MĚŘICTVÍ A RÝSOVÁNÍ

PRO

PRVNÍ TŘÍDU ŠKOL MĚŠŤANSKÝCH

A

ŠESTOU TŘÍDU ŠKOL OBECNÝCH.

SEPSAL

MIKULÁŠ BENDA,

TECHNICKÝ UČITEL PŘI MĚŠŤ. ŠKOLE CHLAPECKÉ NA STARÉM MĚSTĚ V PRAZE.

SE 124 VYOBRAZENÍMI V TEXTU.

DRUHÉ, ROZMNOŽENÉ VYDÁNÍ.

V PRAZE.

NAKLADATEL: FRANTIŠEK BOROVÝ.

1885.

MĚŘICTVÍ A RÝSOVÁNÍ

PRO

PRVNÍ TŘÍDU ŠKOL MĚŠŤANSKÝCH

A

ŠESTOU TŘÍDU ŠKOL OBECNÝCH.

SEPSAL

MIKULÁŠ BENDA,

TECHNICKÝ UČITEL PŘI MĚŠŤANSKÉ ŠKOLE CHLAPECKÉ NA STARÉM MĚSTĚ V PRAZE.

SE 124 VYOBRAZENÍMI V TEXTU.

DRUHÉ, ROZMNOŽENÉ VYDÁNÍ.

V PRAZE.

NAKLADATEL: FRANTIŠEK BOROVÝ.

1885.

Cena 50 kr.

Alois R. Lauermann dříve Militký a Novák v Praze.

Předmluva k vydání druhému!

Sestavuje po prvé přítomnou učebnici měřickou pro školy měšťanské, podjal jsem se úkolu nesnadného. Chovát zajisté škola měšťanská žactvo velmi rozdílné. Jak zkušenosť toho máme, bývají v ní (aspoň v nižších ročnících) žáci, již nechodí do školy z lásky jako spíše z donucení, aby jen zadost učinili své povinnosti školní, a tudíž namnoze tak staví se, jako by této discipliny jakož i jiných vůbec nepotřebovali. A tak jen ti žáci, již opravdu vzdělati se chtí, všímají si předmětu toho účinněji. Než učitel svědomitý všímá si všech stejně, dílem, aby kázeň netrpěla, dílem proto, aby dodělal se slušného pokroku. I hledí spojovati užitečné se zábavným, aby méně pozorným dodával chuti, pilnější žáky pak v stálé udržoval činnosti. Proto učitel dobrý vyučuje názorně, varuje se všech abstrakcí. Pravdy a zákony, jež žáci mají poznati, nepřednáší již hotové, nýbrž vede je tak, aby na základě toho, co již znají, najisto dospěli poznatků těch, které jim chce vštípiti, neopomíjeje stále ukazovati k tomu, co může se jim hoditi v životě praktickém. Kráčí tu tedy stále spolu *názor, cvik a praktické užití.*

Aby učitel úkolu dotčenému snáze dostáti mohl, potřebí jest, aby podporovala jej učebnice školní, jíž jest se mu říditi. Do jaké míry prvé vydání přítomné knihy po této stránce účelu svému vyhovělo, nesluší nám rozhodovati; avšak velmi výmluvná jest tu ta věc, že za krátkou dobu celý prvý náklad nadobro byl rozebrán a ukázala se potřeba vydání nového.

Pořádaje toto druhé vydání, spisovatel svědomitě šetřil všech pokynů, odbornými znalci jemu zaslaných, kromě toho dle zkušenosti vlastní učivo náležitě rozšířil a částečně jinak rozčlánkoval, všímaje si při tom výborného měřictví Kuchynkova a Hozova, jichž obou tolik užil, aby duch, jenž v těchto spisech se zračí, i knihu tuto ovládal. I lze se nadíti, že toto druhé vydání dostojí tomu, čeho slušnou měrou při knize učebné vyhledávati lze.

V PRAZE roku 1885.

Mik. Benda.

1. O bodě.

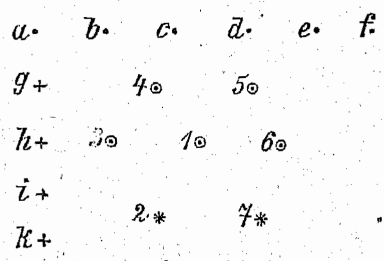
Bod nemá rozměru; naznačujeť pouze *místo* v prostoru, na tělese, v rovině nebo na linii.

Dotkneme-li se křidou tabule nebo tužkou papíru, není znaménko, které takto vznikne, bodem, protože pokrývajíc plochu má jakousi délku, šířku i výšku. Znaménko takové jest *obrazem* bodu a zove se *tečkou.* Obrazem bodu může býti též křížek, kroužek nebo hvězdice.

Zeměměřiči vyměřujíce pozemky označují důležité body kolíky a mezníky; při vyměřování krajin za obrazy bodů pokládány bývají stromy, vrcholy kopců, věže a pod.

2. O poloze bodů.

Body jsou buď *v řadě*, a to buď vedle sebe, buď pod sebou, nebo jsou *nakupeny* kolem bodu jednoho.



Obr. 1.

Rozmanité takové polohy bodů znázorňuje obr. 1.

Abychom tečky jmenovati mohli, označujeme je písmeny nebo číslicemi.

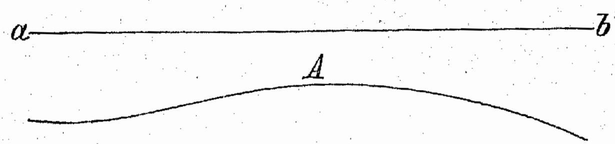
3. O liniích vůbec.

Pohybuje-li se bod podle určitého zákona, vzniká *linie*. Nemění-li bod pohybující se běhu svého, vzniká *linie přímá* čili *přímka*, jinak *linie křivá* čili *křivka*. Dle toho má linie jen jediný rozměr, totiž rozměr do délky.

Linie slove rovinnou, padne-li celá do téže roviny, prostorovou, nesjednotí-li se s rovinou v celé své rozsáhlosti.

Bod, kterým linie počíná, zove se *počátečným*, bod, kterým končí, slove *koncovým*. Někdy jmenujeme oba body *krajními*.

Zoveme-li první bod *a*, druhý *b*, jest mezi nimi linie *ab*. Linie taková jest omezena.



Obr. 2.

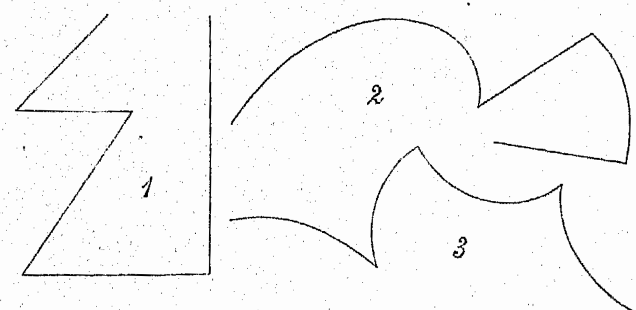
Pohybuje-li se však bod *nekonečně*, tak že nelze říci, kde pohybovati se počal a kde přestal, vytvoří se linie *neomezená*.

Obrazem linie jest *čára*; přímou linii zobrazuje *čára přímá*, křivou linii *čára křivá*.

(Obr. 2.) *ab* znázorňuje linii omezenou, *A* linii neomezenou. Neomezené linie označujeme obyčejně *jediným* písmenem abecedy velké.

4. O linii lomené čili klikaté.

Známe ještě linie *lomené* č. *klikaté*. Klikatá linie vznikne, změní-li bod náhle běh pohybu a opakuje-li se změna ta vícekráte.



Obr. 3.

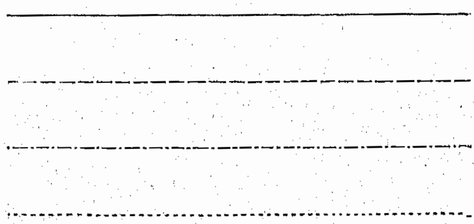
V obr. 3. znázorněny jsou linie klikaté. Prvá složena jest z přímek, druhá z přímek i křivek, třetí z křivek.

Znajíce, jak vznikají linie přímé a křivé, tvrdíme, že linie přímá jest nejkratší vzdáleností mezi dvěma body, že dvěma body jest každá přímá linie úplně stanovena a že přímé linie sjednotí se v celé své rozsáhlosti, mají-li dva body společné.

Hrany u nábytku znázorňují linie přímé i křivé. Na školní tabuli, na stole, na lavicích atd. vidíme hrany přímé. Na stolech okrouhlých, na pianě, na některých skříních a p. spatřujeme hrany křivé.

5. O kreslení čar.

Čáry buď kreslíme nebo rýsujeme. Vykresliti čáru dlouhou není snadné. Pročež vedeme ruku ve vzduchu blízko nákresny, aby se přizpůsobila běhu čáry, a pak teprve slabě ji načrtneme. Rýsujíce čáry vytahujeme je buď plně, nebo je čárkujeme, čercháme nebo tečkujeme, jak poznati lze z obr. 4.



Obr. 4.

Čím tenčí jest čára, tím více blíží se linii.

Tesaři naznačují si přímky šňůrou zbarvenou rudkou, již prve náležitě napnou, potom uprostřed vyzdvihnou a rychle spustí. Zahradníci, lesníci atd. vytýkají si přímé linie šňůrami nebo řetízky napjatými mezi dvěma kolíky. Zeměměřiči vytýčí nejprve body krajní a potom staví tyče na body mezilehlé tak, aby všecky byly kryty tyčí prvou.

6. O poloze a směru přímek.

Hlavní poloha přímek jest trojí, totiž: *svislá*, *vodorovná* a *šikmá*.

1. Přímka je *svislá*, má-li polohu niti, na níž klidně visí závaží.

Některé hrany zdi, na dveřích, na oknech a p. mají polohu svislou.

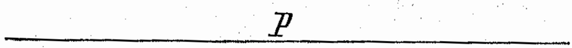
Přímky svislé zobrazujeme kreslíce čáry přímé v témže běhu s levým anebo pravým okrajem nákresny. (Obr. 5.)

Jak třeba tuto knihu postaviti, aby *A* skutečně měla polohu svislou?

2. Přímka *vodorovná* má polohu hladiny vody klidně stojící.

Dolní a horní hrany školní tabule, stolu, lavice, hřeben střechy atd. mají polohu vodorovnou.

Obr. 5.



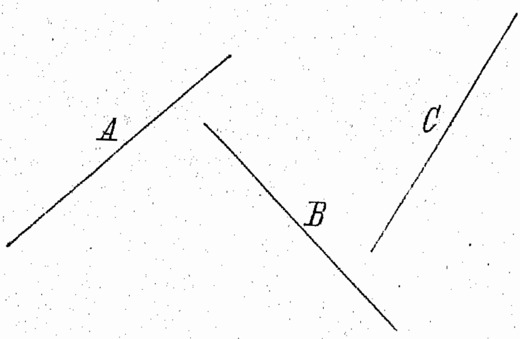
Obr. 6.

Přímky vodorovné zobrazíme, nakreslíme-li obrazy jejich v témž běhu, který mají horní a dolní okraj nákresny. (Obr. 6.)

Jakou polohu má *P*, leží-li tato kniha na stole?

3. Přímka jest *šikmá*, není-li ani svislá ani vodorovná.

Šikmé přímky znázorňují krokve na střechách, žebříky ke zdi přistavené a p.



Obr. 7.

Obr. 7. znázorňuje přímky šikmé.

Přímka, jež prochází dvěma stálými body, jest stálá. *Poloha přímky jest tedy stanovena dvěma body.*

Na každé přímce pozorovati lze dvojí směr: jeden od *a* k *b*, druhý od *b* k *a*. (Obr. 2.)

Označení přímky značí spolu i její směr. Jmenuje-li se přímka *ab*, jde směrem od *a* k *b*; jsouc označena *ba* jde od *b* k *a*.*)

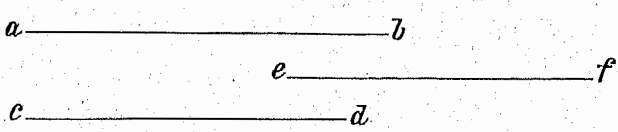
V prostoru světovém rozeznáváme směr východní, západní, jižní, severní a p.

7. O velikosti přímek.

Velikosť přímek závisí na jediném rozměru jejich, a to na délce. Čím dále jest bod koncový od počátečného, tím jest přímka delší. Jelikož nákresna (t. j. povrch, na němž kreslíme nebo rýsujeme) je vždy omezena, nemůžeme na ni zobraziti přímku neomezenou jinak, nežli že zobrazíme jistou její část čili *úsečku*. Úsečky označujeme dvěma písmeny malé abecedy.

Chceme-li poznati, která ze dvou úseček delší jest, myslíme si jednu na druhou položenu tak, aby počátečné body se kryly; padnou-li koncové body také na sebe, jsou úsečky stejny, jinak jsou nestejny.

(Obr. 8.) Úsečku *ef* nelze na *ab* položiti, můžeme však kru-



Obr. 8.

židlem nebo jinak jednu na druhou přenésti.

U *ab* a *cd* poznáme již na pohled, která jest delší a která kratší; neleží-li však úsečky pod sebou, jak vysvítá z obr. 8., nesnadno jest od oka rozdíl ten vytknouti.

Cvičení. 1. Zobrazte úsečky svislé, vodorovné a šikmé stejně dlouhé a v téže vzdálenosti jedné od druhé. 2. Zobrazte úsečku vodorovnou, svislou a šikmou, a zkoumejte pak, která jest nejkratší, která nejdelší.

---

*) Ačkoli máme tu jen obrazy geometrických útvarů, budeme přece o nich mluviti, jako by tu byly útvary samy. Proto mluviti budeme o bodu, o přímce, křivce a p., nikoliv o tečce, o čáře přímé, o čáře křivé atd.

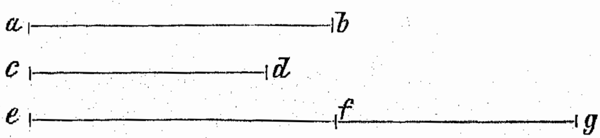
Znamením rovnosti jest rovnítko $=$ (dvě krátké vodorovné čáry). Je-li ab tak dlouhá jako cd, píšeme: $ab = cd$ a čteme: ab rovná se cd.

Nerovnosť značíme znaménkem $<$; ostří tohoto znaménka obracíme vždy ke kratší, otvor k delší úsečce. Píšeme tedy: $ab > cd$ a čteme: ab jest delší než cd. Mohli bychom také psáti $cd < ab$ a čísti: cd jest kratší než ab.

8. Sečítání úseček.

Úsečky *sečítáme*, sestrojíme-li úsečku novou, a to tak dlouhou, jako jsou všecky dané úsečky dohromady.

(Obr. 9.) Majíce sečísti úsečky ab a cd, učiníme $ab = ef$, $cd = fg$.



Obr. 9.

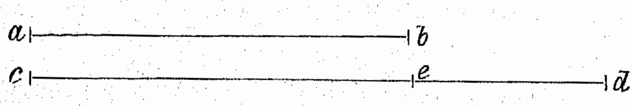
Píšeme pak: $eg = ab + cd$

a čteme: eg rovná se ab a cd.

Úsečky ab a cd slovou *sčítanci*, eg *součtem*.

9. Odčítání úseček.

Úsečky *odčítáme*, položíme-li oba počátečné body jejich na sebe; rozdíl vzdálenosti obou koncových bodův určuje rozdíl v délce obou úseček.



Obr. 10.

(Obr. 10.) Majíce určiti rozdíl úseček ab a cd, přenesme kružidlem ab na cd počínajíc v c; zbytek ed určuje, oč jest cd delší než ab.

Píšeme pak: $cd - ab = ed$ a čteme:

cd bez ab jest ed nebo cd méně ab jest ed.

Úsečka *cd* sluje *menšencem*, *ab menšitelem* a *ed rozdílem*.

Cvičení. Nakreslete dvě úsečky, pak je sečtěte a odečtěte.

10. Násobení úseček.

Úsečku *násobíme*, sestrojíme-li úsečku novou, která jest několikrát delší než daná úsečka.

Obr. 11.

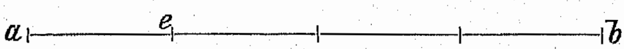
(Obr. 11.) Chtějíce udělati úsečku nějakou třikráte delší než jest *ab*, přeneseme úsečku *ab* třikrát pořadem. Píšeme pak:

$$cd = 3\,ab.$$

Úsečka *ab* jest *násobencem*, číslo 3 *násobitelem* a *cd součinem* čili *násobkem*.

11. Dělení a měření úseček.

Úsečku *děliti* znamená vytknouti na ni body, z nichž každý ode dvou sousedních bodů stejně vzdálen jest.



Obr. 12.

V obr. 12. jest *ab* rozdělena na čtyři rovné díly. Úsečka *ab* jest *dělenec*, číslo 4 *dělitel* a úsečka *ae podíl*. Píšeme pak:

$$ab : 4 = ae.$$

Úsečku *měříme* úsečkou, zkoumáme-li, kolikrát tato v oné obsažena jest. Úsečka *ae* jest *měrou* úsečky *ab*; číslo 4 slove tu číslem *poměrným* č. *poměrem* obou úseček.

Cvičení. Narýsujte úsečku a znásobte ji 4; úsečku, již násobením narýsujete, rozdělte pak na 6 stejných dílů.

12. Míry metrické.

Měříce klademe míru podél předmětu a počítáme, kolikrát se kladení do konce opakuje. Málokdy bývá míra v jiné délce několikráte obsažena beze zbytku. Zbývající část měříme pak určitým dílem míry předešlé.

Do nedávna skoro každý stát měl svou vlastní míru, ve vědě však počítalo se na staré pařížské stopy — pied du roi (vyslov: pje dy roa). Stopa tato dělila se na 12 palců, palec na 12 čárek a čárka na 10 teček. Od francouzské revoluce zaveden jest ve Francii metr jakožto jednička míry. Je to desítimilionina čtverníka meridianu zemského.

V Rakousku zákonem od 23. dne m. července l. 1871. jest nařízeno, by od 1. ledna 1876 v obecném životě vesměs užíváno bylo míry metrické.

13. Rozdělení míry metrické.

1 mrm (miriametr)	=	10000 m (metrů)
1 km (kilometr)	=	1000 m
1 hm (hektometr)	=	100 m
1 dkm (dekametr)	=	10 m
1 m (metr)	=	10 dm (decimetrů)
1 dm	=	10 cm (centimetrů)
1 cm	=	10 mm (milimetrů)

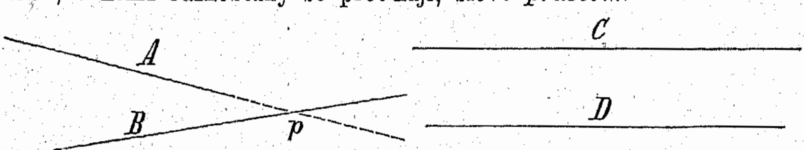
Násobky metru označují se předponami řeckými, díly pak předponami latinskými. Úsečky měříme *měřítkem metrickým*, které obsahuje násobky a díly centimetru.

Délky větší měříme metrickou latí, 2 až 5 m dlouhou, nebo *řetězem* (pásmem) měřickým, který mívá 10 m nebo 20 m zdélí. Velké vzdálenosti měříme *zeměpisnou mílí*, která obsahuje 7420 m.

14. Přímky v rovině.

(Obr. 13.) Přímky A a B byvše prodlouženy protnou se v bodu p; přímky C a D mají týž běh a neprotne jedna druhé, byť i sebe více byly prodlouženy.

Prvé přímky zovou se *různoběžkami*, druhé *rovnoběžkami.* Bod, v němž různoběžky se protínají, slove *průsečík.*

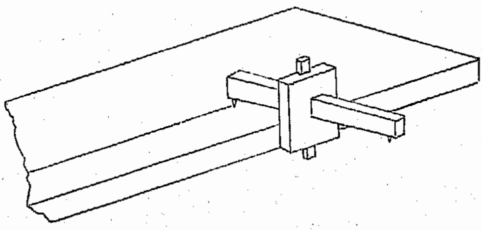


Obr. 13.

Znamením různoběžnosti jest znaménko $\wedge$, znamením rovnoběžnosti $||$ (dvě svislé čárky).

Píšeme: $A \wedge B$ a čteme: A jest různoběžná s B;
píšeme: $C || D$ a čteme: C jest rovnoběžná s D.

Truhláři, kameníci a jiní řemeslníci, kteří často rýsují rovnoběžky, činí tak na základě zmíněné jejich vlastnosti. Užívají k tomu



Obr. 14.

natrhovače (obr. 14.), jejž pošinují podle jednoho kraje prkna nebo kamene. Hrot rydla vyryje čáru s krajem rovnoběžnou.

Cvičení. 1. Jsou všechny svislé přímky rovnoběžny?

