Anleitung zum Rechnen

für die

erste Klasse der Unter-Realschule

von

zwei Jahrgängen.

Von

Dr. Franz Močnik,

k. k. Schulrath und Volksschul-Inspektor in Krain.

Kostet geb. in Leinwandrücken 23 Kr. K. M.

Wien, 1854.

Im Verlage der k. k. Schulbücherverschleiß-Administrazion bei St. Anna in der Johannesgasse.

In den öffentlichen Schulen sind, besondere Ermächtigungen des Ministeriums des Kultus und Unterrichtes ausgenommen, nur die **vorgeschriebenen**, mit dem Stämpel des Schulbücher-Verlages versehenen Bücher zu verwenden, auch dürfen diese Bücher nicht gegen **höhere, als die auf dem Titelblatte angegebenen Preise** verkauft werden.

ÚSTŘEDNÍ KNIHOVNA
PEDAGOGICKÉ FAKULTY
HRADEC KRÁLOVÉ
Inventár č. 40975
Signatura II 4685

Erster Abschnitt.

Das Rechnen mit unbenannten ganzen Zahlen.

I. Das Addieren.

§. 1.

Da nur gleichartige Zahlen zusammengezählt werden können, so muß man beim Addieren die Einheiten zu den Einheiten, die Zehner zu den Zehnern, ... zählen. Um aber die gleichartigen Ziffern der Addenden leichter herauszufinden, so ist es am zweckmäßigsten, wenn dieselben gleich beim Anschreiben der Addenden genau unter einander gesetzt werden.

Zur Vorübung für das Addieren mehrziffriger Zahlen zähle man 1) von 1 angefangen mit 2 aufwärts, nämlich $1+2=3$ $3+2=5$, $5+2=7$, ... $99+2=101$. Eben so zähle man mit 2 aufwärts von 2 bis 102.

2) Man zähle mit 3 aufwärts von 1 bis 100, von 2 bis 101, von 3 bis 102.

3) Auf gleiche Weise zähle man a) mit 4 aufwärts von 1, 2, 3, 4, anfangend; b) mit 5 aufwärts von 1, 2, 3, 4, 5; c) mit 6 aufwärts von 1, 2, 3, 4, 5, 6; d) mit 7 aufwärts von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; e) mit 8 aufwärts von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; f) mit 9 aufwärts von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Beispiele.

1)	2)	3)
818	12345	53609
207	3672	2196
539	5070	13248
1564	21087	992
		70045

4) 420985 + 373612 + 90708 + 123071 = 1008376.

5) 10924 + 5108 + 371248 + 915 + 30924 = ?

6) 35784 + 9876 + 8765 + 7654 + 1234 + 35197 = ?

7) 378459 + 2091358 + 1798202 + 197850 + 9387193 = ?

8) Man addiere die Zahlen 7054261, 3087, 19343780, 24793, 5400738, 3507901, 8979800, 57934207.

9)	10)	11)
3157842	9358930	63593065
1308215	7514398	468208
93084	15813477	1234567
17521938	460035	9876543
743150	1293714	980
9807	81389659	749309

12) Man addiere folgende Zahlen a) in wagrechter, b) in senkrechter Richtung:

793458	+	1237924	+	9321	+	9851367	+	705231
85371	+	805186	+	572913	+	82190	+	680409
134513	+	9083	+	74528	+	62804	+	19375
618727	+	129158	+	193409	+	708356	+	937248
9369	+	72578	+	385396	+	2503124	+	56409

Es ist anzurathen, dass man beim Addieren das Wörtchen und, so wie die einzelnen addierten Ziffern, nicht ausspreche, sondern nur die jedesmalige Summe. So wäre bei den Einheiten des dritten Beispieles nicht zu sagen: 2 und 8 ist 10, 10 und 6 ist 16, 16 und 9 ist 25; sondern nur: 2, 10, 16, 25.

II. Das Subtrahieren.

§. 2.

Beim Subtrahieren wird eine Zahl gesucht, welche, zu dem Subtrahend addiert, den Minuend gibt.

Da nur Gleichartiges subtrahiert werden kann, so setzt man den Subtrahend so unter den Minuend, dass die gleichartigen Stellen unter einander zu stehen kommen, und subtrahiert dann die Einheiten von den Einheiten, die Zehner von den Zehnern, . . ., indem man zu der jedesmaligen Ziffer des Subtrahendes so viel addiert, daſs man die darüber stehende Ziffer des Minuends, oder wenn diese kleiner ist, die nächste höhere Zahl erhält, welche an der Stelle der Einheiten jene Ziffer hat; die dazu addierte Zahl wird an der betreffenden Stelle als Rest angeschrieben.

Beispiele.

1)	2)	3)
785	4045	210926
613	338	81907
172	3707	129019

Man spricht hier im ersten Beispiele: 3 und **2** ist 5, 1 und **7** ist 8, 6 und **1** ist 7; und schreibt die jedesmal addierte Ziffer unter die subtrahierten Stellen. — Im zweiten Beispiele sagt man: 8 und **7** ist 15, bleibt 1; 1 und 3 ist 4, und **0** ist 4; 3 und **7** ist 10, bleibt 1; 1 und **3** ist 4.

4) 53162 — 41875 = 11287.

5) 90084 — 71085 = 18999.

6) 932413 — 18975 = ?

7) 123456 — 34567 = ?

8) 234578 + 309875 + 198756 — 381409 = ?

9) Um wie viel ist 8345097 + 1920784 + 764883 größer als 976342 + 2398745 + 139038?

10) Man bestimme den Unterschied zwischen 78903456 — 62987491 und 3355779 — 11446688.

11) Man subtrahiere von den bei den Addizionsbeispielen §. 1. erhaltenen Summen nach und nach die einzelnen Addenden.

Wenn von einer gegebenen Zahl zwei oder mehrere Zahlen zu subtrahieren sind, so addiert man diese Zahlen, und zieht ihre Summe von der gegebenen Zahl ab. Man kann übrigens sehr leicht mit der Addizion der abzuziehenden Zahlen zugleich die

Subtrakzion von dem gegebenen Minuend verbinden, wie aus folgendem Beispiele erhellet:

Von der Zahl 731542 sollen subtrahiert werden

$$\text{die Zahlen}\left\{\begin{array}{r}82591\\73859\\127986\\231578\\\hline \text{Rest}\ 215528\end{array}\right.$$

Man addiert hier zuerst die Einheiten aller zu subtrahierenden Zahlen, und sucht, wie viel man zu ihrer Summe 24 noch addieren müße, um die nächste höhere Zahl zu bekommen, welche an der Stelle der Einheiten 2 hat, d. i. um 32 zu erhalten; dann verfährt man eben so mit den Zehnern, Hunderten u. s. w. Dabei spricht man: 8, 14, 23, 24, und 8 ist 32, bleibt 3; 3, 10, 18, 23, 32, und 2 ist 34, bleibt 3; u. s. f.

Man verrichte noch folgende Subtrakzionen:

1) $94789384 - (12356938 + 39279 + 64082641 + 876450) = ?$

2) $13902080 - (4809376 + 613219 + 907456 + 193 + 18765) = ?$

3) $8341709 - (763583 + 937846 + 293588 + 3084415) = ?$

4) $98765432 - (1234567 + 8901234 + 5678901 + 2345678) = ?$

III. Das Multiplizieren.

§. 3.

Das Produkt muß den Multiplikand so oftmal als Addend enthalten, als die Einheit im Multiplikator als Addend vorkommt. Man kann daher für das Multiplizieren folgende Erklärung aufstellen: **Multiplizieren** heißt aus dem Multiplikand eine Zahl so bilden, wie der Multiplikator aus der Einheit entstanden ist. Z. B. 5 mit 4 multiplizieren heißt: aus 5 eine neue Zahl so bilden, wie 4 aus der Einheit entstanden ist; 4 ist aus der Einheit entstanden, indem man dieselbe 4mal als Addend setzte, es ist nämlich $4 = 1 + 1 + 1 + 1$; man wird daher auch 5 4mal als Addend setzen; also ist $5 \cdot 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.

1. Wenn der Multiplikator einziffrig ist, so wird die Multiplikazion verrichtet, wenn man jeden Bestandtheil des Multiplikands so oftmal nimmt, als der Multiplikator Einheiten enthält, d. i. wenn man zuerst die Einheiten, dann die Zehner, . . . des Multiplikands mit dem einziffrigen Multiplikator multipliziert.

Beispiele.

1) $\underline{823 \times 3}$
2469

2) $\underline{8035 \times 6}$
48210

3) $\underline{1791308 \cdot 9}$
16121772

4) $7085 \times 8 = ?$ 5) $91072 \times 5 = ?$

6) $134793 \times 2 = ?$ 7) $35709 \cdot 7 = ?$

8) $218354 \cdot 6 = ?$ 9) $836214 \cdot 4 = ?$

10) Man multiplizière 93876432 nach der Reihe mit den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

11) Die Zahl 70859164 soll mit 2, das Produkt wieder mit 2, das neue Produkt noch mit 2, und das erhaltene Produkt wieder mit 2 multipliziert werden.

12) Eben so multipliziere man 1736787 8mal nach einander mit 3, eben so oft mit 4, 5, 6, 7, 8, 9.

13) Wie viel ist $78945621 \times 8 + 3109207 \times 9$?

14) Um wie viel ist 35701924×7 größer als 40189370×6?

§. 4.

2. Wenn der Multiplikator eine mehrziffrige Zahl ist, so muß man den Multiplikand so oftmal nehmen,

als alle einzelnen Bestandtheile des Multiplikators Einheiten enthalten; man wird also den Multiplikand mit den einzelnen Ziffern des Multiplikators multiplizieren, und jedem dadurch erhaltenen Theilprodukte denjenigen Namen geben, welchen die Ziffer des Multiplikators hat, mit welcher multipliziert wurde. Dieses letztere wird durch gehöriges Anschreiben der Theilprodukte erreicht, wenn man nämlich jedes folgende Produkt um eine Stelle weiter gegen die Rechte oder gegen die Linke zu schreiben beginnt, je nachdem man mit der höchsten oder mit der niedersten Ziffer des Multiplikators zu multiplizieren anfängt.

Es ist ganz gleichgiltig, in welcher Ordnung man mit den einzelnen Ziffern des Multiplikators multipliziert, wenn nur die Theilprodukte in der gehörigen Stellung unter einander geschrieben werden.

Beispiele.

1) 3407×253	oder	3407×253	oder	3407×253
6814		10221		17035
17035		17035		10221
10221		6814		6814
861971		861971		861971

2) $35482 . 98 = 3477236$. 3) $345 . 123 = 42435$.

4) $529 . 617 = 326393$. 5) $9204 . 729 = 6709716$.

6) $78431 . 924 = ?$ 7) $12345 . 678 = ?$

8) $109207 . 3014 = ?$ 9) $75084 . 2395 = ?$

10) $398594 . 57396 = ?$ 11) $381475 . 873589 = ?$

12) $91347835 \times 1235709 \times 3248193 = ?$

13) $56789 \times 12345 \times 67890 \times 45678 = ?$

14) $780523 \times 935386 + 238719 \times 3709300 = ?$

15) $468029 \times 783507 - 389785 \times 690528 = ?$

§. 5.

In besondern Fällen lassen sich bei dem hier begründeten allgemeinen Multiplikazionsverfahren sehr vortheilhafte Abkürzungen anbringen. Hier sollen nur die wichtigsten dieser Abkürzungen und Vortheile entwickelt werden.

1. Wenn der Multiplikator 10, 100, 1000, ... ist, so wird die Multiplikazion verrichtet, wenn man jeder Ziffer des Multiplikands einen 10mal, 100mal, 1000mal, ... höhern Wert ertheilt, welches geschieht, wenn man der Zahl rechts 1, 2, 3, ... Nullen anhängt. Z. B.

1) $\underline{3165} \times 10$ 2) $\underline{7843} \times 100$ 3) $\underline{570} \times 1000$
31650 784300 570000.

4) $8279 \times 10 = ?$ 5) $38100 \times 100 = ?$

6) $319 \times 10000 = ?$

7) Man multiplizire 39572 mit 10, 100, 1000, 10000, 100000.

8) $93572 \times 1000 + 7845 \times 100 + 134790 \times 10 = ?$

9) $27483 \times 10000 + 93586 \times 10 - 96583 \times 100 = ?$

10) $74309 \times 100000 - (859638 \times 100 + 9307825 \times 10) = ?$

2. Wenn in den Faktoren rechts Nullen vorkommen.

Da im Produkte rechts so viele Nullen erscheinen, als ihrer in beiden Faktoren vorkommen, so kann man während des Multiplizierens die rechts stehenden Nullen der Faktoren weglassen, und bloß die dann übriggebliebenen Zahlen mit einander multiplizieren; nur müßen dem so erhalten Produkte rechts so viele Nullen angehängt werden, als ihrer in beiden Faktoren weggelassen wurden. Z. B.

1) $\underline{347} \times 800$
277600

2) $\underline{4560 \times 29}$
4104
$\underline{912}$
132240

3) $\underline{80500 \times 650}$
4025
$\underline{4830}$
52325000

4) $91234 . 78000 = ?$ 5) $70800 \times 371 = ?$

6) $35800 . 978000 = ?$ 7) $83109000 \times 93857 = ?$

8) 1937856 × 397500 = ?
9) 1358700 × 985640 = ?
10) 7985000 × 42608000 = ?

§. 6.

3. Wenn der Multiplikator die Ziffer 1 enthält.

Anstatt:

3421 × 41	56073 × 108	4312 × 123
3421	56073	4312
13684	448584	8624
140261	6055884	12936
		530376

kann man mit Vermeidung alles unnützen Wiederholens auch schreiben:

3421 × 41	56073 × 108	4312 × 123
13684	448584	8624
140261	6055884	12936
		530376

Wenn daher im Multiplikator die Ziffer 1 vorkommt, so lässt man den Multiplikand ungeändert als das erste Theilprodukt stehen, multiplizirt ihn dann nur mit den andern bedeutlichen Ziffern des Multiplikators, und schreibt die dadurch erhaltenen Theilprodukte gehörig darunter.

Beispiele.

1) 521892 × 17	2) 35018 × 501
3653244	175090
8872164	17544018
3) 87061 × 541	4) 30786 × 7106
348244	215502
435305	184716
47100001	218765316

5) 84218 × 61 = ? 6) 341528 × 10009 = ?
7) 241578 × 1758 = ? 8) 123456 × 7819 = ?
9) 3975684 × 3125 = ? 10) 83600 × 3921 = ?
11) 7935839 × 149 + 2708437 × 941 = ?
12) 3792708 × 3416 — 937854 × 8140 = ?

4. Wenn der Multiplikator 11 ist.

Nach dem eben angeführten Vortheile hat man

$$\begin{array}{r} 381307924 \times 11 \\ 381307924 \\ \hline 4194387164 \end{array}$$

woraus hervorgehet, daſs man bei der Multiplikazion mit 11 das Produkt unmittelbar aus dem Multiplikand ableiten könne, wenn man die erste Ziffer rechts ungeändert anschreibt, dann zur ersten Ziffer die zweite, zur zweiten die dritte, und überhaupt zu jeder Stelle die nächst höhere addiert. Z. B.

1) $\dfrac{178423}{1962653}$. 11 2) $\dfrac{384072}{4224792}$. 11 3) $\dfrac{907865}{99865150}$. 110

4) 358972 . 11 = ? 5) 7918046 . 11 = ?

6) 3156793 . 11 = ?

7) Man multiplizíere 975875 mit 11, das Produkt wieder mit 11, und das neue Produkt noch einmal mit 11.

8) Man multiplizíere jede der Zahlen 12304516, 397506, 3097546, 98307261 9mal nach einander mit 11.

Man sagt im ersten Beispiele: 3 ist 3; 3 und 2 ist 5; 2 und 4 ist 6, 4 und 8 ist 12, bleibt 1; 1 und 8 ist 9, und 7 ist 16, bleibt 1; 1 und 7 ist 8, und 1 ist 9; 1 ist 1.

§. 7.

5. Wenn sich der Multiplikator in zwei Faktoren zerlegen läſst, mit denen man leicht multiplizieren kann, so multiplíziert man den Multiplikand zuerst mit einem Faktor, und das Produkt dann noch mit dem andern Faktor. Z. B.

1) $\begin{array}{r} 9206 \times 49 \\ \hline 64442 \quad 7.7 \\ \hline 451094 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 21956 \times 33 \\ \hline 65868 \quad 3.11 \\ \hline 724548 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 12345 \times 270 \\ \hline 111105 \quad 9.30 \\ \hline 3333150 \end{array}$

4) 78054 . 36 = ? 5) 513942 . 63 = ?

6) 70694 . 5600 = ? 7) 87154637 × 24 = ?

8) 21953790 × 72 = ?

9) $437819 \times 56 + 38429 \times 54 + 197568 \times 64 = ?$

10) $1345693 \times 350 + 99755 \times 48 - 722044 \times 450 = ?$

6. **Wenn der Multiplikator aus lauter Neunern bestehet, mit Ausnahme der Einheiten, welche auch eine andere Ziffer sein können.**

Hat man eine Zahl z. B. mit 992 zu multiplizieren, so multiplizert man mit 1000; dadurch bekommt man aber um das 8fache zu viel, man muß daher die Zahl noch mit 8 multiplizieren, und die 8fache Zahl von der 1000fachen abziehen.

Wenn also der Multiplikator bis auf die Einheiten lauter Neuner enthält, so addiert man zu den Einheiten so viel, daſs man 100, 1000, . . . bekommt, hierauf multipliziert man den Multiplikand zuerst mit 100, 1000, . . ., dann mit der zu den Einheiten hinzuaddierten Ziffer, und subtrahiert das zweite Produkt von dem ersten. Z. B.

$$1)\quad \begin{array}{r} 753467_{000} \\ 4520802 \\ \hline 748946198 \end{array} \times \frac{994}{1000-6} \qquad 2)\quad \begin{array}{r} 150234_{0000} \\ 450702 \\ \hline 1501889298 \end{array} \times \frac{9997}{10000-3}$$

3) $132459 \,.\, 98 = ?$ 4) $1750370 \,.\, 99600 = ?$

5) $3126547 \times 995 = ?$ 6) $8356139 \times 99930 = ?$

7) $595146 \times 9992 - 372819 \times 9900 = ?$

7. **Wenn der Multiplikator aus lauter Neunern bestehet, mit Ausnahme der höchsten Ziffer, welche nicht nothwendig 9 sein muß.**

Vermehrt man einen solchen Multiplikator um 1, so erhält man eine Zahl, welche aus einer einzigen bedeutlichen Ziffer mit rechts folgenden Nullen bestehet. Wenn man nun den Multiplikand mit dieser multipliziert, so ist das Produkt um das 1fache des Multiplikands d. i. um den Multiplikand selbst zu groß; man muß daher von jenem Produkte noch den Multiplikand subtrahieren. Z. B.

$$1)\quad \begin{array}{r} 5682 \\ 2272800 \\ \hline 2267118 \end{array} \times \frac{399}{400-1} \qquad 2)\quad \begin{array}{r} 7296 \\ 43776000 \\ \hline 43768704 \end{array} \times \frac{5999}{6600-1}$$

Hier wird der obenstehende Multiplikand von dem darunter gesetzten 400fachen, oder 6000fachen desselben subtrahiert.

3) 5431678 × 59 = ? 4) 4809156 × 799 = ?
5) 134967 × 3999 = ? 6) 9173046 × 8990 = ?
7) 5344266 × 199 + 954680 × 6999 = ?

Vermischte Beispiele.

1) 3911784 × 91 = ? 2) 8315724 × 810 = ?
3) 2410936 × 88 = ? 4) 2971539 × 5591 = ?
5) 993798 × 9999 = ? 6) 35860400 × 42 = ?
7) 13572468 × 550 = ? 8) 9304638 × 141 = ?
9) 24688134 × 29 = ? 10) 3791370 × 1100 = ?
11) 39246817 × 19 + 24910333 × 25 = ?
12) 6072554 × 9991 — 8526631 × 5991 = ?
13) 83119274×72+1945076×13—5833556×11=?
14) 67890123 × 499 — (1234567 × 150 + 987654 + 107) = ?

IV. Das Dividieren.

§. 8.

Da durch das Dividieren eine Zahl, welche durch die Multiplikazion zweier Faktoren entstanden ist, wieder in diese Faktoren zerlegt werden soll; so wird es, um das beim Dividieren zu beachtende Verfahren abzuleiten, am zweckmäßigsten sein, die Art und Weise zu betrachten, wie die Ziffern des Divisors und des Quozienten als Faktoren in ihrem Produkte, dem Dividende, mit einander verbunden erscheinen. Es ist z. B.

Divisor		Quozient
418	×	236
836	.	
125	4 .	
25	08	
986	48	Dividend.

Divisor		Quozient.
72156	×	5143
360780	.	
7215	6 .	
2886	24 .	
216	468	
371098	308	Dividend.

Aus dieser Bildungsweise des Dividends lassen sich nun nachstehende Folgerungen machen:

Durch die Multiplikazion des Divisors mit der höchsten Ziffer des Quozienten werden im Dividend so viele Ziffern hervorgebracht, als ihrer der Divisor hat, oder um eine mehr; wegen jeder folgenden Ziffer des Quozienten kommt auch im Dividend eine weitere Ziffer dazu.

Nimmt man nun im Dividende so viele höchste Ziffern, als ihrer der Divisor hat, oder um eine mehr, wenn die Zahl aus jenen Ziffern kleiner als der Divisor ist; so kommt in dieser Zahl der Divisor so oftmal vor, als die höchste Ziffer des Quozienten anzeigt; untersucht man daher, wie oft der Divisor in jenen höchsten Stellen des Dividends enthalten ist, so bekommt man die erste Ziffer des Quozienten. Diese Untersuchung erleichtert man sich dadurch, daſs man überlegt, wie oft die erste Ziffer des Divisors in der ersten oder in den zwei ersten Ziffern des Dividends enthalten ist, da z. B. 418 in 986 nahe so oft vorkommt, als 4 Hundert in 9 Hunderten, oder 4 in 9. In dem obigen ersten Beispiele erhält man auf diese Art 2 als die erste Ziffer des Quozienten.

Multipliziert man nun mit der gefundenen ersten Ziffer 2 des Quozienten den ganzen Divisor 418, zieht das Theilprodukt 836 von 986 ab, und setzt zu dem Reste 150 die nächste Ziffer 4 des Dividends dazu, so muß in dieser Zahl 1504, wie aus der obigen Darstellung ersichtlich ist, das Produkt aus dem Divisor 418 und der zweiten Ziffer 3 des Quozienten enthalten sein, oder was dasselbe ist, es muß in 1504 der Divisor 418 so oft vorkommen, als die zweite Ziffer 3 des Quozienten Einheiten enthält; man wird daher diese zweite Ziffer des Quozienten finden, wenn man untersucht, wie oft 418 in 1404 enthalten ist; man erhält dadurch 3.

Durch Wiederholung derselben Schluſsfolgerungen bekommt man sofort alle Ziffern des Quozienten. Die Theilprodukte aus dem Divisor und der jedesmaligen Ziffer des Quozienten werden gewöhnlich während des Multiplizierens subtrahiert, und nur die Reste angeschrieben.

Die ganze Rechnung für unser Beispiel würde sich so stellen:

$$\begin{array}{lcl}
\begin{array}{l}
98648 : 418 = 236 \\
\underline{836} \\
\;1504 \\
\;\underline{1254} \\
\;\;2508 \\
\;\;\underline{2508} \\
\;\;= = = =
\end{array}
& \text{oder} &
\begin{array}{l}
98648 : 418 = 236 \\
\;1504 \\
\;\;2508 \\
\;\;\;= = =
\end{array}
\end{array}$$

Bei der zweiten abgekürzten Anschreibweise spricht man: 418 in 986 (versuchsweise 4 in 9) ist 2mal enthalten; 2mal 8 ist 16, und **0** ist 16, bleibt 1; 2mal 1 ist 2, und **1** ist 3, und **5** ist 8; 2mal 4 ist 8, und **1** ist 9. Zum Reste 150 kommt 4 herab; 418 in 1504 (4 in 15) ist 3mal enthalten; 3mal 8 ist 24, und **0** ist 24, bleibt 2; 3mal 1 ist 3, und **2** ist 5, und **5** ist 10, bleibt 1; 3mal 4 ist 12, und 1 ist 13, und **2** ist 15; u. s. f.

Wenn zuletzt ein Rest übrig bleibt, so sollte dieser noch durch den Divisor dividiert werden; der Quozient davon wird jedoch nur in Bruchform angezeigt, und dem erhaltenen Quozienten angehängt.

Enthält der Divisor nur eine Ziffer, so pflegt man das Produkt aus dem Divisor und der jedesmaligen Ziffer des Quozienten gleich in Gedanken von dem entsprechenden Dividende abzuziehen, auch den Rest nur im Kopfe zu behalten, und bloß den Quozienten gehörig unter den Dividend zu setzen. Z. B.

$$\text{Anstatt } \begin{array}{l} 4576 : 8 = 572 \\ \;57 \\ \;\;16 \\ \;\;\;= \end{array} \text{ schreibt man } \begin{array}{l} \underline{4576 : 8} \\ \;572 \end{array}$$

und spricht: 8 in 45, 5mal, bleibt 5; 8 in 57, 7mal, bleibt 1; 8 in 16, 2mal.

Beispiele.

1) $\underline{378238 : 7}$
54034

2) $\underline{1957351 : 6}$
$326225\frac{1}{6}$

3) $1354976 : 184 = 7364$
669
1177
736
= = =

4) $42498 : 123 = 345\frac{63}{123}$
559
678
63

5) $4399 : 83 = 53$ 6) $7842286 : 308 = 25462$
7) $41065540 : 2979 = 13785\frac{25}{2979}$.
8) $208573840 : 3004 = 69432\frac{112}{3004}$.
9) $68703705 : 105 = ?$ 10) $70251807402 : 79863 = ?$
11) $98765432 : 12345 = ?$
12) $8642013570 : 56789 = ?$
13) $70370088 : 25986 = ?$
14) $1292671490 : 42086 = ?$
15) $34639215 : 39783 = ?$
16) $934215023 : 91030 = ?$
17) $12345678 : 57095 = ?$
18) $264808461 : 264803 = ?$

§. 9.

Außer den Abkürzungen, welche schon in dem früher begründeten allgemeinen Divisionsverfahren enthalten sind, lassen sich in besonderen Fällen auch noch folgende Vortheile und Abkürzungen anbringen:

1. Wenn der Divisor 10, 100, 1000, ... ist.

In diesem Falle muß man jeder Ziffer des Dividends einen 10, 100, 1000, ... mal niedrigeren Rang beilegen, welches erreicht wird, wenn man ihm rechts 1, 2, 3, ... Ziffern abschneidet; die links bleibenden Ziffern bilden den Quozienten, die rechts abgeschnittenen sind der Rest, welcher noch durch den

Divisor zu dividieren ist, was durch die Bruchform angezeigt wird. Z. B.

1) $3420 : 10 = 342$ 2) $784 : 100 = 7\frac{84}{100}$
3) $12347 : 1000 = 12\frac{347}{1000}$ 4) $1235 : 10 = ?$
5) $92130 : 100 = ?$ 6) $708459 : 10000 = ?$

2. Wenn der Divisor auf Nullen endiget, so kann man dieselben während der Rechnung weglassen, zugleich aber muß man dann auch im Dividend eben so viele rechts stehende Ziffern vernachlässigen. Z. B.

1) $\underline{34463} : 300$
$114\frac{263}{300}$

2) $451094 : 4900 = 92\frac{294}{4900}$
100
2

3) $784315 : 370 = ?$ 4) $21345738 : 721000 = ?$
5) $25238 : 500 = ?$ 6) $1861704 : 3510 = ?$
7) $38031245 : 78000 = ?$ 8) $263457800 : 238500 = ?$

3. Um eine Zahl durch 25 zu dividieren, wird die 4fache Zahl durch 100 dividiert. Statt durch 125 zu dividieren, kann man das 8fache durch 1000 dividieren.

Beispiele.

1) $\underline{34625} : 25$
$138500 : 100 = 1385$

2) $\underline{153723} : 25$
$614892 : 100 = 6148\frac{92}{100}$

3) $\underline{5789625} : 125$
$46317000 : 1000 = 46317$

4) $\underline{21579} : 125$
$172632 : 1000 = 172\frac{632}{1000}$

5) $13782375 : 25 = ?$ 6) $39073081 : 125 = ?$
7) $5930450 : 25 = ?$ 8) $2369513 : 25 = ?$
9) $3853163 : 125 = ?$ 10) $3805724625 : 125 = ?$

4. Wenn sich der Divisor in zwei Faktoren zerlegen lässt, durch welche man bequem dividieren kann, so dividiert man den Dividend zuerst durch den einen Faktor, und den Quozienten dann noch durch den andern Faktor. Statt z. B. durch 27 zu dividieren, dividiert man den 9ten Theil noch durch 3.

Beispiele.

1) 466320 : 48
   77720   6×8
   9715

2) 3305790 : 45
   661158   5×9
   73462

3) 49320 : 72
   5480   9×8
   685

4) 784345 : 35
   156869   5×7
   $22409\frac{6}{7}$

5) 62222202 : 63 = ?

6) 47273334 : 54 = ?

7) 8872472 : 56 = ?

8) 29861886 : 42 = ?

9) 100800 : 28 = ?

10) 217580976 : 72 = ?

§. 10.

Mit Hilfe der Division läſſt ſich auch die Multiplikazion **mit** 25 oder 125 ſehr vortheilhaft verrichten. Statt **mit** 25 **zu multiplizieren**, multipliziert man mit 100, und dividiert das **Produkt** durch 4; ſtatt **mit** 125 **zu multiplizieren**, wird **mit** 1000 multipliziert, und das Produkt durch 8 dividiert.

Beispiele.

1) $5986_{00} \times 25$
   149650

2) $3795_{000} \times 125$
   474375

3) 123456 . 25 = ?

4) 7902124 . 125 = ?

5) 3784232 × 125 + 13792057 × 25 = ?

6) 43782695 × 25 — 73458213375 : 125 = ?

V. Theilbarkeit der Zahlen.

§. 11.

Wenn eine Zahl, durch eine andere dividiert, keinen Reſt **zurückläſſt**, ſo heißt die erſte Zahl durch die zweite **theilbar**. **Z. B.** 18 iſt durch 3 theilbar, weil 3 in 18 genau 6mal **enthalten** iſt, und kein Reſt übrig bleibt; 18 iſt aber nicht theilbar **durch** 5, weil 5 in 18 nicht ohne Reſt enthalten iſt.

Ist eine Zahl durch eine andere theilbar, so heißt die erstere Zahl ein Vielfaches von der zweiten, und diese ein Theiler von jener. So ist 18 ein Vielfaches von 3, und 3 ein Theiler von 18.

Es gibt Zahlen, welche durch keine andere Zahl theilbar sind, als durch sich selbst und durch die Einheit; z. B. 1, 3, 13, 37. Solche Zahlen heißen einfache oder Primzahlen, zum Unterschiede von den zusammengesetzten Zahlen, welche außer durch 1 und durch sich selbst auch noch durch andere Zahlen theilbar sind. So ist 18 eine zusammengesetzte Zahl, weil sie außer durch 1 und 18 auch durch 2, 3, 6, 9 theilbar ist.

Jede zusammengesetzte Zahl kann in einfache Faktoren zerlegt, d. i. als ein Produkt von lauter Primzahlen dargestellt werden; z. B.

$120 = 2 \times 60 = 2 \times 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5.$

§. 12.

Es gibt Kennzeichen, nach denen ohne wirkliche Division beurtheilt werden kann, ob eine Zahl durch eine andere theilbar ist. Hier sollen nur die Kennzeichen der Theilbarkeit durch 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 100, 1000 entwickelt werden, weil diese für die Ausübung genügen.

1) Jede Zahl, welche am Ende 1, 2, 3, . . . Nullen hat, ist ein Vielfaches von 10, 100, 1000, . . ., und daher durch 10, 100, 1000, . . . theilbar.

2) Jede Zahl läßt sich in zwei Bestandtheile zerlegen, deren einer ein Vielfaches von 10, der andere die Ziffer der Einheiten enthält; z. B.

$57876 = 57870 + 6$; $21335 = 21330 + 5$.

Da jedes Vielfache von 10 durch 10, somit auch durch 2 und durch 5 theilbar ist, so hängt es nur von der Ziffer der Einheiten ab, ob die ganze Zahl durch 2 oder 5 theilbar ist.

Ist die Ziffer der Einheiten durch 2 theilbar, d. i. endiget die Zahl auf eine der Ziffern 0, 2, 4, 6, 8, so ist diese Zahl selbst durch 2 theilbar. Man nennt die Zahlen, welche Vielfache von 2 sind, gerade Zahlen, während die übrigen, als 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, . . . ungerade Zahlen heißen.

Ist die Ziffer der Einheiten durch 5 theilbar, d. i. stehet an der niedersten Stelle 0 oder 5; so ist die Zahl selbst durch 5 theilbar.

3) Jede Zahl läßt sich in zwei Bestandtheile zerlegen, deren einer ein Vielfaches von 100, der andere die zwei niedersten Ziffern enthält; z. B.

$$25848 = 25800 + 48; \quad 375375 \times 375300 + 75.$$

Das Vielfache von 100 ist durch 4 und durch 25 theilbar; es kommt daher nur auf die zwei niedersten Stellen an, ob die ganze Zahl selbst auch durch 4 oder 25 theilbar ist.

Eine Zahl ist demnach durch 4 theilbar, wenn die zwei niedersten Stellen durch 4 theilbar sind; und durch 25, wenn die zwei niedersten Stellen durch 25 theilbar sind.

4) Jede Zahl kann in zwei Bestandtheile zerlegt werden, deren einer lauter Vielfache von 2, der andere die Summe aller Ziffern der Zahl enthält; z. B.

$$\begin{aligned} 78144 &= 70000 + 8000 + 100 + 40 + 4 \\ &= 69993 + 7 + 7992 + 8 + 99 + 1 + 36 + 4 + 4 \\ &= 69993 + 7992 + 99 + 36 + 7 + 8 + 1 + 4 + 4 \\ &= 23331.3 + 2664.3 + 33.3 + 12.3 \\ &\quad + 7 + 8 + 1 + 4 + 4. \end{aligned}$$

Der erste Bestandtheil, welcher lauter Vielfache von 3 enthält, ist nun durch 3 theilbar; ist auch der zweite Bestandtheil, nämlich die Ziffernsumme, durch 3 theilbar, so ist es auch die ganze Zahl. So ist die eben zerlegte Zahl 78144 durch 3 theilbar, weil die Ziffernsumme $7 + 8 + 1 + 4 + 4 = 24$ durch 3 theilbar ist.

Auf ähnliche Weise läßt sich zeigen:

Eine Zahl ist durch 9 theilbar, wenn ihre Ziffersumme durch 9 theilbar ist.

Aufgaben.

1) Welche von den Zahlen 16, 41, 53, 3094, 7821, 13457, 28431, 33556, 132580 sind durch 2 theilbar, welche nicht?

2) Sind die Zahlen 318, 127, 5235, 13725, 321891, 283513, 4909231, 1378920 durch 3 theilbar, oder nicht?

3) Man gebe von den nachfolgenden Zahlen diejenigen an, welche durch 4 theilbar sind: 152, 372, 574, 1380, 2324, 198760, 293456, 135731, 832458.

4) Welche von den Zahlen 108, 327, 5436, 13578, 23456, 536463, 2937330 sind durch 9 theilbar?

5) Welche von den Zahlen 35, 750, 380, 574, 3100, 21348000 sind durch 5, 10, 100, 1000 theilbar?

6) Welche von den Zahlen 5148, 375, 1234, 8109, 2700, 617310, 34560, 102432 sind durch 2, welche durch 3, 4, 5, 9, 10, 100 theilbar?

7) Durch welche Zahlen ist 2520 theilbar?

8) Man gebe an, durch welche von den Zahlen 2, 3, 4, 5, 9, 10 die nachfolgenden Zahlen theilbar sind: 112, 5040, 18480, 23400, 50280, 38124, 354240.

§. 13.

Wenn eine Zahl durch zwei oder mehrere Zahlen theilbar ist, so heißt sie ein **gemeinschaftliches Vielfaches** derselben; z. B. 24 ist ein gemeinschaftliches Vielfaches von 2, 3, 4, 6, 8, 12.

Da das Produkt stets durch seine Faktoren theilbar sein muß, so ist jedes Produkt ein gemeinschaftliches Vielfaches seiner Faktoren.

Um die Rechnungen möglichst einfach durchzuführen, ist es oft von Wichtigkeit, zu gegebenen Zahlen das **kleinste gemeinschaftliche Vielfache**, d. i. die kleinste Zahl zu finden, welche durch alle jene Zahlen theilbar ist.

Wenn unter den Zahlen, deren Vielfaches gesucht wird, kein Paar vorkommt, welches einen gemeinschaftlichen Theiler hat, so ist ihr Produkt selbst zugleich ihr kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches; denn wie man eine Zahl oder auch nur einen Faktor weglassen würde, wäre das Produkt der übriggebliebenen Zahlen und deren Faktoren nicht mehr durch alle gegebenen Zahlen theilbar.

Wenn eine oder mehrere unter den gegebenen Zahlen in einer andern ohne Rest enthalten sind, so kann man dieselben weglassen, und das Vielfache der übrigen wird auch durch die weggelassenen theilbar sein.

Haben zwei oder mehrere Zahlen einen gemeinschaftlichen Theiler, so kann man bei der Aufsuchung des gemeinschaftlichen Vielfachen statt jener Zahlen den gemeinschaftlichen Theiler nur einmal und die Quozienten nehmen, welche jene Zahlen durch diesen Theiler dividiert geben. Z. B. die Zahlen 14 und 18 haben den gemeinschaftlichen Theiler 2, und geben dadurch dividiert 7 und 9; die Zahl nun, welche durch 2, 7 und 9 theilbar ist, wird gewiss auch durch $2 \times 7 = 14$ und durch $2 \times 9 = 18$ theilbar sein.

Auf diesen Grundsätzen beruhet das nachstehende Verfahren zur Auffindung des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen:

1) Man schreibe die gegebenen Zahlen in eine Reihe, und lasse diejenigen weg, welche in andern größern ohne Rest enthalten sind. Kommen unter den übriggebliebenen Zahlen zwei oder mehrere vor, die eine Primzahl zum gemeinschaftlichen Theiler haben, so hebe man diesen Theiler heraus, dividiere dadurch und setze die Zahlen, welche dadurch nicht theilbar sind, ungeändert herab, von den übrigen schreibe man nur die Quozienten hin.

2) Mit der auf diese Art erhaltenen Reihe verfahre man wieder auf dieselbe Weise, und setze dieses so lange fort, bis kein Paar der letzten Reihe mehr einen gemeinschaftlichen Theiler hat.

3) Werden nun die Zahlen der letzten Reihe und die als Theiler herausgehobenen Zahlen mit einander multiplizirt, so ist das Produkt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegenen Zahlen.

Beispiele.

1) Man suche das kleinste gemeinsame Vielfache zu den Zahlen 5, 8, 9, 11. Da von diesen Zahlen kein Paar einen gemeinschaftlichen Theiler hat, so ist ihr k. g. Vielfaches

$$5 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 = 3960.$$

2) Man suche das k. g. Vielfache zwischen 2, 3, 5, 8, 15, 60, 120. Hier sind alle Zahlen in 120 ohne Rest enthalten, daher ist 120 selbst das k. g. Vielfache.

3) Es soll das k. g. Vielfache zu den Zahlen 2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, 15, 28, 36 gefunden werden.

Man hat folgende Rechnung:

2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, 15, 28, 36

4,	5,	15,	14,	18	2
2,		15,	7,	9	2
2,		5,	7,	3	3

Das k. g. Vielfache der gegebenen Zahlen ist also

$$2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2520.$$

4) Es ist das k. g. Vielfache zwischen 3, 5, 6, 18, 20, 21, 25 zu finden.

3, 5, 6, 18, 20, 21, 25

9,	10,	21,	25	2
3,	10,	7,	25	3
3,	2,	7,	5	5

K. g. Vielfaches

$$3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 6300.$$

Man suche das k. g. Vielfache

5) von 3, 5,
6) von 2, 10
7) von 4, 10
8) von 2, 5, 7
9) von 3, 9, 18
10) von 3, 3, 14
11) von 3, 5, 8, 11
12) von 2, 3, 5, 20
13) zwischen 3, 5, 8, 14, 18, 21, 30
14) zwischen 2, 3, 5, 8, 11, 15, 21, 36
15) zwischen 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 18, 33, 35, 60.

Zweiter Abschnitt.

Das Rechnen mit benannten ganzen Zahlen.

I. Maße, Gewichte und Münzen.

§. 14.

Um die Rechnungen mit benannten Zahlen durchführen zu können, ist es vor allem nothwendig, die bei verschiedenen Größen zu Grunde gelegten Einheiten und deren Verwandler kennen zu lernen. In dieser Anleitung beschränken wir uns auf die in Österreich üblichen Maße, Gewichte und Münzen.

1. Zeiteinheiten.

Die Einheiten zur Zeitbestimmung sind Jahre, Monate, Wochen, Tage u. s. f.

Ein Jahr hat 12 Monate, 1 Monat wird in der Rechnung gewöhnlich zu 30 Tagen, somit das Jahr zu 360 Tagen angenommen. Nach dem Kalender hat der Februar 28 oder 29 Tage, Aprill, Juni, September, November haben 30, und die übrigen Monate haben 31 Tage, so daß auf ein gemeines Jahr 365, auf ein Schaltjahr 366 Tage kommen. Eine Woche hat 7 Tage, 1 Tag 24 Stunden, 1 Stunde 60 Minuten, 1 Minute 60 Sekunden.

2. Mengeneinheiten.

Ein Schock hat 60, ein Schilling 30, ein Mandel 15, ein Dutzend 12 Stück.

Ein Bund Federn sind 25 Stück.

Ein Ballen Papier hat 10 Rieß, 1 Rieß 20 Buch, 1 Buch 24 Schreibbogen oder 25 Druckbogen.

§. 15.

3. Maßeinheiten.

Die Maße unterscheidet man in Längen-, Flächen- und Körpermaße.

a. Längenmaße.

Um Längen zu messen, nimmt man irgend eine bekannte Länge als Einheit an. Bei Linien wird gewöhnlich ein Fuß oder Schuh, bei Tüchern, Zeugen, und andern Schnittwaaren die Elle als Längeneinheit angenommen.

Der Werkschuh ('), dessen man sich im gewöhnlichen Leben bedient, wird in 12 Zoll ("), und der Zoll in 12 Linien (''') eingetheilt; 6 Werkschuh nennt man eine Klafter (°). Beim Feldmessen wird häufig die Klafter in 10 Fuß, der Fuß in 10 Zoll, und der Zoll in 10 Linien eingetheilt.

4000 Wiener Klafter machen eine österreichische Postmeile.

Als Schnittwaarenmaß dient die Elle, welche in Halbe, Viertel, Achtel, oder in Drittel und Sechstel eingetheilt wird.

Für das lombardisch-venezianische Königreich ist der Metro das gesetzliche Längenmaß. 1 Metro hat 10 Palmi, 1 Palmo 10 Diti, und 1 Dito 10 Atomi.

b. Flächenmaße.

Zum Messen der Flächen, als Länder, Wiesen, Äcker u. dgl., bedient man sich des Quadratmaßes.

1 Quadratklafter (□°) hat 36 Quadratfuß (□'), 1 Quadratfuß 144 Quadratzoll (□"), und 1 Quadratzoll 144 Quadratlinien (□'''); 1 Quadratmeile enthält 16000000 □°.

Das Joch zu 3 Metzen Aussaat hat 1600 □°.

Das im lombardisch-venezianischen Königreiche gesetzliche Feldmaß ist die Tornatura und wird in 100 Tavole eingetheilt.

c. Körpermaße.

Zur Bestimmung des Inhaltes eines Körpers dient das Kubikmaß.

1 Kubikklafter = 216 Kubikfuß, 1 Kub.′ = 1728 Kubikzoll, 1 Kub.″ = 1728 Kubiklinien.

Zum Körpermaße gehört auch das sogenannte Hohlmaß, womit das Getraide und die Flüssigkeiten gemessen werden.

Beim Getraidemaße hat man folgende Eintheilung:

1 Muth hat 30 Metzen, 1 Metzen 2 Halbe, 4 Viertel oder 8 Achtel; 1 Achtel = 2 Müllermaßel oder 4 große Maßel, 1 großes Maßel hält 2 kleine Maßel zu 2 Becher.

Das Flüssigkeitsmaß hat nachstehende Verwandler:

1 Fuder Wein = 32 Eimer; 1 Fass Wein hat 10, und 1 Fass Bier 2 Eimer; 1 Eimer = 40 Maß zu 4 Seidel.

Im lombardisch-venezianischen Königreiche gilt als gesetzliches Hohlmaß sowohl für Getraide als für Flüssigkeiten die Soma, und zwar ist 1 Soma = 10 Mine, 1 Mina = 10 Pinte, 1 Pinta = 10 Coppi.

§. 16.

