jsouce k oku obráceny, mohou býti viditelny, vyznačujeme plnými čarami; takové čáry ale, které jsou předními nebo vrchními částkami rovin zakryty, tečkují se a sice poněkud tučněji než přímky promítající, kteréž co nejdrobněji tečkujeme.

Čáry pomocné k rozhodnutí nějaké úlohy budou tečkovány, ať jsou viditelné nebo nic; je-li ale některá taková čára jiných důležitější, tečkuje se tučněji, nebo se vyznačí krátkými čarkami, které se střídají s body.

Výsledky všech úloh rýsují se, pokud jsou viditelny, plnými čarami.

Body a čáry v prostoru pojmenujeme písmeny a jejich průměty označíme týmiž písmeny a jednou nebo více čarkami. Mluvíme-li na příklad o bodu, jehož průměty jsou a', a'', můžeme říci: bod a', a''; při tom ale třeba představiti si bod a na náležitém místě v prostoru. Totéž platí o čarách.

Roviny v prostoru budeme jmenovati písmeny R, P, Q..., jejich stopy pak označíme R^n, P^n, Q^n.... v náryse, R^p, P^p, Q^p.... pak v půdoryse. Někdy také označíme nárysnou i půdorysnou stopu roviny zvláštními písmeny. Osu čili půdici označíme vždy písmeny AX.

Pro každou důležitější úlohu zhotovíme si zvláštní obrazec. K tomuto účelu vedeme na rovině nákresné nejprvé čáru vodorovnou, kteráž představuje osu průmětnou čili půdici; máme pak nad půdicí rovinu nárysnou sjednocenou se zadní částkou roviny půdorysné, pod půdicí ale rovinu půdorysnou sjednocenou se spodní částí roviny nárysné. Potom zhotovíme si průměty daných bodů a čar nebo stopy daných rovin, a porozjímajíce o spůsobu k rozhodnutí dané úlohy, vyrýsujeme příhodné k tomu body, čáry a roviny pomocné, konečně pak výsledky čili rozhodnutí dané úlohy.

Tělesa, o kterých v tomto prvním oddělení bude jednáno, budou obmezena toliko rovinami. Přidáme-li k nim ještě obyčejný válec a kužel, budeme moci považovať válec za hranol, kužel pak za jehlanec s nesčíslným počtem stran.

Abychom tedy obdrželi průměty jakéhokoli tělesa hranatého, vyrýsujeme průměty jeho jednotlivých stran, přihlížejíce bedlivě k tomu, abychom plnými čarami vyznačili průměty toliko takových stran, které v půdoryse s hůry, v náryse pak s předu skutečně vidíny býti mohou, jestli že si příslušné těleso mezi průmětnými rovinami v náležitém postavení představíme. V předběžném rýsování průmětů tužkou můžeme ovšem veškeré čáry plně kresliti, při vytahování jich tuší musí se ale dotčeného pravidla šetřiti. Průměty koule obdržíme, ustanovíme-li nejprvé průměty středního bodu a vyrýsujeme-li potom okolo těchto bodů příslušným poloměrem kruhy, kteréž pak za průměty největších kruhů na téže kouli se nacházejících, považovány býti mohou.

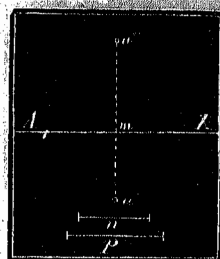
Nestačí-li půdorys a nárys k dostatečnému vyobrazení daného předmětu, nebo k rozhodnutí nějaké úlohy, může se vzíti vedle půdorysné roviny ještě jakákoli rovina pobočná, na které se ustanoví průmět téhož předmětu, k čemuž na příslušném místě potřebný návod položíme.

Hlava třetí.

Úlohy o bodech, přímkách a rovinách.

1. Přímka p udává vzdálenost bodu a od roviny půdorysné, přímka n pak od roviny nárysné, mají se ustanoviť průměty téhož bodu (viz vzorec 24).

Vzorec 24.



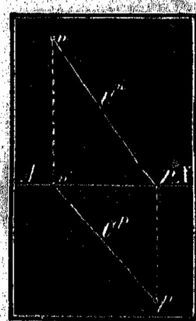
Rozhodnutí. $A\ X$ budiž půdice. Postavíme-li v některém bodu m na půdici kolmou a uděláme ma' rovnu přímce n, ma'' pak rovnu přímce p, bude a' půdorysem, a'' pak nárysem bodu a.

2. Je-li dán průmět bodu a na jedné rovině průmětné i vzdálenost jeho od téže roviny, má se ustanoviť druhý průmět bodu a.

Rozhodnutí jest snadné.

3. Dány jsou průměty neobmezené přímky C (viz vzorec 25); mají se ustanoviť její stopy na rovinách průmětných.

Vzorec 25.



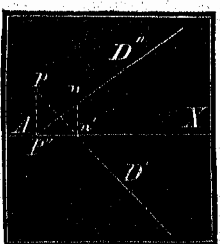
Rozhodnutí. Tyto stopy vzniknou, prodloužíme-li přímku C dostatečně. Půdorys nárysné stopy, jakož i nárys půdorysné stopy nachází se na půdici. Prodloužíme-li tedy daný půdorys C^p až k půdici, obdržíme tu bod n'; v tomto bodu postavíme kolmou přímku promítající, až se sejde s prodlouženým nárysem C^n v bodu n; bude pak tento bod n stopou nárysnou přímky C. Jejím půdorysem jest bod n' na půdici. Rovněž najde se stopa půdorysná, prodloužíme-li nárysný průmět přímky C až k půdici; tím obdržíme bod p'', kterýž jest nárysem žádané stopy půdorysné. Postavíme-li tedy v bodu p'' kolmou přímku promítající až se sejde s prodlouženým půdorysem C^p v bodu p, bude tento bod p žádaná stopa půdorysná.

Body n a p jsou tedy žádané stopy čili průsečníky přímky C s rovinama průmětnýma a určují položení přímky C v prostoru.

Jsou-li tedy dány stopy nějaké přímky D na rovinách průmětných, mají se

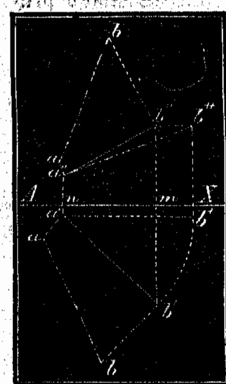
4. vyrýsovat průměty téže přímky (viz vzorec 26).

Vzorec 26.



Rozhodnutí. Spojíme-li půdorysnou stopu p s půdorysem n' nárysné stopy, obdržíme půdorys; spojíme-li pak nárysnou stopu n s nárysem p'' stopy půdorysné, obdržíme nárys přímky D. Stopy přímky mohou býti vzhledem na půdici všelijak položeny. Jsou-li na př. vzorci 26 D', D'' dané průměty přímky D, jejíž stopy mají se ustanoviti, prodloužíme půdorys D' až k půdici, a postavíme v bodu n' kolmou, jež přetíná nárys v bodu n; prodloužíme-li i nárys D'' až k půdici a postavíme-li v bodu p'' kolmou přímku promítající až se sejde s prodlouženým půdorysem v bodu p, budou pak body n a p žádané stopy přímky D. Půdorysná stopa p leží nyní nad půdicí, protože přímka D proniká rovinu půdorysnou teprv za rovinou nárysnou. Bod p leží tedy v druhé čtvrti a tudíž objevuje se po sklopení roviny půdorysné nad půdicí.

Vzorec 27.



5. Když jsou dány průměty obmezené přímky ab, má se ustanovit její pravá délka (viz vzorec 27).

Rozhodnutí. Půdorys $a'b'$, skutečná přímka ab v prostoru a promítající přímky $aa' = a''n$, $bb' = b''m$ tvoří v prostoru lichoběžník, jenž má $a'b'$ za půdici. Tento lichoběžník obdržíme v pravé velikosti, sklopíme-li jej buď okolo půdice $a'b'$ na rovinu půdorysnou, buď jej otočíme okolo přímky

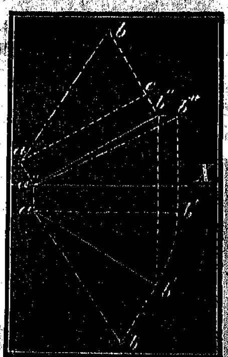
aa', aby se stal rovnoběžným s rovinou nárysnou. V prvním případu vedeme na rovině půdorysné přímky $a'a$, $b'b$ kolmo na $a'b'$, uděláme $a'a = na''$, $b'b = mb''$ a spojením bodu a s bodem b obdržíme přímku ab v pravé velikosti.

V druhém případu opišeme poloměrem $a'b'$ oblouk $b'b^+$, kterýž můžeme považovať za půdorys oblouka vodorovného, utvořeného otáčením prostorového bodu b okolo bodu a, vedeme $a'b^+$ rovnoběžně s půdicí AX, v bodu b^+ postavíme promítající přímku b^+b^+, až se sejde s nárysem téhož oblouka v bodu b^+. Přímka $a''b^+$ udává potom pravou délku přímky ab v prostoru.

Přímka ab v prostoru, její promítající přímky aa'', bb'' na rovinu nárysnou, konečně nárys $a''b''$ zavírají též lichoběžník, jejž můžeme sklopiť buď na rovinu nárysnou, nebo otočiť okolo přímky aa'', aby se stal rovnoběžným s rovinou půdorysnou, při čemž obdržíme též přímku ab v pravé velikosti.

Vychází-li ale daná přímka ab od některého bodu roviny průmětné, nebo od půdice AX, obdržíme místo lichoběžníka trojúhelník pravoúhelný, kterýž podobně toliko sklopiti nebo otočiti třeba, aby se objevila pravá délka dané přímky.

Vzorec 28



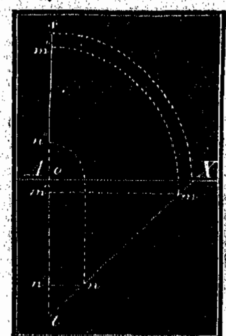
Ve vzorci 28 vychází přímka ab od bodu a na rovině půdorysné, její průměty jsou ab', $a''b''$, pravou délkou její jest přepona ab pravoúhelného trojúhelníka $ab'b$ na rovinu půdorysnou sklopeného. Týž trojúhelník jest ve vzorci 28. otočen okolo bodu a, aby se stal rovnoběžným s rovinou nárysnou, na kteréž jest $a''b^+$ pravou délkou prostorné přímky ab.

Mimo to obdržíme ještě pravou délku přímky ab na rovině nárysné, postavíme-li v bodech a'', b'' kolmé přímky na $a''b''$ a uděláme-li je rovny vzdálenosti končících bodů a, b v prostoru od roviny nárysné. ab jest pak pravá délka přímky ab, převedené na rovinu nárysnou.

6. Má-li se určiť pravá vzdálenost dvou bodů v prostoru, spojíme jejich průměty přímkami a ustanovíme pak pravou délku spojující přímky prostorové, jako toho máme příklady ve vzorcích 27 a 28.

7. Úhly, jež tvoří přímka v prostoru s rovinami průmětnými, rovnají se jen tehdáž svým průmětům, když jest taž přímka a tudíž i její promítající rovina některé rovině průmětné rovnoběžná; není-li, musí se pravá velikost těch úhlů z daných průmětů vyvoditi. To se děje zároveň při rozhodování úlohy právě odbyté. Sklopíme-li nebo otočíme-li tamže jmenovaný trojúhelník pravoúhelný, objeví se též žádaný úhel v pravé velikosti své, maje za vrchol příslušnou stopu přímky prostorové.

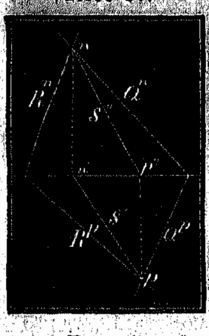
Vzorec 29.



Ve vzorci 28. jest tedy úhel $bab' = b + a''X$, jejž tvoří přímka ab s rovinou půdorysnou, v pravé velikosti; v tom samém vzorci jest na rovině nárysné úhel bac, jejž tvoří přímka ab v prostoru s rovinou nárysnou. —

8. Je-li rovina v prostoru kolmá na půdici AX, budou se srovnávať průměty všech na ní ležících přímek se stopami téže roviny (viz vzorec 29). $m'n'$, $m''n''$ buďtež dané průměty takové přímky. Pravou její délku, jakož i úhly, jež tvoří s rovinami průmětnými, obdržíme, položíme-li promítající rovinu té přímky na některou rovinu průmětnou, na půdorysnou na př. Přitom opisuje každý bod, zvláště ale končící body m, n, kruhové oblouky, rovnoběžné s rovinou nárysnou, kteréž se objevují v náryse v pravé velikosti své okolo bodu o, v půdoryse pak co přímky rovnoběžné s půdicí; mn jest pak pravá délka dané přímky, bod t její stopa půdorysná, bod s stopa nárysná, úhly otX a oXt udávají pak pravou velikost úhlů, jež tvoří přímka mn s rovinama průmětnýma. —

Vzorec 30.

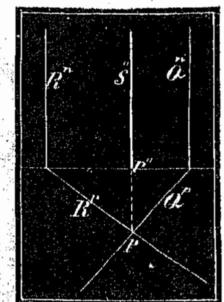


9. Když jsou dány stopy dvou rovin, mají se vyrýsovať průměty průsečnice jejich

R^n, R^p buďtež stopy jedné, Q^n, Q^p pak stopy druhé roviny (viz vzorec 30). Průsečný bod p půdorysných stop bude jeden, a průsečný bod nárysných stop n bude druhý bod, kteréž jen přímkou spojiti třeba, aby se vyznačila průsečnice těch rovin v prostoru. Průměty její se takto ustanoví: Bod p leží na rovině půdorysné, tedy jeho nárys p'' na půdici, bod n pak leží na rovině nárysné, tudíž jeho půdorys n' na půdici; náležitým spojením těch bodů obdržíme pn' za půdorys, $p''n$ za nárys průsečnice pn. —

Položení průsečnice jakož i jejich průmětů bude záležeti na určitém položení rovin, jež se přetínají; nebude tedy od místa několika zvláštních případův si povšimnouti.

Vzorec 31.

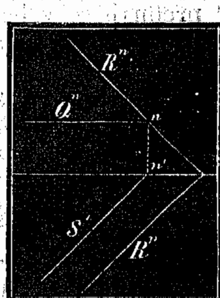


1. Stojí-li jedna rovina kolmo na jedné rovině průmětné, na půdorysné na př., položení druhé roviny buďsi jakékoli; tehdáž sjednotí se půdorys průsečnice s půdorysnou stopou první roviny, nárys pak ustanoví se spůsobem obyčejným.

2. Jsou-li obě roviny v prostoru kolmé k jedné rovině průmětné, k půdorysné na př.; bude i jejich průsečnice kolmá na téže rovině v bodu p, kterýž jest zároveň jejím půdorysem, nárys pak bude stát kolmo na půdici v bodu p'' (viz vzorec 31).

3. Stojí-li jedna rovina kolmo na půdici, položení druhé roviny buďsi jakékoli, srovnávají se oba průměty průsečnice se stopama první roviny a jsou též kolmé k půdici.

Vzorec 32.



4. Je-li jedna rovina rovnoběžná jedné rovině průmětné, půdorysné na př.; položení druhé roviny buďsi jakékoli, bude průsečnice S v prostoru též vodorovná, tudíž její nárys rovnoběžný s půdicí, půdorys pak rovnoběžný se stopou půdorysnou (viz vzorec 32). Nárysná stopa žádané průsečnice bude v bodu n, v kterémž se přetínají nárysné stopy obou rovin; nárys průsečnice půjde tedy bodem n rovnoběžně s půdicí, půdorys S' půjde ale bodem n' rovnoběžně s půdorysnou stopou R^p.

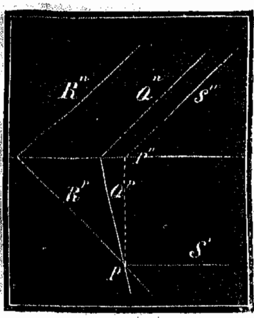
5. Půdorysné stopy daných rovin buďtež rovnoběžny, nárysné stopy ale nerovnoběžny; průsečnice S bude rovno-

běžná stopám půdorysným, tudíž její nárys rovnoběžný půdici.

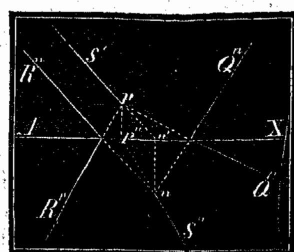
Jsou-li ale nárysné stopy dvou rovin rovnoběžny a půdorysné se přetínají, bude průsečnice S rovnoběžná stopám nárysným a tudíž její půdorys S' rovnoběžný půdici (viz vzorec 33).

Půdorysná stopa průsečnice S bude nyní v bodu p, v kterémž se přetínají půdorysné stopy rovin R a Q, její půdorys S' půjde tedy týmž bodem p rovnoběžně s půdicí, nárys S'' pak bodem p'' rovnoběžně nárysným stopám R^n a Q^n.

Vzorec 33.



Vzorec 34.



6. Přetínají-li se půdorysné stopy dvou rovin teprv nad půdicí, nárysné stopy pak pod půdicí, jako toho máme příklad ve vzorci 34, nachází se jejich průsečnice v prostoru za rovinou nárysnou; oba její průměty ustanoví se ale způsobem obyčejným. Prodloužené stopy nárysné R^n, Q^n přetínají se v bodu n, jehož půdorysem jest bod n' na půdici; půdorysné stopy R^p, Q^p přetínají se v bodu p, jehož nárysem jest bod p'' na půdici. Spojením bodu n' s bodem p obdržíme půdorys S', spojením bodu p'' s bodem n pak nárys S'' žádané průsečnice S.

Abychom i pro tento případ o položení průsečnice S v prostoru jasného nabyli názoru, pomysleme si půdorysnou rovinu ve vodorovném položení. Při tom zůstává bod n na svém místě pod půdicí, bod p ale bude ležeti na zadní částce roviny vodorovné.

Spojením bodu n s bodem p obdržíme přímku np ve třetí čtvrti, tudíž její nárys pod půdicí, půdorys pak za půdicí. Sledujeme-li pak směr té přímky v prostoru, vycházejíce od bodu n a postupujíce k bodu p, bude patrno, že tímto bodem p vchází přímka np do druhé čtvrti; v obráceném směru vchází ale přímka pn bodem n do čtvrté čtvrti. Tím odůvodňuje se tedy a objasňuje kromobyčejné položení obou průmětův žádané průsečnice.

7. Obě roviny v prostoru buďtež tak položeny, že po sklopení roviny půdorysné všecky čtyry stopy jejich tvoří toliko dvě přímky vespolně se přetínající (viz vzorec 35). V průsečném bodu p nebo n nárysných i půdorysných stop nachází se též nárysná i půdorysná stopa hledané průsečnice. Považujeme-li tedy bod n za nárysnou stopu průsečnice, bude jeho půdorys n' na půdici; považujeme-li bod p za půdorysnou stopu, bude jeho nárys bod p'' na půdici; následovně složí se oba průměty hledané průsečnice v přímku jedinou, stojící v bodu n' kolmo na půdici.

Vzorec 35.

Půdorysná i nárysná stopa průsečnice jsou od půdice v stejné vzdálenosti; pomyslíme-li si tedy průmětné roviny v původním postavení pravoúhelném, objeví se pravoúhelný trojúhelník, jenž má stejně dlouhé odvěsny a průsečnici pn za přeponu. Z toho jde, že průsečnice pn v prostoru tvoří s rovinama průmětnýma úhly o 45 stupních.

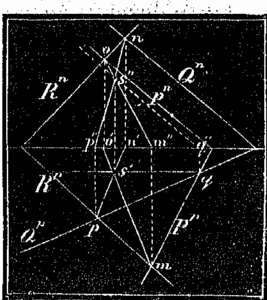
Částka průsečnice S, obmezená body p, n, nachází se v prostoru za rovinou nárysnou a nad půdorysnou, tudíž v druhé čtvrti.

Sledujeme-li tedy její směr, vycházejíce při tom od bodu p a postupujíce k bodu n, bude patrno, že v tomto bodu n prostupuje rovinu nárysnou, vcházejíc do první čtvrti; v obráceném směru ale prostupuje v bodu p rovinu vodorovnou, vcházejíc do třetí čtvrti. Prodloužíme-li ji tedy v prostoru na obou stranách dovolně, spadá pak nárys její s půdorysem a po sklopení roviny vodorovné tvoří pospolu přímku spojitou, stojící v bodu n' kolmo na půdici.

8. Jsou-li tři roviny v prostoru k sobě tím způsobem položeny, že každá přetíná obě ostatní i jejich průsečnici, půjdou všecky tři průsečnice jedním společným bodem, jehož průměty obdržíme ustanovením průmětů jednotlivých průsečnic. Na př. buďte P^n, P^p stopy jedné, Q^n, Q^p stopy druhé a R^n, R^p stopy třetí roviny (viz vzorec 36). Prů-

měty průsečnic těch rovin přetínají se v bodech s' a s'', jest tedy s' půdorysem, s'' nárysem společného bodu s, jehož položení v prostoru snadno si představiť můžeme. —

Vzorec 36.

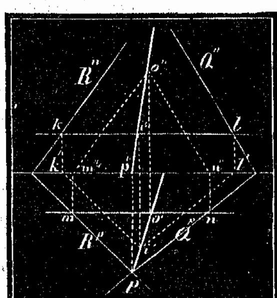


Mají-li se ustanovit průměty bodu, ležícího na nějaké rovině v jistých daných vzdálenostech od rovin průmětných, upotřebíme k tomu dvou rovin pomocných, z nichž jedna bude rovnoběžná s rovinou půdorysnou, druhá pak s rovinou nárysnou. Prvá rovina určí se stopou nárysnou, kterouž povedeme rovnoběžně s půdicí v téže od ní vzdálenosti, jakou má žádaný bod od roviny půdorysné; druhá rovina určí se ale stopou půdorysnou, kterouž povedeme rovnoběžně s půdicí v téže vzdálenosti, jakou má týž bod od roviny nárysné. Průsečník všech tří rovin bude potom bodem žádaným, a jeho průměty budou tam, kde se scházejí příslušné průměty průsečnic. —

9. Má se vyrýsovať průsečnice dvou rovin, když se jejich stopy nepřetínají.

V takových případech vyrýsujeme nejprvé průsečnici jedné nebo obou daných rovin s příhodnou rovinou pomocnou.

Vzorec 37.

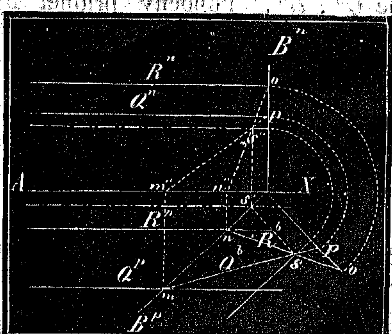


Na př. buďtež roviny R a Q, jejichž nárysné stopy se nepřetínají v mezích roviny nákresné, (viz vzorec 37). Průsečník p půdorysných stop bude jako posud jedním bodem žádané průsečnice. Abychom tedy obdrželi ještě jeden její bod, postavme v přiměřené vzdálenosti od půdice pomocnou rovinu, rovnoběžnou rovině nárysné. Její půdorysná stopa budiž na př. mn. Ustanovíme-li nyní obyčejným spůsobem průsečnice no, mo této pomocné roviny s rovinami R, Q, vznikne bod o, kterýž jen s bodem p spojiti třeba, abychom obdrželi žádanou průsečnici po rovin R, Q. Půdorysy mo', no' těch průsečnic spadají na stopu mn, jejich nárysy $m''o''$, $n''o''$ budou ale rovnoběžny stopám R^n, Q^n a sejdou se v bodu o''. Spojíme-li tedy bod p s bodem o', obdržíme půdorys, potom spojením bodu p'' s bodem o'' nárys žádané průsečnice rovin R, Q.

Kdyby se nepřetínaly půdorysné stopy daných rovin v mezích roviny nákresné, položily bychom pomocnou rovinu vodorovně, tudíž rovnoběžně s rovinou půdorysnou kl budiž její stopa nárysná, rovnoběžná s půdicí. Průsečnice této pomocné roviny s rovinami R, Q budou vodorovné, jejich nárysy spadají na stopu kl, půdorysy pak půjdou body k', l' rovnoběžně stopám R^p, Q^p a sejdou se na př. v bodu i', k němuž příslušný nárys jest i'' na stopě kl. Tím způsobem obdržíme tedy druhý bod žádané průsečnice a nyní patrno, že můžeme vyrýsovat průměty průsečnice dvou rovin, byť se ani nárysné ani půdorysné stopy jejich nepřetínaly v mezích roviny nákresné. —

Mimo tyto uvedené a upotřebené roviny pomocné, které jsme kladli rovnoběžně k rovinám průmětným, mohli bychom užíti k vyrýsování průsečnice dvou rovin i takové roviny pomocné, která jest rovnoběžna některé dané rovině, rovině Q na př. Stopy této roviny pomocné budou rovnoběžny stopám Q^n, Q^p, a průsečnice, která vznikne rovinou R a rovinou pomocnou, bude rovnoběžna průsečnici rovin Q a R. Máme-li tedy již jeden bod této průsečnice, mohou se pak průměty její snadno vyrýsovati. Není-li ale takového bodu, upotřebíme ještě druhé roviny pomocné, kterouž můžeme položiti buď zase rovnoběžně s rovinou Q, buď rovnoběžně s některou rovinou průmětnou.

Vzorec 38.



10. Jsou-li všecky čtyry stopy dvou daných rovin R, Q rovnoběžny s půdicí, nesejdou se ani nárysné ani půdorysné stopy, byť bychom jich jakkoli prodloužili (viz vzorec 38). V tom případu budou i průsečnice těch rovin, jakož i oba její průměty rovnoběžny s půdicí. Abychom ji obdrželi, ustanovíme toliko jeden její bod a tím potom povedeme rovnoběžné přímky s půdicí. Za tou příčinou položíme jakou-

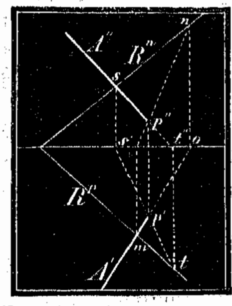
koli rovinu, kteráž přetíná obě dané roviny. Nejpříhodnější bude ta, jež stojí kolmo na jedné nebo na obou rovinách průmětných. Ve vzorci 38 jest to rovina B, stojící kolmo na rovině půdorysné. Její průsečnice s rovinou R jest v náryse $n''o$, její průsečnice s rovinou Q pak, t. j. $m''p$, též ve svém náryse. Oba nárysy přetínají se vespolek v bodu s'', kterýž jest nárysem bodu, jímž máme vésti nárys žádané průsečnice. Půdorysy obou pomocných průsečnic skládají se na půdorysnou stopu B^p roviny B. Obdržíme tedy půdorys bodu s, svedeme-li od nárysu s'' kolmou přímku promítající $s''s'$, až se sejde se stopou B^p; bude pak bod s' hledaným půdorysem bodu, jímž půjde i půdorys žádané průsečnice rovin Q a R. —

Sklopíme-li rovinu B na rovinu půdorysnou, objeví se přímky mp, no, jakož i jejich průsečník s v takovém položení, jaké mají vespolek na rovině B v prostoru. Sluší ještě upozorniti, že při sklopování roviny B každý její bod způsobuje oblouk kruhový okolo půdorysné stopy B^p. Pozorujeme-li zvláště bod s, bude půdorys jím způsobeného oblouka přímka $s's$, stojící kolmo na B^p v bodu s'. Kdyby byl tedy dán bod s' sklopený na rovinu půdorysnou, obdrželi bychom jeho půdorys s' pomocí přímky ss', kterouž vedeme od s kolmo ku B^p. Považujeme-li konečně rovinu B za pobočnou rovinu průmětnou, mohli bychom přímky mp a no považovati za stopy rovin Q a R na rovině B a označiti je Q^b, R^b. Pobočný průmět nyní již známé průsečnice půjde pak na rovině B bodem s rovnoběžně s půdorysnou stopou B^p.

