NAUKA
O GEOMETRICKÝCH ÚTVARECH

PRO

MĚŠŤANSKÉ DÍVČÍ ŠKOLY

A

OBECNÉ ŠKOLY ČTYŘ- AŽ SEDMITŘÍDNÉ.

SEPSAL

FRANTIŠEK NÁPRAVNÍK.

DÍL PRVÝ.

S 87 OBRAZCI V TEXTĚ.

CENA 30 KR.

V PRAZE 1884.
NÁKLADEM F. TEMPSKÉHO.

PŘEDMLUVA.

Kniha tato sepsána je na základě učebné osnovy, předepsané vynesením vys. c. k. ministerstva osvěty a vyučování daným dne 18. května 1874, čís. 6549, pro šestou a sedmou třídu dívčích škol měšťanských a pro poslední dva ročníky obecných škol čtyř- až sedmitřídních.

Drže se přísně předepsané osnovy učebné, snažil jsem se, počínaje vždy tělesy známými a jednoduchými, vyvoditi známost druhých útvarů prostorných způsobem snadno pochopitelným a nemohl jsem z příčiny této nauku o měřických útvarech rozděliti v planimetrii a stereometrii, jak toho u jiných toho druhu spisů vídáme. Poučky a pravidla k vypočítávání ploch a těles odvodil jsem obyčejně způsobem názorným a jednoduchým.

Spis svůj rozdělil jsem ve dva díly, z nichž první, jednající o nejdůležitějších tělesích a jich omezení, pro šestou, a druhý, obsahující měření a vypočítávání ploch a těles, pro sedmou třídu osmitřídních měšťanských dívčích škol určen jest. Poněvadž však osnova učebná obecných škol čtyř- až sedmitřídních pro tento předmět s osnovou učebnou dívčích škol měšťanských zcela se shoduje, může se knihy této také na obecných školách užiti. Za tím účelem vyznačil jsem veškeré úlohy, k jejichž řešení jest známosť odmocňování zapotřebí, hvězdičkou (*), které se dle okolností zcela vynechati mohou.

Každé stati připojil jsem četné úkoly geometrické, jak konstruktivné tak i početné, které vzaty byly nejvíce ze skutečnosti a žákům tedy nejen k bystření moudrosti ale i pro budoucí praktický život velmi prospějí. Že není třeba všecky v knize této se nacházející úkoly řešiti, nepotřebuji ani podotýkati; horlivý učitel bude však hleděti z četných úkolů těchto, tolik co nejvíce lze probrati, poněvadž mají na formální i materielní vzdělání žáků neocenitelný vliv.

Otázky v druhém díle před každou statí se nacházející, slouží k opakování již v předešlém ročníku probrané látky z nauky o měřických tvarech, čímž žáci vědomosti své, jichž dříve ve škole nabyli, zároveň v mysli upevní a nové látce lépe porozumějí.

Za všeliké opravy, úsudky i jiná pokynutí budu povděčen a neopomenu v příhodné době k nim zřetel vzíti.

Podotýkám ještě, že jsem v předešlých dvou rocích vydal knihy podobné v řeči německé, z kterýchžto první již v druhém vydání vyšla, a kteréžto vždy nejen v četných paedagogických časopisech doporučeny, nýbrž i vys. c. k. ministerstvem osvěty a vyučování schváleny byly. Těším se tedy nadějí, že i tento spis v řeči české u velevážených kollegů s přízní a důvěrou přijat bude a to zejména již z ohledu na potřebu takovéto knihy ve školách českých.

V Litoměřicích, dne 1. ledna 1883.

František Nápravník,
zkoušený učitel pro vyšší školy reálné.

Obsah.

I. Tělesa hranatá.

A. Krychle.

Učebná osnova

dívčích škol měšťanských.

ÚČEL: Žáci poznejte nejdůležitější geometrická tělesa a jejich omezení, dále naučte se měřiti a vypočítávati plochy a tělesa, naskytující se v obecném životě.

Pátá třída.

Počínajíce krychlí, pozorují žáci nejjednodušší tělesa hranatá, z čehož se vyvozuje známosť rozličných ploch, úhlův a čar.

Šestá třída.

Opakování učiva páté třídy, načež přikročí se týmže způsobem k tělesům kulatým. Žáci kreslí síti těles, robíce sami tělesa geometrická.

Sedmá třída.

Měření a vypočítávání ploch a těles.

I. Tělesa hranatá.

A. Krychle.

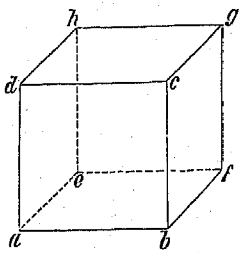
§. 1. Tělesa, plochy, čáry a body.

Věci, které ve školní síni se nacházejí, jsou: stoly, lavice, pravítka, tabule a j. Každý z těchto předmětův zaujímá prostor všestranně omezený.

Prostor všestranně omezený slove těleso.

Těleso nám předložené slove krychle (obr. 1.).

Obr. 1.