4. Gewichtseinheiten.

In Österreich sind sechserlei Gewichte üblich.

a. Das Handelsgewicht. Ein Zentner hat 100 Wiener Pfund (℔), 1 Pfund 32 Loth, 1 Loth 4 Quentchen.

b. Das Mark- und Münzgewicht, dessen man sich beim Münzwesen, beim Abwägen des Silbers und der daraus verfertigten Sachen bedient. Die Einheit desselben ist die Wiener Mark; sie hat 16 Loth, 1 Loth 4 Quentchen, 1 Quentchen 4 Pfennige oder Denar, 1 Pfennig 2 Heller, 1 Heller 128 Richtpfennige, so dass auf eine Mark 65536 Richtpfennige kommen. Ein Loth des Markgewichtes ist etwas schwerer als ein Loth Handelsgewicht.

In Deutschland bedient man sich meistens der kölnischen Mark, welche etwas leichter ist als die Wiener Mark; es gehen nämlich 6 köln. Mark auf 5 Wiener Mark.

c. Das Dukatengewicht zum Abwägen des Goldes und der daraus verfertigten Sachen. Der Dukaten (#) als Gewicht wird in 60 Dukatengran eingetheilt; 5 # wiegen ungefähr ein Loth Handelsgewicht.

d. Das Juwelengewicht. 1 Karat = 4 Juwelengran; 85 Juwelenkarat sind ungefähr 1 Loth Handelsgewicht schwer.

e. Das Apothekergewicht. 1 Pfund = 12 Unzen, 1 Unze = 8 Drachmen, 1 Drachme = 3 Skrupel, 1 Skrupel = 20 Apothekergran. Ein Apothekerpfund enthält genau 24, daher eine Unze genau 2 Loth des Handelsgewichtes.

f. Das simbolische Gewicht zur Prüfung des Goldes und des Silbers. Die Einheit ist die verjüngte Mark, welche einen Pfennig des Mark- und Silbergewichtes enthält. Für Gold wird die Mark in 24 Karat zu 12 Grän eingetheilt, und es heißt z. B. 23 karatig solches Gold, welches 23 Theile feines Gold und 1 Theil Zusatz enthält. Beim Silber theilt man die Mark in 16 Loth zu 18 Grän, und nennt z. B. 13löthig solches Silber, in welchem 13 Theile feines Silber, und 3 Theile Zusatz vorkommen.

Im lombardisch-venezianischen Königreiche dient als Handels-, Silber-, Gold- und Münzgewicht das metrische Pfund oder die Libbra metrica. 1 Libbra = 10 Once, 1 Oncia = 10 Grossi, 1 Grosso = 10 Denari, 1 Denaro = 10 Grani. Das metrische Pfund enthält 3 Mark 9 Loth und 48 Richtpfennige des österreichischen Markgewichtes.

§. 17.

5. Geld- und Münzeinheiten.

Es gibt wirklich geprägte und bloß eingebildete oder Rechnungsmünzen.

In Österreich rechnet man nach Gulden, Kreuzern und Pfennigen. 1 Gulden (fl.) hat 60 Kreuzer, ein Kreuzer 4 Pfennige (*H*). Auf eine kölnische Mark feines Silber gehen 20 Gulden; man nennt dieses Geld die Konvenzions-Münze.

Im lombardisch-venezianischen Königreiche rechnet man nach Lire und Centesimi. 1 Lira = 100 Centesimi. 3 Lire austriache machen 1 fl. Konvenzions-Münze.

Die geprägten Münzen sind aus Gold, Siber oder Kupfer.

a. Goldmünzen:

Ein	Souveraind'or gilt	13 fl.	20 Kr.
„	halber Souv. „	6 „	40 „
„	kaiserlich Duk. „	4 „	30 „
„	Doppeldukaten „	9 „	— „

b. Silbermünzen:

Ein	Kronthaler gilt .	2 fl.	12 Kr.
„	halb. Kronth. „	1 „	6 „
„	Speziesthaler „	2 „	— „

Dann gibt es Guldenstücke und zwar ganze und halbe, ferner Zwanziger, Zehner, Sechser, Fünfer und Groschen; endlich Lire austriache à 20 Kr., und zwar ganze, halbe und Viertel.

c. Kupfermünzen:

Zweikreuzerstücke, Kreuzer, halbe und Viertelkreuzer, Stücke zu 5, 3 und 1 Centesimi.

An Papiergeld hat man die noch in Umlauf befindlichen Einlösungsscheine, welche unter dem Namen der Wiener-Währung bekannt sind; 5 fl. W. W. = 2 fl. K. M. Außerdem kommen Banknoten zu 1, 2, 5, 10, 100, 500 und 1000 Gulden, und Münzscheine über 6 und 10 Kr. K. M. vor.

II. Die vier Rechnungsarten mit einnamigen Zahlen.

§. 18.

Für das Rechnen mit einnamigen Zahlen gilt dasselbe Verfahren, wie für das Rechnen mit unbenannten Zahlen.

1. Bei der **Addizion** müßen die Addenden gleichen Namen haben, welchen dann auch die Summe bekommt.

Beispiele.

1) Jemand hat folgende Beträge eingenommen:

im	Jänner	1345	fl.
„	Februar	810	„
„	März	98	„
„	Aprill	635	„
„	Mai	1082	„
„	Juni	217	„
wie viel im ganzen?		4187	fl.

2) In Triest wurden in fünf auf einanderfolgenden Jahren an raffiniertem Zucker eingeführt 153147, 120900, 86147, 77944, 105243 Ztr.; wie viel in allen 5 Jahren? — 543381 Ztr.

3) Schlesien erzeugte im Jahre 1849 38449 Ztr. Roheisen, 15951 Ztr. Gußeisen und 2106816 Ztr. Steinkohlen; wie viel Ztr. betrug in diesem Jahre die montanistische Produkzion Schlesiens? — 2161216 Ztr.

4) Während eines Jahres wurden in Triest um 58446888 fl. Waaren eingeführt, und um 40557315 fl. Waaren ausgeführt; wie groß ist die Gesammtsumme, welche dadurch in Verkehr gesetzt wurde?

5) Jemand hat fünf Kapitalien, welche ihm einzeln jährlich 124, 133, 86, 355, 218 fl. an Zins abwerfen, wie viel Interesse bezieht er von allen Kapitalien?

6) Ein Besitzer erzeugte in 10 auf einander folgenden Jahren 714, 635, 837, 512, 538, 693, 810, 855, 719, 688 Eimer Wein, wie viel während des ganzen Dezenniums?

7) Ein Kaufmann empfängt 6 Fässer mit Öhl; in dem ersten sind 540, in dem zweiten 515, in dem dritten 510, in dem vierten 520, in dem fünften 524, in dem sechsten 525 Pfund; wie viel ℔ zusammen?

8) Böhmen umfasst nach der neuen politischen Eintheilung 7 Kreise: den Prager Kreis mit 538955, den Budweiser mit 581963, den Pardubitzer mit 689021, den Gitschiner mit 879725, den Böhmisch-Leipaer mit 543301, den Egerer 564850, und den Pilsener Kreis mit 634676 Einwohnern. Wie groß ist die ganze Bevölkerung dieses Kronlandes?

9) Der wie vielte Tag eines gemeinen Jahres ist der 5. März, der 17. Mai, der 29. Juli, der 10. August, der 15. Oktober, der 30. November?

§. 19.

2. Bei der Subtrakzion müßen der Minuend und der Subtrahend einerlei Namen haben, welchen dann auch der Rest bekommt.

Beispiele.

1) Ein Kaufmann hatte an Kaffee einen Vorrath von 2175 ℔, davon verkaufte er 1405 ℔; wie viel Kaffee bleibt ihm noch übrig?

2175	℔
1405	„
770	℔.

2) Jemand nimmt in einem Jahre 1800 fl. ein, und gibt 1348 fl aus; wie viel erspart er? — 452 fl.

3) Auf eine Schuld von 5345 fl. wird eine Abschlagszahlung von 1324 fl. geleistet; wie groß ist noch der Schuldrest? — 4021 fl.

4) An einem Gebäude findet man die Aufschrift 1639; wie alt ist dieses Gebäude?

5) Zwei Fässer Kaffee wiegen 1280 ℔; die Fässer für sich wiegen 44 ℔; wie viel ℔ Kaffee enthalten die beiden Fässer?

6) Wien zählte im Jahre 1840 356915 Einwohner, im Jahre 1849 385961; um wie viel hat die Bevölkerung Wiens in dieser Zeit zugenommen?

7) Ein Haus, auf welchem 3580 fl., 2300 fl., 1860 fl., und 1525 fl. Schulden lasten, wird um 10000 fl. verkauft; wie viel bleibt dem Eigenthümer nach der Tilgung aller Schulden übrig?

8) Die Erfindung des Papiers fällt in das Jahr 1240, jene des Schießpulvers in das Jahr 1356, jene des Fernrohrs in das Jahr 1608, und die Erfindung der Dampfmaschinen in das Jahr 1699; wie lange ist es seit jeder dieser Erfindungen?

9) Jemand nimmt in einem Monate folgende Summen ein: 388 fl., 295 fl., 57 fl., 167 fl., 315 fl.; dagegen gibt er aus: 237 fl., 410 fl., 117 fl.; wie groß ist der Überschuss der Einnahme über die Ausgabe?

10) Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne ist 20657700 Meilen, der Venus von der Sonne 14942334, und des Merkur 7996596 Meilen; um wie viel Meilen sind die Planeten Venus und Merkur der Sonne näher, als unsere Erde?

11) Österreich erzeugte

	im Jahre 1836		im Jahre 1846	
Gold	5884	Mark	7128	Mark
Silber	95643	"	109088	"
Quecksilber	3052	Ztr.	3371	Ztr.
Kupfer	1138	"	871	"
Blei	110924	"	92387	"
Roheisen	1929365	"	2455800	"

Um wie viel Mark oder Zentner von jedem der genannten Metalle wurde im Jahre 1846 mehr oder weniger erzeugt als im Jahre 1836?

12) In Triest wurde in 5 Jahren an Kaffee eingeführt: 180089 Ztr., 241579 Ztr., 212403 Ztr., 210402 Ztr., 233537 Ztr.; dagegen ausgeführt: 199141 Ztr., 234595 Ztr., 234535 Ztr., 209244 Ztr., 217076 Ztr. Um wie viel beträgt die ganze Ausfuhr mehr als die ganze Einfuhr?

13) Welches Datum schreibt man am 35sten, 87sten, 104ten, 233sten, 281sten, 307ten, 360sten Tage eines Schaltjahres?

§. 20.

3. Bei der Multiplikazion kann bloß der Multiplikand eine benannte Zahl sein, der Multiplikator aber muß während der Rechnung als unbenannt betrachtet werden, und das Produkt bekommt den Namen des Multiplikands.

Beispiele.

1) Ein Metzen Weizen kostet 215 Groschen; was kosten 8 Metzen? — Wenn 1 Metzen 215 Gr. kostet, so werden 2 Metzen 2mal 215 Gr., 3 Metzen 3mal 215 Gr., 8 Metzen 8mal 215 Gr. kosten; man hat also

215 Gr. × 8 = 1720 Groschen.

2) Was muß man für 31 Ztr. Kupfer bezahlen, wenn 1 Ztr. zu 45 fl. angerechnet wird? — 1395 fl.

3) In Österreich werden jährlich im Durchschnitte 10385 Mark Silber gewonnen; wie viel beträgt dieses, wenn man eine Mark zu 24 fl. rechnet? — 249240 fl.

4) Jemand hat monatlich 125 fl. Gehalt; wie hoch ist der Jahresgehalt? — 1500 fl.

5) Wie viel Weizen erzeugt eine Bodenfläche von 7328 Joch, wenn der Ertrag eines Joches zu 14 Metzen angenommen wird?

6) Großbritannien und Irland hat eine Bevölkerung von 25127000 Seelen; wie groß ist der Zuckerverbrauch zu 22 Pfund pr. Kopf?

7) In Wien, welches 385961 Einwohner zählt, rechnet man die jährliche Auslage für Wohnung zu 31 fl. pr. Kopf; wie groß ist das gesammte Zinserträgnis?

8) Der Umfang eines Wagenrades ist 9 Fuß; wie viel Fuß legt das Rad nach 2345 Umdrehungen zurück?

9) Das Kronland Böhmen umfasst 903 □ Meilen, und es kommen auf 1 □ Meile 4909 Einwohner; wie groß ist die Bevölkerung von Böhmen?

10) Wie groß ist das Gewicht von 4 Kubikfuß Kanonengut, wenn 1 Kubikfuß Wasser 56 ℔ wiegt, und wenn das Kanonengut 9mal so schwer ist als das Wasser?

11) Wie viele Ellen geben 15 ℔ Leinengarn, wenn auf 1 ℔ 11 Strähne gehen, und wenn 1 Strähn 3000 Ellen enthält?

12) Welchen Wert hat das 12jährige Erzeugnis des Quecksilbers in Österreich, wenn im Durchschnitte jährlich 3320 Ztr. gewonnen werden, und man den Zentner zu 234 fl. rechnet?

Bei Flächen- und Körperberechnungen werden während der Multiplikazion beide Faktoren als unbenannt betrachtet, der Name des Produktes ist das zu dem gegebenen Längenmaße entsprechende Flächen- oder Körpermaß.

13) Ein Garten, welcher die Form eines Rechteckes hat, ist 20^0 lang und 12^0 breit; wie groß ist seine Fläche?

14) Ein Hof ist 12^0 lang und 7^0 breit; wie viel beträgt seine Fläche?

15) Was kostet ein Baugrund von 17^0 Länge und 8^0 Breite, wenn die Quadratklafter mit 22 fl. bezahlt wird?

16) Eine Mauer hat 47′ Länge, 26′ Höhe und 2′ Dicke; wie viel Kubikfuß enthält sie?

17) Ein Zimmer ist 29′ lang, 17′ breit und 11′ hoch; wie groß ist der Raum dieses Zimmers?

18) Ein zilinderförmiger Kessel ist 6′ tief, seine Grundfläche beträgt 5 □′, wie viel hält der Kessel?

19) Was kostet ein behauener Baumstamm von 32′ Länge 3′ Breite und 2′ Dicke, wenn der Kubikfuß auf 8 Kr. zu stehen kommt?

20) Was wiegt eine vierkantige Eisenstange, welche 83″ lang, 4″ breit und 1″ dick ist, wenn der Kubikzoll Eisen 9 Loth wiegt?

§. 21.

4. Bei der Division, wenn sie als Theilung angewendet wird, kann bloß der Dividend benannt sein, der Di-

visor aber muß in der Rechnung als unbenannt betrachtet werden, und der Quozient erhält den Namen des Dividends. Wird die Division als **Vergleichung** angewendet, so sind Dividend und Divisor benannt, und zwar müßen sie gleichnamig sein; der Quozient erscheint durch die Rechnung selbst als unbenannt, kann aber dann auch einen Namen erhalten, welcher von den Umständen der Aufgabe abhängt.

Beispiele.

1) Eine Summe von 4560 fl. ist unter 19 Personen zu gleichen Theilen zu vertheilen; wie viel bekommt jede Person? — Offenbar den 19ten Theil von 4560 fl., somit

4560 fl. : 19 = 240 fl.
 76
  ⸗0

2) Für ein Unternehmen müßen 1204 fl. ausgelegt werden; wie viel Personen müßen daran Theil nehmen, damit auf eine Person die Auslage von 14 fl. komme? So viele Personen, als wie oft 14 fl. in 1204 fl., oder 14 in 1204 enthalten ist, also

1204 : 14 = 86 Personen.
  84
  ⸗⸗

3) Fünf Kinder theilen sich um die väterliche Erbschaft von 2560 fl.; wie viel bekommt jedes Kind? — 512 fl.

4) Ein Beamter hat einen Jahresgehalt von 1800 fl.; wie viel bezieht er monatlich? — 150 fl.

5) Eine Handlungsgesellschaft gewinnt 5184 fl.; wenn nun davon auf jeden Theilnehmer 324 fl. entfallen, wie viele Personen waren in der Gesellschaft? — 16 Personen.

6) Das Kronland Niederösterreich hat 80130 Joch Weingärten, und erzeugt im Durchschnitte jährlich 1810260 Eimer Wein; wie viel Eimer entfallen auf ein Joch?

7) Ein Joch Ackerland liefert in Böhmen 11 Metzen Getraide; wie groß ist die Ackerfläche Böhmens, wenn man das jährliche Erträgnis an Getraide mit 40548000 Metzen ansetzt?

8) Der österreichische Kaiserstaat hat 36493560 Einwohner, von denen im Durchschnitte 3015 auf eine geogr. □ Meile kommen; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Staates?

9) Unter allen österreichischen Kronländern hat das lombardisch-venezianische Königreich die dichteste Bevölkerung, es leben 4803000 auf 826 □ Meilen; am schwächsten bevölkert ist Tirol, welches 523 □ Meilen mit 862776 Einwohnern umfasst. Wie viele Einwohner kommen auf eine □ Meile in dem erstern, wie viele in dem letztern Kronlande?

10) Der Umfang eines Lokomotivrades ist 5 Fuß; wie viele Umdrehungen muß dasselbe machen, um eine Meile = 24000 Fuß zurückzulegen?

11) Bekanntlich bemerkt man den Blitz eines entfernten Geschützes weit früher als dessen Knall; dieß rührt daher, weil die Geschwindigkeit des Lichtes überaus groß ist, und man annehmen kann, dass es eine nicht zu beträchtliche Entfernung in einem Augenblicke durchläuft, während sich der Schall bei weitem langsamer bewegt. Wenn nun von dem Augenblicke des Losfeuerns einer 18900 Fuß entfernten Kanone bis zu dem Gelangen des Knalles in unser Ohr 18 Sekunden vergehen; wie viel Fuß legt der Schall in einer Sekunde zurück?

12) 38 Ztr. Quecksilber kosten 9120 fl.; was kosten 73 Ztr.? — (Hier bestimme man zuerst, was 1 Ztr. kostet, und daraus, wie viel 73 Ztr. betragen).

13) 75 ℔ Reiß werden mit 15 fl. bezahlt, wie viel Reiß bekommt man um 9 fl.

14) 24 Arbeiter bringen eine Arbeit in 20 Tagen zu Stande; wie viel Tage werden zu derselben Arbeit 10 Arbeiter brauchen? — (Man suche zuerst, wie viel Tage 1 Arbeiter, und daraus, wie lange 10 Arbeiter zu thun hätten).

15) Jemand kauft 8 Eimer Wein zu 15 fl., 10 Eimer zu 18 fl., und 15 Eimer zu 24 fl.; wie hoch kommt im Durchschnitte 1 Eimer zu stehen?

16) Ein Zimmerboden von der Form eines Rechteckes hat 357 □' Fläche; die Länge beträgt 21', wie groß ist die Breite?

17) Ein vierkantiges durchaus gleich weites Gefäß enthält 25 Kubikfuß; wenn nun die Höhe 2' beträgt, wie groß ist die Bodenfläche?

18) Eine Halle, welche 312" lang und 264" breit ist, soll mit Platten von 9" Länge und 8" Breite belegt werden; wie viele solcher Platten sind erforderlich?

III. Das Rechnen mit mehrnamigen Zahlen.

§. 22.

Die Regeln, welche beim Rechnen mit mehrnamigen Zahlen zu beobachten sind, beruhen auf denselben Gründen, wie jene beim Rechnen mit unbenannten und zwar mehrziffrigen Zahlen; sie lassen sich daher auch leicht aus diesen ableiten, wenn man das, was bei mehrziffrigen Zahlen in Hinsicht der Einheiten, Zehner, Hunderte, . . . zu beobachten ist, bei den mehrnamigen Zahlen auf die verschiedenen Benennungen, von der niedrigsten angefangen, als: Pfennige, Kreuzer, Gulden; Loth, Pfunde, Zentner, u. s. w. bezieht.

Vor allem ist nothwendig zu wissen, wie die Einheiten irgend einer Benennung unter eine andere Benennung derselben Art gebracht werden können.

§. 23.

1. Das Resolvieren.

Die Einheiten einer höhern Benennung in Einheiten einer niedrigern Benennung verwandeln, heißt jene resolvieren oder auflösen.

Wenn 1 Gulden 60 Kreuzer hat, so haben
2 Gulden . . $2 \times 60 = 120$ Kreuzer
3 " . . $3 \times 60 = 180$ "
4 " . . $4 \times 60 = 240$ "
u. s. w.

Um also die Einheiten einer höhern Benennung in eine niedrigere zu resolvieren, wird die Zahl der höhern Benennung mit dem betreffenden Verwandler multiplizirt.

Beispiele.

1) Wie viel Loth geben 14 Pfund?
$14 \times 32 = 448$ Loth.
2) Wie viel Minuten haben 17 Stunden? — 1020 Minuten.
3) Wie viel Stück haben 42 Dutzend? — 504 Stück.
4) Wie viel Zoll haben 127 Fuß? — 1524 Zoll.
5) Wie viel Zoll enthalten 19′, 23′, 57′, 312′?
6) Wie viel Fuß machen 7°, 13°, 54°, 359°?
7) Wie viel Quadratfuß sind 37 □°, 113 □°, 248 □°?
8) Wie viel □° betragen 8, 19, 251 Joch?
9) Wie viel □″ machen 715 □′, 328 □′, 950 □′, 1728 □′?
10) Wie viel Kubikzoll haben 35, 58, 108, 571 Kubikfuß?
11) Wie viel Metzen sind 7, 31, 50, 139 Muth?
12) Wie viel Maß enthalten 13, 28, 39, 99, 111 Eimer?
13) Wie viel Pfund sind 3, 13, 25, 49, 177 Zentner?
14) Wie viel Loth sind 5, 49, 87, 144 ℔?
15) Wie viel Kreuzer machen 8, 17, 83, 243, 1202 fl.?
16) Wie viel Pfennige sind 3, 11, 57, 180 Kreuzer?
17) Wie viel Pfennige machen 23 Gulden?
$23 \times 60 = 1380$ Kr.
$1380 \times 4 = 5520$ ₰.
18) Wie viel Sekunden sind 12, 27, 58 Tage?
19) Wie viel Linien sind 8, 23, 7, 1335 Fuß?
20) Wie viel □″ sind 5, 41, 71, 315 □°?
21) Wie viel Kubikzoll betragen 9, 17, 57, 119 Kub. Klafter?
22) Wie viel Loth sind 15, 63, 138, 710 Zentner?

23) Wie viel Quentchen sind 13, 83, 518, 1019 ℔?

24) Wie viel Stunden machen 17 Tage 19 Stunden?

$$17 \times 24 = 408 \text{ Stunden}$$
$$\underline{19} \;\; \text{„}$$
$$427 \text{ Stunden.}$$

25) Wie viel Tage sind 35 Jahre 7 Monate 15 Tage?

35 × 12	kürzer	35 Jahre
70		70
420 Mon.		427 Mon.
7 „		12825 Tage.
427 × 30		
12810 Tage		
15 „		
12825 Tage.		

26) 8° 6′ 9″ = ? Zoll.

27) 13° 4′ 3″ 8‴ = ? Linien.

28) 27 □° 33 □′ 35 □″ = ? □″

29) 7 Kub.° 63 Kub.′ = ? Kub.′

30) 7 Ztr. 59 ℔ 3 Lth. = ? Lth.

31) 4 Mark 8 Lth. 3 Qtch. = ? Qtch.

32) 48 fl. 23 Kr. = ? Kr.

33) 7 fl. 55 Kr. 2 ₰ = ? Pfenn.

§. 24.

2. Das Reduzieren.

Die Einheiten einer niedrigern Benennung in Einheiten einer höhern Benennung verwandeln, heißt jene reduzieren.

Um z. B. 448 Loth auf Pfund zu reduzieren, wird man so schließen: auf 1 ℔ gehen 32 Lth., es werden also in 448 Lth. so viel ℔ enthalten sein, als wie oft 32 Loth darin vorkommen; man muß daher 448 durch 32 dividieren.

Um also Einheiten einer niedrigern Benennung auf eine höhere Benennung zu reduzieren, werden dieselben durch den entsprechenden Verwandler dividiert; der Quozient bedeutet Einheiten der nächst höhern, der etwa übriggebliebene Rest aber Einheiten der gegebenen niedrigern Benennung.

Beispiele.

1) Wie viele Kreuzer sind in 2324 Pfennigen enthalten?
2324 : 4 = 581 Kreuzer.

2) Wie viele Gulden machen 581 Kreuzer?
58,1 : 6,0 = 9 fl. 41 Kr.
41 Kr.

3) Wie viel Tage, Stunden und Minuten sind 5853 Min.?
585,3 : 6,0 = 97 St. 97 : 24 = 4 Tag.
33 Min. 1 St.
Antwort: 4 Tage 1 Stunde 33 Minuten.

4) 16265 Bogen Druckpapier, wie viel sind es Ballen, Rieß, Buch und Bogen? — 3 Ballen 2 Rieß 10 Buch 15 Bogen.

5) Wie viel ℔, Loth und Qtch. geben 5231 Qtch.? — 40 ℔ 27 Lth. 3 Qtch.

Man reduziere folgende Zahlen auf Ganze der höhern Benennungen:

6) 3748 Sekunden.
7) 337947 Sekunden.
8) 79350 Schreibbogen.
9) 10874 Druckbogen.
10) 24853 Zoll.
11) 314586 Linien.
12) 57843 □ Zoll.
13) 1900538 Kubiklinien.
14) 78043 Quentchen.
15) 6310845 Richtpfennige.
16) 34287 Kreuzer.
17) 907143 Pfennige.

18) Wenn jemand in jeder Sekunde 1 zählen würde; wie viel Zeit würde er brauchen, um eine Million, und wie viel, um eine Billion zu zählen (das Jahr zu 365 Tagen gerechnet)?

19) Wenn jemand täglich 5 Kreuzer erspart; wie groß ist das Ersparnis in einem gemeinen Jahre?

20) In Österreich verbraucht man im Durchschnitte jährlich 12 ℔ Salz pr. Kopf, in Preußen 14 ℔, in Frankreich 15 ℔, in England 18 ℔; wie groß ist der Salzverbrauch in jedem dieser Staaten, wenn man die Bevölkerung von Österreich auf 36,

jene von Preußen auf 15, von Frankreich auf 34, von England auf 24 Millionen ansetzt?

§. 25.

3. Das Addieren mehrnamiger Zahlen.

Beim Addieren mehrnamiger Zahlen beginnt man bei der niedrigsten Benennung, und reduziert die Summe, wenn sie Ganze der nächst höhern Benennung enthält, auf diese höhere Benennung.

Beispiele.

1)

28 Ztr.	14 ℔	25 Lth.	2 Qtch.	8 Qtch. = 2 Lth.
124 „	85 „	17 „	3 „	71 Lth. = 2 ℔ 7 Lth.
97 „	— „	24 „	— „	151 ℔ = 1 Ztr. 51 ℔.
8 „	50 „	3 „	3 „	
258 „	51 „	7 „	— „	

2) Ein Landgut gab

im Jahre 1845 einen reinen Ertrag von	fl.	1875 „ 54
„ „ 1846 „ „ „ „	„	2380 „ 50
„ „ 1847 „ „ „ „	„	2005 „ 45
„ „ 1848 „ „ „ „	„	1409 „ 48
„ „ 1849 „ „ „ „	„	1782 „ 32
wie viel in allen 5 Jahren?	fl.	9454 „ 49.

Hier werden zuerst die Kreuzer addiert und ihre Summe dadurch auf Gulden reduziert, dass man die Einheiten ungeändert hinschreibt, und nur die Zehner durch die Division mit 6 in Gulden verwandelt. Beim Addieren der Einheiten in den Kreuzern erhält man 19; die 9 Einheiten werden als Kreuzer angeschrieben, 1 Zehner wird zu den Zehnern weiter gezählt; als Zehnersumme kommt dann 22 heraus, 22 Zehner geben (da auf einen Gulden 6 Zehner gehen) 3 Gulden und 4 Zehner; die 4 Zehner werden unter die Zehner gesetzt, die 3 Gulden aber zu den Gulden weiter gezählt.

3) Jemand hat 4 Kapitalien, welche einzeln 124 fl. 45 kr., 48 fl. 12 kr., 213 fl. 58 kr., 308 fl. 20 kr. jährlichen Zins

tragen; wie groß ist das ganze jährliche Zinserträgnis? — fl. 695 „ 15.

4) Ein Sechseck enthält vier Dreiecke; das erste hat 48$\square^{0}$ 25$\square'$, das zweite 71$\square^{0}$ 12$\square'$, das dritte 92$\square^{0}$ 15$\square'$, das vierte 65$\square^{0}$ 19$\square'$; wie groß ist die ganze Fläche des Sechsecks? — 277$\square^{0}$ 34$\square'$.

5) Die Seiten eines Viereckes sind: $3^{0}\ 4'\ 2''$, $5^{0}\ 2'\ 8''$, $2^{0}\ 5'\ 1''$, $4^{0}\ 1'\ 9''$; wie groß ist der Umfang?

6) Ein Haus hat bis zur ersten Balkenlage $1^{0}\ 5'\ 4''$, von hier bis zur zweiten $1^{0}\ 4'\ 2''$, von da bis zur dritten $1^{0}\ 2'\ 5''$, und endlich von hier bis zum Gipfel $1^{0}\ 5'\ 8''$ Höhe; wie viel beträgt die ganze Höhe?

7) In einer Buchdruckerei werden an Druckpapier verbraucht: 2 Ballen 3 Rieß 5 Buch 18 Bogen, 3 Ballen 8 Rieß 13 Buch 14 Bogen, 7 Ballen 9 Rieß 17 Buch 8 Bogen; wie viel zusammen?

8) Jemand erhält 5 Fässer Zucker, welche einzeln 2 Ztr. 38 ℔ 16 Lth., 1 Ztr. 90 ℔ 20 Lth., 2 Ztr. 12 ℔ 28 Lth. 2 Ztr. 18 ℔ 4 Lth., 2 Ztr. 20 ℔ wiegen; wie groß ist das ganze Gewicht?

9) Ein Silberarbeiter verarbeitet an Silber 8 Mark 7 Lth. 3 Qtch., 5 Mark 12 Lth. 2 Qtch. 3 Pfenn., 7 Mark 9 Lth. 3 Qtch. 2 Pfenn., wie viel im ganzen?

10) Eine Glocke enthält an Messing 12 Ztr. 47 ℔ 9 Lth., an Kupfer 18 Ztr. 53 ℔ 17 Lth., an Zinn 1 Ztr. 77 ℔ 29 Loth; wie schwer ist die Glocke?

11) Jemand verkauft nach und nach an Wein: 12 Eimer 28 Maß, 15 Eimer 14 Maß, 8 Eimer 37 Maß, 26 Eimer 34 Maß; wie viel macht dieses zusammen?

12) Jemand wurde den 3. August 1804 geboren, und ist 38 Jahre 7 Mon. und 25 Tage alt geworden; wann starb er?

1803	Jahr	7	Mon.	2	Tage
38	„	7	„	25	„
1842	„	2	„	27	„

Er starb am 28. März 1843.

13) Ein Haus, welches den 31. Juli 1767 erbaut wurde, brannte 82 Jahre 6 Monate 29 Tage nach dessen Erbauung ab; wann geschah der Brand? — Am 1. März 1850.

14) Wenn am 13. September um 7 Uhr 24 Minuten Morgens Vollmond ist, und die Zeit von einem Vollmonde bis zum andern 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten beträgt; wann wird der nächste Vollmond eintreten?

§. 26.

4. Das Subtrahieren mehrnamiger Zahlen.

Auch das Subtrahieren der mehrnamigen Zahlen beginnt bei der niedrigsten Benennung. Wenn bei einer Benennung die Zahl des Subtrahends größer ist, als jene des Minuends, so wird die letztere um so viel Einheiten vermehrt, als ihrer eine nächsthöhere Einheit erhält, und dann die Subtrakzion verrichtet; sodann wird aber, damit der Rest ungeändert bleibe, auch der Subtrahend in der nächst höhern Benennung um 1 vermehrt.

Beispiele.

1) Von 35 Ztr. 67 ℔ 28 Lth. werden verkauft
28 „ 38 „ 12 „ ; wie viel bleibt übrig?
7 „ 29 „ 16 „

2) Jemand war schuldig fl. 2148 „ 45;
darauf zahlt er „ 842 „ 52;
wie viel bleibt er schuldig? fl. 1305 „ 53.

Hier vermehrt man die Kreuzer des Minuends um 60, wodurch man 105 Kr. bekommt, und zieht 52 Kr. ab; weil aber der Minuend um 1 fl. vermehrt wurde, so muß man auch zu den Gulden des Subtrahends 1 addieren. — Kürzer: man subtrahiert die Einheiten in den Kreuzern, vermehrt die 4 Zehner des Minuends um 1 fl. d. i. um 6 Zehner, und zieht von den 10 Zehnern die 5 Zehner des Subtrahends ab. — Noch kürzer: man subtrahiert die 52 Kr. von 1 fl., und addiert zu dem Reste, nämlich zu 8 Kr., die 45 Kr. des Minuends.

3) Eine Druckerei
braucht an Papier 12 Ballen,
hat aber nur noch 5 „ 4 Rieß 13 Buch;
wie viel fehlt noch? 6 Ballen 5 Rieß 7 Buch.

Hier spricht man: 13 Buch und 7 geben 20 Buch, d. i. 1 Rieß; 1 und 4 sind 5 Rieß, und 5 sind 10 Rieß, d. i. 1 Ballen; 1 und 5 sind 6 Ballen, und 6 sind 12 Ballen.

4) Von einem Acker, welcher 2 Joch 547□° groß ist, wird eine Fläche von 1 Joch 215□° mit Weizen, der Rest mit Korn besäet; wie viel beträgt die Kornfläche? — 1 Joch 332□°.

5) Ein Sonnenjahr beträgt 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48 Sekunden, ein Mondjahr (12 Umlaufszeiten des Mondes um die Erde) nur 354 Tage 8 Stunden 48 Minuten 36 Sekunden; um wie viel ist das Sonnenjahr länger als das Mondjahr? — Um 10 Tage 21 Stunden 12 Sekunden.

6) Ein Haus wird um 8000 fl. gekauft; der Eigenthümer muß es später um 6388 fl. 35 Kr. verkaufen; wie viel Verlust hat er dabei? — 1611 fl. 25 Kr.

7) Von 20 Ballen 7 Rieß Schreibpapier sind nach und nach verkauft worden: 3 Ballen 6 Rieß 12 Buch, 4 Ballen 8 Rieß 16 Buch, 6 Ballen 9 Rieß 15 Buch; wie viel Papier bleibt noch vorräthig? — 5 Ballen 1 Rieß 17 Buch.

8) Ein Beamter war zur Zeit seiner Anstellung 23 Jahre 3 Monate 14 Tage alt; nun ist er 47 Jahre 1 Monat 8 Tage alt; wie lange dient er schon?

9) Eine Kugel, deren Durchmesser 2′ ist, hat eine Fläche von 12□′ 81□″ 80□‴; wie viel geht ihrer Oberfläche bis zu 1□° ab?

10) Auf einer Besitzung lastet eine Schuld von 6200 fl., davon werden 885 fl. 40 Kr., 2740 fl., 766 fl. 37 Kr. abgetragen; wie viel beträgt noch die rückständige Schuld?

11) Jemand nimmt 728 fl. 24 Kr., 1025 fl. 17 Kr., 910 fl. 50 Kr. ein, und gibt 2214 fl. 58 Kr. aus; wie viel bleibt ihm übrig?

12) Ein Kaufmann hatte 13 Ztr. 48 ℔ Reiß vorräthig; wie viel bleibt noch übrig, wenn er 2 Ztr. 59 ℔, 3 Ztr. 27 ℔, 5 Ztr. 88 ℔ verkauft hat?

13) Es soll der Höhenunterschied zwischen zwei Punkten A und D dadurch gefunden werden, daſs man die Höhe zweier Zwischenpunkte B und C gegen A und D untersucht. Wenn nun A um $4^{0}\ 5'\ 9''$ höher liegt als B, B um $2^{0}\ 3'\ 8''$ höher als C, und C um $1^{0}\ 2'\ 3''$ tiefer als D; um wie viel liegt A höher als D?

14) Eine Eisenbahn steigt von der Stazion A zur Stazion B um $3^{0}\ 1'\ 5''$, von B bis C um $1^{0}\ 4'\ 11''$, von C bis D fällt sie um $5^{0}\ 5'\ 7''$, von D bis E steigt sie wieder um $1^{0}\ 1'\ 5''$. Um wie viel liegt E höher oder tiefer als A?

15) Jemand wurde am 5. November 1809 geboren; wie alt war er am 27. Mai 1850?

1849	Jahre	4	Monate	26	Tage
1808	"	10	"	4	"
40	Jahre	6	Monate	22	Tage.

16) Der berühmte Tonkünstler Mozart wurde in Salzburg am 27. Jänner 1756 geboren, und starb den 5. Dezember 1791; wie alt ist er geworden?

§. 27.

5. Das Multiplizieren mehrnamiger Zahlen.

Wenn eine mehrnamige Zahl mit einer unbenannten multipliziert werden soll, multipliziert man entweder die Einheiten einer jeden Benennung, von der niedrigsten angefangen, und reduziert die niedrigeren Produkte; oder man resolviert die mehrnamige Zahl in die niedrigste Benennung, und verrichtet dann die Multiplikazion.

Bei geometrischen Berechnungen, wo beide Faktoren mehrnamige Zahlen sind, resolviert man sie in dieselbe Benennung. und multiplizirt sie dann als unbenannte Zahlen.

Beispiele.

1) 12 Ztr. 48 ℔ 17 Lth. × 8
99 Ztr. 88 ℔ 8 Lth.

17 × 8
136 : 32 = 4 ℔
8 Lth.

48 × 8 + 4
388 : 100 = 3 Ztr.
88 ℔

oder:

12 Ztr. 48 ℔ 17 Lth.
1248 ℔
—— × 8
9984
—— × 4
39953 Lth.
—— × 8
319624 Lth. : 32 = 9988 ℔
316
282
264
8 Lth.

9988 : 100 = 99 Ztr.
88 ℔

also

12 Ztr. 48 ℔ 17 Lth. × 8 = 99 Ztr. 88 ℔ 8 Lth.

2) 248 fl. 42 Kr. × 6
1492 fl. 12 Kr.

Hier multiplizirt man zuerst die Kreuzer: 6mal 2 sind 12 Kr.; die 2 Kr. werden angeschrieben, 1 Zehner wird weiter gezählt; 6mal 4 sind 24, und 1 sind 25 Zehner; diese geben 4 fl. und 1 Zehner, u. s. w.

3) $5^0\ 3'\ 7'' \times 15$
$83^0\ 5'\ 9''$

oder $5^0\ 3'\ 7'' = 403''$
$403'' \times 15 = 6045''$
$6045'' = 83^0\ 5'\ 9''$.

4) Ein Zimmer ist $3^0\ 5'\ 6''$ lang, und $2^0\ 3'\ 4''$ breit, wie groß ist die Bodenfläche desselben?

$3^0\ 5'\ 6'' = 282''$
$2^0\ 3'\ 4'' = 184''$

282×184
2256
1128
$51888 \square''$

$51888 : 144 = 360 \square'$
868
$48 \square''$

$360 : 36 = 10 \square^0$

Bodenfläche : $10 \square^0\ 48 \square''$.

5) Wenn 1 Ztr. 27 fl. 46 Kr. kostet, wie hoch kommen 10 Ztr.? — Auf 277 fl. 40 Kr.

6) Wie hoch belaufen sich 98 ℔ Seide zu 9 fl. 18 Kr.? — Auf 911 fl. 24 Kr.

7) Wie viel sind 53 Triester Ornen, wenn 1 Orne nach dem Wiener Maße 1 Eimer 6 Maß 2 Seidel enthält? — 61 Eimer 24 Maß 2 Seidel.

8) Wenn 1 Maß Wasser 2 ℔ 5 Lth. 2 Qtch. wiegt, wie groß ist das Gewicht von einem Eimer Wasser? — 86 ℔ 28 Loth.

9) Wenn 1 Ztr. 47 fl. 37 Kr. kostet, was betragen 28 Ztr., 57 Ztr., 102 Ztr., 337 Ztr.?

10) Ein Metzen Weizen kostet 3 fl. 24 Kr.; wie hoch kommen 7, 28, 55, 99, 125 Metzen?

11) Jemand gibt täglich 2 fl. 53 Kr. aus; wie viel monatlich?

12) Ein Beamter bezieht monatlich 66 fl. 40 Kr. Gehalt; wie viel jährlich?

13) Jemand erspart monatlich im Durchschnitte 23 fl. 17 Kr. 3 ℋ; wie viel macht dieses in 5 Jahren?

14) Das Mailänder metrische Pfund hat 1 ℔ 25 Loth 1 Qtch. Wiener Gewicht; wie viel sind 35, 89, 133, 2038 metrische Pfund?

15) Ein Presburger Eimer hat 37 Maß 2 Seidel Wiener Maß, wie viel sind 30, 47, 65, 78 Presburger Eimer?

16) Wenn 1 Dukaten 5 fl. 24 Kr. 3 ℋ gilt; was betragen 33 #, 57 #, 98 #, 183 #?

17) Ein Hauseigenthümer läßt 6 große und 11 kleine Zimmer ausmahlen; für ein großes zahlt er 8 fl. 40 Kr., für ein kleines 5 fl. 25 Kr.; wie hoch kommt die Mahlerei sämmtlicher Zimmer?

18) Man berechne folgenden Konto:

1853		fl.	kr.
3. Aprill	4 Ellen feines grünes Tuch zu fl. 6 „ 20	—	—
11. „	5 Ellen schwarzes Tuch zu fl. 4 „ 30	—	—
12. „	3 Westenzeuge zu fl. 1 „ 32 . . .	—	—
12. „	8 Ellen Leinwand zu 15 Kr. . . .	—	—
12. „	16 Knöpfe zu 3 Kr.	—	—
25. „	2 Halstücher zu fl. 3 „ 20	—	—
30. „	ein Regenschirm	7	15
	Summe .	—	—

19) Ein Rechteck ist 8° 3′ 5″ lang und 5° 4′ 4″ breit; wie groß ist seine Fläche?

20) Ein Gang, welcher 10° 5′ lang und 1° 2′ breit ist, soll mit Platten belegt werden; was kostet diese Arbeit, wenn für den Quadratfuß 35 Kr. gezahlt wird?

21) Wie groß ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seite 5° 5′ 5″ beträgt?

22) Wie groß ist die Oberfläche und wie groß der Körperinhalt eines Würfels, dessen Seite 1° 3′ 8″ beträgt?

23) Welchen Inhalt hat ein Karren, dessen Inneres 4′ 8″ lang, 2′ 1″ breit und 1′ 7″ hoch ist?

24) Ein rechtwinkliges, oben offenes Gefäß ist 3′ 8″ lang, 2′ 5″ breit und 1′ 9″ hoch; welche Oberfläche haben die vier Seitenwände und der Boden?

25) Wie hoch kommt die Aufführung einer Mauer, welche 13° 4′ lang, 5° 3′ hoch, und 2′ dick ist, wenn für den Kubikfuß 12 Kr. bezahlt wird?

§. 28.

6. Das Dividieren mehrnamiger Zahlen.

Wenn eine mehrnamige Zahl durch eine unbenannte zu dividieren ist, so dividiert man entweder die Einheiten einer jeden Benennung von der höchsten angefangen, indem man dabei den jedesmaligen Rest in die niedrigere Benennung resolviert; oder man resolviert die mehrnamige Zahl in die niedrigste Benennung, und verrichtet dann die Division.

Ist eine mehrnamige Zahl durch eine andere benannte Zahl zu dividieren, so müßen sie früher auf einerlei Benennung gebracht, und dann als unbenannte Zahlen dividiert werden.

Beispiele.

1) Man dividiere 138 Ztr. 72 ℔ 12 Lth. durch 18.

138 Ztr.	72 ℔	12 Lth. : 18 = 7 Z. 70 ℔ 22 Lth.
12 „	1200 „	384 „
1200 „	1272 „	396 „
	12 „	36 „
	384 Lth.	. .

oder:

138 Ztr. 72 ℔ 12 Lth. = 443916 Lth.

443916 : 18
: 2
221958
: 9
24662 Lth. = 7 Ztr. 70 ℔ 22 Lth.

2) Man suche den 6ten Theil von fl. 385 „ 18.

fl. 385 „ 18 : 6
fl. 64 „ 13.

Hier ist bei der Division der Gulden 1 als Rest geblieben, diesen Rest verwandelt man in Zehner, 1 fl. hat 6 Zehner, und einer ist schon vorhanden, sind 7 Zehner; dann dividiert man die Zehner und Einheiten der Kreuzer.

3) Wie oft sind 5 Lth. 2 Qtch. in 2 ℔ 2 Lth. enthalten?

5 Lth. 2 Qtch. = 22 Qtch. 264 : 22 = 12.
2 ℔ 2 Lth. = 264 Qtch.

4) Ein Acker, welcher die Form eines Rechteckes hat, ist 75° 2′ lang; wie breit ist er, wenn die Fläche 715□° 24□′ beträgt?

$715 \square^0\ 24 \square' = 25764 \square'$ $\quad$ $25764 : 452 = 57$
$75^0 \quad 2' \quad = \quad 452'$ $\quad$ 3164
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad = = =$

$57' = 9^0\ 3'$ Breite.