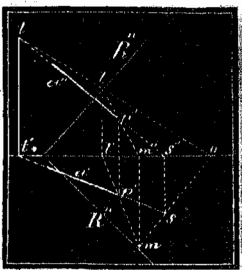
Má se ustanovit průsečník dané přímky s danou rovinou.

Položíme-li danou přímkou jakoukoli rovinu, která jinou rovinu přetíná, nachází se žádaný průsečník na této průsečnici a jeho průměty na průmětech téže průsečnice. R^n, R^p budiž daná rovina, průměty dané přímky buďtež A', A'' (viz vzorec 39). Nejpříhodnější rovina pomocná, již přímkou A položiti třeba, bude některá rovina promítající, na příklad ta, kterou vzniká půdorys A'. Její stopy budou mo, on a průměty její průsečnice s rovinou R budou mo a $m''n$, tudíž p'' nárys, p' půdorys hledaného průsečníka. Týž bod p obdržíme v průmětech pomocí roviny promítající přímku A na rovinu nárysnou. Její průsečnice s rovinou R jest $s't$ v půdoryse, st'' v nárysе. —

Vzorec 39.



Vzorec 40.

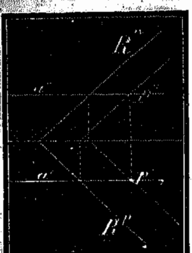


Byť i bylo položení pomocné roviny jakékoli, její stopy půjdou vždy stopami dané přímky (viz vzorec 40). Vedeme-li tedy půdorysnou stopou s dané přímky jakoukoli přímku mo, budeme ji moci za půdorysnou stopu pomocné roviny považovati; příslušnou stopu nárysnou téže roviny obdržíme spojením bodu o s nárysnou stopou t dané přímky. Průsečnice lm obou rovin ustanoví se spůsobem obyčejným a bude pak zase p'' nárysem, p' půdorysem hledaného průsečníka p.

Některé zvláštní případy:

1. Položení roviny R buďsi jakékoli, přímka pak budiž rovnoběžná půdici (viz vzorec 41). Průměty a', a'' dané přímky budou též rovnoběžny půdici, jedna rovina promítající bude rovnoběžná s rovinou nárysnou, druhá pak s rovinou půdorysnou. Obou těch rovin může se se stejným prospěchem upotřebiti. Průsečnice první roviny s rovinou R bude rovnoběžná s rovinou nárysnou, tudíž její půdorys rovnoběžný půdici, nárys pak rovnoběžný stopě R^n. Průsečnice druhé roviny s rovinou R bude vodorovná, tudíž její nárys rovnoběžný půdici, půdorys pak rovnoběžný stopě R^p. Pomocí obou rovin promítajících vznikne týž bod p, jehož průměty jsou p', p''.

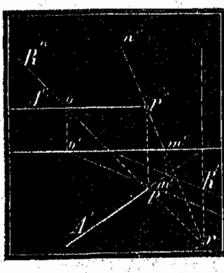
Vzorec 41.



2. Položení roviny R buďsi jakékoli, přímka pak budiž vodorovná (viz vzorec 42).

R^n, R^p buďtež stopy dané roviny; A', A'' průmětjy dané přímky.

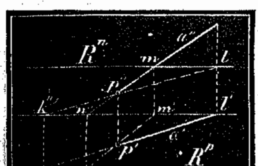
Vzorec 42



Pomocná rovina, promítající přímku A na rovinu půdorysnou, přetíná rovinu R podle přímky mn, jejíž nárys jest $n''m''$, půdorys pak se srovnává s půdorysnou stopou pomocné roviny, jakož i s půdorysem A' dané přímky. Nárys průsečnice mn schází se s nárysem přímky A v bodu p'', kterýž jest nárysem hledaného průsečníka, příslušný půdorys p' obdrží se pomocí promítající přímky $p''p'$, kteráž stojí kolmo na půdici.

Týž výsledek obdržíme pomocí roviny, jež promítá přímku A na rovinu nárysnou. Průsečnice této roviny s rovinou R bude vodorovná, vycházejíc od bodu o, kde se nárysné stopy přetínají. Její půdorys půjde tedy bodem o' rovnoběžně půdorysné stopě R^p dané roviny a sejde se s půdorysem přímky A v bodu p', kterýž jest půdorysem bodu hledaného; nárys jeho najde se pomocí kolmé přímky promítající.

Vzorec 43.



3. Položení přímky v prostoru buďsi jakékoli, rovina R pak budiž rovnoběžná půdici (viz vzorec 43). Průměty přímky buďtež a', a''; stopy roviny jsou R^n, R^p rovnoběžné půdici Upotřebíme-li k tomu roviny, která promítá přímku a na rovinu nárysnou, bude mn její průsečnice s rovinou R a průměty té průsečnice budou nm', $n''m$; upotřebíme-li ale roviny, která promítá přímku a na rovinu půdorysnu, bude kl její průsečnice s rovinou R a průměty této průsečnice budou kl', $k''l$. Pomocí každé této průsečnice objeví se bod p, jehož průměty jsou p', p''.

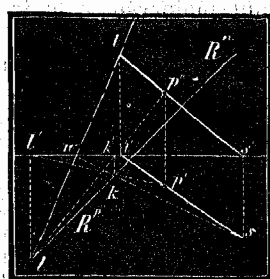
4. Položení přímky buďsi jakékoli, stopy roviny skládají se ale v jedinou přímku $R^p R^n$, která seče půdici (viz vzorec 44).

V podstatě bude rozhodnutí totéž, jako v předešlých případech.

R^n R^p buďtež stopy dané roviny; st', $s''t$ průměty dané přímky.

Rovina, promítající přímku *st* na rovinu půdorysnou, má přímku *st'* za stopu půdorysnou, přímku *tt'* pak za stopu nárysnou. Ustanovíme li průměty průsečnice roviny *R* s rovinou *st't* a označíme-li jejich průsečné body s průměty přímky *st*, budou to průměty hledaného průsečníka.

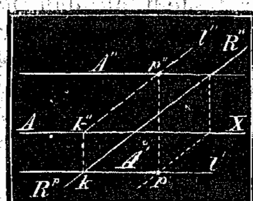
Vzorec 44.



Ve vzorku 44. upotřebeno však k ustanovení průsečníka *p* roviny *swt*, jejíž stopy *sw*, *wt* jdou stopama *s*, *t* dané přímky. Půdorysná stopa roviny *swt* přetíná půdorysnou stopu roviny *R* v bodu *k*, jehož nárysem jest bod *k''*; nárysné stopy těch rovin přetínají se v bodu *l*, jehož půdorysem jest bod *l'*. Spojením bodu *l''* s bodem *k* obdržíme půdorys, spojením bodu *l'* s bodem *k''* nárys průsečnice, kteréž průměty ještě náležitě prodloužiti třeba, až se sejdou s průměty přímky *st*, což se stane v bodech *p'* a *p''*. Tyto body jsou potom průměty hledaného průsečníka *p*.

5. Položení roviny *R* nechť jest totéž, jako v předešlém případu, přímka *A* ale budiž rovnoběžná s půdicí (viz vzorec 45).

Vzorec 45.

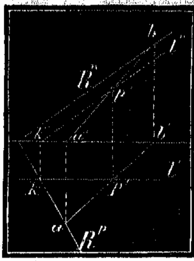


Rovina pomocná, promítající přímku *A* na rovinu půdorysnou, přetíná rovinu *R* podle přímky *kl*, jejíž půdorys se sjednocuje s půdorysem přímky *A* i s půdorysnou stopou pomocné roviny; nárys téže průsečnice jest rovnoběžný s nárysnou stopou roviny *R*. Upotřebí-li se druhé roviny promítající, kterou totiž vzniká nárys přímky *A*, bude její průsečnice s rovinou *R* vodorovná. Pomocí obou těch rovin obdrží se týž bod *p*, jehož průměty jsou *p'*, *p''*. —

Když jest dán jeden průmět přímky, která leží na rovině *R*, má se ustanoviť její druhý průmět.

Dejme tomu, že jest dán půdorys *ab'* přímky *ab* kteráž leží v prostoru na rovině *R*, (viz vzorec 46). Pomyslíme-li si rovinu, postavenou přímkou ab' kolmo na rovinu půdorysnou, bude patrno, že se přímka ab v prostoru srovnává s průsečnicí této roviny s rovinou R. Vyrýsujeme-li tedy nárys té průsečnice známým již způsobem, obdržíme i nárys $a''b$ přímky ab.

Vzorec 46.



Je-li dán půdorys bodu p, jenž leží na rovině R, a má-li se ustanoviť nárys jeho, půjde půdorysná stopa jakékoliv roviny pomocné, kterou vedeme bodem p kolmo na rovinu půdorysnou, půdorysem p'. Ustanovíme-li tedy nárys průsečnice roviny R s rovinou pomocnou a postavíme-li v bodu p kolmou přímku promítající, obdržíme vždy příslušný nárys bodu p. Na vzorku 46 jsou ab', $b'b$ stopy jedné pomocné roviny, její průsečnice s rovinou R jest tedy v náryse přímka $a''b$; kl' jest půdorysná stopa jiné roviny pomocné, kteráž jest ale rovnoběžná rovině nárysné; její průsečnice s rovinou R jest tedy v náryse $k''l'' \parallel R^n$. Pomocí každé té průsečnice vznikne týž bod p'', co nárys bodu p, jehož půdorys p' byl dán.

Je-li ale dán nárys bodu p, který leží na rovině R, a má-li se ustanoviť jeho půdorys, položíme dotčenou rovinu pomocnou kolmo k rovině nárysné; její nárysná stopa půjde pak daným bodem p''. Nyní ustanovíme její průsečnici s rovinou R a t. d.

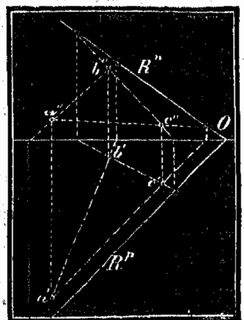
Mají se vyrýsovať stopy roviny, která jde třemi danými body *a*, *b*, *c* (viz vzorec 47).

Všechny tři přímky, jež spojují dané body, budou ležeti na jedné rovině, byť bychom jich jakkoli prodloužili. Ustanovíme-li tedy stopy těch přímek, obdržíme na každé průmětné rovině tři body, jimiž půjdou žádané stopy roviny prostorové.

Buďtež na příklad a', b', c' půdorysy, a'', b'', c'' pak nárysy daných bodův. Přímky v prostoru, těmi body vedené, budou míti $a'b'$, $b'c'$, $c'a'$ za půdorysy, $a''b''$, $b''c''$, $c''a''$ za nárysy. Vyhledáme-li nyní průsečníky těch přímek s rovinami průmětnými a spojíme-li je potom přímkami, obdržíme žádané stopy roviny, těmi body položené.

Půdorysnou stopou roviny, položené body a, b, c, bude tedy přímka R^p, nárysnou stopou pak přímka R^n. O správnosti výkresu svědčí spořádané položení všech tří bodů, jimiž má jíti každá stopa určené roviny, ačkoli již dva body pro každou stopu stačí. Prodloužíme li obě stopy dostatečně, sejdou se v bodu ležícím na půdici, což novým důkazem správnosti výkresu. —

Vzorec 47.



Je-li rovina v prostoru položena danou přímkou a mimo ni ležícím bodem, dají se též její stopy snadno vyrýsovati. Vedeme-li totiž daným bodem přímku, která danou přímku přetíná, a ustanovíme-li stopy obou přímek na rovinách průmětných, budou tím stopy určené roviny dostatečně ustanoveny.

Připomenutí. Dotčená přímka pomocná může býť dané přímce též rovnoběžná a průměty rovnoběžných přímek jsou rovnoběžné.

Kdyby byla daná přímka rovnoběžná s půdicí, vedeme daným bodem příhodnou přímku pomocnou, aby danou přímku přetínala; obě přímky leží pak na jedné rovině, jejíž stopy v předu vyloženým spůsobem se ustanoví.

Přetíná-li jedna již vyrýsovaná stopa půdici, jako toho máme příklad ve vzorci 47, kde obě stopy půdici v bodu O přetínají, bude ovšem k vyrýsování druhé stopy jen jednoho bodu zapotřebí. Položení daných bodů v prostoru může ale býti takové, že přímky, které je spojují, průmětné roviny buď ani nepronikají, buď se to děje mimo meze roviny nákresné. Uvážíme-li ale, že každý bod, jenž leží na některé spojující přímce, nachází se též na rovině těmi přímkami položené, budeme moci na dvou přímkách ustanoviti dva body, jejichž průměty pomocí promítajících přímek snadno lze vytknouti. Položíme-li potom těmi body přímku, bude i tato v celé své rozsáhlosti v rovině daných bodů obsažena, a její průsečníky s rovinami průmětnými naznačují pak směr žádaných stop roviny, danými body určené.

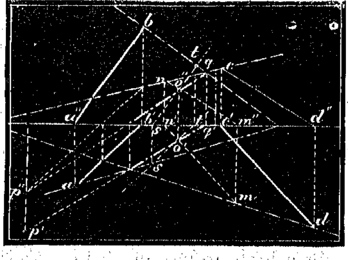
V některých zvláštních případech může se také vésti některým daným bodem přímka pomocná, rovnoběžná některé přímce spojující. I ta leží na rovině daných bodů a její stopy poslouží tedy k vyrýsování stop této roviny. Které ze všech těchto uvedených prostředků byly by nejpříhodnější, musí kreslič z položení daných bodů poznati a jich upotřebiti. —

Položení roviny v prostoru jest také určeno přímkou a mimo ni ležícím bodem, nebo dvěma přímkama, které se buď přetínají, buď jsou rovnoběžny. Jsou-li některé tyto určovací částky dány, a mají-li se vyrýsovat stopy roviny jimi určené, povedeme v prvním případu daným bodem rovnoběžku s danou přímkou a ustanovíme pak stopy obou těch přímek na rovinách průmětných; těmi půjdou, jak již povědomo, žádané stopy příslušné roviny. V druhém případu bude snad zapotřebí, dané přímky dostatečně prodloužiti, až by roviny průmětné pronikly. Body, v kterých se to stává, budou zase stopami daných přímek. Kdyby některá z těch určujících přímek některou rovinu průmětnou v určitých mezích nepronikla, upotřebíme přímky pomocné, která obě dané přímky přetínajíc, buď jednu, buď obě průmětné roviny v určitých mezích proniká. Že půjdou žádané stopy roviny stopami takové přímky, netřeba znova vysvětlovati.

Má se ustanovit přímka, která jde daným bodem a přetíná dvě dané, ale nerovnoběžné přímky.

Aby tato úloha měla do sebe něco zvláštního, nesmějí se dané přímky ani přetínati, byť i nebyly rovnoběžné. Buďtež tedy *ab*, *cd* dané přímky, *o* pak daný bod (viz vzorec 48).

Vzorec 48.



Že se ty přímky ani nepřetínají, ani že nejsou rovnoběžné, poznáváme již z toho, že, byť by se nárysy i půdorysy jejich při dostatečném prodloužení přetínaly, nestane se to přece v bodech, jenž leží na promítající přímce, kteráž by musela býti kolmá půdici, (viz na straně 23. 5.).

Rozhodnutí té úlohy může se státi dvojím spůsobem.

1. Daným bodem *o* a jednou danou přímkou, *cd*

na př., položíme rovinu a ustanovíme její stopy. Za tou příčinou položíme bodem o přímku nm, rovnoběžnou přímce cd; její průměty budou mn', nm'', rovnoběžné se stejnolehlými průměty přímky cd. Stopy zmíněné roviny půjdou pak stopami d, m, c, n rovnoběžných přímek. Potom vyhledáme průsečník druhé dané přímky, ab, s touto rovinou. Ten se objeví v prostoru ve čtvrté čtvrti, bude tudíž p' jeho půdorysem, p'' pak nárysem.

Spojíme-li nyní bod p'' s bodem o'', a bod p' s bodem o', obdržíme průměty přímky žádoucí.

2. Daným bodem o a každou danou přímkou ab, cd, položíme rovinu; průsečnice těch rovin bude pak přímkou žádoucí. Rovina bodem o a přímkou cd byla již prvé položena a její stopy vyrýsovány. Stopy druhé roviny, položené bodem o a přímkou ab obdržíme týmž spůsobem. Položíme totiž bodem o přímku, rovnoběžnou přímce ab; její průměty budou st', $s''t$ rovnoběžné stejnolehlým průmětům přímky ab. Stopy roviny přímkou st a ab položené půjdou pak stopami a, s, b, t těch přímek rovnoběžných. Průsečnice pq těch rovin ustanoví se spůsobem obyčejným. Přímka pq vyhovuje daným požadavkům, protože jde 1. daným bodem o, což z toho patrno, že její průměty jdou příslušnými průměty téhož bodu; 2. že přetíná první přímku cd, protože její průměty přetínají příslušné průměty přímky cd v bodech, kteréž se dají spojiti přímkou promítající a ta bude státi kolmo na půdici; 3 přímka pq přetíná i přímku ab, protože její průměty přetínají průměty přímky ab v bodu p, jehož půdorys p' i nárys p'' ve vzorku 48. patrně jest viděti. —

Zvláštní případ právě odbyté úlohy byl by, kdyby stála jedna daná přímka na jedné průmětné rovině kolmo, druhá přímka by ale mohla být druhé rovině rovnoběžná. Rozhodnutí jest snadné.

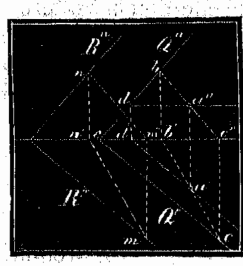
Kdyby se dané přímky vespolek přetínaly, bylo by jen zapotřebí, daný bod o s průsečníkem těch přímek spojiti.

Na cvičenou by mohla býti dána i tato úloha: Jsou-li dány tři přímky v prostoru, které se ani nepřetínají ani nejsou rovnoběžny, má se vyrýsovat čtvrtá přímka, která všecky tři dané přétíná. V takovém případu zvolíme si na jedné přímce bod, tímto bodem a druhou přímkou položíme rovinu, a průsečník této roviny s třetí přímkou spojíme s bodem na první přímce zvoleným. Tato spojující přímka přetíná všecky tři dané. Jsou-li dány dvě přímky, které neleží na jedné rovině, a má-li se položiti rovina, která jde daným bodem rovnoběžně s danými přímkami, položíme týmž bodem dvě přímky, rovnoběžné přímkám daným a těmito přímkami položíme žádoucí rovinu, jejíž stopy se nyní známým již spůsobem ustanoví.

Mají se vyrýsovať stopy roviny, která jde daným bodem rovnoběžně k dané rovině.

Rovnoběžné roviny mají na téže rovině průmětné rovnoběžné stopy. Vedeme-li tedy daným bodem přímku rovnoběžnou dané rovině a ustanovíme-li její průsečníky na rovinách průmětných, půjdou stopy žádoucí roviny těmito průsečníky a budou rovnoběžny se stopami dané roviny.

Vzorec 49.



Budiž (a', a'') daný bod, R^n R^p daná rovina (viz vzorec 49). Na každé stopě dané roviny ustanovíme jeden bod, na př. bod m na stopě půdorysné, a bod n na stopě nárysné; potom vyrýsujeme průměty přímky, která leží na rovině R a jde bodama n, m.

Průměty daného bodu a veďme nyní přímky $b'c'$, $b''c''$ rovnoběžné průmětům $n'm'$, $n m''$, určme stopy přímky bc a veďme jimi přímky Q^n, Q^p rovnoběžné daným stopám R^n, R^p; tyto jsou pak žádoucí stopy roviny Q, kteráž jde bodem a rovnoběžně s rovinou R.

Není-li daná rovina R rovnoběžná s půdicí, může se ta úloha také tímto spůsobem rozhodnouti: Daným bodem a pomysleme si přímku vodorovnou; její půdorys bude rovnoběžný půdorysné stopě R^p, nárys pak rovnoběžný s půdicí. Nárysnou stopou té přímky bude bod d; půjde tedy nárysná stopa žádoucí roviny bodem d rovnoběžně nárysné stopě dané roviny; půdorysná stopa téže roviny půjde bodem e na půdici a bude rovnoběžná půdorysné stopě R^p dané roviny.

Se stejným prospěchem můžeme k tomu upotřebiti přímky, kterou vedeme bodem a rovnoběžně s nárysnou stopou R^n dané roviny. Její nárys bude též rovnoběžný nárysné stopě dané roviny, půdorys pak bude rovnoběžný s půdicí.

Je-li ale daná rovina R rovnoběžná s půdicí, položíme daným bodem a jakoukoli rovinu, a najdeme její průsečnici s danou rovinou R; s tou průsečnicí vedeme potom bodem a přímku rovnoběžnou a stopama této přímky stopy žádoucí roviny rovnoběžně příslušným stopám R^n, R^p.

Nejpříhodnější rovina pomocná bude ta, která stojí kolmo na některé rovině průmětné, na půdorysné na příklad.

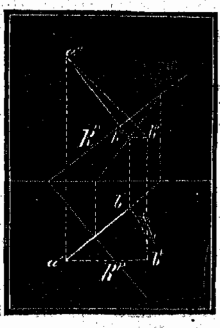
Nechť je potom položení dané roviny jakékoli, dá se vyslovená úloha pomocí roviny bodem a položené a rovinu R přetínající, vždy rozhodnouti. Nejsnadnější rozhodnutí předložené úlohy bude tehdáž, když stojí daná rovina kolmo na některé rovině průmětné, nebo na obou. V posledním případu tomto bude jen zapotřebí, abychom vedli každým průmětem daného bodu rovnoběžnou přímku k příslušné stopě dané roviny čili kolmo k půdici. —

Od jistého bodu má se vésti kolmá přímka k dané rovině; potom se má určiti průsečník a pravá délka té přímky.

Nechť jsou a', a'' průměty daného bodu, R^n, R^p stopy dané roviny (viz vzorec 50).

Stojí-li přímka na rovině R kolmo, budou její průměty kolmo na příslušných stopách téže roviny (viz str. 26).

Vzorec 50.



Obdržíme tedy průměty žádané přímky, vedeme-li od bodů a', a'' kolmé přímky $a'b'$, $a''b''$ k stopám R^p, R^n. Žádaný průsečník té přímky s rovinou R obdržíme týmž spůsobem jako v úloze na straně 38.

Konečně obdržíme pravou délku přímky ab, čili vzdálenost bodu a od roviny R, otočíme-li ji tak, aby se stala rovnoběžnou s některou rovinou průmětnou, s nárysnou na př., jako již vyloženo v téže úloze na straně 30. Bude pak bod (b', b''), žádoucím průsečníkem a $a''b'''$ pravou délkou přímky ab.

Provedení následujících zvláštních případů této úlohy ponecháváme vlastní pilnosti čtenářů.

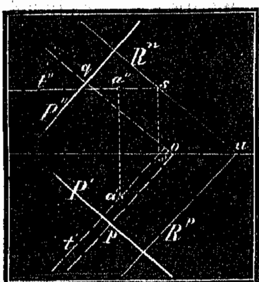
1. Je-li daná rovina kolmá na některé rovině průmětné, nebo na obou.

2. Tvoří-li obě stopy dané roviny jedinou přímku, jež přetíná půdici. Položení daného bodu nechť je při tom jakékoli. —

Daným bodem má se položiti rovina, kolmá na dané přímce.

Nechť jsou a', a'' průměty daného bodu; P', P'' průměty dané přímky (viz vzorec 51). Od některého bodu o, ležícího na půdici, veďme přímky op, oq kolmo k průmětům P', P'' a považujme je za stopy roviny, jež stojí kolmo na přímce P v prostoru. Položíme-li nyní bodem a rovinu R, rovnoběžnou dotčené rovině pomocné, bude i rovina R kolmá na přímce P v prostoru.

Vzorec 51.



Stopy žádané roviny obdržíme tímto způsobem: Daným půdorysem a' veďme přímku $s't'$ rovnoběžnou s půdorysnou stopou žádané roviny, t. j. kolmo na půdorys P', bude pak $s't'$ půdorysem přímky, která leží na rovině R; její nárys bude st'', rovnoběžný s půdicí. Nárysná stopa R^n žádané roviny půjde pak bodem s kolmo k P'', půdorysná stopa R^p půjde ale bodem u rovnoběžně přímce $s't'$ čili kolmo na P'.

Zvláštní případy, které nyní snadno lze rozhodnouti, byly by tyto dva: 1. Jeli daná přímka vodorovná, nebo 2. stojí-li kolmo na některé rovině průmětné. —

Rozhodnutí následujících úloh vyžaduje pořádné rozhodnutí dvou nebo více úloh již pojednaných. Uvádějíce je, nepodáváme tedy úplné jich provedení; vyzýváme však obratnějšího čtenáře k náležitému jich rozhodnutí a přidáváme toliko některá příhodná pokynutí.

1. Má se ustanoviť nejkratší vzdálenost daného bodu a od dané přímky C.

Daným bodem a položíme rovinu R kolmo k dané přímce C; potom ustanovíme průsečník p dané přímky s touto rovinou a spojíme ho s daným bodem a; přímka *ap* udává pak nejkratší vzdálenost bodu *a* od přímky *C*. Její pravá délka určí se způsobem již v předu vyloženým.

Zvláštní případy té úlohy byly by tyto dva: *a)* Daná přímka jest rovnoběžná některé rovině průmětné, *b)* daná přímka jest rovnoběžná s půdicí.

2. Má li se položiti danou přímkou C rovina, která stojí na nějaké dané rovině *R* kolmo, položíme některým bodem přímky na rovinu *R* přímku kolmou; tato přímka leží s danou přímkou na jedné rovině *Q* a tato stojí kolmo na rovině *R*. Stopy roviny *Q* obdržíme způsobem již v předu vyloženým.

3. Má-li se ustanoviť rovina, která jde daným bodem *a*, a stojí kolmo na dvou daných rovinách, určíme těchto rovin průsečnici, a daným bodem položíme rovinu kolmo k této průsečnici.