Krychle (obr. 1.) a každé jiné těleso prostírá se dle tří hlavních směrů, totiž:

a) dle délky, t. j. s levé strany na pravou nebo naopak,

b) dle šířky, t. j. s předu do zadu nebo naopak,

c) dle výšky (také hloubky nebo tloušťky), t. j. s hora dolů nebo naopak.

Těleso jest tedy prostor dle tří hlavních směru (délky, šířky a výšky) omezený čili těleso má trojí rozměr, a můžeme je viděti.

Kde těleso začíná nebo končí, tam jsou jeho meze (hranice).

Krychle má napřed a vzadu, vlevo a vpravo, nahoře a dole meze. Meze tělesa jmenujeme plochy (stěny) a veškeré plochy dohromady, t. j. souhrn pomezných ploch, nazýváme povrch tělesa.

Krychle jest šesti plochami omezena a slove proto také šestistěn (také kostka).

Plocha, na které krychle stojí, jmenuje se základní plocha (půdice) a jí protější druhá anebo vrchní plocha základní, kdežto ostatní čtyři plochy, vpravo a vlevo, napřed a vzadu, plochy pobočnými nebo boky slovou.

Každá plocha krychle prostírá se jen dle dvou hlavních směrů (má jen dvojí rozměr), totiž: dle délky a šířky; tak se prostírá vrchní plocha krychle jen s levé strany na pravou a s předu do zadu. Ploch krychle nelze sňati a nikdy nevyskytují se plochy samy o sobě, nýbrž vždy jen na tělesích. Plochy nejsou částkami tělesa, nýbrž jen jeho mezemi, a nemůže se tedy žádné těleso z ploch skládati.

Dvě vedlejší meze krychle sbíhají se v čáře. Čáry, ve kterých se meze tělesa sbíhají, zoveme hranami. Krychle má dvanáct hran a sice nahoře a dole po čtyřech a vlevo a vpravo po dvou. Každá hrana krychle prostírá se jen dle jednoho směru anebo má jen jeden rozměr, totiž délku; tak se rozprostírá na př. přední hrana na levé straně jen zdola nahoru. Také čáry těles nebo ploch nelze z útvarů těchto odloučiti a nikdy se čáry nevyskytují samy o sobě. Čára není částkou plochy ani tělesa, nýbrž jen mezí plochy a nemůže se tedy žádná plocha nebo těleso z čar skládati.

Tři vedlejší hrany krychle sbíhají se v bodě. Bod takový sluje vrchol. Krychle má osm vrcholů a sice nahoře a dole po čtyřech.

Každá čára začíná a končí se bodem, má tedy dva body za meze. Bod nemá žádného rozměru a nejsa částkou čáry, nemůže se žádná čára skládati z bodů.

ÚLOHY.

1. Jmenujte tělesa, která jsou ve škole!
2. Co jest těleso?
3. Kolikerý rozměr má každé těleso?
4. Kdy se říká místo výšky: hloubka nebo tloušťka?
5. Jak slují meze těles?
6. Kolikerý rozměr má plocha?
7. Jak se jmenují meze plochy?
8. Kolikerý rozměr má čára?
9. Jak se jmenují meze čar?

10. Kolikerý rozměr má bod?
11. Kolik stěn, hran a vrcholů má krychle?
12. Jak sluje krychle jinak?
13. Kolik hran a ploch stýká se v každém vrchole krychle?

§. 2. Vznik a zobrazení útvarů prostorných.

(Bod, čára, plocha, těleso.)

Bod nemaje žádného rozměru, nemůže býti viděn, nýbrž může býti jen myšlen. Abychom místo, kde se bod má nacházeti, poznamenali, dotkneme se křídou tabule nebo tužkou papíru; tím vznikne znaménko bodu, jež se *tečkou* nazývá. Takováto tečka jest viditelna: má jakousi délku, šířku a výšku a jest toliko *obrazem* bodu myšleného.

Abychom o bodech mluviti mohli, označíme je buď písmeny nebo číslicemi a řekneme: Bod *a*, bod *b*, bod 1, bod 2 (obr. 2.).

Obr. 2.

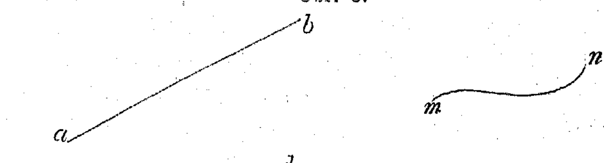
a *b* 1 2

Dráha pohybem bodu vytvořená má jen jediný rozměr, totiž rozměr do *délky*. Pohybem bodu povstává tedy *čára*. Bod hybný, jímž čára počíná, slove *bod začátkový*; bod pak, jímže se čára končí, slove *bod koncový*. Oba dohromady slovou *krajními body*.

Rozeznáváme *přímé* a *křivé čáry*. Pohybuje-li se bod a nemění-li směru svého, vzniká *čára přímá* čili *přímka*, jinak *čára křivá* čili *křivka*.