5) 78 fl. 23 Kr. 2 ℋ. : 23 = ?

6) 688 fl. 48 Kr. : 56 = ?

7) $399^0\ 3'\ 2''\ 3'''$: 27 = ?

8) 986236 Ztr. 36 ℔ 22 Lth. : 236 = ?

9) 31 fl. 30 Kr. : 2 fl. 15 Kr. = ?

10) 65 Ztr. 62 ℔ 17 Lth. 2 Qtch. : 3 Ztr 64 ℔ 18 Lth. 3 Qtch. = ?

11) 326 Ball. 1 Rieß 17 Buch 19 Druckb. : 13 Ball. 5 Rieß 18 Buch 6 Bogen = ?

12) Wenn 1 Ztr. Quecksilber 258 fl. 20 Kr. kostet, wie theuer ist ein Pfund? — 2 fl. 35 Kr.

13) Ein Beamter bezieht monatlich 66 fl. 40 Kr.; wie viel kommt auf einen Tag? — 2 fl. $13\frac{1}{3}$ Kr.

14) Ein Ballen Papier kostet 45 fl. 30 Kr., wie hoch kommt 1 Rieß? — Auf 4 fl. 33 Kr.

15) Jemand hat 4 Pferde, deren jedes täglich 1 Achtel 3 große Maßel Hafer bekommt; wie lange reicht ein Vorrath von 75 Metzen 2 Achteln hin? — 86 Tage.

16) In einer $942^0\ 4'\ 1''$ langen Allee befinden sich an jeder Seite Bäume in gleicher Entfernung von $2^0\ 1'\ 4''$; wie viele Bäume zählt die Allee? — 850 Bäume.

17) Eine Fläche hat $15 \square^0\ 30 \square'\ 24 \square''$; wie viele Bretter von $1^0\ 3'\ 4''$ Länge und $1'\ 2''$ Breite braucht man, um jene Fläche zu bedecken? — 53 Bretter.

18) Wenn 5 Eimer 48 fl. 20 Kr. kosten, wie hoch kommen 9 Eimer von demselben Weine? — 1 Eimer kostet 9 fl. 40 Kr., daher 9 Eimer 87 fl.

19) 10 Ellen Tuch kosten 52 fl. 20 Kr.; wie hoch kommen 7 Ellen von demselben Tuche?

20) Eine Röhre gibt in 15 Stunden 48 Min. 43 Eimer Wasser; in wie viel Zeit 1 Eimer?

21) Die Steigung einer Straße in einer Länge von 939° 1′ beträgt 3° 1′; auf wie viel Fuß Länge kommt 1 Fuß Steigung?

22) Ein Rechteck hat 72 □° 12 □′ Inhalt, und 2° Breite; wie groß ist die Länge?

23) Ein zilindrisches Gefäß enthält 2 Kub.′ 290 Kub.″; wenn nun die Höhe 9″ beträgt, wie groß ist die Bodenfläche?

24) Unter drei Personen sollen 115 fl. 54 Kr. so vertheilt werden, dass A die Hälfte, B den dritten Theil und C den Rest bekommt; wie groß ist der Antheil einer jeden dieser drei Personen?

25) Jemand nimmt einen Bedienten auf, und verspricht ihm 74 fl. 30 Kr. Jahreslohn; nach vier Monaten entlässt er den Diener, nachdem er ihm schon 13 fl. 48 Kr. gegeben hat; wie viel hat der Diener noch zu bekommen?

26) Eine Linie ist viermal gemessen worden, und man fand sie 57° 5′ 4″, 57° 2′ 3″, 58° 1′ 8″, 57° 3′ 5″ lang; wie groß ist die Durchschnittslänge jener Linie?

27) Auf einem Getraidemarkte verkaufte man 48 Metzen Weizen zu 3 fl. 12 Kr., 35 Metzen zu 3 fl. 18 Kr., 20 Metzen zu 3 fl. 35 Kr.; wie theuer wurde im Durchschnitte ein Metzen verkauft?

Dritter Abschnitt.

Das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

---

§. 29.

Eine Zahl, welche einen Theil der Einheit ein oder mehrere Male in sich enthält, wird eine **gebrochene Zahl** oder ein **Bruch** genannt. Zur Darstellung eines Bruches sind zwei Zahlen erforderlich: der **Nenner**, welcher angibt, in wie viele gleiche Theile die Einheit getheilt wurde, und der **Zähler**, welcher anzeigt, wie viele solche Theile man genommen hat.

Z. B. In dem Bruche $\frac{3}{8}$ (drei Achtel) ist 8 der Nenner, und zeigt an, daſs die Einheit in 8 gleiche Theile getheilt wurde: 3 ist der Zähler, und gibt an, daſs man einen solchen Theil, nämlich $\frac{1}{8}$, 3mal genommen hat.

Ein Bruch, dessen Zähler kleiner ist als der Nenner, heißt **echt**; z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{20}$. Ein echter Bruch ist kleiner als 1.

Ein Bruch, dessen Zähler gleich dem Nenner oder größer als der Nenner ist, heißt **unecht**; z. B. $\frac{2}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{19}{7}$, $\frac{217}{50}$. Ein unechter Bruch ist entweder gleich 1, oder größer als 1.

Eine Zahl, welche aus einer ganzen Zahl und einem angehängten Bruche besteht, wird eine **gemischte Zahl** genannt: z. B. $1\frac{3}{4}$, $5\frac{7}{8}$, $915\frac{13}{19}$. So oft bei der Division ganzer Zahlen ein Rest übrig bleibt, so ist der Quozient immer eine gemischte Zahl.

§. 30.

Jede gemischte Zahl kann in einen unechten Bruch verwandelt werden; man darf nur die ganze Zahl mit dem Nenner multiplizieren und zum Produkte den Zähler addieren; diese Summe ist der Zähler, der Nenner wird ungeändert beibehalten. Man nennt dieses Verfahren das **Einrichten** einer gemischten Zahl.

Beispiele.

1) $5\frac{3}{8} = \dfrac{5 \times 8 + 3}{8} = \frac{43}{8}$.

Denn: 1 Ganzes hat 8 Achtel, 5 Ganze also 5mal 8 = 40 Achtel, und die 3 Achtel dazu, hat man $\frac{43}{8}$.

2) $1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$. 3) $12\frac{1}{3} = \frac{37}{3}$. 4) $102\frac{7}{12} = \frac{1231}{12}$.

5) Man richte folgende gemischte Zahlen ein:

$2\frac{3}{4}$, $5\frac{7}{8}$, $3\frac{8}{15}$, $27\frac{4}{5}$, $128\frac{1}{20}$, $207\frac{13}{19}$, $1234\frac{47}{51}$, $5728\frac{1}{2}$, $217\frac{11}{18}$, $69\frac{67}{69}$, $300\frac{17}{40}$, $298\frac{10}{27}$, $39\frac{143}{625}$.

Jeder unechte Bruch kann in eine ganze oder gemischte Zahl verwandelt werden; man braucht nur den Zähler durch den Nenner zu dividieren.

Beispiele.

1) $\frac{27}{4} = 27 : 4 = 6\frac{3}{4}$.

Denn: 4 Viertel machen 1 Ganzes, 27 Viertel also machen so viel Ganze, als wie oft 4 in 27 enthalten ist; man muß somit 27 durch 4 dividieren.

2) $\frac{5}{5} = 1$ 3) $\frac{20}{4} = 5$ 4) $\frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}$.

5) Man ziehe noch aus folgenden unechten Brüchen die Ganzen heraus:

$\frac{2}{3}$, $\frac{42}{6}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{27}{3}$, $\frac{51}{10}$, $\frac{123}{16}$, $\frac{715}{32}$, $\frac{10008}{65}$, $\frac{21567}{125}$, $\frac{12533}{400}$.

Aus diesen Verwandlungen ersteht man auch, **daß ein Bruch als ein angezeigter Quozient betrachtet werden kann;** der Zähler stellt den Dividend, der Nenner den Divisor vor.

§. 31.

Je mehrere gleich große Theile man nimmt, desto mehr erhält man zusammen. Wenn daher zwei oder mehrere Brüche denselben Nenner haben, so ist jener unter ihnen der größere, welcher den größeren Zähler hat. Z. B. $\frac{7}{10}$ ist größer als $\frac{3}{10}$ was man so schreibt: $\frac{7}{10} > \frac{3}{10}$.

Welcher unter den Brüchen $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$ ist der größte, welcher der kleinste, und warum?

In je mehrere Theile die Einheit getheilt wird, desto kleiner sind die einzelnen Theile. Wenn also zwei oder mehrere Brüche denselben Zähler haben, so ist derjenige unter ihnen der kleinste, welcher den größten Nenner hat. So ist $\frac{3}{8}$ kleiner als $\frac{3}{5}$, oder $\frac{3}{8} < \frac{3}{5}$.

Welcher unter den Brüchen $\frac{5}{16}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{32}$, $\frac{5}{26}$ ist der kleinste, welcher der größte, und warum?

§. 32.

Wenn man den Zähler und Nenner eines Bruches mit derselben Zahl multiplizirt, so erhält man einen Bruch, welcher mehrere, aber auch kleinere Theile ausdrückt, und zwar werden so vielmal mehr Theile der neue Bruch enthält, eben so vielmal die einzelnen Theile kleiner sein, so dass der neue Bruch mit dem früheren einen gleichen Wert hat. Man nennt eine solche **Formveränderung** eines Bruches, ohne dessen Wert zu ändern, die **Erweiterung** desselben. Z. B.

$$\frac{3}{5} \text{ mit 6 erweitert gibt } \frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{18}{30}.$$

So erhält man durch Erweiterung

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{15}{30} = \frac{58}{100} = \ldots$$
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{24}{36} = \frac{60}{90} = \ldots$$
$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} = \frac{30}{80} = \frac{375}{1000} = \ldots$$

Durch die Erweiterung kann man jeden Bruch ohne Änderung seines Wertes in einen andern verwandeln, dessen Nenner ein Vielfaches von dem frühern Nenner ist. Um z. B. $\frac{7}{8}$ in einen Bruch, dessen Nenner 40 ist, zu verwandeln, darf man $\frac{7}{8}$ nur mit 40 : 8 d. i. mit 5 erweitern, wodurch man $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$

*

erhält. Um daher einen Bruch in einen andern Bruch von gegebenem Nenner zu erweitern, darf man nur den neuen Nenner mit dem früheren dividieren, und mit dem Quozienten den früheren Zähler multiplizieren; das Produkt ist der neue Zähler.

Z. B. $\frac{7}{9}$ soll in einen Bruch vom Nenner 108 erweitert werden; man hat

$$108 : 9 = 12,\ 7 \times 12 = 84,\ \text{also}\ \tfrac{7}{9} = \tfrac{84}{108}.$$

Man kann durch dieses Verfahren auch mehrere Brüche auf einen gemeinschaftlichen Nenner bringen, sobald dieser durch alle Nenner der gegebenen Brüche theilbar ist. Sind z. B. die Brüche $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{20}$ auf den Nenner 120 zu bringen, so hat man

$$\begin{aligned} 120 : 3 &= 40,\ 2 \times 40 = 80,\ \text{somit}\ \tfrac{2}{3} = \tfrac{80}{120};\\ 120 : 4 &= 30,\ 3 \times 30 = 90,\quad \text{„}\quad \tfrac{3}{4} = \tfrac{90}{120};\\ 120 : 20 &= 6,\ 7 \times 6 = 42,\quad \text{„}\quad \tfrac{7}{20} = \tfrac{42}{120}. \end{aligned}$$

Man bringe

1) die Brüche $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ auf den Nenner 6;
2) „ „ $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ „ „ „ 12;
3) „ „ $\frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}$ „ „ „ 30;
4) „ „ $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{8}$ „ „ „ 72;
5) „ „ $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}$ „ „ „ 240;
6) „ „ $\frac{5}{12}, \frac{7}{20}, \frac{9}{16}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}, \frac{6}{18}$ auf den Nenner 720;
7) „ „ $\frac{5}{6}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{12}{35}, \frac{11}{17}, \frac{3}{14}$ auf den Nenner 78540;
8) „ „ $\frac{9}{10}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{6}{125}, \frac{49}{50}, \frac{113}{625}$ auf den Nenner 10000.

Die Darstellung mehrerer Brüche mit einem gemeinschaftlichen Nenner ist besonders wichtig, um dieselben hinsichtlich ihrer Größe vergleichen, um sie addieren oder subtrahieren zu können.

Um aber dabei die Rechnungen so einfach als möglich zu führen, pflegt man die Brüche allezeit auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu bringen; dieser ist offenbar die kleinste Zahl, welche durch alle gegebenen Nenner theilbar ist, somit ihr kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches.

Beispiele.

1) Man bringe die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{9}$ auf den **kleinsten** gemeinschaftlichen Nenner.

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 4, 5, 9, somit der kleinste gemeinschaftliche Nenner ist 180, und man hat

$$\begin{aligned} 180 : 4 &= 45, & 3 \times 45 &= 135 \\ 180 : 5 &= 36, & 2 \times 36 &= 72 \\ 180 : 9 &= 20, & 4 \times 20 &= 80 \end{aligned}$$

oder

	180	
$\frac{3}{4}$	45	135
$\frac{2}{5}$	36	72
$\frac{4}{9}$	20	80

daher

$$\frac{3}{4} = \frac{135}{180},\ \frac{2}{5} = \frac{72}{180},\ \frac{4}{9} = \frac{80}{180}.$$

2) Die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$ sollen auf die kleinste gemeinschaftliche Benennung gebracht werden.

Der kleinste gemeinschaftliche Nenner ist 12, und man hat

	12	
$\frac{1}{2}$	6	6
$\frac{2}{3}$	4	8
$\frac{3}{4}$	3	9
$\frac{5}{12}$	1	5

daher $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$, $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{5}{12} = \frac{5}{12}$

3) Die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{32}$, $\frac{9}{40}$, $\frac{13}{60}$ auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner gebracht, geben die Brüche $\frac{320}{480}$, $\frac{384}{480}$, $\frac{45}{480}$, $\frac{108}{480}$, $\frac{104}{480}$.

Man bringe noch folgende Brüche auf den **kleinsten** gemeinschaftlichen Nenner:

4) $\frac{13}{21}$, $\frac{37}{39}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{19}{52}$;
5) $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{18}$;
6) $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{72}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{21}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$;
7) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$;
8) $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{17}{20}$;
9) $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{8}{25}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{11}{11}$, $\frac{13}{18}$;
10) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{31}{32}$, $\frac{63}{64}$, $\frac{127}{128}$;
11) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$;
12) $\frac{17}{30}$, $\frac{5}{32}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{19}{24}$, $\frac{38}{75}$, $\frac{29}{36}$, $\frac{3}{35}$.

Mittelst der Erweiterung der Brüche ist man im Stande auch Brüche von ungleichen Nennern hinsichtlich ihrer Größe zu vergleichen; man darf sie nur mit einem gemeinschaftlichen Nenner darstellen, und dann auf die neuen Zähler Rücksicht nehmen. Um z. B. zu sehen, welcher von den zwei Brüchen $\frac{3}{8}$ und $\frac{7}{18}$ der größere ist, hat man

$$\frac{3}{8} = \frac{27}{72},\ \frac{7}{18} = \frac{28}{72},\ \text{daher } \frac{7}{18} \text{ größer als } \frac{3}{8}.$$

Welcher von den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{11}{21}$, $\frac{16}{31}$, $\frac{29}{80}$ ist der größte, und welcher der kleinste?

Man ordne folgende Brüche nach ihrer Größe, und zwar von dem kleinsten angefangen: $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{28}{85}$, $\frac{63}{95}$, $\frac{13}{19}$.

§. 33.

Wenn man den Zähler und Nenner eines Bruches durch dieselbe Zahl dividiert, so ändert sich zwar die Form des Bruches, der Wert desselben aber bleibt unverändert; denn so vielmal weniger Theile der neue Bruch enthält, eben so vielmal größer sind die einzelnen Theile. Eine solche Formveränderung des Bruches durch die Division wird das **Abkürzen** desselben genannt, und kann natürlich nur dann statt haben, wenn Zähler und Nenner des gegebenen Bruches einen gemeinschaftlichen Theiler haben; ist dieses nicht der Fall, so hat der Bruch bereits die einfachste Form, und kann nicht ohne Änderung des Wertes durch kleinere Zahlen ausgedrückt werden.

Beispiele.

1) $\frac{4}{18} \overset{2}{=} \frac{2}{9}$ 2) $\frac{36}{57} \overset{3}{=} \frac{12}{19}$ 3) $\frac{44}{84} \overset{4}{=} \frac{11}{21}$

4) $\frac{35}{80} \overset{5}{=} \frac{7}{16}$ 5) $\frac{200}{240} \overset{10}{=} \frac{20}{24} \overset{4}{=} \frac{5}{6}$

6) Man kürze folgende Brüche so weit als möglich ab: $\frac{22}{50}$, $\frac{25}{40}$, $\frac{24}{48}$, $\frac{21}{30}$, $\frac{102}{141}$, $\frac{1512}{1644}$, $\frac{192}{240}$, $\frac{420}{2820}$, $\frac{676}{1092}$, $\frac{625}{1000}$.

1. Das Addieren der Brüche.

§. 34.

2 Neuntel und 5 Neuntel, sind 7 Neuntel, oder $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$.

Brüche von gleichen Nennern werden also ab diert, wenn man ihre Zähler addiert, und als Nenner den gemeinschaftlichen Nenner beibehält.

Haben die Brüche ungleiche Nenner, so werden sie zuerst auf einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht, und dann addiert.

Beispiele.

1) $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{11}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

3) $\frac{3}{20} + \frac{7}{20} + \frac{9}{20} + \frac{11}{20} + \frac{13}{20} + \frac{17}{20} = \frac{60}{20} = 3.$

4) $\begin{array}{c|c|c} & & 12 \\ \hline \frac{1}{2} & 6 & 6 \\ \frac{1}{3} & 4 & 4 \\ \frac{1}{12} & 1 & 1 \\ \hline & & \frac{11}{12} \end{array}$

5) $\begin{array}{c|c|c} & & 30 \\ \hline \frac{3}{5} & 6 & 18 \\ \frac{5}{6} & 5 & 25 \\ \frac{7}{10} & 3 & 21 \\ \hline & & \frac{64}{30} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15} \end{array}$

6) $\frac{5}{7} + \frac{8}{9} = \frac{101}{63} = 1\frac{38}{63}$ 7) $\frac{7}{45} + \frac{13}{18} = \frac{79}{90}$

8) $29\frac{3}{10} + 45 + 16\frac{4}{10} = 90\frac{7}{10}$

9) $45\frac{1}{2} + 127\frac{3}{5} + \frac{8}{15} = 1\frac{19}{30}$

10) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = ?$

11) $1\frac{1}{2} + 5\frac{3}{8} + 13\frac{5}{12} + 8\frac{2}{3} + 19\frac{5}{9} = ?$

12) $128\frac{3}{4} + 245\frac{3}{5} + 208\frac{1}{2} + 199\frac{1}{3} + 206\frac{7}{20} = ?$

13) $2\frac{1}{3} + 20 + 3\frac{3}{4} + \frac{5}{12} + 17\frac{2}{3} + 3\frac{11}{16} + 5\frac{7}{8} + \frac{1}{2} = ?$

14) $35708\frac{7}{12} + 10985\frac{9}{16} + 78659\frac{11}{30} + 340795\frac{17}{24} = ?$

15) $759\frac{59}{120} + 1813\frac{41}{48} + 3879\frac{131}{180} + \frac{37}{72} + 538\frac{55}{64} = ?$

16) $17084\frac{134}{625} + 95382 + 56014\frac{79}{250} + 739\frac{83}{112} + 3956\frac{31}{80} = ?$

17) $69374\frac{32}{135} + 8315\frac{97}{180} + 35717\frac{19}{150} + 39099\frac{53}{80} + 97\frac{30}{31} = ?$

18) $13789\frac{177}{572} + 24890\frac{139}{156} + 35901\frac{43}{300} + 46012\frac{191}{195} + 579\frac{99}{154} = ?$

19) Ein Landmann erzeugt $58\frac{3}{8}$ Metzen Weizen, $38\frac{1}{4}$ Metzen Korn, $43\frac{1}{2}$ Metzen Gerste, und $70\frac{5}{8}$ Metzen Hafer, wie viel Metzen Getraide macht dieses?

20) Ein Leinwandhändler kauft 4 Stück Leinwand, im ersten sind $69\frac{1}{8}$ Ellen, im zweiten $42\frac{1}{2}$, im dritten $54\frac{3}{4}$, im vierten $60\frac{5}{8}$ Ellen; wie viel Ellen enthalten alle 4 Stück?

21) Ein Kaufmann erhält 6 Fässer Kaffee; das Fass **A** enthält $124\frac{1}{2}$ ℔, **B** $126\frac{3}{5}$ ℔, **C** $120\frac{7}{16}$ ℔, **D** $118\frac{5}{8}$ ℔, **E** $117\frac{7}{8}$ ℔, **F** $119\frac{3}{4}$ ℔, wie viel ℔ sind es im ganzen?

22) Jemand hat $8\frac{2}{15}$ fl., $37\frac{3}{4}$ fl., $28\frac{5}{12}$ fl., $9\frac{2}{3}$ fl., $19\frac{19}{20}$ fl. zu zahlen, wie viel zusammen?

23) Drei Brüder zahlen einzeln an Steuern 78 fl. $12\frac{3}{4}$ kr., 56 fl. $53\frac{1}{2}$ Kr., 51 fl. 48 Kr., wie viel zusammen?

24) Ein Handelsmann findet beim Jahresabschlusse folgenden Vorrath an Kaffee:

$21\frac{1}{2}$	Ztr.	Mocca	im Werte	von	$1730\frac{3}{4}$ fl.
$61\frac{5}{8}$	„	Martinique	„	„	$4210\frac{23}{48}$ „
$15\frac{1}{8}$	„	Havanna	„	„	$962\frac{33}{40}$ „

wie groß ist der ganze Vorrath, und wie groß dessen Gesammtwert?

25) Die Seiten eines Dreieckes betragen $35^0\ 4\frac{5}{12}'$, $23^0\ 2\frac{3}{4}'$, $20^0\ 5\frac{5}{6}'$; wie groß ist der Umfang?

26) Ein Wasserbehälter wird durch 3 Röhren gefüllt, und zwar durch die erste Röhre allein in 4 Stunden, durch die zweite in 5, durch die dritte in 6 Stunden. Der wie vielte Theil des Behälters wird in einer Stunde gefüllt, wenn man bloß aus der ersten, oder der zweiten, oder der dritten, oder wenn man aus allen drei Röhren zugleich fließen lässt?

27) Man suche die Summe von vier Zahlen; die erste ist $47\frac{3}{4}$, die zweite um $5\frac{1}{2}$ größer als die erste, die dritte um $6\frac{3}{4}$ größer als die zweite, die vierte um $7\frac{5}{8}$ größer als die erste und zweite zusammengenommen.

28) Man hat 6 Zahlen; die erste ist $18\frac{3}{8}$, jede folgende nimmt um $1\frac{3}{5}$ zu; wie groß ist die Summe aller?

29) Wie groß ist die Summe von 8 Zahlen, deren erste $75938\frac{121}{125}$, und jede folgende um $3197\frac{67}{80}$ größer ist, als die vorhergehende?

30) Jemand hat $18\frac{539}{800}$ Joch Ackergründe, $17\frac{59}{94}$ Joch Wiesen, $13\frac{9}{25}$ Joch Waldungen, und $1\frac{881}{1200}$ Joch Gartengrund; wie viel macht dieses zusammen?

2. Das Subtrahieren der Brüche.

§. 35.

7 Neuntel weniger 4 Neuntel sind 3 Neuntel, oder $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$.

Brüche von gleichen Nennern werden also subtrahiert, wenn man die Zähler subtrahiert, und unter den Rest den gemeinschaftlichen Nenner schreibt.

Haben die zu subtrahierenden Brüche ungleiche Nenner, so werden sie zuerst auf einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht, und dann subtrahiert.

Beispiele.

1) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$ 2) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

3) $- \begin{array}{c|c|c} \multicolumn{3}{c}{8} \\ \frac{5}{8} & 1 & 5 \\ \frac{1}{4} & 2 & 2 \\ \hline \multicolumn{3}{r}{\frac{3}{8}} \end{array}$ 4) $- \begin{array}{c|c|c} \multicolumn{3}{c}{12} \\ \frac{3}{4} & 3 & 9 \\ \frac{2}{3} & 4 & 8 \\ \hline \multicolumn{3}{r}{\frac{1}{12}} \end{array}$

5) $4\frac{3}{4} - 2 = 2\frac{3}{4}$ 6) $27\frac{1}{2} - 18 = 9\frac{1}{2}$

7) $49 - 15\frac{3}{5} = 33\frac{2}{5}$ 8) $125 - 78\frac{7}{8} = 46\frac{1}{8}$.

In den letzten zwei Beispielen addiert man zu dem Bruche des Subtrahends so viel hinzu, daß man 1 Ganzes erhält; was man hinzu addiert, wird sogleich in den Rest geschrieben, dann vermehrt man den Subtrahend um 1 Ganzes, und subtrahiert die Ganzen.

9) $5\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{11}{2} - \frac{3}{4} = 4\frac{3}{4}$

10) $9\frac{2}{3} - 6\frac{4}{5} = \frac{29}{3} - \frac{34}{5} = 2\frac{13}{15}$

11) $\frac{9}{10} - \frac{7}{10} = ?$ 12) $\frac{17}{30} - \frac{13}{30} = ?$
13) $\frac{29}{54} - \frac{17}{54} = ?$ 14) $\frac{8}{15} - \frac{2}{5} = ?$
15) $\frac{17}{20} - \frac{17}{80} = ?$ 16) $\frac{8}{9} - \frac{7}{8} = ?$
17) $35\frac{3}{8} - 19 = ?$ 18) $108\frac{7}{10} - 99 = ?$
19) $315\frac{12}{15} - 300 = ?$ 20) $37 - \frac{1}{4} = ?$
21) $128 - 48\frac{5}{9} = ?$ 22) $17 - 12\frac{11}{12} = ?$
23) $83\frac{1}{2} - 15\frac{3}{4} = ?$ 24) $9\frac{5}{8} - 4\frac{3}{16} = ?$
25) $146\frac{3}{5} - 88\frac{7}{8} = ?$
26) $37945\frac{107}{120} - 29086\frac{43}{56} = ?$
27) $7358\frac{229}{625} - 997\frac{59}{75} = ?$
28) $23985\frac{17}{32} - 10845\frac{23}{40} = ?$
29) $30912\frac{511}{512} - 30905\frac{17}{96} = ?$
30) $8765\frac{481}{560} - 5678\frac{97}{120} = ?$
31) $3746\frac{158}{243} - 950\frac{131}{162} = ?$
32) $12345\frac{67}{68} - 6082\frac{55}{56} = ?$
33) $57830\frac{91}{112} - 37921\frac{123}{136} = ?$
34) $839\frac{568}{637} - 785\frac{215}{448} = ?$
35) $1528\frac{571}{982} - 649\frac{817}{1112} = ?$

36) Jemand nimmt $125\frac{3}{4}$ fl. ein, und gibt $83\frac{1}{4}$ fl. aus, wie viel bleibt ihm übrig?

37) Um wie viel sind $\frac{11}{12}$ fl. mehr als $\frac{4}{5}$ fl.?

38) Von $20\frac{3}{4}$ ℔ werden $2\frac{7}{8}$ ℔ verkauft, wie viel bleibt übrig? —

39) **A** ist $25\frac{3}{4}$ Jahre alt, **B** 17 Jahre; um wie viel ist **A** älter als **B**?

40) Jemand besitzt 27 Joch Ackergrund; wie viel behält er noch, wenn er $7\frac{3}{16}$ Joch verkauft?

41) Von 58 fl. 42 Kr. werden 19 fl. $53\frac{3}{4}$ Kr. ausgegeben, was bleibt übrig?

42) Auf eine Schuld von 200 fl. werden nach und nach 30 fl., $35\frac{2}{3}$ fl., $41\frac{3}{5}$ fl., $18\frac{5}{6}$ fl. abgezahlt, wie groß ist noch der Schuldrest?

43) Sechs Kisten wiegen mit dem darin enthaltenen Kandiszucker $56\frac{1}{4}$ ℔, 49 ℔, $43\frac{1}{2}$ ℔, $52\frac{3}{8}$ ℔, $42\frac{3}{4}$ ℔, $40\frac{9}{10}$ ℔; die leeren Kistchen wiegen $5\frac{3}{4}$ ℔, $5\frac{5}{8}$ ℔, $4\frac{1}{4}$ ℔, $5\frac{1}{4}$ ℔, $4\frac{11}{16}$ ℔; wie viel Kandis ist in allen 6 Kisten?

44) Um wie viel ist die Summe $17\frac{3}{8} + 25\frac{5}{12}$ größer als die Summe $8\frac{4}{5} + 26\frac{7}{10}$?

45) Um wie viel ist der Unterschied $37\frac{5}{16} - 11\frac{3}{8}$ größer als der Unterschied $28\frac{7}{15} - 19\frac{7}{12}$?

46) Man hat vier Zahlen: die erste ist $8\frac{5}{12}$, die zweite um $2\frac{3}{4}$ größer als die erste, die dritte um $3\frac{5}{8}$ kleiner als die zweite, die vierte so groß als der Unterschied zwischen der ersten und dritten; wie groß ist die Summe aller vier Zahlen?

47) Wie groß ist der Unterschied zwischen $3784\frac{19}{75} + 1738\frac{38}{105}$ und $233\frac{3}{25} + 1817\frac{67}{100} + 2789\frac{37}{240}$?

48) Um wie viel ist $6384\frac{25}{512} + 3791\frac{791}{800} - 5879\frac{151}{160}$ kleiner als $6495\frac{110}{240} + 4802\frac{421}{720} - 4768\frac{17}{40}$?

3. Multiplikazion eines Bruches mit einer ganzen Zahl.

§. 36.

5 Neuntel 4mal genommen sind 20 Neuntel oder $\frac{5}{9} \times 4 = \frac{20}{9} = \frac{5 \times 4}{9}$.

Ein Bruch wird daher mit einer ganzen Zahl multipliziert, wenn man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert, und den Nenner ungeändert beibehält.

Die Richtigkeit dieser Regel ergibt sich auch aus dem Begriffe eines Bruches. Wenn der Nenner ungeändert bleibt, der Zähler aber 2mal, 3mal, 4mal, ... so groß wird, so erhält man 2mal, 3mal, 4mal . . . . so viele eben so große Theile, daher wird auch der Wert des neuen Bruches 2, 3, 4 . . . . mal so groß, als der Wert des früheren Bruches.

In einigen Fällen kann noch eine andere Art des Multiplizierens angewendet werden. Wenn man den Zähler eines Bruches ungeändert läßt, den Nenner aber 2mal, 3mal, 4mal . . . . kleiner annimmt, so werden, weil das ganze in weniger Theile getheilt wird, die einzelnen Theile größer ausfallen, und man erhält somit eben so viele, aber 2, 3, 4 .... mal größere Theile, folglich wird auch der Wert des neuen Bruches 2, 3, 4 .... mal so groß, als der Wert des früheren Bruches; oder:

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, wenn man den Zähler ungeändert lässt, und den Nenner durch die ganze Zahl dividiert.

Dieses zweite Verfahren ist offenbar nur dann anwendbar, wenn der Nenner des gegebenen Bruches durch die ganze Zahl theilbar ist.

Beispiele.

1) $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$.
2) $\frac{5}{8} \times 7 = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$.
3) $\frac{7}{12} \times 4 = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.
4) $\frac{9}{20} \times 5 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.
5) $3\frac{2}{7} \times 8 = \frac{23}{7} \times 8 = \frac{184}{7} \times 26\frac{2}{7}$.
6) $7\frac{3}{4} \times 10 = \frac{31}{4} \times 10 = \frac{310}{4} = 77\frac{2}{4}$.
7) $9\frac{3}{10} \times 5 = \frac{93}{10} \times 5 = \frac{93}{2} = 46\frac{1}{2}$.
8) $1\frac{5}{18} \times 9 = \frac{23}{18} \times 9 = \frac{23}{2} = 11\frac{1}{2}$.
9) $\frac{4}{7} \times 7 = 4$.
10) $\frac{11}{12} \times 12 = 11$.

Aus den letzten zwei Beispielen sieht man, dass **ein Bruch mit seinem Nenner multipliziert den Zähler zum Produkte gibt.**

11) $\frac{7}{12} \times 9 = \frac{63}{12} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$ oder

$$\frac{7}{\underset{4}{\cancel{12}}} \times \frac{3}{\cancel{9}} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

Wenn der Nenner des Bruches mit der ganzen Zahl einen gemeinschaftlichen Theiler hat, so wird die Multiplikazion vereinfacht, wenn man dieselben noch vor dem Multiplizieren durch jenen Theiler dividiert.

12) $\frac{15}{32} \times 13 = ?$ 13) $\frac{17}{30} \times 15 = ?$
14) $\frac{8}{15} \times 21 = ?$ 15) $37\frac{5}{12} \times 25 = ?$

16) $108\frac{3}{8} \times 24 = ?$ 17) $73\frac{2}{9} \times 42 = ?$

18) $7\frac{35}{48} \times 99 = ?$ 19) $33\frac{12}{37} \times 125 = ?$

20) $157\frac{7}{12} \times 63 = ?$ 21) $3752\frac{37}{40} \times 8314 = ?$

22) $15934\frac{117}{216} \times 3092 = ?$

23) $9540\frac{330}{688} \times 19350 = ?$

24) $38064\frac{189}{450} \times 8036 = ?$

25) $8642\frac{182}{725} \times 7865 = ?$

26) $256934\frac{59}{85} \times 13845 = ?$

27) $20783\frac{1284}{5679} \times 35453 = ?$

28) $83253\frac{229}{300} \times 57264 = ?$

29) Wie viel ist $2478\frac{37}{55} \times 823 + 15936\frac{119}{200} \times 248$?

30) Um wie viel ist $9360\frac{137}{578} \times 7235$ größer als $1356\frac{511}{600} \times 13568$?

31) Wie viel Kreuzer beträgt $\frac{1}{2}$ fl., wie viel $\frac{1}{3}$ fl, $\frac{1}{4}$ fl., $\frac{1}{5}$ fl., $\frac{1}{6}$ fl, $\frac{1}{10}$ fl., $\frac{1}{12}$ fl., $\frac{1}{15}$ fl., $\frac{1}{20}$ fl, $\frac{1}{30}$ fl., $\frac{1}{60}$ fl.?

32) Wie viel Kreuzer sind $\frac{2}{3}$ fl., $\frac{3}{4}$ fl., $\frac{4}{5}$ fl., $\frac{7}{10}$ fl., $\frac{11}{15}$ fl., $\frac{13}{24}$ fl, $\frac{37}{45}$ fl.?

33) Wie viel Monate sind $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{25}$ Jahre?

34) Wie viel ℔ sind $\frac{7}{25}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{15}{32}$, $\frac{57}{80}$, $\frac{13}{50}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{29}{40}$ Ztr.?

35) Wie viel Klafter, Fuß, Zoll und Linien sind $3\frac{11}{32} + 4\frac{5}{8} + 5\frac{2}{3} \times 3\frac{5}{6} + 4\frac{13}{20}$ Fuß?

36) Auf ein Hemd braucht man $3\frac{3}{4}$ Ellen Leinwand; wie viel auf ein Dutzend?

37) Wenn ein ℔ $\frac{11}{15}$ fl. kostet, wie hoch kommen 2, 3, 7, 12, 85, 235, 3014 ℔?

38) Eine Klafter Holz kommt auf $9\frac{5}{6}$ fl., was kosten 3, 4, 8, 17, 25, 44 Klafter?

39) In einem gleichseitigen Vierecke beträgt jede Seite $8^{0}\ 4\frac{7}{12}'$, wie groß ist der ganze Umfang?

40) Wenn ein Metzen Weizen $3\frac{7}{15}$ fl. kostet, was betragen 4, 8, 13, 87, 108 Metzen?

41) Ein Pferd braucht täglich $\frac{5}{8}$ Metzen Hafer; was brauchen 15 Pferde in 28 Tagen?

42) A nimmt täglich $4\frac{9}{20}$ fl., B $3\frac{17}{30}$ fl. ein, wie viel nimmt jeder von ihnen in 25 Tagen ein, um wie viel A mehr als B, und wie viel beide zusammen?

43) Jemand wechselt 35 Dukaten zu $5\frac{2}{5}$ fl., und 13 Souverainbor zu $15\frac{3}{4}$ fl. ein, wie groß ist der Betrag?

44) Ein Silberarbeiter hat 16 Mark $12\frac{1}{2}$löthiges Silber, 13 Mark $12\frac{11}{18}$löthiges, und 8 Mark $13\frac{5}{6}$löthiges Silber, wie viel Loth feines Silber hat er?

45) Ein Wiener Eimer hat $1\frac{99}{125}$ Kubikfuß; wie viel Kubikfuß enthalten 20, 87, 125, 277, 280 Eimer?

4. Division eines Bruches durch eine ganze Zahl.

§. 37.

8 Neuntel, in 4 gleiche Theile getheilt, geben 2 Neuntel, oder $\frac{8}{9} : 4 = \frac{2}{9} = \frac{8:4}{9}$.

Ein Bruch wird also durch eine ganze Zahl dividiert, wenn man den Zähler durch die ganze Zahl dividiert, und den Nenner ungeändert läſſt.

Die Richtigkeit dieser Regel folgt auch unmittelbar aus dem Begriffe eines Bruches. Wenn man den Nenner unverändert läſſt, den Zähler aber 2, 3, 4 . . . . mal kleiner annimmt, so erhält man 2, 3, 4mal weniger eben so große Theile, also wird auch der neue Bruch nur der 2te, 3te, 4te . . . Theil von dem früheren Bruche sein.

Das hier begründete Verfahren ist jedoch nur dann anwendbar, wenn der Zähler durch die ganze Zahl theilbar ist; im entgegengesetzten Falle würde man als Zähler des Quozienten einen Bruch bekommen, was man in der Rechnung zu beseitigen sucht; es muß daher für diesen Fall eine andere Art der Division aufgestellt werden.

Wenn der Zähler eines Bruches ungeändert bleibt, der Nenner aber 2, 3, 4 . . . mal größer wird, so bekommt man eben so viele, aber 2, 3, 4 . . . mal kleinere Theile; somit wird auch der neue Bruch 2, 3, 4 . . . mal kleiner als der frühere. Um daher den 2ten, 3ten, 4ten . . . Theil eines Bruches zu erhalten, darf man nur den Nenner desselben 2, 3, 4 . . . mal so groß nehmen; oder:

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, wenn man den Zähler ungeändert läſſt, und den Nenner mit der ganzen Zahl multiplіziert.

Beispiele.

1) $\frac{8}{15} : 4 = \frac{2}{15}$ 2) $\frac{9}{16} : 3 = \frac{3}{16}$.
3) $\frac{10}{11} : 5 = \frac{2}{11}$ 4) $\frac{7}{8} : 3 = \frac{7}{24}$
5) $\frac{13}{15} : 8 = \frac{13}{120}$ 6) $\frac{5}{18} : 11 = \frac{5}{198}$
7) $13\frac{1}{2} : 9 = \frac{27}{2} : 9 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
8) $12\frac{3}{5} : 7 = \frac{63}{5} : 7 = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{3}$
9) $8\frac{7}{8} : 10 = \frac{71}{8} : 10 = \frac{71}{80}$
10) $3\frac{5}{6} : 5 = \frac{23}{6} : 5 = \frac{23}{30}$

11) $\frac{12}{25} : 8 = \frac{12}{200} = \frac{3}{50}$ oder kürzer $\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{25} : \overset{2}{\cancel{8}} = \frac{3}{50}$

12) $\frac{27}{32} : 3 = ?$ 13) $\frac{15}{16} : 20 = ?$
14) $\frac{14}{17} : 21 = ?$ 15) $2\frac{3}{5} : 4 = ?$
16) $37\frac{11}{12} : 15 = ?$ 17) $128\frac{13}{48} : 25 = ?$
18) $78934\frac{37}{40} : 378 = ?$
19) $50831\frac{131}{200} : 703 = ?$
20) $17908\frac{283}{445} : 137 = ?$
21) $24170\frac{391}{533} : 865 = ?$

22) Wie viel ist der 12te Theil von $\frac{3}{4}$, von $1\frac{1}{2}$, $3\frac{7}{8}$, $15\frac{3}{5}$, $1224\frac{3}{10}$?

23) Von welcher Zahl ist $73\frac{3}{4}$ das 3fache, von welcher das 5fache, das 9fache, das 20fache, das 35fache?

24) Man addiere den 4ten, 5ten und 6ten Theil von $23\frac{2}{3}$.

25) Wie groß ist der Unterschied zwischen dem 10ten und 12ten Theile von $108\frac{6}{25}$?

26) Wie viel Gulden betragen $\frac{3}{4}$ Kr., wie viel $6\frac{1}{2}$ Kr., $13\frac{3}{8}$ Kr., $49\frac{5}{8}$ Kr.?

27) Wie viel Gulden betragen 12 fl. 24 Kr., 3 fl. 8 Kr. 3 H, 17 fl. 25 Kr. 2 H, 128 fl. 49 Kr. $1\frac{1}{2}$ H?

28) Wie viel Ztr. machen $17\frac{4}{5}$ ℔, $48\frac{3}{4}$ ℔, 37 ℔ 28 Lth. 3 ℔ $4\frac{1}{2}$ Lth., 35 ℔ 17 Lth. 3 Qtch, 8 Ztr. 40 ℔ 20 Lth. 1 Qtch, 3 Ztr. 15 Lth. $2\frac{1}{2}$ Qtch.

29) Ein Zentner kostet $58\frac{3}{4}$ fl., wie hoch kommt 1 ℔?

30) Jemand kauft das Dutzend um $17\frac{2}{3}$ fl.; wie hoch kommt ein Stück?

31) 48 Ellen kosten $158\frac{1}{2}$ fl; was kostet 1 Elle; wie hoch kommen 2, 7, 13, 41 Ellen?

32) Ein Dampfwagen legt in 5 Stunden $21\frac{2}{8}$ Meilen zurück, wie viel in einer Stunde?

33) Wenn 1 Eimer Wein 12 fl. kostet, wie viel Eimer bekommt man für $63\frac{1}{2}$ fl., wie viel für $90\frac{2}{3}$ fl, für $148\frac{5}{12}$ fl., für $290\frac{9}{20}$ fl?

34) Wie viel Wiener Fuß kommen auf 1 Meter, wenn 103 Meter $327\frac{13}{16}$ Wiener Fuß enthalten?

5. Das Multiplizieren mit einem Bruche.

§. 38.

Um eine Zahl, z. B. 5, mit einem Bruche $\frac{3}{4}$ zu multiplizieren, hat man nach der allgemeinen Erklärung des Multiplizierens aus 5 auf dieselbe Art eine Zahl zu bilden, wie $\frac{3}{4}$ aus der Einheit entstanden ist; $\frac{3}{4}$ ist aus der Einheit entstanden, indem man dieselbe in 4 gleiche Theile getheilt, und einen solchen Theil, nämlich den 4ten Theil, 3mal genommen hat; oder indem man die Einheit dreimal genommen, und von diesem 3fachen den 4ten Theil gesucht hat, man wird daher auch von 5 zuerst den 4ten Theil suchen, und diesen 3mal nehmen, oder man wird von 5 das 3fache suchen, und davon den 4ten Theil nehmen; also

$$5 \times \tfrac{3}{4} = \tfrac{5}{4} \times 3 = \tfrac{15}{4} = 3\tfrac{3}{4} \text{ oder}$$
$$5 \times \tfrac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{4} = \tfrac{15}{4} = 3\tfrac{3}{4}.$$

Eine Zahl mit $\frac{3}{4}$ multiplizieren, oder eine Zahl $\frac{3}{4}$mal nehmen, oder auch $\frac{3}{4}$ von einer Zahl nehmen, heißt also so viel als: den 4ten Theil dieser Zahl 3mal nehmen, oder auch von dem 3fachen dieser Zahl den 4ten Theil suchen.

Um demnach eine ganze Zahl mit einem Bruche zu multiplizieren, wird dieselbe entweder durch den Nenner dividiert, und der Quozient mit dem Zähler multiplizirt, oder sie wird mit dem Zähler multiplizirt, und dann das Produkt durch den Nenner dividiert.

Insbesondere hat man z. B.:

$7 \times \frac{1}{2} = 7 : 2,$ $\quad$ $8 \times \frac{1}{3} = 8 : 3,$

$11 \times \frac{1}{4} = 11 : 4.$

Eine Zahl mit $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$ multiplizieren, heißt daher so viel als: die Zahl durch 2, 3, 4 .... dividieren.

Hat man einen Bruch, z. B. $\frac{4}{5}$ mit einem Bruche $\frac{7}{9}$ zu multiplizieren, so ist

$$\text{der 9te Theil von } \frac{4}{5} \ldots \frac{4}{5 \times 9}$$
$$\text{und das 7fache von } \frac{4}{5 \times 9} \ldots \frac{4 \times 7}{5 \times 9}$$
$$= \frac{4 \times 7}{5 \times 9} = \frac{28}{45},$$

d. h. Ein Bruch wird mit einem Bruche multiplizirt, wenn man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner multiplizirt, und das erste Produkt als Zähler, das zweite als Nenner annimmt.