4. Má se ustanoviť nejkratší vzdálenost dvou přímek *C*, *D*, které neleží na jedné rovině.

Nejkratší vzdálenost dvou přímek měří se přímkou, která stojí kolmo na obou daných. Tuto přímku obdržíme způsobem následujícím: Položíme 1. přímkou *C* rovinu *R*, rovnoběžnou s přímkou *D*; 2. povedeme od některého bodu přímky *D* kolmou přímku *op* na rovinu *R*; 3. průsečníkem *p* této kolmé přímky s rovinou *R* vedeme přímku *pq* rovnoběžnou přímce *D*; 4. průsečním bodem *q* této přímky s přímkou *C* položíme přímku *qs* rovnoběžnou přímce *op*, až se sejde s přímkou *D* v bodu *s*. Přímka *qs* udává pak nejkratší vzdálenost daných přímek; její pravá délka obdrží se známým způsobem.

V některých zvláštních případech můžeme také takto pokračovati:

1. Každou přímkou položíme rovinu rovnoběžnou s druhou přímkou; tyto roviny budou rovnoběžny.

2. Každou přímkou položíme rovinu kolmou na předchozí rovinu; průsečnice těchto dvou kolmých rovin bude žádanou přímkou, která udává nejkratší vzdálenost daných přímek.

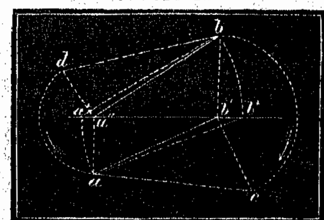
Tohoto způsobu může se zvláště tehdáž s prospěchem užíti, když stojí jedna daná přímka kolmo na některé rovině průmětné.

Úhly, tvořené přímkami a rovinami.

Mají se vyrýsovat úhly, jež tvoří přímka v prostoru s rovinama průmětnýma.

Nakloněni přímky k rovině měří se vůbec úhlem, jejž tvoří přímka se svým průmětem na téže rovině (viz vzorec 52). Jeden žádaný úhel tvoří se tedy přímkou *ab* v prostoru a jejím půdorysem, druhý pak touže přímkou a jejím nárysem. Prodloužíme-li tedy přímku *ab* až k rovinám průmětným, a ustanovíme-li její stopy, vzniknou dva pravoúhelné trojúhelníky, mající přímku *ab* společnou přeponou. Sklopíme-li tyto trojúhelníky na roviny průmětné, objeví se žádané úhly v pravé velikosti. Za tou příčinou postavíme v bodu b' přímku $b'c$ kolmou na ab', uděláme ji rovnu bb', a spojíme bod c s bodem a; tím obdržíme úhel $b'ac$, jejž tvoří přímka *ab* s rovinou půdorysnou. Potom postavíme v bodu a'' kolmou přímku $a''d$, uděláme ji rovnu aa'', a spojíme bod d s bodem b; tím obdržíme úhel $a''bd$, jejž tvoří přímka *ab* s rovinou nárysnou.

Vzorec 52.



Pravou velikost prvního úhlu obdržíme také tím spůsobem, že otočíme rovinu, kterou vzniká půdorys ab', okolo přímky bb', až přilehne trojúhelník $bb'a$ na rovinu nárysnou. Při tom opisuje bod a okolo bodu b' kruhový oblouk, končící v bodu a^+ na půdici. Spojíme-li tento bod a^+ s bodem b, bude též úhel ba^+b' pravá velikost úhlu, jejž tvoří přímka *ab* s rovinou půdorysnou. Podobným spůsobem obdrží se i druhý úhel, otočíme-li ho tak, aby přilehl na rovinu půdorysnou. Při tom opisuje bod b okolo bodu a'' kruhový oblouk, končící v bodu b^+ na pudici. Spojíme-li potom bod b^+ s bodem a, objeví se úhel $a''b^+a$, jejž tvoří přímka *ab* s rovinou nárysnou v pravé velikosti.

Je-li přímka v prostoru rovnoběžna některé rovině průmětné, půdorysné na př., bude tvořiti s rovinou nárysnou týž úhel, jako její půdorys s půdicí.

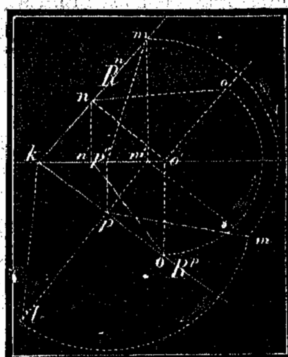
Vychází-li přímka od některého bodu na půdici, a jsou-li její průměty k půdici nakloněny, vyrýsuje se pravá velikost úhlů, jež tvoří přímka s rovinama průmětnýma, spůsobem svrchu vyloženým. —

Mají se vyrýsovat úhly, jež tvoří daná rovina v prostoru s rovinama průmětnýma.

R^p, R^n buďtež stopy dané roviny, (viz vzorec 53).

Vedeme-li některým bodem p půdorysné stopy rovinu Q kolmo na stopu půdorysnou, a ustanovíme-li její průsečnice s rovinou R, jakož i s rovinou půdorysnou, budou ty průsečnice ramena úhlu, jejž tvoří rovina R s rovinou půdorysnou, bod p pak bude jeho vrcholem.

Vzorec 53.



Rovněž obdržíme úhel, jejž tvoří rovina R s rovinou nárysnou, položíme-li některým bodem n nárysné stopy rovinu P kolmo na stopu nárysnou. Průsečnice roviny P s rovinou R a s rovinou nárysnou budou pak ramena úhlu, jejž tvoří rovina R s rovinou nárysnou, a bod n, kde se tato ramena scházejí, bude jeho vrcholem. Abychom o těchto úhlech jasného nabyli názoru, pomysleme si rovinu půdorysnou v původním položení vodorovném. Nárysná a půdorysná stopa roviny Q a její průsečnice mp s rovinou R zavírají pak v prostoru trojúhelník pravoúhelný, kterýž jen známým již spůsobem okolo odvěsny mp sklopiti třeba, aby se objevil v pravé velikosti své na rovině půdorysné. Potom bude úhel $m'pm$ prvý úhel žádaný. Otočíme-li dále zmíněný trojúhelník okolo odvěsny mm', aby přilehl na rovinu nárysnou, obdržíme též pravou velikost jeho a tudíž i úhlu $m'pm$. Nárysná a půdorysná stopa roviny P a průsečnice no zavírají též trojúhelník pravoúhelný, jehož odvěsny jsou no', oo'. Otočíme-li ho nyní okolo odvěsny no', aby přilehl na rovinu nárysnou, objeví se tu v pravé velikosti své a v něm druhý žádaný úhel ono'. Týž trojúhelník mohli bychom otočiti okolo jeho odvěsny oo', aby přilehl na rovinu půdorysnou. —

Stojí-li rovina R na některé průmětné rovině kolmo, na nárysné na př., tvoří s půdorysnou rovinou týž úhel, jako její nárysná stopa s půdicí. Stojí-li rovina R kolmo na obou rovinách průmětných, tudíž i na půdici, tvoří s nimi úhly pravé. Je-li ale rovina R rovnoběžna s půdicí a položíme-li sekoucí rovinu kolmo k jejím stopám, obdržíme pravoúhelný trojúhelník, v kterémž se nacházejí oba ostré úhly, jež tvoří rovina R s rovinama průmětnýma. Pravou jeho velikost obdržíme, otočíme-li ho okolo jedné odvěsny tak, aby přilehl na některou rovinu průmětnou. —

Má-li se vyrýsovat pravá velikost úhlu, jejž tvoří stopa půdorysná se stopou nárysnou, upotřebíme k tomu průsečnice pm, jejíž pravou délku máme ve vzorci 53 vyrýsovanou. Pomyslíme-li si opět průmětné roviny v původním položení pravoúhelném, a rovinu R okolo její půdorysné stopy točenou, zůstává na ní ležící přímka pm kolmo na R^p. Když dopadne rovina R na rovinu půdorysnou, stane se to tedy i s přímkou pm.

Abychom tedy žádoucí úhel obdrželi, postavíme v bodu p přímku pl kolmo na R^p, uděláme $pl = pm$, a spojíme bod l' s bodem k; úhel lkp bude pak pravá velikost úhlu žádaného.

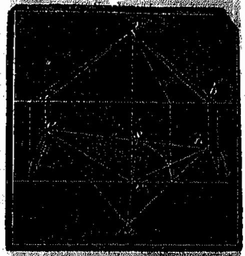
Vyzýváme k rozhodnutí pojednané úlohy i v tom případu, kdyby byla rovina R tak položena, že obě její stopy spadají v jedinou přímku, jež přetíná půdici. —

Má se vyrýsovat pravá velikost úhlu, když jsou dány jeho průměty.

Ve vzorci 54. buďtež v', v'' průměty vrcholu, $v'a$, $v'b$ půdorysy, $v''a''$, $v''b''$ pak nárysy ramen daného úhlu. Ustanovíme-li půdorysné stopy a, b jeho ramen, a spojíme li je přímkou ab, obdržíme trojúhelník abv, v kterémž se nachází žádoucí úhel naproti straně ab. Pravý tvar toho trojúhelníka povstane, ustanovíme-li pravou délku jeho stran va, vb; těmi opíšeme z bodu a a b kruhové oblouky přetínající se ve spolek v bodu u; spojíme-li konečně bod u s body a, b, bude aub úhel žádaný v pravé velikosti své.

Pravou velikost úhlu avb obdržíme také tímto způsobem: Pomyslíme-li si od vrcholu v přímku vs kolmou na *ab*, bude i její půdorys *v's* kolmý na *ab*; sklopíme-li potom trojúhelník *avb* okolo strany *ab* na rovinu půdorysnou, sjednotí se přímka *vs* se svým půdorysem *v's*, a objeví se ve své pravé délce.

Vzorec 54.



Ustanovíme-li tedy pravou délku přímky *vs*, a vneseme-li ji od bodu *s* na prodlouženou přímku *sv'*, obdržíme bod *u*, kterýž jen s body *a*, *b* spojiti třeba, aby vznikl úhel *aub* rovnající se pravé velikosti úhlu *avb*. —

Má-li se daný úhel *avb* rozpolit, nebo na jakékoli úhly rozdělit, vykonáme to nejprvé na úhlu *aub* způsobem v plochoměrství obyčejným, prodloužíme dělicí přímky, až se sejdou se stranou *ab*, na př. v bodech *s*, *t*....., určíme i nárysy těchto bodů, a spojíme je s průměty *v'*, *v''* vrcholu *v*. —

Zvláštní polohy daného úhlu byly by:

1. Je-li jedno rameno rovnoběžné jedné rovině průmětné, půdorysné na př., druhé pak jakékoliv;

2. stojí-li jedno rameno kolmo na jedné rovině průmětné, na půdorysné na př., druhé pak jakkoliv;

3. spadají-li půdorysy obou ramen v jedinou přímku, nárysy nechť jsou jakékoliv;

4. leží-li jedno rameno na půdici, druhé pak nechť je jakékoliv, vycházejíc ale od některého bodu půdice.

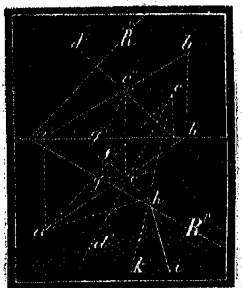
Má se vyrýsovat úhel, jejž tvoří daná přímka v prostoru s danou rovinou.

R budiž daná rovina, *ab'*, *a''b* průměty dané přímky (viz vzorec 55). Žádaný úhel mohli bychom obdržeti v průmětech ustanovením průmětu dané přímky *ab* na rovinu *R*; neboť víme, že jest přímka *ab* jedním a její průmět na rovinu *R* druhým ramenem téhož úhlu; pravou velikost jeho vyrýsovali bychom pak známým již způsobem.

Uvážíme-li ale, že žádaný úhel jest doplňovací (complement) toho, jejž tvoří přímka *cd*, vedená od některého bodu *c* přímky *ab* kolmo k rovině *R*, budeme moci nejprvé tento doplňovací úhel vyrýsovati. To se stane takto: Na přímce *ab* ustanovme si volně bod *c*, jehož průměty budou

c', c''; od toho bodu veďme přímku cd kolmo na rovinu R, její průměty $c'd'$, $c''d''$ budou kolmo na příslušných stopách R^p, R^n, a půdorysná její stopa bude v bodu e. Nyní sklopíme trojúhelník aec okolo strany ae na rovinu půdorysnou, za kteroužto příčinou ustanovíme prvé pravou délku kolmé $c'f$, otočíce ji okolo c', aby se stala rovnoběžnou rovině nárysné; tuto pravou délku $g''c''$ vyneseme od bodu f do h, a spojivše bod h s body a, e, obdržíme úhel do plňovací $= \sphericalangle\ ahk$. Postavíme-li konečně v bodu h přímku hi kolmo na ah, bude úhel khi pravá velikost úhlu, jejž tvoří přímka ab s rovinou R.

Vzorec 55.



Zvláštní případy té úlohy mohou býti:

1. Daná rovina je rovnoběžna s půdicí; položení přímky je jakékoli.

2. Daná rovina je rovnoběžna s některou rovinou průmětnou; položení přímky jakékoli.

3. Daná přímka je rovnoběžna s půdicí, položení roviny jakékoli. —

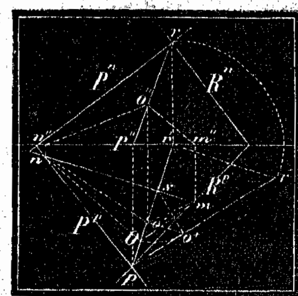
Týmž spůsobem vyrýsuje se úhel, jejž tvoří půdice s jakoukoli rovinou. Vedeme-li totiž od některého bodu půdice kolmou přímku k dané rovině, budou její průměty kolmo na příslušných stopách; úhel, jejž tvoří tato přímka s půdicí, bude doplňovacím úhlu žádaného. —

Má se vyrýsovat úhel, jejž tvoří dvé roviny v prostoru.

Nechť jsou P, R dané roviny; jejich průsečnice bude pak pr (viz vzorec 56). Rovina S, položená některým bodem o', o'' kolmo na průsečnici pr, přetíná roviny P, R podle přímek on, om, kteréž budou rameny, bod o pak bude vrcholem úhlu žádaného. Příslušné nárysy těch ramen budou $o''n''$, $o''m''$. Stojí-li ale rovina S v prostoru kolmo na přímce pr, bude půdorysná stopa roviny S kolmo na půdoryse téže přímky. Vedeme-li tedy přímku mn kolmo na půdorys pr', budeme ji moci považovat za půdorysnou stopu roviny S, a běží jen ještě o ustanovení průmětu bodu o.

Uvážíme-li, že bude tvořiti stopa mn s rameny no a mo trojúhelník mno, jenž má mn za půdici, za výšku pak přímku os, která stojí kolmo na mn jakož i na pr: budeme moci ustanoviti pravou velikost této výšky a potom i průměty vrcholu o, a sice sklopením průsečnice pr na rovinu půdorysnou. Za tou příčinou veďme $r'r^+$ kolmo na pr', udělejme $r'r^+$ rovnu $r'r$, a spojme bod r^+ s bodem p; bude pak pr^+ sklopená průsečnice; na tu postavme so^+ kolmo od bodu s, a bude so^+ pravá velikost dotčené výšky trojúhelníka mno. Vrácí-li se sklopená přímka pr^+ do svého původního položení, opisuje bod o^+ oblouk kruhový, jehož půdorysem bude přímka o^+o' kolmá na pr'; tudíž bude o' půdorysem, o'' pak nárysem vrcholu o. Spojíme-li půdorys o' s body m a n, obdržíme $mo'n$ za půdorys žádaného úhlu. Pravou jeho velikost obdržíme, sklopíme-li ho okolo strany mn na rovinu půdorysnou; při tom opíše bod o^+ okolo bodu s oblouk kruhový a spadne na bod O. Bude pak nOm žádaný úhel v pravé velikosti své.

Vzorec 56.



Zvláštní případy úlohy této byly by:

1. Daných rovin stopy, buď půdorysné buď nárysné, mohou býti rovnoběžny;
2. obě dané roviny mohou státi na jedné rovině průmětné kolmo;
3. jedna daná rovina může státi kolmo na půdici, položení druhé roviny nechť je jakékoli;
4. jedna rovina může býti vodorovná, položení druhé roviny jakékoli;
5. jedna rovina může býti rovnoběžná s půdicí, položení druhé roviny jakékoli;
6. jedna rovina může býti rovnoběžná s některou rovinou průmětnou, s půdorysnou na př.; druhá nechť je rovnoběžná s půdicí;
7. obě dané roviny mohou býti rovnoběžny půdici;
8. dané roviny mohou míti jednu stopu společnou;
9. obě dané roviny mohou jíti jedním bodem půdice;
10. všecky čtyry stopy dvou daných rovin mohou se skládati toliko ve dvě přímky, které jdou jedním bodem půdice. —

Poznámka. Ustanovení úhlu dvou rovin můžeme převésti na ustanovení úhlu dvou přímek. Vedeme-li totiž od některého bodu kolmé přímky k daným rovinám, vytvoří tyto přímky úhel, který vyplňuje žádaný úhel na dva pravé. —

Má-li se úhel dvou daných rovin rozpolit, ustanovme daným návodem jeho pravou velikost, jako to vidíme na vzorku 56; potom veďme přímku, která úhel nOm rozpoluje, až se sejde s přímkou mn v některém bodu, t na př. Vrátí-li se trojúhelník mOn do svého původního položení, zůstává přímka Ot v jeho rovině, jakož i v rovině, která rozpoluje úhel daných rovin. Půdorysná stopa rozpolovací roviny půjde tedy body p a t; přetíná-li půdici v bodu u na př., bude ur její nárysná stopa. Že jde tato rovina i průsečnicí pr, netřeba snad ani připomínati.

Kdyby byly konečně dány průměty $no'm$, $n''o''m''$ úhlu nom, a měli-li bychom ustanoviti dvě roviny, které, jsouce položeny rameny no, mo, tvoří spolu daný úhel nom, bylo by zapotřebí připomenouti toliko, že průsečnice pr žádoucích rovin stojí kolmo na rovině daného úhlu. Ustanovíme-li tedy půdorysnou stopu mn této roviny, a vedeme-li potom přímku pr' kolmo na mn, bude pr' půdorysem zmíněné průsečnice; nárys její $p''r$, jakož i půdorysná stopa p a nárysná stopa r určí se náležitým prodloužením průmětů. Jedna žádoucí rovina bude potom ustanovena ramenem no a přímkou pr, druhá pak ramenem mo a touže přímkou pr. Nárysné i půdorysné stopy obou rovin lze nyní snadno vyrýsovati. —

Hlava čtvrtá.

Přetvořování průmětův.

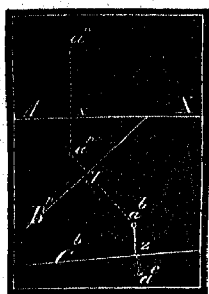
I. Vysvětlení.

Již při rozhodování předešlých úloh bylo lze pozorovati, a později se to ještě nápadněji objeví, že záleží často na příhodném položení daných bodů, čar a rovin, aby danou úlohu a k ní náležité výkresy pomocné se žádoucí určitostí a přesností vykonati možno bylo. Některé na první pohled dosti jednoduché úlohy vyžadují k svému rozhodnutí tolik čar pomocných, že se jimi výkres přeplňuje a tudíž méně zřetelným a neúhledným stává.

Aby se mohl kreslič takovým přílišnostem, pokud možná, vyhnouti, třeba mu znáti některých důležitějších obratů, kterých při rozhodování jistých úloh s prospěchem může užiti. Skutečná potřeba velikého množství pomocných čar jeví se zvláště v těch případech, když se přijme položení daných částek k průmětným rovinám bez ohledu na to, že by táž úloha v příhodnějším položení snadněji, kratšeji, ba i dokonaleji mohla býti provedena. Za tou příčinou bývá prospěšno, dané již průměty (půdorysy i nárysy) převésti na jiné roviny průmětné, kteréž by příhodným svým položením nějakých výhod poskytovaly.

Na příklad budiž a^p půdorys, a^n pak nárys daného bodu a (viz vzorec 57). B^p budiž půdorysná stopa nové roviny průmětné, kteráž stojí kolmo na rovině půdorysné. Považujeme-li B^p za novou osu průmětnou čili za novou půdici, obdržíme průmět bodu a na rovině B, pomyslíme-li si od téhož bodu přímku promítající, vedenou kolmo k rovině B. Půdorys této přímky bude $a^p y$, a vzdálenost průmětu a^b od půdice B^p bude se rovnati $a^n x$. Pomyslíme-li si nyní rovinu B okolo její půdorysné stopy B^p točenou, až přilehne na rovinu půdorysnou, stane se to i s průmětem a^b. Abychom ho tedy obdrželi, prodloužíme přímku $a^p y$ a uděláme ya^b rovné xa^n; bod a^b bude pak průmětem bodu a na rovině B, jako by tato již byla sklopena na rovinu půdorysnou.

Vzorec 57.



Kdybychom nyní nárys a^n vypustili, bylo by položení bodu a v prostoru dostatečně určeno, neboť můžeme považovati a^b za nový nárys, a^p pak za příslušný půdorys bodu a; nová půdice jest ale přímka B^p.

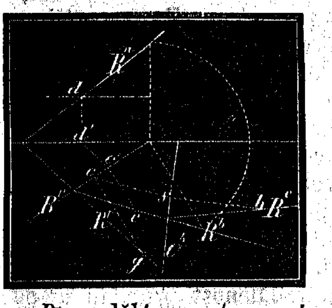
Chceme-li ale i půdorys a^p přetvořit, zvolme si jakoukoli novou půdici C^b, veďme k ní od bodu a^b kolmou a udělejme za^c rovnu ya^p; potom máme a^b, a^c docela nové průměty daného bodu a.

Týmž způsobem přetvoříme dané průměty jakékoli přímky, přetvoříme-li průměty dvou na ní ležících bodů, a spojíme-li je potom náležitě.

Je-li ve vzorci 58. R^p stopa půdorysná, R^n pak stopa nárysná dané roviny R, obdržíme její stopu na rovině B týmž spůsobem, jako bychom chtěli ustanoviti průsečnici roviny R s rovinou B. Sklopíme-li potom tu průsečnici na rovinu půdorysnou, obdržíme R^b za stopu roviny R na rovině B, jakoby tato byla již sklopena bývala.

Kdyby se ale nárysná stopa R^n s nárysnou stopou B^n nepřetínala, nebo kdyby nárysné stopy B^n ani nebylo, povedeme po rovině R přímku, a určíme její průsečník s rovinou B. Nejpříhodnější bude přímka vodorovná, jejíž půdorys bude rovnoběžný stopě R^p, nárys pak půdici AX; půdorysná odlehlost její bude všude stejná, rovnajíc se kolmé přímce dd'. Tato odlehlost objeví se i na rovině B, prodloužíme-li totiž přímku cd dostatečně, t. j. až její půdorys přetíná stopu B^p v bodu c'. Postavíme tedy v bodu c' přímku $c'c$ kolmo

Vzorec 58.



na B^p, uděláme cc' rovné dd', a bude nyní jen zapotřebí, vésti bodem c přímku R^b tak, aby šla i průsečníkem půdorysných stop obou rovin; bude pak přímka R^b stopou roviny R na rovině B.

Položení roviny R bude nyní půdorysnou stopou R^p a novou stopou nárysnou R^b dostatečně ustanoveno. Chceme-li ale míti místo půdorysné stopy jinou stopu roviny R na jakékoli rovině, C na př., veďme po rovině B přímku ef, rovnoběžnou stopě R^b, až se sejde se stopou B^p v bodu e, s novou stopou C^b pak v bodu f; potom postavme v bodu e přímku eg kolmou na B^p, až se sejde se stopou R^p v bodu g, v bodu f pak přímku fh kolmo na C^b, a udělejme fh rovné eg. Spojíme-li konečně bod h s průsečníkem stopy R^b a nové půdice C^b, obdržíme přímku R^c za stopu roviny R na rovině C.

Nyní se může považovať R^b za stopu nárysnou, R^c pak za stopu půdorysnou roviny R, a C^b za půdici čili osu průmětnou.

Abychom o těch věcech jasného nabyli názoru, mysleme si rovinu půdorysnou a nárysnou v původním postavení pravoúhelném; rovina B bude pak kolmá na rovině půdorysné, rovina C pak kolmá na rovině B.

II. Úlohy.

1. Na půdorysné rovině jest dán bod b a mimo něj přímka mn; mají se vyrýsovať průměty téhož bodu, jak se okolo přímky mn otáčí (viz vzorec 59).

Točí-li se nějaký bod okolo jakékoli přímky, tvoří se při tom kruh, jehož poloměr se rovná vzdálenosti bodu od přímky, střední bod pak se nalézá na téže přímce. Všecky poloměry kruhu budou státi kolmo na přímce mn, a tudíž stojí rovina K, jimi položená, kolmo na rovině, vedené přímkou mn a bodem b.

Vzorec 59.

V této úloze bude státi zmíněný kruh kolmo na rovině půdorysné, a jeho půdorys spadne na půdorysnou stopu roviny K. Vedeme-li tedy od bodu b přímku bo kolmo k mn, budou spadati na přímku bo půdorysy všech bodů, které bod b v prostoru zaujímá. Abychom je obdrželi, sklopíme rovinu K okolo půdorysné stopy K^p čili bo, aby přilehla na rovinu půdorysnou. Změněný kruh objeví se tu v pravé velikosti své okolo bodu o. Prošel-li bod b oblouk bb^+, a chceme-li nyní jeho průměty ustanoviti, veďme přímku b^+b' kolmo k bo, a obdržíme b' za půdorys bodu b^+. Nárys téhož bodu obdržíme, postavíme-li v bodu b' kolmou přímku promítající, a uděláme-li rb'' rovné b^+b'. Spojíme-li bod b^+ s bodem o, bude bob^+ úhel, jejž tvoří poloměr b^+o se svým původním položením.

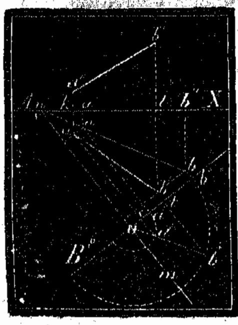
Podobným spůsobem můžeme bod b dovolně točiti a jeho průměty v kterémkoli postavení určiti. Spojením všech nárysů obdržíme nárys poloukruhu, utvořeného točením bodu b v prostoru; druhá polovina téhož kruhu nachází se v prostoru pod rovinou půdorysnou, její nárys byl by tudíž pod půdicí.

Kdyby bylo točení bodu b tím spůsobem obmezeno, že má projíti oblouk, který přepíná jistý daný úhel α, vnesli bychom tento úhel k bodu o, t. j. udělali bychom úhel bob^+ rovný úhlu α, a prodloužili bychom rameno ob^+, až by se sešlo s poklopeným kruhem v bodu b^+. Potom určí se půdorys i nárys bodu b^+ jako prvé.