2. Jakou polohu musí míti rovina, by v ní všecky vodorovné přímky byly rovnoběžny?

3. Vyšetřte, kolik rovnoběžek lze vyrýsovati daným bodem k dané přímce.

4. Vykreslete (od oka) několik rovnoběžek svislých, vodorovných i šikmých stejně dlouhých a stejně od sebe vzdálených.

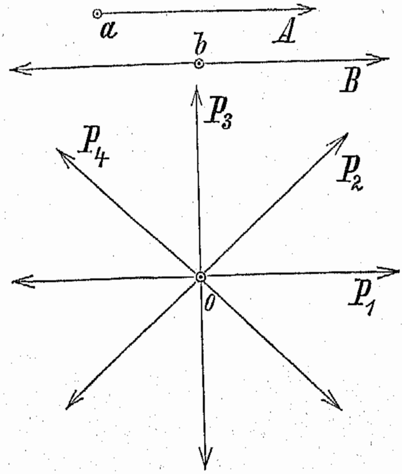
5. Vytkněte na školním nářadí hrany různoběžné a rovnoběžné.

15. Paprsek a polopaprsek.

Přímka v obou směrech nekonečná sluje *paprsek*, přímka v jednom směru nekonečná sluje *polopaprsek*.

(Obr. 15.) Bod a jest počátkem *polopaprsku* A, b jest počátkem paprsku B. Příkladem polopaprsku jsou paprsky *zorné*, příkladem paprsků jsou paprsky *světlové*.

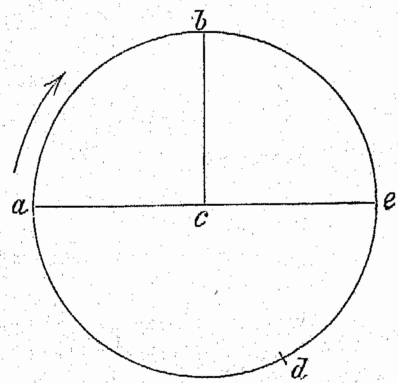
Jde-li mnoho paprsků jedním bodem, činí *svazek paprskový*. V obr. 15. máme svazek čtyrpaprskový.



Obr. 15.

16. Kružnice.

(Obr. 16.) Pohybuje-li se bod kolem jiného pevného bodu v stejné vzdálenosti a zůstává-li s ním pořáde v téže rovině, vytvoří *kružnici*. Ješt tedy kružnice křivka, jejíž všecky body stejně vzdáleny jsou od jednoho bodu v téže rovině ležícího. Bod pevný zove se *střed*, a přímka, jež střed s kterýmkoli bodem kružnice spojuje, slove *poloměr*.



Obr. 16.

Kružnici zobrazujeme nejsnadněji kružidlem. Zasaďme ocelový hrot kružidla do bodu *c*, otevřme kružidlo až padne konec tužky na bod *a* a otáčejme jím kolem bodu *c* tak, aby se vzdálenosť obou konců neměnila; konec tužky opíše kružnici.

Veliké kružnice rýsujeme kružidlem *tyčovým* anebo pomocí *šňůry*. (Jak?)

ca jest poloměr.

Kolik poloměrů lze si mysliti v každé kružnici, a jaká jest vzájemná délka všech?

Prodloužíme-li poloměr až k protilehlému bodu kružnice, vznikne *průměr*.

ac jest průměr.

Jest tedy průměr přímka, jež jdouc středem kružnice, spojuje dva body její.

Z povahy kružnice víme, že průměr rovná se dvěma poloměrům téže kružnice.

Poloměr znamenáme písmenem *r*, t. j. prvním písmenem latinského slova *r*adius.

Průměr znamenáme písmenem *d*, t. j. prvním písmenem lat. názvu *d*iametr.

Každý průměr rozpoluje kružnici; půl kružnice zove se *polokružnicí*.

Čtvrť kružnice slove *čtverník* č. kvadrant.

Obloukem jmenujeme jakoukoli část kružnice.

abc jest polokružnice, *ab* čtverník, *cd* oblouk.

17. Dělení kružnice.

Rozdělíme-li kružnici na 360 stejných dílů, zove se každý takový díl *stupněm obloukovým*.

Šedesátý díl stupně slove *minuta*, šedesátý díl minuty *sekunda*.

Píšeme pak na př. $60^0\ 35'\ 17''$ a čteme: 60 stupňů 35 minut 17 sekund.

Stupně, minuty a sekundy všech kružnic nejsou stejny; větší kružnice má stupně, minuty i sekundy delší.

Cvičení. 1. Oblouk 16^0 rovná se 12 m; jak dlouhá jest kružnice?

2. Kružnice měří 20 m; jak dlouhý jest oblouk jednoho stupně?

3. Rovník měří 40070 km; jak dlouhý jest oblouk 1^0, jak dlouhý oblouk 1'?

4. Jak rozdělen jest ciferník hodinový?

Co jest větrojev č. růže větrná?

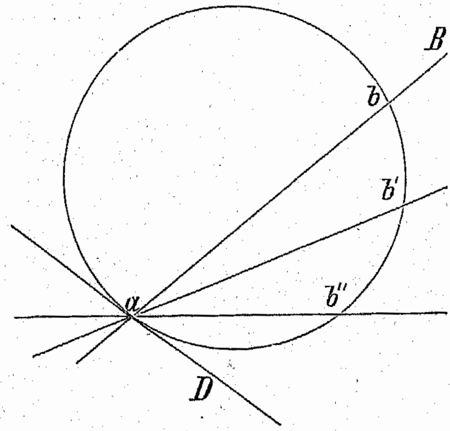
Obzor náš omezuje se kružnicí, již rozdělují čtyři hlavní strany na čtyři stejné díly. Mezi těmito stranami hlavními jsou strany pobočné, mezi pobočnými a hlavními opět strany mezilehlé, tak že celá kružnice na 16 stejných dílů jest rozdělena. Spojíme-li dělící body kružnice se středem, máme *větrojev* č. *růži větrnou;* dle ní bývají jmenovány větry podle stran, se kterých vějí.

Větrojevu, opatřenému magnetickou jehlou, říkáme *kompas.* Kompasu užívají plavci, cestovatelé pouštěmi a lesy, havíři a j.

Cvičení. Zobrazte větrojev.

18. Kružnice ve spojení s přímkou.

(Obraz 17.) Přímka, jež kružnici ve dvou bodech protíná, zove se *sečnou.*



Obr. 17.

Úsečka *ab* jest *tětiva.* Jest tedy tětivou úsečka, jež spojuje dva body kružnice.

Každá tětiva napíná dva oblouky, a není-li žádný jmenován, myslí se v rozhovoru vždy oblouk menší.

Stejným tětivám téže kružnice náležejí vždy stejné oblouky a stejným obloukům stejné tětivy.

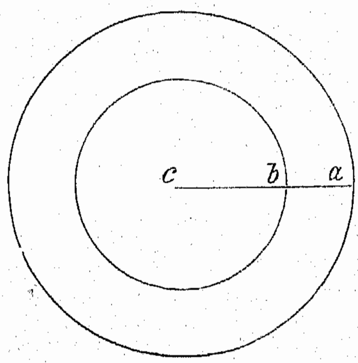
Čím blíže je tětiva u středu, tím jest delší. Nejdelší tětiva prochází středem kružnice; taková zove se pak průměrem.

Otáčíme-li sečnu B kolem průsečíku a, stává se tětiva ab pořáde menší. Až rovnati se bude nule, přejde sečna v *tečnu* (přímka D). Jest tedy tečna přímka, která má s kružnicí toliko jeden bod společný.

Kámen prakem vyhozený, bláto a voda od kol vozových odletují tečnou příslušné kružnice.

19. Kružnice soustředné.

(Obr. 18.) Kružnice nestejné v téže rovině, ale s týmž středem, zovou se *soustřednými*.



Obr. 18.

Z obrazu poznáváme, že jsou rovnoběžny; neboť jsou všude stejně od sebe vzdáleny. Vzdálenosť obou kružnic rovná se rozdílu obou poloměrů.

Mohou také více než dvě kružnice býti soustřednými.

Truhláři rýsují na kotouči kružnice soustředné pomocí natrhovače, nemohou-li užiti kružidla.

Cvičení. Vyrýsujte dvě soustředné kružnice a stanovte rozdíl obou jejich poloměrů.

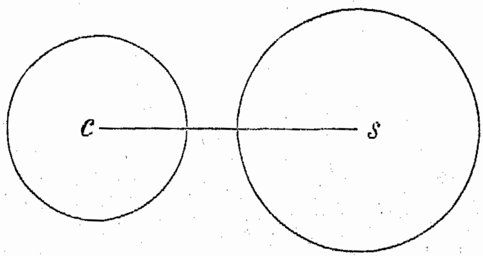
Vyrýsujte čtyři kružnice soustředné stejně daleko od sebe, a to tak, aby nejmenší byla nejslaběji, největší nejsilněji vytažena.

Vyrýsujte tři kružnice soustředné: nejmenší čerchaně, druhou čárkovaně a největší plně.

20. Kružnice výstředné.

Kružnice v téže rovině s různým středem, ať již rozdílně veliké, zovou se výstřednými.

Přímka, jež oba středy spojuje, zove se *obojstředná.*



Obr. 19.

Obr. 19. znázorňuje kružnice výstředné i přímku obojstřednou. Kružnice jedna může se druhé též dotýkati, a to buď vnitř nebo vně; kromě toho mohou se i protínati.

Cvičení. Zobrazte kružnice výstředné, aby jedny dotýkaly se vně, druhé uvnitř, třetí aby se protínaly a konečně jiné, aby se nedotýkaly.

Příkladem kružnic výstředných jsou kola na hřídelích, kde pohyb s jednoho na druhé přenáší se řemenem, anebo dvě ozubená kola, do sebe zasahující.

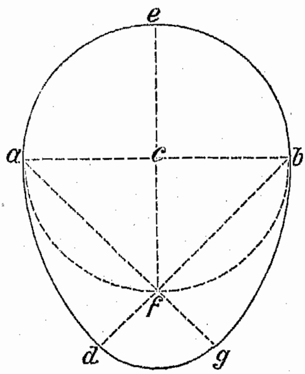
Mnoho ozdob stavitelských, jakož i veliké množství ornamentů má za základ kružnice soustředné i výstředné.

21. Křivka vejčitá.

Křivka vejčitá složena jest z polokružnice a ze tří oblouků kružnic, jak vidno jest z obrazu 20.

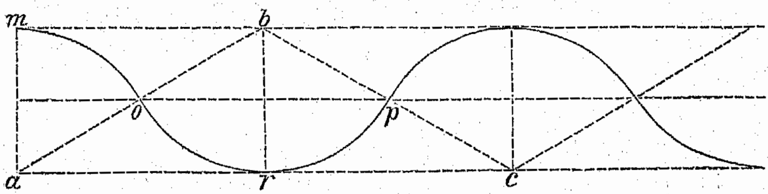
Polokružnice *aeb* opsána jest ze středu *c*, oblouk *bg* z *a*, oblouk *ad* z *b*, oblouk *dg* pak opsán jest ze středu *f*.

Křivek vejčitých již Řekové a Římané hojně užívali, okrašlujíce jimi hlavice sloupů a římsy nádherných staveb. Za týmž účelem křivky té i podnes ve stavitelství bývá užíváno.



Obr. 20.

22. Křivka vlnitá čili hadice.



Obr. 21.

Křivka tato složena jest z oblouků kružnic.

Zobrazíme ji, vyrýsujeme-li tři rovnoběžky stejně od sebe vzdálené.

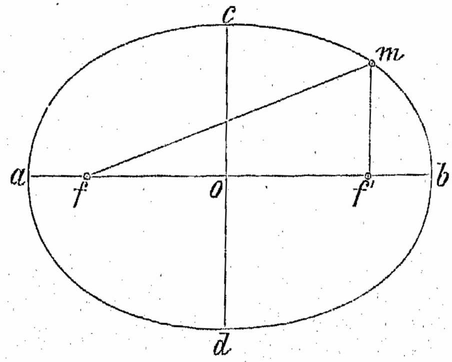
Poloměrem *am* opíšeme oblouk *mo*. Prodloužíme-li poloměr *ao* až protne rovnoběžku nejhořejší, určíme *b*, jež jest středem oblouku *orp* atd.

Křivky té užívalo se velmi zhusta ve slohu gothickém. V ornamentech zobrazuje se jen přibližně od ruky.

23. O ellipse.

Připevněme nit zdélí *ab* ke dvěma místům *f* a *f'* (obr. 22.), napněme ji roubíkem křídy *m* a pohybujme jím kolem *f* a *f'* tak, aby nit stále byla napjata. Křivá čára, jíž takto opíšeme, zobrazuje *ellipsu*.

Týmž způsobem zobrazíme ellipsu též v zahradách anebo na prknech, připravených na rozličné potřeby řemeslnické.



Obr. 22.

Z obrazu 22. vysvítá, že součet obou vzdáleností *fm* a *f'm* rovná se součtu jiných dvou vzdáleností mezi každým bodem ellipsy a oběma pevnými body *f* a *f'* čili: *součet vzdáleností každého bodu ellipsy od obou pevných bodů jest týž.*

Úsečka *ab* jest *osou hlavní*, *cd osou vedlejší.* Bod *o* slove *středem.*

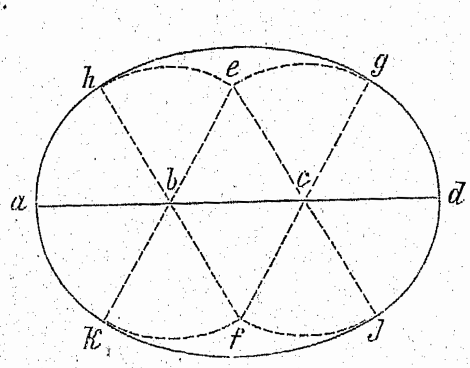
Body *a*, *b*, *c*, *d* nazýváme *vrcholy* ellipsy.

Stálé body *f* a *f'* zovou se *ohniska.*

Vzdálenosť *of* sluje *výstřednosť.*

Úsečky *fm* a *f'm* jsou *průvodiči* bodu *m.*

Ellipsu přibližně zobraziti lze též pomocí oblouků kružnic podle obr. 23.



Obr. 23.

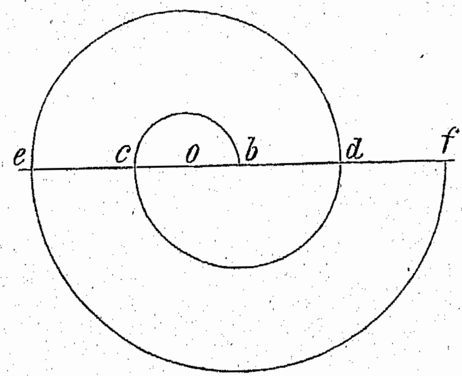
Úsečka *ad* rozdělena jest na tři stejné díly; z *b* a *c* opsány jsou oblouky, které se v *e* a *f* protínají. Poloměrem *fg* opsán jest oblouk *gh*, poloměrem *ek* oblouk *kj*.

Užití ellipsy.

Řekové i Římané užívali ellipsy v rozličných lemových ozdobách, v perlovci, jímž zdobili krk sloupů, pak v bordurách rozmanitých vás, jmenovitě pompejských. Za doby nynější užívají té křivky stavitelé a kresliři. Hojně upotřebuje se ellipsy při mnohých zábradlích železných mnohdy ve spojení s oblouky kružnic.

24. Křivky spirálné čili závitnice.

Která křivka složena je ze samých oblouků jdoucích kolem do kola, zove se spirálou.



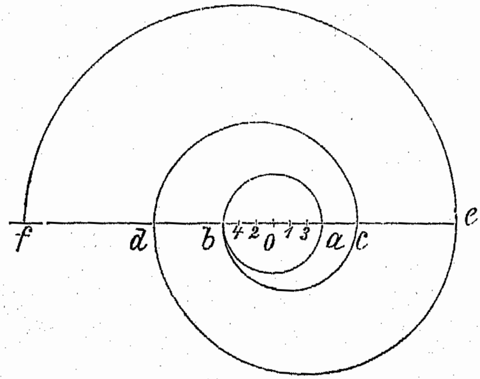
Obr. 24.

Spirála skládá se ze samých závitů, jež jsou buď rovnoběžné nebo vzdalují se víc a více od sebe. Spirála s rovnoběžnými závity zobrazí se tím způsobem:

Ze středu *o* (obr. 24.) opíšeme polokružnici *bc*, z *b* polokružnici *cd*, z *o* polokružnici *de* a konečně z *b* polokružnici *ef* atd.; *fed*, *dcb* zoveme vždy jedním závitem. Složena jest tedy spirála tato ze dvou závitů.

Spirálu s nerovnoběžnými závity zobrazíme nejsnáze takto:

Ze středu *o* (obr. 25.) vneseme na pravo i levo několik libovolných, ale stejných dílků. Poloměrem *oa* opíšeme kružnici; pak opíšeme polokružnice *cb* z 1. bodu, *cd* z 2. bodu, *ed* z 3. bodu, *cf* ze 4. bodu a konečně z *a* a *b*. Chceme-li pokračovati, vneseme tytéž dílky z *b* na pravo a z *a* na levo, a pracujeme jako dříve.

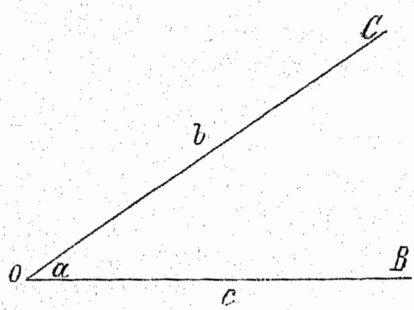


Obr. 25.

Užití spirály.

Spirály užili Řekové a Římané; ve výtvarném umění mnohonásobně užívá se jí až dosud. Krášlí hlavice sloupů klassických (jonického i římského), vyskytuje se na akroteriích a v rozmanitých bordurách, i železné mříže touto křivkou bývají zdobeny. Péro ve spirálu svinuté je podstatnou částí mnohých strojů, jako na př. stroje hodinového.

25. O úhlech.



Obr. 26.

Úhel je část roviny, omezená dvěma polopaprsky o společném počátku.

Počátek *o* (obr. 26.) slove *vrcholem*, přímky *C* a *B* *rameny* úhlu. —

Úhel značíme znaménkem ∢; za doby novější zavádí se též znaménko ∠.

Označování úhlu děje se čtverým způsobem:

Buď dvěma písmeny velkými, na př. ∢ *CB*;

buď písmenem u vrcholu, na př. ∢ *o*;

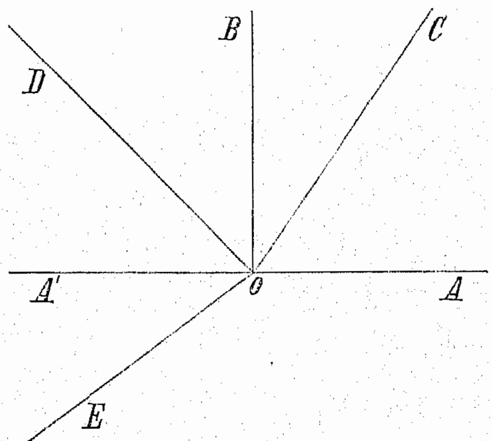
nebo stavíme do vnitř vrcholu písmeno malé, na př. ∢ *a*.

Klademe-li místo polopaprskův úsečky *ob* a *oc*, označujeme úhel třemi malými písmeny, z nichž prostřední stojí u vrcholu, na př. ∢ *cob*. —

Úhel nezávisí na délce svých ramen, nýbrž na rozdílu směrů svých ramen.

Čím větší jest úhel, tím více liší se směr jednoho ramene od druhého.

Otočí-li se polopaprsek *A* kolem do kola, až opět navrátí se do původní své polohy, vznikne *plný* úhel *AA*. (Obr. 27.)



Obr. 27.

Přímý úhel *A'A* vytvoří se, otočí-li se *A* do polohy *A'*. Obě ramena tvoří pak jediný paprsek. Úhel přímý jest polovina úhlu plného.

Otočením polopaprsku *A* do polohy *B* vytvoří se úhel *pravý* *(AB)*. Úhel pravý jest polovina úhlu přímého.

Úhly pravé jsou měřítkem úhlův ostatních a označují se písmenem *R*.

Ramena pravých úhlů stojí na sobě kolmo.

Úhel *ostrý (AC)* jest menší úhlu pravého.

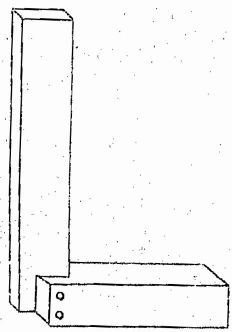
Úhel *tupý (AD)* jest větší úhlu pravého.

Úhly ostré a tupé slovou jedním jménem úhly *dutými.*

Úhel *vypuklý (AE)* jest větší přímého; nejčastěji vyskytují se úhly pravé.

Sousední kraje listu papíru, oken, dveří, rámců a p. scházejí se v úhlu pravém.

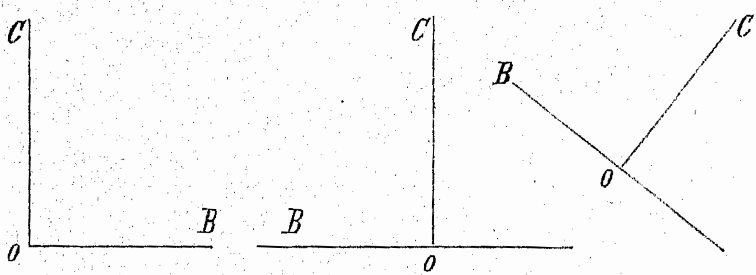
Pro tu důležitosť pravého úhlu máme zvláštní nástroje k jeho rýsování. Kreslíři opatřují se k tomu konci pravítkem trojúhelným, truhláři, tesaři, kameníci a p. řemeslníci užívají *úhelnice* (obr. 28.) ze dřeva nebo z ocele.