Beispiele.

1) $8 \times \frac{3}{4} = 2 \times 3 = 6$

2) $15 \times \frac{4}{5} = 3 \times 4 = 12$

3) $7 \times \frac{5}{8} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$

4) $13 \times \frac{7}{10} = \frac{91}{10} = 9\frac{1}{10}$

5) $13 \times \frac{1}{2} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$ 6) $5 \times \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$

7) $\frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{56}$ 8) $\frac{9}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{40}$

9) $\frac{7}{8} \times \frac{12}{25} = \frac{84}{200} = \frac{21}{50}$ oder $\frac{7}{\underset{2}{\cancel{8}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{25} = \frac{21}{50}$.

10) $\frac{\overset{9}{\cancel{18}}}{25} \times \frac{3}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{27}{100}$ 11) $\frac{\overset{2}{\overset{4}{\cancel{12}}}}{\underset{5}{\cancel{35}}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{8}{25}$

12) $5\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{23}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{69}{20} = 3\frac{9}{20}$

13) $\frac{7}{8} \times 12\frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{51}{4} = \frac{357}{32} = 11\frac{5}{32}$

14) $17\frac{3}{4} \times 12\frac{3}{7} = \frac{71}{4} \times \frac{87}{7} = \frac{6177}{28} = 220\frac{17}{28}$

15) $37 \times \frac{1}{8} = ?$ 16) $27 \times \frac{5}{9} = ?$

17) $13 \times \frac{7}{12} = ?$ 18) $\frac{9}{11} \times \frac{13}{17} = ?$

19) $\frac{14}{27} \times \frac{17}{21} = ?$ 20) $\frac{16}{25} \times \frac{15}{28} = ?$

21) $3\frac{17}{18} \times \frac{5}{8} = ?$ 22) $\frac{13}{18} \times 24\frac{3}{7} = ?$

23) $72\frac{5}{6} \times 19\frac{7}{8} = ?$ 24) $7315\frac{37}{50} \times 218\frac{53}{60} = ?$

25) $1892\frac{58}{75} \times 295\frac{40}{51} = ?$

26) $37403\frac{87}{128} \times \frac{2335}{3337} = ?$

27) $564\frac{3017}{4075} \times 37\frac{219}{572} = ?$

28) $6285 \times 2134\frac{710}{5875} = ?$

29) $\frac{1907}{2106} \times 75946\frac{817}{1812} = ?$

30) $4072\frac{1}{536} \times 9531\frac{788}{955} = ?$

31) $9807\frac{2378}{4550} \times 8796\frac{1267}{3448} = ?$

32) $8642\frac{327}{415} \times \frac{718}{866} + 19371\frac{88}{77} \times 255\frac{118}{225} = ?$

33) $4751\frac{420}{681} \times 571\frac{191}{812} - 3640\frac{319}{520} \times 460\frac{80}{701} = ?$

34) Wie viel ist $\frac{2}{3}$, wie viel $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$ von $68\frac{7}{10}$?

35) Wie viel ist $\frac{7}{8}$ des Unterschiedes $19\frac{7}{10} - 8\frac{3}{4}$?

36) Wie viel beträgt $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ von $13\frac{4}{5}$?

$$13\frac{4}{5} = \frac{69}{5} \qquad \begin{array}{l} \frac{69}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{69}{10} \\ \frac{69}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{46}{5} \\ \frac{69}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{207}{20} \end{array} \quad \begin{array}{|c|c} \multicolumn{2}{c}{20} \\ \hline 2 & 138 \\ 4 & 184 \\ 1 & 207 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{529}{20} = 26\frac{9}{20}$$

kürzer: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{23}{12}$; $\frac{69}{5} \times \frac{23}{12} = \frac{529}{20} = 26\frac{9}{20}$

37) Um wie viel ist $\frac{7}{8}$ von $65\frac{3}{5}$ größer als $\frac{3}{4}$ von $55\frac{5}{8}$?

38) Ein Metzen Weizen wiegt 80 ℔, wie viel wiegen $6\frac{1}{4}$ Metzen; wie viel $7\frac{3}{8}$, $10\frac{1}{2}$, $17\frac{7}{10}$ Metzen?

39) Ein Zentner Kaffee kostet $32\frac{1}{2}$ fl., wie hoch kommen $8\frac{3}{4}$ Ztr., $13\frac{17}{25}$ Ztr., 18 Ztr. 15 ℔, 31 Ztr. $31\frac{1}{4}$ ℔?

40) Der Flächenraum von Niederösterreich ist $345\frac{3}{4}$ □ Meilen, davon betragen die Waldungen $\frac{17}{50}$; wie viel Flächenraum nehmen sie ein?

41) Ein Kubikfuß Wasser wiegt $56\frac{5}{8}$ ℔; das Quecksilber ist $13\frac{1}{2}$mal, das Silber $10\frac{1}{2}$mal, das Eisen $7\frac{8}{10}$mal, das Zinn $7\frac{1}{5}$mal so schwer als das Wasser; wie viel wiegt 1 Kubikfuß, wie viel $2\frac{3}{4}$, $7\frac{1}{12}$, $5\frac{3}{10}$ Kubikfuß von jedem dieser Metalle?

42) Eine Mark feines Silber gilt $24\frac{5}{12}$ fl., wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Mark, $5\frac{7}{8}$ Mark, 3 Mark 5 Loth., 7 Mark 7 Lth. $2\frac{1}{2}$ Qtch. Silber?

43) Wenn 1 Elle $5\frac{7}{12}$ fl. kostet, was kosten $2\frac{1}{3}$, $3\frac{5}{8}$, $6\frac{3}{4}$ Ellen?

44) Ein Kaufmann hat $204\frac{3}{4}$ Ztr. Kaffee, davon ist $\frac{2}{7}$ Havanna, $\frac{3}{10}$ Portorico, $\frac{1}{8}$ Mocca, und der Rest Java Kaffee; wie viel hat er von jeder Sorte?

45) Vier Personen theilen eine Summe von $745\frac{5}{12}$ fl. so unter sich, daſs A $\frac{1}{4}$, B $\frac{3}{8}$, C $\frac{1}{5}$, und D den Rest bekommt, wie viel kommt auf jeden?

46) Es werden $137\frac{1}{2}$ Ztr. einer Waare, der Zentner zu $23\frac{1}{3}$ fl. gekauft, A erhält davon $\frac{1}{3}$, B $\frac{2}{5}$, C $\frac{1}{6}$, D $\frac{1}{10}$; wie viel muß jeder bezahlen?

47) Eine silberne Schüssel wiegt $8\frac{17}{32}$ Mark, und enthält $12\frac{1}{2}$ löthiges Silber; wie viel feines Silber enthält sie, und wie viel ist sie wert, wenn man die Mark feines Silber zu $25\frac{3}{20}$ fl. rechnet?

48) Es sind 8 Thüren von $7\frac{1}{2}'$ Länge und $4\frac{1}{3}'$ Breite mit Öhlfarbe anzustreichen; was kostet das Anstreichen, wenn für den □′ $2\frac{3}{4}$ Kr. bezahlt werden?

49) Was wiegen 23 vierkantige Eisenstangen von $8\frac{3}{4}'$ Länge, $\frac{6}{7}'$ Breite, $\frac{1}{85}'$ Dicke, wenn 1 Kubikfuß Eisen $4\frac{8}{25}$ Ztr. wiegt?

50) Ein Rechteck ist $35\frac{5}{11}'$ lang und $38\frac{107}{414}'$ breit, wie groß ist seine Fläche?

51) Wie hoch wird ein Garten, welcher $32\frac{3}{4}{}^0$ lang und $13\frac{7}{12}{}^0$ breit ist, zu stehen kommen, wenn die $\square^0$ mit $1\frac{2}{5}$ fl. bezahlt wird?

52) Ein rechtwinkeliges Gefäß hat $4\frac{3}{4}'$ Länge, $3\frac{11}{12}'$ Breite und $1\frac{2}{3}'$ Tiefe; wie groß ist der Inhalt?

6. Das Dividieren durch einen Bruch.

§. 39.

$\frac{1}{5}$ ist 5mal kleiner als 1, es wird daher $\frac{1}{5}$ in irgend einer Zahl 5mal so oft enthalten sein, als 1 in derselben Zahl vorkommt; $\frac{3}{5}$ ist 5mal kleiner als 3, daher wird $\frac{3}{5}$ in einer Zahl 5mal so oft enthalten sein als 3. Um daher zu erfahren, wie oft $\frac{3}{5}$ in einer Zahl enthalten ist, untersucht man zuerst, wie oft 3 darin vorkommt, d. i. man dividiert die Zahl durch den Zähler 3, und nimmt den erhaltenen Quozienten 5mal, d. i. multipliziert ihn mit dem Nenner 5. Man hat z. B.

$$8 : \frac{3}{5} = \frac{8}{3} \times 5 = \frac{8 \times 5}{3},$$

$$\frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{4}{7 \times 3} \times 5 = \frac{4 \times 5}{7 \times 3}.$$

Es ist aber auch

$$8 \times \frac{5}{3} = \frac{8 \times 5}{3},$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{4 \times 5}{3},$$

Man sieht also, daß

$8 : \frac{3}{5}$ dieselbe Zahl gibt wie $8 \times \frac{5}{3}$,

und $\frac{4}{7} : \frac{3}{5}$ " " " " $\frac{4}{7} \times \frac{5}{3}$.

Die Division durch einen Bruch kann also in eine Multiplikazion mit dem umgekehrten Bruche verwandelt werden, und es bestehet die Regel:

Eine Zahl wird durch einen Bruch dividiert, wenn man sie mit dem umgekehrten Divisor multipliziert.

Insbesondere ist

$$7 : \tfrac{1}{2} = 7 \times 2,\ 8 : \tfrac{1}{3} = 8 \times 3,\ \tfrac{3}{7} : \tfrac{1}{4} = \tfrac{3}{7} \times 4.$$

Eine Zahl durch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, . . . dividieren heißt also so viel als: die Zahl mit 2, 3, 4, . . . multiplizieren.

Beispiele.

1) $12 : \frac{1}{3} = 12 \times 3 = 36$ 2) $\frac{3}{16} : \frac{1}{5} = \frac{15}{16}$

3) $10 : \frac{3}{7} = 10 \times \frac{7}{3} = \frac{70}{3} = 23\frac{1}{3}$

4) $15 : \frac{5}{8} = 15 \times \frac{8}{5} = 24$

5) $\frac{7}{10} : \frac{3}{5} = \frac{7}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

6) $\frac{13}{18} : \frac{11}{17} = \frac{13}{18} \times \frac{17}{11} = 1\frac{23}{198}$

7) $3 : 2\frac{1}{2} = 3 : \frac{5}{2} = 3 \times \frac{2}{5} = 1\frac{1}{5}$

8) $\frac{5}{7} : 5\frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{27} = \frac{55}{189}$

9) $7\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{23}{3} \times 2 = \frac{46}{3} = 15\frac{1}{3}$

10) $7\frac{3}{8} : 9\frac{4}{9} = \frac{59}{8} \times \frac{9}{85} = \frac{531}{680}$

11) $5 : \frac{1}{3} = ?$ 12) $\frac{3}{17} : \frac{1}{6} = ?$

13) $138\frac{7}{15} : \frac{1}{10} = ?$ 14) $37 : \frac{3}{10} = ?$

15) $\frac{9}{16} : \frac{3}{20} = ?$ 16) $17\frac{16}{21} : \frac{11}{12} = ?$

17) $18 : 2\frac{1}{3} = ?$ 18) $\frac{3}{8} : 32\frac{3}{10} = ?$

19) $25\frac{7}{9} : 15\frac{1}{18} = ?$ 20) $32487\frac{23}{50} : \frac{127}{180} = ?$

21) $29607 : 1202\frac{55}{128} = ?$

22) $1728\frac{378}{625} : 57\frac{137}{250} = ?$

23) $786\frac{1235}{2346} : 3891\frac{751}{888} = ?$

24) Von welcher Zahl betragen $\frac{5}{8}$ genau 100?

25) Welches ist die Zahl, von welcher $\frac{3}{5}$ gerade so viel ist als $\frac{4}{9}$ von $23\frac{1}{2}$?

26) Von welcher Zahl betragen $\frac{27}{32}$ um $72\frac{5}{8}$ mehr als $\frac{13}{16}$ von $588\frac{17}{45}$?

27) Welches ist die Zahl, von welcher $\frac{23}{40}$ um $15\frac{3}{25}$ weniger betragen als $\frac{81}{48}$ von $2357\frac{17}{30}$?

28) Jemand verdient täglich $\frac{3}{4}$ fl.; wie lange wird er arbeiten müßen, um $19\frac{1}{2}$ fl. zu verdienen?

29) Wenn $\frac{7}{8}$ Ellen $3\frac{11}{12}$ fl. kosten, wie hoch kommt 1 Elle, wie hoch 3 Ellen, $5\frac{1}{2}$ Ellen?

30) Was kostet der Zentner, wenn $2\frac{3}{4}$ Zentner 57 fl. 28 Kr. kosten?

31) Ein Acker, welcher $5\frac{3}{4}$ Joch enthält, wird um 1820 fl. verkauft; was kostet 1 Joch?

32) Ein Rad hat $11\frac{2}{3}$ Fuß im Umfange; wie viele Umdrehungen muß es machen, um einen Weg von 2000 Klaftern zu durchlaufen?

33) Wenn ein Dampfwagen in $5\frac{7}{15}$ Stunden $20\frac{1}{2}$ Meilen zurücklegt; wie viel Meilen legt er in einer Stunde zurück?

34) $8\frac{1}{2}$ Mark Legierung enthalten $148\frac{3}{4}$ Karat feines Gold; wie viel karatig ist die Legierung?

35) Ein Rechteck hat $128\frac{5}{18}\square^0$ Fläche, wie breit ist dasselbe, wenn die Länge $18^0\ 3\frac{1}{2}'$ beträgt?

36) Was kosten $8\frac{3}{4}$ Eimer, wenn $2\frac{3}{8}$ Eimer $47\frac{1}{2}$ fl. kosten?

37) Wenn $6\frac{5}{8}$ Ellen $28\frac{4}{15}$ fl. kosten, wie hoch kommen $9\frac{1}{3}$ Ellen?

38) Ein Kaufmann bekommt zwei Sorten Kaffee, von der erstern kostet der Zentner $34\frac{1}{3}$ fl., von der zweiten $28\frac{1}{2}$ fl.; wenn nun von der schlechtern Sorte $3\frac{2}{3}$ Ztr. da waren und der ganze Betrag $296\frac{1}{3}$ fl. ausmachte, wie viel Ztr. waren von der bessern Sorte?

39) Ein Wasserbehälter von 55 Kubikfuß Inhalt soll mit Wasser gefüllt werden; wenn man nun jedesmal $2\frac{3}{4}$ Kubikfuß dazu trägt, und ein solcher Gang $5\frac{1}{2}$ Minuten dauert; in wie viel Gängen und in welcher Zeit wird der Behälter gefüllt werden?

40) Eine Dose, welche $8\frac{1}{8}$ Loth schwer ist und $13\frac{1}{2}$ löthiges Silber enthält, kostet $15\frac{7}{12}$ fl.; wie theuer wird ein Loth feines Silber gerechnet?

41) Ein Ballen Baumwolle wog $248\frac{1}{2}$ ℔, der Ballen für

sich wog $16\frac{3}{4}$ ℔; wie hoch kommt 1 Ztr. davon, wenn die ganze Baumwolle $60\frac{9}{20}$ fl. kostete?

42) Jemand hat $38\frac{1}{2}$ Ellen einer Waare, die Elle zu $9\frac{1}{2}$ Groschen behandelt und bezahlt den Betrag; wenn er nun dafür von einem andern Stücke nimmt, wovon die Elle $11\frac{2}{3}$ Groschen kostet, wie viel Ellen bekommt er?

43) Jemand kauft $45\frac{2}{3}$ Ellen Tuch, die Elle zu $4\frac{1}{5}$ fl.; wie theuer muß er eine Elle verkaufen, um im ganzen $28\frac{83}{90}$ fl. zu gewinnen.

7. Das Multiplizieren und Dividieren der Brüche nach der Strichmethode.

§. 40.

Das Multiplizieren und Dividieren der Brüche kann sehr bequem nach der Strichmethode vollzogen werden. Man zieht dabei einen aufrechten Strich, und setzt die Zahlen, deren Produkt den Dividend bildet, auf die rechte, die Zahlen dagegen, deren Produkt den Divisor bildet, auf die linke Seite.

1. Ist z. B. $\frac{3}{4}$ mit $\frac{9}{5}$ zu multiplizieren, so muß das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner dividiert werden. Man schreibt daher die zu multiplizierenden Brüche auf die Dividendseite unter einander, läßt aber nur die Zähler 3 und 9 auf derselben Seite, die Nenner 4 und 5 streicht man durch, und überträgt sie auf die linke Seite; nun multipliziert man die Zähler rechts, und eben so die Nenner links des Striches, das Produkt der Zähler 27 ist der Dividend, das Produkt der Nenner 20 der Divisor, und der Quozient $1\frac{7}{20}$ das gesuchte Produkt. Die ganze Rechnung stehet

4	$\frac{3}{\cancel{4}}$	
5	$\frac{9}{\cancel{5}}$	
20	27	$1\frac{7}{20}$.

Wenn zwei Zahlen auf entgegengesetzten Seiten des Striches durch einerlei Zahlen theilbar sind, so kann man dadurch abkürzen; denn der Quozient wird nicht geändert, wenn man Divisor und Dividend durch einerlei Zahl dividiert. Sind z. B. $\frac{8}{9}$ und $\frac{5}{12}$ zu multiplizieren, so hat man

$$\begin{array}{r|l} 9 & \frac{\cancel{8}}{9}\quad 2 \\[6pt] 3\quad \cancel{12} & \frac{5}{12} \\ \hline 27 & 10 \mid \frac{10}{27} \end{array}$$

Hier lassen sich 12 und 8 durch 4 abkürzen; man dividiert dadurch, und schreibt nur die Quozienten 3 und 2 an.

Kommen gemischte Zahlen zu multiplizieren vor, so werden sie eingerichtet, die Zähler auf der rechten Seite angeschrieben, die Nenner aber sogleich auf die linke Seite übertragen. Man multiplizere $5\frac{3}{4}$ mit $6\frac{1}{5}$.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 5\tfrac{3}{4})\ 23 \\[6pt] 5 & 6\tfrac{1}{5})\ 31 \\ \hline 20 & 713 \mid 35\tfrac{3}{20} \end{array}$$

2. Ist ein Bruch z. B. $\frac{5}{6}$ durch einen Bruch $\frac{3}{7}$ zu dividieren, so schreibt man den Dividend $\frac{5}{6}$ auf die rechte, den Divisor $\frac{3}{7}$ auf die linke Seite. Der Quozient bleibt beständig, wenn man Divisor und Dividend mit einerlei Zahl multipliziert. Wenn man hier beiderseits mit dem Nenner 7 des Divisors multipliziert, so bleibt von diesem Bruche links bloß der Zähler 3, auf der andern Seite erscheint dann der Nenner 7 als Faktor. Wenn man eben so beiderseits mit dem Nenner 6 des Dividends multipliziert, so fällt dieser Nenner auf der rechten Seite weg, und es bleibt bloß der Zähler 5, auf der andern Seite erscheint dann der Nenner 6 als Faktor. Man hat

$$\begin{array}{r|l} \frac{3}{\cancel{7}} & \frac{5}{\cancel{6}} \\[4pt] 6 & 7 \\ \hline 18 & 35 \mid 1\tfrac{17}{18} \end{array}$$

Es ist also erlaubt, auf einer Seite den Nenner wegzulassen und ihn auf die andere Seite als Faktor zu übertragen.

Sind gemischte Zahlen durch eben solche zu dividieren, so werden sie zuerst eingerichtet, und dann die Zähler auf derselben, die Nenner aber auf der entgegengesetzten Seite angeschrieben. Auch hier kann man die Zahlen zu beiden Seiten des Striches abkürzen.

Aus allem Vorhergehenden folgt: Bei der Multiplikazion oder Division der Brüche zieht man einen aufrechten Strich, schreibt die Faktoren oder den Dividend auf die rechte, den Divisor aber auf die linke Seite. Kommen gemischte Zahlen vor, so werden sie eingerichtet, die Zähler lässt man auf jener Seite stehen, wo der Bruch sein soll, die Nenner aber werden auf die entgegengesetzte Seite übertragen. Dann werden die Zahlen beiderseits abgekürzt. Endlich multipliziere man die Zahlen zu beiden Seiten, und dividiert das Produkt auf der Dividendseite durch jenes auf der Divisorseite; der Quozient ist die gesuchte Zahl.

Beispiele.

Man verrichte nach der Strichmethode folgende Multiplikazionen und Divisionen.

1) $\frac{4}{7} \times \frac{8}{8} = ?$ 2) $2\frac{1}{3} \times 7\frac{1}{6} = ?$

3) $6\frac{1}{8} \times 12\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{3} = ?$

4) $25\frac{5}{8} \times 214\frac{3}{4} \times \frac{2}{8} = ?$

5) $\frac{5}{8} : \frac{2}{9} = ?$ 6) $31\frac{3}{5} : \frac{3}{5} = ?$

7) $712\frac{3}{4} : 4\frac{5}{8} = ?$ 8) $27\frac{1}{10} : 35\frac{6}{7} = ?$

9) $20 \times \frac{3}{4} : \frac{7}{8} = ?$ 10) $7\frac{5}{18} \times 2\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4} = ?$

11) $319\frac{3}{8} \times \frac{2}{5} : 7\frac{1}{4} = ?$ 12) $12\frac{3}{10} \times 65\frac{5}{6} : 3\frac{3}{16} = ?$

13) Was kosten $38\frac{2}{5}$ Zentner zu $17\frac{5}{12}$ fl.

14) Wie viel wiegen $2\frac{3}{4}$ Kubikfuß Quecksilber, wenn das Quecksilber $13\frac{1}{8}$mal so schwer als das Wasser ist, und 1 Kubikfuß Wasser $56\frac{3}{8}$ ℔ wiegt?

15) Ein Bauplatz hat $11\frac{2}{3}{}^{0}$ Länge und $8\frac{3}{4}{}^{0}$ Breite; wie hoch kommt derselbe, wenn die Quadratklafter mit $38\frac{4}{15}$ fl. bezahlt wird?

16) **Ein** Ziegelstein ist $11\frac{1}{2}''$ lang, $5\frac{1}{2}''$ breit und $2\frac{1}{8}''$ dick; wie groß ist sein kubischer Inhalt?

17) **Welchen** Druck übt eine Mauer aus, welche $45\frac{7}{12}'$ lang, $2\frac{1}{4}'$ breit und $27\frac{5}{6}'$ hoch ist, wenn ein Kubikfuß Mauerwerk $87\frac{5}{8}$ ℔ wiegt?

18) $5\frac{3}{4}$ Ztr. einer Waare werden mit $158\frac{3}{5}$ fl. bezahlt; wie hoch kommt 1 Ztr.?

19) **Wenn** $5\frac{7}{8}$ Ballen Druckpapier $125\frac{1}{3}$ fl. kosten, was kostet 1 Ballen?

20) $10\frac{1}{8}$ ℔ Garn geben $47\frac{3}{8}$ Ellen Leinwand; wie viel Ellen gibt 1 ℔?

21) **Wenn** eine Elle $4\frac{4}{15}$ fl. kostet, wie viel Ellen wird man für $140\frac{4}{5}$ fl. erhalten?

22) **Ein** Baugrund wird um $728\frac{7}{20}$ fl. verkauft; wie viel □° enthält er, wenn die □° mit $15\frac{3}{4}$ fl. bezahlt wird?

23) **Ein** Körper legt in einer Sekunde $3\frac{1}{8}$ Fuß zurück, ein zweiter $36\frac{2}{3}$ Fuß; wie vielmal so schnell bewegt sich der zweite Körper als der erste?

24) **Wie** viel Ellen wird man für $9\frac{1}{3}$ fl. erhalten, wenn $2\frac{1}{2}$ Ellen $3\frac{1}{3}$ fl. kosten?

25) **Was** kosten $17\frac{8}{20}$ Ztr., wenn $8\frac{3}{5}$ Ztr. mit $208\frac{1}{2}$ fl. bezahlt werden?

26) **Ein** Acker von 13 Joch $128\frac{1}{2}$ □° wird um $2530\frac{1}{8}$ fl. gekauft; der Käufer tritt nun $2\frac{5}{16}$ Joch zu demselben Preise an seinen Nachbar ab; wie viel hat dieser zu bezahlen?

27) **Ein** Taglöhner bekommt für 6 Tage $4\frac{2}{3}$ fl.; für wie viel Tage $11\frac{2}{3}$ fl.?

28) **Was** ist vortheilhafter, $8\frac{9}{64}$ ℔ um $16\frac{4}{5}$ fl. einzukaufen, oder $10\frac{3}{8}$ ℔ um $22\frac{7}{12}$ fl.?

29) **Wenn** $67\frac{17}{25}$ Ztr. $1348\frac{3}{20}$ fl. kosten; wie viel Zentner bekommt man für $732\frac{5}{8}$ fl., für $950\frac{11}{12}$ fl., für $2333\frac{17}{24}$ fl.?

30) **Wie** hoch kommt eine Mauer von $78\frac{3}{4}'$ Länge, $2\frac{5}{12}'$ Dicke und $23\frac{2}{3}'$ Höhe, wenn 20 Kubikfuß mit $1\frac{23}{30}$ fl. bezahlt werden?

Vierter Abschnitt.

Das Rechnen mit Dezimalbrüchen.

§. 41.

Besonders wichtig sind solche Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000, . . . überhaupt 1 mit lauter Nullen ist: z. B. $\frac{3}{10}$, $\frac{87}{100}$, $\frac{73161}{1000}$, $\frac{83}{100000}$. Sie heißen Dezimal- oder zehntheilige Brüche, während die übrigen gemeine Brüche genannt werden.

Man pflegt bei den Dezimalbrüchen den Nenner gar nicht anzuschreiben, was jedenfalls geschehen darf, sobald man auf irgend eine andere Art ersichtlich macht, wie viele Nullen im Nenner vorkommen. Dieses geschieht dadurch, daſs man im Zähler, von der Rechten angefangen, so viele Ziffern durch einen Punkt, den Dezimalpunkt, absondert, als der Nenner Nullen enthält. Bleibt vor dem Dezimalpunkte keine Ziffer mehr übrig, so kommt an diese Stelle eine Nulle. Hat aber der Zähler sogar weniger Ziffern, als man durch den Punkt abschneiden sollte, so werden die links fehlenden Ziffern durch Nullen ersetzt, vor den Dezimalpunkt kommt dann auch eine Nulle. Z. B.

1) $\frac{318}{10} = 31{\cdot}8$ 2) $\frac{734}{100} = 7{\cdot}34$

3) $\frac{1234567}{10000} = 123{\cdot}4567$ 4) $\frac{13}{100} = 0{\cdot}13$

5) $\frac{157}{1000} = 0{\cdot}157$ 6) $\frac{3791}{10000} = 0{\cdot}3791$

7) $\frac{3}{100} = 0{\cdot}03$ 8) $\frac{53}{1000}\ 0{\cdot}53$

9) $\frac{89}{10000} = 0{\cdot}0089$ 10) $7\frac{4}{10} = \frac{74}{10} = 7{\cdot}4$

11) $51\frac{37}{1000} = 51{\cdot}037$.

Die Ziffern vor dem Dezimalpunkte bedeuten Ganze; die Ziffern nach demselben heißen Dezimalen, und zwar bedeutet die erste Ziffer nach dem Punkte **Zehntel**, die zweite **Hundertel**, die dritte **Tausendtel**, u. s. w. wie man aus folgendem Beispiele ersteht:

$$37.949 = \frac{37849}{1000} = \frac{37000}{1000} + \frac{800}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{9}{1000}$$

oder

$$37{\cdot}849 = 37 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100} + \frac{9}{1000}$$

Eben so findet man:

$$7{\cdot}3415 = 7 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{5}{10000} = 7\frac{3415}{10000},$$

$$108{\cdot}1097 = 108 + \frac{1}{10} + \frac{6}{1000} + \frac{7}{10000} = 108\frac{1097}{10000}.$$

Daraus folgt auch, wie ein Dezimalbruch ausgesprochen wird.

Man spricht zuerst die Zahl vor dem Dezimalpunkte aus, und setzt das Wort **Ganze** dazu und dann jede Dezimale einzeln mit ihrem Nenner, oder alle zusammen mit dem letzten Nenner. Häufig pflegt man die Dezimalen nach der Ordnung auch ohne Hinzufügung des Nenners auszusprechen. Z. B.

412·3104 wird gelesen: 412 Ganze, 3 Zehntel, 1 Hundertel, 4 Zehntausendtel; oder 412 Ganze, 3104 Zehntausendtel; oder 412 Ganze mit den Dezimalen 3, 1, 0, 4.

Man lese folgende Dezimalbrüche;

3·14159, 13·7805, 37·008, 17·0137, 0·81935, 0·70103, 0·0814, 0·00039, 0·0020805.

§. 42.

Der Begriff eines Dezimalbruches kann auch unmittelbar aus dem Wesen des **dekadischen Zahlensistemes** abgeleitet werden. In unserem Zahlengebäude bedeutet eine Ziffer an jeder weitern Stelle gegen die Linke das 10fache von dem, was sie an der vorhergehenden Stelle bedeutet. Wenn man daher von den Einheiten ausgehet; so bedeutet die nächste Ziffer gegen die Linke das 10fache von den Einheiten d. i. Zehner, die dritte Ziffer das 10fache von den Zehnern d. i. Hunderte, und man kann in dieser Reihenfolge so fort ins Unendliche hinaufsteigen. So bedeutet z. B. die Zahl 77777 Folgendes:

7	7	7	7	7
Zehntausende	Tausende	Hunderte	Zehner	Einheiten

Wenn man umgekehrt von der Linken gegen die Rechte zurückschreitet, so bedeutet jede folgende Ziffer gegen die Rechte nur den 10ten Theil von dem, was sie an der vorhergehenden Stelle anzeigt. Hier sind die 7 Einheiten die niedrigste Stelle. Es ist übrigens nicht nöthig, bei den Einheiten stehen zu bleiben, man kann auch unter dieselben hinabgehen; und zwar wird die nächst folgende Ziffer den 10ten Theil von den Einheiten d. i. Zehntel, die weitere Ziffer den 10ten Theil von den Zehnteln d. i. Hundertel u. s. f. bedeuten. Man braucht bei dieser Fortsetzung der Zahlenreihe nur durch ein Zeichen anzuzeigen, wo die Einheiten aufhören; dieses Zeichen ist eben der oben erwähnte Dezimalpunkt, welcher nach den Einheiten gesetzt wird. Es bedeutet somit 77777·77777 Folgendes:

Ganze					Dezimalen				
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Zehntausende	Tausende	Hunderte	Zehner	Einheiten	Zehntel	Hundertel	Tausendtel	Zehntausendtel	Hunderttausendtel

Aus dem Begriffe eines Dezimalbruches folgt, daſs sein Wert nicht geändert wird, wenn man ihm rechts eine oder mehrere Nullen anhängt, weil dabei die einzelnen Ziffern ihren frühern Stellenwert beibehalten. Es ist also

$$5{\cdot}3 = 5{\cdot}30 = 5{\cdot}300 = 5{\cdot}3000 = 5{\cdot}3000000.$$

1. Addieren der Dezimalbrüche.

§. 43.

Man schreibt die gleichnamigen Stellen unter einander, indem man die Dezimalpunkte unter einander setzt, und verrichtet die Addizion wie bei ganzen Zahlen von der niedrigsten Stelle angefangen; der Dezimalpunkt erscheint in der Summe gerade unter den Dezimalpunkten der Addenden.

Beispiele.

1)

$$\begin{array}{r} 45{\cdot}356 \\ 12{\cdot}509 \\ 8{\cdot}395 \\ 0{\cdot}098 \\ \hline 66{\cdot}358 \end{array}$$

Man addiert zuerst die Tausendtel, wobei man 28 erhält; 28 Tausendtel geben 8 Tausendtel, welche man anschreibt und 2 Hundertel, welche zu den Hunderteln weiter gezählt werden; u. s. f.

2)

$$\begin{array}{l} 0{\cdot}5 \\ 0{\cdot}25 \\ 0{\cdot}125 \\ 0{\cdot}0625 \\ \hline 0{\cdot}9375 \end{array}$$

Hier denkt man sich die leeren Stellen in den Addenden mit Nullen besetzt.

3)

$$\begin{array}{r} 38{\cdot}625 \\ 13{\cdot}05 \\ 8{\cdot}125 \\ \hline 59{\cdot}8 \end{array}$$

Die Nullen am Ende der Summe werden weggelassen.

4) $749{\cdot}574 + 76{\cdot}856 + 9{\cdot}237 = 835{\cdot}667$

5) $224{\cdot}56 + 395{\cdot}085 + 17{\cdot}8 + 9{\cdot}76 = 647{\cdot}205$

6) $4{\cdot}3127 + 2{\cdot}13568 + 7{\cdot}0084 + 51{\cdot}383 + 12{\cdot}1567 = ?$

7) 35·148 + 13·856 + 25·377 + 33·209 + 28·185 = ?
8) 0.3784 + 0·4785 + 16 + 0·2335 + 27 + 1·475 = ?
9) 5·347 + 12·84156 + 37·19584 + 0·937856 = ?
10) 29·3456 + 35·98765 + 213·8485 + 38456 = ?

11) Man verrichte die Addizion folgender Zahlen in senkrechter und in wagrechter Richtung:

35·246	+	13·78593	+	8·74612	+	0·513678	+	277·63
8·37947	+	35·1236	+	10·57809	+	5·21936	+	9.1578
40·897654	+	87·930857	+	9·269	+	7·843976	+	844
39·0784	+	9·764318	+	14·79345	+	2·653339	+	83·427
0·246937	+	5·665524	+	7·83156	+	0·97	+	12·130

12) Wie viel betragen 0·85 fl., 1·34. fl., 2·65 fl. und 0·16 fl. zusammengenommen?

13) Welche Zahl ist um 127·75 größer als 293·125?

14) Man addiere drei Zahlen, deren erste 17·834, die zweite um 4·83 größer als die erste, und die dritte um 5·712 größer als die zweite ist.

15) Die Summe 3·123 + 4·234 + 5·345 + 6·456 soll um 7·567 vermehrt werden.

16) Vier Kapitalien tragen einzeln 112·35 fl., 87·5 fl., 53·125 fl., 188·75 fl. jährlichen Zins; wie viel zusammen?

17) Die Seiten eines Fünfeckes sind 25·124°, 32·315°, 20·25°, 17·360°, 15·248°; wie groß ist der Umfang?

18) Jemand, der bereits 27·345 Joch Ackerfläche besitzt, kauft noch zwei Äcker von 2·378 Joch und 3·134 Joch; wie viel Ackergrund besitzt er nun?

19) Die einzelnen Kreise Böhmens haben folgenden Flächenraum: Prag 107·9 □ Meilen, Budweis 159·4, Pardubitz 130·4, Gitschin 141·1, Böhmisch-Leippa 72·6, Eger 129·1, Pilsen 162·4 □ Meilen; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Königreiches?

20) Ein Silberarbeiter hat 2 Mark 13·25 Loth, 1 Mark 8·772 Loth, 3 Mark 11·178 Loth, 2 Mark 2·794 Loth Silber verarbeitet; wie viel beträgt dieses zusammen?

2. Subtrahieren der Dezimalbrüche.

§. 44.

Beim Subtrahieren der Dezimalbrüche schreibt man den Subtrahend so unter den Minuend, dass Ganze unter Ganze, Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel zu stehen kommen und subtrahiert dann wie bei ganzen Zahlen die gleichnamigen Stellen von der niedrigsten angefangen; der Dezimalpunkt erscheint in dem Reste genau unter den übrigen Dezimalpunkten.

Beispiele.

1) 185·79215	2) 0·73425	3) 27·442
72·34622	0·34274	18·568
113·44593	0·39151	8·874
4) 218·746	5) 5·85	6) 1
0·85	5·2356	0·3842
217·896	0·6144	0·6158

In diesen drei Beispielen denkt man sich die leeren Stellen rechts durch Nullen ergänzt.

7) 0·673042 — 0·374998 = 0·298044
8) 37·784 — 15·384 = 22·4
9) 55·3124 — 13·8751 =?
10) 12·9472 — 8·315 =?
11) 333·78 — 108·333 =?
12) 7·8 — 0·3589 =?
13) 37·857 — 18 =?
14) 33 — 0·00795 =?
15) 823·25463 — 788·9367 =?
16) 3·95207 — 2·8973176 =?
17) Um wie viel ist 7·839 größer als 6·935?
18) Um wie viel ist 37·485 kleiner als 40?
19) Welche Zahl ist um 3·3338 kleiner als 12·8333?
20) Wie groß ist der Unterschied zwischen 10 und 9·75?

21) Um wie viel ist die Summe 3·149 + 8·71938 + 10·08 größer als 9·79345 + 1·859559?

22) Jemand kauft eine Waare um 685·157 fl. nach 3 Monaten zahlbar, wie viel hat er dafür sogleich zu bezahlen, wenn ihm wegen der frühern Bezahlung 17·125 fl. nachgelassen werden?

23) Die Länge des Sekundenpendels unter dem Äquator ist 439·207 Pariser Linien, unter den Polen aber 441·593 Pariser Linien; wie groß ist der Unterschied?

24) Eine Waare wurde um 138·356 fl. eingekauft, und um 177·38 fl. verkauft; wie viel hat man dabei gewonnen?

25) Von einem Acker, welcher 328□° misst, werden 85·25□° verkauft, wie viel bleibt noch übrig?

26) Eine böhmische Elle hat 0·762 Wiener Ellen; um wie viel ist die böhmische Elle kleiner als die Wiener Elle?

27) Der längste Tag in Wien ist 15·967 Stunden, der kürzeste 8·583 Stunden; wie groß ist der Unterschied?

28) Eine Schüssel, welche 5·387 Mark wiegt, enthält 4·488 Mark feines Silber; wie viel ist dabei Zusatz?

29) Ein Faß enthält 37·75 Eimer Wein; wenn nun daraus drei kleinere Fässer, von denen das erste 4·5 Eimer, das zweite 5·25 Eimer, das dritte 5·85 Eimer fasst, gefüllt werden, wie viel bleibt noch im großen Fasse übrig?

30) Ein Pariser Pfund hat 0·8741 Wiener ℔, ein preußisches Pfund 0·83518, ein bairisches 0·99998, ein sächsisches 0·98284, ein russisches 0·73123 Wiener ℔; wie groß ist der Unterschied zwischen je zweien dieser Gewichte?

3. Multiplikazion eines Dezimalbruches mit einer ganzen Zahl.

§. 45.

1. Die Multiplikazion eines Dezimalbruches mit 10, 100, 1000, . . . wird verrichtet, wenn man den Dezimalpunkt um 1, 2, 3, . . . Stellen weiter gegen die Rechte rückt.

Denn, um eine Zahl mit 10 zu multiplizieren, braucht man nur die Zehner zu Hunderten, die Einheiten zu Zehnern, die Zehntel zu Einheiten, die Hundertel zu Zehnteln ... werden zu lassen; die Einheiten einer jeden Stelle gehen also in die Einheiten der nächst höheren Stelle über; dieses aber wird eben erzielt, wenn man den Punkt um eine Stelle weiter rechts rückt; z. B. 34·565 × 10 = 345.67. Wenn man eine Zahl mit 100, 1000 multipliziert, so erhält jede Ziffer den Wert der zweiten, dritten höhern Stelle; es muß also der Dezimalpunkt um 2, 3 Stellen weiter rechts gerückt werden.

2. Um einen Dezimalbruch mit einer beliebigen ganzen Zahl zu multiplizieren, multipliziert man, wie bei ganzen Zahlen, die einzelnen Stellen des Multiplikands von der niedrigsten angefangen mit den einzelnen Ziffern des Multiplikators, schreibt die Theilprodukte mit Rücksicht auf ihren Stellenwert gehörig unter einander, und addiert sie.

Hinsichtlich des Stellenwertes der Theilprodukte ist Folgendes zu beobachten:

a) Multipliziert man mit Einheiten, so haben die Produkte mit den einzelnen multiplizierten Ziffern gleichen Stellenwert; man schreibt sie daher gerade unter die multiplizierten Ziffern. Z. B.

$$\begin{array}{l} 5·3784 \times 7 \\ \hline 37·6488 \end{array}$$

7mal 4 Zehntausendtel = 28 Zehnt. = 2 Tausendtel + 8 Zehntausendtel

7mal 8 Tausendtel + 2 Taus. = 58 Taus. = 5 Hundertel + 8 Taus. u. s. w.

b) Multipliziert man mit Zehnern, so muß das Produkt um eine Stelle gegen die Linke hineingerückt werden. Um z. B. mit 30 zu multiplizieren, multipliziert man zuerst mit 3, und dann mit 10, indem man jede Ziffer an die nächst höhere Stelle rückt; es ist

$$\begin{array}{l} 73·178 \times 3 \\ \hline 219·534 \end{array} \quad \text{daher} \quad \begin{array}{l} 73·178 \times 30 \\ \hline 3195·34 \end{array}$$

c) Wird mit Hunderten, Tausenden, . . . multiplizirt, so rückt man das Produkt um 2, 3 . . . Stellen gegen die Linke hinein. Z. B.

$$\begin{array}{r} 3{\cdot}142 \times 400 \\ \hline 1256{\cdot}8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{\cdot}1783 \times 5000 \\ \hline 891{\cdot}5 \end{array}$$

Man hat daher

$$\begin{array}{r} 9{\cdot}214 \times 234 \\ \hline 36{\cdot}856 \\ 276{\cdot}42 \\ 1842{\cdot}8 \\ \hline 2156{\cdot}076 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 9{\cdot}214 \times 234 \\ \hline 1842{\cdot}8 \\ 276{\cdot}42 \\ 36{\cdot}856 \\ \hline 2156{\cdot}076 \end{array}$$

Es ist leicht einzusehen, daß bei diesem Verfahren im Produkte eben so viele Dezimalen erscheinen, als ihrer im Multiplikand vorhanden sind, wovon man sich auch so überzeugen kann:

$$9{\cdot}214 \times 234 = \frac{9214}{1000} \times 234 = \frac{9214 \times 234}{1000} = \frac{2156076}{1000}$$

also

$$9{\cdot}214 \times 234 = 2156{\cdot}076.$$

Man kann daher auch nach folgender Regel verfahren: **Ein Dezimalbruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt**, wenn man ihn ohne Rücksicht auf den Dezimalpunkt multiplizirt, und von dem dadurch erhaltenen Produkte so viele Dezimalstellen abschneidet, als ihrer der Multiplikand enthält.

Beispiele.

1) $\begin{array}{r} 3{\cdot}14159 \times 100 \\ \hline 314{\cdot}159 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 7{\cdot}4115 \times 1000 \\ \hline 7410{\cdot}5 \end{array}$

3) $\begin{array}{r} 1{\cdot}23 \times 100 \\ \hline 123 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 0{\cdot}087 \times 10000 \\ \hline 870 \end{array}$

5) $\begin{array}{r} 17{\cdot}345 \times 9 \\ \hline 156{\cdot}105 \end{array}$ 6) $\begin{array}{r} 7{\cdot}157 \times 800 \\ \hline 5725{\cdot}6 \end{array}$

7) $\begin{array}{r} 33{\cdot}841 \times 37 \\ \hline 1015{\cdot}23 \\ 236{\cdot}887 \\ \hline 1252{\cdot}117 \end{array}$ 8) $\begin{array}{r} 13{\cdot}837 \times 531 \\ 415{\cdot}11 \\ 6918{\cdot}5 \\ \hline 7347{\cdot}447 \end{array}$

9) 0·128 × 625
0·640
2·56
76·8
80

10) 3·1567 × 950
157·835
2841·03
2998·865

11) 17·805 × 10 = ?
12) 0·956 × 100000 = ?
13) 8·9456 × 3 = ?
14) 0·9876 × 90 = ?
15) 0·1234 × 87 = ?
16) 129·23 × 77 = ?
17) 5·19635 × 125 = ?
18) 13·9078 × 699 = ?
19) 53·8423 × 3179 = ?
20) 4·37879 × 17448 = ?
21) 0·879546 × 9994 = ?
22) 0·0000956 × 2785 = ?
23) 8·236755 × 19356 = ?
24) 23·8945 × 97513 = ?
25) 24·94407 × 285263 = ?
26) 1·37938 × 248571 = ?
27) 355·35914 × 31579 + 85·2056 × 24806 = ?
28) 93·62853 × 6450 — 82·517425 × 5349 = ?

29) Die Zahl 15·893 soll mit 10, 100, 1000, 10000, 100000 multiplizirt werden.