2. Na půdorysné rovině leží dvě přímky *ab*, *mn*; mají se ustanoviť průměty přímky *ab*, jak se okolo přímky *mn* otáčí (viz vzorec 60).

Pokud leží přímka ab na rovině půdorysné, bude její nárys $a''b''$ na půdici AX; točí-li se ale okolo přímky mn, opisuje každý její bod kruhový oblouk v prostoru, jehož poloměr zůstává ustavičně kolmý na mn.

Vzorec 60.



Že je ale každé položení přímky dvěma body ustanoveno, dostačí při otáčení přímky ab toliko dva body sledovati, a nejlépe se k tomu hodí končící body a, b. Jimi utvořené kruhy budou státi kolmo na přímce mn a tudíž i na rovině půdorysné, majíce pouhé přímky za půdorysy. Abychom je obdrželi v pravém tvaru a v pravé velikosti, upotřebíme k tomu pobočné roviny průmětné, stojící kolmo na rovině půdorysné i na přímce mn. B^p budiž půdorysná stopa čili nová osa průmětná té roviny, na kteréž obdržíme i průměty přímky ab pomocí promítajících přímek aa^o, bb^o, vedených od bodů a a b kolmo k B^p. Pobočným průmětem celé přímky mn a tudíž i veškerých středobodů bude bod o. Opišeme-li nyní z bodu o kruhové oblouky poloměry oa^o, ob^o, obdržíme pobočné průměty oblouků, body a, b opsaných, jako by již byla rovina B na rovinu půdorysnou sklopena bývala.

Měla-li se přímka ab tak dlouho točiti, až by prošel bod b v prostoru oblouk, rovnající se oblouku $b^o b^+$, spojíme bod b^+ s bodem o a obdržíme a^+b^+ za pobočný průmět přímky ab v novém postavení.

Příslušný půdorys povstane vedením přímek b^+b' a a^+a' kolmo k B^p, až se sejdou s příslušnými půdorysy dotyčných oblouků, což se stane v bodech b', a'. Spojením bodu a' s bodem b' obdržíme nový půdorys přímky ab. Abychom obdrželi i nárys přímky ab v tomto novém položení, postavíme v bodech a', b' přímky promítající kolmo k půdici AX, uděláme ka'' rovné sa^+, lb'' pak rovné lb^+, a spojíme bod a'' s bodem b''.

Týmž spůsobem mohli bychom vyrýsovati průměty i více jednotlivých položení přímky ab.

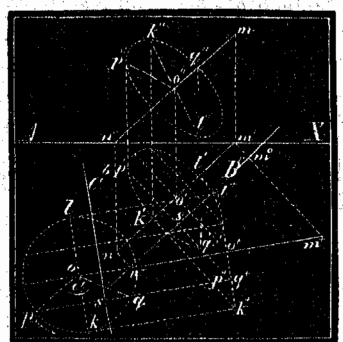
Poznámka. Sluší ještě podotknouti, že bychom mohli vésti každým položením přímky ab rovinu, obsahující též přímku mn, a každá taková rovina by stála kolmo na rovině B; a tudíž bychom jí mohli považovati za promítající rovinu přímky ab na rovinu B. Neustálým točením přímky ab tvoří se v prostoru plocha kuželovitá, a za tou příčinou scházejí se všecky pobočné průměty přímky ab v bodu o, všecky půdorysy v bodu s, a všecky nárysy v bodu s''. Kdyby byla přímka ab rovnoběžna přímce mn, tvořila by se neustálým točením přímky ab plocha valcovitá, a stejnolehlé průměty přímky ab byly by pak rovnoběžné.

Je-li dán na některé rovině průmětné jaký-koli obrazec a mimo něj přímka mn, okolo které se má týž obrazec otáčeti: ustanovíme jeho průměty v každém položení, určíme-li právě vyloženým spůsobem průměty jednotlivých stran, nebo toliko rohův jeho a jestli je potom náležitě spojíme. Vyzýváme čtenáře k provedení takových případů.

3. Jsou-li dány průměty bodu *p* a mimo něj průměty přímky *mn*, která má v prostoru jakékoli položení; mají se ustanovit průměty téhož bodu, jak se okolo přímky *mn* otáčí.

Ve vzorci 61 buďtež p', p'' průměty daného bodu, nm', $n''m$ pak průměty přímky. Rovina kruhu, utvořeného točením bodu p okolo přímky mn, bude ovšem státi kolmo na mn; že ale není přímka mn ani kolmá ani rovnoběžná některé rovině průmětné, nebude ani půdorys ani nárys shodný s kruhem v prostoru. V takových případech obdržíme průměty kruhu, určíme-li průměty jednotlivých bodů jeho, a jestli je potom náležitě spojíme.

Vzorec 61.



Za tou příčinou přetvoříme dané průměty přímky mn, jakož i zároveň bodu p tak, aby se přímka mn promítala v jediném bodu. K tomu bude nejprvé zapotřebí, abychom ustanovili průmět přímky na pobočné rovině B, která stojí kolmo na rovině půdorysné a je rovnoběžná přímce mn v prostoru. B^p budiž půdorysná stopa čili půdice roviny B, majíc jakoukoli vzdálenost od půdorysu nm'.

Průmět přímky mn na rovině B ustanoví se známým již spůsobem, a sklopíme-li jí na rovinu půdorysnou, bude n^+m^+ týž průmět pobočný. Tento průmět převedeme ještě na rovinu C, jejíž stopa C^b stojí kolmo na přímce n^+m^+ u volné vzdálenosti od bodu n^+. Na této rovině bude průmětem přímky mn bod o v téže vzdálenosti od přímky C^b, jakou má stopa B^p od půdorysu nm'. Průmět daného bodu p bude na rovině B v bodu p^+, na rovině C pak v bodu p. Oba tyto průměty obdržíme svrchu vysvětleným spůsobem. Opíšeme-li nyní na rovině C poloměrem po okolo bodu o kruh, bude to pravá velikost kruhu, jenž vzniká točením daného bodu p v prostoru okolo přímky mn. Nyní půjde o to, abychom ten kruh převedli na rovinu B, potom na rovinu půdorysnou a konečně na nárysnou.

Za tou příčinou vedeme na rovině C průměr kl, a na rovině B bodem p^+ přímku k^+l^+, kterouž obmezíme přímkami kk^+, ll^+, vedenými od bodů k a l rovnoběžně s přímkou n^+m^+. Přímka k^+l^+ jest potom žádoucím průmětem dotýčného kruhu na rovině B. Povstane pak při tom i průmět o^+ středního bodu o na rovině B. Abychom obdrželi půdorys téhož kruhu, ustanovíme půdorysy několika bodů jeho obvodu, a potom je náležitě spojíme. Začneme-li bodem k, jehož pobočným průmětem jest bod k^+, povedeme od tohoto bodu k^+ promítající přímku k^+k' kolmo na půdici B^p; pak bude bod k' půdorysem bodu k. Příslušný nárys bodu k obdržíme pomocí promítající přímky $k'k''$, kterouž postavíme v bodu k' kolmo na půdici AX. Výška nárysu k″ bude rovná vzdálenosti bodu k^+ od půdice B^p.

Týmž spůsobem určíme půdorys i nárys bodu l. Vedeme totiž od bodu l^+ přímku promítající na stopu B^p a prodloužíme ji; potom vezmeme vzdálenost bodu l od půdice C^b, a vneseme ji od přímky B^p do l'; bod l' jest pak žádoucím půdorysem bodu l, a padá na půdorys přímky nm. Příslušný nárys téhož bodu povstane, postavíme-li v bodu l' přímku promítající kolmo na půdici AX; výška nárysu l'' bude se rovnati vzdálenosti bodu l^+ od stopy B^p.

Půdorys i nárys každého obvodového bodu dá se nyní podobným spůsobem ustanoviti. Přihleďněme na př. ještě k bodu q, jenž leží s bodem p na tětivě pq. Průmět bodu q na rovině B bude q^+; odtuď povedeme přímku q^+s kolmo k půdici B^p, a uděláme sq' rovné sq. Bod q' jest pak půdorysem bodu q; příslušný nárys obdržíme opět pomocí promítající přímky, kterouž vedeme od bodu q' kolmo k půdici AX, a pomocí výšky sq^+ na rovině B. Souměrnost bodu p' s bodem q' jest i v půdoryse patrná.

Má-li se daný bod p jen tak dlouho točiti, až by prošel oblouk pq, jenž přepíná jistý daný úhel α, vneseme tento daný úhel na rovinu C, t. j. uděláme úhel $poq = \alpha$; tím povstane bod q, jehož průměty jsme již ustanovili. Úhel $p'o'q'$ jest tedy půdorysem, úhel $p''o''q''$ pak nárysem úhlu α.

Točí-li se místo jediného bodu p přímka, pr na př., okolo přímky mn, tvoří každý bod točené přímky oblouk kruhový, jehož rovina stojí kolmo na přímce mn. Je-li přímka pr rovnoběžná přímce mn, budou všecky kruhy vespolek se shodující, a neustálým točením přímky pr povstane v prostoru plocha valcovitá.

Přetíná-li přímka pr přímku mn v některém bodu, S na př., tvoří se neustálým točením přímky pr v prostoru plocha kuželovitá. Kruhy, utvořené rozličnými body přímky pr, budou v tomto případu tím menší, čím více se blíží bodu S.

Není-li konečně přímka pr s přímkou mn ani rovnoběžná, ani ji přetínající, povstávají točením přímky pr kruhy rozličné velikosti. Mezi těmito kruhy bude ovšem jeden nejmenší, a sice ten, který vznikne točením bodu, jenž má nejkratší vzdálenost od přímky mn, tudíž nejmenší poloúměr.

Tento bod, jakož i průměty rozličných položení přímky pr, obdržíme přetvořením průmětův obou přímek nejprvé na rovinu B, kteráž stojí kolmo na rovině půdorysné a je rovnoběžná přímce mn, potom na rovinu C, jejíž půdice C^b stojí kolmo na půdici B^p, jakož bylo vysvětleno v předešlé úloze, a vyvedeno ve vzorci 61. Průmětem přímky mn na rovině C bude vždy jediný bod o, průměty všech kruhů utvořených rozličnými body přímky pr objeví se na rovině C v pravé velikosti; přímka pr bude ale míti na téže rovině C rozmanité průměty.

Je-li přímka pr v prostoru s přímkou mn rovnoběžná, bude jediný bod jejím průmětem; přetíná-li přímku mn, bude její průmět na rovině C vycházeti od bodu o; není-li konečně přímce mn ani rovnoběžná, ani ji přetínající, půjde její průmět na rovině C mimo bod o. Vedeme-li pak od bodu o přímku kolmou na tento průmět, obdržíme nejkratší vzdálenost přímky pr od přímky mn v pravé velikosti, a tudíž i poloúměr nejmenšího kruhu.

Neustálým točením přímky pr okolo přímky mn tvoří se v prostoru křivá plocha zvláštními vlastnostmi se vyznamenávající, a zoveme ji h y p e r b o l o i d.

Vyzýváme čtenáře, aby si neobtěžoval ustanoviti průměty přímky pr, nechť jest k přímce mn jakkoli položena.

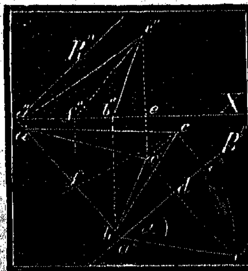
4. Průmět každého obrazce bude jen tehdáž shodný s příslušným obrazcem v prostoru, když se tento nachází na rovině, která jest rovnoběžna některé rovině průmětné. Je-li na př. trojúhelník v prostoru vodorovný, bude jeho půdorys s ním shodný, nárys pak bude přímá čára, rovnoběžná s půdicí.

Jsou-li tedy dány průměty nějakého obrazce, který není rovnoběžný některé rovině průmětné, naskytuje se úloha:

Z daných průmětů vyrýsovati týž obrazec v pravé velikosti.

Budiž abc' půdorys, $a''b''c''$ nárys daného trojúhelníka abc (viz vzorec 62). Pomyslíme-li si trojúhelník abc okolo strany ab sklopený na rovinu půdorysnou, objeví se tu v pravé velikosti své. Abychom ale toto sklopení ve výkresu vyznačili, a abychom pak trojúhelník abc na rovině půdorysné správně vyrýsovati mohli, upotřebíme zase pobočné roviny průmětné, jejíž půdorysná stopa B^p stojí kolmo na ab. Průmět trojúhelníka abc bude na rovině B přímá čára a^+c^+, kterouž obdržíme, vedeme-li promítající přímku $c'd$ kolmo k nové půdici B^p a uděláme-li dc^+ rovné ec''. Kruhový oblouk, jejž tvoří bod c při sklopování trojúhelníka, objevuje se na rovině B v pravé velikosti své, na rovině půdorysné pak co přímá čára $c'c$, stojící kolmo na straně ab, čili co rovnoběžka se stopou B^p. Vedeme-li tedy ještě přímku $c^o c$ kolmo k B^p, vznikne průsečník c, kterýž jen s body a, b spojiti třeba, aby povstal trojúhelník abc v pravé velikosti své. Jeho nárys nachází se pak na půdici AX.

Vzorec 62.



Kdyby se měl úhel při c v prostoru rozpolit, vykonáme to na úhlu acb, pokud leží na rovině půdorysné; prodloužíme rozpolující přímku cf, až přetne stranu ab v bodu f, potom spojíme bod f s bodem c'. Nárys bodu f bude na půdici AX, a spojíme li ho s bodem c'', vznikne i nárys $c''f''$ rozpolující přímky cf.

Kdyby byl dán trojúhelník abc na rovině půdorysné, a měli bychom jej otočiti okolo strany ab vzhůru, aby přilehl na rovinu R, jejíž nárysná stopa jest R^n, půdorysná pak ab, musili bychom přihlížeti zvláštně k bodu c. Ten tvoří v prostoru oblouk kruhový, jejž vidíme na rovině B v pravé velikosti; ostatku se čtenář, pohledna na vzorec 62 sám dovtipí.

Je-li dán na jedné rovině průmětné jakýkoli přímočarný obrazec, budeme moci jeho půdorys i nárys vyrýsovati, otočíme-li ho okolo příslušné stopy dané roviny, aby se nacházel v prostoru na této rovině.

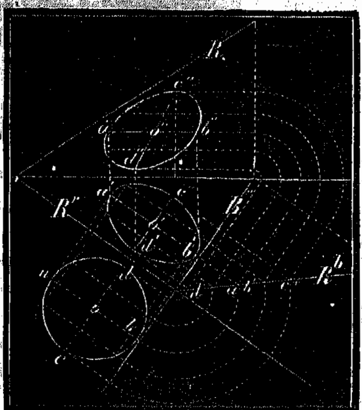
5. Mají se vyrýsovat průměty kruhu, který jde třemi danými body v prostoru.

Ve vzorci 63 buďtež a', b', c' půdorysy, a'', b'', c'' pak nárysy daných bodův.

Položíme-li těmi body v prostoru rovinu R a vyrýsujeme její stopy, budeme ji moci i s body a, b, c sklopiti na rovinu půdorysnou; potom vyrýsujeme kruh, který jde body a, b, c na rovině půdorysné, vrátíme ho pak pomocí jednotlivých bodů jeho obvodu do roviny R, a konečně ustanovíme průměty jednotlivých bodů jeho obvodu a náležitě je spojíme.

Všecko, co tu povědíno, vidíme ve vzorci 63 skutečně vykonané.

Vzorec 63.



Stopy roviny, položené body a, b, c v prostoru, jsou R^n, R^p. Abychom rovinu tu sklopiti a potom položení sklopených bodů a, b, c na rovině půdorysné náležitě vyrýsovati mohli, upotřebíme opět průmětné roviny pobočné, jež stojí kolmo na rovině půdorysné, jakož i na rovině R.

Půdorysnou stopou její bude tedy přímka B^p, stojící kolmo na R^p. Na této rovině jsou body a^+, b^+, c^+ průměty daných bodův a, b, c, přímka R^b jest pak stopou roviny R na rovině B, jako by tato okolo své půdorysné stopy již byla sklopena bývala. Sklopuje-li se potom rovina R okolo své stopy půdorysné, tvoří každý její bod, tudíž i body a, b, c, kruhové oblouky, jejichž půdorysy jsou přímky kolmé na točně R^p; na rovině B objevují se ale v pravé velikosti své okolo bodu, který jest průmětem točny R^p na téže rovině. Po sklopení roviny R objeví se dotčené body na rovině půdorysné, a budeme je moci po dvou spojiti, abychom obdrželi tětivy žádoucího kruhu, jehož střed o se nachází na přímkách, kteréž postavíme kolmo na dvou tětivách v rozpolujících bodech jejich.

Opišeme-li nyní okolo bodu o poloměrem oa kruh, kterýž půjde i body b a c, budeme moci volný počet bodů, na jeho obvodu ležících, do původního položení roviny R vrátiti a potom jejich půdorysy i nárysy ustanoviti.

Na př. budiž bod c; i ten tvoří při dotčeném vracení se roviny R oblouk kruhový, jehož přímý půdorys stojí též kolmo na točně R^p; pobočný průmět jeho objevuje se ale v pravém tvaru a končí bodem c^+. Pomocí tohoto bodu určí se půdorys c', jakož i nárys c'' bodu c. (Bližší vysvětlení toho viz na straně 59).

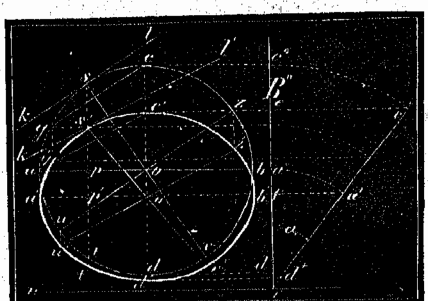
Týmž spůsobem určí se půdorys i nárys každého bodu obvodového, jakož i středního bodu o.

Náležitým spojením průmětů jednotlivých bodů povstane půdorys i nárys žádoucího kruhu, jenž prochází dané body a, b, c v prostoru.

Křivé čáry, jako jsou tyto průměty $a'b'c'd'$, $a''b''c''d''$ zovou se **elipsy**.

Porovnáme-li kruh v prostoru s jeho průmětem na rovině, která jest k rovině téhož kruhu nakloněna, přijdeme k poznání zajímavých vlastností elipsy, nýbrž i k poznání příbuznosti těchto dvou čar mathematických.

Vzorec 64.



Ve vzorci 64 budiž dán kruh $abcd$ v pravém tvaru svém na rovině nákresné, kterouž chceme N jmenovati. Otočíme-li týž kruh okolo přímky nr, ležící na rovině N, aby jeho nová rovina R v prostoru tvořila s původní rovinou N jakýkoliv úhel α, bude pak $a'b'c'd'$ průmětem nakloněného kruhu na rovině N.

Abychom o naklonění roviny R k rovině N jasného nabyli názoru, upotřebíme roviny pobočné, která stojí kolmo na přímce nr; na této rovině obdržíme za průměty kruhu v původním i nakloněném položení přímé čáry, nechť jest úhel α jakýkoli. Je-li tedy přímka B^n stopou pobočné roviny B na rovině N, bude $c^o d^o$ pobočným průmětem daného kruhu v původním jeho položení na rovině N; přímka c^+d^+ bude ale pobočným průmětem téhož kruhu, leží-li již na rovině R. Úhel α, vytvořený pobočnými průměty, rovná se úhlu α, jejž tvoří rovina R v prostoru s rovinou nákresnou N.

Promítající přímky, jimiž vznikají průměty jednotlivých bodů obvodových, objevují se na rovině pobočné v pravé velikosti své, rovnajíce se přímkám c^+e, a^+f atd.

Pozorujeme-li nyní dva k sobě kolmo ležící průměry v kruhu, ab, cd na př., bude průmět $a'b'$ prvního průměru rovný průměru ab, protože si týž průměr ab, jsa rovnoběžný s točnou nr, zůstává rovnoběžný i tehdáž, když se točí okolo přímky nr.

Druhý průměr, cd, zůstává ovšem kolmý k točně nr, jeho průmět skracuje se ale v tom poměru, v jakém úhlu α přibývá; bude tedy

$$cd : c'd' = rc^+ : re$$

$$\text{čili} \quad \frac{c'd'}{cd} = \frac{re}{rc^+}$$

Postavíme-li $cd = A$, potom $\dfrac{re}{rc^+} = \cos\alpha$

$$\text{bude:} \quad c'd' = A \cos\alpha$$

$$\text{čili} \quad \cos\alpha = \frac{c'd'}{A}$$

Postavíme-li ještě $c'd' = B$, bude

$$\cos\alpha = \frac{B}{A}$$

Vezmeme-li nyní v kruhu kterýkoli jiný bod, s na př., a vedeme-li jím tětivu st kolmou na průměr ab, jejímž průmětem bude $s't'$, bude

$$\text{zase:} \quad s't' = st \cos\alpha$$

$$\text{čili} \quad s't' = st\,\frac{B}{A}$$

Postavímeli konečně

$$\left.\begin{aligned} op &= x \\ ps &= y \end{aligned}\right\} \text{ v kruhu, potom:}$$

$$\left.\begin{array}{l} o'p' = op = x \\ p's' = y' \end{array}\right\}$$ v jeho průmětu

konečně $\frac{A}{2} = a$, $\frac{B}{2} = b$, bude:

$$y = \sqrt{a^2 - x^2};$$ pro průmět s' bude ale

$$y' = y \frac{b}{a}, \text{ čili } y = y' \frac{a}{b}$$

a jednoduchou substitucí obdržíme

$$\sqrt{a^2 - x^2} = y' \frac{a}{b}, \text{ a z toho}$$

$$y' = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

Tímto vzorcem vyjadřuje se v analytickém měřictví závislost ordinaty y' s abscisou x každého bodu elipsy. Vysvitá z něho tedy, že průmět kruhu jest skutečně elipsa.

Vedeme-li v kruhu jakýkoli průměr, bude tento rozpolovati veškeré tětivy, stojící na něm kolmo. Tato vlastnost kruhu přechází průmětem i na elipsu; neboť víme, je-li přímka v prostoru rozdělena na díly, stojící k sobě v jakémkoli poměru, že tyto poměry přecházejí i do průmětu téže přímky.

Bod o ve vzorci 63 rozpoluje veškeré průměry kruhu, jeho průměty o', o'' budou tedy rozpolovati veškeré průměty těch průměrův. Rovněž rozpoluje i ve vzorci 64 bod o' veškeré průměry elipsy. Z toho jde, že bude průmět středního bodu kruhu i středním bodem elipsy.

Průměry kruhu, nakloněného k rovině průmětné, budou tvořiti s touto rovinou úhly rozmanité velikosti; jejich průměty na téže rovině budou tedy míti rozmanitou délku (viz na straně 15).

Nejdelší průmět bude míti ten, který je v prostoru rovnoběžný rovině průmětné. Ve vzorci 63 bude to tedy průměr ab, který jest rovnoběžný rovině půdorysné, jakož i průsečnici roviny kruhu s rovinou půdorysnou, která je zde R^p. Jeho půdorys $a'b'$ tvoří v e l k o u o s u elipsy.

Nejkratší průmět bude míti ten průměr, který stojí na průsečnici R^p, tudíž i na průměru ab kolmo. Ve vzorci 63 jest to průměr cd, jehož půdorysem jest $c'd'$. Půdorys $c'd'$ jest m a l á o s a elipsy.

Velkou a malou osu elipsy můžeme tedy považovat za průměty k sobě kolmých průměrů kruhových, z nichž jeden jest rovnoběžný průsečnici roviny kruhové s rovinou průmětnou, druhý pak stojí na téže přímce kolmo.

Pozorujeme-li nad to ještě ve vzorci 64 dva jiné průměry, *sv*, *uz* stojící ovšem v kruhu na sobě kolmo, nikoliv ale kolmo na přímce *nr*, okolo které se týž kruh otáčí, aby přilehl na rovinu *R*, nebudou průměty *s'v'*, *u'z'* těchto průměrův zavírati úhel pravý, ačkoli se přetínají v bodu *o'*; neboť víme, že se pravý úhel v průmětu jen tehdáž objevuje v pravé velikosti své, když jsou obě, nebo aspoň jedno rameno jeho, rovnoběžná s rovinou průmětnou. Průměty takových dvou na sobě kolmých průměrů kruhových budou ale i průměry elipsy, kteráž jest průmětem téhož kruhu. Mimo to rozpoluje každý průmět takového průměru průměty veškerých tětiv, vedených v elipse rovnoběžně s průmětem druhého průměru.

Takovýmto průměrům elipsy, které vznikají průmětem dvou průměrů, stojících v kruhu na sobě kolmo, říkáme průměry sdružené (conjugierte). Velká a malá osa elipsy jsou ovšem také sdružené průměry. Ve vzorci 63 spatřujeme v nárysu elipsu, kteráž jest průmětem kruhu ležícího v prostoru na rovině *R*; v této elipse spatřujeme též dva sdružené průměry, *a''b''*, *c''d''*, kteréž jsou nárysy dvou průměrů kruhových, *ab*, *cd*, ležících na téže rovině *R* v prostoru na sobě kolmo.

Že průměr *a''b''* rozpoluje veškeré tětivy rovnoběžné s druhým průměrem *c''d''*, jest patrno; rovněž rozpoluje také průměr *c''d''* veškeré tětivy rovnoběžné s průměrem *a''b''*.

Kdyby tedy byl dán jeden průměr elipsy, dá se průměr, s ním sdružený, snadno vyrýsovati; povedeme totiž v elipse tětivu rovnoběžnou s daným průměrem, rozpolíme ji, a spojíce rozpolující bod se středobodem elipsy čarou přímou, prodloužíme tuto až k obvodu elipsy.

Vedeme-li ve vzorci 64. končícím bodem *s* průměru *vs* kolmou přímku *kl* na týž průměr *vs*, bude *kl* tečnou daného kruhu. Točí-li se tato přímka *kl* okolo točny *nr*, až přilehne na rovinu *R*, a ustanovíme-li potom její průmět *k'l'*, bude i *k'l'* tečnou elipsy a sice v bodu *s'*, kterýž jest průmětem bodu *s*; neboť při točení kruhu zůstává s ním tečna *kl* ustavičně na téže rovině, tudíž i tehdáž, když tvoří kruh v prostoru s původním svým položením daný úhel *α*.

Kdybychom tedy prodloužili tečnu kl, až by se sešla s prodlouženou přímkou rn v jistém bodu, h na př., půjde i průmět $k'l'$, čili tečna elipsy týmž bodem h, prodloužíme-li ji dostatečně.

Tečna kl jest rovnoběžná s průměrem ur stojícím kolmo na průměru sv; její průmět $k'l'$ jest rovnoběžný s průmětem $u'r'$. Průměry elipsy, $s'v'$, $t'n'$, mají povahu průměrů sdružených, jsouce průměty kolmých průměrů v kruhu.

Na základě toho můžeme vésti tečnu k elipse, když jest dán týčný bod. Vedeme-li totiž daným bodem týčným průměr elipsy, a vyrýsujeme-li k tomuto průměru průměr sdružený, půjde pak žádoucí tečna daným bodem rovnoběžně s průměrem tímto.