Obr. 28.

26. Přímky kolmé.

Dvě přímky stojí na sobě kolmo, tvoří-li pravý úhel.



Obr. 29.

V obr. 29. jsou různoběžky, jež odchylují se od sebe o pravý úhel; stojí tedy na sobě kolmo. Kolmosť znamenáme $\perp$; píšeme tedy $C \perp B$ a čteme: přímka C jest kolmá na přímce B anebo krátce: C jest kolmo na B.

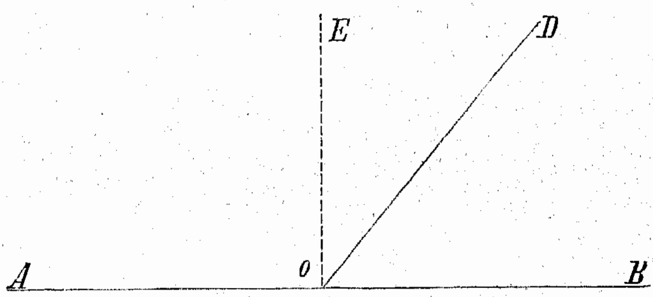
Je-li jedna z obou kolmic přímka svislá, jest druhá vodorovná; je-li šikmá jedna, jest šikmá i druhá.

Mluvíce o přímce svislé máme na mysli jen jednu, jež má běh niti se závažím, které na ní klidně visí.

Myslíme-li si přímku vodorovnou, která se svislou se stýká, pravíme pak o obou, že jsou kolmice.

Kolmo na sobě státi mohou i šikmé přímky, nutno však, aby uzavíraly pravý úhel.

27. Přímky nakloněné.



Obr. 30.

Je-li jedna přímka k jiné nakloněna, netvoří spolu úhlu pravého.

Sklon měří se úhlem *ED* (obr. 30.) a *odchýlka* úhlem *BD*; proto že oba se doplňují na úhel pravý, slovou *doplňkovými*; jeden jest doplňkem druhého.

Vyplňují-li se dva úhly na přímý, slovou *výplňkovými*; jeden jest výplňkem druhého. Na př.: $\sphericalangle DA$ jest výplňkem *DB*.

Cvičení: Zobrazte doplněk a výplněk úhlu ostrého.

Úhel má $53^0\ 26'$; vypočísti jest jeho výplněk i doplněk.

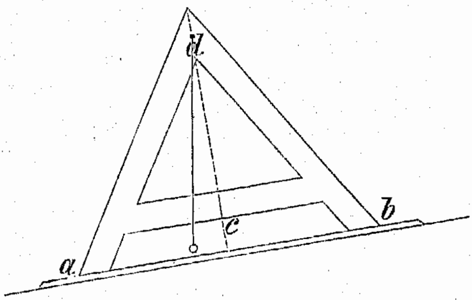
Vykreslete úhel tupý a přikreslete k němu jeho výplněk.

28. Krokvice.

Přímka svislá stojí vždy kolmo na vodorovné. Na tom se zakládá krokvice.

Krokvicí (obr. 31.) zkoumá se vodorovnost předmětů. Mívá obyčejně podobu rovnoramenného nebo rovnostranného trojúhelníku.

Rýha *cd* stojí kolmo na půdici *ab*. Na konci rýhy v *d* zavěšena jest nit, opatřená olověnou kuličkou.



Obr. 31.

Chceme-li zvěděti, je-li zeď vodorovná, položíme na ni lať a na lať krokvici. Padne-li nit do rýhy, jest zeď vodorovná.

29. Měření úhlu.

Poznali jsme, že úhly přirovnávají se k úhlu pravému; buď jsou úhlu pravého větší nebo menší. Avšak takové určování vždy nevyhovuje; neboť lze si mysliti velmi mnoho úhlů větších i menších nežli jest úhel pravý, o nichž můžeme říci určitě jediné to, že klademe je mezi úhly buď ostré nebo tupé.

Avšak, chceme-li věděti určitě, jak velký úhel jest, třeba znáti míru, kterou velikosť jeho měříme.

Jako jsme měřili délku délkou, tak měříme úhel úhlem.

Jednotkou míry jest úhel jednoho stupně, t. j. 90. čásť úhlu pravého. Dle toho má pravý úhel 90 stupňův úhlových.

Šedesátý díl stupně zove se minutou a šedesátý díl minuty sekundou.

Místo názvů stupně, minuty, sekundy klademe v písmě kroužek (^{0}), čárku ($'$), dvě čárky ($''$). Píšeme tedy $57^0\ 36'\ 45''$ a čteme 57 stupňů, 36 minut, 45 sekund.

Majíce nějaký úhel měřiti, t. j. zkoumati, kolikráte v něm jest obsažen úhel jednostupňový, myslíme si míru naň tak kladenu, aby vrchol míry byl ve vrcholu úhlu měřeného a aby jedno rameno míry pokrývalo v každém novém položení jedno rameno její v poloze předešlé. Zbytek myslíme si podobně měřený úhlem jednominutovým a posléze úhlem jednosekundovým.

Než měřiti úhly způsobem takovým bylo by příliš páravé, výsledek pak nikdy nebyl by zcela přesný. Nejvýhodnější jest měřiti úhly takovým způsobem, jaký vyjde na jevo z následující úvahy:

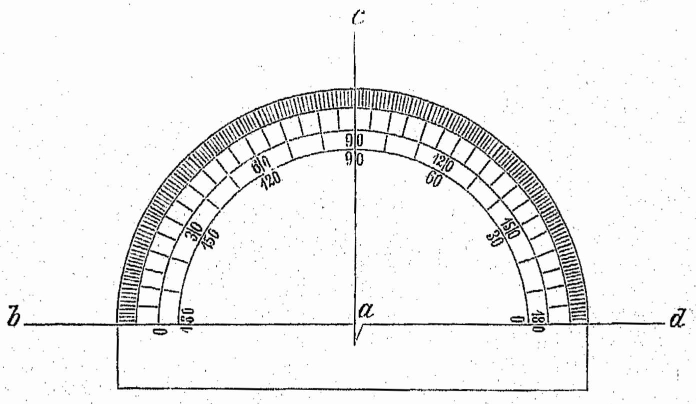
Mysleme si přímku *ab* (obr. 32.) otáčenou kolem *a* v rovině svislé, až se položí do *ac;* tím odchýlí se od původní polohy o 90°, a bod *b* opíše při tom oblouk 90°.

Přijde-li táž otáčející se přímka až do polohy *ad*, odchýlí se od své původní polohy o úhel 180°, a bod *b* opíše při tom 180° obloukových.

Z toho jest zřejmo, že otáčená přímka s původní svou polohou uzavírá úhel, jenž čítá tolik stupňů, minut, sekund úhlových, kolik stupňů, minut a sekund obloukových má oblouk, který jest mezi rameny jeho.

Víme-li tedy, kolik stupňův obloukových má kterýkoliv oblouk, víme také, že má právě tolik stupňův úhlových. Z toho jde, že za míru úhlu pokládati lze oblouk.

K odměřování stupňův obloukových zhotovujeme zvláštní přístroj, *úhloměr* zvaný, jejž znázorňuje obr. 32.

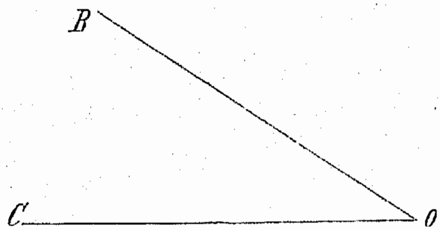


Obr. 32.

30. Úhloměr.

Podstatou jeho jest polokružnice rozdělená na 180 stejných dílů, totiž na stupně obloukové. Na jejím průměru jest vytčen také střed *a*. Přístroj ten dělá se z papíru, ze dřeva, z rohu nebo z kovu.

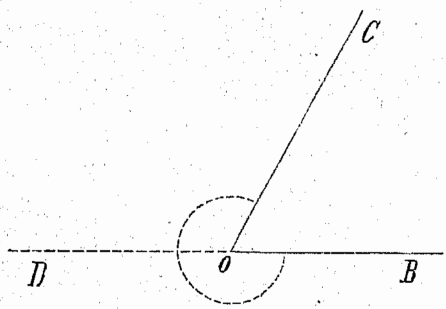
Chtějíce měřiti úhel *BC* (obr. 33.) položíme střed *a* na vrchol *o* tak, aby poloměr *ab* padl do ramene *C*, a podíváme se pak, které číslo na stupnici padlo k rameni *B*. Sekund a minut tímto přístrojem odměřovati nelze.



Obr. 33.

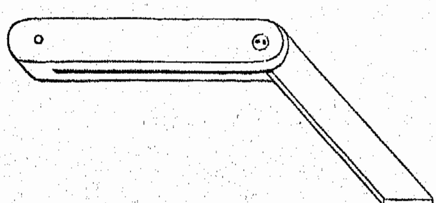
Kdybychom měli stanoviti počet stupňů vypuklého úhlu *CB* (obr. 34.), prodlužme jedno z ramen, na př. *B*, přes vrchol; tím úhel vypuklý rozdělí se na úhel přímý (má 180°) a na úhel tupý *CD*, jenž pak změří se, jak již bylo pověděno.

Součet úhlu přímého a tupého rovná se úhlu vypuklému.



Obr. 34.

Úhloměrem lze také úhly přenášeti, t. j. daný úhel na jiném místě vykresliti.



Obr. 35.

Truhláři, jakož i všickni pracovníci ve dřevě, kamenu a kovu užívají ku přenášení úhlů *kosmáku* (obr. 35.).

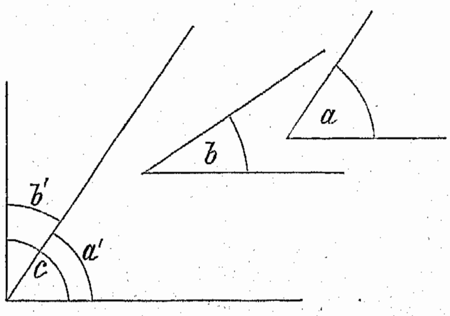
Skládá se ze dvou pravítek kolem téže osy se otáčejících, jež spolu uzavírati mohou libovolný úhel.

Úhloměrem lze pak úhly i sečítati a odčítati, násobiti a děliti.

Dány jsou úhly a a b (obr. 36.)

Učiňme $a' = a$, $b' = b$.

Úhel $c = a + b$.



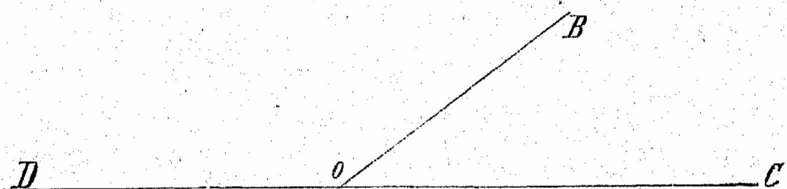
Obr. 36.

Kdybychom měli rozděliti na př. úhel 45° na tři stejné díly, víme, že dělící body jsou na úhloměru při číslech 15 a 30 atd.

Cvičení. 1. Násobte daný úhel pěti. 2. Sestrojte rozdíl dvou úhlů. 3. Zobrazte libovolný úhel, vykreslete jej ještě jednou volnou rukou a pak zkoumejte úhloměrem, zdali jste dobře pracovali.

31. Úhly vedlejší a stýkavé.

Prodloužíme-li rameno nějakého úhlu přes vrchol, vzniknou úhly *vedlejší* (obr. 37.).



Obr. 37.

Poznáváme, že oba vedlejší úhly mají dohromady $180^0 = 2R$. Je-li jeden ostrý, jest druhý tupý. Jsou-li oba stejny, jest každý polovinou přímého, tedy $= R$; rameno společné stojí pak kolmo na obou ramenech ostatních.

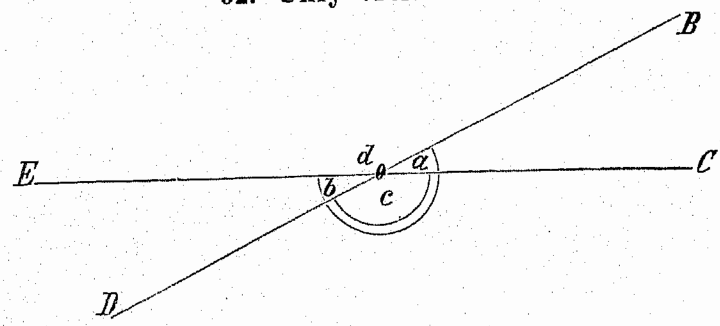
Úhly stýkavé jsou dva úhly, které mají společný vrchol a společné rameno. Úhly vedlejší BC a BD jsou dva stýkavé úhly výplňkové.

Cvičení: 1. Ostrý úhel měří $47^0\ 15'$; stanovte, jak velký jest jeho úhel vedlejší.

2. Zobrazte kolem bodu o 5 stejných úhlův, aby se rovnaly 360^0.

3. Zobrazte ostrý úhel, odhadněte jeho velikosť od oka a pak úhloměrem.

32. Úhly vrcholové.



Obr. 38.

Prodloužíme-li obě ramena úhlu za vrchol, vznikne nový úhel, jenž slove úhlem *vrcholovým*. V obr. 38. prodloužili jsme ramena úhlu BC za vrchol, čímž vznikl $\sphericalangle ED$. Jsou tedy úhly BC a ED úhly vrcholové.

Mají společný vrchol o, a ramena jejich jsou střídavě ve směrech protivných. Oba tyto vrcholové úhly jsou stejny, neboť mají ramena stejně rozevřená.

V obrazci 38. pozorujeme však ještě jiné dva úhly vrcholové, totiž EB a DC; neboť dvě přímky, jež se protínají, tvoří spolu dvě dvojiny úhlů vrcholových.

Rovnosť každého páru úhlů vrcholových lze ještě jinak dokázati. Pro krátkosť jmenujme úhly (obr. 38.) a, b, c, d.

$\sphericalangle b + \sphericalangle c = 2R$ (jakožto vedlejší)

$\sphericalangle a + \sphericalangle c = 2R$ „

Tedy jsou $b + c = c + a$.

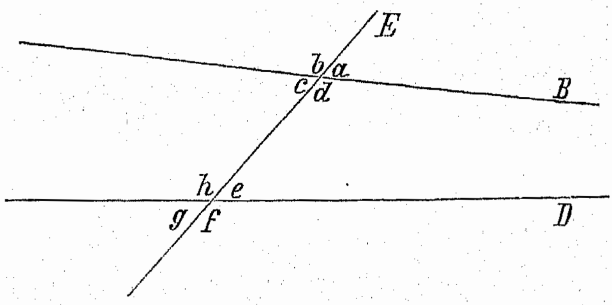
Ale úhel c počítali jsme k $\sphericalangle b$ i k $\sphericalangle a$; vynecháme-li $\sphericalangle c$, zbude $\sphericalangle b = \sphericalangle a$.

Cvičení. Dokažte týmž způsobem (napřed ústně, pak písemně), že druhé dva vrcholové úhly jsou stejny.

33. Úhly na příčce.

Přímka, jež jiné přímky protíná, zove se *příčkou*. V obr. 39. protíná příčka E přímky B a D. Tím vzniknou kolem každého průsečíku čtyři úhly, tedy dohromady osm úhlů, z nichž jsou čtyři mezi přímkami proťatými a čtyři vně přímek.

Prvé zovou se úhly *vnitřními*, druhé úhly *vnějšími*.



Obr. 39.

Úhly c, d, e, h jsou vnitřní.
Úhly b, a, f, g jsou vnější.

Úhly tyto nazýváme vzhledem ku příčce (vyjímajíc úhly vedlejší a vrcholové) takto:

1. *Úhly souhlasné;* tyto leží na téže straně příčky a na souhlasných stranách přímek proťatých. Jsou tedy:

$$\left.\begin{array}{l} b,\ h \\ a,\ e \\ c,\ g \\ d,\ f \end{array}\right\}\ \text{úhly souhlasné.}$$

Cvičení. Napodobte obraz 39. a poznamenejte si dva a dva souhlasné úhly touže číslicí. (Doma vždy dva a dva souhlasné úhly vyznačte touž barvou.)

2. *Úhly přílehlé;* tyto jsou na téže straně příčky, avšak na protivných stranách přímek proťatých. Jsouť pak:

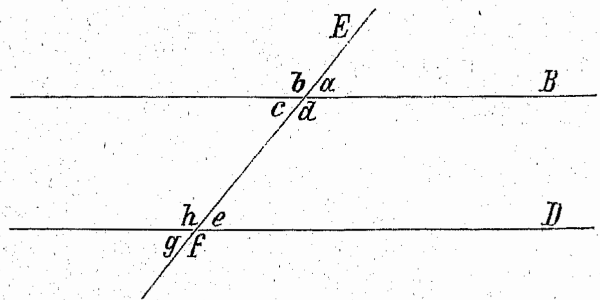
$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}b,\ g\\ a,\ f\end{array}\right\}\text{vnější}\\ \left.\begin{array}{l}c,\ h\\ d,\ e\end{array}\right\}\text{vnitřní}\end{array}\right\}\text{úhly přílehlé.}$$

Cvičení. Napodobte obraz 39. a poznamenejte vždy dva vnější a dva vnitřní přílehlé úhly touže číslicí.

3. *Úhly střídavé;* tyto jsou na protivných stranách i příčky i přímek proťatých. Jsouť pak:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}b,\ f\\ a,\ g\end{array}\right\}\text{vnější}\\ \left.\begin{array}{l}c,\ e\\ d,\ h\end{array}\right\}\text{vnitřní}\end{array}\right\}\text{úhly střídavé.}$$

Cvičení jako prve.



Obr. 40.

(Obr. 40.) Proťaté přímky B a D jsou rovnoběžny; i poznáváme z pouhého pohledu, že *úhly souhlasné i úhly střídavé jsou stejny.*

Ostatně lze tyto věty i dokázati, a to takto:

Přímky B a D jsouce rovnoběžny jsou od přímky E stejně odchyleny. Avšak odchylkou tou jest úhel. Ramena úhlů souhlasných mají i směry stejny, tak že při těchto úhlech jiného rozdílu pozorovati není, než že každý z nich na jiném místě jest.

Na základě rovnosti úhlů souhlasných dokazuje se pak i rovnosť úhlů střídavých, a to takto:

$a = c$ (jsou úhly vrcholové)

$g = c$ („ „ souhlasné)

Jsou-li dvě veličiny rovny třetí, jsou i sobě rovny.

Proto $a = g$.

Cvičení. Dokažte týmž způsobem rovnosť ostatních úhlů střídavých.

Pozorujme teď úhly přílehlé, na př.

b a g.

Tyto sobě se nerovnají; avšak víme, že

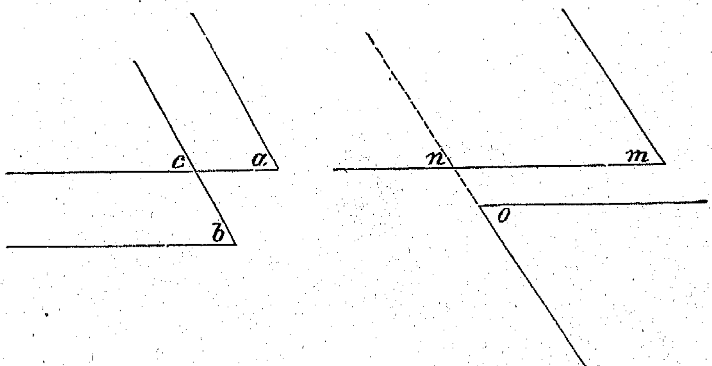
$$\begin{array}{l} b + c = 2R \\ \underline{c = g} \end{array}$$

Proto $b + g = 2R$. T. j.:

Protíná-li příčka dvě rovnoběžky, jsou vždy dva úhly přílehlé výplňkovými.

Cvičení. 1. Dokažte pravdivosť té věty ještě při ostatních úhlech přílehlých a užijte též úhlů střídavých.

2. Úhel $c = 75^0$, stanovte velikosť každého z ostatních úhlů. Odvolejte se při určování k hořejším třem větám.



Obr. 41.

Obr. 41. znázorňuje úhly a a b s rovnoběžnými rameny téhož směru, pak úhly m a o též s rovnoběžnými rameny, avšak směru protivného.

$\measuredangle a = \measuredangle c$ (jsouť souhlasné)

$\underline{\measuredangle b = c \measuredangle}$ („ „)

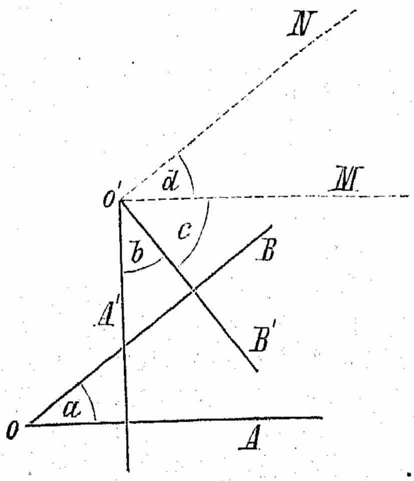
tedy $a = b$.