30) Ein Wiener Fuß hat 0·31611 Meter, 0·97313 Pariser Fuß, 1.00719 preußische Fuß, 1.08309 bairische Fuß, 1.03713 russische Fuß; wie viel von jedem dieser Längenmaße gehen auf 10, 100, 1000, 10000, 100000 Wiener Fuß?

31) Wie viel ℔ machen 0·78 Ztr., wie viel 0·25 Ztr., 0·125 Ztr.?

32) Wie viel Ztr. und ℔ betragen 3·73 Ztr.?

33) Wie viel Ztr., ℔, Loth. und Qtch. machen 37·3758 Ztr.?

37·3758 Ztr. = 37 Ztr. 37 ℔ 18 Lth. 2·24 Qtch.
37·58 ℔
4·64
18·56 Loth.
2·24 Qtch.

34) Wie viel fl., Kr. und ₰ sind 73·257 fl., wie viel 8.7542, 317·1345 fl.?

35) Wie viel fl. und Kr. machen 214.785 fl.?

214·785 fl. = 214 fl. 47 Kr.

Will man nämlich bloß die Kreuzer wissen, welche in einem Guldendezimalbruche enthalten sind, so multipliziert man die Zehntel mit 6, dieses Produkt bedeutet Kreuzer; nur muß man wegen der größern Genauigkeit auch die übrigen Dezimalen mit 6 multiplizieren, aber davon nur die Zehner des letzten Produktes in Rechnung ziehen. Man sagt hier: 6mal 5 ist 30, bleiben 3; 6mal 8 ist 48 und 3 ist 51, bleiben 5; 6mal 7 ist 42 und 5 ist 47; also 47 Kreuzer.

36) Wie viel fl. und Kr. sind 3·1563 fl., 13·853 fl., 315·915 fl., 2113·75 fl., 307·214 fl., 0·718 fl.?

37) Wie viel Jahre, Monate und Tage sind 5·378 Jahre, 2·157 Jahre, 1·2345 Jahre, 3·888 Jahre?

38) Wie viel Klafter, Fuß, Zoll, Linien sind 5·246°, 3·158°, 37·946°, 108·207°?

39) Wie viel □°, □', □'' sind 728·3564 □°, 31·0785 □° 2·25 □°, 89·1234 □°, 372·9308 □°?

40) Wie viel Kub.°, Kub.', Kub.'' sind 37·963 Kub.°, 127·371 Kub.°, 19·0079 Kub.°, 333·333 Kub.°?

41) Ein Jahr hat 365·242255 Tage; wie viel Stunden, Minuten und Sekunden beträgt der Dezimalbruch?

42) Ein Pfund kostet 2·356 fl., wie hoch kommen 9 ℔, 27 ℔, 58 ℔, 105 ℔, 238 ℔, 1118 ℔?

43) Ein Pendel braucht zu einer Schwingung 0·87 Sekunden; in wie viel Zeit wird es 10, 60, 87, 1000 Schwingungen machen?

44) In Großbritannien war die reine Einnahme am Stämpelgefälle im Jahre 1849 6103408 Pfund Sterling; wie viel beträgt dieses in Konvenzions-Münze, wenn 1 Pfund Sterling zu 10·0735 fl. gerechnet wird?

45) Nach der französischen Gradmessung des Delambre ist der Durchmesser des Äquators 6543624 Toisen, und die Erdachse 6533154 Toisen; wie viel macht das im Wiener Längenmaße, und wie groß ist der Unterschied beider Längen, wenn 1 Toise = 1·027612 Wiener Klafter ist?

46) Ein Mètre beträgt 3·163446 Wiener Fuß, wie viel in Fuß, Zoll, Linien, Punkten; wie viel betragen 8, 23, 77, 100, 2250, 3371 Meter?

47) Das Kilogramm, die Gewichtseinheit des deutschen Zollvereins, hat 1·785675 Wiener ℔; wie viel macht dieses in ℔, Loth und Qtch.; wie viel betragen 10, 17, 51, 125, 699, 1245 Kilogramm?

48) Das Flüssigkeitsmaß im lombardisch-venezianischen Königreiche ist die Soma, welche 70·66484 Wiener Maß enthält; wie viel Wiener Eimer und Maß sind 37, 100, 289, 3567 Some?

49) Der preußische Zentner hat 91·872 Wiener ℔; wie viel Wiener Ztr., ℔, Loth und Qtch. betragen 17, 66, 125, 995, 2708, 13578 preußische Zentner?

50) Ein Pud in Rußland wird zu 40 Pfund gerechnet; wenn nun ein russisches ℔ 0·7312549 Wiener ℔ enthält; wie viel Wiener Ztr., ℔, Loth und Qtch. machen 73, 167, 241, 599, 23910 russische ℔, wie viel 57, 72, 190, 2815, 13864 russische Pud?

4. Division eines Dezimalbruches durch eine ganze Zahl.

§. 46.

1. **Um einen Dezimalbruch durch 10, 100, 1000** zu dividieren, muß man jeder Ziffer einen 10, 100, 1000, ... mal kleinern Wert ertheilen, welches geschieht, wenn man den Dezimalpunkt um 1, 2, 3, ... Stellen gegen die Linke rückt; z. B. 718·34 : 100 = 7·1834.

Diese Regel kann auch bei ganzen Zahlen angewendet werden; es wird nämlich eine ganze Zahl durch 10, 100, 1000, ... dividiert, wenn man ihr rechts 1, 2, 3 ... Ziffern als Dezimalen abschneidet; z. B. 23456 : 1000 = 23·456.

2. **Ist ein Dezimalbruch durch irgend eine ganze Zahl zu dividieren**, so findet man die Ganzen

des Quozienten, wenn man die Ganzen des Dividends dividiert; die Zehntel des Quozienten, wenn man die Zehntel des Dividends mit Einschluss des aus den Ganzen gebliebenen Restes dividiert; durch die Division der Hundertel erhält man Hundertel, u. s. w. Es hat überhaupt jede Ziffer des Quozienten denselben Stellenwert, als die dividierte Stelle im Dividend.

Ein Dezimalbruch wird daher durch eine ganze Zahl dividiert, wenn man ihn wie eine ganze Zahl dividiert, und in den Quozienten den Dezimalpunkt setzt, bevor man die Zehntel des Dividends in Rechnung zieht.

Bleibt bei der Division ein Rest übrig, so kann man, da der Wert eines Dezimalbruches durch Hinzufügen von Nullen nicht geändert wird, diesem so wie jedem folgenden Reste eine Nulle anhängen, und die Division fortsetzen.

$$\begin{array}{l} 278{\cdot}332 : 4 \\ \hline \;\;69{\cdot}583 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 132{\cdot}24 : 29 = 4{\cdot}56 \\ \;\;16\,2 \\ \;\;\;\;1\,74 \\ \;\;\;\;\;\;= = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 351{\cdot}24 : 16 = 21{\cdot}9525 \\ \;31 \\ \;15\,2 \\ \;\;\;\;84 \\ \;\;\;\;\;40 \\ \;\;\;\;\;\;80 \\ \;\;\;\;\;\;= = \end{array}$$

Da man jeder ganzen Zahl beliebig viele Nullen als Dezimalen anhängen kann, so lässt sich das früher für das Dividieren eines Dezimalbruches durch eine ganze Zahl begründete Verfahren auch auf die Division ganzer Zahlen anwenden; wenn nämlich beim Dividieren zweier ganzer Zahlen ein Rest übrig bleibt, so kann man, anstatt dem ganzen Quozienten einen Bruch mit dem Reste als Zähler und dem Divisor als Nenner hinzuzufügen, diesem so wie jedem folgenden Reste eine Nulle anhängen, und die Division in Dezimalen fortsetzen. So kann man z. B. anstatt

3794 : 317 = 11$\frac{307}{317}$ rechnen: 3794 : 317 = 11·9684 . . .
 624   624
 307   3070
                                        2170
                                         2680
                                          1440
                                           172

Geht die Division zuletzt ohne Rest auf, so ist der Quozient vollkommen genau, sonst nur angenähert, und zwar um so genauer, je mehrere Dezimalen man entwickelt. Wie viele Dezimalen man zu suchen hat, hängt von der Natur der Aufgabe ab; bedeutet der Dezimalbruch z. B. Gulden, und ist er das Endergebnis der ganzen Rechnung, so reicht es hin, drei Dezimalen zu entwickeln. Wenn aber der Quozient nicht das Endresultat der Rechnung ist, sondern es wäre damit noch eine Multiplikazion vorzunehmen, so müßte er in mehreren Dezimalen bestimmt werden.

Wenn man in einem Dezimalbruche eine oder mehrere Dezimalen vernachläßiget, so wird die letzte beibehaltene Dezimale um 1 vergrößert, wenn die nächste darauf folgende Dezimale größer als 4 ist. So würde der Dezimalbruch 0·29487 mit einer Dezimale 0·3, mit zwei 0·29, mit drei 0·295, mit vier Dezimalen 0·2949 heißen.

Beispiele.

1) 785·34 : 100 = 7·8534
2) 3·1415 : 10 = 0·31415
3) 23·7 : 1000 = 0·0237
4) 0·93 : 100 = 0·0093

5) $\underline{135·873 : 9}$
 15·097

6) $\underline{2·7835 : 5}$
 0·5567

7) 195·936 : 26 = 7·536
 13 9
 93
 156
 ..

8) 0·73 : 25 = 0·0292
230
50
= =

9) 187929 : 28 = 6711·75
199
32
49
210
140
= =

10) 13 : 48 = 0.270833 . . .
130
340
400
160
160
16

11) 7348 : 1000 = ?
12) 13.09 : 10000 = ?
13) 9·1415 : 8 = ?
14) 121·68 : 400 = ?
15) 1792·325 : 25 = ?
16) 0·9537 : 29 = ?
17) 3 : 7 = ?
18) 739 : 48 = ?
19) 1784 : 2957 = ?
20) 3781 : 387453 = ?
21) 39562·478 : 4279 = ?
22) 5701·7926 : 3953 = ?
23) 264·47781 : 12568 = ?
24) 0·2368 : 72369 = ?

25) Man dividiere die Zahlen 3·985, 317·91, 0·87 durch 10, 100, 1000, 10000.

26) 100000 österreichische Meilen = 471422 englische Meilen = 100713 preuß. Meilen = 83719 sächsische Meilen = 102244 geogr. Meilen = 711174 russ. Wersten; wie viel von jedem dieser Meilenmaße enthalten 10000 österr. Meilen, wie viel 1000, 100, 10, 1 österr. Meile?

27) Wie viel Zentner machen 837 ℔; wie viel 1180 ℔, 2321 ℔, 57 ℔, 18 ℔, 7 ℔?

28) Wie viel fl. betragen 37 fl. 38 Kr. 3 ℋ?

3 : 4 = 0·25 Kr.	oder	4	3 ℋ
38·25 : 60 = 0·6375 fl.		60	38·25 Kr.
also 37·6375 fl.			37·6375 fl.

Um eine in Kreuzern ausgedrückte Zahl, die kleiner als ein Gulden ist, in Gulden zu verwandeln, darf man sie nur durch 6 dividieren, und die erhaltenen Ziffern als Dezimalen der Gulden annehmen.

29) Wie viel Ztr. sind 7 Ztr. 37 ℔ 28 Lth. 2 Qtch., wie viel Ztr. 88 ℔ 17 Loth 1 Qtch.?

4	2 Qtch.	2	1 Qtch.
32	28·5 Lth.	32	17·25 Lth.
	7·125		4·3125
100	37·8906 . . . ℔	100	88·539 . . . ℔
	7·3789 . . . Ztr.		0·88530 . . Ztr.

Indem hier jede rechts stehende Zahl durch den links gesetzten Verwandler dividiert, und der in Dezimalen enthaltene Quozient der darunter befindlichen Zahl angehängt wird, dividiert man bei der Division durch 32 zuerst durch 4, und dann den Quozienten durch 8.

30) Wie viel Ztr. betragen 17 Ztr. 38 ℔ 7 Lth?

31) 215 fl. 28 Kr. 3 ℋ = ? fl.

32) 4° 5′ 6″ 3‴ = ? Klafter.

33) 3 $\square^{0}$ 27 $\square'$ 58 $\square''$ = ? $\square^{0}$.

34) 6 Monate 4 Tage 16 Stund. 19 Min. = ? Jahre.

35) 2 Ballen 5 Rieß 17 Buch = ? Ballen.

36) 25 Ztr. kosten 304·37 fl., wie hoch kommt 1 Ztr.?

37) Was kostet 1 ℔, wenn 38 ℔ 57 fl. 13 Kr. kosten?

38) Wie theuer ist 1 Elle, wenn 120 Ellen 317·384 fl. kosten?

39) Wenn 17 Metzen 48·136 fl. kosten, wie theuer ist 1 Metzen, was kosten 41 Metzen?

40) Was kosten 53 Ztr., wenn 9 Ztr. mit 137 fl. 54 Kr. bezahlt werden?

41) Ein Kapital trägt jährlich 658·35 fl. Zins; wie viel Zins trägt es monatlich, wie viel täglich?

42) 58 Zentner einer Waare kosten 728 fl. 19 Kr.; was kostet 1 Ztr., wie viel 1 ℔, wie viel 1 Loth.

43) Wenn 90 Pariser Fuß 92·48508 Wiener Fuß betragen, wie viel beträgt 1 Pariser Fuß?

44) Wie viel Wiener ℔, Loth und Qtch. hat ein englisches Pfund, wenn 336 englische ℔ 312 65155 Wiener ℔ betragen?

5. Multiplikazion mit einem Dezimalbruche.

§. 47.

Um eine Zahl mit einem Dezimalbruche zu multiplizieren, multipliziert man sie mit den einzelnen Ziffern des Dezimalbruches, setzt die Theilprodukte gehörig unter einander, und addiert dieselben.

Rücksichtlich des Stellenwertes der Theilprodukte ist nebst dem, was oben für die Multiplikazion eines Dezimalbruches mit einer ganzen Zahl gesagt wurde, noch Folgendes zu bemerken:

a) Multipliziert man mit Zehnteln, so muß das Produkt um eine Stelle weiter rechts hinausgerückt werden. Um z. B. mit 0·7 zu multiplizieren, hat man durch 10 zu dividieren, indem man jede Ziffer an die nächst niedrigere Stelle rückt, und den Quozienten mit 7 zu multiplizieren. Z. B.

247·583 × 0.7
9·4781

3 Tausendtel × 0.7 = 3 Zehntausendtel × 7 = 21 Zehntausendtel = 2 Tausendtel + 1 Zehntausendtel u. s. f.

b) Multipliziert man mit den Hunderteln, Tausendteln, . . . so rückt man das Produkt um 2, 3 . . . Stellen gegen die Rechte hinaus. Z. B.

315·83 × 0·03
9·4749

12·123 × 0·002
0·024246

Man hat demnach

8·3417 × 12·851	oder 8·3417 × 12·851
0·0083417	83·417
0·417085	16 6834
6·67336	6 67336
16·6834	417085
83·417	83417
107·1991867	107·1991867

Aus der Natur dieses Verfahrens ergibt sich, dass im Produkte so viele Dezimalstellen erscheinen müßen, als ihrer in beiden Faktoren vorkommen, was man auch auf folgende Art einsehen kann:

$$8{\cdot}3417 \times 12{\cdot}851 = \frac{83417}{10000} \times \frac{12851}{1000} = \frac{1071991867}{10000000}$$
$$= 107{\cdot}1991867$$

Man kann daher auch folgende Regel anwenden:

Ein Dezimalbruch wird mit einem Dezimalbruche multipliziert, wenn man die Multiplikazion, ohne Rücksicht auf die Dezimalpunkte, wie bei ganzen Zahlen verrichtet, und dann im Produkte so viele Dezimalstellen abschneidet, als in beiden Faktoren vorhanden sind.

Beispiele.

1) 783 × 0·09
70·47

2) 35·27 × 0·4
142·108

3) 7·8413 × 1·7
5 48891
13·33021

4) 5·462 × 2·36
10·924
1 6386
32772
12·89032

5) 23·915 × 9·93
1 67405
22·24095

6) 345·123 × 0·617
20707 38
241 5861
212·940891

7) 6.521×0.082

$$\begin{array}{r} 0.52168 \\ 13042 \\ \hline 0.534722 \end{array}$$

8) 0.315×0.017

$$\begin{array}{r} 2205 \\ \hline 0.005355 \end{array}$$

9) $7.314 \times 3.25 = 23.7705$.

10) $41.23 \times 0.52 = 21.4396$.

11) $6.451 \times 80.01 = 516.14451$.

12) $0.4992 \times 0.327 = 0.1632384$.

13) $7125 \times 0.03 = ?$

14) $783 \times 2.83 = ?$

15) $3.5 \times 1.72 = ?$

16) $17.835 \times 0.71 = ?$

17) $2.3456 \times 6.789 = ?$

18) $0.3561 \times 0.91375 = ?$

19) $15.3287 \times 57.89 = ?$

20) $3.141593 \times 785.72 = ?$

21) $781642 \times 0.81593 = ?$

22) $399.1345 \times 14.8875 = ?$

23) $9.51643 \times 928.57 = ?$

24) $810.214 \times 0.09573 = ?$

25) $72.2286 \times 0.00938 = ?$

26) $0.28719 \times 0.53644 = ?$

27) $6.21046 \times 0.01753 = ?$

28) $545.0013 \times 0.011378 = ?$

29) Wie viel beträgt $3.125 \times 1.09 + 7.378 \times 0.037$?

30) Um wie viel ist 37×3.957 größer als 12.935×7.108?

31) Wie groß ist der Unterschied zwischen $72.834 \times 0.123 + 125.3 \times 7.5$ und $33.891 \times 1793 - 3.1974 \times 8.3$?

32) Ein Zentner kostet 37·843 fl., was kosten 7·53 Ztr., 17·24 Ztr., 33·135 Ztr., 0·2475 Ztr.?

33) Wenn der Zentner mit 18 fl. 35·25 Kr. bezahlt wird, wie hoch kommen 1 Ztr. 37 ℔, wie hoch 2 Ztr. 17 ℔ 24 Lth.?

34) Ein Wiener Fuß enthält 0·3161 Meter; wie viel Meter sind 38·34 Wiener Fuß, wie viel 59·125 Wiener Fuß?

35) Ein Meter hat 3·16358 Wiener Fuß; wie viel Wiener Fuß enthalten 7·356 Meter, wie viel 24·089 Meter, 788·889 Meter?

36) Ein Wiener Metzen hält 1·9471 Kubikfuß; wie viel Kubikfuß sind 12·85 Metzen, 37·75 Metzen, 128·125 Metzen?

37) Ein Wiener Eimer enthält 1·792 Kubikfuß; wie viel Kubikfuß sind 33·5 Eimer, 130·75 Eimer, 350·095 Eimer?

38) Ein Kilogramm hat 1·78567 Wiener ℔, ein sächsisches ℔ hat 0·89284 Wiener ℔, wie viel Wiener ℔ sind in 73·45 Kilogramm mehr enthalten als in 100·5 sächsischen ℔?

39) Der Durchmesser eines Kreises beträgt 5·245, wie groß ist der Umfang?

Der Umfang eines Kreises wird berechnet, wenn man den Durchmesser mit 3·14159 multiplizirt.

40) Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Halbmesser 8·315″ beträgt?

41) Wie groß ist der Umfang einer kreisrunden Tischplatte, wenn der Durchmesser derselben 4·15′ ist?

42) Ein Rad hat 2·735′ im Halbmesser; wie groß ist der Umfang desselben, und wie viele Umläufe wird es machen müßen, um 1 Meile zurückzulegen?

43) Der Halbmesser eines Kreises ist 4·5′; wie groß ist der Flächeninhalt?

Um die Fläche eines Kreises zu erhalten, multiplizirt man den Halbmesser mit sich selbst, und das Produkt noch mit 3·14159.

44) Man berechne den Flächeninhalt eines Kreises, dessen Durchmesser 3′ 4″ 9‴ ist.

45) Wie groß ist die Bodenfläche eines kreisrunden Sales, dessen Durchmesser 5° 4′ 8″ ist?

46) Ein kreisrunder Hof, der 7° 2′ 4″ im Durchmesser hat, soll gepflastert werden; wie hoch wird die Arbeit kommen, wenn für die Quadratklafter 1·75 bezahlt wird?

47) Wie groß ist die Oberfläche einer Kugel, deren Halbmesser 1° 3′ 4″ ist?

Die Kugeloberfläche wird berechnet, wenn man den Halbmesser mit sich selbst, und das Produkt noch mit 12·56637 multipliziert.

48) Eine Kugel hat 2·712′ im Durchmesser; wie groß ist ihre Oberfläche?

49) Ein kugelrunder Thurmknopf, welcher 3·2′ im Durchmesser hat, soll vergoldet werden. Wie hoch belaufen sich die Kosten, wenn für den Quadratfuß 1 fl. 33 Kr. gezahlt wird?

50) Wie groß ist der Körperinhalt einer Kugel, deren Halbmesser 2·3′ ist?

Um den Körperinhalt einer Kugel zu finden, setzt man den Halbmesser dreimal als Faktor, und multiplíziert das Produkt noch mit 4·18879.

51) Wie groß ist der Kubikinhalt einer Kugel, deren Durchmesser 4′ 7″ 10‴ ist?

52) Was wiegt eine eiserne Kugel von 8″ 7‴ Durchmesser, wenn 1 Kubikzoll Eisen 8·23 Loth wiegt?

53) Wie groß ist die Fläche eines Rechteckes, welches 35·34′ lang und 17·18′ breit ist?

54) In einem Zimmer, welches 5° 4′ 3″ lang und 3° 5′ 8″ breit ist, soll ein neuer Boden gelegt werden; was wird der Boden kosten, wenn für die Quadratklafter 0·38 fl. bezahlt wird?

55) Ein Hof von 16·35° Länge und 10·83° Breite soll mit Platten belegt werden, wovon die Quadratklafter zu 2 fl. 48 Kr. gerechnet wird; wie hoch belaufen sich die Kosten?

56) Wie viel beträgt die Fläche eines Quadrates, dessen Seite 3·156′ ist?

57) Jemand kauft einen quadratförmigen Bauplatz, dessen eine Seite 12° 5′ 4″ ist, und zwar die Quadratklafter zu 24·245 fl.; wie viel muß er dafür bezahlen?

58) Ein Gefäß hat 2·15′ Länge, 1·83′ Breite und 1·35′ Tiefe; wie viel Kubikfuß beträgt sein Inhalt?

59) Wie groß ist der Inhalt eines Gefäßes von 2·884′ Länge, 2.14′ Breite und 1·537′ Tiefe?

60) Wie hoch belaufen sich die Kosten einer Mauer, welche 8° 3′ 6″ lang, 5° 2′ 8″ hoch und 2′ 6″ dick ist, wenn für den Kubikfuß 18·5 Kr. bezahlt wird?

6. Abgekürzte Multiplikazion der Dezimalbrüche.

§. 48.

Oft verlangt man im Produkte nur die ersteren Dezimalstellen zu wissen, da die folgenden für das gewöhnliche Leben keinen angebbaren Wert mehr haben. Bedeutet das Produkt z. B. Gulden, so sind drei Dezimalen mehr als hinreichend, da schon 0·001 Gulden kleiner als $\frac{1}{4}$ Pfennig, also ein nicht mehr zahlbares Geld ist; um so mehr gilt dieses von den weitern Dezimalstellen.

Man kann nun die Multiplikazion so vornehmen, daſs jede überflüssige Arbeit erspart wird, und man im Produkte gerade nur so viele Dezimalen erhält, als ihrer verlangt werden. Das Verfahren bei einer solchen abgekürzten Multiplikazion wird aus dem folgenden Beispiele ersichtlich werden. Wird z. B. 5·97031 mit 24·68 multiplizirt, so hat man nach der gewöhnlichen Multiplikazionsmethode

5·97031 × 24·68

119 406	2
23·881	24
3·582	186
477	6248
147·347	2508

Soll nun das Produkt bloß in drei Dezimalen, also bis auf die Tausendtel entwickelt werden, so ist die frühere Rechnung rechts des Striches überflüssig, und kann dadurch erspart werden, dass man mit jeder Ziffer des Multiplikators nur jene höhern Ziffern des Multiplikands multipliziert, deren Produkte auf die Stellen Einfluss haben, die im Produkte erscheinen sollen, während die niedrigeren Ziffern ganz unberücksichtiget gelassen werden. Wenn man mit 2 Zehnern multipliziert, so wird jede Ziffer des Multiplikands um einen Rang erhöhet; 1 mit 2 multipliziert gibt 2, dieses käme an die vierte Dezimalstelle, die man jedoch nicht braucht; 3 mit 2 multipliziert gibt 6, welches an die dritte Stelle kommt, die im Produkte bereits erscheinen soll; mit 2 fängt man daher erst bei der Ziffer 3 zu multiplizieren und das Produkt zu schreiben an. Wird mit 4 Einheiten multipliziert, so ändern die Ziffern des Multiplikands ihren Stellenwert gar nicht, man braucht daher 1 und 3 mit 4 nicht zu multiplizieren, weil die Produkte an die fünfte und vierte Dezimalstelle kämen, die man nicht verlangt, sondern beginnt erst bei 0 zu multiplizieren und das Produkt zu schreiben; da jedoch von dem Produkte aus 3 und 4, nämlich 12, nur die 2 an die vierte, die 1 dagegen schon an die dritte Stelle gehört, so darf man von diesem Produkte auch nur 2 vernachlässigen, 1 aber muß zu dem Produkte aus 0 und 3, welches an die dritte Stelle kommt, als **Korrektur** addiert werden. Eben so überzeugt man sich, dass man mit 6 Zehnteln bei 7, und mit 8 Hunderteln bei 9 zu multiplizieren und die Produkte zu schreiben anfangen müße.

Um den Zusammenhang leichter zu übersehen, schreibe man jede Ziffer des Multiplikators unter diejenige Stelle des Multiplikands, welche man mit jener Ziffer zu multiplizieren anfängt, so dass man hat:

$$\begin{array}{r} 5{\cdot}97031 \\ 8642 \end{array}$$

Man sieht, dass dabei die Einheiten 4 des Multiplikators gerade unter diejenige Dezimalstelle des Multiplikands zu stehen kommen, mit welcher das Produkt abbrechen soll, nämlich unter die dritte, und daſs ſämmtliche Ziffern des Multiplikators in umgekehrter Ordnung erſcheinen.

Um daher im Produkte nur eine beſtimmte Anzahl von Dezimalen zu erhalten, ſchreibe man die Einheiten des Multiplikators unter diejenige Dezimalſtelle des Multiplikands, welche im Produkte noch vorkommen ſoll, die übrigen Ziffern aber ſetze man in umgekehrter Ordnung daneben. Sodann fängt man mit jeder Ziffer des Multiplikators die darüber ſtehende des Multiplikands zu multiplizieren, und dabei das Produkt zu ſchreiben an; wegen der größern Genauigkeit multipliziert man auch die nächſtniedrigere Ziffer des Multiplikands, ſchreibt jedoch dieſes Produkt nicht an, ſondern merkt ſich nur die nächſten Zehner, um ſie als Korrektur zu dem erſten anzuſchreibenden Produkte zu addieren. Das frühere Beiſpiel gibt folgende Rechnung:

5·97031	Man ſpricht: 2mal 1 iſt 2, bleibt kein Zehner
8642	zur Korrektur, 2mal 3 iſt 6 (wird angeſchrieben),
119406	2mal 0 iſt 0, u. ſ. w.; 4mal 3 iſt 12, bleibt 1
23881	zur Korrektur, 4mal 0 iſt 0, und 1 (Korrektur)
3582	iſt 1, 4mal 7 iſt 28, u. ſ. f.; 6mal 0 iſt 0,
478	bleibt keine Korrektur, 6mal 7 iſt 42, u. ſ. w.;
147·347	8mal 7 iſt 56, bleibt 6 als Korrektur, (weil 56

näher an 60 als an 50 liegt), 8mal 9 iſt 72, und 6 iſt 78, u. ſ. f. Weil die niedrigſte Stelle jedes Theilproduktes Tauſendtel bedeutet, ſo werden im Produkte 3 Dezimalen abgeſchnitten.

Beiſpiele.

1) Man entwickle das Produkt aus 35·21567 und 21·785 in 3 Dezimalen:

$$
\begin{array}{r}
35{\cdot}21567 \times 21{\cdot}785 \\
5\,8712 \\
\hline
70\,4313 \\
3\,5216 \\
2\,4651 \\
2817 \\
\hline
767{\cdot}173
\end{array}
$$

2) Man multipliziere 245·31 mit 0·00956 so, daß im Produkte 4 Dezimalen erscheinen.

$$
\begin{array}{rl}
245{\cdot}31_{00} \times 0{\cdot}00956 & \\
65\,9000 & \\
\hline
22078 & \\
1227 & \\
147 & \\
\hline
2{\cdot}3452 &
\end{array}
\qquad \text{oder} \qquad
\begin{array}{r}
0{\cdot}00956_{0} \times 245{\cdot}31 \\
13542 \\
\hline
19120 \\
3824 \\
478 \\
29 \\
1 \\
\hline
2{\cdot}3452
\end{array}
$$

3) 69·432 × 3·004 = 208·5737 . .

4) 34·56 × 0·00 207 = 0·07 . .

5) 23·8047 × 3·22 = 76·651 . .

6) 0·59384 × 0·753 = 0·447 . .

Man entwickle folgende Produkte:

7) 38·0785 × 1·2345 in 3 Dezimalen.

8) 3·70145 × 0·87019 in 4 Dezimalen.

9) 375·12378 × 39·13908 in 2 Dezimalen.

10) 3·1416 × 2·9045 × 1·8523 in 3 Dezimalen.

11) 1·05 × 1·05 × 1·05 × 1·05 in 5 Dezimalen.

12) 1·04 × 1·04 × 1·04 × 1·04 × 1·04 × 1·04 in 6 Dezimalen.

13) Man setze 1·02 20mal als Faktor, und entwickle das Produkt in 6 Dezimalen.

14) Man setze 1·045 2mal, 3mal, 4, 5, 6, . . . 23, 24, 25mal als Faktor, und entwickle die Produkte in 6 Dezimalen.

15) Wie heißen die Produkte in 6 Dezimalen, wenn man 1·06 12mal, wenn man 1·055 15mal, 1·0275 20mal als Faktor setzt?

16) Was kosten 37·3456 Ztr. zu 41·345 fl.

17) Wie groß ist die Fläche eines Rechteckes, welches 13·175° lang, und 8·192° breit ist?

18) Wie viel beträgt der Inhalt eines Gefäßes von 3·245′ Länge, 1·783′ Breite und 1·208′ Tiefe?

19) Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser 2·1345′ ist? (Man sehe §. 47, Beispiel 39.)

20) Ein Kreis hat 3·082′ im Halbmesser, wie groß ist sein Flächeninhalt? (Man sehe §. 47, Beispiel 43.)

21) Es soll die Oberfläche und der Körperinhalt einer Kugel gefunden werden, deren Halbmesser 4·123′ ist. (Man sehe § 47, Beispiel 47 und 50.)

22) Ein bairischer Fuß hat 0·291859, ein englischer Fuß 0·304755, ein preußischer Fuß 0·313854, ein sächsischer Fuß 0·28319 Meter; wie viel in Wien. Fuß beträgt jedes dieser Längenmäße, wenn 1 Meter = 3·163446 Wien. Fuß ist?

23) Eine französische Hektare hat 2·471143 englische Acres, 3·916615 preußische Morgen, 1·806935 sächsische Acker, 2·025763 schwedische Tonen Land, 0·915332 russische Dessätine; man drücke 1 Wiener Joch, welches 0·575575 französische Hektaren enthält, durch die hier angeführten Feldmaße aus.

24) Das preußische Pfund hat 0·467711, das Leipziger 0·467625, das bair. 0·56, das engl. 0·453598, das russische 0·40952 Kilogramm; man drücke alle diese Gewichte durch Wiener Pfund aus, indem man 1 Kilogramm = 1·785675 Wiener Pfund annimmt.

7. Division durch einen Dezimalbruch.

§. 49.

Es ist

$$243 : 3{\cdot}78 = 243 : \tfrac{378}{100} = 243 \times 100 : 378 = 24300 : 378,$$
$$7{\cdot}249 : 1{\cdot}3 = 7{\cdot}249 : \tfrac{13}{10} = 7{\cdot}249 \times 10 : 13 = 72{\cdot}49 : 13.$$

Die Division durch einen Dezimalbruch kann daher in eine Division durch eine ganze Zahl verwandelt werden, wenn man im Divisor den Dezimalpunkt wegläßt, und den Dividend mit 10, 100, 1000 .... multiplizirt, je nachdem der Divisor 1, 2, 3, ... Dezimalstellen hatte.

Wenn man im Quozienten nur einige Dezimalstellen erhalten will, so bedient man sich der abgekürzten Division. Dabei lässt man bei dem jedesmaligen Dividieren, anstatt dem Reste eine Nulle oder eine niedrigere Stelle des Dividends anzuhängen, die letzte Ziffer im Divisor weg. Die jedesmal gefundene Ziffer des Quozienten wird dann zuerst mit der höchsten im Divisor weggelassenen Ziffer multipliziert, und die aus diesem Produkte erhaltene Korrektur zu dem ersten eigentlichen Produkte addiert.

Beispiele.

1) 126 : 0·9 = 1260 : 9 = 140.
2) 168 : 3·5 = 1680 : 35 = 48.
3) 5·696 : 3·2 = 56·96 : 32 = 1·78.
4) 2·5415 : 0·037 = 2541 5 : 37 = 68·689 . . . .

```
                    321
                     255
                      330
                       340
                         7
```

5) Man dividiere 343·71 durch 11·273.

```
343710 : 11273 = 30·48966 . . .
  55200
  101080
   108960
     75030
      73920
       6282
```

oder abgekürzt

```
343710 : 1,1,2,7,3 = 30·4897 .
  5520
  1011
   109
     8
```

6) 0·0494 : 2·57864 = 0·0191 . . .
7) 38·9008 : 5·23 = 7·438 . . .
8) 346·25 : 64·8 = 5·34336 . . .

9) 48·45 : 0·089 = 544·38 . . .

10) 0·8756 : 4·322 = ?

11) 123·5 : 3·84 = ?

12) 8 : 0·123 = ?

13) 0·583 : 0·47 = ?

14) 3783·231 : 157·286 = ?

15) 15·9368 : 304·87 = ?

16) 272·37 : 21·7945 = ?

17) 781·4 : 27·9847 = ?

18) 348 : 2·915656 = ?

19) 10000 : 3·450165 = ?

20) 15·3678 : 0·9125 = ?

21) 0·7925 : 13·86371 = ?

22) 0·25793 : 8·1563 = ?

23) 0·81074 : 0·009157 = ?

24) Wenn 5·135 Ztr. 215·26 fl. kosten, wie hoch kommt 1 Ztr.?

25) Eine Goldstange ist 2 Mark 6·3 Loth schwer, und enthält 2 Mark 1·5 Loth feines Gold; wie viel karatig ist diese Goldmasse?

26) 5 Mark 13 Loth Silber werden um 117½ fl. verkauft, was kostet 1 Mark?

27) Wenn 7 Ztr. 35 ℔ 12 Lth. einer Waare 200 fl. kosten, wie viel wird man für 1 Ztr. zahlen, wie viel für 3·158 Ztr., für 17 Ztr. 28 ℔ 8 Loth.?

28) Was kosten 35·173 Ztr., wenn 8·071 Ztr. mit 287·35 fl. bezahlt werden?

29) Die Anlagekosten der München-Augsburger Bahn, welche eine Länge von 8·12 geogr. Meilen hat, betrugen 4200000 fl., wie groß ist das Anlagekapital für eine Meile?

30) Das Licht legt den Weg von der Sonne zur Erde, also einen Weg von 21000000 Meilen, in 8 Minuten 13·22 Sekunden zurück; wie viel Meilen in einer Sekunde?

31) Die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde

beträgt 60·2965 Erdhalbmesser oder 51812·8 deutsche Meilen; wie viele Meilen hat der Erdhalbmesser?

32) Der Umfang eines Kreises beträgt 20°; wie groß ist der Durchmesser?

33) Wie groß ist der Halbmesser eines Rades, dessen Umfang 30·05336′ hat?

34) Ein runder Tisch hat für 10 Personen Platz, wie groß ist sein Durchmesser, wenn auf eine Person 1·8′ gerechnet wird?

35) Ein Rechteck hat 65□° 18□′ 57□″ Fläche, wie groß ist seine Breite, wenn die Länge 12° 3′ 5″ beträgt?

36) Wie lang ist ein Rechteck, welches 1□° Fläche, und 5′ 7″ Breite hat?

37) Eine Mauer enthält 37·356 Kubikklafter, die Länge ist 12° 5′, die Höhe 7° 4′; wie dick ist die Mauer?

38) Wie hoch ist eine Mauer, welche 65 Kub.° 84 Kub.′ enthält, wenn die Länge 20° 4′ und die Dicke 3′ beträgt?

39) Wie viel Eimer fasst ein Gefäß von 2′ 8″ Länge, 2′ 5″ Breite, und 1′ 9″ Tiefe, wenn 1 Eimer 1·792 Kubikfuß enthält?

40) Eine Straße hat in einer Strecke von 854° 5′ eine Steigung von 13° 4′ 8″; wie groß ist die Steigung auf eine Klafter Länge?

41) Ein Kubikfuß Wasser wiegt 56·38 ℔, ein Kubikfuß Quecksilber 751·9 ℔, wie vielmal so schwer als das Wasser ist das Quecksilber?

42) Eine 24pfündige Kanonenkugel legt in 1 Sekunde 0·174 deutsche Meilen, die Erde in ihrer jährlichen Bahn um die Sonne während jeder Sekunde 4·113 Meilen zurück; wie vielmal ist die letztere Geschwindigkeit größer als die erstere?

43) Ein Speicher ist 3° 4′ 8″ lang und 3° 1′ 2″ breit; wie viel Metzen Getraide können darauf gebracht werden, wenn die Höhe des aufgeschichteten Getraides 9″ betragen soll, und wenn ein Metzen 1·9471 Kubikfuß enthält?

44) 1·318103 österreichische Meilen betragen 1·34768 geographische Meilen; wie viele geograph. Meilen macht 1 österreichische Meile?

45) Ein Wiener Metzen hat 0·615045, ein preußischer Scheffel 0·549615 französischer Hektoliter; wie viel Wiener Metzen hat ein preuß. Scheffel?

8. Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch.

§. 50.

Um einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln, darf man nur den Zähler durch den Nenner dividieren.

Beispiele.

1) $\frac{25}{4} = 25 : 4 = 6·25$ 2) $\frac{37}{8} = 37 : 8 = 4·625$

3) $\frac{1}{2} = 1 : 2 = 0·5$ 4) $\frac{7}{5} = 7 : 5 = 1·4$

5) $\frac{13}{16} = 13_0 : 16 = 0·8125$

20
40
80
=

6) $\frac{324}{35} = 324 : 35 = 12·96$

74
240
150
=

7) $\frac{2}{3} = 0·666666 \ldots$ 8) $\frac{14}{9} = 1·555555 \ldots$

9) $\frac{5}{6} = 0·833333 \ldots$ 10) $\frac{13}{11} = 1·181818 \ldots$

11) $\frac{6}{7} = 0·857142857142 \ldots$

12) $\frac{1}{12} = 0·083333 \ldots$ 13) $17\frac{3}{5} = 17·6$

14) $223\frac{7}{13} = 223·538461538 \ldots$

15) Man verwandle noch folgende gemeine Brüche in Dezimalbrüche: $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{17}{40}$, $\frac{25}{72}$, $\frac{89}{77}$, $5\frac{8}{13}$, $6\frac{7}{17}$, $8\frac{3}{23}$, $19\frac{9}{28}$.

16) Ein Meter ist gleich 3·163446 Wiener Fuß; diesen Wert drücken näherungsweise die Brüche $\frac{19}{6}$, $\frac{155}{49}$, $\frac{329}{104}$, $\frac{2458}{777}$, $\frac{2787}{881}$, $\frac{5245}{1658}$, $\frac{29012}{9171}$, $\frac{63269}{20000}$ aus; wie groß ist der Unterschied zwischen dem wahren und jedem dieser Näherungswerte in Dezimalen?

17) Ein Wiener Metzen hat 1·9471, oder näherungsweise $\frac{35}{18}$, $\frac{37}{19}$, $\frac{368}{189}$, $\frac{773}{397}$, $\frac{1141}{586}$, $\frac{3055}{1569}$ Wiener Kubikfuß; man gebe den Unterschied zwischen dem wahren und jedem der Näherungswerte in Dezimalen an.

Wenn bei der Verwandlung eines gemeinen Bruches die Division zuletzt ohne Rest aufgeht, so ist der erhaltene Dezimalbruch dem gegebenen gemeinen vollkommen gleich, und heißt ein **endlicher** Dezimalbruch. Einen endlichen Dezimalbruch erhält man immer, wenn der Nenner des gemeinen Bruches 2 oder 5 oder ein Produkt ist, das außer 2 und 5 keine andern Faktoren enthält. Worin liegt der Grund dieser Erscheinung?

Geht die Division nicht ohne Rest auf, so ist der erhaltene Dezimalbruch nur angenähert, und drückt den Wert des gemeinen Bruches um so genauer aus, je mehrere Dezimalen man entwickelt; er heißt ein **unendlicher** Dezimalbruch. Bei solchen Dezimalbrüchen reichen für die Berechnung der meisten Aufgaben 3 oder 4 Dezimalstellen hin.

Ein Dezimalbruch, bei welchem eine oder mehrere Ziffern sich beständig wiederholen, heißt ein **periodischer**; z. B.

$\frac{5}{9} = 0·5555 \ldots 0\dot{5}$ $\qquad$ $\frac{3}{11} = 0·272727 \ldots = 0·\dot{2}\dot{7}$

$\frac{7}{54} = 0·1296296 \ldots = 0·1\dot{2}9\dot{6}$ $\qquad$ $\frac{13}{66} = 0·19696 \ldots = 0·1\dot{9}\dot{6}$

Die Periode kann aus 1, 2, 3 oder mehreren Stellen bestehen, und fängt entweder gleich mit der ersten, oder erst mit einer spätern Dezimale an.

Jeder unendliche Dezimalbruch, welcher aus einem gemeinen Bruche hervorgeht, muß auch periodisch sein. Warum?

9. Verwandlung eines Dezimalbruches in einen gemeinen Bruch.

§. 51.

Um einen endlichen Dezimalbruch in einen gemeinen zu verwandeln, darf man ihn nur mit Angabe seines Nenners anschreiben. Z. B.

$$0{\cdot}7 = \tfrac{7}{10},\ 0{\cdot}25 = \tfrac{25}{100} = \tfrac{1}{4},\ 3{\cdot}64 = 3\tfrac{64}{100} = 3\tfrac{16}{25}.$$

Zusammengesetzter erscheint häufig die Verwandlung eines periodischen Dezimalbruches in einen gemeinen Bruch. Ist z. B. der periodische Dezimalbruch $0{\cdot}\dot{5}$ durch einen gemeinen Bruch darzustellen, so hat man:

$$\left.\begin{array}{rcl} \text{10facher Bruch} & = & 5{\cdot}5555\ldots \\ \text{1facher}\quad \text{„} & = & 0{\cdot}5555\ldots \end{array}\right\}\ \text{subtrahiert}$$
$$\text{9facher Bruch} = 5$$

daher der einfache Bruch $= \frac{5}{9}$.

Bei dem periodischen Dezimalbruche $0{\cdot}\dot{1}0\dot{8} = 0{\cdot}108108\ldots$ wird man haben:

$$\left.\begin{array}{rcl} \text{1000facher Bruch} & = & 108{\cdot}108108\ldots \\ \text{1facher}\quad \text{„} & = & 0{\cdot}108108\ldots \end{array}\right\}\ \text{abgezogen}$$
$$\text{999facher Bruch} = 108$$

daher der einfache Bruch $= \frac{108}{999} = \frac{12}{111} = \frac{4}{37}$.

Ebenso würde man finden:

$$0{\cdot}\dot{7} = \tfrac{7}{9},\ 0{\cdot}\dot{3}\dot{1} = \tfrac{31}{99},\ 0{\cdot}\dot{3}5\dot{9} = \tfrac{359}{999}.$$

Ein periodischer Dezimalbruch, worin die Periode gleich mit der ersten Dezimalstelle beginnt, wird daher in einen gemeinen Bruch verwandelt, wenn man die Periode zum Zähler, und so viele Neuner, als die Periode Ziffern hat, zum Nenner annimmt.

Beginnt die Periode nicht gleich mit der ersten Dezimale, wie in $0{\cdot}73\dot{5}1\dot{7} = 0{\cdot}73517517\ldots$, so hätte man

$$\left.\begin{array}{rcl} 100000\text{facher Bruch} & = & 73517{\cdot}517517\ldots \\ 100\text{facher}\quad „ & = & 73{\cdot}517517\ldots \end{array}\right\}\ \text{subtrahiert}$$

$$99900\text{facher Bruch} = 73517 - 73$$

daher der einfache Bruch $= \frac{73517 - 73}{99900}$.

Hier nimmt man also die Periode sammt den ihr vorangehenden Dezimalen, subtrahiert davon diese letztern, der Rest ist der Zähler des gesuchten Bruches; als Nenner nimmt man so viele Neuner an, als die Periode Ziffern hat, mit so vielen Nullen rechts, als ihr Dezimalen vorangehen.