Kdybychom ale měli vésti tečnu k elipse buď daným bodem ležícím mimo obvod, buď rovnoběžně s danou přímkou, povedeme ji pomocí pravídka beze všech rozpaků, potom ale záleží na náležitém určení týčného bodu. Za tou příčinou vyrýsujeme v elipse dvě tětivy rovnoběžné s tečnou, a rozpolíme je. Průměr, jenž spojuje rozpolující body, seče obvod elipsy v žádoucím bodu týčném.

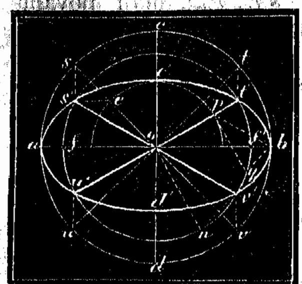
Vedeme-li ve vzorci 64 končícími body některé tětivy gc v kruhu dvě tečny, sejdou se spolu v jistém bodu, jenž leží na prodlouženém průměru vs. Tento průměr stojí kolmo na tětivě gc a rozpoluje ji. Ustanovíme-li potom téže tětivy průmět $g'c'$ a vedeme-li končícími body g', c' tečny k elipse, sejdou se tyto tečny v bodu, jenž leží na prodlouženém průměru $v's'$, kterýž jest průmětem průměru kruhového vs.

Uvedené věty máme za dostatečné, abychom poukázali na souvislost a příbuznost kruhu s jeho průmětem, t. j. s elipsou. O souvislosti této, jakož i o rozličných na ní se zakládajících spůsobech k sestrojování elipsy z daných částek, nemohlo zde z té příčiny v celé obšírnosti pojednáno býti, protože všecky sem náležité věty obzvláštně vyčítati a odůvodňovati příliš by dlouhé bylo. Abychom ale, co tu o kruhu a elipse vyloženo, v začatém spůsobu jaksi zakončili, přidáme ještě následující věty:

Ve vzorci 65 budiž dána velká i malá osa, ab, $c'd'$, elipsy; má se vyrýsovat její obvod.

Za tím účelem vyrýsujeme dva kruhy, mající velkou a malou osu za průměry, potom povedeme volný poloměr *os*, jenž přetíná menší kruh v bodu *e*, věčí kruh pak v bodu *s*. Vedeme-li potom bodem *e* přímku *es'*, rovnoběžnou průměru *ab*, a přímku *ss'*, kolmou na *ab*, bude průsečný bod *s'* v obvodu elipsy, protože se stává průmětem bodu *s*, otočíme-li daný kruh okolo osy *ab*, aby se rovnal průmět jeho polouměru *co* polovině malé osy *c'o*.

Vzorec 65.



Podobným způsobem určíme dostatečný počet bodů ležících v obvodu elipsy, jako jsou na př. body *t'*, *v'*, *d'*, *u'*, a potom je náležitě spojíme.

Stojí-li průměry *sv*, *tu* v kruhu na sobě kolmo, budou jejich průměty *s'v'*, *t'u'* sdružené průměry elipsy.

Tvoří-li průměry *sv*, *tu* s velkou osou *ab* stejné úhly, budou jejich průměty *s'v'*, *t'u'* sobě rovny (viz na str. 15.); mimo to bude i *os'* = *ot'* = *ov'* = *ou'*, t. j. body *s'*, *t'*, *v'*, *u'*, kteréž jsou okolo bodu *o* souměrně rozpoloženy, dá se vésti kruh, jehož střed jest zároveň středem elipsy.

Vedeme-li v kruhu místo kolmých průměrů *sv*, *tu* jakékoli dva průměry, které tvoří s osou *ab* stejné úhly, a ustanovíme-li potom jejich průměty, objeví se jejich konce opět v obvodu elipsy, která jest průmětem téhož kruhu, a budou okolo bodu *o* souměrně rozpoloženy. Na základě toho budeme moci vyrýsovati velkou i malou osu elipsy a střední bod *o*, je-li dán toliko obvod elipsy. Povedeme-li totiž dvě rovnoběžné tětivy, bude přímka, která spojuje rozpolující body jejich, průměrem elipsy; rozpolující bod *o* tohoto průměru, bude pak středem jejím. Vedeme-li potom volným polouměrem okolo bodu o kruh, jenž přetíná obvod elipsy ve čtyřech bodech, *s'*, *t'*, *v'*, *u'* na př., obdržíme spojením bodu *s'* s bodem *t'* tětivu *s' t'*; žádoucí velká osa *ab* elipsy půjde pak bodem *o* rovnoběžně s tětivou *s' t'*, malá osa *c'd'* bude pak v bodu *o* kolmá na *ab*. Ohniska elipsy obdržíme konečně, opíšeme-li polovinou velké osy s bodu *c'* oblouk kruhový, jenž přetíná velkou osu v bodech *f*, *f'*, kteréž jsou žádoucí ohniska elipsy.

Jsou li ale dány dva sdružené průměry elipsy, *s'v'*, *t'u'* na př., budeme moci jednotlivé body jejího obvodu tímto spůsobem určiti: Polovinou ot' jednoho průměru opíšeme polokruh $u'nt'$, v středním bodu o postavíme poloměr on kolmo na $u't'$, a spojíme bod n s končícím bodem v' druhého průměru; potom si zvolíme na průměru $u't'$ volný bod p, vedeme pq kolmo na $u't'$, pb rovnoběžně ov', konečně vedeme bodem q přímku qb rovnoběžnou s přímkou nv'. Bod b jest potom jeden bod v obvodu elipsy. Týmž spůsobem můžeme ustanoviť volný počet bodů obvodových, a náležitým jich spojením celou elipsu. Velkou i malou osu její, jakož i ohniska vyrýsujeme spůsobem svrchu položeným.

Úlohy. 1. Když jsou dány průměty středního bodu kruhu a pravá velikost jeho poloměru, mají se vyrýsovať oba průměty celého kruhu.

2. Na půdorysné rovině jsou dány obě osy elipsy, kteráž jest půdorysem kruhu v prostoru; mimo to jest dán nárys středního bodu. Mají se vyrýsovať oba průměty příslušného kruhu.

Sklopením jisté roviny v prostoru na rovinu nákresnou mohou se také tyto již známé úlohy rozhodnouti:

3. Daným bodem vésti přímku, s druhou danou přímkou jistý úhel tvořící.

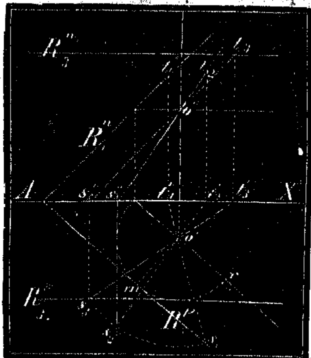
4. Jsou-li dány průměty úhlu, má se vyrýsovať jeho pravá velikost. V obou těchto připadech jsou dané částky určovacími částkami roviny v prostoru. Vyrýsujeme-li tedy stopy této roviny, a sklopíme-li ji potom i s danými částkami na rovinu nákresnou, budeme moci danou úlohu spůsobem v plochoměrství obyčejným na rovině nákresné rozhodnouti, a potom sklopenou rovinu i s novými body a čarami do původního položení vrátiti.

6. Rovina R, jejíž půdorysná stopa jest R^p, nárysná stopa R^n, má se točiti okolo dané přímky.

(Viz vzorec 66.)

Točení roviny může se díti za tím úmyslem, abychom ji postavili buď kolmo k jedné rovině průmětné, buď rovnoběžně s púdicí, buď aby tvořila se svým původním položením jistý daný úhel. Provedení takového otočení bude tehdáž nejsnadnější, když stojí točna kolmo na některé rovině průmětné, na půdorysné na př. Ve vzorci 66 budiž bod o' půdorysem točny, nárys její stojí pak kolmo na půdici. Její průsečník o s rovinou R ustanoví se známým spůsobem (viz na str. 38.) a bude pak bod o'' jeho nárysem. Průsečník o nezmění své položení, byť se rovina R i vícekrát dle vůle přitočila. Abychom tedy otočili rovinu R tak, aby se stala kolmou k rovině nárysné, pomysleme si bodem o po rovině R vedenou přímku om, kolmo k půdorysné stopě R^p.

Vzorec 66.



Tato přímka točí se zároveň s rovinou R, a vytvoří v prostoru plochu kuželovitou, která má za půdici kruh, opsaný okolo bodu o' poloměrem $o'm$. Půdorysná stopa R^p bude pak ustavičně tečnou tohoto kruhu, nechť se rovina R jakkoli dlouho přitáčí. Postaví-li se tedy rovina R kolmo k k rovině nárysné, bude její půdorysnou stopou přímka, která se dotýká téhož kruhu, stojíc kolmo na půdici AX. Nárysná stopa roviny R v tomto novém postavení půjde bodem o''.

Vedeme-li po rovině R, pokud je v původním pololožení, přímku st bodem o, bude $s_1t'_1$ jejím půdorysem; i tato přímka točí se zároveň s rovinou R a tvoří v prostoru plochu kuželovitou, která má za půdici kruh, opsaný okolo bodu o' poloměrem $o's_1$. Stojí-li tedy již rovina R kolmo na rovině nárysné, bude míti přímka st v prostoru takové položení, že bude $s_2t'_2$ jejím půdorysem, s''_2t_2 pak nárysem. Nárysná stopa roviny R půjde tedy také bodem t_2, kterýž jest nárysnou stopou přímky s_2t_2.

Abychom ustanovili stopy roviny R, když se byla stala rovnoběžnou půdici AX, povedeme tečnu R^p_3 rovnoběžně s půdicí AX; tím povstane půdorysná stopa roviny R. Půdorys přímky st, která jde ustavičně bodem o, bude nyní $s_3t'_3$, nárys pak s''_3t_3. Vedeme-li tedy bodem t_3, kterýž jest nyní nárysnou stopou přímky st, přímku rovnoběžnou s půdicí AX, povstane stopa nárysná.

Má-li se rovina R tak přitočiti, aby tvořila se svým původním položením jistý daný úhel α, vyrýsujeme tento úhel k ramenu mo', aby byl bod o' jeho vrcholem, a úhel

$mo'r$ na př. roven úhlu α. Tím vznikne bod r, a povedeme-li tímto bodem tečnu, povstane stopa půdorysná; příslušnou stopu nárysnou lze nyní snadno vyrýsovati.

Kdyby byla přímka, okolo které se má rovina R točiti, nakloněna k jedné nebo k oběma rovinám průmětným, přetvořili bychom její průměty jakož i stopy dané roviny tak, aby stála kolmo na nové rovině průmětné. V prvním případu bylo by přetvoření jednoduché, v druhém ale dvojnásobné.

Hlava pátá.

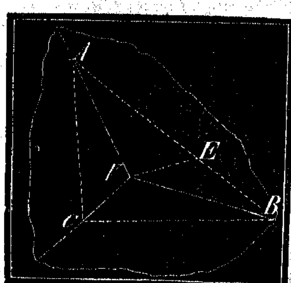
Tělesný trojúhelník.

Vycházejí-li od některého bodu V v prostoru tři přímky, které neleží na jedné rovině, jako jsou na př. VA, VB, VC ve vzorci 67, a položíme-li tři roviny, jejichž průsečnice se s těmi přímkami srovnávají, povstane v prostoru tvar po jedné straně třemi rovinami obmezený, po druhé straně ale otevřený. Říkáme mu **tělesný trojúhelník**. Přímky VA, VB, VC zovou se **hrany**; jimi vytvořené úhly totiž $\sphericalangle AVB$, $\sphericalangle BVC$, $\sphericalangle CVA$ budou tedy **úhly hranové**. Roviny těchto úhlů zovou se **strany** tělesného trojúhelníka, a společný bod V bude jeho **vrcholem**.

Kromě hranových úhlů objevují se v tělesném trojúhelníku ještě tři úhly **plochové**; jsou to totiž úhly, jež udávají vzájemné k sobě naklonění dvou stran.

Sluší poznamenati, že označujeme tělesný trojúhelník buď toliko jedním písmenem, kladouce je k vrcholu, buď čtyrmi písmeny, jako tělesný trojúhelník $VABC$. V tomto případu píšeme a čteme nejprvé písmeno při vrcholu stojící.

Vzorec 67.



Tvar i velikost tělesného trojúhelníka budou záležeti na velikosti hranových, jakož i plochových úhlův. Přihledněme tedy, jak se to má s velikostí těchto úhlů, a začněme úhly hranovými.

1. Je-li na př. ve vzorci 67 úhel AVB větší úhlu AVC, budeme moci na rovině úhlu AVB vytvořiti úhel AVE, rovný úhlu AVC; stalo-li se to, zůstává ještě úhel EVB, kterýž porovnáme s úhlem BVC. Za tou pří-

činou uděláme $CV = EV$, a povedeme přímky AC, AEB, BC. Zmíněné úhly objevují se potom v trojúhelnících BCV a BEV, které mají dvě strany v rovnosti, totiž $CV = EV$, $BV = BV$. Ale i o velikosti stran BC a BE můžeme rozhodnouti. V trojúhelníku ABC jest totiž

$$AC + BC > AB, \text{ čili}$$
$$AC + BC > AE + EB;$$

odčítáme-li tedy na obou stranách $AC = AE$, vyjde $BC > EB$; tudíž budou v trojúhelnících BCV a BEV úhly, nestejným stranám protilehlé, též nestejné, t. j. $\sphericalangle BVC > BVE$.

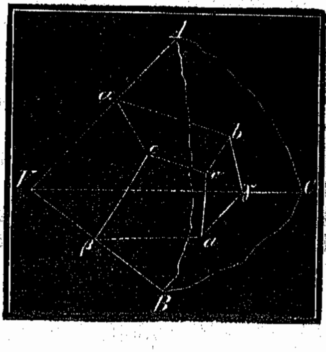
Přidáme-li úhlu BVC úhel AVC, úhlu BVE úhel $AVE = AVC$, bude pak úhel $AVC + BVC > AVB$, t. j. dva hranové úhly dohromady jsou věčí úhlu třetího. (Kdyby byl úhel $AVB = AVC$, byla by právě vyslovená nerovnost přímo zjevná.)

Právě ohledané třihranové úhly AVC, AVB, BVC, nacházejí se v trojúhelnících, jejichž šestero ostatních úhlů týmž způsobem porovnati možno s úhly pomocného trojúhelníka ACB; bude potom

$$\sphericalangle CAV + BAV > BAC$$
$$\sphericalangle ACV + BCV > ACB$$
$$\sphericalangle ABV + CBV > ABC$$

t. j. šestero úhlů v levo stojících bude věčí dvou úhlů pravých. Přidáme-li k těmto šesti úhlům ještě úhly AVC, AVB, BVC, obdržíme za součet šestero úhlů pravých; a z toho vysvítá, že se těmto třem přidaným úhlům něčeho nedostává, aby se rovnaly čtyrem pravým, t. j. hranové úhly v tělesném trojúhelníku jsou menší, než čtyry pravé.

Vzorec 68.



2. Abychom vyšetřili velikost úhlů plochových, ustanovme si ve vzorci 68 mezi stranami daného trojúhelníka nějaký bod v, a veďme jím přímky va, vb, vc kolmo k stranám BVC, AVC, AVB. Všecky tři roviny, podle každého páru těchto přímek položené, budou státi kolmo na příslušných stranách tělesného trojúhelníka, tudíž i na jejich průsečnici, a spů-

sobují nový tělesný trojúhelník, jehož hrany budou va, vb, vc, bod v pak vrcholem. Žádoucí úhly plochové objevují se potom v čtyrúhelnících $va\gamma b$, $vb\alpha c$, $vc\beta a$. V každém takovém čtyrúhelníku rovnají se dva protilehlé úhly dvěma pravým úhlům. Vychází tedy z toho, že budou úhly α, β, γ, s hranovými úhly tělesného trojúhelníka $vabc$, vespolek rovny šesti pravým úhlům. Hranové úhly jsou ale, jak svrchu vyloženo, menší, než čtyry pravé; budou tudíž plochové úhly α, β, γ obnášeti více než dva pravé úhly. Hranový úhel cvb trojúhelníka v bude vyplňovati plochový úhel $b\alpha c$ trojúhelníka V na dva pravé; rovněž vyplňuje hranový úhel cva plochový úhel $a\beta c$, jakož i hranový úhel avb plochový úhel $a\gamma b$ na dva pravé. Za tou příčinou zove se tělesný trojúhelník v vyplňovacím (Supplementardreieck) trojúhelníka V.

Abychom ještě ustanovili meze, v kterých se bude nacházeti součet plochových úhlů každého tělesného trojúhelníka, prodlužme všecky tři hrany daného trojúhelníka za vrchol V. Každým takovým prodloužením jedné hrany vznikne vedlejší trojúhelník tělesný, jenž má s původním trojúhelníkem jednu stranu a jí protilehlý úhel společné; prodloužením všech tří hran vzniknou tedy tři vedlejší trojúhelníky, a z toho vychází, že bude součet všech tří plochových úhlů menší, než třikrát dva pravé, čili menší, než šest pravých úhlů.

Dva, a šest pravých úhlů jsou tedy meze, v kterých se musí držeti součet plochových úhlů tělesných trojúhelníků, byť byly jednotlivé úhly jakkoli rozličné.

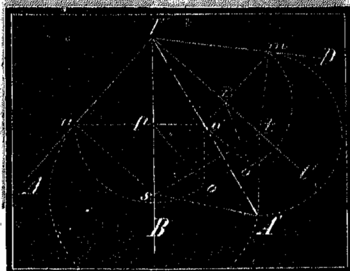
Úlohy.

V tělesném trojúhelníku objevuje se tedy šestero úhlů, tři hranové a tři plochové. Jsou-li dány kterékoli tři z těchto úhlů, dá se tělesný trojúhelník sestrojiti a velikost ostatních úhlů buď vypočítati, buď vyrýsovati. Provedení takových úloh jmenujeme rozhodnutí tělesného trojúhelníka.

1. Když jsou dány tři hranové úhly čili strany tělesného trojúhelníka, má se týž trojúhelník sestrojit a jeho plochové úhly mají se vyrýsovat.

Ve vzorci 69 buďtež *AVB*, *BVC*, *CVD* všecky tři dané úhly na jedné rovině vedle sebe rozprostřeny. K utvoření tělesného trojúhelníka bude nyní zapotřebí, otočiti stranu *AVB* okolo *VB*, a stranu *CVD* okolo *VC*, až se přímka *VA* sjednotí s přímkou *VD*, aby se utvořila hrana v prostoru, jejímž půdorysem bude *VA'*.

Vzorec 69.



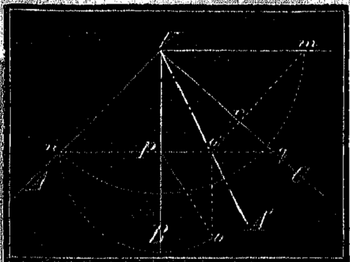
Za tím účelem ustanovíme na přímkách *AV*, *DV* v rovné vzdálenosti od *V* body *n*, *m*. I tyto body musí se sejíti, když se přímka *AV* s přímkou *DV* sjednotí. Při dotčeném otáčení opisují body *n*, *m* kruhové oblouky, jejichž přímočarné průměty *no'*, *mo'* se scházejí v bodu *o'*, kterýž jen s bodem *V* spojiti třeba, aby se objevil žádoucí průmět *VA'* třetí hrany, která leží v prostoru. Promítající rovina kruhového oblouku *no*, stojíc kolmo na *VB*, přetíná strany *AVB* a *BVC* hotového trojúhelníka podle přímek *po'*, *po*, kteréž zavírají plochový úhel *opo'*, a tvoří s kolmou *oo'* trojúhelník pravoúhelný, kterýž se ve svém pravém tvaru objeví, sklopíme-li ho okolo jeho odvěsny *po'* na rovinu nákresnou. Rovněž přetíná promítající rovina kruhového oblouku *mo'*, stojíc kolmo na *VC*, strany *CVA* a *CVB* podle přímek *ro* a *ro'*, kteréž zavírají plochový úhel *oro'*, a tvoří s kolmou *oo'* pravoúhelný trojúhelník *oo'r*. V těchto dvou pravoúhelných trojúhelnících budou odvěsny *oo'*, *oo'* sobě rovny, protože udávají výšku bodu *o*, jehož půdorysem jest *o'*.

Abychom konečně obdrželi i třetí úhel plochový, položíme bodem *o* rovinu kolmou na hranu *VA* v prostoru. Rovina ta přetíná strany *AVB*, *CVD* podle přímky *ns*, kteráž jest kolmá na *AV*, a přímky *mt*, kteráž jest kolmá na *DV*; přímka *st* jest průsečnicí téže roviny se stranou *BVC*. Opíšeme-li tedy okolo bodů *s* a *t* kruhové oblouky poloměry *sn* a *tm*, sejdou se v bodu *A'*, kterýž jest vrcholem; úhel *sA't* udává pak pravou velikost žádoucího úhlu.

2. Jsou-li dány dvě strany a jimi vytvořený úhel plochový, mají se vyrýsovat ostatní úhly tělesného trojúhelníka.

Ve vzorci 70 buďtež ABV, BVC dané strany, rozprostřené vedle sebe na rovině nákresné; plochovým úhlem, jejž tyto strany v trojúhelníku spolu tvoří, budiž úhel opo'.

Vzorec 70.



Otočíme-li jednu danou stranu, na př. AVB okolo VB, až tvoří s druhou stranou BVC daný úhel plochový, obdržíme dvě strany tělesného trojúhelníka v náležitém položení. Při zmíněném otáčení opisuje jistý bod n kruhový oblouk, jehož rovina stojí kolmo na VB, přetínajíc stranu BVC podle přímky pq, a stranu AVB v prostoru podle přímky, jejíž průmět padá též na pq.

Sklopením kruhové roviny objeví se dotčený oblouk v pravé velikosti své okolo bodu p, a bude míti pn za poloměr. Zároveň objeví se též daný úhel opo', kterýž měří úklon strany AVB k straně BVC. Vyrýsujeme-li tedy při p úhel opo', kterýž se rovná danému úhlu, povstane bod o, kterýž vyznačuje položení sklopeného bodu o.

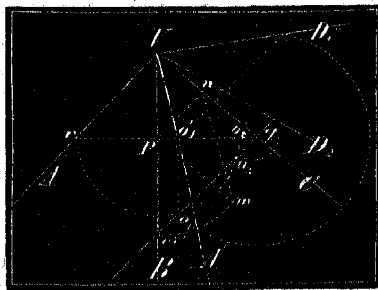
Vrátí-li se nyní sklopená rovina kruhu do svého původního postavení, opisuje bod o oblouk kruhový, jehož průmětem bude oo' kolmé na nq. Tím obdržíme tedy bod o' za průmět bodu n, když se strana AVB náležitě byla přitočila. Spojením bodu o' s bodem V povstane žádoucí průmět hrany AV v prostoru, když byl tělesný trojúhelník z daných částek sestrojen. Pravá velikost ostatních úhlů vyrýsuje se nyní, jako v předešlém případu.

3. Jsou-li dány dva úhly hranové (čili dvě strany) a jeden protilehlý úhel plochový, má se tělesný trojúhelník sestrojit a ostatní jeho úhly vyrýsovat.

Ve vzorci 71 buďtež AVB, BVC dané strany; daný úhel plochový, ležící naproti straně AVB, budiž $pnm = \alpha$.

Postavíme-li v některém bodu n rovinu kolmou na hranu VC, bude přímka np její průsečnicí s rovinou BVC, a zároveň jedním ramenem daného úhlu α; druhé rameno nm téhož úhlu pomysleme si na zmíněné rovině, vedené bodem n, kolmo na VC, sklopíme je ale okolo np na rovinu nákresnou, aby se úhel α objevil ve své pravé velikosti. Přímkou VC a ramenem nm v původním jeho postavení bude určeno položení jedné strany tělesného trojúhelníka v prostoru.

Vzorec 71.



Otočíme-li ještě stranu AVB okolo VB, až přilehne hrana VA k straně CVm, bude i strana AVB ve svém náležitém položení a tělesný trojúhelník bude utvořen.

Sledujeme-li při otáčení ramena AV některý jeho bod, r na př., kterak tvoří v prostoru okolo bodu p kruhový oblouk, jehož rovina stojí kolmo na VB, tož snadno se dovtípíme, že bude zapotřebí ustanoviti průsečník téhož oblouka s rovinou VCm, abychom mohli vytknouti položení té hrany tělesného trojúhelníka, která leží v prostoru. Žádoucí průsečník bude ale ležeti v prostoru na průsečnici kruhové roviny rpq s rovinou VCm, kterážto průsečnice bude vycházeti od bodu q, kde se přetínají stopy těch rovin, a půjde bodem m. Abychom ji obdrželi na rovině nákresné, sklopíme rovinu kruhu okolo rq; tím objeví se oblouk ro_1o_2 v pravé velikosti své okolo bodu p; bod m, jenž leží též na rovině kruhu, objeví se při tomto sklopení po druhé, a sice v bodu m^+, kterýž obdržíme, uděláme-li pm^+ rovné pm.

Spojením bodu m^+ s bodem q povstane žádoucí průsečnice m^+q; ta přetíná kruhový oblouk ro_1o_2 v bodech o_1, o_2, kteréž jsou hledané průsečníky kruhového oblouka s rovinou CVm. Vrátí-li se nyní rovina kruhového oblouka okolo přímky rq do svého kolmého postavení, opíší body o_1, o_2 kruhové oblouky, jejichž přímočarné průměty půjdou kolmo k přímce rq. Tím vzniknou na přímce rq body

o'_1, o'_2, kteréž jen s bodem V spojiti třeba, abychom obdrželi průměty VA'_1 nebo VA'_2 hrany VA v prostoru.

Že přetíná oblouk ro_1o_2 přímku $m+q$ ve dvou bodech o_1, o_2, může míti hrana VA v prostoru dvoje položení, a tudíž i dva průměty.

Jsou-li tedy dány dva úhly hranové a jeden protilehlý úhel plochový, mohou se z těchto daných částek v jistých případech dva tělesné trojúhelníky sestrojiti.

Kdyby ale měla přímka $m+q$ s kruhovým obloukem ro_1o_2 jeden toliko bod společný, dal by se toliko jediný trojúhelník sestrojiti.

Kdyby se konečně přímka $m+q$ kruhového oblouka ro_1o_2 ani nedotkla, nebylo by možno z daných částek tělesný trojúhelník sestrojiti.

Jakmile jest tělesný trojúhelník sestrojen, dají se všecky jeho úhly v pravé své velikosti vyrýsovati. Ve vzorci 71 jest na př. CVD_1, nebo CVD_2 třetí úhel hranový; plochové úhly vyrýsují se jako v první úloze.

4. Jsou-li dány všecky tři plochové úhly α, β, γ, má se tělesný trojúhelník sestrojit, a hranové úhly čili strany jeho mají se vyrýsovat.

Na straně 78. dočtli jsme se o tělesném trojúhelníku vyplňovacím (Supplementardreieck), a o poměru jeho úhlů k úhlům daného trojúhelníka.