$\measuredangle m = \measuredangle n$ (jsouť souhlasné)

$\underline{\measuredangle o = \measuredangle n}$ („ střídavé)

proto $m = o$. T. j.:

Úhly, jichž ramena jsou vzájemně rovnoběžna, ať již mají směr týž anebo protivný, jsou stejny.



Obr. 42.

V obr. 42. stojí ramena úhlu a na ramenech úhlu b střídavě kolmo. Totiž

$$A' \perp A,\ B' \perp B.$$

Rýsujme $M \parallel A,\ N \parallel B$,

i stojí teď také $M \perp A',\ N \perp B'$;

neboť stojí-li jedna ze dvou rovnoběžek na příčce kolmo, stojí i druhá na ni kolmo.

Proto jest

$$b + c = c + d = R,$$

tudíž $b = d$;

avšak $d = a$ (proč?),

pročež dle známé zásady i

$b = a$. T. j.:

Dva úhly, jichž ramena stojí střídavě na sobě kolmo, jsou stejny, jsou-li oba ostré nebo tupé.

Proveďte důkaz, jsou-li oba úhly tupé.

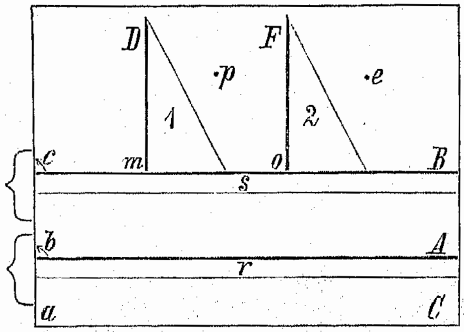
34. Rýsování rovnoběžek.

Kdybychom měli rýsovati přímky rovnoběžné ke hranám desky, užijeme příložného pravítka podle obr. 43.

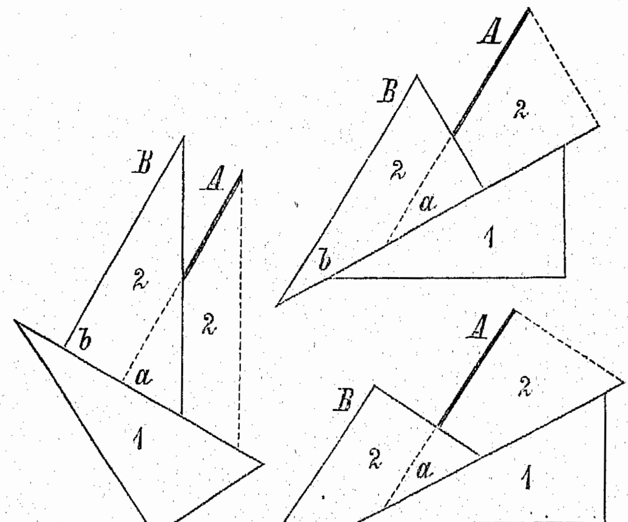
$$B \parallel A \parallel C,$$

neboť $\sphericalangle a = b = c$ (jakožto úhly souhlasné).

Ku přímce D, jež $\perp$ na B, vyrýsujeme rovnoběžky dle pravítka trojúhelného pošinujíce je z polohy jedné do druhé. Jelikož $\sphericalangle m = o$, jest $D \parallel F$.



Obr. 43.



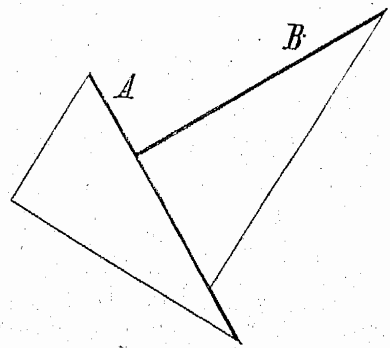
Obr. 44.

Máme-li rýsovati přímku rovnoběžnou s danou přímkou A, jež ke hranám desky jest různoběžna, užijeme dvou pravítek trojúhelných *1* a *2* (obr. 44.), z nichž prvé zůstává stále na témž místě, druhé pak se pošinuje.

Vždy jest $\sphericalangle a = b$, a proto $A \parallel B$.

35. Rýsování kolmic.

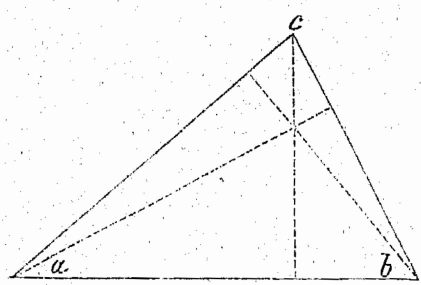
Na přímku B (obr. 43.), jež rýsována jest dle příložného pravítka, vztyčíme v bodě s kolmici dle pravítka trojúhelného. Na přímku v poloze F (obr. 43.) spustíme kolmici s bodu p pomocí pravítka



Obr. 45.

příložného. Na přímku v poloze A (obr. 45.) vztyčíme nebo spustíme kolmici pomocí dvou pravítek trojúhelných.

36. Trojúhelníky.



Obr. 46.

Abychom dokonale omezili část roviny úsečkami, potřebí k tomu nejméně tří úseček. Část roviny třemi úsečkami omezená slove *trojúhelník.*

Úsečkám říkáme pak *strany*, souhrnu všech stran *obvod*. Vrcholy úhlů jsou zároveň vrcholy trojúhelníku.

Místo slova „trojúhelník“ děláme v písmě znaménko $\triangle$; píšeme tedy $\triangle$ *abc* a čteme „trojúhelník *abc*“.

V každém trojúhelníku jsou tři strany a tři úhly. Strany a úhly nazýváme částmi trojúhelníku. Ke každé straně přiléhají dva úhly, jimž říkáme přilehlé. Ke straně *ab* přiléhají $\sphericalangle$ *a*, *b*. Úhel *c*, jenž leží naproti straně *ab*, slove protilehlý.

Cvičení. Stanovte přilehlé a protilehlé úhly ostatních stran. Jmenujte strany, jež svírají každý úhel trojúhelníku.

Základnou (půdicí, podstavou) může býti kterákoli strana trojúhelníku. Obyčejně béřeme za základnu stranu, na které trojúhelník spočívá. Vrchol úhlu, jenž leží naproti základně, slove *temenem*. Přímka s vrcholu na půdici kolmo spuštěná zove se *výškou* trojúhelníku.

V trojúhelníku (obr. 46.) jsou postupně pokládány všecky tři strany za půdice; tři výšky zobrazené protínají se v témže bodě.

37. Roztřídění trojúhelníků.

Trojúhelníky třídíme dle stran a dle úhlů jejich.

Podle stran rozeznávati jest trojúhelníky trojí, totiž:

1. *Trojúhelník rovnostranný*, který má všecky strany stejné (obr. 46.).
2. *Trojúhelník rovnoramenný*, který má jen dvě strany stejné (obr. 48.).

   Stejné strany slují ramena; stranu lichou béřeme obyčejně za základnu.
3. *Trojúhelník různostranný*, jehož každá strana má délku jinou (obr. 46.).

Rovnostranný trojúhelník zobrazíme,

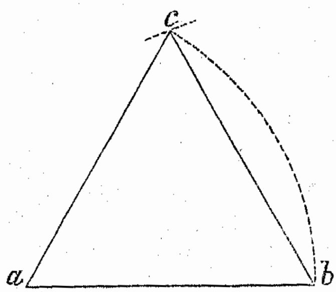
a) sestrojíme-li na dané straně dva úhly po 60^0, nebo

b) přeneseme-li na ramena úhlu 60^0 danou stranu. Seřadíme-li rovnostranné trojúhelníky, z nichž dva a dva sousední mají společnou stranu, vznikne *síť trojúhelníková*.

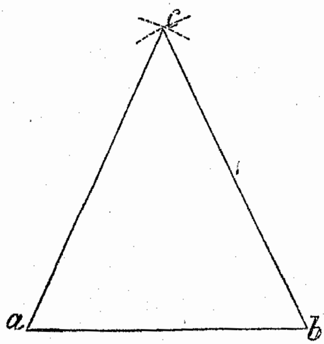
Rovnoramenný trojúhelník zobrazíme:

a) uděláme-li ramena jakéhokoliv úhlu stejná a spojíme-li pak body konečné,

b) vztyčíme-li uprostřed půdice kolmici a na ní zvolíme témě,
c) sestrojíme-li na dané straně dva stejné úhly, nebo
d) opíšeme-li z *a* a *b* úsečky *ab* (obr. 48.) obloučky o stejném poloměru protínající se v *c*.



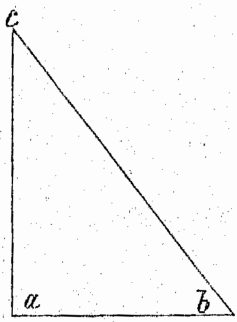
Obr. 47.



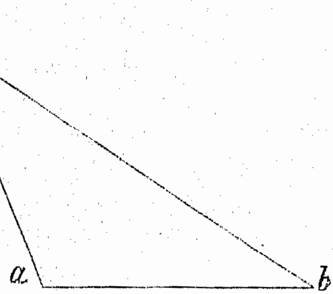
Obr. 48.

Podle velikosti úhlů rozeznáváme:

1. *Trojúhelník ostroúhlý*, který má všecky tři úhly ostré (viz obr. 47. a 48.).
2. *Trojúhelník pravoúhlý*, jenž má jeden úhel pravý (obr. 49.).
3. *Trojúhelník tupoúhlý*, v němž jest jeden úhel tupý (obr. 50.).



Obr. 49.



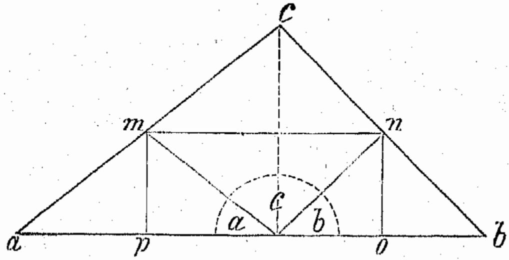
Obr. 50.

Strany, které v trojúhelníku pravoúhlém pravý úhel svírají, slovou *odvěsny*, strana třetí zove se *přeponou*. Přepona leží vždy naproti úhlu pravému.

Cvičení. 1. Zobrazte pravoúhlý trojúhelník a stanovte výšku, je-li odvěsna půdicí.

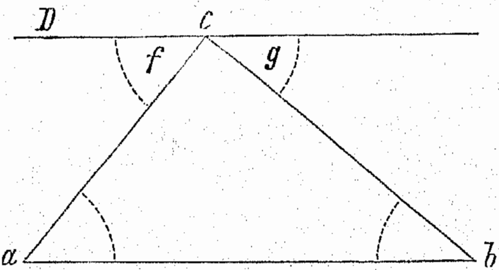
2. Zobrazte tupoúhlý trojúhelník a stanovte v něm všecky tři výšky.

38. Úhly trojúhelníků.



Obr. 51.

Udělejme z papíru $\triangle$ *abc* (obr. 51.). Vrcholy ohněme tak, aby rýha lomu *mn* byla rovnoběžná s *ab*. Vrchol *b* ohněme kolem *no* a přiložme cíp k úhlu *c*, pak vrchol *a* otočme kolem *mp* a přiložme cíp též k úhlu *c*. I poznáme, že všecky tři úhly *b*, *c*, *a* tvoří úhel přímý.



Obr. 52.

(Obr. 52.) $D \parallel ab$. Úhly f, c, $g = 2R$;

že však $\sphericalangle \left.\begin{array}{l} f = a \\ g = b \end{array}\right\}$ jakožto střídavé,

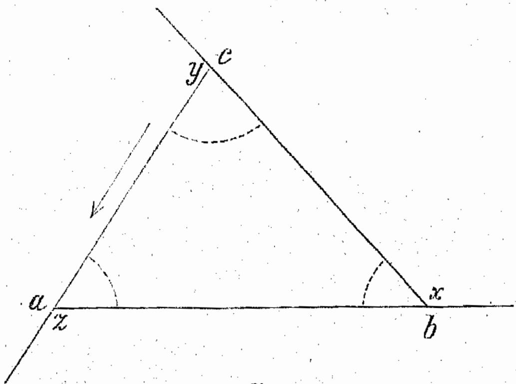
tudíž i: $a + b + c = 2\ R$. T. j.:

Součet vnitřních úhlů každého trojúhelníku $= 2\ R$.

1. Víme-li, jak velké jsou dva úhly trojúhelníku, snadno nalezneme, jak veliký jest úhel třetí.

   V pravoúhlém trojúhelníku stačí znáti toliko jeden z ostrých úhlův, abychom mohli určiti velikosť obou ostatních.
2. V trojúhelníku nemohou býti ani dva úhly pravé ani dva tupé.
3. Každý úhel trojúhelníku jest dutý.
4. Součet dvou úhlů trojúhelníku jest menší než 180^0.

5. Je-li součet dvou úhlů jednoho trojúhelníku roveň součtu dvou úhlů jiného trojúhelníku, rovnají se sobě i úhly třetí v obou trojúhelnících.
6. Jsou-li v trojúhelníku všecky úhly stejné, má každý 60°.
7. Jsou-li dva úhly trojúhelníku rovny dvěma úhlům trojúhelníku jiného, i třetí úhly sobě se rovnají.



Obr. 53.

(Obr. 53.) Prodloužíme-li strany směrem naznačeným šípem, zobrazíme vnější úhly trojúhelníku, jichž jest tolik jako vnitřních.
Jsou to úhly x, y, z.
Proti vnějšímu úhlu x leží vnitřní úhly a, c.
Proti vnějšímu úhlu y leží vnitřní úhly a, b.
Proti vnějšímu úhlu z leží vnitřní úhly c, b.
Úhly $a + b + c = 2\,R$ (jsouť vnitřní úhly trojúhelníku).
Jest tedy $\sphericalangle b + x = \sphericalangle a + b + c$.
Vynecháme-li $\sphericalangle b$ z obou částí, zbude

$\sphericalangle x = \sphericalangle a + \sphericalangle c$. T. j.:

8. Vnější úhel trojúhelníku rovná se součtu obou vnitřních úhlů protilehlých.

Cvičení. Dokažte totéž o vnějších úhlech y a z.

39. Součet všech vnějších úhlů trojúhelníků.

Vnější úhel se sousedním vnitřním tvoří úhly vedlejší, jež se rovnají $2\,R$ (obr. 53.). Tedy všecky tři vnější se sousedními vnitřními rovnají se $6\,R$. Protože však vnitřní rovnají se $2\,R$, zbudou na úhly vnější $4\,R$.

Cvičení. 1. Vnější úhel trojúhelníku má 137°; stanovte součet úhlů protilehlých.

2. Vnější úhel trojúhelníku ma 110°; stanovte velikosť všech ostatních úhlů vnitřních i vnějších.

40. Užití trojúhelníků.

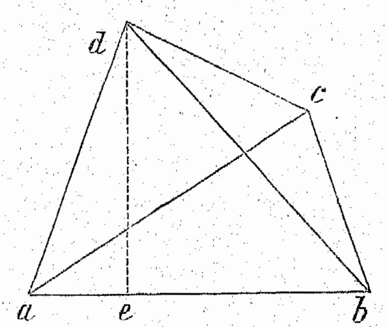
Trojúhelník náleží mezi nejdůležitější rovinné tvary jak v měřictví tak v kresbě. V měřictví vede k tomu, abychom náležitě porozuměli čtyřúhelníkům a mnohoúhelníkům; v kresbě jest základným tvarem mnohých ozdob, ba sám za okrasu sloužívá; kromě toho každý, kdo správně kresliti chce ať dle modelu, ať dle předloh, náležitě musí uměti pojímati a porovnávati polohu tří bodů.

Trojúhelníkův užíváme v kresbě buď rozmanitě k sobě je *řadíce* nebo je *proplétajíce.*

41. Čtyřúhelníky.

Část roviny čtyřmi úsečkami omezená zove se *čtyřúhelníkem.* Úsečky ty jmenujeme strany, souhrn všech stran zove se *obvod.*

Vrcholy úhlů jsou zároveň vrcholy čtyřúhelníků. Každému úhlu jest jiný protilehlým. Ke každé straně přiléhají dva úhly, a jedna strana jest jí protilehlou. Úsečka, jež protilehlé vrcholy spojuje, zove se *úhlopříčnou.*



Obr. 54.

Jako v trojúhelníku, tak i tu béřeme jednu stranu za *půdici*; *výškou* jest kolmice, jež spuštěna jest na základnu s protilehlého vrcholu nejvyššího. Je-li *ab* (obr. 54.) půdicí, jest *de* výškou.

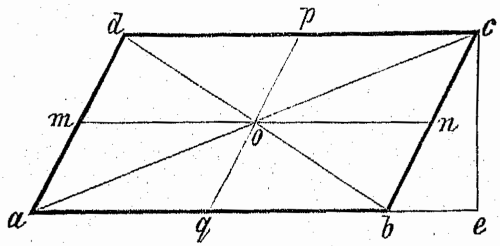
Cvičení. 1. Stanovte přilehlé úhly i protilehlou stranu všech stran.

2. Jmenujte úhly protilehlé a obě úhlopříčny.

42. Roztřídění čtyřúhelníků.

Dle běhu protějších stran rozeznáváme:

1. *Rovnoběžník*, jenž má oboje protilehlé strany rovnoběžné (obr. 55.).

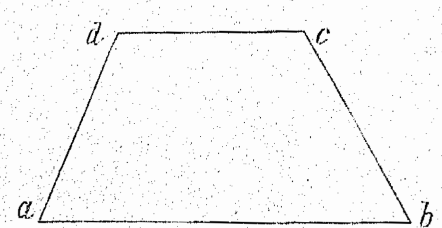


Obr. 55.

Rovnoběžník vytvoří se, otáčí-li se trojúhelník *abc* v rovině své kolem bodu *o*, jenž půlí stranu *ac*, až přijde do polohy *adc*. Body *a*, *c* vymění svá místa, a bod *b* přijde do *d*. Za *půdici* pokládáme kteroukoli stranu rovnoběžníku, na př. *ab*. Vzdálenosť *ce*, t. j. vzdálenosť půdice od strany protilehlé, nazýváme *výškou*. Protilehlé úhly každého rovnoběžníku jsou rovny, a obě úhlopříčny *ac* a *bd* rozpolují se na vzájem. Průsečík obou úhlopříčen *o* slove *středem* rovnoběžníku. *Příčky* střední *mn* a *pq* jdou středem *o* rovnoběžně se stranami, rozpolují nejenom sebe, nýbrž i strany protilehlé a rovnají se stranám, s nimiž jsou rovnoběžny.

Všecky tyto pravdy vysvítají z toho, jak si představujeme tvoření rovnoběžníků.

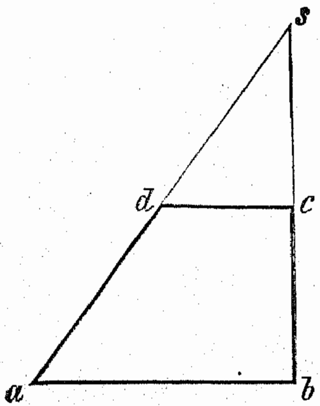
2. *Lichoběžník*, který má dvě strany rovnoběžné a dvě různoběžné (obr. 56.).



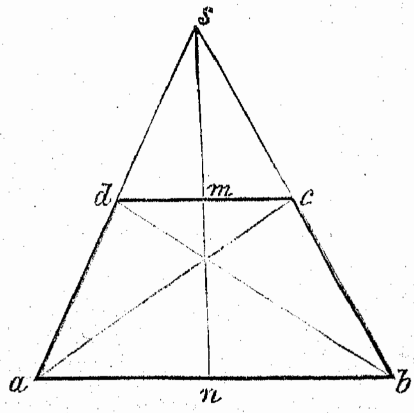
Obr. 56.

Strany rovnoběžné *ab*, *dc* nazýváme *půdicemi*, různoběžné *ad*, *bc* jsou *rameny*. Vzdálenosť obou půdic slove *výškou*.

Jsou-li v lichoběžníku dva úhly pravé, jest *pravoúhlý* (obr. 57.).



Obr. 57.



Obr. 58.

Rovnoramenný lichoběžník má obě ramena stejná a od kterékoliv půdice stejně odchýlená (obr. 58.).

Prodloužíme-li obě ramena, obdržíme průsečík *s*. Spojme průsečík tento s průsečíkem úhlopříčen; vznikne tak *mn*, t. j. *osa* lichoběžníku.

K ose té jest rovnoramenný lichoběžník *souměren, t. j. oklopíme-li levou nebo pravou polovici kolem mn, kryjí se obě poloviny úplně.*

Cvičení. 1. Které určovací části třeba znáti, bychom mohli zobraziti:

a) lichoběžník pravoúhlý,

b) lichoběžník rovnoramenný,

c) lichoběžník různostranný?

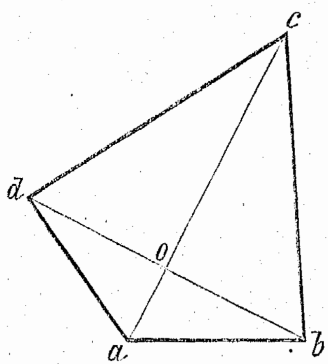
2. V rovnoramenném lichoběžníku měří úhel při dolní půdici 59^0 $53'$; buďtež určeny úhly ostatní.