Beispiele.

1) $0{\cdot}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

2) $7{\cdot}0625 = 7\frac{625}{10000} = 7\frac{25}{400} = 7\frac{1}{16}$.

3) $7{\cdot}\dot{4} = 7\frac{4}{9}$ 4) $0{\cdot}\dot{7}2\dot{8} = \frac{738}{999} = \frac{82}{111}$.

5) $0{\cdot}3\dot{1}\dot{4} = \frac{314 - 3}{990} = \frac{311}{990}$.

6) $5{\cdot}21\dot{3} = 5\frac{213 - 21}{900} = 5\frac{192}{900} = 5\frac{16}{75}$.

7) Man verwandle in gemeine Brüche die folgenden Dezimalbrüche:

$0{\cdot}8$, $0{\cdot}24$, $0{\cdot}025$, $3{\cdot}15$, $35{\cdot}005$, $50{\cdot}875$; $0{\cdot}\dot{2}$, $0{\cdot}\dot{3}\dot{6}$, $0{\cdot}\dot{0}\dot{8}$, $12{\cdot}\dot{3}$, $9{\cdot}\dot{1}0\dot{5}$, $0{\cdot}3\dot{2}0\dot{4}$, $0{\cdot}5\dot{7}2\dot{3}$, $17{\cdot}105\dot{2}$, $133{\cdot}30\dot{7}8\dot{5}$.

Fünfter Abschnitt.

Auflösung von Multiplikazions-Aufgaben nach der wälschen Praktik.

§. 52.

Eine Zahl, welche in einer andern ohne Rest enthalten ist, heißt ein aliquoter Theil von dieser letztern; z. B. 4 ist ein aliquoter Theil von 32, und zwar der 8te Theil; 12 Kreuzer sind ein aliquoter Theil von 60 Kreuzern oder von einem Gulden, und zwar der 5te Theil, $\frac{1}{6}$ ist ein aliquoter Theil von 1; dagegen ist 4 kein aliquoter Theil von 30, 7 Kreuzer kein aliquoter Theil von einem Gulden.

Beispiele.

1) 15 Kr. sind der 4te Theil von einem Gulden, 20 Kr. $= \frac{1}{3}$ fl.
2) 25 ℔ $= \frac{1}{4}$ Ztr., 5 ℔ $= \frac{1}{20}$ Ztr.
3) 16 Loth $= \frac{1}{2}$ ℔, 1 Loth $= \frac{1}{32}$ ℔.
4) 4 Monate $= \frac{1}{3}$ Jahr, 3 Mon. $= \frac{1}{4}$ Jahr.
5) 10 Tage $= \frac{1}{3}$ Monat, 2 Tage $= \frac{1}{15}$ Monat.
6) Man gebe alle aliquoten Theile eines Guldens, eines Kreuzers, eines Zentners, eines Pfundes, eines Lothes, eines Jahres, eines Monates an.

Wenn eine Zahl kein aliquoter Theil einer höhern Zahl ist, so lässt sie sich immer in aliquote Theile derselben zerfällen, und zwar durch die Subtrakzion, wenn ihr gerade noch ein aliquoter Theil bis zu der höhern Zahl fehlt, sonst durch die Addizion. Bei der Zerlegung durch die Addizion sehe man darauf, dass man immer mit den größern aliquoten Theilen anfange, und dass wo möglich jeder folgende Theil ein aliquoter Theil eines andern vorhergehenden sei.

Beispiele.

1) $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$. 2) $\frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8}$.
3) 48 Kr. = 60 Kr. — 12 Kr. = 1 fl. — $\frac{1}{5}$ fl.
4) 75 ℔ = 100 ℔ — 25 ℔ = 1 Ztr. — $\frac{1}{4}$ Ztr.
5) 8 Mon. = 12 Mon. — 4 Mon. = 1 Jahr — $\frac{1}{3}$ Jahr.
6) $\frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$.
7) $\frac{11}{16} = \frac{8}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$.
8) 25 Kr. = 20 Kr. + 5 Kr. = $\frac{1}{3}$ fl. + $\frac{1}{12}$ fl.
9) 31 ℔ = 25 ℔ + 5 ℔ + 1 ℔.
10) 19 Tage = 15 Tage + 3 Tage + 1 Tag.
11) Man zerlege die verschiedenen Kreuzerzahlen von 1 bis 60 in aliquote Theile des Guldens, wenn sie es nicht schon sind.

12) Man zerfälle die verschiedenen Zahlen der Pfunde von 1 bis 100, welche nicht aliquote Theile eines Zentners sind, in solche.

13) Man stelle die verschiedenen Zahlen der Loth von 1 bis 32 als aliquote Theile eines Pfundes dar.

14) Man zerlege 5, 7, 8, 9, 10, 11 Monate in aliquote Theile eines Jahres.

Das Verfahren, nach welchem die im Rechnen vorkommenden niedrigern Zahlen als aliquote Theile einer höhern Zahl betrachtet und als solche berechnet werden, heißt die wälsche Praktik. Sie wird insbesondere angewendet, wenn aus dem bekannten Betrage der Einheit der Betrag einer gleichartigen Mehrheit gefunden werden soll, und wenn in diesem Falle im Betrage der Einheit, oder in der Mehrheit, oder in beiden zugleich kleinere Theile eines höhern Ganzen entweder als Brüche oder als Unterbenennungen vorkommen.

Bei der wälschen Praktik wird nach der Natur der Aufgabe bald auf den Betrag der Einheit, bald auf die Mehrheit, bald auf beide zugleich Rücksicht genommen.

§. 53.

1. Aufgaben, in denen der Betrag der Einheit zerlegt wird.

1) Was kosten 64 ℔, wenn 1 ℔ 15 Kr. kostet?

64 ℔ à 15 Kr. oder $\frac{1}{4}$ fl.

16 fl.

15 Kr. sind der 4te Theil eines Guldens, 64 ℔ à $\frac{1}{4}$ fl. kosten daher $\frac{64}{4}$ fl.; man muß also 64 durch 4 dividieren, wodurch man 16 fl. erhält.

2) Was kosten 46 Ellen zu 3 fl. 20 Kr.

46 Ellen à 3 fl. 20 Kr.

138 fl. à 3 fl.

15 „ 20 Kr. à 20 Kr. = $\frac{1}{3}$ fl.

153 fl. 20 K.

3) Wie hoch kommen 168 Ellen, wenn 1 Elle 24 Kr. kostet?

168 Ellen	à 24 Kr.	
56 fl. ..	à 20 Kr.	$= \frac{1}{3}$ fl.
11 „ 12 Kr.	à 4 Kr.	$= \frac{1}{5}$ von 20 Kr.
67 fl. 12 Kr.		

Hier berechnet man zuerst den Betrag zu 20 Kr. oder $\frac{1}{3}$ fl., indem man 168 durch 3 dividiert, den Betrag zu 4 Kr. berechnet man aus dem Betrage zu 20 Kr. d. i. aus 56 fl., indem man davon den 5ten Theil nimmt, weil 4 Kr. der 5te Theil von 20 Kr. sind.

4) Man berechne den Wert von 42 Zentnern zu 4 fl. 44 Kr.

42 Ztr.	zu 4 fl. 44 Kr.	
168 fl. .	à 4 fl.	
14 „ .	20 Kr.	$= \frac{1}{3}$ fl.
14 „ .	20 „	
2 „ 48 Kr.	4 „	$= \frac{1}{5}$ von 20 Kr.
198 fl. 48 Kr.		

5) Was kosten 214 Metzen à 1 fl. 37 Kr.?

107	30	$= \frac{1}{2}$ fl.
21 „ 24 . .	6	$= \frac{1}{5}$ fl. von 30
3 „ 34 . .	1	$= \frac{1}{6}$ fl. von 6
fl. 345 „ 58		

6) Was machen 125 ℔ zu 48 Kr.?

125 ℔	à 48 Kr.
— 25	12
100 fl.	

Zu 48 Kr. fehlen noch 12 Kr. $= \frac{1}{5}$ fl., um einen ganzen Gulden zu erhalten, oder 48 Kr. = 1 fl. — 12 Kr.; man nimmt also zuerst 125 ℔ à 1 fl., wodurch man 125 fl. erhält, dann berechnet man 125 ℔ à $\frac{1}{5}$ fl., wodurch man 25 fl. bekommt, und zieht den zweiten Betrag vom ersten ab.

7) Wie hoch kommen 214 Eimer, wenn der Eimer mit 8 fl. 40 Kr. bezahlt wird?

214 Eimer	à fl. 8 40
fl. 1926 . .	à 9 fl.
—71 „ 20	à 20 Kr.
fl. 1854 „ 40	

Zu 40 Kr. fehlen noch 20 Kr. = $\frac{1}{3}$ fl. bis zu einem ganzen Gulden, oder fl. 8 „ 40 = 9 fl. — 20 Kr.; man sucht daher zuerst den Wert zu 9 fl., dann zu 20 Kr., und zieht den zweiten Betrag vom ersten ab.

8) 85 ℔ à 20 Centesimi
17 Lire

9) 356 Ellen à fl. 4 „ 30
1424
178
1602 fl.

10) 86 ℔ à 12 Lire 65 Cent.
172
43 50
8 „ 60 . . 10
4 „ 30 . . 5
Lire 1087 „ 90 Cent.

11) 3240 Pfund Sterling à fl. 9 „ 51
29160
1620 30
810 15
324 6
31914 fl.

12) 719 Ellen zu 54 Kr.
—71 „ 54 6
fl. 647 „ 6

13) 3158 ℔ zu 3 fl. 50 Kr.
12632 . . 4 fl.
—526 „ 20 . 10 Kr.
fl. 12105 „ 40

14) Was kosten 728 ℔ zu 12 Kr.? — fl. 145 „ 36.

15) Was kosten 75 Rieß Papier zu fl. 3 „ 10? — 237 „ 30.

16) Wie viel kosten 129 Ztr. zu fl. 12 „ 6? — fl. 1560 „ 54.

17) Was kosten 2145 ℔ zu 28 Kr.? — fl. 1901.

18) Jemand bezieht täglich 1 fl. 19 Kr. an Zinsen, wie viel beträgt dieses in 245 Tagen? — fl 322 „ 35.

19) Was kosten 912 Metzen Weizen zu fl. 3 „ 50? — fl. 3496.

Man berechne noch:

20) 158 ℔ à 20 Kr.

21) 1000 Stück Bäumchen à 15 Kr.

22) 24 Hemden à 3 „ 12.
23) 739 Ztr. zu 10 fl. 30 Kr.
24) 65 ℔ à 18 Kr.
25) 57 Metzen à fl. 3 „ 25.
26) 2335 ℔ à 14 Kr.
27) 330 Ellen à 27 Kr.
28) 98 Ellen zu 37 Kr. 3 ℋ.
29) 405 Eimer zu fl. 15 „ 43.
30) 518 ℔ zu 51 Kr. 2 ℋ.
31) 1228 ℔ zu fl. 2 „ 39.
32) 132 Ellen zu 54 Kr.
33) 2210 ℔ zu 57 Kr.
34) 115 Dukaten zu fl. 4 „ 55.
35) 387 Ztr. à fl. 10 „ 50

§. 54.

2. Aufgaben, in denen die Mehrheit zerlegt wird.

1) Was kosten 20 ℔, wenn 1 Ztr. auf 140 fl. zu stehen kommt?

20 ℔ à fl. 140 pr. Zent.
fl. 28

20 ℔ sind der 5te Theil von einem Zentner, und kosten daher nur den 5ten Theil von 140 fl.

2) Was kostet $\frac{1}{4}$ Elle eines Tuches, wovon die Elle 5 fl. 12 Kr. kostet?

$\frac{1}{4}$ Elle à fl. 5 „ 12
fl. 1 „ 18.

3) Wie hoch kommen 4 Ztr. 50 ℔ zu 54 fl. der Ztr.?

4 Ztr. 50 ℔ à fl. 54 pr. Ztr.
fl. 216
50 ℔ = $\frac{1}{2}$ Ztr. . 27
fl. 243

4) Was kosten $3\frac{1}{8}$ Ellen à fl. 6 „ 24?

$3\frac{1}{8}$ Ellen à fl. 6 „ 24
fl. 19 „ 12
$\frac{1}{8}$ . . . . — „ 48
fl. 20 „ —

5) Was kosten 20 Loth, wenn 1 ℔ fl. 2 „ 20 kostet?

20 Lth. à fl. 2 „ 20 pr. ℔
16 Lth. = $\frac{1}{2}$ ℔ . . fl. 1 „ 10
4 „ = $\frac{1}{4}$ von 16 fl. — „ $17\frac{1}{2}$
fl. 1 „ $27\frac{1}{2}$.

6) Wie viel betragen 12 Ztr. 85 ℔ à fl. 87 pr. Ztr?

12 Ztr. 85 ℔ à fl. 87 pr. Ztr.
174
50 ℔ = $\frac{1}{2}$ Ztr. . 43 5
35 „ = $\frac{1}{2}$ von 50 . 21·75
10 „ = $\frac{1}{5}$ von 50 . 8·7
fl. 1117·95 fl. 1117 „ 57.

7) Man berechne den Wert von $4\frac{5}{8}$ Ellen zu fl. 4 „ 40.

$4\frac{5}{8}$ Ellen à fl. 4 „ 40
fl. 18 „ 40
$\frac{1}{2}$ . . . . . 2 „ 20
$\frac{1}{8}$ . . . . . — „ 35
fl. 21 „ 35.

8) Wie hoch kommen 75 ℔ zu 46 Lire der Zentner?

75 ℔ à Lire 46 pr. Ztr.
ab 25 ℔ = $\frac{1}{4}$ Ztr. 11 „ 50
Lire 34 „ 50 Centes.

75 ℔ = 1 Ztr. — 25 ℔; man nimmt daher zuerst den Wert für 1 Ztr., dann für $\frac{1}{4}$ Ztr., und subtrahiert.

9) Was kosten 8 ℔ 24 Loth à fl. 2 „ 20 pr. ℔?

8 ℔ 24 Lth. à fl. 2 „ 20 pr. ℔
9 ℔ . . . . fl. 21 „ —
ab 8 Lth. . . — „ 35
fl. 20 „ 25.

10) Was betragen $3\frac{7}{8}$ Ellen à fl. 5 „ 12?

4 . . . fl. 20 „ 48
ab $\frac{1}{8}$ . . — „ 39
fl. 20 „ 9

11) Die jährliche Einnahme kommt auf fl. 2452 „ 12; wie viel beträgt die Einnahme in 2 Jahren 7 Mon. 18 Tagen?

fl. 2452·2	für 1 Jahr	
2452·2	„ 1 „	
1226·1	„ 6 Mon.	= $\frac{1}{2}$ Jahr
204·45	„ 1 „	= $\frac{1}{6}$ von 6
102·175	„ 15 Tage	= $\frac{1}{2}$ Mon.
20·435	„ 3 „	= $\frac{1}{5}$ von 15
fl. 6457·46 = fl. 6457 „ 28.		

12) Wenn der Eimer 8 fl. „ 26 kostet, wie viel wird man für 5 Eimer 20 Maß bezahlen müßen? — fl. 46 „ 23.

13) Wie viel kosten $8\frac{1}{10}$ Zentner zu fl. 25 „ 40? — fl. 207 „ 54.

14) Wie viel betragen 8 Ztr. 24 ℔ à fl. 35 pr. Ztr.? — fl. 288 „ 24.

15) Was kosten 5 Zentner 80 ℔ zu 64 fl. der Zentner? — fl. 371 „ 12.

16) Eine Masse Silber enthält 6 Mark 9 Loth 3 Qtch. feines Silber; wenn nun die Mark feines Silber mit fl. 20 „ 36 bezahlt wird, was ist die Silbermasse wert? — fl. 136 „ 9.

Man berechne noch:

17) $5\frac{1}{8}$ Ellen zu fl. 5 „ 48.

18) 10 Ztr. 10 ℔ zu fl. 47 „ 32 der Zentner.

19) 9 ℔ 13 Loth zu fl. 3 „ 14 das Pfund.

20) $9\frac{3}{8}$ Ellen zu fl. 4 „ 42.

21) 3 Ztr. 32 ℔ 17 Loth zu $26\frac{2}{5}$ fl. pr. Ztr.

22) 8 Mark 7 Loth zu 13·5 Loth feines Silber pr. Mark.

23) 1 Mark 13 Loth 2 Qtch. zu fl. 23 „ 50 pr. Mark.

24) 7 Jahre 9 Monate zu fl. 739·52 pr. Jahr.

25) $8\frac{3}{4}$ Ellen zu fl. 6 „ 12.

§. 55.

Aufgaben, in denen sowohl die Mehrheit als der Preis der Einheit zerlegt wird.

1) Wenn 1 Zentner mit 48 fl. 15 Kr. bezahlt wird, wie hoch werden 20 Zentner 62 ℔ 2 Loth zu stehen kommen?

20 Ztr. 62 ℔ 2 Lth. à fl. 48 „ 15 pr. Ztr.

20 Ztr. à 48 fl. . . .	fl. 960	„	—
à 15 Kr. = $\frac{1}{4}$ fl.	5	„	—
50 ℔ = $\frac{1}{2}$ Ztr. . . .	24	„	7·5
10 „ = $\frac{1}{5}$ von 50 . .	4	„	49·5
2 „ = $\frac{1}{5}$ von 10 . .	—	„	57·9
2 Lth. = $\frac{1}{32}$ von 2 ℔ .	—	„	1·8
	fl. 994	„	56·7 = fl. 994 „ 57.

2) Was kosten 38 Ztr. 85 ℔ à fl. 128 „ 48 der Ztr.? — fl. 5003 „ 53.

3) Wie viel feines Silber ist in 42 Mark 12 Loth enthalten, wenn eine Mark 12 Loth 9 Gran feines Silber enthält? — 33 Mark 4·375 Loth.

4) Wie viel kosten 17 Ztr. 55 ℔ 22$\frac{1}{2}$ Loth, wenn der Zentner mit 37 fl. 35 Kr. 3 H verkauft wird?

5) Wie viel Gulden betragen 204 Mark 11$\frac{3}{4}$ Loth, wenn eine Mark zu 24 fl. 42$\frac{3}{4}$ Kr. gerechnet wird?

Man führe alle diese Beispiele auch mit Hilfe der Dezimalbrüche durch.

---

*

Sechster Abschnitt.

Die Verhältnisrechnungen.

I. Verhältnisse.

§. 56.

Bei den meisten Rechnungen wird eine Vergleichung von gleichartigen Größen vorausgesetzt, wodurch man untersucht, wie oft die eine in der andern enthalten ist. Eine solche Vergleichung von zwei gleichartigen Größen heißt ein Verhältnis; von den beiden Größen wird die erstere das Vorderglied, die zweite das Hinterglied genannt. Z. B. Unter dem Verhältnisse von 12 zu 4 verstehet man die Angabe, wie oft 4 in 12 enthalten ist, durch diese Zahlen selbst ausgedrückt, somit den angezeigten Quozienten 12 : 4; der Dividend 12 ist das Vorderglied, der Divisor 4 das Hinterglied.

Wenn man das Vorderglied durch das Hinterglied wirklich dividiert, so heißt der Quozient der Exponent des Verhältnisses; in dem Verhältnisse 12 : 4 ist 3 der Exponent, und zeigt an, daſs 4 in 12 3mal enthalten ist oder daſs 12 3mal so groß ist als 4.

Mit Rücksicht auf den Exponenten unterscheidet man Verhältnisse der Gleichheit, fallende und steigende Verhältnisse, je nachdem der Exponent gleich 1, größer als 1 oder kleiner als 1 ist; in einem Verhältnisse der Gleichheit sind beide Glieder gleich, in einem fallenden Verhältnisse ist das Vorderglied größer, in einem steigenden kleiner als das Hinterglied.

1 : 1, 2 : 2, 7 : 7, 14 : 14 sind Verhältnisse der Gleichheit,
2 : 1, 5 : 1, 10 : 7, 37 : 14 „ fallende Verhältnisse,
1 : 3, 2 : 5, 7 : 20, 14 : 30 „ steigende Verhältnisse.

§. 57.

Die *Größe* eines Verhältnisses hängt von dem Exponenten ab; zwei Verhältnisse sind demnach *gleich*, wenn sie denselben Exponenten haben, und es bleibt ein Verhältnis so lange ungeändert, als es denselben Exponenten beibehält. Daraus folgt:

a) *Ein Verhältnis bleibt beständig, wenn man beide Glieder mit einerlei Zahl multipliziert.* So gibt das Verhältnis 10 : 2, wenn man beide Glieder mit 2, oder mit 3, oder mit 5 multipliziert, die Verhältnisse 20 : 4, 30 : 6, 50 : 10, welche alle dem ersten Verhältnisse gleich sind, weil sie denselben Exponenten 5 haben.

b) *Ein Verhältnis bleibt beständig, wenn man beide Glieder durch dieselbe Zahl dividiert.* Z. B. Das Verhältnis 20 : 4 wird nicht geändert, wenn man beide Glieder durch 4 dividiert; man bekommt dadurch 5 : 1, welches Verhältnis mit dem gegebenen denselben Exponenten 5 hat.

Mit Hilfe des ersten Satzes kann ein Verhältnis, worin Brüche oder gemischte Zahlen vorkommen, durch ganze Zahlen dargestellt werden; man braucht nur beide Glieder mit dem wegzuschaffenden Nenner, oder wenn ihrer zwei vorkommen, mit dem Vielfachen der Nenner zu multiplizieren. Z. B.

$$\begin{array}{c} \frac{3}{4} : 5 \\ \hline 3 : 20 \end{array} \times 4 \qquad \begin{array}{c} 3 : \frac{1}{2} \\ \hline 6 : 1 \end{array} \times 2 \qquad \begin{array}{c} \frac{2}{5} : 2\frac{1}{4} \\ \hline 8 : 45. \end{array} \times 20$$

Man stelle folgende Verhältnisse in ganzen Zahlen dar:

$\frac{7}{8} : 4$, $3\frac{1}{2} : 5$, $2 : \frac{3}{4}$, $7 : 5\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$, $\frac{7}{10} : \frac{5}{8}$, $\frac{9}{16} : \frac{7}{12}$, $8\frac{3}{7} : \frac{3}{8}$, $\frac{11}{15} : 5\frac{3}{20}$, $23\frac{2}{7} : 12\frac{7}{12}$.

Mit Hilfe des zweiten Satzes kann jedes Verhältnis, dessen beide Glieder einen gemeinschaftlichen Theiler haben, abgekürzt werden, indem man beide Glieder durch jenen Theiler dividiert. Z. B.

$$\frac{15 : 6}{5 : 2} : 3 \qquad \frac{28 : 8}{7 : 2} : 4 \qquad \frac{10 : 5}{2 : 1} : 5.$$

Man drücke folgende Verhältnisse durch die kleinsten Zahlen aus:

6 : 2, 10 : 18, 12 : 16, 32 : 24, 56 : 72, 120 : 48.

Folgende Verhältnisse sollen auf die einfachste Gestalt gebracht, d. i. in ganzen Zahlen dargestellt, und dann, wenn es angeht, abgekürzt werden:

$4 : 6\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{3} : 7\frac{1}{5}$, $3\frac{3}{8} : 8\frac{2}{5}$, $12\frac{6}{7} : 8\frac{4}{7}$, $11\frac{3}{5} : 2\frac{4}{5}$, $1\frac{7}{8} : \frac{6}{7}$, $\frac{15}{16} : 3\frac{3}{4}$, $6\frac{9}{10} : 15\frac{3}{4}$.

Manchmal ist es sehr vortheilhaft, ein Verhältnis so darzustellen, dass darin 1 als Hinterglied erscheint; man darf zu diesem Ende nur beide Glieder durch das Hinterglied dividieren. Z. B.

15 : 5	gibt	3 : 1
5 : 15	„	$\frac{1}{3}$: 1
8 : 3	„	$2\frac{2}{3}$: 1
$\frac{5}{10}$: $\frac{3}{5}$	„	$\frac{5}{6}$: 1
$3\frac{5}{8}$: $1\frac{1}{4}$	„	$2\frac{9}{10}$: 1

§. 58.

Aufgaben.

1) Eine Linie ist 12° lang, eine andere 4°; wie verhalten sich die Längen dieser Linien zu einander? — Wie 12 : 4, oder 3 : 1.

2) Wie verhält sich ein Fuß zu einer Klafter? — Wie 1 : 6.

3) Ein kaiserlicher Dukaten hat 270 Kreuzer, ein Souveraind'or 800 Kreuzer; wie verhalten sich die Werte dieser Goldmünzen zu einander? — Wie 270 : 800 oder 27 : 80

4) 1 Ztr. Kaffee kostet $45\frac{1}{2}$ fl., 1 Ztr. Zucker $32\frac{3}{4}$ fl. wie verhält sich der Preis vom Kaffee zum Preise des Zuckers? — Wie $45\frac{1}{2} : 32\frac{3}{4}$ oder 182 : 131 oder $1\frac{51}{131} : 1$.

5) Von zwei Mühlsteinen dreht sich der eine in jeder Minute 72mal, der andere 60mal um, in welchem Verhältnisse stehen ihre Geschwindigkeiten? — In dem Verhältnisse 72 : 60, oder 6 : 5, oder $1\frac{1}{5} : 1$.

6) Von zwei Rädern macht das eine 100 Umdrehungen in $2\frac{1}{2}$ Minuten, das andere braucht zu eben so viel Umdrehungen nur $1\frac{2}{5}$ Minuten; wie verhält sich die Geschwindigkeit des ersten Rades zu jener des zweiten? — Wie $1\frac{2}{5} : 2\frac{1}{2}$, oder 14 : 25.

7) Wie verhält sich die englische Seemeile zur geographischen Meile, wenn auf einen Grad des Äquators 60 englische Seemeilen, und 15 geographische Meilen gehen? — Wie 15 : 60, oder 1 : 4.

8) 20 Konvenzionsgulden enthalten eine kölnische Mark feines Silber; eben so viel Silber ist in 14 preußischen Thalern enthalten; wie verhält sich der Wert eines Konvenzionsguldens zu dem eines preußischen Thalers? — Wie 14 : 20, oder 7 : 10.

9) 1 Elle Tuch kostet 5 Gulden, 6 Ellen kosten daher 30 Gulden; was für ein Verhältnis findet zwischen den Längen, und welches zwischen den Werten des Tuches statt?

Verhältnis der Längen 1 : 6,
Verhältnis der Werte 5 : 30, oder 1 : 6;

es sind also beide Verhältnisse einander gleich.

10) 5 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 8 Tagen, 10 Arbeiter werden für dieselbe Arbeit nur halb so viel Tage, also

4 Tage brauchen; wie verhalten sich die Zahlen der Arbeiter, und wie jene der Tage?

Verhältnis der Zahlen der Arbeiter 5 : 10, oder 1 : 2,
Verhältnis der Tage 8 : 4, oder 2 : 1;

es ist also das Verhältnis zwischen den Zahlen der Arbeiter gleich dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der Tage, aber in verkehrter Ordnung genommen.

11) Ein Kreis, dessen Durchmesser 1' ist, hat $3\frac{1}{7}'$ Umfang; welches Verhältnis findet zwischen dem Durchmesser und dem Umfange statt?

12) Von zwei Lokomotiven legt die eine jede Minute 400 Fuß, die andere 480 Fuß zurück; wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten?

13) Ein Zimmer ist $5\frac{3}{4}{}^{0}$ lang und $3\frac{5}{12}{}^{0}$ breit; wie verhält sich die Länge zu der Breite?

14) Ein Fenster ist 5' 8" hoch und 3' 6" breit; wie verhält sich die Höhe zu der Breite?

15) Ein Pariser Fuß hat 144 Pariser Linien; ein Wiener Fuß nur 140·127 Pariser Linien; wie verhält sich der Pariser zu dem Wiener Fuß?

16) 1 Joch hat 1600 $\square^{0}$ oder 5754·4 französische Hektaren; wie verhält sich eine Quadratklafter zu einer Hektare?

17) Welches Verhältnis findet zwischen einem Meter und einem Wiener Fuß statt, wenn 329 Wiener Fuß 104 Meter enthalten?

18) Der Mond dreht sich in $27\frac{3}{10}$ Tagen um seine Achse, Jupiter, der größte unter den Planeten, in $9\frac{9}{10}$ Stunden; wie verhalten sich die Umdrehungszeiten?

§. 59.

Die bisher betrachteten Verhältnisse heißen **einfache**, im Gegensatze zu einem **zusammengesetzten**, dessen Vorderglied das Produkt aus den Vordergliedern mehrerer einfacher Verhältnisse, und das Hinterglied das Produkt aus den Hintergliedern derselben Verhältnisse ist. Z. B.

$$\text{Einfache Verhältnisse} \begin{cases} 4 : 3 & \text{Exponent } \frac{4}{3} \\ 5 : 6 & \text{,,} \quad \frac{5}{6} \\ 9 : 7 & \text{,,} \quad \frac{9}{7} \end{cases}$$

$$\text{Zusammengesetztes Verh. } 4.\ 5.\ 9 : 3.\ 6.\ 7. \quad \text{,,} \quad \frac{4.\ 5.\ 9.}{3.\ 6.\ 7.}$$

$$\text{oder} \quad 10 : 7. \quad \text{oder} \quad \frac{10}{7}$$

Der Exponent eines zusammengesetzten Verhältnisses ist also gleich dem Produkte aus den Exponenten der einfachen Verhältnisse.

Zusammengesetzte Verhältnisse kommen in der Anwendung vor, wenn man Größen mit einander vergleichen will, die einzeln von zwei oder mehreren andern Größen abhängen. Z. B. **A** geht durch 10 Tage und legt täglich 8 Meilen zurück, **B** geht durch 12 Tage, macht aber täglich nur 7 Meilen; wie verhalten sich die von beiden zurückgelegten Wege? Diese hängen offenbar sowohl von der Zeit als von der Geschwindigkeit der Bewegung ab; da **A** im ganzen 10×8 Meilen, und **B** 12×7 Meilen macht, so ist das Verhältnis der von beiden zurückgelegten Räume $10 \times 8 : 12 \times 7$. Man hat somit

Verhältnis der Zeiten	10 : 12
Verhältnis der Geschwindigkeiten	8 : 7
Verhältnis der Räume $10 \times 8 : 12 \times 7$ oder	20 : 21,

und sagt: Die zurückgelegten Räume stehen im zusammengesetzten Verhältnisse der Zeiten und Geschwindigkeiten.

Ein zusammengesetztes Verhältnis wird nicht geändert, wenn man irgend ein Vorderglied und zugleich irgend ein Hinterglied in den einfachen Verhältnissen mit derselben Zahl multipliziert, oder durch dieselbe Zahl dividiert. Dadurch können die einzelnen Glieder der einfachen Verhältnisse noch vor ihrer Multiplikazion von Brüchen befreit und abgekürzt werden. Z. B.

die Verhältnisse $5 : \frac{3}{11}$ und $2\frac{3}{10} : 7$ würden in ihrer Zusammensetzung folgende Rechnung geben:

$$\begin{array}{rrcl} & & 5 & : \frac{3}{\cancel{11}} \\ 23 & 2 & \frac{3}{\cancel{10}} & : 7 \\ & & \cancel{11} & : \cancel{10}\ 2 \\ \hline & & 253 & : 42 \end{array}$$

Beispiele.

Man bilde das zusammengesetzte Verhältnis

1) aus $8 : 5$, $10 : 7$, $11 : 16$;

2) aus $3\frac{1}{4} : 2$, $5\frac{1}{8} : 6\frac{1}{2}$, $3 : 2\frac{1}{8}$;

3) aus $2\frac{5}{8} : \frac{1}{3}$, $7 : 3\frac{2}{5}$, $1 : 4\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6} : \frac{8}{5}$;

4) aus $3\frac{3}{7} : 24$, $35 : 48$, $27\frac{1}{2} : 25$, $12 : 14\frac{3}{4}$;

5) aus $1 : 2$, $2 : 3$, $3 : 4$, $4 : 5$, $5 : 6$;

6) aus $13\frac{5}{6} : 12$, $15\frac{1}{2} : 8\frac{3}{4}$, $7 : 10\frac{2}{3}$, $30 : 35$, $25 : 25\frac{1}{2}$;

7) Von zwei Rechtecken ist das eine 15′ lang und 12′ breit, das andere 18′ lang und 16′ breit; wie verhalten sich die Flächen der beiden Rechtecke?

Verhältnis der	Längen	15 : 18
„ „	Breiten	12 : 16
„ „	Flächen	5 : 8

8) Von zwei Gefäßen hat das eine 4′ 8″ Länge, 2′ 1″ Breite und 1′ 4″ Tiefe, das andere ist 3′ 6″ lang, 1′ 8″ breit und 1′ 2″ tief; wie verhält sich der Inhalt des ersten Fasses zu jenem des zweiten?

Verhältnis der	Längen	56 : 42
„ „	Breiten	25 : 20
„ „	Tiefen	16 : 21
„ „	Inhalte	40 : 21.

9) Die Längen zweier Gärten sind 22° 5′ und 18° 3′, die Breiten 15° 4′ und 16°; in welchem Verhältnisse stehen die Flächen?

10) Von zwei Dampfmaschinen ist die eine im Stande, 108 Ztr. 280′ hoch, die andere in derselben Zeit 152 Ztr. 325′ hoch zu schaffen; in welchem Verhältnis stehen die Kräfte dieser beiden Maschinen?

2. Proporzionen.

§. 60.

Wenn man zwei Verhältnisse, welche denselben Exponenten haben, und somit gleich sind, durch das Gleichheitszeichen verbindet, so heißt ein solcher Ausdruck eine Proporzion. Z. B. $10 : 5 = 12 : 6$ ist eine Proporzion, und wird gelesen: 10 verhält sich zu 5, wie sich 12 zu 6 verhält, oder kürzer: 10 zu 5, wie 12 zu 6; 10 ist das erste, 5 das zweite, 12 das dritte, und 6 das vierte Glied der Proporzion; das erste und vierte Glied nennt man die äußern, das zweite und dritte die innern Glieder.

Eine Proporzion, in welcher das zweite und dritte Glied gleich sind, wird eine stetige Proporzion, und jedes der innern Glieder die mittlere stetige Proporzionale zwischen den beiden äußern genannt. So ist $24 : 12 = 12 : 6$ eine stetige Proporzion, und 12 ist die mittlere stetige Proporzionale zwischen 24 und 6.

§. 61.

Aus dem Begriffe einer Proporzion ergibt sich, daß wenn in dem einen Verhältnisse das äußere Glied 2, 3, 4mal größer ist als das innere, dagegen in dem andern Verhältnisse das äußere Glied eben so vielmal kleiner sein müße als das innere, so daß die beiden äußern Glieder dasselbe Produkt geben als die innern. Man hat somit den Satz:

In jeder Proporzion ist das Produkt der äußern Glieder gleich dem Produkt der innern Glieder.

Wenn z. B. $16 : 4 = 8 : 2$ ist, so muß $16 \times 2 = 4 \times 8$ sein, was auch in der That der Fall ist, da beide Produkte gleich 32 sind.

Umgekehrt müßen zwei Verhältnisse $16 : 4$ und $8 : 2$, in denen das Produkt der äußern Glieder gleich ist dem Produkte der innern, nothwendig einander gleich sein, und somit eine Proporzion bilden. Wenn nämlich $16 \times 2 = 4 \times 8$ ist, so muß auch $\frac{16 \times 2}{2 \times 4} = \frac{4 \times 8}{2 \times 4}$ oder $\frac{16}{4} = \frac{8}{2}$, oder $16 : 4 = 8 : 2$ sein.

Eine Proporzion bleibt demnach so lange richtig, als das Produkt der äußeren Glieder dem Produkte der innern gleich bleibt. Daraus folgt:

1. Wenn man in einer Proporzion die innern Glieder mit einander vertauscht, so erhält man wieder eine Proporzion. Z. B. Aus $8 : 4 = 10 : 5$ folgt auch $8 : 10 = 4 : 5$.

2. Wenn man in einer Proporzion die äußern Glieder mit einander verwechselt, so erhält man wieder eine Proporzion. Wenn z. B. $8 : 4 = 10 : 5$ ist, so hat man auch $5 : 4 = 10 : 8$.

3. Werden in einer Proporzion die innern Glieder mit den äußern verwechselt, so hat man wieder eine richtige Proporzion. Wenn $8 : 4 = 10 : 5$, so ist auch $4 : 8 = 5 : 10$.

4. Eine Proporzion hört nicht auf richtig zu sein, wenn man ein inneres und äußeres Glied mit derselben Zahl multiplizirt.

Wenn z. B. $8 : 4 = 10 : 5$ ist, so hat man auch

$$\begin{aligned}
8 \times 2 : 4 \times 2 &= 10 : 5 \text{ oder } 16 : 8 = 10 : 5,\\
8 \times 2 : 4 &= 10 \times 2 : 5 \quad \text{„} \quad 16 : 4 = 20 : 5,\\
8 : 4 \times 2 &= 10 : 5 \times 2 \quad \text{„} \quad 8 : 8 = 10 : 10,\\
8 : 4 &= 10 \times 2 : 5 \times 2 \quad \text{„} \quad 8 : 4 = 20 : 10.
\end{aligned}$$

Mit Hilfe dieses Satzes kann man jede Proporzion, in welcher Brüche vorkommen, mit ganzen Zahlen darstellen; man braucht nur den Nenner eines äußern Gliedes als Faktor in ein inneres, und den Nenner eines innern Gliedes in ein äußeres als Faktor zu übertragen. Z. B. aus der Proporzion

$$\tfrac{3}{2} : 5 = 4 : x$$

wo x ein noch unbekanntes Glied vorstellt, folgt:

$$3 : 5 \times 2 = 4 : x \text{ oder } 3 : 10 = 4 : x$$

Aus $x : \frac{3}{5} = \frac{4}{9} : 2$ folgt $x : 3 = 4 : 2 \times 5 \times 9$ oder $x : 3 = 4 : 90$; aus $3\frac{1}{2} : x = 2\frac{1}{3} : 1$ folgt $7 : x = 7 \times 2 : 1 \times 3$ oder $7 : x = 14 : 3$. Man stelle folgende Proporzionen in ganzen Zahlen dar:

1) $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{5}{6} : x.$ 2) $15\frac{1}{4} : 2 = 17 : x$
3) $\frac{6}{7} : 4 = x : \frac{2}{3}.$ 4) $6\frac{1}{4} : 11\frac{2}{3} = x : 2\frac{1}{3}.$
5) $\frac{1}{2} : x = \frac{5}{8} : 3.$ 6) $5\frac{3}{4} : x = 2\frac{5}{6} : 3.$
7) $x : \frac{3}{4} = 1 : \frac{4}{5}.$ 8) $x : 2\frac{1}{4} = 18 : 3\frac{1}{2}.$

5. **Eine Proporzion hört nicht auf richtig zu sein, wenn man ein äußeres und ein inneres Glied durch dieselbe Zahl dividiert.**

Wenn z. B. $8 : 12 = 16 : 24$ ist, so hat man auch

$$\begin{aligned}
(8 : 4) : (12 : 4) &= 16 : 24 \text{ oder } 2 : 3 = 16 : 24,\\
(8 : 4) : 12 &= (16 : 4) : 24 \quad \text{„} \quad 2 : 12 = 4 : 24,\\
8 : (12 : 4) &= 16 : (24 : 4) \quad \text{„} \quad 8 : 3 = 16 : 6,\\
8 : 12 &= (16 : 4) : (24 : 4) \quad \text{„} \quad 8 : 12 = 4 : 6.
\end{aligned}$$

Mit Hilfe dieses Satzes kann man jede Proporzion, in welcher ein äußeres und ein inneres Glied einen gemeinschaftlichen Theiler haben, in kleinern Zahlen ausdrücken, wenn man jene zwei Glieder durch den gemeinschaftlichen Theiler dividiert. Z. B.

aus $x : 4 = 3 : 20$ folgt $x : 1 = 3 : 5$,
„ $10 : x = 60 : 12$ „ $2 : x = 1 : 1$,
„ $6 : 15 = 8 : x$ „ $1 : 5 = 4 : x$.

Man drücke folgende Proporzionen durch die kleinsten ganzen Zahlen aus:

1) $9 : 27 = 5 : x$.
2) $21 : 24 = 14 : x$.
3) $27 : x = 6 : 8$.
4) $x : 8 = 56 : 64$.
5) $9\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2} = 2 : x$.
6) $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} = x : 9\frac{1}{8}$.
7) $x : 3\frac{3}{4} = 5\frac{3}{5} : \frac{7}{8}$.
8) $4\frac{4}{5} : x = 5\frac{1}{3} : 6\frac{5}{8}$.
9) $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = x : \frac{1}{8}$.
10) $42\frac{7}{9} : x = 25\frac{5}{18} : 47\frac{3}{11}$.
11) $\frac{35}{48} : 27\frac{9}{14} = 13\frac{13}{18} : x$.
12) $81\frac{17}{72} : 110\frac{23}{60} = x : 58\frac{29}{40}$.

6. Wenn man in zwei oder mehreren Proporzionen die ersten, die zweiten, dritten und vierten Glieder mit einander multiplizieret, so bilden die Produkte wieder eine Proporzion. Z. B.

Aus den Proporzionen:

$$2 : 3 = 4 : 6$$
$$5 : 3 = 15 : 9$$
$$7 : 2 = 28 : 8$$

folgt auch

$$2 \times 5 \times 7 : 3 \times 3 \times 2 = 4 \times 15 \times 28 : 6 \times 9 \times 8$$

oder $70 : 18 = 1680 : 432$.

§. 62.

Aus einer Proporzion, in welcher drei Glieder bekannt sind, das unbekannte Glied finden, heißt die Proporzion auflösen. Das unbekannte Glied wird gewöhnlich mit einem der Buchstaben x, y, z bezeichnet.

Die Auflösung der Proporzionen geschieht nach folgenden zwei Sätzen.

1. Jedes äußere Glied einer Proporzion ist gleich dem Produkte der beiden innern Glieder, dividiert durch das andere äußere Glied. Z. B.

$$\text{Aus } x : 12 = 3 : 4 \text{ folgt } x = \frac{12 \times 3}{4} = 9,$$

$$\text{„ } 4 : 5 = 12 : x \text{ „ } x = \frac{5 \times 12}{4} = 15.$$

2. Jedes innere Glied einer Proporzion ist gleich dem Produkte der äußern Glieder, dividiert durch das andere innere Glied. Z. B.

$$\text{Aus } 7 : x = 14 : 8 \text{ folgt } x = \frac{7 \times 8}{14} = 4,$$

$$\text{„ } 2 : 5 = x : 15 \text{ „ } x = \frac{2 \times 15}{5} = 6.$$

Wenn eine Proporzion Brüche enthält oder wenn sie sich abkürzen lässt, so hat man dieselbe zuerst in den kleinsten ganzen Zahlen darzustellen, und dann erst aufzulösen. Dabei kann man sich sehr vortheilhaft der Strichmethode bedienen. Um z. B. die Proporzion $\frac{7}{8} : 14 = 1\frac{1}{3} : x$ aufzulösen, hat man

$$\begin{array}{cccc} \frac{\cancel{7}}{\cancel{8}} : & \cancel{14} & = \underbrace{1\tfrac{1}{3}} & : x \\ 3 & 8 & 4 & \\ & 2 & & \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{8 \times 2 \times 4}{3} = 21\tfrac{1}{3}.$$

oder

$$\begin{array}{r|l} & \cancel{14} \quad 2 \\ \frac{\cancel{7}}{\cancel{8}} & 1\tfrac{1}{3}) \quad 4 \\ 3 & 8 \\ \hline 3 & 64 \,|\, 21\tfrac{1}{3}. \end{array}$$

Beispiele.

1) $x : 5 = 12 : 4$ gibt $x = 15.$
2) $x : \frac{1}{2} = 2 : 7$ „ $x = \frac{1}{7}.$

3) $3 : x = 5 : 30$ gibt $x = 18$.
4) $\frac{2}{3} : x = \frac{1}{4} : \frac{3}{5}$ " $x = 1\frac{3}{5}$.
5) $3 : 4\frac{1}{2} = x : 18$ " $x = 12$.
6) $\frac{1}{8} : \frac{8}{9} = x : 2\frac{1}{4}$ " $x = \frac{81}{256}$.
7) $3 : \frac{4}{5} = 5 : x$ " $x = 1\frac{1}{3}$.
8) $1 : \frac{5}{8} = 1\frac{3}{5} : x$ " $x = 1$.

Es sollen noch folgende Proporzionen aufgelöset werden:

9) $x : 15 = 4 : \frac{6}{7}$.
10) $x : \frac{5}{9} = 11 : 3\frac{1}{3}$.
11) $22\frac{1}{5} : x = 18 : 13$.
12) $3\frac{1}{2} : x = 2\frac{2}{3} : 4\frac{1}{5}$.
13) $\frac{5}{9} : \frac{11}{12} = x : \frac{23}{24}$.
14) $15\frac{1}{3} : 8\frac{3}{4} = x : 3\frac{1}{2}$.
15) $25\frac{5}{18} : 42\frac{7}{9} = 47\frac{3}{11} : x$.
16) $11\frac{4}{5} : 12\frac{9}{10} = 7\frac{1}{5} : x$.
17) $2175\frac{23}{64} : x = 341\frac{17}{56} : 93\frac{5}{72}$.
18) $815\frac{113}{240} : 941\frac{19}{164} = x : 753\frac{319}{420}$.
19) $x : 35.214 = 57{\cdot}24 : 88{\cdot}35$.
20) $4{\cdot}156 : 71{\cdot}34 = 15{,}749 : x$.