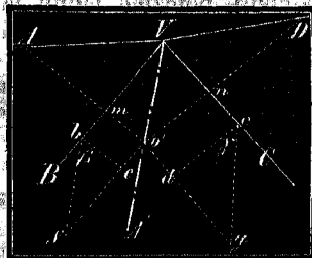
Sestrojíme tedy z úhlův $180 - \alpha$, $180 - \beta$, $180 - \gamma$, jakoby to byly dané úhly hranové, tělesný trojúhelník podle návodu podaného v úloze 1. Každý plochový úhel tohoto trojúhelníka vyplníme potom na dva pravé, a k tomu potřebné úhly vyplňovací (Supplemente) budou hranovými úhly žádoucího trojúhelníka, který se dá potom snadno sestrojit.

5. Je-li dán jeden úhel hranový a dva k němu přiléhající úhly plochové, má se tělesný trojúhelník sestrojit, a ostatní jeho úhly vyrýsovat.

Ve vzorci 72 budiž BVC daný úhel hranový, položený na rovině nákresné; k němu přiléhající úhly plochové buďtež úhly β a γ.

Kdyby byl žádoucí trojúhelník již hotový, mohli bychom svésti od některého bodu b hrany VA, která by ležela v prostoru, přímku oo' kolmou na rovinu BVC, potom přímku om kolmou na BV, a konečně přímku on kolmou na CV; spojením bodů n, m s bodem o' povstaly by dva pravoúhelné trojúhelníky $oo'm$, $oo'n$, mající oo' za společnou odvěsnu. V jednom těchto trojúhelníku nacházel by se daný úhel β, v druhém pak daný úhel γ.

Vzorec 72.



Délka kolmé přímky oo' záleží na vzdálenosti bodu o od bodu V; tato vzdálenost může se ale volně ustanoviti, a tudíž i délka přímky oo'. Dotčené trojúhelníky pravoúhelné mohou se tedy bez rozpaků vyrýsovati. Za tím účelem postavíme ve volném bodu b hrany BV přímku be kolmo na BV, a vyrýsujeme při b daný úhel $\beta = \sphericalangle fbe$ a pravoúhelný trojúhelník bef; potom postavíme ve volném bodu c hrany CV přímku cd kolmo na CV, a vyrýsujeme při c daný úhel $\gamma = \sphericalangle gcd$ (kdyby byl ale úhel $\gamma >$ úhlu pravého, udělali bychom úhel $gcd = 180 - \gamma$); konečně sestrojíme pravoúhelný trojúhelník cdg tak, aby byla jeho odvěsna $dg = ef$. Tyto odvěsny udávají pak výšku bodu o od roviny BVC, čili délku kolmé přímky od bodu o, ležícího na hraně VA v prostoru, k rovině BVC svedené; odvěsny be a cd udávají ale vzdálenosti bodu o' od přímek BV a CV. Prodloužíme-li tedy odvěsny fe a gd, až se sejdou v bodu o', bude tento bod o' průmětem bodu o, ležícího na hraně AV v prostoru. Spojením bodu o' s bodem V obdržíme tedy průmět $A'V$ této hrany prostorové.

Jakmile máme vyrýsovány všecky tři hrany tělesného trojúhelníka, můžeme všecky posud neznámé úhly jeho vyrýsovati, jako se to již stalo na straně 79.

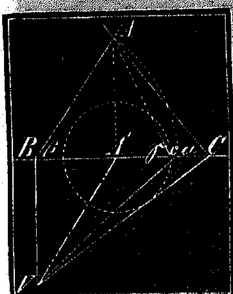
Obdržíme tedy na př. hranové úhly AVB a CVD, uděláme-li $mA = bf$, $nD = cg$ atd., jako v první úloze.

Sestrojení a rozhodnutí tělesného trojúhelníka z jednoho úhlu hranového a dvou úhlů plochových mohlo by se též provésti pomocí trojúhelníka vyplňovacího. Sestrojíme totiž z úhlů $180 - \beta$, $180 - \gamma$, kteréž považujeme za úhly hranové, a z úhlu $180 - BVC$, kterýž považujeme za plochový úhel těmito hranovými úhly utvořený, tělesný trojúhelník podle návodu pod číslem 2. na straně 80.

6. Jsou-li dány dva úhly plochové β, γ a jeden protilehlý úhel hranový *AVB*, má se tělesný trojúhelník sestrojit a rozhodnout.

Chceme-li žádoucí trojúhelník přímo sestrojiti a rozhodnouti, položme jednu jeho hranu *VB* (viz vzorec 73) na rovinu půdorysnou, aby stála kolmo na půdici; potom položme rovinu daného úhlu hranového tím způsobem k rovinám průmětným, aby stála kolmo na rovině nárysné, s rovinou půdorysnou aby pak tvořila jeden daný úhel plochový, úhel β na př.

Vzorec 73.



Ve vzorci 73 bude pak *VB* stopa půdorysná, *BA* stopa nárysná této roviny. Pomyslíme-li si tuto rovinu sklopenou na rovinu půdorysnou, objeví se tu daný úhel hranový v pravé velikosti své. Tento úhel buďiž rovný úhlu *BVa*. Potom opíšeme okolo bodu *B* poloměrem *Ba* kruhový oblouk, až se sejde s nárysnou stopou v bodu *A*, jehož půdorysem bude *A'* na půdici. Přímka *VA'* bude půdorysem druhé hrany žádoucího trojúhelníka; příslušný nárys padne na *BA*.

Abychom obdrželi ještě třetí hranu, sestrojíme při odvěsně *AA'* pravoúhelný trojúhelník *AA'c*, aby úhel při *c* rovnal se danému úhlu γ. Přitočíme-li ho nyní okolo *AA'*, vytvoří bod *c* kruh, ku kterému povedeme tečnu *VC*, aby vznikla třetí hrana tělesného trojúhelníka.

Upotřebením úhlu vyplňovacího může se rozhodnutí tělesného trojúhelníka i při těchto daných částkách převésti na úlohu 3.

7. Převedení úhlu na obzor.

Je-li dána pravá velikost úhlu α, potom úhly α, β, které tvoří ramena téhož úhlu α s rovinou vodorovnou, má se vyrýsovat půdorys úhlu α.

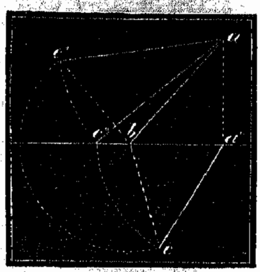
Abychom úlohu tu náležitě pochopili, pohledněme na vzorec 13. na straně 15. Tam spatřujeme úhel *bac* v prostoru, jehož ramena jsou *ab*, *ac*. Dejme tomu, že by byla známá pravá velikost úhlu *bac*, potom úhel $aba' = \beta$, a úhel $aca' = \gamma$, jež tvoří ramena úhlu *bac* s rovinou vodorovnou; má se nyní vyrýsovat průmět téhož úhlu *bac* na rovině vodorovné. Za tím účelem postavíme přímkami *ab*, *ac* promítající roviny *aba'*, *aca'* kolmo na rovinu průmětnou; jejich průsečnice *ba'*, *ca'* s touto rovinou, budou ramena žádoucího úhlu *ba'c*, kterýž chceme α jmenovati.

Průsečnice *aa'* rovin promítajících bude státi kolmo na rovině průmětné, jakož i na přímkách *a'b*, *a'c*; bude tedy úhel $baa' = 90^0 - \beta$, úhel $caa' = 90^0 - \gamma$; konečně bude $ba'c = \alpha$ úhlem sklonu rovin promítajících. Tento úhel objevuje se tedy co plochový úhel tělesného trojúhelníka, jehož vrchol jest *a*.

Z daných úhlů hranových, totiž z úhlů *bac*, $90 - \beta$, $90 - \gamma$, mohli bychom nyní tělesný trojúhelník sestrojiti, a rozhodnutím pravou velikost jeho úhlů plochových, tudíž i žádoucího úhlu α vyrýsovati.

Přímo a jednoduše vyrýsuje se půdorys úhlu *bac* způsobem následujícím:

Vzorec 74.



Ve vzorci 74 budiž na rovině nárysné bod *a* vrcholem daného úhlu *bac*; půdorys vrcholu *a* bude tudíž bod *a'* na půdici, a promítající přímka *aa'* bude jednou hranou tělesného trojúhelníka *aa'bc*.

Pomyslíme-li si nyní, že jest tělesný trojúhelník *aa'bc* k průmětným rovinám tím způsobem přiložen, aby jedna jeho strana, *aa'b* na př., přilehla na rovinu nárysnou, objeví se tu daný úhel $aba' = \beta$, jakož i úhel $baa' = 90 - \beta$ v pravé velikosti své.

Krom toho můžeme i ostatní dané úhly v jejich pravé velikosti na rovině nárysné vyrýsovati.

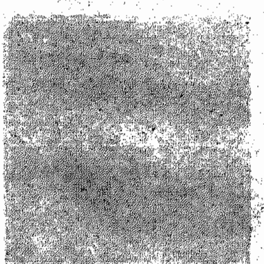
Pomyslíme-li si totiž stranu *aa'c* tím způsobem okolo hrany *aa'* přitočenou, až přilehne na rovinu nárysnou, objeví se též úhel $aca' = \gamma$, jakož i úhel $caa' = 90 - \gamma$ v pravé velikosti své. Konečně si pomysleme stranu *bac*, čili daný úhel $bac = a$ okolo některé hrany, buď *ab*, buď

ac, otočený, aby rovněž přilehl na rovinu nárysnou. Dotčené přitočení strany bac stalo se ve vzorci 74 okolo hrany ab. Majíce nyní všecky potřebné úhly k sestrojení tělesného trojúhelníka v pravé velikosti před sebou, budeme moci týž trojúhelník sestrojiti a vyrýsovati, jest-li že dané strany jeho, totiž $a'ac$, bac náležitě přitočíme, ponechajíce stranu $a'ab$ na rovině nárysné.

Strana $a'ac$ bude se točiti okolo hrany $a'a$, při čemž opíše bod c po rovině půdorysné oblouk kruhový okolo bodu a'.

Tento oblouk, prozatím neobmezený, bude c^0c, hrana ac obdrží v prostoru nějaké jiné položení, půjde ale bodem a, jehož půdorysem jest bod a' na půdici.

Abychom toto nové položení hrany ac obdrželi, pomysleme si trojúhelník bac^+ točený okolo nepohybné hrany ab, až by jeho strana bc^+, a tudíž i jeho roh c^+ dostihly roviny půdorysné. Při tom vytvoří bod c^+ okolo bodu b kruhový oblouk, kterýž se sejde s prvním obloukem v bodu c. Spojíme-li nyní tento bod c s bodem a', povstane úhel $ba'c = \alpha$, kterýž jest žádoucím průmětem daného úhlu α na rovině vodorovné.



Hlava šestá.

Průměty těles a rýsování povrchů jejich.

Přidáme-li ke třem stranám tělesného trojúhelníka ještě čtvrtou stranu, která všecky tři dané přetíná, a s nimi jistou část prostoru úplně obmezuje, povstane měřické těleso o šesti hranách, dvanácti hranových a šesti plochových úhlech. Povrch téhož tělesa bude se skládati ze čtyr trojúhelníkův jakéhokoli tvaru.

Kromě tělesného trojúhelníka mohli bychom jakémukoli tělesnému mnohoúhelníku ještě jednu stranu v takovém položení přidati, aby se část prostoru úplně obmezila.

Tato nová strana bude vždy tolika přímkami obmezena, kolik stran má tělesný úhelník. Povrch každého tělesa, které si právě vyloženým způsobem vytvoříme, bude se skládati z jednoho mnohoúhelníka, který můžeme považovati za půdici, a z tolika trojúhelníků, kolik má půdice stran. Tyto trojúhelníky zovou se s t ě n y, a jejich průsečnice (bez ohledu na půdici) h r a n y; těleso to jmenuje se pak j e h l a n e c čili p y r a m i d a.

Společný bod, v kterém se všechny stěny jehlance scházejí, zove se v r c h o l.

Jsou-li hrany jehlance vespolek sobě rovny, jest to jehlanec p ř í m ý, jinak š i k m ý čili k o s ý. Půdice přímého jehlance bude obrazec p r a v i d e l n ý, a přímka, svedená od vrcholu kolmo k půdici, půjde jejím středem.

Je-li naopak půdice jehlance pravidelný mnohoúhelník, bude jehlanec r o v n o s t ě n n ý. Jsou-li krom toho strany půdice rovny hranám, zove se takový jehlanec p r a v i d e l n ý. Pravidelný jehlanec, jenž má za půdici rovnostranný trojúhelník, zove se č t y r s t ě n čili t e t r a ë d e r. Na takovém nachází se šest hran a čtyry tělesné trojúhelníky čili rohy, z nichž každý jest utvořen třemi stranami.

Stěny jehlance můžeme si v mysli tím spůsobem vytvořiti, jakoby se přímá čára pohybovala po stranách nějakého obrázce přímočarného, jdouc při tom ustavičně jistým pevným bodem (vrcholem). Vezmeme-li tedy místo přímočarného mnohoúhelníka kruh, a pohybuje-li se přímka zmíněným spůsobem, vytvoří se v prostoru plocha spojitá, kuželovitá (viz na str. 4). Obmezíme-li tuto plochu na otevřené straně rovinou kruhovou, povstane měřické těleso, jemuž říkáme k u ž e l. Přímka, která spojuje vrchol kužele se středem půdice, zove se o s a kužele, a stojí li tato kolmo na půdici, jest to kužel p ř í m ý, jinak š i k m ý. —

Tři nebo více rovin v prostoru mohou míť vespolné položení takové, že jsou jejich průsečnice veskměs rovnoběžny. Jest-li že každá rovina, s druhou se přetnouc, tím se končí, vznikne tvar prostorový o tolika rovnoběžných hranách, kolik rovin se vzájemně přetínalo, a říkáme mu tvar h r a n o l o v ý; každá částka jeho povrchu jest toliko po dvou stranách obmezena, a zove se s t ě n a. Týž tvar jest ale potud po dvou stranách otevřený, a úplného obmezění jisté částky prostoru nebude možno docíliti, byť se i sebe více rovin zmíněným spůsobem přetínalo. Přidáme-li ale ještě dvě spolu rovnoběžné roviny, z nichž každá všecky stěny přetíná, povstane měřické těleso, jemuž říkáme h r a n o l čili p r i s m a. Končí-li se již každá z těchto rovnoběžných rovin přetnutím stěn hranolových, vzniknou dva shodné obrazce o tolika stranách, kolik má hranol stěn Těmto rovnoběžným obrazcům říkáme p ů d i c e hranolu.

Hranol bude míti tedy tolik stěn, kolik má jeho půdice stran. Stojí-li hrany kolmo na půdici, jest to hranol p ř í m ý, jinak š i k m ý čili k o s ý.

Má-li hranol pravidelnou půdici, budou veškeré jeho stěny shodné rovnoběžníky.

Jsou-li ale půdice hranolu rovnoběžníky, budou jeho stěny po dvou rovnoběžny, a takový čtyrstěnný hranol zove se r o v n o b ě ž n o s t ě n (Parallelepipedum).

Jsou-li půdice rovnoběžnostěnu obdélníky, zove se p r a v o ú h e l n ý, a potom budou i jeho stěny obdélníky. Pravoúhelný rovnoběžnostěn, jenž má všecky hrany v rovnosti, zove se k r y c h l e, k o s t k a čili k u b u s. Tento jest tedy obmezen šesti čtverci, má dvanáct hran a osm rohů, z nichž každý jest utvořen třemi čtverci. — Stěny hranolu můžeme si v mysli tím spůsobem vytvořiti, jakoby se přímka pohybovala po stranách nějakého obrazce přímočarného, ustavičně je přetínajíc, a při tom se svým původním položením v rovnoběžnosti zůstávajíc. Vezmeme-li tedy místo přímočarného mnohoúhelníka kruh, a pohybujeme-li přímku podobným spůsobem, vytvoří se v prostoru plocha spojitá, valcovitá (viz na str. 4.). Obmezíme-li tuto plochu po obou otevřených stranách rovinami kruhovými, povstane měřické těleso, jemuž říkáme válec. Stojí-li tvořící přímka kolmo na rovině kruhové, jest to válec přímý, jinak šikmý čili kosý.*)

Každý mnohostěn (polyëder), jehož povrch se skládá ze samých pravidelných a shodných obrazcův, zove se těleso pravidelné (regulär). Každý roh pravidelného tělesa jest vytvořen týmž počtem hranových úhlů, a roviny jejich mají k sobě stejný sklon.

Mimo čtyrstěn a krychli, kteréž jsme již za pravidelná tělesa poznali, jsou ještě tato tři: 1. osmistěn (oktaëder), obmezený osmi rovnostrannými trojúhelníky; má dvanáct hran a šest rohů, z nichž každý jest utvořen čtyrmi stranami; 2. dvanáctistěn (dodekaëder), obmezený dvanácti pravidelnými pětiúhelníky; má třicet hran a dvacet rohů, z nichž každý jest utvořen třemi stranami; 3. dvacítistěn (ikosaëder), obmezený dvaciti rovnostrannými trojúhelníky; má třicet hran a dvanáct rohů, z nichž každý jest utvořen pěti stranami.

Tvar i velikost každého tělesa záleží na vzájemném položení jeho rohů, protože tyto určují délku a položení hran, hrany pak velikost i tvar jednotlivých stran tělesa. Abychom tedy obdrželi průmět jakéhokoli tělesa, z něhož bychom tvar i velikost jeho náležitě mohli poznati, určíme průměty jeho rohův, a potom je náležitě spojíme. Že se ale průměty takových přímek, které nejsou rovnoběžny některé rovině průmětné, více méně skracují, dáme každému tělesu, jehož průměty chceme vyrýsovati, takové položení k rovinám průmětným, aby se průměty jeho hran, pokud možná, v pravé velikosti objevily. Za tou příčinou myslíme si tělesa v takovém položení, že jejich půdice přiléhá na

*) Všeobecné pojednání o křivých plochách vůbec, a o válcovitých a kuželovitých zvlášť, bude následovati v oddělení druhém. Zde považujeme jen takové válce a kužele, které mají kruhovou půdici.

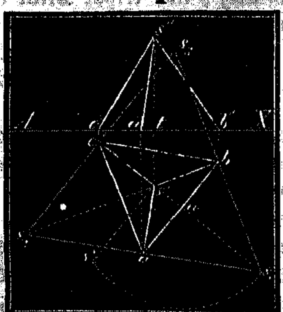
některou rovinu průmětnou, obyčejně na půdorysnou. Má-li se celý povrch hranatého tělesa rozvinouti a na jedinou rovinu rozprostříti, sluší ohled bráti na jeho pravidelnost a souměrnost, protože se tím často práci usnadňuje a výkresu správnosti a určirosti přibývá.

Příklady.

1. Mají se vyrýsovat průměty čtyrstěnu, je-li dána délka jedné hrany jeho.

Již v této úloze naskytuje se vhodná příležitost ukázati, kterak lze pravidelnosti tělesa užiti k vyrýsování jeho rozprostřeného povrchu, jakož i k vyrýsování průmětů jeho. Rozvineme-li totiž povrch čtyrstěnu točením jeho stěn abs_1, acs_2, bcs_3 okolo příslušných púdic ab, ac, bc, až přilehnou na rovinu trojúhelníka abc, povstane rovnostranný trojúhelník $s_1 s_2 s_3$, jehož strana $s_1 s_2$ rovná se dvojnásobné hraně čtyrstěnu (viz vzorec 75).

Vzorec 75.



Abychom tedy čtyrstěn sestrojili, a jeho průměty vyrýsovali, vyrýsujme nejprvé na některé rovině průmětné, na půdorysné na příklad, rovnostranný trojúhelník $s_1 s_2 s_3$, jehož strana se rovná dvojnásobné hraně žádoucího čtyrstěnu. Rozpolíme-li potom strany téhož trojúhelníka v bodech a, b, c, obdržíme čtvero trojúhelníků abs_1, acs_2, bcs_3, abc. Ponechajíce trojúhelník abc v rovině půdorysné, přitočíme ostatní tři trojúhelníky okolo jejich stran ab, bc, ca, až se jejich rohy s sjednotí v jednom bodu S v prostoru, a žádoucí čtyrstěn bude sestrojen.

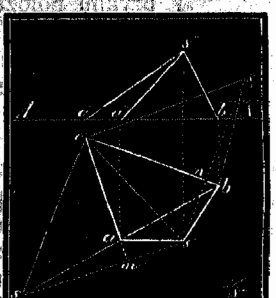
K vyrýsování průmětův téhož čtyrstěnu běží toliko o určení průmětů bodu S. Tu opět vychází z pravidelnosti tělesa, že bude v nynějším jeho postavení půdorys bodu S u prostřed trojúhelníha abc, kterýžto střed můžeme všelijakým spůsobem vyhledati. Vedeme-li na př. přímku cn kolmo na ab, a uděláme-li ns' rovné $\frac{1}{3} cn$, bude s' žádoucím středem, a tudíž i půdorysem rohu S. Spojením bodu s' s body a, b, c povstane půdorys čtyrstěnu. Příslušný nárys jeho obdržíme tímto způsobem: Rohy a, b, c budou v náryse na půdici AX v bodech a'', b'', c''; nárys čtvrtého rohu, S, kterýž leží v prostoru, nachází se na promítající přímce, kterouž postavíme v bodu s' kolmo na půdici. Vzdálenost bodu S od roviny půdorysné obdržíme, uvážíme-li, že každý bod, jako na př. bod s_1 v trojúhelníku abs_1, při svém otáčení tvoří kruhový oblouk okolo bodu n, kterýžto oblouk obdržíme v pravém tvaru, sklopíme-li ho okolo jeho půdorysu $s_1 s'$ na rovinu půdorysnou. Postavíme-li potom v bodu s' přímku $s's^+$, kolmo na $s's_1$, až se sejde s dotčeným obloukem v bodu s^+, bude $s's^+$ žádoucí výškou čtyrstěnu. Uděláme-li tedy ts'' rovné $s's^+$ a spojíme-li bod s'' s body a'', b'', c'', obdržíme i nárys čtyrstěnu.

Podobným způsobem budeme moci vyrýsovati průměty, jakož i rozprostřený povrch každého přímého jehlance, je-li jeho půdice pravidelný mnohoúhelník. (Samostatné provedení několika takových úloh bude pro začátečníky prospěšné cvičení.)

2. Mají se vyrýsovat průměty třistěnného jehlance, je-li dána jeho půdice a pravá velikost dvou stěn.

Nejprvé vyrýsujeme na některé rovině průmětné, na půdorysné na př., danou půdici abc, potom na téže rovině při stranách ac, cb dané stěny jehlance v pravé velikosti, jak vidno ve vzorci 76. Přitočíme-li nyní trojúhelník acs_2 okolo jeho strany ac, a trojúhelník bcs_1 okolo jeho strany bc, vytvoří jejich rohy s_1, s_2 kruhové oblouky, jejichž přímočarné půdorysy budou státi kolmo na příslušných točnách ac, cb, přetínajíce se vespolek v bodu s', kterýž bude půdorysem vrcholu jehlance žádoucího. Nárys téhož bodu obdržíme podobným způsobem jako v předešlé úloze. Opíšeme-li totiž okolo bodu m poloměrem ms_2, a okolo bodu n poloměrem ns_1 kruhové

Vzorec 76.



oblouky, kteréž se přetnou v bodu s^+ na př., bude $s's^+$ odlehlost vrcholu S v prostoru od roviny půdorysné. K úplnému vyrýsování obou průmětů žádoucího jehlance nebude snad obšírnějšího výkladu zapotřebí.

Kterak vyrýsuje se pravá velikost třetí stěny jehlancové, totiž stěny abs_1?

Kterak bychom vyrýsovali průměty jehlance s danou půdicí a výškou, kdyby měla půdice ležeti na jisté rovině, jejíž položení jest určeno stopami?

3. Mají se vyrýsovat průměty krychle, je-li dána délka jedné jeho hrany.

Nejpříhodnější postavení krychle k rovinám průmětným bylo by, kdybychom ji postavili na rovinu půdorysnou tím způsobem, aby jedna její strana ležela celá na téže rovině, čtyry strany aby stály kolmo na rovině nárysné a dvě strany aby byly této rovině rovnoběžny; jedna strana bude pak v prostoru rovnoběžná rovině půdorysné. Veškery hrany budou v tomto postavení krychle dílem rovnoběžné, dílem kolmé k rovinám průmětným; oba průměty budou čtvercové, kteréž se shodují s každou stranou téže krychle, a strany těchto čtverců budou dílem kolmé, dílem rovnoběžné půdici AX. Že jest vyrýsování obou průmětů krychle v dotčeném postavení k rovinám průmětným snadné, ponecháváme je, jakož i vyrýsování rozvinutého povrchu, vlastnímu vyvedení čtenářův.

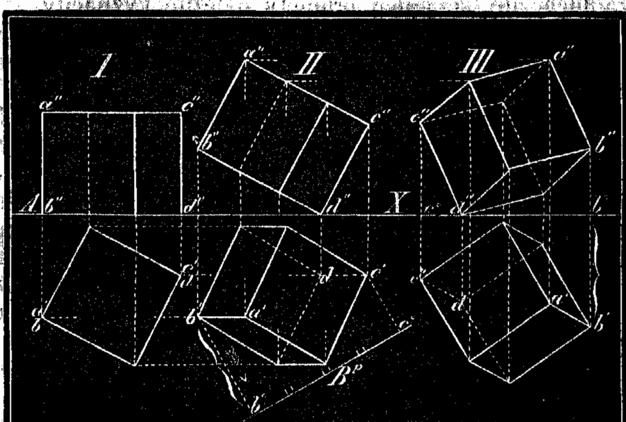
Ve vzorci 77 spatřujeme průměty krychle ve třech rozdílných polohách k rovinám průmětným.

V prvním položení přiléhá krychle jednou stranou na rovinu půdorysnou. Tato strana, jejíž úhlopříčna jest bd, jakož i s ní rovnoběžná svrchní strana, jejíž úhlopříčna jest ac, objevují se tedy na rovině půdorysné v pravé velikosti; ostatní čtyry strany stojí na této rovině kolmo, a jsou k nárysné rovině nakloněny; jejich průsečnice čili hrany krychle stojí též kolmo na rovině půdorysné, tudíž budou jejich nárysy v pravé velikosti, a kolmo na půdici AX.

Průměty druhého položení téže krychle vyrýsují se pomocí průmětů položení prvého. V druhém položení tvoří totiž půdice krychle s rovinou půdorysnou jistý úhel α, dotýkajíc se roviny půdorysné toliko rohem d. Hrany ab, cd atd., jež byly prvé rovnoběžny s rovinou nárysnou, zůstávají i nyní v takovém položení, a vzdálenost veškerých rohův krychle od roviny nárysné zůstává tatáž, jako v položení prvém. Za tou příčinou shoduje se nárys druhého položení krychle s nárysem prvého položení, s tou toliko výminkou, že má jiné položení k půdici *AX*.