3. V čem se shoduje rovnoramenný lichoběžník s různoramenným a čím se liší?

3. *Různoběžník*, jehož veškeré strany různoběžny jsou (obr. 54.).

Různoběžník má dvě úhlopříčny, z nichž každá dělí jej na dva trojúhelníky. Jest buď *souměrný* nebo *nesouměrný*.

Úhlopříčny souměrného různoběžníku (obr. 59.) stojí na sobě kolmo; *ac* slove *hlavní*, *bd vedlejší* úhlopříčnou. Prvá rozpoluje různoběžník, druhá dělí jej na dva rovnoramenné trojúhelníky.



Obr. 59.

Majíce sestrojiti souměrný různoběžník, vztyčme uprostřed *bd* kolmici *ac*; anebo na ramena libovolného úhlu *bad* přenesme $ab = ad$ a učiňme $bc = dc$.

Cvičení. 1. Zobrazte různoběžník souměrný.

2. Kol různoběžníku souměrného opište lichoběžník.

3. Do lichoběžníku rovnoramenného vepsati jest různoběžník souměrný.

43. Dle velikosti stran a úhlů rozeznáváme čtvero rovnoběžníků.

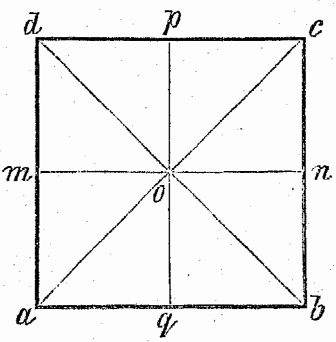
1. *Čtverec* jest rovnoběžník, jenž má všecky strany stejné a úhly pravé; jest tedy *čtverec rovnoběžník rovnostranný pravoúhlý.* (Obr. 60.) Čtverec vznikne, oklopíme-li pravoúhlý trojúhelník *abc* kolem přepony *ac* do polohy *adc.*

Obě úhlopříčny čtverce jsou stejny, stojí na sobě kolmo a rozpolují se vzájemně.

Čtverec jest souměren k oběma úhlopříčnám i k oběma příčkám *mn* a *pg*, t. j. oklopíme-li polovinu čtverce kolem kterékoliv půlící přímky, přikryje se druhá polovina docela. Má tedy čtverec čtyři osy souměrnosti č. čtverec jest útvar *čtyřosý.*

Seřaděním čtverců vzniká síť *čtvercová.*

Vysvětliti místněji, jak čtverec lze zobraziti, jest zbytečno; dopídí se toho každý snadno sám.



Obr. 60.

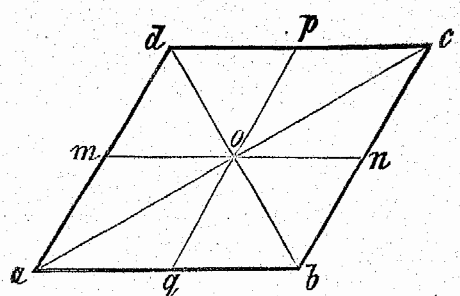
Cvičení. 1. Zobrazte čtverec čtverým způsobem.

2. Obvod čtverce rovná se 9·48 m; vypočítejte stranu.

3. Vyrýsujte do čtverce druhý o společných osách.

4. Strana rovnostranného trojúhelníku měří 2·68 m; určete stranu čtverce, jehož obvod se rovná obvodu toho trojúhelníku.

2. *Kosočtverec* jest rovnoběžník, jenž má strany stejné a úhly kosé; je tedy *kosočtverec rovnoběžník rovnostranný kosoúhlý.*



Obr. 61.

(Obr. 61.) Oklopíme-li rovnoramenný trojúhelník *abc* kolem půdice *ac* do *adc*, vznikne kosočtverec.

Protilehlé strany jsou rovnoběžny a protilehlé úhly stejny. Úhlopříčny stojí na sobě kolmo a rozpolují se. Delší úhlopříčna jde ostrými úhly. Jest souměren k oběma úhlopříčnám, a proto jest útvarem *dvouosým.*

Seřaděním kosočtverců vznikne *síť kosočtvercová.*

Kosočtverec zobrazíme:

a) vztyčíme-li na půdici *ab* šikmé rovnoběžné úsečky .....

b) přeneseme-li na ramena kosého úhlu $ab = ad$ .....

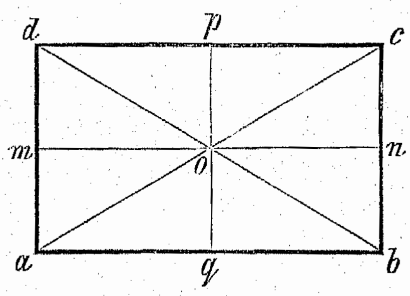
c) vyrýsujeme-li středem úhlopříčny *vzájemně kolmé* .....

d) vyrýsujeme-li středem příčky .....

Cvičení. 1. V čem se shoduje kosočtverec se čtvercem a čím se liší?

2. Obvod kosočtverce má 36·37; stanovte stranu.

3. *Obdélník* jest rovnoběžník, jenž má protilehlé strany stejné a úhly pravé; jest tedy *obdélník rovnoběžník různostranný pravoúhlý.*



Obr. 62.

(Obr. 62.) Otočí-li se pravoúhlý trojúhelník různostranný *abc* ve své rovině kolem bodu *o*, půlícího přeponu *ac*, do polohy *adc*, vytvoří se obdélník *abcd*. Tento má *půdici* čili *délku ab* a *výšku* čili *šířku bc.*

Úhlopříčny jsou stejny a vzájemně se rozpolují. Obdélník jest *souměren* k oběma příčkám *mn*, *pg;* jest tedy útvar *dvouosý.*

Seřaděním obdélníků vzniká *síť obdélníková.*

Majíce zobraziti obdélník musíme znáti:

a) buď půdici a výšku,

b) neb obě osy souměrnosti,

c) nebo polohu obou úhlopříčen,

d) anebo půdici a úhel, jež půdice svírá s úhlopříčnou.

Cvičení. 1. Zobrazte obdélníky všemi způsoby výše uvedenými a vyrýsujte v něm obě úhlopříčny a obě osy souměrnosti.

2. Přirovnejte obdélník ke čtverci; v čem se shodují a čím se liší?
3. Vyrýsujte do obdélníku kosočtverec.
4. Kolem kosočtverce opsati jest obdélník.
5. Kolem obdélníku má se opsati kosočtverec.
6. Sestrojte síť obdélníkovou.

4. *Kosodélník* jest rovnoběžník s úhly kosými o stejných stranách protilehlých; jest tedy *kosodélník rovnoběžník různostranný kosoúhlý*.

Kdykoli všeobecně hovoříme o rovnoběžníku, vždy na mysli máme kosodélník. Platí tedy o tomto vše, co o obr. 55. sjednáno bylo.

Kosodélník zobrazíme:

a) když na ramena kosého úhlu *bad* přeneseme úsečky nerovné *ab*, *ad* a.....

b) když známe délku obou úhlopříčen a vzájemnou polohu jejich,

c) aneb pomocí obou příček. (Jak?)

Cvičení. 1. Vyrýsujte do kosodélníku jiný kosodélník.

2. Opište kolem kosodélníku kosodélník.

3. Přirovnejte kosodélník ke kosočtverci; v čem se shodují, čím se liší?

44. Součet vnitřních úhlů čtyřúhelníků.

Úhlopříčnou rozdělí se každý čtyřúhelník na dva trojúhelníky, jichž úhly se doplňují na úhly čtyřúhelníku.

Vnitřní úhly trojúhelníku rovnají se $2R$, tedy v obou trojúhelnících rovnají se $4R$.

Jsou-li ve čtyřúhelníku tři úhly dány, vypočteme čtvrtý, odečteme-li součet daných úhlů od 360^0.

Všecky úhly čtyřúhelníku nemohou býti ani ostrými ani tupými, nýbrž toliko tři úhly mohou býti buď ostré buď tupé.

Jsou-li však tři úhly pravé, musí též čtvrtý býti pravý.

Je-li v rovnoběžníku jeden úhel kosý, musí též ostatní tři býti kosé, i jsou dva ostré a dva tupé. Je-li v rovnoběžníku jeden úhel pravý, jsou také ostatní tři pravé.

Cvičení. 1. Vyrýsujte libovolný čtyřúhelník a odměřte úhloměrem úhly jeho.

2. Složte všecky úhly dotčeného čtyřúhelníku v úhel plný.

3. Úhel v rovnoběžníku má $67^0\ 65'$, jak velký jest každý z ostatních úhlů?

45. Součet vnějších úhlů čtyřúhelníků.

Každý úhel vnitřní se sousedním vnějším tvoří úhly vedlejší, jež rovnají se *4 R*. Ve čtyřúhelníku jsou 4 páry úhlů vedlejších, jež dohromady tvoří *8 R*. Že na vnitřní úhly počítáme *4 R*, zbudou též na vnější úhly *4 R;* t. j.:

Součet vnějších úhlů čtyřúhelníku rovná se 4 R.

Cvičení. 1. Jak veliký jest každý vnější úhel obdélníku, čtverce?

2. Vnitřní úhel rovnoběžníku měří 58^0; určete velikosť všech ostatních úhlů vnitřních i vnějších.

3. Tři vnitřní úhly různoběžníku mají 60^0, 115^0, 70^0; stanovte velikosť úhlu čtvrtého a jeho příslušného úhlu vnějšího.

46. Užití čtyřúhelníků.

Stěny mnoha těles jsou čtyřúhelníky; mimo to jsou čtyřúhelníky základem rozmanitých ozdob a samy také za okrasu bývají. Nejdůležitější ze čtyřúhelníků jsou rovnoběžníky, a z těch opět čtverec a obdélník. Buď je rozmanitě *řadíme*, *proplétáme*, *pozměňujeme*, nebo plochy jejich ozdobujeme. Klademe je buď na stranu nebo stavíme je na úhlopříčnu.

47. Mnohoúhelníky.

(Obr. 63.) Část roviny, jež omezena jest pěti nebo více úsečkami, zove se *mnohoúhelníkem.*

Úsečkám těm říkáme *strany.*

Přímka, spojující dva vrcholy, které neleží u téže strany, slove *úhlopříčnou*, na př. *ac.*

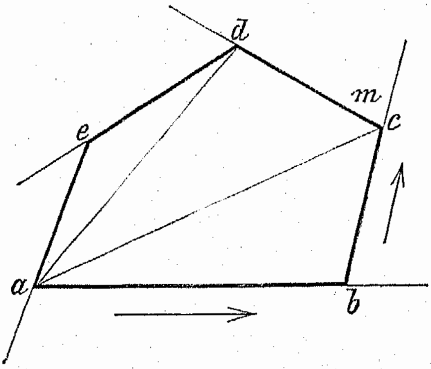
Vedlejší úhel některého z úhlů mnohoúhelníku slove úhlem *vnějším*, na př. *m.*

Naproti tomu slovou úhly v mnohoúhelníku *vnitřními.*

Souhrn všech stran zove se *obvodem* mnohoúhelníku. Každý mnohoúhelník má tolik úhlů, kolik má stran.

Strany se společným vrcholem zovou se *sousedními.* I vrcholy, jež mají jednu stranu společnou, slovou *sousedními.*

Vrcholy a strany nesousední zovou se *protilehlými.*



Obr. 63.

Sousední strany jsou *ea* a *ab*, *ea* a *ed* atd.

Sousední vrcholy jsou *a* a *b*, *b* a *c* atd.

Vrcholy *c* a *d* jsou protilehlé vrcholu *a*, vrcholy *d* a *e* jsou protilehlé vrcholu *b* atd.

Straně *ab* leží naproti strana *ed* a *dc*, straně *bc* leží naproti *ae* a *ed* atd.

Jako u trojúhelníkův a čtyřúhelníků tak i u mnohoúhelníků hleděti jest k délce stran a velikosti úhlů.

Mnohoúhelník se stejnými stranami a stejnými úhly zove se *pravidelným.* Má-li mnohoúhelník stejné strany a nestejné úhly, nebo nestejné úhly i nestejné strany, zove se *nepravidelným.*

Nepravidelný mnohoúhelník se stejnými stranami slove *rovnostranným*, se stejnými úhly slove *rovnoúhlým.*

Podle počtu vrcholů rozeznáváme *pětiúhelníky*, *šestiúhelníky*, *osmiúhelníky* atd.

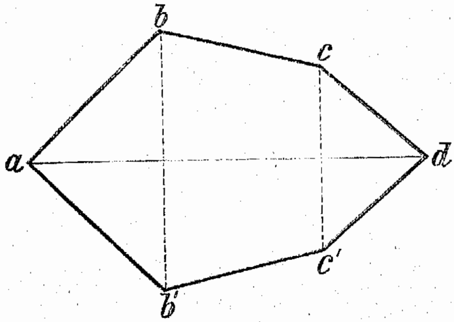
48. Mnohoúhelníky souměrné (symetrické).

Rozeznáváme mnohoúhelníky *jednoosé*, *dvouosé* a *středové.*

a) *Mnohoúhelníky jednoosé.*

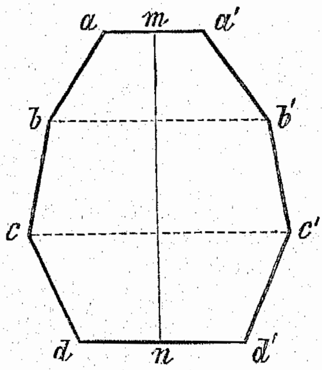
(Obr. 64.) Oklopením jakéhokoliv mnohoúhelníku kolem některé jeho strany vznikne mnohoúhelný *souměrný*, a to *jednoosý* č. dle *jedné osy* souměrný. Strana, kolem níž oklopujeme, zove se osou *souměrnosti*.

V obr. 64. oklopen byl čtyřúhelník *abcd* kolem strany *ad* a vznikl jednoosý šestiúhelník *abcdc'b'*.

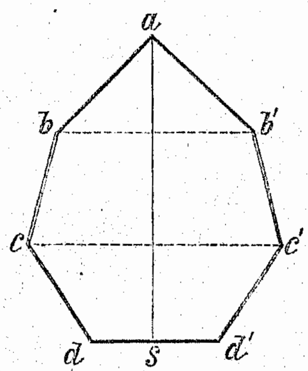


Obr. 64.

Spojuje-li osa dva vrcholy (obr. 64.) nebo středy dvou protilehlých stran (obr. 65.), má jednoosý mnohoúhelník vždy *sudý* počet stran; spojuje-li osa vrchol se středem protilehlé strany (obr. 66.), jest počet stran *lichý*.



Obr. 65.



Obr. 66.

Vrcholy protilehlé, jako na př. *c* a *c'*, *a* a *a'*, *b* a *b'* atd. zoveme *sdružené;* tyto leží na kolmici k ose a jsou od ní stejně vzdáleny.

Strany *dc* a *d'c'*, *ab* a *a'b'*, *bc* a *b'c'* atd. jsou též sdružené, jsou rovně dlouhé a od osy stejně odchýleny.

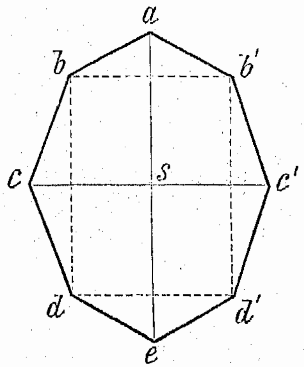
Cvičení. 1. Vyrýsujte jednoosý čtyřúhelník, pětiúhelník, šestiúhelník a osmiúhelník.

2. Majíce před sebou mnohoúhelník, určte, je-li souměrný.

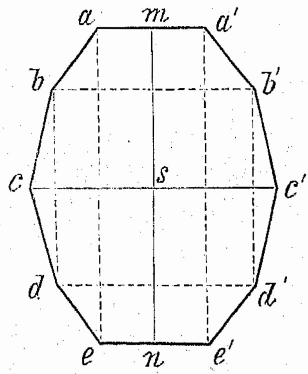
b) *Mnohoúhelníky dvouosé.*

Dvouosý mnohoúhelník jest souměren ke dvěma osám na vzájem kolmým.

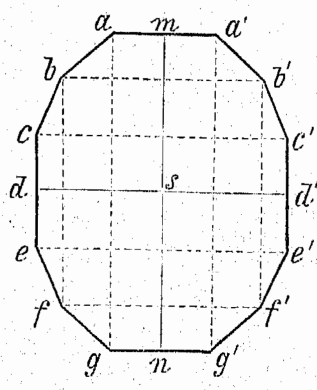
(Obr. 67.) Oklopením čtyřúhelníku *abcs* kolem strany *cs* vznikne jednoosý pětiúhelník *abcde*, oklopením pak tohoto kolem *ae* vytvoříme dvouosý osmiúhelník *abcded'c'b'*.



Obr. 67.



Obr. 68.



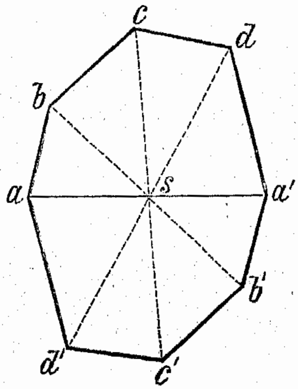
Obr. 69.

V obr. 67. spojují obě osy vrcholy; v obr. 68. spojuje jedna osa vrcholy a druhá osa středy protilehlých stran; v obr. 69. spojují obě osy středy protilehlých stran. Ve všech případech počet vrcholů jest *sudý*.

Cvičení. 1. Sestrojte dvouosý osmiúhelník a desítiúhelník. 2. Sestrojte nejprve jednu čtvrtinu dvouosého dvanáctiúhelníku a pak ostatek.

c) *Mnohoúhelníky středové.*

(Obr. 70.) Otočením mnohoúhelníku *abcda'* kolem středu *s* strany *aa'* o přímý úhel obdržíme *středový* mnohoúhelník *abcda'b'c'd'*.



Obr. 70.

Počet vrcholů jest *sudý;* sdružené strany jsou stejny a rovnoběžny. Spojnice sdružených vrcholů jdou středem, od něhož sdružené vrcholy stejně jsou vzdáleny.

Cvičení. 1. Zobrazte středový šestiúhelník a středový dvanáctiúhelník.

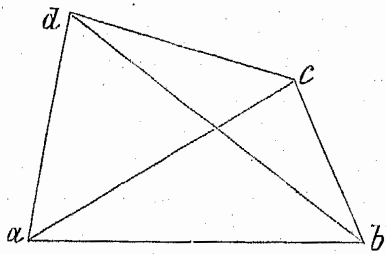
49. Počet úhlopříčen v mnohoúhelnících.

V mnohoúhelníku o málo stranách snadno sečteme všecky úhlopříčny; avšak těžko jest stanoviti počet úhlopříčen mnohoúhelníku s velkým počtem stran. V některých ani nelze všecky úhlopříčny sečísti.

Tu užijeme pravidla, dle něhož snadno určiti lze všecky úhlopříčny jakéhokoliv mnohoúhelníku.

Ve čtyřúhelníku s každého vrcholu jde jen jedna úhlopříčna, v pětiúhelníku s každého vrcholu jdou dvě, v šestiúhelníku s každého vrcholu tři, tedy vždy *o tři méně, než jest vrcholů v mnohoúhelníku.*

Osmiúhelník má na př. osm vrcholů, a s každého jde $8-3 = 5$ úhlopříčen; vychází tedy ode všech osmi vrcholů $5 \times 8 = 40$ úhlopříčen.



Obr. 71.

Všimneme-li si však obr. 71., pozorujeme, že každou úhlopříčnu počítáme dvakráte: jednou na př. od vrcholu *a* k vrcholu *c*, a přišedše ku *c*, počítáme ji opět od *c* k *a*.

Z té příčiny jest nám číslo 40 ještě 2 děliti.

Z toho jde pravidlo:

Počet úhlopříčen mnohoúhelníků stanovíme, násobíme-li číslo o 3 menší než jest všech vrcholů, počtem vrcholů, a součin pak rozdělíme dvěma.

Příklad. Stanoviti jest počet úhlopříčen v devítiúhelníku.

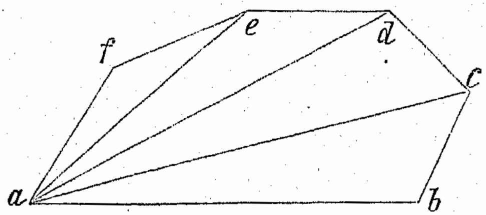
$$m = (9-3)\frac{9}{2} = \frac{6 \times 9}{2} = 27.$$

Cvičení. Stanovte všecky úhlopříčny v šestiúhelníku, jedenáctiúhelníku, třicetiúhelníku a stoúhelníku.

50. Součet vnitřních úhlů mnohoúhelníku.

Čtyřúhelník rozdělí se úhlopříčnou na dva trojúhelníky $(4-2)$; pětiúhelník dvěma úhlopříčnami s jednoho vrcholu vycházejícími na tři trojúhelníky $(5-2)$, šestiúhelník třemi úhlopříčnami s jednoho vrcholu jdoucími na čtyři trojúhelníky $(6-2)$; tedy každý mnohoúhelník všemi úhlopříčnami s jednoho vrcholu jdoucími rozdělí se na tolik trojúhelníků, kolik má vrcholů, méně dvou.