§. 63.

Wenn zwei Gattungen von Größen so von einander abhängen, daß, wenn die eine Gattung größer wird, auch die andere in demselben Verhältnisse zunimmt, so heißen die beiden Gattungen von Größen gerade proporzioniert. Z. B. 2mal so viel von derselben Waare kostet auch 2mal so viel Geld, für die 3fache Waare muß man auch das 3fache Geld bezahlen, der Preis einer Waare nimmt also in demselben Verhältnisse zu, in welchem die Menge der Waare zunimmt; Waare und Preis sind demnach gerade proporzioniert.

Bei gerade proporzionierten Gattungen von Größen ist das Verhältnis zwischen je zwei Größen der einen Gattung gleich dem Verhältnisse der beiden zugehörigen Größen der andern Gattung in derselben Ordnung genommen.

Wenn zwei Gattungen von Größen so zusammenhängen, dass, wenn die eine Gattung zunimmt, die andere in demselben Verhältnisse kleiner wird, so heißen die beiden Gattungen von Größen verkehrt proporzioniert. Z. B. 2 Arbeiter werden zu derselben Arbeit nur halb so viel Zeit; 3 Arbeiter werden nur den 3ten Theil so viel Zeit brauchen als 1 Arbeiter; wenn also die Zahl der Arbeiter 2mal, 3mal so groß wird, so beträgt die Arbeitszeit nur den 2ten, 3ten Theil, so dass die Dauer der Arbeit in demselben Verhältnisse abnimmt, in welchem die Zahl der Arbeiter zunimmt; die Anzahl der Arbeiter und die Zeit der Arbeit sind daher verkehrt proporzioniert.

Bei verkehrt proporzionierten Größenarten ist das Verhältnis zwischen je zwei Größen der einen Gattung gleich dem Verhältnisse der beiden zugehörigen Größen der andern Gattung, aber in umgekehrter Ordnung genommen.

Um zu beurtheilen, ob zwei Arten von Größen gerade oder verkehrt proporzioniert sind, reicht es hin, die Größe der ersten Art doppelt so groß anzunehmen, und zu sehen, ob unter übrigens gleichen Umständen die dazu gehörige Größe der andern Art doppelt oder nur halb so groß wird; im ersten Falle sind die beiden Größenarten gerade, im zweiten verkehrt proporzioniert.

So sind gerade proporzioniert:

Waare und Preis; denn doppelt so viel Waare kostet auch doppelt so viel Geld.

Kapital und Zins; doppelt so viel Kapital trägt unter übrigens gleichen Umständen auch doppelt so viel Zins.

Zeit und Zins; in doppelt so viel Zeit bekommt man auch doppelt so viel Zins.

Dagegen sind verkehrt proporzioniert:

Die Zahl der Arbeiter und die Dauer der Arheit; denn doppelt so viel Arbeiter brauchen nur halb so viel Zeit.

Die Zahl der zu Nährenden und die Dauer der Lebensmittel; doppelt so viel Personen werden mit denselben Lebensmitteln nur halb so viel Zeit ausreichen.

Kapital und Zeit; doppelt so viel Kapital braucht nur halb so viel Zeit angelegt zu sein, um dasselbe Interesse zu geben.

Man beurtheile, ob folgende Arten von Größen gerade oder verkehrt proporzioniert sind:

1) Arbeitszeit und Lohn;
2) Geschwindigkeit und zurückgelegter Raum;
3) Zeit und zurückgelegter Raum;
4) Zeit und Geschwindigkeit;
5) Gewicht der Last und Frachtlohn;
6) Weite des Weges und Frachtlohn;
7) Gewicht der Last und Weite des Weges;
8) Länge und Inhalt;
9) Breite und Inhalt;
10) Höhe und Inhalt;
11) Länge und Breite bei gleichem Inhalte;
12) Einlage bei einer Unternehmung und Gewinn;
13) Größe oder Einlage und die Zeit bei gleichem Gewinne;
14) Zahl der Erben und die Größe des Erbtheils;
15) Preis des Getraides und Gewicht eines Backwerks bei gleichem Preise des letztern.

3. Die einfache Regelbetri.

§. 64.

Wenn zwei Arten von Größen gerade oder verkehrt proporzioniert sind, und es sind zwei Zahlen der einen Art gegeben, von den beiden zugehörigen Zahlen der andern Art aber nur eine bekannt, und die andere zu suchen; so heißt eine solche Aufgabe eine Aufgabe der einfachen Regelbetri.

Z. B. 2 Ellen einer Waare kosten 8 Gulden; wie viel Gulden kosten 5 Ellen? 20 Gulden. — Die beiden Arten von Zahlen, welche hier vorkommen, nämlich die Anzahl Ellen und die Anzahl Gulden, sind gerade proporzioniert; von der ersten Art sind zwei Zahlen, 2 Ellen und 5 Ellen, gegeben, von der zweiten Art ist nur eine Zahl, 8 Gulden, bekannt, die andere, 20 Gulden, aber zu suchen. Dieß ist also eine Regelbetri-Aufgabe.

§. 65.

Jede Regelbetri-Aufgabe kann mit Hilfe einer Proporzion aufgelöset werden. Man darf nur das Verhältnis zwischen zwei Zahlen der einen Art dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der andern Art, in derselben oder in umgekehrter Ordnung genommen, gleich setzen, je nachdem die beiden Arten gerade oder verkehrt proporzioniert sind, und die so angesetzte Proporzion auflösen. Es ist dabei gleichgiltig, in welches Glied die unbekannte Zahl, welche gewöhnlich durch x ausgedrückt wird, zu stehen kommt; am zweckmäßigsten erscheint es, dieselbe sogleich in das erste Glied zu setzen.

Z. B. 4 Ellen kosten 22 fl.; wie viel fl. kosten 7 Ellen? — Da hier die beiden Arten von Zahlen gerade proporzioniert sind, so setzt man das Verhältnis der Gulden $x : 22$ gleich dem Verhältnisse der dazu gehörigen Zahlen der Ellen in derselben Ordnung, also gleich $7 : 4$, und hat die Proporzion $x : 22 = 7 : 4$, durch deren Auflösung man $x = 38\frac{1}{2}$ fl. bekommt. — Hier erhält man eigentlich die Proporzion x fl. : 22 fl. = 7 Ellen : 4 Ellen; allein bei der Auflösung muß wenigstens das zweite Verhältnis als unbenannt angesehen werden, denn man hätte sonst zuerst 22 fl. mit 7 Ellen zu multiplizieren, was keinen Sinn hat; es ist aber erlaubt, ein

Verhältnis, dessen beide Glieder einerlei Namen haben, als unbenannt hinzustellen, weil z. B. die Verhältnisse 7 Ellen : 4 Ellen und 7 : 4 denselben Exponenten $1\frac{3}{4}$ haben, und somit das eine von ihnen für das andere gesetzt werden kann. Das erste Verhältnis in der Proporzion kann benannt bleiben; denn aus x fl. : 22 fl. = 7 : 4 folgt x fl. = $\frac{22 \text{ fl.} \times 7}{4}$ = $38\frac{1}{2}$ fl., was keine Ungereimtheit in sich enthält; übrigens ist es am zweckmäßigsten, im Ansatze die Benennungen der Glieder ganz wegzulassen, und dann dem x jenen Namen beizulegen, den das damit gleichartige zweite Glied hat.

Hätte man die folgende Aufgabe: 12 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 30 Tagen; wie viel Arbeiter muß man aufnehmen, damit dieselbe Arbeit in 20 Tagen vollendet werde? so müßte man, da die beiden Arten von Größen verkehrt proporzioniert sind, das Verhältnis der Zahlen der Arbeiter x : 12 dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der Tage, in umgekehrter Ordnung genommen, also 30 : 20, gleich setzen; man erhält dadurch x : 12 = 30 : 20, welche Proporzion x = 18 gibt.

§. 66.

Eine Regelbetri-Aufgabe kann auch ohne Hilfe der Proporzion sogleich durch die Strichrechnung aufgelöset werden. Bei jeder solchen Aufgabe wird nämlich die mit x gleichnamige Zahl mit einer der beiden andern bekannten Zahlen multipliziert und durch die andern dividiert. Muß aber dieses jedesmal geschehen, so ist offenbar, daß man, wenn x größer ausfallen soll, mit der größern Zahl multiplizieren, und durch die kleinere dividieren müße; und umgekehrt, wenn x kleiner ausfallen soll.

Man ziehe daher einen aufrechten Strich, schreibe die mit x gleichnamige Zahl auf die rechte Seite, und beurtheile, ob x größer oder kleiner ausfallen werde, als die damit gleichnamige Zahl. Soll x größer ausfallen, so wird von den beiden andern bekannten Zahlen die kleinere als Divisor links, und die größere als Faktor rechts des Striches gesetzt; soll aber x kleiner ausfallen, so findet das Gegentheil statt. Die Auflösung erfolgt dann wie gewöhnlich bei der Strichrechnung.

Für das erste der obigen zwei Beispiele hätte man folgende Auflösung:

Wenn 4 Ellen 22 fl. kosten, so werden 7 Ellen gewiss mehr als 22 fl. kosten; x wird also größer als 22 ausfallen, und es muß daher 22 durch die kleinere 4 der beiden andern Zahlen dividiert, und mit der größern 7 multipliziert werden.

$$\begin{array}{r|l} & 22 \text{ fl. } 11 \\ 2\ 4 & 7 \\ \hline 2 & 77|38\tfrac{1}{2} \end{array}$$

Man löse noch folgende Aufgabe auf: Von $4\frac{1}{2}$ Ztr. zahlt man 8 fl. Fracht, wie viel wird man von $1\frac{1}{2}$ Ztr. zahlen?

Von $4\frac{1}{2}$ Ztr. zahlt man 8 fl. Fracht, von $1\frac{1}{2}$ Ztr. wird man gewiss weniger zahlen, x muß also kleiner als 8 ausfallen; daher muß man durch die größere Zahl $4\frac{1}{2}$ dividieren, mit der kleinern $1\frac{1}{2}$ aber multiplizieren.

$$\begin{array}{r|l} & 8 \text{ fl.} \\ 3\ 9\ (4\tfrac{1}{2} & 9\tfrac{1}{2})\ 3 \\ 2 & 2 \\ \hline 3 & 8|2\tfrac{2}{3} \text{ fl.} \end{array}$$

Dass sich jede Regelbetri-Aufgabe in eine Multiplikazion und Division auflösen lasse, kann man, auch ohne Rücksicht auf die Proporzionen, für jeden besondern Fall unmittelbar durch ganz einfache Folgerungen nachweisen. Z. B. Wenn 4 Ellen 22 fl. kosten, wie hoch kommen 7 Ellen? Man schließt: wenn 4 Ellen 22 fl. kosten, so kostet 1 Elle nur den 4ten Theil von 22 fl., man muß also 22 fl. durch 4 dividieren, wodurch man $5\frac{1}{2}$ fl. bekommt; wenn nun 1 Elle $5\frac{1}{2}$ fl. kostet, so werden 7 Ellen 7mal $5\frac{1}{2}$ fl. kosten, es sind also $5\frac{1}{2}$ fl. mit 7 zu multiplizieren, und man erhält $38\frac{1}{2}$ fl. als den gesuchten Betrag von 7 Ellen.

Diese Schlussweise wird gewöhnlich angewendet, wenn man eine Regelbetri-Aufgabe *im Kopfe* berechnen will.

§. 67.

Häufig lässt sich bei der Auflösung von Regeldetri-Aufgaben auch die wälsche Praktik mit Vortheil anwenden; namentlich ist dieses der Fall, wenn eine von den zwei bekannten Zahlen einer Art die Einheit ist. Z. B.

1 Eimer kostet 10 fl. 18 Kr., was kosten 88 Eimer?

88 Eimer zu fl. 10 „ 18	
fl. 880	
„ 22	15 Kr.
„ 4 „ 24	3 „
fl. 906 „ 24	

30 ℔ kosten 23 fl. 12 Kr.; wie hoch kommen 23 ℔ 20 Loth.?

30 ℔		fl. 23·2
15 ℔	= $\frac{1}{2}$ von 30 ℔ . . .	fl. 11·6
6 „	= $\frac{1}{5}$ von 30 „	„ 4·64
2 „	= $\frac{1}{3}$ von 6 „	„ 1·657
16 Lth.	= $\frac{1}{4}$ von 2 „	„ 0·377
4 „	= $\frac{1}{4}$ von 16 Lth. . .	„ 0·097
23 ℔ 20 Lth.		fl. 18·271 = fl. 18 „ 16.

Beispiele und Aufgaben.

§. 68.

1) 6 Ellen Tuch kosten 18 fl.; wie viel kosten 12 Ellen?

Im Kopfe: Wenn 6 Ellen 18 fl. kosten, so kostet 1 Elle den 6ten Theil von 18 fl., also 3 fl.; 12 Ellen werden daher 12mal 3 fl. d. i. 36 fl. kosten. — Oder kürzer: 12 Ellen sind 2mal so viel als 6 Ellen, sie werden also auch doppelt so viel kosten als 6 Ellen, also 2mal 18 fl. d. i. 36 fl.

Schriftlich: 6 Ell. 18 fl. oder

12 " x "

$x : 18 = 12 : 6$

2

$x = 36$

$$\begin{array}{r|l} & 18 \text{ fl.} \\ 6 & 12 \; 2 \\ \hline & 36 \text{ fl.} \end{array}$$

2) Ein Knecht hat jährlich 45 fl. Dienstlohn; wie viel kommt auf 5 Monate?

Im Kopfe: Auf 1 Jahr kommen 45 fl., auf einen Monat also der 12te Theil von 45 fl. d. i. 3 fl. 45 Kr.; daher auf 5 Monate 5mal 3 fl. 45 Kr., nämlich 18 fl. 45 Kr.

Schriftlich: 12 Mon. 45 fl. oder

5 " x "

$x : 45 = 5 : 12$

$x = 18\frac{3}{4}$ fl.

$$\begin{array}{r|l} & 45 \text{ fl. } 15 \\ 4 \; 12 & 5 \\ \hline 4 & 75 \mid 18\frac{3}{4} \text{ fl.} \end{array}$$

3) In einer Mühle werden stündlich 8 Metzen Weizen gemahlen; wie lange dauert es, bis 60 Metzen gemahlen sind?

Im Kopfe: Um 8 Metzen zu mahlen, braucht man 1 Stunde; um 60 Metzen zu mahlen, braucht man so viele Stunden Zeit, als wie oft 8 in 60 enthalten ist, nämlich $7\frac{1}{2}$.

Schriftlich: 8 Metzen 1 Stunde oder

60 " x "

$x : 1 = 60 : 8$

$x = 7\frac{1}{2}$ Stunden

$$\begin{array}{r|l} & 1 \text{ Stunde} \\ 2 \; 8 & 60 \; 15 \\ \hline 2 & 15 \mid 7\frac{1}{2} \text{ St.} \end{array}$$

4) Ein Fuhrmann verspricht für ein bestimmtes Frachtgeld 6 Zentner 8 Meilen weit zu führen; wie viel Zentner wird er für dasselbe Frachtgeld 12 Meilen weit führen?

Im Kopfe: Wenn 8 Meilen weit 6 Zentner geführt werden, so wird man 1 Meile weit um dasselbe Geld 8mal so viel Zentner, also 48 Ztr. führen; und 12 Meilen weit nur den 12ten Theil so viel Zentner, als 1 Meile weit, nämlich den 12ten Theil von 48 Ztr.; d. i. 4 Ztr.

Schriftlich: 6 Ztr. 8 Meilen oder
x „ 12 „
$x : 6 = 8 : 12$
$x = 4$ Ztr.

	6 Ztr.
2 12	8 4
	4 Ztr.

5) Wenn der Metzen Korn 2 fl. kostet, so wiegt ein Zweigroschenbrot $3\frac{1}{4}$ ℔; wie schwer wird man das Zweigroschenlaib ausbacken, wenn der Metzen Korn mit 2 fl. 30 Kr. bezahlt werden muß?

Im Kopfe: Um 2 Groschen bekommt man $3\frac{1}{4}$ ℔ Kornbrot, um 2 fl. also 20mal so viel, nämlich 65 ℔; folglich erhält man bei dem Kornpreise von 2 fl. aus einem Metzen 65 ℔ Brot; wird nun der Metzen mit 2 fl. 30 Kr. bezahlt, so wird man für 2 fl. 30 Kr. 65 ℔ Kornbrot erhalten, 2 Groschen sind nun in 2 fl. 30 Kr. 25mal enthalten, also wird man für 2 Groschen auch nur den 25sten Theil von 65 ℔ bekommen; der 5te Theil von 65 ist 13, und davon wieder der 5te Theil sind $2\frac{3}{5}$ ℔; das Zweigroschenbrot wird also nur $2\frac{3}{5}$ ℔ wiegen.

Schriftlich: 2 fl. der Metz. $3\frac{1}{4}$ ℔ oder
$2\frac{1}{2}$ „ „ „ x „
$x : 3\frac{1}{4} = 2 : 2\frac{1}{2}$
$x = 2\frac{3}{5}$ ℔

	$3\frac{1}{4}$) ℔ 13
5 ($2\frac{1}{2}$	2
4	2
5	13 | $2\frac{3}{5}$ ℔.

6) 16 Maurer können eine Mauer in 20 Tagen aufführen; in wie viel Tagen würde dieselbe Mauer von 10 Arbeitern aufgeführt werden?

Im Kopfe: Wenn 16 Maurer zu einer Arbeit 20 Tage brauchen, so braucht 1 Maurer dazu 16mal so viel Zeit, also 320 Tage; 10 Maurer brauchen nur den 10ten Theil von der Zeit, die 1 Maurer braucht, also nur den 10ten Theil von 320 Tagen, d. i. 32 Tage.

Schriftlich: 16 Maurer 20 Tage oder
10 „ x „
$x : 20 = 16 : 10$
$x = 32$ Tage

	20 Tage
10	16
	32 Tage

§. 69.

7) 5 Ellen Leinwand werden mit $2\frac{1}{3}$ fl. bezahlt; wie hoch kommen 12 Ellen? — Auf $5\frac{3}{5}$ fl.

8) 1 Zentner kostet $25\frac{1}{4}$ fl.; was kosten 39 Pfund? — 9 fl. $50\frac{17}{20}$ Kr.

9) Wenn 4 ℔ $1\frac{1}{6}$ fl. kosten; wie viel ℔ bekommt man um 15 Kr.? — $\frac{6}{7}$ ℔.

10) Was kosten $3\frac{1}{5}$ Ztr., wenn 4 ℔ um $9\frac{1}{2}$ fl. gekauft werden? — 760 fl.

11) 480 fl. Kapital geben in einer bestimmten Zeit 45 fl. Zins; wie viel Kapital muß man anlegen, damit es in derselben Zeit 80 fl. Zins gebe? — 853 fl. 20 Kr.

12) Wenn 30 Personen ein Werk in $4\frac{3}{10}$ Monaten vollenden; wie viel Zeit brauchen dazu 9 Personen? — $14\frac{1}{3}$ Monate.

13) Wenn 12 Schnitterinnen einen Acker Weizen in 8 Tagen schneiden; wie viel Schnitterinnen muß man aufnehmen, damit der Weizen in 6 Tagen geschnitten werde? — 16 Schnitterinnen.

14) Wie lange können 18 Pferde mit einem Futter auskommen, welches für 12 Pferde auf 9 Wochen bestimmt ist? — 6 Wochen.

15) Ein Manuskript gibt 126 Seiten zu 45 Zeilen; wie viel Seiten wird es geben, wenn auf die Seite nur 35 Zeilen kommen? — 162 Seiten.

16) Um eine Mauer, welche 20 Klafter lang ist, aufzuführen, sind 35 Arbeiter erforderlich; wie viel Arbeiter braucht man, damit eine eben so hohe und dicke Mauer, welche aber 28 Klafter lang ist, in der nämlichen Zeit vollendet werde? — 49 Arbeiter.

17) Ein Haus trägt 540 fl. jährlichen Zins; wie viel kommt auf 8 Monate? — 360 fl.

18) Für eine Familie geht alle 6 Tage 1 ℔ Kaffee auf; wie viel Kaffee verbraucht diese Familie in 365 Tagen? — $60\frac{5}{6}$ ℔.

19) Um eine Waare 12 Meilen weit zu verführen, verlangt der Fuhrmann 2 fl.; wie viel wird er fordern, wenn dieselbe Waare 30 Meilen weit verführt werden soll? — 5 fl.

20) Für 10 Ztr. verlangt der Fuhrmann 15 fl. Fracht; wie viel Ztr. wird er für 22 fl. aufladen? — $14\frac{2}{3}$ Ztr.

§. 70.

21) 5 Ztr. Kaffee kauft man um 180 fl.; wie viel Kaffee bekommt man um 18 fl.?

22) Was kosten 3 Loth einer Waare, wovon 1 ℔ 2 fl. 8 Kr. kostet?

23) Wie viel kosten $3\frac{1}{2}$ Ellen, wenn man 4 Ellen um $17\frac{2}{3}$ fl. bekommt?

24) Ein Acker von $55\frac{1}{2}$ $\square^0$ Fläche wird mit $8\frac{2}{5}$ fl. bezahlt; wie hoch kommt ein Joch Ackergrund von gleicher Güte?

25) 7 Loth Quecksilber kosten 38 Kreuzer; wie theuer sind $13\frac{1}{4}$ ℔.

26) Wenn $11\frac{1}{4}$ Ellen Taffet 16 fl. 12 Kr. kosten; wie hoch kommen $3\frac{3}{4}$ Ellen?

27) Wie viel muß man für $48\frac{5}{8}$ ℔ einer Waare bezahlen, wovon der Zentner $66\frac{1}{3}$ fl. kostet?

28) Wenn $1\frac{1}{4}$ Zentner mit 196 fl. $8\frac{1}{2}$ Kr. bezahlt wird, wie viel von derselben Waare bekommt man um 25 Kr.?

29) $56\frac{7}{8}$ Eimer Wein kosten 834 fl.; wie viel Eimer bekommt man um 1112 fl.?

30) Jemand bekommt 4 Fässer Zucker, welche zusammen 685 ℔ wiegen; die leeren Fässer wiegen 86 ℔; wie viel Zucker ist in den Fässern, und wie viel ist er wert, wenn man den Zentner zu $26\frac{3}{4}$ fl. rechnet?

31) Wenn man für 3 Ztr. $8\frac{1}{2}$ fl. Fracht zahlen muß; wie viel wird die Fracht für $13\frac{3}{4}$ Ztr. betragen?

32) Um $5\frac{5}{11}$ fl. führt ein Fuhrmann eine bestimmte Waare $12\frac{1}{2}$ Meilen weit; wie weit wird er dieselbe um 2 fl. 10 Kr. führen?

33) Für $8\frac{1}{4}$ Ztr wird $6\frac{7}{8}$ fl. Fracht gezahlt; wie viel Ztr. werden für $2\frac{1}{2}$ fl. Fracht aufgeladen?

34) Ein Zentner wird um 1 fl. 20 Kr. 15 Meilen weit geführt; wie weit um 32 Kr.?

35) 4824 k. Dukaten enthalten 71 kölnische Mark feines Gold; wie viel Gold enthalten 100 Dukaten?

36) 20 fl. K. M. machen 14 preußische Thaler; wie viel fl. K. M. sind 1237 pr. Thaler?

37) 13 russ. Silberrubel machen $27\frac{5}{8}$ Hamburger Mark Banko; wie viel Mark Banko sind 2000 Rubel?

38) 9·718 Dollars in den nordamerikanischen Freistaaten sind gleich 51·934 Francs; wie viel Francs betragen 3240 Dollars?

39) 1000 englische Seemeilen machen 733·54 österreichische Meilen; wie viel österreichische Meilen sind $755\frac{1}{2}$ englische Seemeilen?

40) 19 Wiener Metzen enthalten 37 Kubikfuß; wie viel Kubikfuß sind $388\frac{3}{4}$ Metzen?

§. 71.

41) 500 fl. Kapital sind zu $4\frac{0}{0}$ (4 Prozent) angelegt; d. h. jede 100 fl. Kapital geben 4 fl. Zins; wie viel Zins bezieht man von dem ganzen Kapitale?

Im Kopfe: 1 Hundert Kapital gibt jährlich 4 fl. Zins, 5 Hundert geben 5mal so viel, also 20 fl.

Schriftlich: 100 fl. Kap. 4 fl. Zins oder

500 „ „ x fl. „

$x : 4 = 500 : 100$

$x = 20$ fl.

$$\begin{array}{r|l} & 4 \text{ fl.} \\ 100 & 500 \\ \hline & 20 \text{ fl.} \end{array}$$

Nicht nur bei den Zinsen, sondern auch bei verschiedenen andern Berechnungen des bürgerlichen und kaufmännischen Lebens pflegt man das Prozent, d. i. den Ertrag von 100 zur Grundlage anzunehmen.

Um bei Prozentberechnungen nicht jedesmal einen besondern Regeldetriansatz machen zu müßen, soll hier eine allgemeine Regel abgeleitet werden, nach welcher der Prozentenertrag einer gegebenen Summe einfacher und kürzer gefunden werden kann.

Ist z. B. der Ertrag von 1543 fl. zu 5% zu bestimmen, d. i. zu berechnen, wie viel auf 1543 fl. kommt, wenn man auf je 100 fl. 5 fl. Ertrag rechnet; so hat man

x fl. Ertrag von 1543 fl.

5 „ „ „ 100 „

$$x : 5 = 1543 : 100$$

$$x = \frac{1543 \times 5}{100}.$$

Daraus folgt:

Um den Ertrag einer Summe nach Prozenten zu berechnen, multiplziere man die Summe, deren Ertrag gesucht wird, mit dem Prozent, und dividiere das Produkt durch 100.

42) Wie viel beträgt der jährliche Zins von 825 fl. zu 5%?

$$\frac{825 \times 5}{41{\cdot}25} = \text{fl. } 41 \text{ „ } 15.$$

43) Wie viel Interesse geben 3000 fl. zu 4%?

$$\frac{3000 \text{ zu } 4\%}{120 \text{ fl.}}$$

44) Wie groß ist der jährliche Zins von 2549 fl. zu $4\frac{1}{2}$ %?

$$\begin{array}{l} \underline{2549 \times 4\frac{1}{2}} \\ 101\,96 \\ \underline{\;\;12\,74\cdot5} \\ 114\cdot70\,5 = \text{fl. } 114 \text{ „ } 42. \end{array}$$

45) Wie viel Zins geben 2847 fl. zu 6% in 1 Jahr? — fl. 170 „ 49.

46) Wie groß ist der jährliche Zins von 3754 fl., 1849 fl., 2475 fl., zu 4%, zu $4\frac{1}{2}$ %, zu $4\frac{3}{4}$ %, zu 5%, zu $5\frac{1}{2}$ %, zu 6%?

47) Wien hatte im Jahre 1849 eine Bevölkerung von 385961 Seelen; wie viel sind 8 % davon?

48) Steiermark hat 3596994 Joch produktives Flächenmaß, darunter $1\frac{1}{2}$ % Weingärten; wie viel Joch betragen diese?

49) Jemand kauft um 6300 fl. Waaren, und gewinnt bei deren Verkaufe 9 %; wie viel beträgt der ganze Gewinn?

50) Jemand kauft für einen Kaufmann um 4200 fl. Waaren ein, und läßt sich als Belohnung für seine Mühe beim Einkaufe $1\frac{1}{2}$ % bezahlen; wie viel beträgt seine ganze Belohnung?

51) Wenn die Elle Tuch im Einkaufe 3 fl. 20 Kr. kostet, wie hoch muß sie im Verkaufspreise gesetzt werden, wenn man 12 % gewinnen will?

52) Ein Haus, dessen Wert auf 18350 fl. geschätzt wurde, wird bei einer Feuer-Versicherungs-Gesellschaft zu $\frac{1}{10}$ % assekurirt; wie viel beträgt die Versicherungsprämie?

53) Jemand hat nach 4 Monaten eine Summe von 3456 fl. 12 Kr. zu bezahlen; wenn er nun die Zahlung sogleich leistet, werden ihm $1\frac{3}{4}$ % nachgelassen; wie viel wird in diesem Falle dem Schuldner im ganzen nachgelassen, und wie viel hat er nur zu bezahlen?

54) Jemand kauft 385 ℔ einer Waare zu 87 fl. 15 Kr. den Ztr. ein, und verkauft sie mit 13 % Gewinn; wie viel löst er beim Einkaufe ein?

55) Von 523 12jährigen Menschen erreichen 83 % das 30ste Jahr; wie viele von diesen Personen werden also 30 Jahre alt?

56) Von 409 35jährigen Menschen sterben 49 % bis zum 60 Jahre; wie viele erreichen demnach das 60ste Jahr?

57) Eine Waare wiegt sammt dem Behältnisse 2350 ℔; wenn nun wegen des Behältnisses 8 % abgezogen werden; wie viel beträgt das reine Gewicht der Waare?

Manchmal wird der Ertrag nach Promille (‰) d. i. nach 1000 berechnet. In diesem Falle muß die Summe, deren Ertrag man sucht, mit dem Promille multiplizirt, und das Produkt durch 1000 dividirt werden.

58) Jemand hat 2‰ von 12560 fl. zu fordern, d. i. 2 fl. von je 1000 fl.; wie viel beträgt dieses?

$$\frac{12560 \times 2}{25{\cdot}120} = \text{fl. } 25 \text{ „ } 7.$$

59) Wie viel beträgt 1‰ von 6840 fl.? — fl. 6 „ 50.

60) Ein Wechselsensal kauft für jemanden um 2500 fl. Staatspapiere ein, und erhält für seine Bemühung $\frac{1}{2}$‰; wie viel macht dieses?

§. 72.

61) Wie viel Zins geben 1950 fl. Kapital zu $6\frac{1}{2}$ % in einem Jahre?

62) Wie groß ist der jährliche Zins von $11845\frac{2}{3}$ fl. Kapital zu $3\frac{2}{3}$ %?

63) Wie viel Kapital muß man zu $4\frac{1}{2}$ % anlegen, damit die jährlichen Interessen $127\frac{3}{4}$ fl. betragen?

64) Ein Haus trägt an Wohnzins jährlich 548 fl.; wie groß ist der Wert dieses Hauses, wenn es sich zu 5 % verzinset?

65) Von 1675 fl. hat man in einem Jahre $83\frac{3}{4}$ fl. Interessen eingenommen; wie hoch waren 100 fl. Kapital verzinset?

66) Jemand nimmt von 1 fl. Kapital jährlich 12 Kr. Zins; wie viel % macht dieses?

67) Wie viel Zins gibt ein Kapital in $2\frac{3}{4}$ Jahren, wenn es in 4 Monaten 28 fl. trägt.

68) Ein Kapital bringt in 2 Jahren 123 fl. 24 Kr. Zins; wie viel in 1 Jahre 7 Monaten?

69) 750 fl. Kapital geben in einer gewissen Zeit $132\frac{13}{16}$ fl. Interesse; wie viel Interesse geben in derselben Zeit 240 fl. Kapital?

70) Wie viel Kapital muß man auf $5\frac{2}{5}$ Jahre verleihen, damit man eben so viel Interesse davon erhalte, als von 370 fl. in 9 Jahren?

71) 1000 fl. zu 3 % angelegt, geben eben so viel Interesse, als ein anderes Kapital zu $4\frac{1}{2}$ % angelegt; wie groß muß dieses letztere Kapital sein?

72) Zu wie viel % muß man ein Kapital anlegen, damit es in 7 Jahren eben so viel Zins bringe, als es zu $3\frac{1}{2}$ % in 8 Jahren bringen würde?

73) Wie lange muß ein Kapital angelegt bleiben, um 414 fl. 42 Kr. Interessen einzutragen, wenn es in 1 Monate 15 fl. 57 Kr. Interessen gibt?

74) A hat an B 900 fl. auf 5 Monate geliehen, und zwar ohne Interessen; wie lange muß B an A ein Kapital von 1250 fl. borgen, um jene Gefälligkeit auszugleichen?

75) Ein Mühlgang mahlt in $3\frac{1}{2}$ Stunden $14\frac{3}{4}$ Metzen Korn; wie viel in $13\frac{1}{4}$ Stunden?

76) Jemand zahlt jährlich 280 fl. Miethzins; wie viel kommt auf 11 Monate?

77) Jemand braucht für seinen Unterhalt im Durch-

schnitte alle 10 Tage $34\frac{3}{4}$ fl.; wie lange wird er mit 792 fl. 18 Kr. auskommen?

78) Ein Arbeiter verdient alle 3 Tage $2\frac{1}{2}$ fl.; wie lange muß er arbeiten, um $15\frac{5}{8}$ fl. zu verdienen?

79) Jemand zahlt je 5 Arbeitern zusammen täglich 4 fl. 45 Kr., und hat im ganzen 122 Arbeiter; wie viel beträgt der tägliche Arbeitslohn aller?

80) Eine Familie gibt im Durchschnitte wöchentlich 12 fl. 40 Kr. aus; wie viel in 2 Monaten 10 Tagen?

§. 73.

81) Wenn 16 Maurer täglich 12 Stunden arbeiten, so wird eine Mauer in 15 Tagen fertig; in welcher Zeit wird die Mauer fertig, wenn jene Maurer täglich nur 10 Stunden arbeiten?

82) 45 Menschen brauchen für eine Arbeit 24 Tage; wie viel Arbeiter muß man aufnehmen, damit die Arbeit in 15 Tagen vollendet werde?

83) Um eine Wiese abzumähen, braucht man 18 Mäher durch 4 Tage; in wie viel Tagen werden 12 Mäher damit fertig werden?

84) 6 Taglöhner graben ein Feld in $4\frac{1}{2}$ Tagen um; wie viel Taglöhner müßen gedungen werden, damit jene Arbeit in 3 Tagen zu Stande komme?

85) 20 Schnitter mähen eine Wiese in 4 Tagen ab; es kommen nun noch 4 Schnitter dazu; in wie viel Tagen wird nun die Wiese abgemähet sein?

86) Mit dem Bau einer Eisenbahn können 3000 Arbeiter in 9 Monaten fertig werden; wie viel Arbeiter wird man noch aufnehmen müßen, damit der Bau in 6 Monaten fertig werde?

87) Mit einem bestimmten Vorrathe können 20 Menschen $15\frac{3}{4}$ Monate ausreichen; wie lange werden damit 35 Menschen ausreichen?

88) Eine Festung, welche 12000 Mann Besatzung hat, ist auf 10 Monate mit Lebensmitteln versehen; wenn nun 2000 Mann abziehen, wie lange werden jene Lebensmittel für die übriggebliebene Mannschaft ausreichen?

89) In einer Festung liegen 15000 Mann, welche auf 4 Monate Lebensmittel haben; der Kommandant will aber damit ein Jahr ausreichen; um wie viel Mann muß er die Besatzung vermindern?

90) Ein Vater hinterlässt bei seinem Absterben 7 Kinder, und vermacht jedem 4500 fl.; nun sterben 3 Kinder ab; wie viel wird auf jedes der übriggebliebenen kommen?

91) Wie viel Mark 10löthiges Silber geben 24 Mark 13löthiges Silber?

92) Wie viel Mark 17karatiges Gold geben $6\frac{1}{2}$ Mark 21karatiges Gold?

93) Zu 12 Mark 13löthiges Silber nimmt man 3 Mark Kupfer; wie viel löthig wird die Legierung sein?

94) Wie viel Kupfer muß man zu 8 Mark 14löthigem Siber schmelzen, damit die Legierung $12\frac{1}{2}$löthig werde?

95) Zwei Personen treten zu einem Geschäfte zusammen, und legen 1200 fl. ein. Wenn nun A 700 fl. eingelegt hat, und das Geschäft einen Gewinn von 480 fl. abwirft, wie viel gewinnt A, wie viel B?

96) Bei einer Unternehmung hat A 2400 fl., B 3000 fl. und C 3600 fl. stehen. Durch einen Unfall erleiden sie einen Schaden von 300 fl.; wie groß ist der Schaden, der jeden einzelnen trifft?

97) Bei einem Geschäfte gewinnt A 900 fl., B 700 fl.; wenn nun A 4500 fl. Geld hergegeben hat, wie groß war die Einlage des B?

98) Für eine gewisse Summe erhält man 75 Stück kais. Dukaten, wenn diese zu fl. 4 „ 48 stehen; wie viel Stück wird man für dieselbe Summe bekommen, wenn die Dukaten um 12 Kr. im Werte steigen?

99) Wenn der Metzen Weizen 3 fl. kostet, so wiegt eine Kreuzersemmel $8\frac{1}{4}$ Loth; wie schwer wird eine solche Semmel auszubacken sein, wenn der Preis des Weizens auf 3 fl. 35 Kr. steigt?

100) Bei dem Kornpreise von 2 fl. 25 Kr. pr. Metzen ist das Gewicht eines Groschenlaibes $1\frac{3}{8}$ ℔; wie viel muß der Metzen Korn kosten, damit man ein solches Brot um 6 Loth schwerer ausbacken könne?

§. 74.

101) Ein bewegter Körper legt in 14 Minuten 735 Fuß zurück; wie viel in einer Stunde?

102) Um die Entfernung von der Sonne bis zur Erde, d. i. 21 Millionen Meilen zurückzulegen, braucht das Licht 8 Minuten 7.5 Sekunden; in welcher Zeit würde das Licht von dem nächsten Fixsterne bis zu uns gelangen, wenn man diese Entfernung auf den kleinsten möglichen Betrag von 4261000 Millionen Meilen ansetzt?

103) Um an einen Ort in 15 Tagen zu gelangen, muß man täglich $5\frac{1}{4}$ Meilen zurücklegen; in wie viel Tagen wird man dahin kommen, wenn man täglich nur $4\frac{1}{2}$ Meilen macht?

104) A hat einen Weg, indem er täglich 7 Meilen geht, in 6 Tagen zurückgelegt; zur Rückreise braucht er 8 Tage, wie viel Meilen hat er täglich gemacht?

105) Bei einem Wagen hat das Vorderrad $2\frac{1}{2}$ Fuß, das Hinterrad $3\frac{3}{4}$ Fuß im Durchmesser; wenn sich nun das Hinterrad in einer gewissen Zeit 32mal umdrehet, wie viele Umdrehungen macht in derselben Zeit das Vorderrad?

106) Während sich die Erde 201mal um ihre Achse drehet, vollendet die Sonne 8mal ihre Rotazion; wie vielmal drehet sich die Sonne in 365 Tagen um ihre Achse?

107) Von zwei Rädern, welche in einander greifen, hat das eine 48, das andere 32 Zähne; wie oft wird sich das zweite Rad umdrehen, wenn sich das erste 38mal umgedrehet hat?

108) Von zwei Rädern soll das eine 200 Umdrehungen machen, während sich das andere 80mal umgedrehet hat; wie viel Zähne muß man dem zweiten Rade geben, wenn das erste 26 Zähne hat?

109) Zu einem Dache braucht man 6936 Stück Ziegel, wenn jeder Dachziegel 36 Quadratzoll deckt; wie viel Stück sind erforderlich, wenn jeder Ziegel nur 27 Quadratzoll deckt?

110) Aus einer bestimmten Menge Garn kann der Weber 84 Ellen $\frac{5}{4}$ Ellen breite Leinwand weben; wie viel Ellen $\frac{7}{8}$ Ellen breite Leinwand kann er daraus erzeugen?

111) Jemand braucht zu einem Kleide $3\frac{1}{4}$ Ellen Tuch, wenn dieses 2 Ellen breit ist; im Tuchladen findet sich aber nur Tuch von $\frac{7}{4}$ Ellen Breite; wie viel Ellen sind nun zu dem Kleide erforderlich?

112) Zur Bekleidung einer Wand hat man 35 Ellen Tapeten zu $\frac{7}{8}$ Ellen breit gebraucht; als man später diese Wand neu tapezieren läßt, findet man nur Tapeten von $\frac{3}{4}$ Ellen Breite; wie viel Ellen muß man davon nehmen?

113) Ein Garten ist 20 Klafter lang und 14 Klafter breit; es soll nun ein zweiter Garten um 8 Klafter länger werden, aber dieselbe Fläche einschließen; wie groß wird seine Breite sein müßen?

114) Ein Gefäß, welches $2\frac{1}{2}$ Fuß hoch ist, hält 55 Maß; wie hoch muß ein Gefäß von gleicher Weite sein, wenn es 90 Maß halten soll?

4. Die zusammengesetzte Regeldetri.

§. 75.

Wenn eine Art von Zahlen von zwei oder mehreren Arten so abhängt, daſs sie mit ihnen einzeln genommen theils in geradem, theils in verkehrtem Verhältnisse stehet, und es ist eine Reihe zusammengehöriger Zahlen aller dieser Arten bekannt, von einer zweiten Reihe zusammengehöriger Zahlen aber eine derselben unbekannt; so heiſst die Rechnung, durch welche man diese unbekannte Zahl findet, die zusammengesetzte Regeldetri.

Jede zusammengesetzte Regeldetri kann in mehrere einfache zerlegt werden. Z. B.

Wenn 18 Zentner 20 Meilen weit um 24 fl. verführt werden; wie viel Zentner werden 30 Meilen weit um 32 fl. verführt?

Man kann diese Aufgabe durch folgende zwei Ansätze der einfachen Regeldetri auflösen:

1) Wenn 18 Zentner 20 Meilen weit um 24 fl. geführt werden; wie viel Zentner werden 30 Meilen weit um 24 fl. verführt? — Zur Lösung hat man

18 Ztr. 20 Meilen $\qquad y : 18 = 20 : 30$

y „ 30 Meilen $\qquad y = \frac{18 \times 20}{30} = 12$ Ztr.

2) Wenn 12 Ztr. $\left(\frac{18 \times 20}{30}\text{ Ztr.}\right)$ 30 Meilen weit um 24 fl. verführt werden; wie viel Zentner wird man 30 Meilen weit um 32 fl. führen? — Man hat die Rechnung:

$\frac{18 \times 20}{30}$ Ztr. 24 fl. $\qquad x : \frac{18 \times 20}{30} = 32 : 24$

x „ 32 „ $\qquad x = \frac{18 \times 20 \times 32}{30 \times 24} = 16$ Ztr.

Aus dem Ausdrucke $x = \frac{18 \times 20 \times 32}{30 \times 24}$ ersieht man, daſs die mit x gleichnamige Zahl 18 Zentner mit einer der beiden

Zahlen einer jeden Art multiplziert, durch die andere Zahl aber dividiert werden müße. Soll aber dieses jedesmal geschehen, so kann man, ohne erst die zusammengesetzte Regelbetri in mehrere Aufgaben der einfachen Regelbetri aufzulösen, sogleich folgern, dass die mit x gleichnamige Zahl, wenn x wegen einer Art von Zahlen größer als die damit gleichnamige Zahl ausfallen soll, mit der größern von den beiden Zahlen dieser Art zu multiplizieren, und durch die kleinere zu dividieren ist; und umgekehrt, wenn x kleiner ausfallen soll.

Die Aufgaben der zusammengesetzten Regelbetri können daher am bequemsten durch das folgende Verfahren aufgelöset werden:

Man schreibt die mit x gleichnamige Zahl auf die rechte Seite eines aufrechten Striches, und setzt darunter zu beiden Seiten die Zahlen einer jeden Art gehörig an. Man vergleicht nämlich die Art, zu welcher x gehört, mit jeder andern Art, und beurtheilt, ob wegen dieser Art x größer oder kleiner ausfallen müße, als die mit x gleichnamige Zahl; soll x größer ausfallen, so wird die kleinere Zahl jener Art als Divisor links, und die größere als Faktor rechts des Striches gesetzt; soll aber x kleiner ausfallen, so findet das Gegentheil statt. Die Auflösung erfolgt dann wie gewöhnlich bei der Strichrechnung.

Für das vorhergehende Beispiel hätte man folgende Rechnung:

18 Ztr. 20 Meil. 24 fl.
x „ 30 „ 32 „

	$\cancel{18}$ Ztr. 2
$\cancel{30}$	$\cancel{20}$
3 $\cancel{24}$	$\cancel{32}$ 4
	16 Ztr.

Um den Ansatz zu machen, vergleicht man die Art von x zuerst mit Meilen, indem man folgert: 20 Meilen weit werden 18 Zentner geführt, 30 Meilen weit wird man um dasselbe Geld gewiss weniger Zentner führen; wegen der Anzahl Meilen wird also x kleiner ausfallen als 18 Ztr., daher schreibt man von den beiden Zahlen der Meilen die größere 30 als Divisor links, und die kleinere 20, mit welcher man multiplizieren soll, rechts. Dann vergleicht man die Art von x auch mit Gulden: um 24 fl. Fuhrlohn kann man 18 Ztr. führen, um 32 fl. wird man gewiss mehr Ztr. führen können; wegen der Anzahl Gulden wird also x größer ausfallen, man muß daher mit der kleinern Zahl 24 dividieren, und mit der größern 32 multiplizieren.