Abychom obdrželi příslušný půdorys druhého položení, svedeme ode všech rohů nárysných, jako jsou a'', b'', c'' atd., přímky promítající kolmo na půdici *AX*, a označíme jejich průsečníky s příslušnými přímkami, které vedeme od půdorysův prvého položení rovnoběžně s půdicí *AX*. Náležitým spojením těchto průsečných bodů obdržíme průměty jednotlivých hran, a tudíž i půdorys krychle v dotčeném položení. Při tom sluší šetřiti pravidla, položeného na straně 27 a 28.

Vzorec 77.



Pomocí průmětův druhého položení budeme moci vyrýsovati průměty téhož tělesa, nechť má v prostoru jakékoli položení k rovinám průmětným. Zvláštní polohy krychle k rovinám průmětným mohly by záležeti v tom, že jest její některá tělesná úhlopříčna buď kolmá, buď rovnoběžná některé rovině průmětné.

Dejme tomu, že bychom měli vyrýsovati průměty krychle v takovém položení, když jest její tělesná úhlopříčna *ad* rovnoběžna rovině nárysné.

Úloha ta může se provésti dvojím spůsobem.

1. Přitočíme-li krychli, jejíž průměty vidíme ve vzorci 77 pod číslem II. tak, aby se stala její úhlopříčna *ad* rovnoběžnou rovině nárysné, nezmění se tím ani výška jednotlivých rohův ani naklonění hran k rovině půdorysné. Za tou příčinou bude půdorys pod číslem III. shodný s půdorysem pod číslem II., s tím toliko rozdílem, že má jiné položení k ose průmětné *AX*, s kterouž jest i půdorys úhlopříčný *ad* rovnoběžný.

Příslušný nárys tohoto třetího položení obdržíme, postavíme-li v bodech a', b', c' atd., kteréž jsou půdorysy rohů krychle, přímky promítající kolmo na *AX*, a obmezíme-li je přímkami, které vedeme od bodů a'', b'', c'' atd. druhého nárysu rovnoběžně s půdicí *AX*. Při spojování těchto nových nárysů sluší opět rozeznávati hrany přední od zadních, aby se jejich průměty náležitě vyznačily.

2. Nechceme-li změniti položení krychle, které jest nárysem a půdorysem pod číslem II. ustanoveno, můžeme upotřebiti nové roviny nárysné, jejíž půdorysnou stopu B^p povedeme rovnoběžně s půdorysem $a'd'$ úhlopříčny *ad*. Na této rovině ustanovíme průměty veškerých rohův krychle týmž spůsobem, jako se to stalo ve vzorci 57 na straně 58 s bodem *a*. Náležitým spojením těchto průmětů obdržíme pobočný průmět krychle, kterýžto průmět se v plném tvaru svém objeví, sklopíme-li rovinu *B* na rovinu půdorysnou. Kdyby ale obmezenost této roviny sklopení průmětné roviny *B* okolo její půdice B^p nepřipustila, přenesli bychom rovinu *B* na rovinu nárysnou, a postavili bychom ji tak, aby se její půdice B^p sjednotila s prodlouženou půdicí *AX*. Přenešení průmětu krychle, ležícího na rovině *B*, stane se po jednotlivých bodech, kteréž se potom náležitě spojí, jako to vidíme ve vzorci 78 pod číslem III. Příslušný půdorys obdrží se náležitým přenešením půdorysu pod číslem II., protože se tyto půdorysy, jakož svrchu vysvětleno, spolu shodují.

Kterak bychom obdrželi průměty krychle, má-li státi jedna její tělesná úhlopříčna, *ad* na př., kolmo na jedné rovině průmětné? —

Kdybychom měli vyrýsovať průměty přímého hranolu nebo jehlance s jakoukoli půdicí v rozličných polohách k rovinám průmětným, začneme podobným spůsobem, jako při rýsování průmětů krychle ve vzorci 77. Dáme totiž dotyčnému tělesu nejprvé takové položení k rovinám průmětným, aby bylo možno jeho půdorys i nárys přímo vyrýsovati. Za tou příčinou stavíme těleso na rovinu půdorysnou a přihlížíme k tomu, aby alespoň jedna jeho stěna byla rovnoběžná rovině nárysné; veškery hrany, které stojí kolmo na rovině půdorysné, objevují se potom v nárysé v pravé velikosti a stojí kolmo na půdici AX; příslušné půdorysy nacházejí se ale v rozích obrazce, jenž slouží tělesu za půdici. To platí zvláště o přímých hranolech a válcích. Půdorys válce, jenž stojí kolmo na rovině půdorysné, bude tedy kruh, nárys pak obdélník.

Je-li válec k jedné nebo k oběma průmětným rovinám nakloněn, budou průměty kruhových půdic jeho elipsy, kteréž obdržíme ustanovením průmětů jednotlivých bodů kruhového obvodu a náležitým jich spojením.

Při jehlanci a kuželu bude zapotřebí vyrýsovati průměty jejich půdic a vrcholů; při jehlanci spojíme potom průmět vrcholu s příslušnými průměty rohův jeho půdice, při kuželu vedou se ale od průmětů vrcholu tečné přímky k příslušným průmětům jeho půdice.

Samostatné vyvádění průmětů přímých hranolů, válců, jehlanců a kuželů v rozmanitých polohách k rovinám průmětným vřele se odporučuje, zvlášť začátečníkům. Při úplném vyvádění dotyčných výkresův viz pravidla na straně 27 a 28.

Okolo třistěnného jehlance má se obvésti koule.

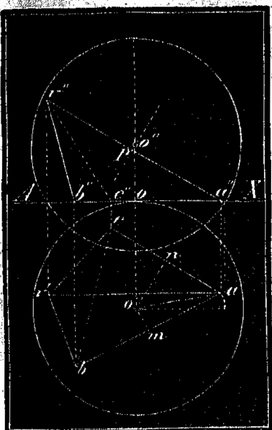
Kdykoliv jde povrch koule určitými body, jako jsou v této úloze čtyry rohy daného jehlance, bude její střed v rovné vzdálenosti ode všech čtyr bodů.

Dle základních zákonů tělesoměrských určuje se střed žádoucí koule průsečníkem třech rovin, z nichž každá, rozpolujíc jednu hranu daného jehlance, stojí na ní kolmo. Sluší však podotknouti, aby se k tomu nevolily tři hrany, ležící na jedné rovině, sice by se všecky tři pomocné roviny přetínaly podle jediné přímky.

Rozhodnutí dané úlohy bude nejsnadnější, když přiložíme daný jehlanec jednou jeho stranou k rovině půdorysné tak, aby jedna jeho hrana byla rovnoběžná rovině nárysné. Ve vzorci 78 jest *abcv* půdorys, *a''b''c''v''* pak nárys třistěnného jehlance v dotčeném položení k rovinám průmětným.

V rozpolujících bodech m a n postavíme tedy roviny kolmo na hrany ab, ac; půdorysem jejich průsečnice bude bod o', nárysem pak přímka oo'', kolmá na půdici AX. Každý bod této průsečnice bude míti stejnou vzdálenost od bodů a, b, c; ona jde tedy středem koule, kterýž má týž bod o' za půdorys.

Vzorec 78.



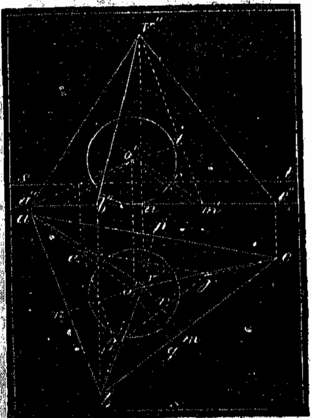
Položíme-li tedy ještě rozpolujícím bodem p hrany ao kolmou rovinu, kteráž bude též kolmá k rovině nárysné, povstane bod o'' co nárys žádoucího středu koule. Průměty poloměru obdržíme spojením průmětů středobodu o s příslušnými průměty bodu a. Pravá délka poloměru dá se nyní snadno určiti, přitočíme li ho tak, aby se stal rovnoběžným s některou rovinou průmětnou, s nárysnou na př., jako se to dělo ve vzorci 78. Veškery body, ležící na povrchu koule, budou se promítati u vnitř kruhů, opsaných tímto poloměrem okolo bodů o'', o'. Tyto kruhy mohou tedy býti považovány za průměty viditelných obrysů koule. Podobným způsobem dala by se provésti tato úloha: Čtyrmi danými body má se provésti koule.

Spojíme-li dané body po dvou přímkami, a položíme-li prostředkem těchto přímek kolmé roviny, půjdou tyto společným bodem o, kterýž bude žádoucím středem koule. Spojením těch bodů vzniknou hrany třistěnného jehlance, jehož rohy se nacházejí v daných bodech. Tím bude tato úloha převedena na vyrýsování koule okolo třistěnného jehlance.

Do třistěnného jehlance má se vepsati koule.

Povrch té koule bude se dotýkati všech třech stran jakož i půdice daného jehlance. Střed její bude se tedy nacházeti v rovné vzdálenosti ode všech čtyr stran a určí se průsečníkem třech rovin, kteréž rozpolují tři plochové úhly, jejichž hrany se nescházejí v jednom rohu daného jehlance (viz vzorec 79).

Vzorec 79.



Sestrojení těchto rovin a vytknutí společného průsečníka bude nejsnadnější, přiložíme-li půdici daného jehlance na rovinu půdorysnou a položíme-li zmíněné tři roviny tak, aby rozpolovaly plochové úhly, jež tvoří strany jehlance s jeho půdicí. Tím způsobem vznikne u vnitř daného jehlance nový jehlanec třistěnný, jenž má s daným jehlancem společnou půdici a jehož vrchol jest žádoucím středobodem koule. Průsek tohoto nového jehlance s jakoukoli rovinou vodorovnou, jako je na př. rovina s', bude trojúhelník $\alpha\beta\gamma$, jehož strany jakož i jejich půdorysy budou rovnoběžny hranám ab, bc, ca. Vyrýsováním průmětů trojúhelníka $\alpha\beta\gamma$ bude úloha rozhodnuta, jelikož prodloužením přímek $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, kteréž jsou půdorysy hran jehlance $abco$, vznikne bod o', kterýž jest půdorysem středního bodu koule vepsané; rovněž vznikne příslušný nárys o'' téhož bodu prodloužením přímek $a''\alpha''$, $b''\beta''$, $c''\gamma''$, kteréž jsou nárysy hran téhož jehlance $abco$, a scházejí se v bodu o''.

Úloha jest tedy převedena na vyrýsování půdorysu trojúhelníka $\alpha\beta\gamma$, kterýž se objevuje co průsek jehlance $abco$ s rovinou st.

Aby se ustanovila jedna strana tohoto trojúhelníka, na př. strana $\beta\gamma$, postavíme vrcholem v rovinu kolmou na rovině půdorysné a na hraně bc.

Ta přetíná půdici abc a stěnu vbc podle přímek $v'm$ a vm, jejichž úhel vmv' měří sklon stěny vbc k půdici abc. Rozpolující přímka tohoto úhlu bude ležet na stěně obc jehlance $oabc$. Přitočíme-li tedy pravoúhelný trojúhelník $vv'm$ okolo odvěsny vv', až se stane rovnoběžný s rovinou nárysnou, bude nárys druhé odvěsny rovný $u m''$ na půdici $a''c''$, nárys přepony vm bude pak $m''v''$ a rozpolující přímka úhlu vmv' má za nárys přímku $m''r$, která rozpoluje úhel $a''m''v''$. Bod r, v kterémž přímka $m''r$ rovinu st proniká, bude jeden bod přímky, podle níž rovina *st* stěnu *obc* jehlance *oabc* přetíná. Vrátí-li se pravoúhelný trojúhelník $vv'm$ do svého původního postavení, umístí se bod r tak, že bude r' jeho půdorysem. Přímka, vedená bodem r' rovnoběžně s hranou bc, bude půdorysem jedné strany trojúhelníka $\alpha\beta\gamma$. Podobným spůsobem ustanovíme půdorysy stran $\alpha\beta$ a $\alpha\gamma$, kteréž vznikly položením sekoucí roviny *st* na stěnách *oab*, *oac*.

Když jsou průměty trojúhelníka $\alpha\beta\gamma$ hotové, obdržíme podle předchozího výkladu průměty o', o'' žádoucího středobodu, a je-li výkres správně vyveden, bude přímka $b'o''$ kolmá na půdici $a''o''$. Vyrýsování obou průmětů koule jest nyní na snadě.

Mají-li se určiti body, v kterých se vepsaná koule jednotlivých stran jehlancových dotýká, tu třeba připomenouti, že jsou to paty kolmých přímek, které vedeme ze středního bodu o kolmo k stranám jehlance. Půdorysy těchto přímek budou státi kolmo na stranách ab, bc, ca. Abychom tedy určili tečný bod koule a stěny bco, povedeme od bodu o' přímku $o'q$ kolmo na bc a postavíme přímkami oo', $o'q$ rovinu, kteráž seče kouli podle největšího kruhu, stěnu obc pak podle přímky, která se toho kruhu a tudíž i koule v žádoucím bodu dotýká.

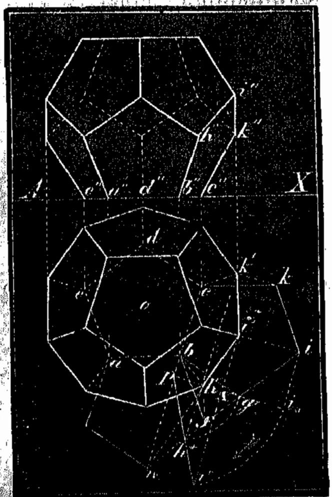
Přitočí-li se tato přímka okolo oo', aby se stala rovnoběžnou rovině nárysné, bude potom její nárys rovnoběžný přímce $m''v''$. Nárys přímky oq netřeba tedy ani rýsovati, nýbrž vedeme přímo od bodu o'' přímku kolmou na $m''v''$; ta seče obvod kruhu v bodu t, jejž převedeme na pravé místo, vrátíme-li přímku oq do původního položení. Podobným spůsobem určí se i položení ostatních tečných bodů.

Mají se vyrýsovat průměty dvanáctistěnu, když jest dána délka jedné hrany.

Ve vzorci 80 budiž na rovině půdorysné pravidelný pětiúhelník *abcde*, jehož strana *ab* se rovná dané hraně dvanáctistěnu.

Vyrýsujeme-li na každé straně tohoto pětiúhelníka nové pětiúhelníky, obdržíme polovinu povrchu dvanáctistěnu, rozprostřenou na rovinu půdorysnou. Druhá polovina téhož povrchu může se podobným spůsobem vyrýsovati, a sestrojení tělesa bude potom na snadě. Přitočíme-li totiž dva vedle sebe ležící pětiúhelníky, na př. abf.. a cbg.., okolo jejich stran ab, bc, až se strana bf sjednotí se stranou bg, vytvoří se jeden roh dvanáctistěnu a hrana bh, jejíž půdorys bude bh'. Abychom ale určili bod h', jakož i půdorysy ostatních rohův, sluší upozorniti, že při zmíněném točení pětiúhelníků abf.., cbg.. každý jejich roh vytvoří kruhový oblouk, jehož přímočarný půdorys stojí kolmo na příslušné točně ab, nebo bc. Půdorysy oblouku, vytvořených body f a g sejdou se spolu, a tím určí se bod h'.

Vzorec 80.



Půdorys bodu k určí se pomocí přímky $h'k'$, kterouž vedeme bodem h' rovnoběžně bc, až se sejde s obloukem, vytvořeným bodem k, v bodu k'.

Postavíme-li bodem h' rovinu kolmou na cb, a sklopíme-li ji potom okolo její půdorysné stopy pi_0 na rovinu půdorysnou, budeme moci body g, i, k vytvořené oblouky okolo středobodu p v pravé velikosti vyrýsovati. Oblouk gh^+ sejde se s prodlouženou přímkou $k'h'$ v bodu h^+ a spojíme-li h^+ s bodem p, budeme moci považovati přímku pi^+ za pobočný průmět pětiúhelníka $cbgik$ v náležitém jeho položení v prostoru. Půdorys i' bodu i dá se tedy snadno určiti.

Půdorysy ostatních pětiúhelníků mohly by se určiti týmž spůsobem, z pravidelnosti tělesa a z jeho položení k rovinám průmětným vychází ale jednodušší spůsob k vyrýsování těchto půdorysů. Opišeme-li totiž poloměrem oh' kruh, a rozdělíme-li jeho obvod, začínaje od bodu h', na deset rovných dílů, jako jsou $h'i' = i'k'$ atd., bude jen zapotřebí tyto dělící body náležitě spojiti, aby povstal půdorys spodní poloviny dvanáctistěnu.

Jednu stranu, na př. $h'i'$, zmíněného desitiúhelníka obdržíme též tímto spůsobem: Prodloužíme strany ob a ig, až se sejdou v bodu n, potom rozpolíme úhel bni; rozpolující přímka ni' určí body h', i', a jejich spojením vznikne strana $h'i'$.

Půdorys svrchní poloviny dvanáctistěnu dá se nyní snadno vyrýsovati. Za tím účelem podotýkáme, že pětiúhelníky, jež obmezují dvanáctistěn, leží po dvou na rovnoběžných rovinách, a strany těchto rovnoběžných pětiúhelníků že jsou též po dvou rovnoběžné. Půdorys svrchního pětiúhelníka objeví se tedy též v pravé velikosti své, a bude vepsán kruhu, který jde okolo spodního pětiúhelníka *abcde*. Jeden jeho roh obdržíme prodloužením přímky ii', kteráž směřuje k střednímu bodu o.

Při rýsování nárysu dotčeného tělesa nebude snad velikých obtíží. Nárysy jednotlivých jeho rohů budou se nacházeti na promítajících přímkách, které postavíme v příslušných půdorysech kolmo na půdici AX; pět jich bude míti po stejné výšce, vyjma nárysy rohů *abcde*, kteréž se nacházejí na půdici AX. Výška rohů k'', h'' atd. rovná se přímce $h'h^+$, výška rohů i'' .... rovná se přímce xi^+, konečně výška rohů l'' .... $= h'h^+ + xi^+$.

Při rýsování půdorysu sluší ohled bráti na svrchní a spodní hrany tělesa, v náryse pak na přední a zadní hrany, a říditi se při tom podle známého již pravidla.

Samostatné vyvedení průmětův tohoto tělesa v rozličných jeho polohách k rovinám průmětným bude zvláště pro začátečníky prospěšné cvičení.

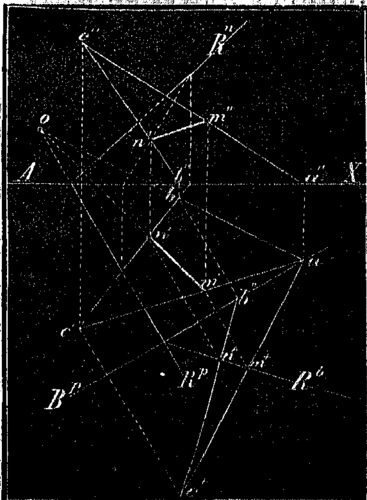
Rovinné řezy jehlanců a hranolů.

Rovinný průřez každého tělesa, které jest obmezeno rovinami, bude obrazec přímočarný. K vyrýsování průmětů tohoto obrazce bude zapotřebí určiti průměty bodů, v kterých sekoucí rovina jednotlivé hrany tělesa přetíná, a potom je náležitě spojiti. Příhodný k tomu spůsob záleží na položení každé hrany k sekoucí rovině.

Ve vzorci 81 buďtež abc', $a''b''c''$ průměty trojúhelníka, jakoby tvořil jednu stěnu jehlance. Abychom určili průsečník jedné jeho strany, na př. strany bc, s rovinou R, vyrýsujeme průměty průsečnice roviny R s promítající rovinou, kterou vzniká půdorys bc', jako se to dělo v podobné úloze již na straně 40. Tím spůsobem obdržíme bod n' za půdorys, bod n'' pak za nárys žádoucího průsečníka. [illegible] roviny promítající mohli bychom též určiti bod m, [illegible] n přetíná rovina R stranu ac. Spojením bodu n

s bodem *m* povstane průsečnice *mn* trojúhelníka *abc* s rovinou *R*. Vzájemné položení sekoucí roviny *R* a trojúhelníka *abc* může ale býti takové, že jest k vyrýsování průsečnic rovin promítajících s rovinou *R* buď mnoho místa, buď mnoho pomocných čar zapotřebí. V takových případech můžeme si všelijak pomoci. Je-li na př. bod *n* již určen, budeme moci určiti bod *m*, jestli že prodloužíme stranu *ab*, která leží na rovině půdorysné, až se sejde s půdorysnou stopou R^p v bodu *o*. Spojením bodu *o* s bodem *n'* a dostatečným prodloužením spojující přímky vznikne na straně *ac* bod *m'*, kterýž jest půdorysem průsečníka *m* strany *ac* s rovinou *R*; příslušný nárys *m''* obdržíme pomocí promítající přímky *m'm''*, kterouž postavíme v bodu *m'* kolmo na půdici *AX*.

Vzorec 81.

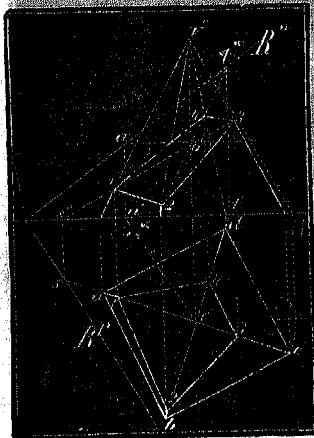


Kdybychom prodloužili rovinu trojúhelníka *abc*, až by přetínala obě roviny průmětné, dala by se potom její průsečnice s rovinou *R* známým již způsobem vyrýsovati. Částka této průsečnice, obmezena stranami *ac* a *bc*, byla by žádoucí průsečnicí trojúhelníka *abc* s rovinou *R*.

Zmíněného způsobu může se ovšem v jednotlivých případech s prospěchem upotřebiti; k vyrýsování průsečnic více trojúhelníků, jako to bývá při jehlancích, byl by ale příliš obšírný a tudíž nepříhodný. Za tou příčinou bývá prospěšno, vyrýsovati průmět daného trojúhelníka *abc* (nebo celého jehlance) na pobočnou rovinu, jež stojí kolmo na půdorysné stopě R^p. Půdice této roviny budiž B^p. Pobočný průmět trojúhelníka jakož i pobočnou stopu R^b roviny *R* obdržíme známým již způsobem. Při tom povstane pobočný průmět m^+n^+ žádoucí průsečnice trojúhelníka *abc* s rovinou *R*, a pomocí tohoto průmětu dá se určiti půdorys *m'n'* jakož i nárys *m''n''*. Že by také mohla státi pobočná rovina B kolmo na nárysné stopě R^n, netřeba snad ani podotýkati. Kterého z těchto uvedených spůsobů s nejlepším prospěchem v jednotlivých případech upotřebiti třeba, musí kreslič sám rozhodnouti.

Dejme tomu, že bychom měli vyrýsovati půdorys i nárys obrazce, který vznikne sekoucí rovinou R na čtyrstěnném jehlanci $abcdv$ ve vzorci 82.

Vzorec 82.



Určíme-li některým svrchu uvedeným spůsobem průměty bodů, v kterých rovina R hrany jehlance přetíná, a spojíme-li je potom náležitě, obdržíme průměty 1 2 3 4 žádoucího obrázce. Mimo to mohou se ale zmíněné body také následujícím spůsobem určiti: Nejprvé určíme průsečný bod o sekoucí roviny R s přímkou vv', kterou svedeme od vrcholu v kolmo na půdici jehlance. Nárys tohoto bodu průsečného bude o''. Tímto bodem o'' půjdou nárysy veškerých průsečnic, jež vzniknou promítajícími rovinami jednotlivých hran jehlance na rovinu půdorysnou s rovinou R. Abychom pak bod o'' určili, povedeme bodem v' přímku $v'u'$ rovnoběžně s půdorysnou stopou R^p, až se sejde s půdicí v bodu u'. Přímku $v'u'$ můžeme považovať za půdorys pomocné přímky, kterouž vedeme po rovině R za tím účelem, abychom určili nárys bodu, jenž leží na rovině R, a má bod v' za půdorys, jako se to dělo již ve vzorci 46 na straně 42. Postavíme-li tedy v bodu u' přímku $u'u$ kolmo na půdici, a povedeme-li přímku uo'' rovnoběžně s půdicí, obdržíme bod o'', kterýž jest nárysem žádoucího bodu o. Rovina, kterou vznikají půdorysy hran av, cv, přetíná rovinu R podle přímky, jejíž půdorys sc spadá na půdorysy řečených hran; nárys téže přímky bude ale $s''o''$, a přetíná nárysy zmíněných hran jehlance v bodech 1, 3, jejichž půdorysy pomocí promítajících přímek snadno lze určiti.

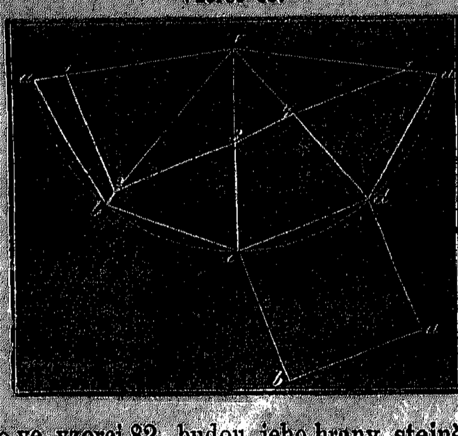
Podobným spůsobem určí se nárysy i půdorysy bodů, kde rovina R přetíná ostatní dvě hrany bv a dv jehlance. Promítající rovina, kterou vznikají půdorysy těchto dvou hran, přetíná rovinu R podle přímky tb, jejíž půdorys spadá na půdorysy dv', $v'b$ dotyčných hran; jejím nárysem bude ale přímka to'', jež přetíná nárysy těch hran v bodech 2, 4. Příslušné půdorysy těchto bodů dají se nyní snadno ustanoviti. Pořádným spojením bodů 1, 2, 3, 4 povstanou potom oba průměty žádoucího obrazce.

K vyrýsování pravého tvaru tohoto obrazce bude zapotřebí, aby se sklopila sekoucí rovina R okolo své půdorysné nebo nárysné stopy na rovinu nákresnou, jakož bylo vysvětleno již při vzorci 62 a jinde.

Kdyby stála sekoucí rovina R kolmo na některé rovině průmětné, na nárysné na př., byl by nárys obrazce 1 2 3 4 přímá čára, příslušný půdorys dal by se potom pomocí promítajících přímek snadno vyrýsovati.