(Obr. 72.) Šestiúhelník rozdělen jest třemi úhlopříčnami na čtyři trojúhelníky.



Obr. 72.

Vnitřní úhly každého trojúhelníku rovnají se přímému úhlu, tedy součet všech 4 trojúhelníků = 4 přímým úhlům.

Součet vnitřních úhlů desítiúhelníku rovná se 8 přímým.

Z toho odvodíme pravidlo:

Součet vnitřních úhlů každého mnohoúhelníku rovná se tolika přímým úhlům, kolik má mnohoúhelník stran, méně 2 přímých.

Cvičení. Stanovte součet vnitřních úhlů v pětiúhelníku, sedmiúhelníku, devítiúhelníku, dvanáctiúhelníku a třicetiúhelníku.

Větu tuto lze odůvodniti ještě jinak.

Spojme libovolný bod *c* uvnitř mnohoúhelníku ležící se všemi vrcholy mnohoúhelníku.

Tím rozdělí se mnohoúhelník na tolik trojúhelníků, kolik má stran.

Součet vnitřních úhlů všech trojúhelníků rovná se tolika přímým, kolik jest trojúhelníků, než třeba odečísti úhly kolem bodu *c*, jež rovnají se 2 přímým a k mnohoúhelníku nenáležejí.

Podle toho jest součet vnitřních úhlů v osmiúhelníku roven 6 přímým.

Že však týmž způsobem každý mnohoúhelník rozděliti lze na tolik trojúhelníků, kolik má stran, pravíme:

Součet vnitřních úhlů každého mnohoúhelníku činí tolik přímých, kolik má stran, méně 2 přímých.

51. Součet vnějších úhlů mnohoúhelníků.

Součet vnějších úhlů trojúhelníkův i čtyřúhelníků rovná se *4 R*. Součet vnějších úhlů jakéhokoli mnohoúhelníku určíme takto:

Všimněme si na př. desítiúhelníku. Každý vnější úhel se sousedním vnitřním tvoří úhly vedlejší, jež rovnají se *2 R*. Tedy všech deset párů úhlů vedlejších rovná se *20 R*.

Že však dle hořejšího výpočtu všecky vnitřní úhly desítiúhelníku rovnají se *16 R*, zbudou na vnější úhly *4 R*.

Dle toho:

Součet vnějších úhlů každého mnohoúhelníku činí 4 R.

Cvičení. Stanovte součet vnitřních i vnějších úhlů desítiúhelníku, patnáctiúhelníku a dvacetiúhelníku.

52. Velikosť vnitřního úhlu v pravidelném mnohoúhelníku.

V pravidelném mnohoúhelníku všecky vnitřní úhly jsou stejny. Rozdělíme-li součet všech vnitřních úhlů na tolik stejných dílů, kolik má mnohoúhelník úhlův, určíme velikosť úhlu jednoho.

Příklad. Vnitřní úhly pravidelného desítiúhelníku rovnají se $16\,R = 1440^0$.

$$\text{Jeden úhel} = \frac{1440}{10} = 144^0.$$

Dle toho:

Velikosť úhlu pravidelného mnohoúhelníku určíme, dělíme-li součet všech úhlů počtem úhlů.

Cvičení. 1. Stanovte velikosť úhlu v prav. trojúhelníku, čtyřúhelníku, pětiúhelníku, šestiúhelníku a dvanáctiúhelníku.

2. Majíce délku strany, sestrojte pravidelný trojúhelník, čtyřúhelník, pětiúhelník a osmiúhelník.

3. Sestrojte rovnoúhlý pětiúhelník, šestiúhelník a osmiúhelník.

53. Rovnosť, podobnosť a shodnosť mnohoúhelníků.

Mnohoúhelníky mohou býti stejně veliké, také si mohou býti podobny, nebo shledáváme obé zároveň.

Touž velikosť může míti trojúhelník ostroúhlý s tupoúhlým, anebo trojúhelník s jakýmkoli mnohoúhelníkem. Pole i luka tvaru nejrozmanitějšího mohou v příčině velikosti sobě se rovnati.

Má-li však mnohoúhelník podobu jiného, ale velikosť rozdílnou, pravíme, že jsou si podobny.

Podoben může býti trojúhelník trojúhelníku, pětiúhelník pětiúhelníku, t. j. mnohoúhelníky o stejném počtu stran mohou míti stejnou podobu.

Pro podobnosť máme znaménko $\sim$; píše se tedy:

$$\triangle\, abc \sim def.$$

Mnohoúhelníky téže podoby a téže velikosti zovou se *shodnými*.

Pro shodnosť máme znaménka $\cong$, $\overline{\overline{\sim}}$, $\underline{\underline{\sim}}$ (znaménko podobnosti a rovnosti).

Píše se tedy:

$$\triangle\, abc \cong def.$$

Kresliči napodobují (kopírují) obraz. Buď zhotoví jej v téže velikosti, jakou má originál, buď zvětšují nebo zmenšují jej.

Položíme-li shodné mnohoúhelníky náležitě na sebe, kryjí se *meze* jejich. Tak lze učiniti s mnohoúhelníky zhotovenými z papíru, lepenky, prkna a p. Avšak pole na pole, louku na louku nebo mnohoúhelníky na povrchu předmětu zobrazené na sebe klásti nelze. Proto třeba seznámiti se s pravidly, dle nichž poznati lze shodnosť snadno a určitě.

Strany i úhly mnohoúhelníků, jež se sjednotí, zovou se *stejnolehlými*. A proto pravíme:

Ve shodných mnohoúhelnících stejnolehlé strany i úhly jsou stejny.

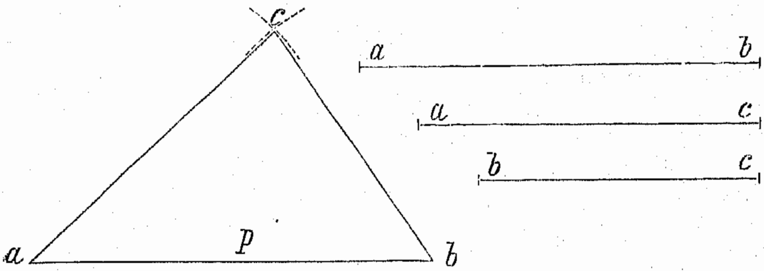
54. Shodnosť trojúhelníků.

Ve shodných trojúhelnících všech šest částí střídavě sobě se rovná. Avšak není potřebí, abychom znali všech šest částí, chceme-li rozhodovati o shodnosti trojúhelníků. Stačí znáti jen ony části, jimiž trojúhelník jest *dokonale určen*. Určen jest trojúhelník, známe-li tolik částí jeho (strany a úhly), z nichž jen *jediný* trojúhelník lze zobraziti. Takové části, ze kterých lze toliko jeden trojúhelník sestrojiti, slovou *určovací části* trojúhelníku.

Majíce strany ab, ac, bc zkusme sestrojiti trojúhelník.

(Obr. 73.) Přenesme ab na libovolnou přímku P, opišme z a poloměrem ac a z bodu b poloměrem bc oblouky v c se protínající. Spojme pak průsečík c s body a a b. Sestrojíme-li z těchto tří daných úseček řadu trojúhelníků, mají všecky stejnou velikosť i podobu, t. j. jsou *shodny*.

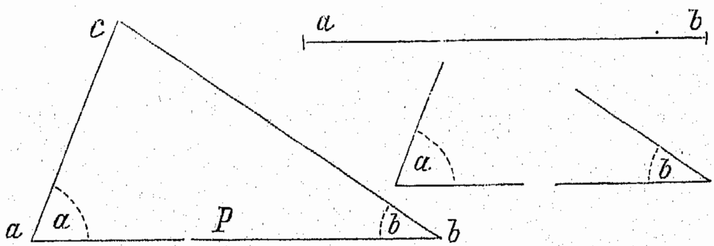
Dle toho stanovíme pravidlo:
Trojúhelníky shodné shodují se ve svých stranách.



Obr. 73.

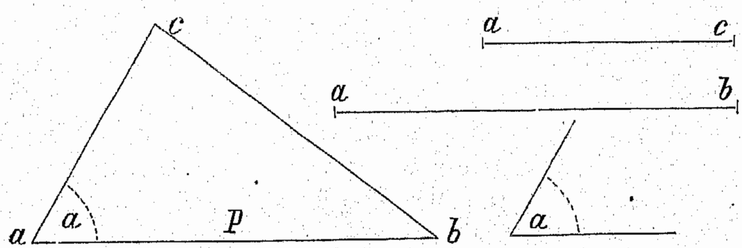
Sestrojme teď trojúhelník z jiných tří částí, na př. ze známé strany *ab* a dvou k ní přilehlých úhlů *a* a *b*.

(Obr. 74.) Na libovolnou přímku *P* přenesme *ab* a úhly *a* a *b*; prodloužením obou ramen vznikne jediný bod *c*; jest tedy jen jediný trojúhelník možný.



Obr. 74.

Protož platí věta:
Shodné trojúhelníky shodují se v jedné straně a obou přilehlých úhlech.



Obr. 75.

Posléze zobrazme trojúhelník ze dvou stran a úhlu jimi sevřeného.

(Obr. 75.) Ze stran ab, ac a úhlu a jimi sevřeného sestrojíme trojúhelník, když na libovolnou přímku P přeneseme stranu ab i úhel a, jehož druhé rameno obdrží délku ac.

Z těchto tří částí zobrazené trojúhelníky mají všecky stejný tvar a stejnou velikosť, jsou tedy vesměs shodny.

Protož má platnosť věta:

Shodné trojúhelníky shodují se ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném.

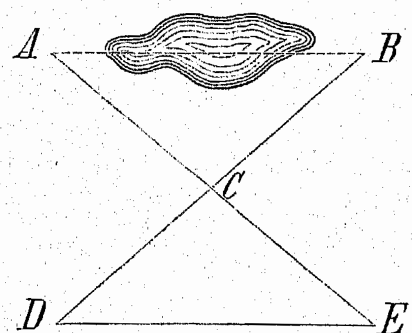
Rovnostranné trojúhelníky jsou shodny, shodují-li se toliko v jedné straně.

Rovnoramenné trojúhelníky jsou shodny, když se shodují v půdici a rameni nebo v některé straně a některém úhlu.

Pravoúhlé trojúhelníky se shodují, mají-li kterékoli dvě strany nebo stranu a jeden z ostrých úhlů na vzájem stejny.

55. Praktické užití shodnosti trojúhelníků.

1. Jest stanoviti vzdálenosť dvou předmětů A a B, již přímo měřiti nelze, lze-li s místa třetího C k oběma měřiti přímo.



Obr. 76.

(Obr. 76.) Jsou-li přímky CB a CA tak dlouhé, že jeden anebo dva metrové řetězce k jich změření nestačí, jest potřebí, abychom je vytyčili, t. j. abychom mezi body C a B a mezi C a A postavili několik tyčí tak, aby tyč v B postavená kryla zraku všecky tyče směrem do B i do A, a aby byly tyče blíže vedle sebe, nežli měří řetězec.

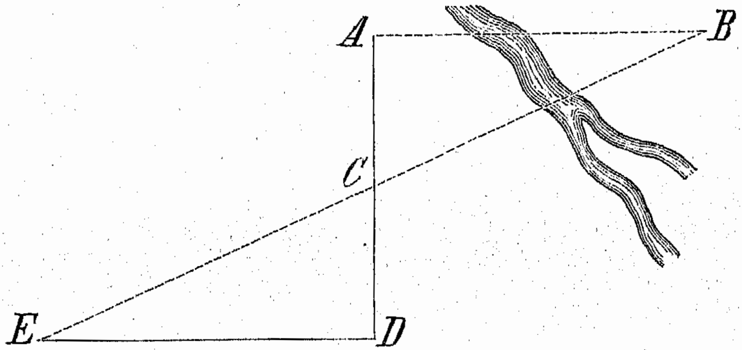
Pak prodloužíme pomocí tyčí BC i AC za vrchol C, a to tak, aby tyče mezi B a C byly v přímce s tyčemi mezi C a D, a tyče mezi A a C v přímce s tyčemi C a E.

Odměříme-li $CE = CA$, $CD = CB$,

jest $\triangle ABC \cong \triangle DEC$,

tudíž $DE = AB$.

2. *Jest určiti vzdálenost dvou předmětů, je-li pouze jeden přístupný.*



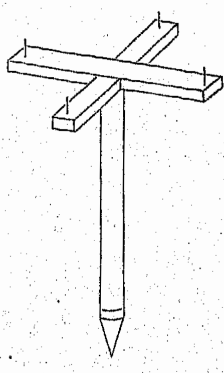
Obr. 77.

(Obr. 77.) Do A postavíme kříž úhloměrný tak, aby jedno rameno směřovalo k B, ve směru druhého ramena vytyčená přímka AD stojí pak kolmo na přímce AB. Z příhodného místa C na kolmici AD vytyčíme přímku CB, již přes vrchol C prodloužíme.

Uděláme pak $CD = CA$ a v D vztyčíme opět kolmici, až protne prodlouženou přímku BC v bodě E.

$EDC \cong ABC$ (proč?)

proto $ED = AB$.

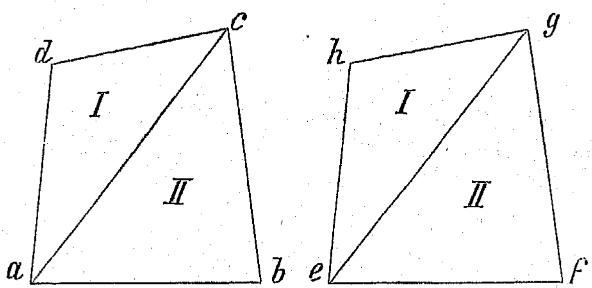


Obr. 78.

Poznámka. Kříž úhloměrný složen jest ze dvou latí do pravého úhlu složených (viz obrazec 78.). Na konci každého ramena zapuštěn jest kolík, uprostřed kříže pak jest zdírka, aby mohl nastrčiti se na hůl a otáčeti kolem.

56. Shodnosť čtyřúhelníků a mnohoúhelníků.

Shodné čtyřúhelníky náležitě na sebe položené kryjí se dokonale. (Obr. 79.)



Obr. 79.

Souhlasnými úhlopříčnami rozdělí se na trojúhelníky, jež jsou střídavě shodny.

$$\triangle \mathrm{I} \cong \mathrm{I}$$
$$\triangle \mathrm{II} \cong \mathrm{II},$$

protože se shodují ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném.

Podle toho pravíme, *že čtyřúhelníky shodny jsou, když se skládají z trojúhelníků střídavě shodných ve stejném pořádku.*

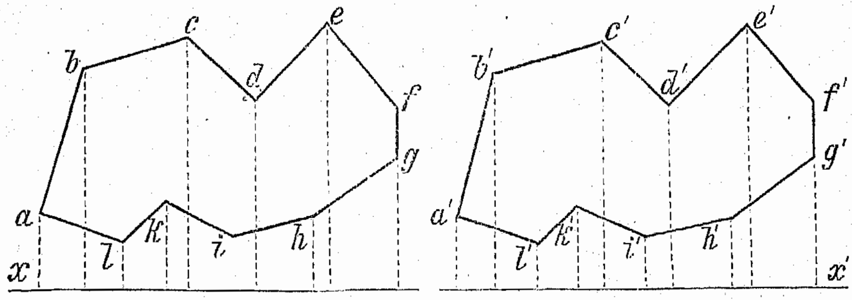
Proto sestrojíme nejsnáze k danému čtyřúhelníku *shodný*, když daný čtyřúhelník rozdělíme úhlopříčnou na trojúhelníky, jež pak pořadem přeneseme.

Co tu řečeno bylo o čtyřúhelnících, platí též o mnohoúhelnících. Lzeť i ty *souhlasnými úhlopříčnami rozložiti ve shodné trojúhelníky*, a naopak *ze shodných trojúhelníků dají se složiti týmž způsobem shodné mnohoúhelníky.*

V praktickém životě objevuje se velmi často potřeba, dané mnohoúhelníky přímočaré i křivočaré, rozličné vzorky, mapy a j. zobraziti na jiném místě v původní velikosti. K tomu konci mějtež tu místo následující návody:

1. Je-li mnohoúhelník přímočarý, provádíme obyčejně úkol

podle návodu výše uvedeného, ač jsou případy (obr. 80.), že užíváme i *souřadnic* tak zvaných. Vyrýsujeme totiž na originálu buď *uvnitř* obrazce nebo *vedle* něho libovolnou přímku x — *osu* —, na niž



Obr. 80.

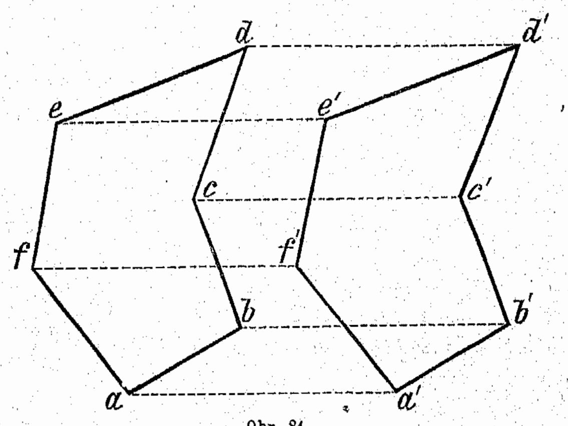
spustíme se všech vrcholů originálu kolmice — *pořadnice;* na příhodném místě vyrýsujeme jinou přímku x' a přeneseme na ni v souhlasném pořádku úsečky z osy x, načež se příslušně postavené kolmice učiní rovné pořadnicím v originálu atd.

Téhož způsobu lze také užiti, je-li mnohoúhelník křivočarý.

Poznámka. Ke každému bodu obrazce náležejí při této konstrukci určitá úsečka i určitá pořadnice, jež dohromady jeho *souřadnicemi* jmenujeme.

2. Kolem originálů vyrýsujeme obdélník, na jehož strany vztyčíme kolmice. V obdélníku shodném vytknou se pak body jim odpovídající a náležitě se spojí. (Ukáže se.)

3. Důležitými body daného obrazce vyrýsují se přímky rovnoběžné a stejné; koncové body jejich náležitě se spojí. (Obr. 81.)



Obr. 81.

4. Přes originál vyrýsuje se hustá čtvercová síť, načež se výkres do shodné sítě pouze od oka vykreslí. Toho užívají malíři, kresliči čalounických ozdob, map a t. d.

57. Shodnosť rovnoběžníků.

Shodují-li se dva rovnoběžníky v částech určovacích, jsou shodny.

Určovací části *čtverce* jsou:

a) strana,
b) úhlopříčna.

Určovací části *kosočtverce* jsou:

a) strana a úhel,
b) obě úhlopříčny,
c) strana a výška,
d) strana a úhlopříčna,
e) úhlopříčna a úhel.

Určovací části *obdélníku* jsou:

a) délka a šířka,
b) strana a úhlopříčna,
c) úhlopříčna s úhlem mezi oběma úhlopříčnami.

Určovací části *kosodélníku* jsou:

a) dvě strany a úhel jimi sevřený,
b) dvě strany a úhlopříčna,
c) dvě strany a výška,
d) strana a obě úhlopříčny,
e) úhlopříčny a úhel jimi sevřený.

58. Některé zvláštnosti trojúhelníků, zejména rovnoramenných.

(Obr. 82.) Trojúhelník abc jest rovnoramenný.

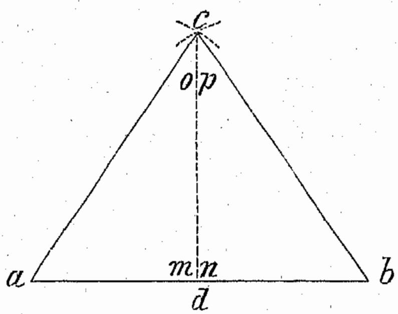
Budiž $ad = db$, i jest pak

$$\triangle adc \cong \triangle dbc,$$

neboť se shodují ve stranách.

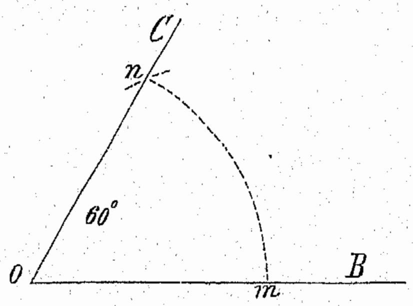
Ve shodných trojúhelnících proti stejným stranám leží stejné úhly a naopak.

Proti *dc* leží v levo $\sphericalangle a$, v pravo $\sphericalangle b$.
Úhly ty leží na půdici rovnoramenného trojúhelníku.



Obr. 82.

Platí tedy věta:
1. Naproti stejným stranám trojúhelníku leží stejné úhly.



Obr. 83.

Podle toho měří každý úhel rovnostranného trojúhelníku 60°, který kružidlem sestrojíme takto:

(Obr. 83.) Libovolným poloměrem *om* opíšeme oblouk *mn* a přeneseme $om = mn$. Potom je $\sphericalangle nom = 60°$.