Beispiele und Aufgaben.

§. 76.

1) 100 fl. Kapital geben in 1 Jahre $4\frac{1}{2}$ fl. Interesse; wie viel Kapital muß man anlegen, um in 3 Jahren 837 fl. Interesse zu bekommen?

100 fl. Kap. 1 Jahr $4\frac{1}{2}$ fl. Int.
x „ „ 3 „ 837 fl. „

	100 fl. Kap.
3	1
$4\frac{1}{2}$	837
	6200 fl. Kap.

Man schließt hier: um in 1 Jahre ein bestimmtes Interesse zu bekommen, muß man 100 fl. Kapital anlegen; um dasselbe Interesse in 3 Jahren zu erhalten, braucht man weniger Kapital anzulegen; wegen der Anzahl Jahre wird also x kleiner ausfallen, daher setzt man die größere Zahl 3 als Divisor links, und die kleinere 1 als Faktor rechts des Striches. Ferner: um $4\frac{1}{2}$ fl. Interesse zu erhalten, muß man 100 fl. Kapital anlegen; um 837 fl. Interesse zu erhalten, muß man mehr Kapital anlegen; x wird also wegen der Interessen größer ausfallen, daher setzt man die kleinere Zahl $4\frac{1}{2}$ links, die größere 837 rechts.

2) Aus 10 ℔ Garn verspricht der Weber 60 Ellen Leinwand zu machen, welche $1\frac{1}{2}$ Ellen breit sein soll; wie viel Ellen Leinwand wird man von 5 ℔ Garn bekommen, wenn die Leinwand nur $1\frac{1}{4}$ Ellen breit ist?

10 ℔ 60 Ell. $1\frac{1}{2}$ breit.
5 „ x „ $1\frac{1}{4}$ „

	60 Ellen
10	5
$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$
	36 Ellen

Aus 10 ℔ Garn erhält man 60 Ellen, aus 5 ℔ wird man weniger erhalten; wegen der Anzahl ℔ wird also x kleiner ausfallen, daher muß man durch die größere Zahl 10 dividieren, und mit der kleinern 5 multiplizieren. Wenn die Leinwand $1\frac{1}{2}$ Ellen breit ist, so bekommt man 60 Ellen; wenn sie nur $1\frac{1}{4}$ Ellen breit ist, so wird man aus derselben Menge Garn mehr Ellen bekommen; wegen der Breite muß also x größer ausfallen, daher wird die kleinere Zahl $1\frac{1}{4}$ als Divisor links, und die größere $1\frac{1}{2}$ als Faktor rechts des Striches gesetzt.

3) Ein Garten, welcher 22 Klafter lang, und 9 Klafter breit ist, wird um 360 fl. verkauft; was wird nach demselben Verhältnisse ein anderer Garten kosten, welcher 34 Klafter lang und 11 Klafter breit ist?

22° lang 9° breit 360 fl.
34° „ 11° „ x „

	360 fl.
22	34
9	11
	680 fl.

4) 15 Arbeiter verrichten eine Arbeit in 10 Tagen, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten; wie viele Arbeiter wird man aufnehmen müßen, damit sie die nämliche Arbeit in 6 Tagen vollenden, indem sie aber täglich nur 10 Stunden arbeiten?

15 Arb. 10 Tage 12 St. tägl.
x „ 6 „ 10 „

	15 Arb.
6	10
10	12
	30 Arbeiter.

5) Ein Büchlein, dessen jede Seite 32 Zeilen zu 45 Buchstaben enthält, hat 240 Seiten; wie viele Buchstaben muß man im Durchschnitte in einer Zeile anbringen, um den Inhalt jenes Buches auf 200 Seiten, deren jede 36 Zeilen enthält, zu bringen?

32 Zeil. 45 Buchst. 240 Seit.
36 „ x „ 200 „

	45 Buchst.
36	32
200	240
	48 Buchstaben.

6) Zu einer Mauer, welche 15° lang, 5° hoch und $2\frac{1}{2}'$ dick ist, braucht man 60000 Ziegelsteine; wie viel braucht man von solchen Ziegelsteinen zu einer Mauer, welche 18° lang, 8° hoch und 3′ dick ist? — 138240 Ziegelsteine.

7) Die Abschrift eines Werkes kann von 6 Schreibern, welche täglich $12\frac{1}{2}$ Stunden schreiben, in 8 Tagen vollendet werden; wie viele Schreiber wird man noch dazu aufnehmen müßen, damit sie mit der Abschrift desselben Werkes in 5 Tagen fertig werden, wo sie täglich nur 12 Stunden schreiben? — Noch 4 Schreiber.

8) 20 Weber weben in $4\frac{1}{2}$ Wochen, die Woche zu 5 Tagen, den Tag zu 10 Stunden, 150 Stück Tuch, deren jedes 45 Ellen lang und $\frac{6}{4}$ Ellen breit ist; wie viel Stück von 36 Ellen Länge, und $\frac{9}{4}$ Ellen Breite werden 25 Weber in 12 Wochen weben, wenn sie wöchentlich 6 Tage, und täglich 12 Stunden arbeiten? — 600 Stück.

9) 5 Pferde verzehren in 6 Tagen 320 ℔ Heu, und 10 Kühe in 5 Tagen 175 ℔ Heu; wie viel Heu werden 12 Pferde und 18 Kühe in 30 Tagen verzehren? — Die Pferde werden 3840 ℔, die Kühe 1890 ℔, zusammen 5730 ℔ Heu, verzehren.

§. 77.

10) 8 Pferde brauchen in 15 Tagen 32 Metzen Haber; wie viel Metzen braucht 1 Pferd in 7 Tagen?

11) Aus 200 ℔ Garn erhält man 8 Stück Leinwand von 54 Ellen Länge und $\frac{5}{4}$ Ellen Breite; wie viel ℔ Garn sind erforderlich, um 6 Stück von 60 Ellen Länge und $\frac{6}{4}$ Ellen Breite weben zu lassen?

12) Zu einem Fußboden braucht man 84 Bretter von 11′ Länge und 11″ Breite; wie viele Bretter werden erforderlich sein, wenn die Länge derselben 10′ und die Breite 1′ beträgt?

13) 4500 Mann haben auf 8 Monate Brot, wenn jeder täglich $2\frac{1}{4}$ ℔ bekommt. Nun kommen 500 Mann dazu; wie viel ℔ wird da jeder täglich bekommen, damit das Brot auf $7\frac{1}{2}$ Monate ausreiche?

14) Auf einen Acker von 75° Länge und 15° Breite können $2\frac{1}{2}$ Metzen Weizen gesäet werden; wie lang muß ein 18° breiter Acker sein, um darauf $3\frac{3}{4}$ Metzen Weizen säen zu können?

15) Wenn $5\frac{2}{5}$ Stück einer Waare, von der jedes Stück 18 Ellen lang und $2\frac{1}{4}$ Ellen breit ist, 742 fl. 18 Kr. kosten; was kosten $12\frac{3}{4}$ Stück von einem ähnlichen Stoffe, von welchem jedes Stück 25 Ellen lang und $1\frac{1}{6}$ Ellen breit ist?

16) Von zwei Rädern, welche in einander greifen, hat das eine 56, das andere 21 Zähne; wenn nun das erste in $2\frac{5}{12}$ Minuten 58 Umläufe macht, wie vielmal dreht sich das zweite Rad in $3\frac{3}{4}$ Minuten um?

17) Ein Kapital gibt zu $5\frac{3}{4}$ % in 4 Jahren 7 Monaten 1643 fl. 39 Kr. Interesse; wie viel Interesse gibt dasselbe Kapital zu 6 % in 2 Jahren 9 Monaten?

18) Welches Kapital gibt in 6 Jahren zu 5 % eben so viel Interesse, als 4250 fl. Kapital zu $5\frac{1}{2}$ % in 10 Jahren?

19) 750 fl. Kapital zu 3 % angelegt, bringen in einer gewissen Zeit 78 fl. 45 Kr. Interessen; zu wie viel % müßen 500 fl. Kapital ausstehen, damit sie in der nämlichen Zeit 61 fl. 15 Kr. Interessen geben?

20) 100 fl. Kapital geben in 1 Jahre $4\frac{1}{2}$ fl. Interessen; a) wie viel Zins geben 7654 fl. 32 Kr. in $2\frac{1}{2}$ Jahren; b) welches Kapital gibt in $1\frac{3}{4}$ Jahren 542 fl. 30 Kr. Interesse; c) in welcher Zeit geben 4800 fl. Kapital 540 fl. Zins?

21) $15\frac{1}{2}$ Ztr. werden $12\frac{1}{4}$ Meilen weit um $13\frac{3}{5}$ fl. geführt; wie viel Fuhrlohn wird man bezahlen müßen, damit

$37\frac{3}{10}$ Ztr. $22\frac{1}{2}$ Meilen weit geführt werden; b) wie weit werden $20\frac{3}{4}$ Ztr. für $18\frac{7}{13}$ fl. geführt; c) wie viel Zentner wird der Fuhrmann für $12\frac{7}{10}$ fl. 18 Meilen weit führen?

22) Aus 155 ℔ Garn werden 7 Stück Leinwand gewebt, deren jedes 48 Ellen lang und $\frac{5}{4}$ Ellen breit ist; a) wie viel Stück von 52 Ellen Länge und $\frac{6}{4}$ Breite wird man aus $237\frac{1}{2}$ ℔ Garn weben; b) wie viel ℔ Garn sind erforderlich, um 11 Stück von 45 Ellen Länge und 1 Elle Breite weben zu lassen; c) wie breit wird die Leinwand sein, wenn man aus $160\frac{1}{2}$ ℔ Garn 8 Stück zu 42 Ellen weben will; d) wie viel Ellen wird das Stück enthalten, wenn aus 130 ℔ 6 Stück $\frac{9}{8}$ Ellen breite Leinwand gewebt wird?

5. Der Kettensatz.

§. 78.

Der Kettensatz wird angewendet, wenn aus einer bekannten Zahl einer Art die zugehörige unbekannte Zahl einer andern Art durch Hilfe einer oder mehrerer Mittelbestimmungen gefunden werden soll.

Z. B. Wie viel Kreuzer W. W. kosten 4 Loth von einer Waare, wovon $7\frac{1}{2}$ ℔ auf $6\frac{2}{5}$ fl. K. M. kommen?

Um hier den zu 4 Loth gehörigen Preis in Kr. W. W. zu finden, muß man nebst der Angabe, daſs $7\frac{1}{2}$ ℔ $6\frac{2}{5}$ fl. K. M. kosten, noch folgende Mittelbestimmungen zu Hilfe nehmen; 1 ℔ hat 32 Loth, 1 fl. K. M. hat 60 Kr. K. M., und 2 Kr. K. M. geben 5 Kr. W. W.; und die vollständige Aufgabe läſst sich dann in folgende Kettenverbindung bringen.

Kr. W. W. x		kosten 4 Loth
wenn Loth 32	. . .	1 ℔ machen,
wenn ℔ $7\frac{1}{2}$	. . .	$6\frac{2}{5}$ fl. K. M. kosten,
wenn fl. K. M. 1	. . .	60 Kr. K. M. macht,
und wenn Kr. K. M. 2	. . .	5 Kr. W. W. geben.

In diesem Ansatze hat jede Zahl auf der rechten Seite mit der links stehenden gleichen Wert; jede Zahl auf der linken Seite ist mit der nächst vorhergehenden auf der rechten Seite gleiches Namens und gleicher Natur; und die letzte Zahl rechts ist mit der ersten Zahl links d. i. mit x gleichnamig. Auf diese Art hängen alle Zahlen des Ansatzes wie die Glieder einer Kette zusammen.

§. 79.

Jede Kettenrechnung kann durch wiederholte Anwendung der einfachen Regeldetri ausgeführt werden. Für das frühere Beispiel hätte man folgenden Rechnungsgang:

1) Wie viel ℔ sind 4 Loth, wenn 32 Loth 1 ℔ ausmachen?

y ℔ 4 Loth $\qquad y : 1 = 4 : 32$

1 „ 32 „ $\qquad y = \frac{4 \times 1}{32} = \frac{1}{8}$ ℔

2) Wenn $7\frac{1}{2}$ ℔ $6\frac{2}{5}$ fl. K. M. kosten, wie hoch kommt $\frac{4 \times 1}{32}$ $(\frac{1}{8})$ ℔?

$7\frac{1}{2}$ ℔ $6\frac{2}{5}$ fl. K. M. $\qquad z : 6\frac{2}{5} = \frac{4 \times 1}{32} : 7\frac{1}{2}$

$\frac{4 \times 1}{32}$ „ z „ $\qquad z = \frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5}}{32 \times 7\frac{1}{2}} = \frac{8}{75}$ fl. K. M.

3) Wie viel Kr. K. M. machen $\frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5}}{32 \times 7\frac{1}{2}}$ $(\frac{8}{75})$ fl. K. M., wenn 1 fl. K. M. 60 Kr. K. M. gilt?

u Kr. K. M. $\frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5}}{32 \times 7\frac{1}{2}}$ fl. K. M. $\qquad u : 60 = \frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5}}{32 \times 7\frac{1}{2}} : 1$

60 Kr. K. M. 1 fl. K. M. $\qquad u = \frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5} \times 60}{32 \times 7\frac{1}{2} \times 1} = 6\frac{2}{5}$ Kr. K. M.

4) Wie viel Kr. W. W. machen $\frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5} \times 60}{32 \times 7\frac{1}{2} \times 1}$ ($6\frac{2}{5}$) Kr. K. M., wenn 2 Kr. K. M. 5 Kr. W. W. geben?

$$\begin{array}{lll} x \text{ Kr. W. W.} & \frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5} \times 60}{32 \times 7\frac{1}{2} \times 1} & \text{Kr. K. M.} \\ 5 \quad " & 2 & \end{array}$$

$$x : 5 = \frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5} \times 60}{32 \times 7\frac{1}{2} \times 1} : 2$$

$$x = \frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5} \times 60 \times 5}{32 \times 7\frac{1}{2} \times 1 \times 2} = 16 \text{ Kr. W. W.}$$

4 Loth kosten also 16 Kr. W. W.

Es ist nun nicht nöthig, bei solchen Aufgaben alle diese weitläufigen Rechnungen durchzuführen. Vergleicht man nämlich den gefundenen Ausdruck $x = \frac{4 \times 1 \times 6\frac{2}{5} \times 60 \times 5}{32 \times 7\frac{1}{2} \times 1 \times 2}$ mit der oben in die Kettenverbindung gebrachten Aufgabe, so sieht man, daſs x ist gleich dem Produkte aller rechts stehenden Zahlen, dividiert durch das Produkt aller links erscheinenden bekannten Zahlen. Zieht man daher bei dem obigen Kettensatze zwischen beiden Reihen von Zahlen einen aufrechten Strich, so kann der Wert von x sogleich aus dem Kettenansatze nach der gewöhnlichen Strichmethode gefunden werden.

Für die Kettenrechnung hat man daher Folgendes zu beobachten:

Man bilde zuerst den Kettenansatz. Zu diesem Ende schreibt man x mit seiner Benennung auf die linke Seite eines aufrechten Striches, und rechts die bekannte Zahl, deren Betrag gesucht wird; darunter setzt man alle Mittelbestimmungen, und zwar fängt man jedesmal links mit einer Zahl an, welche mit der nächstvorhergehenden Zahl auf der rechten Seite völlig gleichen Namen und gleiche Natur hat, und rechts neben jede Zahl kommt diejenige Zahl zu stehen, welche mit ihr gleichen

Wert hat; die Kette muß mit einer Zahl schließen, die mit x gleichnamig ist. Die Auflösung der angesetzten Kette erfolgt wie bei der Strichrechnung.

Beispiele.

§. 80.

1) Wie viel Wiener Zentner machen 317 Londner Zentner, wenn 100 Londn. Pfund = 81 Wien. Pfund sind, und wenn 1 Londn. Zentner 112 Londn. Pfund enthält?

Wien. Ztr. x	317 Londn. Ztr.
Londn. Ztr. 1	112 Londn. ℔
Londn. ℔ 100	81 Wien. ℔
Wien. ℔ 100	1 Wien. Ztr.

x = 287·5824 W. Ztr.

Man beginnt die Kette mit der Frage: x Wien. Ztr. machen 317 Lond. Ztr., indem man jene Zahl links, diese rechts des Striches schreibt. Da man mit Londn. Ztr. aufhört, so muß die folgende Mittelbestimmung mit Londn. Ztr. anfangen; dieß geschieht, indem man ansetzt: wenn 1 Londn. Ztr. 112 Londn. ℔ geben. Hier hört man rechts mit Londn. ℔ auf, daher muß man wieder links mit Londn. ℔ anfangen; man sagt: wenn 100 Londn. ℔ 81 Wien. ℔ machen. Man hört hier mit Wien. ℔ auf; da aber x Wien. Ztr. bedeutet, so muß man noch die Mittelbestimmung zu Hilfe nehmen: wenn 100 Wiener ℔ 1 Wien. Ztr. geben.

Weil bei der Regeldetri höchstens das Verhältnis, in welchem x vorkommt, während der Rechnung als benannt betrachtet werden kann, und der Kettensatz eigentlich nichts anderes ist als die Zusammenfassung mehrerer Regeldetri-Ansätze, so folgt, dass man auch beim Kettensatze während der Rechnung nur x und die damit gleichnamige Zahl als benannt betrachten dürfe, wenn auch in dem Ansatze wegen der leichtern Anordnung auch den übrigen Zahlen ihre Benennung beigesetzt wird.

2) Was kosten 2 Ztr. Quecksilber, wenn man 4 Loth um 21 Kreuzer bekommt?

fl. x	2 Ztr.
1	100 ℔
1	32 Lth.
4	21 Kr.
60	1 fl.

x = 560 fl.

3) Jemand gibt für 3 Ztr. einer Waare 35 fl.; wie hoch kommt 1 ℔ davon zu stehen?

Kr. x	1 ℔
100	1 Ztr.
3	35 fl.
1	60 Kr.

x = 7 Kr.

4) Jemand hat von seinem Freunde 20 Metzen Weizen geborgt, und will ihm statt des Weizens Wein zurückstellen. Wenn nun 1 Metzen Weizen 3 fl. 12 Kr., der Eimer Wein aber 16 fl. kostet; wie viel Eimer Wein müßen für 20 Metzen Weizen gegeben werden?

Eim. x	20 Metzen
1	$3\frac{1}{5}$ fl.
16	1 Eim.

x = 4 Eim.

5) Wie viel Wien. Metzen enthält ein englischer Quarter, wenn 1 Wiener Metzen $3100\frac{1}{3}$, und 1 Quarter $14654\frac{1}{3}$ alte Pariser Kubikzoll hat?

W. Metz. x	1 Quarter
1	$14654\frac{1}{3}$ P. Kub."
$3100\frac{1}{2}$	1 W. Metz.

x = 4·727 W. Metzen.

6) In Ägypten kostet 1 Ardeb Weizen 50 Piaster; was macht das in unserm Maße und Gelde, wenn 100 Ardeb = 223 Triester Star, wenn 5 Triester Star = 6 Wien. Metzen, und wenn $11\frac{1}{2}$ Piaster = 1 fl. K. M. sind?

fl. K. M. x	1 Wien. Metz.
6	5 Star
223	100 Ardeb
1	50 Piast.
$11\frac{1}{2}$	1 fl. K. M.

x = 1·624 fl. K. M.
= 1 fl. 37 Kr.

7) Eine Goldstange wiegt 6 Mark 5 Loth, und hat an Feingehalt $20\frac{1}{4}$ Karat; wie viel ist der Betrag davon in K. M. zu 317 fl. per Mark fein?

fl. K. M. x	$6\frac{5}{16}$ Mark
1	$20\frac{1}{4}$ K. f. Gold
24	317 fl. K. M.

x = 1688·38 fl. K. M.
= 1688 fl. 23 Kr.

8) Ein sächsischer Thaler enthält 12löthiges Silber; wie viel Loth wiegt er, wenn 14 Thaler eine kölnische Mark feines Silber enthalten?

Lth. Gew. x	1 Thal.
14	16 Lth. fein
12	16 Lth. Gewicht

x = 1·5238 Lth.

§. 81.

9) Wie viel wiegen 36 Kubikfuß Eisen, wenn 1 Kubikfuß Eisen so viel wiegt als $7\frac{1}{2}$ Kubikfuß Wasser, und wenn 1 Kubikfuß Wasser $56\frac{1}{2}$ ℔ wiegt? — 152 Ztr. 55 ℔.

10) In Mailand kostet ein schweres Pfund Öhl $1\frac{2}{5}$ Lire; welchen Preis gibt dieses im Wiener Gewichte und Gelde, wenn 100 Mailänder schwere Pfund = 136 Wien. ℔ sind, und wenn 1 Lira 20 Kr. K. M. gilt? — $20\frac{10}{17}$ Kr. K. M. das Wien. ℔.

11) In Frankreich trägt 1 Hektare Ackergrund im Durchschnitte 12 Hektoliter Getraide; wie viel macht dieses Wien. Metzen auf ein Joch, wenn 1000 W. Metzen = 615 Hektoliter, und 100 Hektaren = 277998 W. Quadratklafter sind? — 11·23 W. Metzen per Joch.

12) Jemand kauft in Hamburg 3751 ℔ Kaffee um 1713 Mark Banko; wie viel fl. K. M. kostet 1 Wien. Ztr., wenn 100 Hamb. ℔ = $86\frac{1}{2}$ Wien. ℔, und wenn 200 Mark Banko = $165\frac{1}{2}$ fl. K. M. sind?

13) Ein Weinhändler verkauft die Maß Wein zu 24 Kr., und gewinnt dabei 10 % d. h. für jede 100 fl., die beim Einkaufe ausgelegt wurden, nimmt er beim Verkaufe 110 fl. ein; wie theuer hat er beim Einkaufe den Eimer bezahlt?

14) Jemand kauft 3 Stück Tuch zu 32 Ellen um 315 fl. ein; wie theuer muß er die Elle verkaufen, um 12 % zu gewinnen?

15) 12 Ztr. 36 ℔ kosten im Einkaufe 358 fl.; wie theuer muß das Pfund verkauft werden, damit man 8 % gewinne?

16) Was kosten $72\frac{1}{2}$ ℔ Zucker, wenn man für $7\frac{1}{5}$ ℔ Zucker $5\frac{1}{7}$ ℔ Kaffee bekommt, und wenn $48\frac{1}{3}$ ℔ Kaffee $22\frac{2}{3}$ fl. kosten?

17) Ein Wiener Kubikfuß Wasser wiegt 46·4 Wien. ℔; wie viel preußische ℔ wiegt ein preußischer Kubikfuß Wasser? 1000 preuß. Kubikfuß = 979 Wien. Kubikfuß, 1000 preuß. ℔ = 835 Wien. ℔.

18) Wie viel österr. Meilen machen 238 russ. Wersten, wenn 1 österr. Meile 24000 W. Fuß enthält, wenn 100 Wersten = 14·3568 geogr. Meilen, 1 geogr. Meile = 23640 preuß. Fuß, und 100 preuß. Fuß = 99·2859 Wien. Fuß sind?

19) Wie viel Wien. Ellen beträgt das in Großbritannien jährlich gesponnene Baumwollgarn, wenn dasselbe in einem einzigen Faden die Erde 203775mal umfasst, wenn ein Erdumfang 5400 geogr. Meilen, 100 geogr. Meilen = 97·80529 österr. Meilen, 1 österr. Meile = 4000 Klafter, und 1 Wien. Elle 2·465 Fuß beträgt?

20) Von den Gasgesellschaften in Großbritannien und Irland werden jährlich 7600 Millionen engl. Kubikfuß Gas verkauft, welche ein Licht von gleicher Stärke wie 33 Millionen Gallons Öhl liefern; wie viel Wien. Kubikfuß gibt das auf 1 Wien. ℔ Öhl? 1000 engl. Kubikfuß = 896 Wien. Kubikfuß, 100 Gallons = 321 Wien Maß, 1000 Wien. Eimer = 1792 Wien. Kubikfuß, 1 Wien. Kubikfuß Öhl wiegt 53 Wien. ℔.

6. Die Gesellschaftsrechnung.

§. 82.

Wenn mehrere gleichartige Größen so beschaffen sind, dass die erste z. B. so vielmal 2 Einheiten enthält, als deren die zweite 5, und die dritte deren 7 enthält, so dass sich die erste zur zweiten wie 2 : 5, und die erste zur dritten wie 2 : 7

verhält, so sagt man, die drei Größen verhalten sich so wie die Zahlen 2, 5, 7, oder sie sind den Zahlen 2, 5, 7 proporzional.

Die Rechnung nun, durch welche eine Zahl in mehrere Theile getheilt wird, welche gegebenen Zahlen proporzional sind, wird die Gesellschaftsrechnung genannt.

Die Zahlen, in deren Verhältnisse die Theilung zu geschehen hat, heißen Verhältniszahlen. Wenn in einer Aufgabe nur eine Reihe von Verhältniszahlen gegeben, und somit eine Theilung nach einfachen Verhältnissen vorzunehmen ist, so heißt die Gesellschaftsrechnung eine einfache; dagegen eine zusammengesetzte, wenn die Theilung nach zusammengesetzten Verhältnissen zu geschehen hat, und daher mehrere Reihen von Verhältniszahlen gegeben sind.

§. 83.

Bei der einfachen Gesellschaftsrechnung dividiert man die zu theilende Zahl durch die Summe der auf die einfachste Form gebrachten Verhältniszahlen, und multipliziert den Quozienten mit jeder Verhältniszahl.

Ist z. B. die Summe von 3600 fl. unter drei Personen so zu theilen, daß A 2, B 3, C 7 Theile bekommt, daß sich also die Theile den Zahlen 2, 3, 7 proporzional verhalten, so bilde man zuerst 2 + 3 + 7 = 12 gleiche Theile, indem man 3600 fl. durch 12 dividiert; man bekommt dadurch 300 fl. als die Größe eines Theiles; von solchen Theilen bekommt nun A 2, B 3, C 7; man muß also den Quozienten 300 fl. noch mit jeder Verhältniszahl multiplizieren. Die Rechnung steht

A 2	300 × 2 =	600 fl. bekommt	A,
B 3	300 × 3 =	900 „ „	B,
C 7	300 × 7 =	2100 „ „	C
3600 : 12 = 300		3600 fl. zusammen.	

Beispiele.

1) Drei Personen treten zu einem Handlungsgeschäfte zusammen, und zwar gibt **A** 1800 fl., **B** 2700 fl., **C** 4500 fl. zu dem gemeinschaftlichen Fonde her. Wenn nun bei dem Geschäfte 1570 fl. gewonnen werden, welchen Antheil an dem Gewinne wird jeder haben?

Hier muß der Gewinn den Einlagen 1800, 2700, 4500, oder, wenn man durch 900 abkürzt, den Zahlen 2, 3, 5 proporzional getheilt werden. Man hat also

A	1800	2	$157 \times 2 = 314$	fl. gewinnt **A**
B	2700	3	$157 \times 3 = 471$	„ „ **B**
C	4500	5	$157 \times 5 = 785$	„ „ **C**
	1570 :	10 = 157	1570 fl	ganzer Gewinn.

2) Zu feinem rothem Siegellack braucht man 4 Theile Terpentin, 1 Theil Kreide, 6 Theile Zinnober und 6 Theile Schellak; wie viel von jedem dieser Bestandtheile muß man zu 102 ℔ Siegellack nehmen?

4	$6 \times 4 = 24$	℔ Terpentin
1	$6 \times 1 = 6$	„ Kreide
6	$6 \times 6 = 36$	„ Zinnober
6	$6 \times 6 = 36$	„ Schellack
102 : 17 = 6	102 ℔	

3) Es sollen 252 fl. in drei den Zahlen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$ proporzionale Theile getheilt werden.

Hier bringt man die Verhältnisbrüche auf einen gemeinschaftlichen Nenner, und behält die neuen Zähler als Verhältniszahlen bei; denn zwischen Brüchen, welche einerlei Nenner haben, findet dasselbe Verhältnis statt, wie zwischen ihren Zählern.

	12			
$\frac{1}{4}$	3	3	$21 \times 3 = 63$	fl.
$\frac{1}{3}$	4	4	$21 \times 4 = 84$	„
$\frac{5}{12}$	1	5	$21 \times 5 = 105$	„
252 :	12 = 21		252	fl.

4) An einem Schiffe hat A $\frac{1}{3}$, B $\frac{3}{8}$, und C $\frac{7}{24}$ Part; wenn nun dieses Schiff 1845 fl. Fracht verdient, wie viel wird der Antheil eines jeden betragen?

		24				
A	$\frac{1}{3}$	8	8	$76{\cdot}875 \times 8 = 615{\cdot}000 =$	fl. 615 „ —	bekommt A
B	$\frac{3}{8}$	3	9	$76{\cdot}875 \times 9 = 691{\cdot}875 =$	„ 691 „ 53	„ B
C	$\frac{7}{24}$	1	7	$76{\cdot}875 \times 7 = 538{\cdot}125 =$	„ 538 „ 7	„ C

$1845 : 24 = 76{\cdot}875$ fl. 1845.

5) Drei Personen kaufen ein Schiff um 24000 fl. Davon zahlt A 12000 fl., B 8000 fl., C den Rest; welchen Theil oder Part wird jeder am Schiffe haben?

Das ganze Schiff wird als Einheit angenommen.

A	12000	3	$\frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2}$ Part
B	8000	2	$\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$ „
C	4000	1	$\frac{1}{6} \times 1 = \frac{1}{6}$ „

$1 : 6 = \frac{1}{6}$.

6) Vier Personen nehmen ein Lotterieloß; dazu gibt A 30 Kr., B 1 fl., C 1 fl. 30 Kr., D 2 fl.; sie gewinnen damit 8000 fl.; wie viel bekommt jeder? — A bekommt 800 fl., B 1600 fl., C 2400 fl., D 3200 fl.

7) Jemand ist an A 5000 fl., an B 6000 fl., an C 8000 fl., an D 9000 fl. schuldig; sein Vermögen beträgt aber nur 22820 fl., wie viel wird jeder Gläubiger unter diesen Umständen erhalten? — A bekommt 4075 fl., B 4890 fl., C 6520 fl., D 7335 fl.

8) Es sollen 67270 fl. nach dem Verhältnisse der Zahlen $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{32}$, $\frac{9}{40}$, $\frac{13}{60}$, unter A, B, C, D und E getheilt werden; wie viel kommt auf jede Person? — Auf A kommen 22400 fl., auf B 26880 fl., auf C 3150 fl., auf D 7560 fl., und auf E 7280 fl.

9) Im Sprengpulver verhalten sich die Massen von Salpeter, Kohle und Schwefel, wie die Zahlen 1, $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{10}$; wie viel von diesen Stoffen ist zu 5934 ℔ Sprengpulver nöthig? — 3680 ℔ Salpeter, 1150 ℔ Kohle, und 1104 ℔ Schwefel.

10) Vier Personen sollen sich in 48000 fl. dergestalt theilen, daß sich ihre Theile, wie die Zahlen 2, $2\frac{1}{2}$, 3 und 4, zu einander verhalten; was bekommt jede Person? — **A** bekommt $8347\frac{19}{23}$ fl., **B** $10434\frac{18}{23}$ fl., **C** $12524\frac{17}{23}$ fl., **D** $16695\frac{15}{23}$ fl.

11) Drei Personen legen zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen 12800 fl. zusammen, und zwar **A** 4300 fl., **B** 3800 fl, **C** den Rest. Wenn sie nun dabei 3000 fl. gewinnen; wie viel gebührt einem jeden?

12) **A** legt in eine Handlung 5000 fl., **B** 7400 fl., **C** 8400 fl., **D** 6200 fl Wenn sie nun zusammen 1800 fl. gewinnen, was erhält jeder vom Gewinne?

13) Jemand ist an **A** 500 fl., an **B** 700 fl., an **C** 400 fl., an **D** 300 fl. schuldig, er hat aber nur 1710 fl. im Vermögen. Was erhalten die Gläubiger nach Verhältnis ihrer Forderung?

14) Zu weißem Glase nimmt man 15 Theile Kiessand, 5 Theile Pottasche und 1 Theil Kreide. Wie viel braucht man von jedem dieser Bestandtheile zu einer Masse von 100 ℔?

15) Zu Porzellan nimmt man 25 Theile Thon, 1 Theil Gips, und 2 Theile Kies; wie viel von einem jeden braucht man zu einer Masse von 85 ℔?

16) Wie viel Sauerstoff und Stickstoff befindet sich in einem lufterfüllten Raume von 527 Kubikfuß, wenn in 100 Theilen atmosfärischer Luft 21 Theile Sauerstoff und 79 Theile Stickstoff enthalten sind?

17) Von 2734 ℔ Mandeln und 2891 ℔ Kaffee zahlt man 121 fl. 57 Kr. Fracht; wie viel entfällt davon für die Mandeln, wie viel für den Kaffee?

18) Vier Dörfer sollen eine Kriegssteuer von 2800 fl. bezahlen, und zwar nach Verhältnis ihrer Steuer. Das Dorf **A** zahlt 758 fl. 24 Kr. Steuer, **B** 813 fl. 13 Kr.,

C 459 fl. 47 Kr., D 908 fl. 12 Kr.; wie viel muß jedes Dorf zu jener Kriegssteuer beitragen?

19) Bei einem Geschäfte, zu welchem A 3500 fl., B 2850 fl., C 4180 fl. hergegeben hat, werden 11 $\frac{0}{0}$ gewonnen; wie viel gewinnt jeder?

20) Zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen gibt A $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{8}$, und C den Rest der Summe. Wenn nun der Gewinn von 1355 fl. 20 Kr. so getheilt werden soll, daß A wegen seiner besondern Dienstleistung außer seinem verhältnismäßigen Antheile noch 6 $\frac{0}{0}$ des Gewinnes erhalte; wie viel bekommt jeder?

§. 84.

Bei der **zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung** muß man die auf denselben Theil sich beziehenden Verhältniszahlen mit einander multiplizieren, und die Produkte als Verhältniszahlen einer einfachen Gesellschaftsrechnung betrachten, nach welcher dann das Weitere gerechnet wird.

Beispiele.

1) Drei Kaufleute sind mit einander in Gesellschaft getreten, und haben zusammen 4600 fl. gewonnen. Wenn nun A 2000 fl. durch 8 Monate, B 4000 fl. durch 6 Monate, und C 8000 fl. durch 5 Monate in dem Gesellschaftsfonde liegen ließ; wie viel von dem Gewinne wird jeder von ihnen bekommen?

A	fl.	2000	durch	8	Mon.	=	16000	2
B	"	4000	"	6	"	=	24000	3
C	"	8000	"	5	"	=	40000	5
							4600 :	10 = 460

460 × 2 =	920	fl.	bekommt	A
460 × 3 =	1380	"	"	B
460 × 5 =	2300	"	"	C
	4600	fl.	ganzer Gewinn.	

Hier werden je zwei neben einander stehende Verhältniszahlen multiplizirt, denn es ist gleichviel,

ob A	2000 fl.	durch	8 Mon.	oder	16000 fl.	durch	1 Monat,
ob B	4000 „	„	6 „	„	24000 „	„	1 „
ob C	8000 „	„	5 „	„	40000 „	„	1 „

in dem Fonde liegen läßt. Da nun im zweiten Falle die Zeit bei allen gleich ist, nämlich 1 Monat, so hängen die einzelnen Antheile am Gewinne bloß von den Einlagen, nämlich den Produkten 16000, 24000, 40000 ab, welche daher als Verhältniszahlen einer einfachen Gesellschaftsrechnung betrachtet werden.

2) Vier Fleischer pachten einen Weideplatz. A läßt 30 Ochsen durch 4 Monate, B 40 Ochsen durch 6 Monate, C 60 Ochsen durch 3 Monate, D auch 60 Ochsen aber durch 5 Monate darauf weiden. Sie zahlen 126 fl. Pachtzins: wie viel hat jeder einzelne zu zahlen?

A	$30 \times 4 = 120$	2	$9 \times 2 = 18$ fl.	zahlt A
B	$40 \times 6 = 240$	4	$9 \times 4 = 36$ „	„ B
C	$60 \times 3 = 180$	3	$9 \times 3 = 27$ „	„ C
D	$60 \times 5 = 300$	5	$9 \times 5 = 45$ „	„ D
	$126 : 14 = 9$		126 fl.	

3) Bei einem Durchmarsch hatte A 4 Mann 7 Tage, B 5 Mann 4 Tage, C 4 Mann 8 Tage lang im Quartier; sie erhielten von der Regierung 8 fl. Vergütung; wie viel bekam jeder? — A bekam 2 fl. 48 Kr., B 2 fl., und C 3 fl. 12 Kr.

4) Drei Personen handeln auf gemeinschaftlichen Gewinn A legt ein 1500 fl. auf ein Jahr, B 1200 fl. auf 6 Monate, C 1000 fl. auf 8 Monate. Sie gewinnen 960 fl.; wie viel erhält jeder davon? — A bekommt $520\frac{40}{88}$ fl., B $208\frac{16}{88}$ fl., C $231\frac{27}{88}$ fl.

5) Zu einem gemeinsamen Geschäfte gibt A 1250 fl. auf 4 Monate, B 2380 fl. auf 5 Monate, C 3000 fl. auf 3 Monate, und D 2710 fl. auf 10 Monate. Der Gewinn beträgt 2188 fl. 24 Kr.; wie viel erhält jeder?

6) Zu einem Festungsbaue schickt das Dorf A 40 Mann durch 28 Tage, das Dorf B 25 Mann durch 24 Tage, und C 30 Mann durch 30 Tage. Es wird dafür eine Entschädigung von 850 fl. hergegeben; wie viel bekommt jedes Dorf?

7) A beginnt im Anfange des Jahres ein Handelsgeschäft mit einem Fonde von 8000 fl.; nach 3 Monaten tritt B mit 4000 fl. bei, und noch zwei Monate später gesellt sich auch C mit 5000 fl. dazu. Beim Jahresschlusse ergibt sich ein Gewinn von 1250 fl.; wie viel erhält jeder davon?

7. Die Vermischungsrechnung.

§. 85.

Um das Verhältnis zu finden, in welchem gleichartige Dinge von verschiedenem Gehalte mit einander verbunden werden müßen, um eine bestimmte Mittelgattung zu erhalten, wird die **Vermischungsrechnung** angewendet.

Z. B. Ein Weinhändler wollte Wein zu 20 fl. pr. Eimer haben, er hat aber nur Weine zu 16 fl. und zu 30 fl.; in welchem Verhältnisse müßte er diese beiden Gattungen mischen, damit ein Eimer der Mischung gerade den Preis von 20 fl. erhalte? — Ein Eimer der bessern Sorte kostet 30—20=10 fl. mehr, ein Eimer der schlechtern Sorte 20—16=4 fl. weniger, als ein Eimer der Mischung. Man wird also beim Verkauf der Mischung an 4 Eimern der bessern Sorte, welche darin vorkommen, eben so viel verlieren, als an 10 Eimern der schlechtern Sorte gewonnen wird, nämlich 4 × 10 = 40 fl. Man wird daher, damit sich der Verlust und der Gewinn ausgleichen, je 4 Eimer der bessern Sorte mit 10 Eimern der schlechtern, oder man wird die bessere Sorte mit der geringern in dem Verhältnisse 4 : 10 mischen.

Um daher das **Mischungsverhältnis zweier Größen**, damit daraus eine **Mittelgattung** erhalten werde, zu finden, setze man die beiden Gattungen unter einander, und schreibe links in der Mitte die Mittelgattung hin; sodann bestimme man den Unterschied zwischen der Mittelgattung und der geringern, und setze denselben rechts neben der bessern Gattung; eben so bestimme man auch den Unterschied zwischen der Mittelgattung und der bessern, und schreibe ihn rechts neben der geringern. Diese Unterschiede sind die Verhältniszahlen der Mischung für die nebenstehenden Gattungen; sie werden, wenn sie durch einerlei Zahl theilbar sind, noch dadurch abgekürzt.

Für das frühere Beispiel hätte man folgenden Ansatz:

20	30	4	2
	16	10	5

Beispiele.

1) Ein Wirt braucht zum Ausschanke einen Wein zu 20 Kr. die Maß; er hat aber nur Weine, wovon die Maß 24 Kr. und 18 Kr. kostet; wie wird er diese beiden Gattungen mischen, um einen Wein zu dem gewünschten Preise zu erhalten?

20	24	2	1
	18	4	2

Die Verhältniszahlen der Mischung sind also 1 und 2 d. h. der Wirt muß von dem bessern Weine 1 Theil, von dem schlechtern aber 2 eben solche Theile zusammenmischen, oder er muß von dem Weine zu 18 Kr. doppelt so viel zur Mischung nehmen, als von dem bessern zu 24 Kr.

2) Ein Weinwirt will zweierlei Weine, wovon der erste 16 fl, der zweite 28 fl. der Eimer kostet, so mischen, daſs er 24 Eimer zu 23 fl. bekommt; wie viel von jeder Gattung wird er zu der Mischung nehmen müßen?

Diese Aufgabe enthält zwei Theile: der erste Theil bildet eine Vermischungsrechnung, nämlich: in welchem Verhältnisse müßen zweierlei Weine zu 16 fl. und 28 fl. gemischt werden, um einen Wein zu 25 fl. zu erhalten?

$$23 \begin{array}{r|l} 16 & 5 \\ 28 & 7 \end{array}$$

Man muß also die Weine zu 16 fl. und 28 fl. in dem Verhältnisse 5 : 7 mischen.

Der zweite Theil der Aufgabe ist eine Gesellschaftsrechnung, welche so lautet: um einen Wein zu 23 fl. zu erhalten, muß man die Weine zu 16 fl. und 28 fl. in dem Verhältnisse 5 : 7 mit einander mischen; wie viel von jeder dieser Gattungen wird man nehmen müßen, um 24 Eimer zu 23 fl. zu erhalten?

5 $2 \times 5 = 10$ Eimer zu 16 fl.
7 $2 \times 7 = 14$ „ „ 28 „
$24 : 12 = 2$

Um sich von der Richtigkeit zu überzeugen, kehrt man die Aufgabe um, und sagt: wenn man 10 Eimer Wein zu 16 fl., und 14 Eimer Wein zu 28 fl. mischt; wie viel wird ein Eimer von der Mischung kosten? Man hat daher

10 Eimer	à 16 fl.	= 160 fl.
14 „	à 28 „	= 392 „
24 Eim. der Mischung		552 fl.
		:24
also 1 Eim. „	„	23 fl.

3) Wie viel feines Silber und wie viel Kupfer (0löthiges Silber) braucht man zu einer Masse von 12 Mark 13löthigen Silbers?

$$13 \begin{array}{r|l} 16 & 13 \\ 0 & 3 \end{array}$$

$\frac{3}{4} \times 13 = \frac{39}{4}$ Mark = 9 Mark 12 Loth fein Silber
$\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4}$ „ = 2 „ 4 „ Kupfer
$12 : 16 = \frac{3}{4}$.

4) Feines und 10löthiges Silber sollen zu 12löthigem Silber eingeschmolzen werden; wie viel von jedem Bestandtheile kommt auf 24 Mark? — 8 Mark feines, und 16 Mark 10löthiges Silber.

5) Zwei Gattungen Kaffee, zu 18 Kr. und 28 Kr. das Pfund, sollen so gemischt werden, daß man einen Zentner zu 24 Kr. das Pfund erhält; wie viel von jeder Gattung muß dazu genommen werden? — 40 ℔ à 18 Kr., und 60 ℔ à 28 Kr.

6) Aus zwei Sorten Wein, von denen die Maß 20 und 36 Kr. kostet, sollen 50 Maß so gemischt werden, daſs eine Maß 30 Kr. koste; wie viel von jeder Gattung wird man dazu nehmen?

7) Aus 14löthigem und 8löthigem Silber sollen 20 Mark 12löthiges Silber zusammengeschmelzt werden; wie viel von jeder Sorte wird man zu der Mischung verwenden?

8) Ein Getraidehändler hat zweierlei Weizen; von der bessern Sorte gilt der Metzen 3 fl. 36 Kr., von der schlechtern 3 fl. 12 Kr.; er will nun 42 Metzen so mischen, daſs er jeden Metzen um 3 fl. 25 Kr. verkaufen kann; wie viel muß er von jeder Sorte dazu nehmen?

9) Wie viel feines Silber und wie viel Kupfer muß man nehmen, um $12\frac{1}{2}$ Mark $12\frac{1}{2}$löthiges Silber zu bekommen?

10) Ein Goldschmied hat 20karatiges und 12karatiges Gold; wie viel von jeder Sorte muß er nehmen, um $1\frac{1}{4}$ Mark Gold zu erhalten, welches 18 Karat 5 Grän fein ist?

Inhalts-Verzeichnis.

Erster Abschnitt.

Das Rechnen mit unbenannten ganzen Zahlen.

Zweiter Abschnitt.

Das Rechnen mit benannten ganzen Zahlen.

Dritter Abschnitt.

Vierter Abschnitt.

Fünfter Abschnitt.

Sechster Abschnitt.

UK VSP HK
100000040975