Chceme-li nějaké těleso, na př. čtyrstěnný jehlanec, jehož oba průměty máme ve vzorci 82 vyrýsované, sestrojiti, buďsi z plechu, z lepenky nebo podobné tuhé látky, musíme všecky jeho strany na jednu rovinu rozprostříti. Za tou příčinou myslíme si zmíněný jehlanec podle jedné jeho hrany, na př podle hrany av rozříznutý, a stěnu avb okolo hrany bv tak dlouho točenou, až přilehne trojúhelník abv na prodlouženou rovinu vedlejšího trojúhelníka bcv; tyto dva na jedné rovině ležící trojúhelníky otočíme potom okolo hrany cv, až přilehnou na prodlouženou rovinu trojúhelníka cdv. Tím způsobem dají se veškeré stěny jehlance i s půdicí na jednu rovinu rozestříti, a tvoří takto **síť** čili **rozvrh** tělesa na rovinu (v. vzorec 83). Je-li jehlanec přímý, jako ve vzorci 82, budou jeho hrany stejně dlouhé, a síť takového jehlance dá se snadno vyrýsovati.

Vzorec 83.



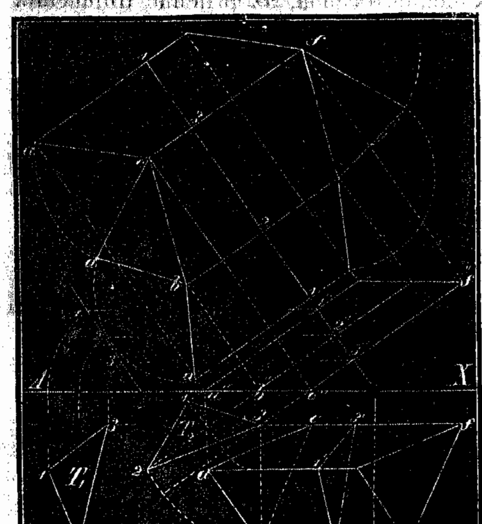
Vezmeme totiž pravou délku jedné jeho hrany do kružidla, a vyrýsujeme okolo volného bodu *v* (viz vzorec 83) kruhový oblouk, na ten pak přeneseme jednotlivé strany půdice, a jejich končící body spojíme s bodem *v*; půdici *abcd* vyrýsujeme při některém trojúhelníku, jako se to stalo ve vzorci 83 při trojúhelníku *cdv*.

Má-li se do této sítě vyrýsovati i průsečnice, která vznikla sekoucí rovinou *R*, přeneseme na každou hranu pravou délku odříznuté částky, a jednotlivé body pak náležitě spojíme. Tím spůsobem povstala ve vzorci 83 klikatá čára 1 2 3 4 1. Kdyby byl jehlanec, jehož síť se má vyrýsovati, šikmý, musil by se každý trojúhelník v pravém tvaru svém vyrýsovati, a to tím spůsobem, aby se jedna jeho strana sjednotila s rovnou stranou vedlejšího trojúhelníka.

Rovinné řezy hranolů.

Přetíná-li rovina všecky stěny hranolu, bude míti průsečný obrazec tolik stran, kolik má hranol stěn. K vyrýsování průmětů téhož obrazce určí se opět průměty bodů,

Vzorec 84.



v kterých sekoucí rovina jednotlivé hrany tělesa přetíná, a tyto průměty se potom náležitě spojí. Na př. budiž šikmý hranol třistěnný, jehož půdorys i nárys vidíme ve vzorci 84 vyrýsovaný; sekoucí rovina *R* budiž na rovině nárysné jakož i na hranách hranolu kolmá, k půdorysné rovině ale nakloněna. Takový řez hranolu zove se potom přímý. Že stojí sekoucí rovina kolmo na rovině nárysné, bude zároveň promítající rovinou průsečného obrazce, jehož nárys bude tudíž přímá čára 1″2″3″; příslušný půdorys 1′2′3′ povstane pomocí promítajících přímek a náležitým spojením jednotlivých bodů.

„Pravou velikost průsečného obrazce obdržíme, sklopíme-li sekoucí rovinu R okolo jedné její stopy na některou rovinu průmětnou. Ve vzorci 84 stalo se to okolo půdorysné stopy R^p. Aby se ale výkres na některém místě pomocnými čarami nepřeplnil, může se zmíněná rovina R na prázné místo pošinouti, aniž by své původní položení k rovinám průmětným byla změnila, a potom teprv na rovinu půdorysnou sklopiti.

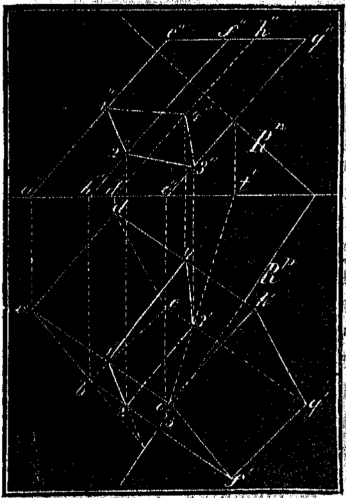
Tímto způsobem byla vyrýsována pravá velikost trojúhelníka T_1. Krom toho můžeme týž trojúhelník v pravé velikosti také tímto způsobem vyrýsovati: Rovinu, kterou vzniká půdorys hrany cf, považujeme za rovinu nárysnou a přitočíme průsečný obrazec tak, aby přilehl na tuto rovinu. Provedení toho vysvitá ze vzorce 84 a obšírnějšího výkladu nebude snad zapotřebí. Trojúhelník T_2 jest shodný s trojúhelníkem T_1.

Abychom vyrýsovali rozprostřený povrh téhož hranolu, přeneseme strany průsečného trojúhelníka T na prodlouženou stopu nárysnou sekoucí roviny, povedeme jednotlivými body 1, 2, 3, 1 rovnoběžné přímky kolmo na nárysnou stopu R^n, tyto přímky uděláme rovny příslušným hranám hranolu, a jejich konce potom náležitě spojíme. Kterak lze upotřebiti nárysu hranolu k obmezení rozprostřeného povrchu jeho, pozná se pohlednutím na vzorec 84. Spodní i svrchní půdice může se nyní k rozprostřenému povrchu snadno přidati.

Ve vzorci 85 spatřujeme půdorys i nárys čtyrstěnného hranolu, který jest nakloněn k oboum rovinám průmětným; sekoucí rovina R jest týmž způsobem nakloněna, stojí ale kolmo na hranách téhož hranolu. Body, v kterých sekoucí rovina R jednotlivé hrany přetíná, obdržíme pomocí promítajících rovin, jimiž vzniká buď půdorys buď nárys dotýčné hrany. Pozorujme na př. hranu cg. Promítající rovina, kterou vzniká nárys této hrany, přetíná rovinu R podle přímky st. Půdorys této přímky seče půdorys hrany cg v bodu 3′; příslušný nárys téhož bodu vznikne pomocí kolmé přímky promítající.

Podobným způsobem dají se obyčejně určiti průměty všech bodů průsečných, a náležitým jich spojením oba průměty žádoucího obrazce.

Vzorec 85.



Některých výhod a obratův, kterých při tom s prospěchem lze užiti, obratnější čtenář sám se dovtipí.

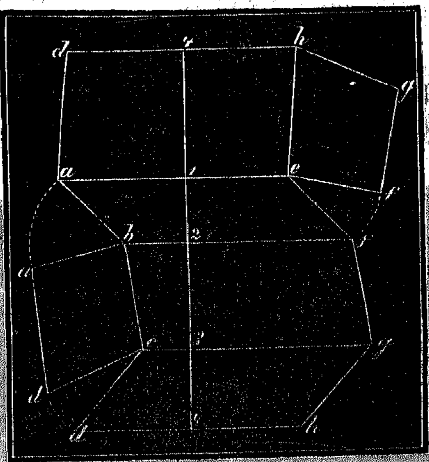
Kdyby ale bylo položení hranolu a sekoucí roviny R k rovinám průmětným takové, že by bylo určení průsečnic rovin promítajících s rovinou R příliš rozvláčné, bude prospěšnější, přetvoříme-li průmět hranolu jakož i stopu roviny R na pobočnou rovinu průmětnou, která stojí kolmo na půdorysné stopě R^p. Tím způsobem nabudeme dvojnásobné výhody, předně objeví se pobočné průměty hran v pravé délce, a za druhé bude pobočný průmět průsečného obrazce přímá čára, kteráž se sjednotí s pobočnou stopou sekoucí roviny R. Považujeme-li potom pobočný průmět za nárys, dají se oba průměty žádoucího obrazce podobným způsobem vyrýsovati, jako ve vzorci 84.

Abychom pak obdrželi průsečný obrazec v pravém tvaru a v pravé velikosti, musí se sekoucí rovina R na některou rovinu průmětnou sklopiti. I toto sklopení provede se pomocí zmíněného průmětu pobočného jako ve vzorci 84.

Má-li se vyrýsovat rozprostřený povrch šikmého a říznutého hranolu, musí se vyrýsovat pravá délka každé jeho hrany, z těchto hran sestrojí se potom jednotlivé stěny a tyto se náležitě seřadí. Pomyslíme-li si tedy hranol ve vzorci 85 vyobrazený podle hrany dh rozříznutý, a jeho stěny na jednu rovinu rozprostřeny, promění se opět obvod průsečného obrazce 1234 (kterýž vznikl přímým řezem) v přímou čáru 41234 (viz vzorec 86).

Uděláme tedy částky 41, 12, 23, 34 rovny obvodovým hranám průsečného obrazce, povedeme body 4, 1, 2, 3, 4 rovnoběžné přímky *dh*, *ae*, *bf*, *cg*, *dh*, uděláme je rovny hranám hranolu a jejich končící body potom náležitě spojíme. Spodní i svrchní půdicí, totiž čtyrúhelníky *abcd*, *efgh* doplní se žádoucí povrch daného hranolu.

Vzorec 86.



Pro obmezenost místa nebylo lze ve vzorci 85 zmíněný průmět poboční vyrýsovati, za touž příčinou musel se výkres rozprostřeného povrchu od vzorce 85 odděliti a ve zvláštním vzorci pod číslem 86 podati. Vyzýváme tedy čtenáře, aby při samostatném vyvádění podobných výkresů i poboční průmět a pomocí tohoto potom rozprostřený povrch v náležitém spojení vyrýsoval. Porovná-li se poboční průmět, do vzorce 85 patřící, s nárysem ve vzorci 84 a s rozprostřeným tamže povrchem, nebude snad obtížné vzorec 86 s vzorcem 85 spojiti a na jedné rovině vyrýsovati.

Prostupy těles a rýsování průmětův jejich.

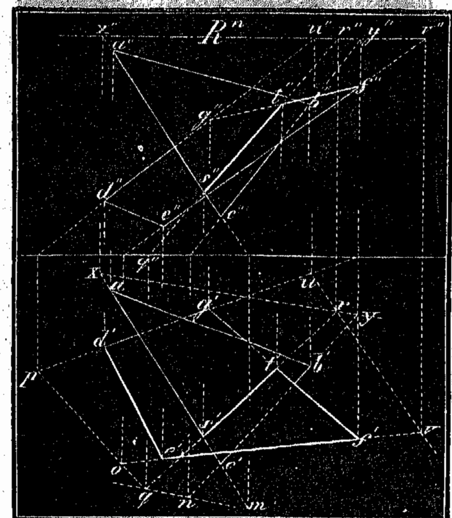
Kdykoliv se dvě hranatá tělesa vzájemně prostupují, vzniká obrazec přímočarný, jehož strany se nacházejí v rozličných rovinách. Abychom tyto strany obdrželi, vyrýsujeme průsečnice každé stěny jednoho tělesa se všemi stěnami druhého tělesa. Tyto průsečnice se vzájemně obmezují a tvoří žádoucí obrazec.

Průměty řečených průsečnic obdržíme, vyrýsujeme-li buď stopy rovin, na kterých se nacházejí jednotlivé stěny dotýčných těles, buď ustanovíme průměty bodů, v kterých hrany jednoho tělesa pronikají stěny tělesa druhého, a tyto body potom náležitě spojíme. Těchto dvou spůsobů upotřebeno již při rýsování rovinných řezů jehlance a hranolu ve vzorcích 82 a 85, netřeba tedy opětného výkladu.

Nebude však od místa, vyložíme-li ještě některé spůsoby, které při rýsování prostupů těles v mnohých případech příhodné bývají.

1. Ve vzorci 87 buďtež dány průměty trojúhelníka *abc* a čtyrúhelníka *defg*. Tyto obrazce považujme za stěny dvou těles, které se prostupují. Prodloužíme-li strany *ac*, *bc*, až se dotknou roviny půdorysné v bodech *m*, *n*, povstane

Vzorec 87.

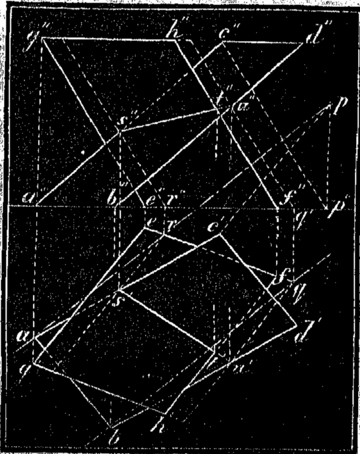


spojením těchto bodů půdorysná stopa roviny, na které se nachází trojúhelník *abc*. Podobným spůsobem ustanovíme půdorysnou stopu, *op*, roviny, na které se nachází čtyrúhelník *defg*, a označíme bod *q*, kde se tyto stopy přetínají. Tímto bodem půjde žádoucí průsečnice daných stěn. K určení druhého bodu mohli bychom vyrýsovati nárysné stopy dotčených rovin. Pro ušetření místa vyrýsujeme ale jejich stopy *xy*, *uv* na rovině vodorovné, kterou položíme v přiměřené vzdálenosti od roviny půdorysné. Nárysná stopa této roviny budiž R''. Řečené stopy přetínají se v bodu *r*, kterýž bude druhým bodem žádoucí průsečnice. Spojením bodu *q* s bodem *r* povstane tedy půdorys, spojením bodu q'' s bodem r'' pak nárys této průsečnice. Že se obzvláštně musí vyznačiti částka *st*, jež se nachází v mezích daných obrazců, netřeba snad ani připomínati.

2. Ve vzorci 88 buďtež dány průměty dvou kosodélníků, jež chceme považovati za stěny dvou hranolů, které se prostupují. Každý z těchto kosodélníku dotýká se jednou stranou roviny půdorysné.

Abychom ustanovili průměty jejich průsečnice, upotřebíme rovin pomocných, které přetínají oba kosodélníky podle přímek rovnoběžných s jejich stranami. Za tou příčinou povedeme rohem *c* kosodélníka *abcd* přímku rovnoběžnou stranám *hf*, *ge* kosodélníka *efgh*. Tato přímka pronikne rovinu půdorysnou v bodu *p*. Stranou *ac* a přímkou *cp* bude určeno položení roviny, jejíž půdorysná stopa povstane spojením bodu *a* s bodem *p*. Tato rovina přetíná kosodélník *efgh* podle přímky *rs*, rovnoběžné přímce *cp*.

Vzorec 88.



Strana *ac* přetíná přímku *rs* v bodu *s*, a v tomto bodu prostupuje též strana *ac* druhý kosodélník *efgh*. Oba průměty bodu *s* lze snadno vytknouti. Abychom ustanovili ještě jeden prostupný bod daných kosodélníků, mohli bychom vésti rohem *d* přímku opět rovnoběžnou stranám *fh*, *eg*, ustanoviti její průsečník s rovinou půdorysnou a tento spojiti s bodem *b*. Tím by vznikla půdorysná stopa druhé roviny pomocné. Že je ale tato s první pomocnou rovinou rovnoběžna, budou i jejich půdorysné stopy rovnoběžny. Protož bude k ustanovení půdorysné stopy druhé roviny toliko zapotřebí, vésti bodem *b* přímku *bq* rovnoběžnou přímce *ap*; tato nová přímka *bq* jest žádoucí stopou půdorysnou druhé roviny pomocné, kteráž přetíná kosodélník *efgh* nebo jeho prodloužení podle přímky *qu*, kteráž jest rovnoběžna stranám *eg*, *fh*. Oba průměty této přímky dají se snadno vyrýsovati. Přímka *qu* přetíná stranu *bd* v bodu *u*, v kterémžto bodu strana *bd* proniká kosodélník *efgh*, a nebo by ho pronikla, kdybychom jeho rovinu dostatečně prodloužili, jako se to musilo státi ve vzorci 88, kterýž schválně tak byl zařízen, aby se předešlo rozpakům, do nichž začátečník v takovýchto zvláštních případech bývá postaven.

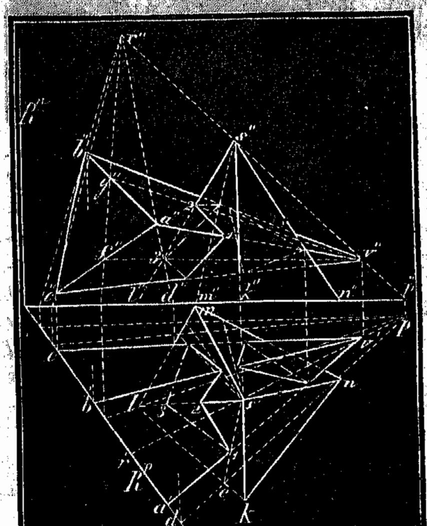
Spojením bodu *s* s bodem *u* povstane žádoucí průsečnice daných kosodélníků. Její průměty se ale jen potud plnými čarami vyznačí, pokud jdou meze daných obrazců; $s't'$, $s''t''$ budou tudíž průměty její pravé délky.

Má se vyrýsovat prostup dvou jehlanců.

Ve vzorci 89 buďtež dány průměty dvou jehlanců, jejichž prostup se má vyrýsovati. Půdice *abc* třistěnného jehlance, jehož vrchol jest *v*, budiž položena na rovině *R*, jež stojí kolmo na rovině půdorysné, půdice druhého jehlance, který jest přímý a čtyrstěnný, leží na rovině půdorysné.

Spojíme-li vrcholy *s*, *v* těchto jehlanců přímkou, bude přetínati každá rovina, kterou položíme touto spojující přímkou, povrchy obou jehlanců podle přímek, které půjdou příslušnými vrcholy *v* nebo *s*. Každá taková rovina dá se ustanoviti stopou na rovině půdorysné a na rovině *R*. Veškeré stopy půdorysné půjdou bodem *p*, v kterém přímka *sv* proniká rovinu půdorysnou, veškeré stopy na rovině *R* půjdou ale bodem *r*, v kterém přímka *sv* tuto rovinu proniká. Položíme-li tedy jednu takovou rovinu přímkou *sv* a hranou *av*, bude její stopa na rovině *R* přímka *ra*, jejíž nárys jest $r''a''$, půdorys pak $r'a'$. Prodloužíme-li tuto stopu, až se dotkne roviny půdorysné v bodu *d*, a spojíme-li tento bod s bodem *p*, obdržíme půdorysnou stopu *dp* téže roviny pomocné. Tato rovina jde hranou *av* a přetíná přímý jehlanec podle přímky *es*, jejímž půdorysem jest es'. Přímky *av* a *es* leží na jedné rovině a přetínají se v bodu 1, kterýž bude žádoucím průsečníkem hrany *av* a trojúhelníka *kls*. Příslušný nárys bodu 1 povstane pomocí přímky promítající.

Vzorec 89.



Podobným spůsobem určí se body, v kterých hrany *bv* a *cv* stěny přímého jehlance pronikají.

Aby se ale určil bod, v kterém hrana *ls* přímého jehlance pronikne povrch druhého jehlance, položíme pomocnou rovinu přímkami *sv* a *ls*; její půdorysnou stopou bude přímka *lp*. Tato rovina protíná povrch jehlance *abcv* podle přímek, jejichž nárysy budou *f''v''*, *g'v''*. Tyto přímky leží s hranou *ls* na jedné rovině a nárysy jejich přetínají nárys hrany *ls* v bodech 2, 3; příslušné půdorysy těchto bodů povstanou pomocí přímek promítajících.

Když se byly průměty veškerých bodů prostupných podobným spůsobem ustanovily, musí se v náležitém pořádku spojiti, aby se objevily průměty obrazce, podle něhož jeden obrazec do druhého vstupuje. Sluší však ještě podotknouti, že jehlanec *abcv* z jehlance *klmns* vystupuje. Obrazec, jenž vznikne tímto výstupem, musí se tedy též vyrýsovati. K tomu upotřebí se těch samých rovin pomocných, ježto byly vedeny přímkou *vs* k ustanovení prvního obrazce. Ve vzorci 89 objevují se všecky tři body, kteréž vznikají výstupem jehlance *abcv*, na stěně *mns* druhého jehlance; obrazec výstupný bude tedy v tomto případu rovinný trojúhelník.

Bedlivým pohlížením na vzorec 89 a potom samostatným cvičením se nabude začátečník tolik spůsobilosti a obratnosti, že podobné úlohy beze všech obtíží bude moci vyváděti.

Ve vzorci 89 nachází se půdice jednoho daného jehlance na rovině půdorysné, půdice druhého jehlance pak na rovině *R*, jež stojí na rovině půdorysné kolmo. Aby ale spůsob, jehož bylo k vyrýsování prostupu dvou jehlanců v zmíněném obrazci upotřebeno, všeobecně platnosti nabyl, představme si dva jehlance v takovém položení, jakoby měly jejich půdice na rovinách *R*, *P* k průmětným rovinám jakoukoli polohu. Jedna hrana jehlance, jehož půdice leží na rovině *R*, budiž jmenována *av*, stěna druhého jehlance, kterou hrana *av* prostupuje, budiž jmenována *kls*. Určíme opět nejprvé průsečné body *r*, *p* přímky *sv* s rovinami *R*, *P*. Každá pomocná rovina, položená přímkou *sv* a některou hranou jednoho jehlance, na př. hranou *av*, bude přetínati rovinu *R* podle přímky, která půjde bodem *r*, rovinu *P* pak podle přímky, jdoucí bodem *p*. Průsečnice této pomocné roviny s rovinou *R* bude určena body *r*, *a*; prodloužíme-li ji, až se dotkne roviny *P* v bodu *d*, a spojíme-li potom bod *d* s bodem *p*, bude *dp* stopa pomocné roviny na rovině *P*. Tato stopa přetíná hranu *kl* v bodu *e*, kterýž jen s vrcholem *s* spojiti třeba, aby povstala průsečnice pomocné roviny s stěnou *kls* daného jehlance. Na této průsečnici leží bod 1, v kterém totiž hrana *av* jednoho jehlance vstupuje do druhého. Podobným spůsobem určí se body, v kterých hrany jednoho jehlance prostupují stěny druhého, a náležitým jich spojením prostupné obrazce. —

Kdyby ale některá rovina pomocná, která jde jistou hranou jednoho tělesa, druhé těleso nepřetínala, bude to důkazem, že taková hrana toto těleso neprostupuje. Za tou příčinou bývá prospěšno, klásti pomocné roviny nejprvé těmi hranami, jejichž průměty tvoří konturu průmětu celého tělesa. —

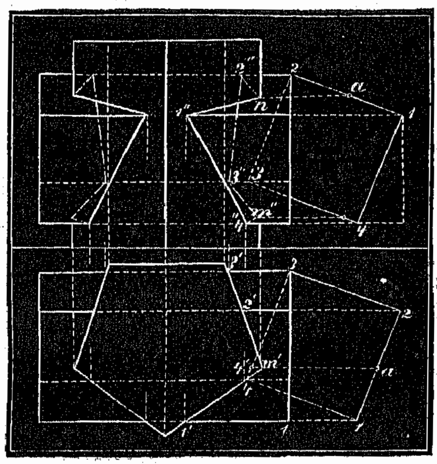
Kdyby se měl vyrýsovati prostup jehlance a hranolu, vedli bychom nejprvé vrcholem daného jehlance přímku rovnoběžnou hranám hranolu, až by se dotkla roviny *P*, na které leží půdice těchto daných těles, v jistém bodu *p* na př. Touto přímkou půjdou opět veškeré roviny pomocné, kteréž položíme hranami obou těles, abychom určili prostupy hran jednoho tělesa s povrchem druhého tělesa. Průsečnice těchto rovin s rovinou *P* půjdou bodem *p* a končícími body jednotlivých hran zmíněných těles. Ostatku se snad čtenář při samostatném hotovení takové úlohy již sám dovtípí.

Mají-li se konečně vyrýsovati průměty obrazce, jenž vznikne prostupem dvou hranolů, ustanovíme opět průsečný bod každé hrany jednoho hranolu s povrchem druhého hranolu, a tyto body potom náležitě spojíme. Za tím účelem položíme každou hranou takovou rovinu, která přetíná druhý hranol podle přímek rovnoběžných hranám druhého hranolu, jakož bylo vysvětleno již při vzorci 87.

Veškeré roviny pomocné budou rovnoběžné, a abychom jejich položení ustanovili, povedeme volným bodem *a*, jehož průměty si napřed ustanovíme, dvě přímky *ar*, *ap*, z nichž jedna jest rovnoběžna hranám jednoho, druhá pak rovnoběžna hranám druhého hranolu. (Zmíněný bod *a* může ležeti na hraně některého hranolu a potom bude jen jedné přímky zapotřebí, totiž takové, která bude rovnoběžna hranám druhého hranolu). Potom ustanovíme stopy *r*, *p* těchto přímek na rovinách, na nichž leží půdice hranolů. Leží-li tedy tyto půdice na rovině půdorysné, ustanovíme potěch přímek stopy půdorysné. Spojením těchto stop povstane přímka, ježto vyznačuje směr veškerých stop rovin pomocných, neboť budou tyto stopy rovnoběžné a jejich roviny budou přetínati oba hranoly podle přímek, kteréž budou po dvou rovnoběžné. Rýsování těchto přímek bude se díti jako ve vzorci 88.

Kdyby ale ležela každá půdice daných hranolů na jiné rovině, mohli bychom k vyrýsování prostupného obrazce použiti některého spůsobu, ježto byly vyloženy při vzorcích 87 a 88. Mohly bychom též jeden daný hranol tak dalece prodloužiti, až by jeho hrany dostihly rovinu půdice druhého hranolu; a nebo bychom určili průsečnici těchto rovin, potom bychom položili přímkami *ar*, *ap* rovinu, jež přetne roviny půdic podle přímek, s kterými budou stopy všech rovin pomocných rovnoběžné. Položíme-li potom hranou jednoho hranolu takovou pomocnou rovinu, dají se její stopy na půdicích obou hranolů snadno vyrýsovati. Tato rovina přetne druhý hranol podle přímek rovnoběžných. Kdyby ho ale nepřetínala, bude to důkazem, že tato hrana povrch druhého hranolu nepronikâ. Ostatku se bystřejší čtenář, který se na provedení podobných úloh odhodlá, sám musí dovtípiti; obšírné výklady tu obyčejně málo pomáhají.

Vzorec 90.



Zvláštní případy podobných úloh byly by, kdyby ležela půdice jednoho hranolu na některé rovině průmětné, položení půdice druhého hranolu nechť jest jakékoli.

Ve vzorci 90 podáváme prostup dvou přímých hranolů, z nichž jeden jest rovnoběžný oboum rovinám průmětným, druhý pak stojí kolmo na rovině půdorysné. Kterak se průměty prostupného obrazce v takovýchto případech mohou rýsovati, jest ze zmíněného vzorce patrno.

Obsah.