Proti straně *bc* leží $\sphericalangle n$,
" " *ac* " $\sphericalangle m$,
že $ac = bc$, jest $m = n$.

Úhly ty jsou vedlejší. Jsou-li úhly vedlejší stejny, jest každý z nich pravým; protož $cd \perp ab$.

Proti *ad* leží úhel *o*,
" *db* " " *p*;
že $ad = db$, jest $o = p$.

Platí tedy věta:

2. V rovnoramenném trojúhelníku stojí spojnice, spojující střed půdice s temenem, kolmo na půdici a půlí úhel při temeni.

Z čehož dále následuje:

a) Přímka *cd* jest výškou trojúhelníku, kteráž výška jest zároveň osou souměrnosti. Rovnostranný trojúhelník je souměren ke třem osám, jež jsou zároveň výškami. Všecky tři protínají se v jediném bodě, jenž slove středem. Výšky ty půlí též úhly, jimiž procházejí, i strany, na nichž stojí kolmo.

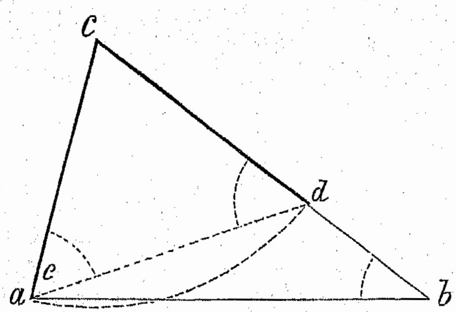
b) Kolmice vztyčená uprostřed půdice prochází temenem a půlí úhel při temeni.

c) Spojíme-li přímkou temena dvou rovnoramenných trojúhelníků o společné půdici,

půlí spojnice oba trojúhelníky,

úhly při temeni a

společnou půdici, na níž také kolmo stojí, t. j. jinými slovy: *dotčené trojúhelníky jsou souměrny ku spojnici obou temen.*



Obr. 84.

V trojúhelníku *abc* (obr. 84.) jest $bc > ac$.

Učiníme-li $cd = ac$, vznikne rovnoramenný $\triangle$ *adc*, v němž

$$\sphericalangle e = \sphericalangle d;$$

$$\text{avšak } \sphericalangle d > b,$$

protož $\sphericalangle$ *a*, jsa větší úhlu *d*, patrně jest větší než úhel *b*; t. j.

3. Naproti větší straně trojúhelníku leží větší úhel.

Z věty té následuje:

a) Naproti většímu úhlu leží větší strana.

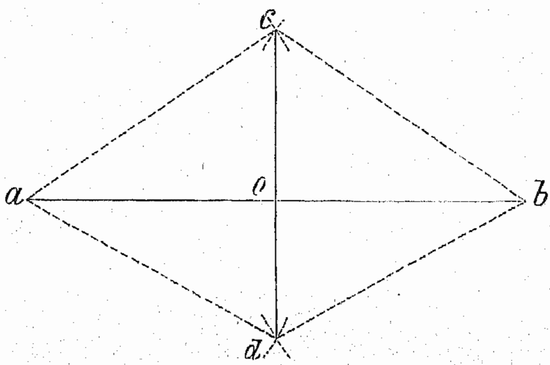
b) Naproti stejným úhlům trojúhelníku leží stejné strany.

c) V pravoúhlém trojúhelníku jest přepona stranou nejdelší.

d) Nejkratší přímka, spuštěná s bodu na danou přímku, jest kolmice.

Na základě odstavce 2.... c) řešíme následující úkoly:

1. Danou úsečku rozpůliti a uprostřed vztyčiti kolmici.



Obr. 85.

(Obr. 85.) Opíšeme z a i b týmže poloměrem oblouky v c a d se protínající. Spojnice $cd \perp ab$.

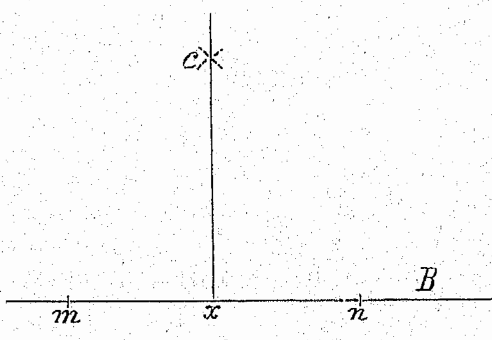
Takto sestrojujeme body c a d temena rovnoramenných trojúhelníků. Temena ta spojena jsou přímkou cd. Proto dle dřívějšího výkladu společná půdice ab jest rozpůlena a $cd \perp ab$.

Týmž způsobem řeší se úkoly:

a) Danou úsečku rozděliti na 4, 8, 12 .... stejných dílů.

b) Sestrojiti osu souměrnosti dané úsečky. (ab jest daná úsečka, a cd jest osou souměrnosti.)

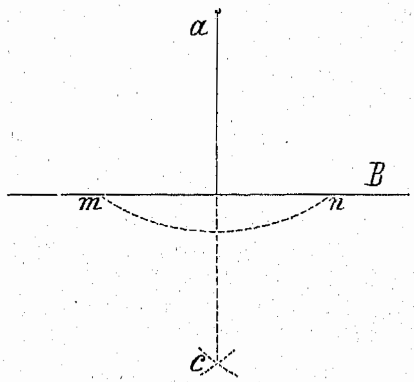
2. V bodě x přímky B vztyčiti kolmici.



Obr. 86.

(Obr. 86.) Učiňme $xm = xn$ a opišme z bodů m a n libovolným poloměrem oblouky, které se protínají v bodě c, jenž s bodem x určuje kolmici žádanou. (Proč?)

3. Z daného bodu a spustiti kolmici na danou přímku.



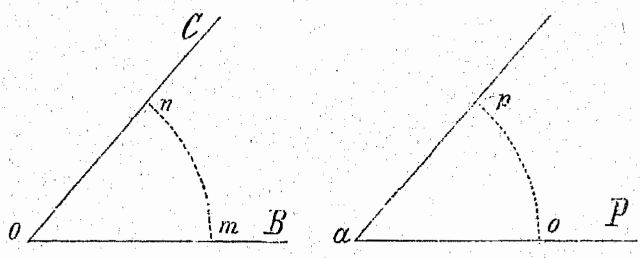
Obr. 87.

(Obr. 87.) Opišme z bodu a oblouk, aby protínal přímku B v m a n.

Z obou těchto průsečíků opíšeme dva obloučky, jež protínají se v c.

Spojnice ac stojí pak kolmo na B. (Proč?)

4. Daný úhel jest přenésti na přímku P.



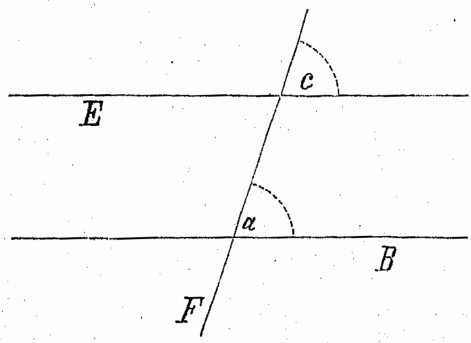
Obr. 88.

(Obr. 88.) Opišme z o libovolným poloměrem oblouk mn, a týmž poloměrem z a oblouk op.

Učiníme-li $op = mn$ a spojíme-li p s a, jest $pao = nom$.

Spojením n s m a p s o vzniknou shodné trojúhelníky, neboť se shodují ve svých stranách.....

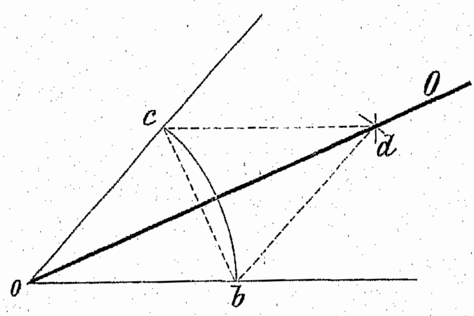
5. *Daným bodem vyrýsovati rovnoběžku s danou přímkou.* (Obr. 89.) Bodem c vyrýsujme libovolnou příčku F. Učiňme $\sphericalangle c = a$ podle úkolu předcházejícího; jest pak $E \parallel F$.



Obr. 89.

6. *Daný úhel aneb oblouk rozpůliti.*

(Obr. 90.) Z vrcholu o opíšeme libovolným poloměrem oblouk bc, z průsečíku c a b opíšeme opět libovolným poloměrem obloučky protínající se v bodě d, který s bodem o určuje rozpolovací přímku O.



Obr. 90.

Stejným způsobem řeší se úkoly:

a) Sestrojiti osu souměrnosti daného úhlu.

b) Daný úhel aneb oblouk rozděliti na 4, 8, 12 .... stejných dílů.

7. *Na kraji úsečky ab jest vztyčiti kolmici.*

(Obr. 91.) Z bodu a libovolným poloměrem opíšeme oblouk mn. Na tento přeneseme poloměr am dvakráte, a to od m až do o, od o až do n. Z bodů o a n opíšeme týmž poloměrem pak dva obloučky v p se protínající.

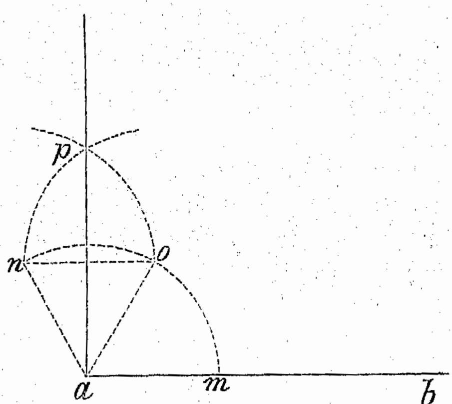
$$pa \perp ab,$$

neboť $\sphericalangle\, oam = 60^0$, $nao = 60^0$; tento však přímka pa půlí (proč?). Jest tedy

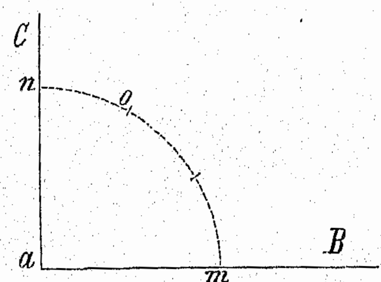
$$\sphericalangle\, pam = 90^0.$$

Na základě tomto snadno *rozdělíme pravý úhel na tři stejné díly.*

(Obr. 92.) Z vrcholu a opíšeme libovolným poloměrem oblouk mn, na nějž přeneseme am z bodu m do o; zbytek oblouku on jest jedna třetina oblouku mn.



Obr. 91.



Obr. 92.

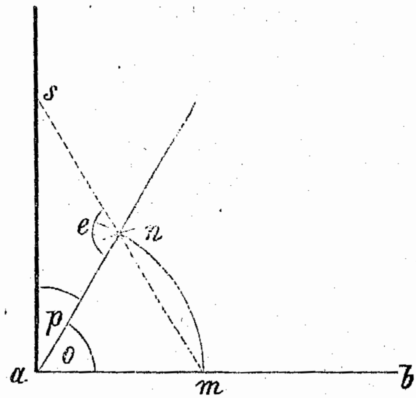
Úkol 7. řešiti lze ještě jiným způsobem:

(Obr. 93.) Z a opíšeme asi šestinu kružnice a učiníme

$$om = mn = ns$$

$$\sphericalangle\, o = 60^0 \text{ (proč?)}$$

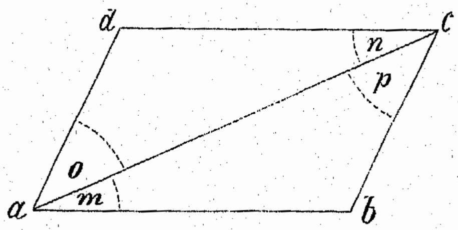
$$\sphericalangle\, p = 30^0 \text{ (neboť } \sphericalangle\, e = 120^0, \text{ proč?)}$$



Obr. 93.

59. Vlastnosti rovnoběžníků.

Již ve stati 43. poznali jsme vlastnosti rovnoběžníků, a to hlavně ze vzniku jejich. Tuto poznáme vlastnosti jejich na základě shodnosti trojúhelníků.



Obr. 94.

(Obr. 94.) Rovnoběžník *abcd* rozdělen jest úhlopříčnou *ac* na dva trojúhelníky *acb* a *acd*.

$$\left.\begin{array}{l} m = n \\ o = p \end{array}\right\} \text{ jsouť úhly střídavé;}$$

strana $ac = ac$.

Shodují se proto trojúhelníky *acd* a *acb* v jedné straně a dvou úhlech k ní přilehlých.

Platí tedy věta:

1. *Úhlopříčna rozpoluje rovnoběžník.*

V dotčených trojúhelnících leží proti stejným úhlům stejné strany.

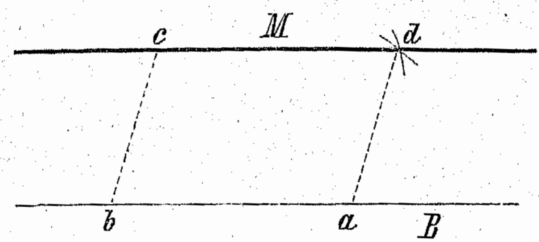
Proti $\sphericalangle m$ leží bc,
„ $\sphericalangle n$ „ ad;
proto $bc = ad$.
Proti p leží ab,
„ o „ dc;
proto $ab = dc$.

Z čehož zřejmo, že

protilehlé strany rovnoběžníku jsou stejny.

Rovnoběžky mezi rovnoběžkami jsou stejny.

Kdybychom měli rýsovati daným bodem c rovnoběžku s danou přímkou B, provedeme úkol několika způsoby.

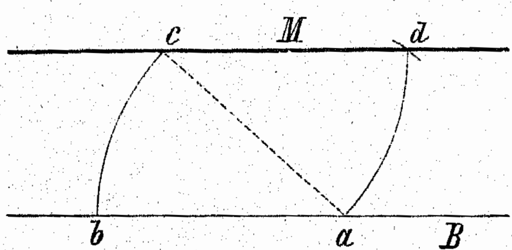


Obr. 95.

(Obr. 95.) Zvolme b a a a učiňme

$$cd = ba, \quad ad = cb.$$

Přímka $M \parallel B$.



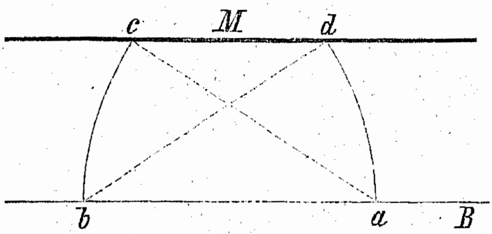
Obr. 96.

(Obr. 96.) Z bodu c opišme libovolným poloměrem oblouk ad, z bodu a oblouk bc a učiňme

$$ad = bc.$$

I jest pak

$$\sphericalangle\, cab = acd.$$



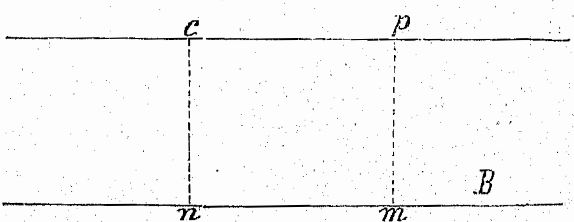
Obr. 97.

(Obr. 97.) Opišme z libovolného bodu b oblouk ad, z bodu a týmž poloměrem oblouk bc, a učiňme

$$ad = bc.$$

Potom jest

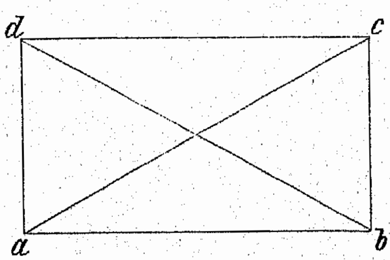
$$\sphericalangle\, cab = dba.$$



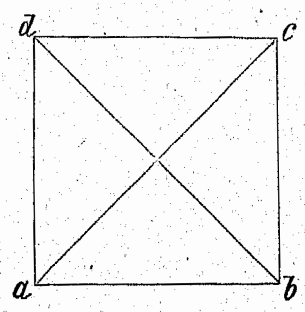
Obr. 98.

(Obr. 98.) Spusťme s bodu c kolmici cn na B a v libovolné vzdálenosti, na př. v bodu m, vztyčme kolmici $mp = nc$.

I jest pak $cp \parallel B$.



Obr. 99.



Obr. 100.

Obr. 99. a 100. představují obdélník a čtverec (pravoúhelníky).

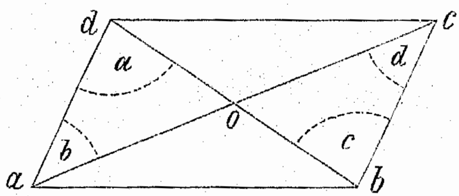
$$\triangle\, abd \cong abc,$$
neboť $ab = ab$.
$$bd = bc,$$
$$\sphericalangle a = \sphericalangle b \text{ (jsouť pravé).}$$

Shodují se tedy oba pravoúhlé trojúhelníky ve dvou stranách; pročež

$$ac = bc.$$

Platí tedy věta:

2. V pravoúhelníku jsou úhlopříčny sobě rovny.



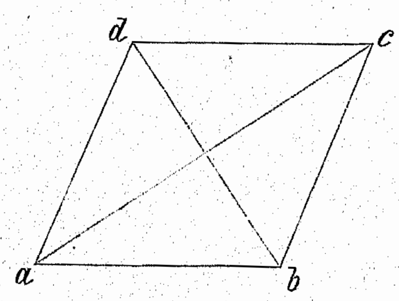
Obr. 101.

(Obr. 101.) V rovnoběžníku *abcd* zobrazeny jsou obě úhlopříčny.

$$\triangle\, ado \cong bco.$$
$$ad = bc.$$
$$\left.\begin{array}{l} b = d \\ a = c \end{array}\right\} \text{ jsouť střídavé.}$$

Proti $\sphericalangle d$ leží bo,
" b " do,
" c " oc,
" a " ao.

Jest tedy $bo = do$, $oc = ao$.



Obr. 102.

Platí tedy věta:

3. V rovnoběžnících půlí se úhlopříčny na vzájem.

(Obr. 100. a 102.) Trojúhelníky *bdc* a *bda* jsou rovnoramenné o společné půdici *bd*. Spojnice *ac* spojuje temena obou trojúhelníků; stojí tedy

$$ca \perp bd.$$

Pravíme proto:

4. Ve čtverci a kosočtverci stojí úhlopříčny na sobě kolmo.

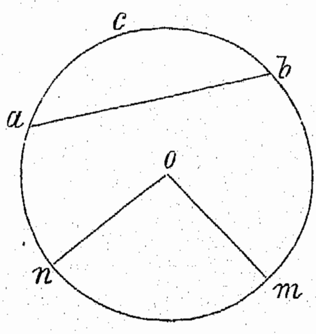
60. Kruh.

Rovina kružnicí omezená slove *kruh*.

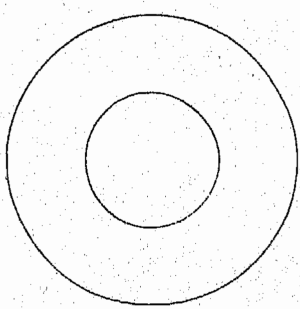
Jest tedy kružnice *obvodem* kruhu.

Střed kružnice jest také středem kruhu.

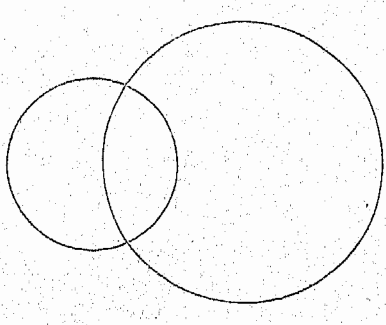
Část kruhu, omezená dvěma poloměry a obloukem příslušným, jmenuje se *výseč kruhová*. (V obr. 103. *mon*.)



Obr. 103.



Obr. 104.



Obr. 105.

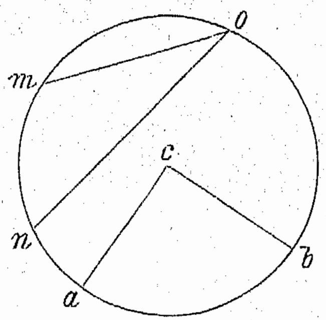
Část kruhu mezi tětivou a obloukem jest *úseč kruhová.* (V obr. 103. *abc.*)

Část roviny, omezená dvěma soustřednými kružnicemi nerovných poloměrů, slove *mezikruží.* (Obr. 104.)

Část roviny, omezená oblouky dvou protínajících se kružnic výstředních, jmenuje se *čočka.* (Obr. 105.)

61. Úhly v kruhu.

Úhly v kruhu mají vrchol buď ve středu nebo v obvodu kruhu. Dle toho zoveme je úhly *středovými* neb *obvodovými.* Poloměry kruhu jsou oněm úhlům rameny, tyto mají za ramena tětivy kruhu.



Obr. 106

$\sphericalangle$ *mon* (obr. 106.) jest úhel obvodový, *acb* úhel středový. Středový úhel stojí na oblouku *ab* a obvodový na oblouku *mn.*

Úhel středový za míru má oblouk, na němž stojí; t. j. úhel tento čítá tolik stupňů úhlových, kolik čítá oblouk stupňů obloukových.

(Obr. 107.) Úhel středový *c* stojí na témž oblouku *ab*, jako obvodový úhel *d.*

$d + b = c$ (jest vnějším úhlem $\triangle$ *bdc*).

$d = b$ (jsou na půdici rovnor. $\triangle$).

Proto

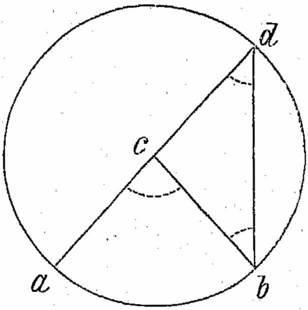
$2\,d = c$ aneb

$d = \frac{1}{2}\,c$; t. j.:

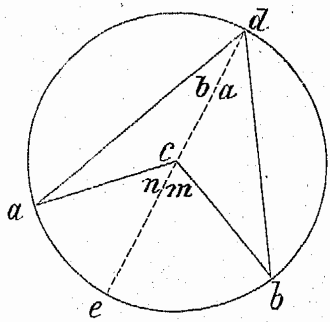
Obvodový úhel rovná se polovině úhlu středového, s nímž stojí na témž oblouku.

Že však středový úhel má za míru oblouk, na němž stojí, lze říci:

Úhel obvodový má za míru polovičku oblouku, na němž stojí.



Obr. 107.



Obr. 108.

V obr. 107. prochází jedno rameno úhlu obvodového středem kruhu, v obr. 108. leží střed kruhu uvnitř úhlu obvodového.

I v tomto případě platí věta hořejší.

Sestrojíme-li průměr de, jest

$$\left.\begin{array}{l} 2a = m \\ 2b = n \end{array}\right\} \text{Proč?}$$

$$\text{Tedy } 2a + 2b = m + n.$$

Z obrazce poznáme, že místo $2a + 2b$ lze psáti $2d$.

Proto $2d = c$, aneb $d = \frac{1}{2} c$.

Z této věty jest zřejmo:

1. Že všecky obvodové úhly sobě se rovnají, stojí-li v témže kruhu na stejném oblouku.

Cvičení. 1. Jak veliký jest úhel obvodový, stojící na šestině, osmině kružnice?

2. Vyrýsujte do kruhu obvodový úhel o 20^0.

V obr. 109. jest

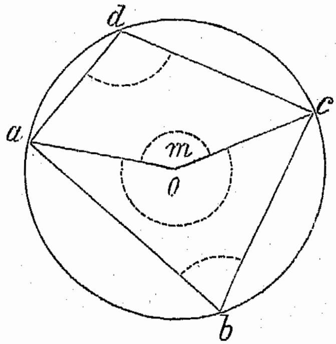
$$\sphericalangle d = \tfrac{1}{2} o$$
$$\sphericalangle b = \tfrac{1}{2} m$$

Z obrazce poznáváme, že $\frac{1}{2} o$ a $\frac{1}{2} m$ činí dohromady polovinu $\sphericalangle 360^0$, t. j. 180^0.

Jest tedy $d + b = 180^0$; t. j.:

2. Protilehlé úhly čtyřúhelníků, jichž vrcholy leží v obvodu kruhu, rovnají se 2 R.

Cvičení. Dokažte totéž o úhlech a a c.



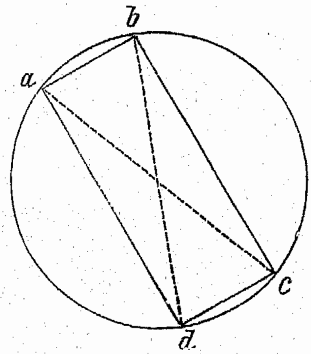
Obr. 109.

3. Úhel obvodový na průměru jest pravý.

Na základě této věty snadno lze rýsovati:

a) do kruhu obdélník,

b) vztyčiti kolmici na kraji dané úsečky.

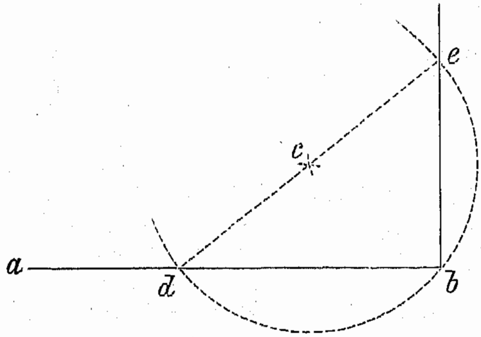


Obr. 110.

(Obr. 110.) Obdélník vyrýsujeme do kruhu, spojíme-li konce dvou libovolných průměrů.

(Obr. 111.) Kolmici vztyčíme, opíšeme-li z libovolného bodu c poloměrem cb oblouk, který seče danou úsečku v bodě d. Konečný bod e průměru de spojíme pak s bodem b.

$eb \perp ab$ (Proč?)

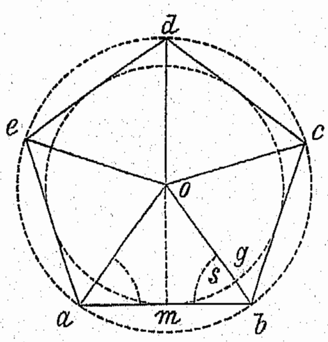


Obr. 111.

62. Užití kruhu.

Kruh důležit jest v ornamentice, v průmyslu i stavitelství. Jest základem pravidelných mnohoúhelníků, tvarů hvězdovitých a růžic nejrozmanitějších. Kruhův užíváme za okrasu řadíce je k sobě, proplétajíce je neb ozdobujíce plochy jejich.

63. O pravidelných mnohoúhelnících vůbec.



Obr. 112.

(Obr. 112.) Rozpůlíme-li obvodové úhly *a* a *b* pravidelného pětiúhelníku *abcde*, protnou se rozpolovací přímky v průsečíku *o*; spojíme-li pak průsečík *o* s ostatními vrcholy, rozdělí se mnohoúhelník na tolik shodných trojúhelníků, kolik má mnohoúhelník stran.

Neboť △ *abo* a △ *bco*

shodují se v úhlu $(s = g)$ a ve dvou stranách ($ob = ob$, $ba = bc$), úhel tento svírajících.

Z téže příčiny jest

$$\triangle bco \cong \triangle cdo,$$
$$\triangle cdo \cong \triangle deo \text{ atd.}$$

Ze shodnosti trojúhelníků těch je zřejmo,

$$\text{že } oa = ob = oc = od = oe.$$

Jsou tedy všecky vrcholy mnohoúhelníku od o stejně vzdáleny; protož lze jimi vyrýsovati kružnici, jejímž středem jest o.

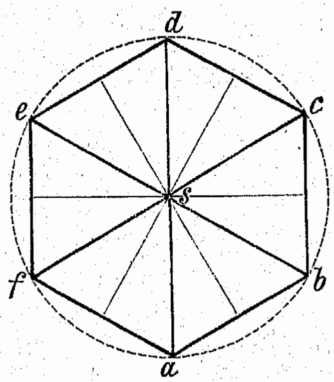
Strany mnohoúhelníku jsou tětivami té kružnice, a mnohoúhelník jest do kružnice *vepsán*.

Kolmice om ze středu o na stranu ab spuštěná jest výškou trojúhelníku; výšky všech trojúhelníků v pravidelném mnohoúhelníku jsou *stejny*.

Lze tedy ze středu o vyrýsovati kružnici, jež dotýká se všech stran.

Strany ty pak jsou tečnami kružnice, a mnohoúhelník jest kolem kružnice *opsán*.

Vzdálenosť středu od vrcholu sluje *velkým poloměrem*, vzdálenosť středu od strany *malým poloměrem*.



Obr. 113.

(Obr. 113.) Každý pravidelný mnohoúhelník jest *souměren* k osám, jichž jest tolik, kolik má stran. Všecky osy leží na pravidelném svazku paprskovém.

Mnohoúhelník o *sudém* počtu stran má dvě a dvě protilehlé strany rovnoběžné; polovina os spojuje vrcholy protilehlé a druhá polovina spojuje středy protilehlých stran.

Je-li počet stran *lichý*, je každá strana rovnoběžná s některou úhlopříčnou, a osy spojují vždy vrchol se středem protilehlé strany.

Mnohoúhelníky o stejném počtu stran (stejnojmenné) jsou shodny, shodují-li se ve straně nebo v některé souhlasné přímce (na př. ose).

64. Kterak zobrazujeme pravidelné mnohoúhelníky pomocí pravidelného svazku polopaprskového.

(Obr. 113.) Pozorujme polopaprsky, jdoucí do vrcholů, jako jsou *sa*, *sb*, *sc*..... Polopaprsky ty jsou vesměs stejny a svírají také stejné úhly, z nichž jeden se rovná tolikáté části $4R$, kolik takových úhlů kolem středu *s* se rozkládá. Úhlů těchto jest vždy tolik, kolik mnohoúhelník má stran. Chceme-li tedy zobraziti na př. pravidelný šestiúhelník, jehož střed jest dán, vyrýsujme kolem *s* šest stejných úhlů, z nichž tedy každý $\frac{360^0}{6} = 60^0$ čítá. Užijeme k tomu úhloměru, při čemž jednomu rameni prvého úhlu dáti můžeme polohu libovolnou, není-li jinak poloha jeho určena. Na ramena přeneseme pak stejné úsečky od středu *s* počínajíc (t. j. učiníme polopaprsky stejnými), načež koncové body všech úseček náležitě spojíme.

Cvičení. Jak velké jsou úhly mezi polopaprsky při trojúhelníku, pětiúhelníku, osmiúhelníku a desítiúhelníku?

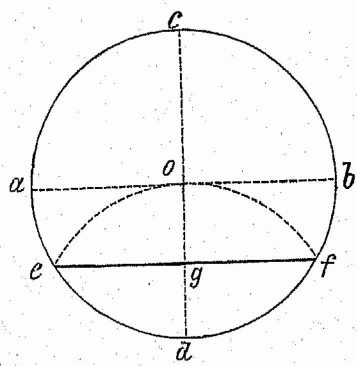
65. Konstruktivné rýsování pravidelných mnohoúhelníků do kružnice.

Děliti kružnici na stejné díly jen zkusmo nedoporučuje se. ježto díly nebývají přesné, a rozdělení takové málokdy vyhovuje účelu. Proto raději dělíváme kružnici přesně na stejné díly jednoduchými konstrukcemi.

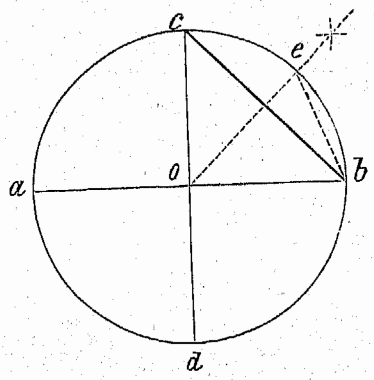
(Obr. 114.) Kružnici dělíme na *tři* stejné díly, opíšeme-li z bodu *d* poloměrem *do* oblouk, který seče danou kružnici v bodech *e* a *f*. Spojením obou těchto bodů s bodem *c* vznikne pravidelný trojúhelník do kružnice vepsaný.

Úsečky *ge* lze přenésti na kružnici *sedmkráte*.

Spojíme-li body nanesené pořadem, vznikne pravidelný sedmiúhelník.



Obr. 114.



Obr. 115.

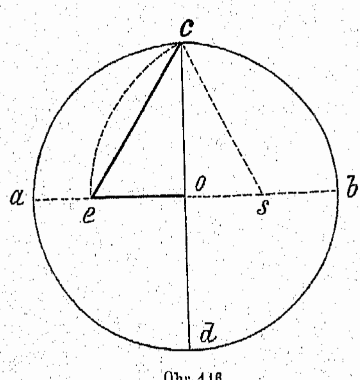
(Obr. 115.) Kraje kolmých průměrů kružnice rozdělují ji na *čtyři* stejné díly. Spojením krajův obou průměrů vznikne pravidelný čtyřúhelník (čtverec).

Na *osm* rovných dílů rozdělíme kružnici, rozpůlíme-li ještě čtverník *bc* bodem *e*; *be* možno přenésti na tutéž kružnici *osmkráte.*

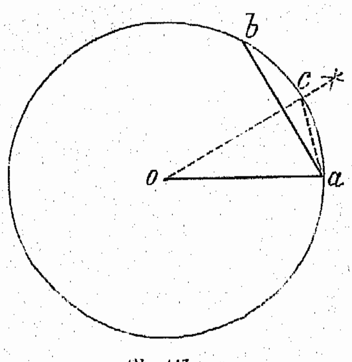
(Obr. 116.) Na *pět* stejných dílů dělíme kružnici takto: Učiňme $os = sb$ a opišme poloměrem *sc* oblouk *ce*. Tětiva *ce* dá se na kružnici přenésti *pětkráte.*

Úsečka *eo* dá se na tutéž kružnici přenésti *desetkráte.*

(Obr. 117.) Poloměr kružnice lze přenésti na kružnici *šestkráte.*



Obr. 116.



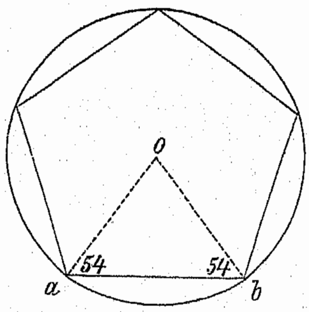
Obr. 117.

Jest tedy poloměr stranou pravidelného šestiúhelníku do téže kružnice vepsaného.

Na dvanáct rovných dílů rozdělíme kružnici, rozpůlíme-li oblouk *ab* bodem *c*. Úsečka *ac* dá se přenésti na tutéž kružnici *dvanáctkráte.*

Kdybychom měli z *dané strany* sestrojiti pravidelný mnohoúhelník, jest nám napřed vyrýsovati kružnici, do níž mnohoúhelník chceme vepsati. Velikosť kružnice závisí však na délce dané strany.

(Obr. 118.) $\triangle abo$ jest rovnoramenný. Temeno jeho jest ve středu kružnice, a úhly na půdici rovnají se polovině úhlu obvodového.



Obr. 118.

Chceme-li tedy nalézti poloměr kružnice, do níž by se jakýkoliv pravidelný mnohoúhelník dal vepsati (když strana mnohoúhelníku dána jest), považujme *ab* za půdici rovnoramenného trojúhelníku a sestrojme při *a* i *b* polovinu úhlu obvodového téhož mnohoúhelníku.

Příklad.

Na dané straně *ab* vztyčiti jest pravidelný pětiúhelník.

Obvodový úhel pětiúhelníku $= \frac{6 \times 90}{5} = 108^0$,

polovina úhlu obvodového $= 54^0$.

Sestrojíme tedy při *a* i při *b* úhel 54^0 a ramena obou prodloužíme do středu *o*; *oa* jest poloměr hledané kružnice.

Cvičení. Vepište pravidelný trojúhelník a šestiúhelník do kružnice, majíce strany jejich.

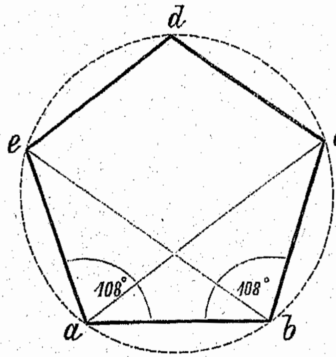
Úkol tento rozřešíme i bez kružnice, sestrojíme-li totiž postupně strany a úhly hledaného mnohoúhelníku jak za sebou následují.

(Obr. 119.) Při straně *ab* sestrojíme dva úhly po 108° a učiníme $ab = ae = bc$,

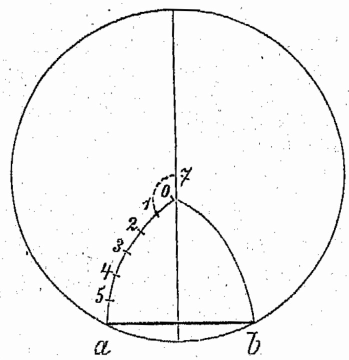
$ed \parallel ac$, $cd \parallel be$.

Takto sestrojujeme pravidelné mnohoúhelníky hlavně tenkráte, když kreslíme od ruky.

Pro pravidelný šestiúhelník, sedmi-, osmi-, devíti-, desíti-, jedenácti- a dvanáctiúhelník dovedeme zvláštní konstrukcí kružnici vyrýsovati, je-li známa strana.



Obr. 119.



Obr. 120.

(Obr. 120.) Je-li *ab* stranou některého tuto jmenovaného mnohoúhelníku, opišme z *a* i *b* poloměrem *ab* oblouky v *o* se protínající.

Chceme-li vyrýsovati na př. kružnici pro sedmiúhelník, opíšeme ze středu *0* poloměrem *01* oblouk *17*. Vzdálenosť *a7* jest poloměr pro kružnici, na niž *ab* přenésti lze sedmkráte.

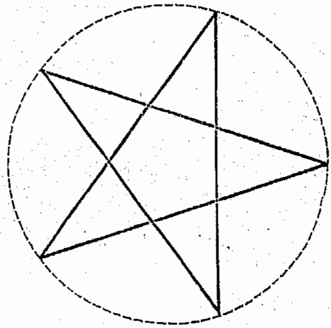
Cvičení. Vyrýsujte kružnici, do níž lze *ab* přenésti osmkráte, desetkráte.

66. Užití pravidelných mnohoúhelníků.

Předměty, které krášleny bývají pravidelnými mnohoúhelníky, nelze ani všecky vyjmenovati. Jmenovitě bývají to okna chrámová, podlahy, stropy, chodníky, čalouny, koberce, přikrývky, šátky a p. Vzorné příklady takových ozdob spatřujeme na mosaikách pompejanských, arabských, byzantických a j. Mnohoúhelníky buď řadíme, proplétáme nebo plochy jejich zdobíme. Jsou základním tvarem mnoha ozdob, zejména hvězdovitých.

67. O pravidelných mnohoúhelnících hvězdovitých.

Mnohoúhelníky hvězdovité jsou důležity v ornamentice, a proto zasluhují, aby o nich zvlášť bylo promluveno. Základem jejich jsou mnohoúhelníky pravidelné, jež na rozdíl od hvězdovitých slovou *obecnými*.



Obr. 121.

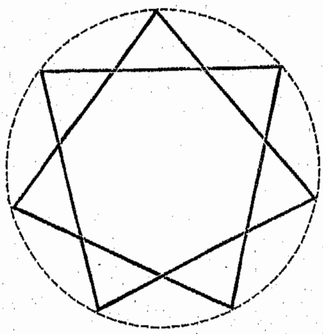
(Obr. 121.) Spojíme-li přímkami vrcholy obecného pravidelného mnohoúhelníku ob jeden, ob dva, ob tři atd., až opět přijdeme zpět k témuž vrcholu, od něhož jsme vyšli, vykreslivše tolik přímek, kolik vrcholů mnohoúhelník má, vznikne pravidelný mnohoúhelník hvězdovitý.

Nejjednodušší hvězdovitý mnohoúhelník jest pětiúhelník (obr. 121.). Všecky úhly vnitřní i strany jsou stejny.

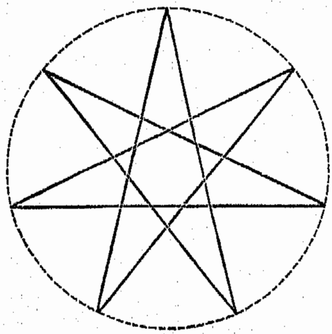
Každý pravidelný obecný mnohoúhelník není základem mnohoúhelníku hvězdovitého; za to však lze utvořiti z některého mnohoúhelníku dva hvězdovité mnohoúhelníky. Na př.: Spojováním vrcholů pravidelného sedmiúhelníku ob jeden vznikne obr. 122., spojováním vrcholů ob dva vznikne obr. 123.

(Obr. 124.) Z pravidelného šestiúhelníku nelze sestrojiti hvězdovitý mnohoúhelník, neboť vyjdouce od kteréhokoli vrcholu, přijdeme již třemi tahy opět tam, odkud jsme vyšli. Tím jsme utvořili *šesticípou hvězdu*.

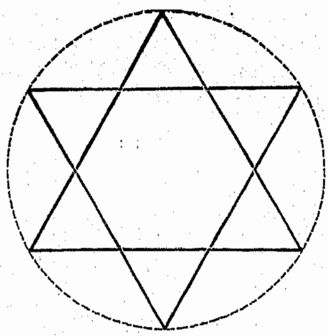
Spojíme-li vrcholy pravidelného desítiúhelníku ob jeden, vznikne *desíticípá hvězda*, spojováním vrcholů ob dva vznikne desítiúhelník *hvězdovitý*.



Obr. 122.



Obr. 123.



Obr. 124.

Hvězdovitých mnohoúhelníků jakož i cípovitých hvězd užívá se v ornamentice hojně, i jest na místě jedny od druhých rozeznávati.

Pěkných vzorů hvězdovitých mnohoúhelníkův a cípovitých hvězd mají Arabové, kteří je vykládali rozličnými barevnými kaménky. Umění to jakož i sám výrobek slove *mosaikou*. Mosaikou bývají zdobeny dlažby v kostelích a v nádhernějších domech, rovněž tak i chodníky velkých měst.

OBSAH.

Strana

Strana

Alois R. Lauermann dříve Militký a Novák v Praze.