Také čára není nic tělesného a může býti tedy jen myšlena. Abychom čáru zobrazili, přiložíme křídu na tabuli nebo tužku na papír a pohybujeme pak rukou v libovolných směrech; tím zůstane místo, po němž jsme křídou nebo tužkou táhli, označeno. Naznačená tato stopa pohybu nazývá se *čarou*. Taková čára viditelná je toliko *obrazem* čáry neviditelné. Abychom čáry jmenovati mohli, poznamenáme jich krajní body písmeny nebo číslicemi. Tak jmenují se na př. čáry v obr. 3. naznačené, přímka *ab* neb *cd* a křivka *mn*.

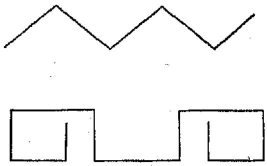
Obr. 3.



Dva body lze jen *jedinou přímkou* spojiti; ona je *nejkratší* mezi všemi tyto dva body spojujícími čarami. *Vzdálenost* dvou bodů stanovíme tedy *přímkou* bod od bodu vedenou.

Dvě přímky mohou se jen v *jediném* bodu (*průsečníku*) protínati.

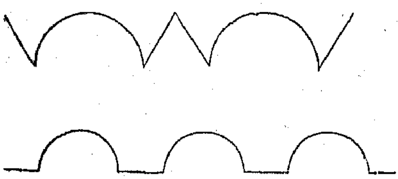
Obr. 4.



Čára složená z více přímek rozličných směrů nazývá se *čarou lomenou* čili *klikatou* (obr. 4.).

Čára složená z přímek a křivek nazývá se *čarou smíšenou* (obr. 5.).

Obr. 5.



Pohyb čáry v prostoře díti se může dvojím způsobem:

Buďto pohybuje se čára ve svém prodloužení, anebo v jiném směru; onak vytvořuje se zase čára, takto však *plocha*. Také plocha je jen věc myšlená.

Plochy jsou buď *rovné* (roviny) nebo *křivé*. V ploše *rovné* čili v *rovině* lze každým bodem v rozličných směrech přímky vésti. (Plochy krychle, tabule, lavice atd.)

V *ploše křivé* lze přímku pouze v jednom anebo žádném směru vésti. (Plocha válce, kužele, koule a. j.)

Pohybem plochy v jiném směru než v jejím rozprostranění vytvořuje se *těleso*.

Rozeznáváme tělesa *hranatá* (rovnoplochá) a *kulatá* či *oblá*. Tělesa samými rovnými plochami omezená slují *hranatými* (krychle); tělesa, která však jsou buďto jen křivými, anebo křivými i rovnými plochami omezena, slují *kulatá* (koule, vejce, válec, kužel.)

ÚLOHY.

1. Jak se zobrazuje bod?
2. Nakreslete 2, 3, 4, 5 atd. bodů *a*) přímo vedle sebe, *b*) přímo nad sebou ležících!
3. Jak se vytvořuje čára?
4. Které čáry slují přímkami, které křivkami?
5. Nakreslete přímé a křivé čáry a označte je!
6. Co jsou lomené a co smíšené čáry?
7. Nakreslete lomené a smíšené čáry!
8. Jak se vytvořují plochy, a jaké plochy rozeznáváme?
9. Jmenujte tělesa, která jsou rovnými a která křivými plochami omezena?
10. Jak se vytvořují tělesa, a jak je rozdělujeme?
11. Jmenujte nejprve hranatá a potom kulatá tělesa!

§. 3. Poloha přímky a roviny v prostoře.

Patříme-li na krychli (obr. 1.), shledáme, že nemají všecky hrany stejného směru. Má-li přímka směr šnůry, na které nějaké závaží klidně visí, t. j. směr olovnice, slove s v i s l o u (prostopádnou) čili v e r t i k á l n o u. V tomto směru dopadají také všecka volně z ruky puštěná tělesa k zemi. Stojí-li krychle na jedné stěně (jako v obr. 1.), mají č t y ř i h r a n y směr svislý a sice *ad*, *bc*, *eh* a *fg*.

Má-li přímka směr vody tiše stojící anebo směr páky v rovnováze se nacházejících dobrých vážek, slove v o d o r o v n o u (váhorovnou) nebo h o r i z o n t á l n o u.

V obrazci 1. jsou hrany *ab*, *dc*, *ef* a *hg* vodorovné, když jsou *ad*, *bc*, *eh* a *fg* svislé.

Přímka, která není ani svislá ani vodorovná, slove š i k m á.

Rovina, ve které lze svislé přímky vésti, sluje r o v i n o u s v i s l o u. Na krychli jsou čtyři svislé roviny a sice p ř e d n í, z a d n í, l e v á a p r a v á, t. j. s t ě n y p o b o č n é.

Rovina, ve které lze jen vodorovné přímky vésti, nazývá se r o v i n o u v o d o r o v n o u, na př.: Hladina tiše stojící vody, podlaha a strop, spodní a vrchní plocha na vodorovné rovině stojící krychle.

ÚLOHY.

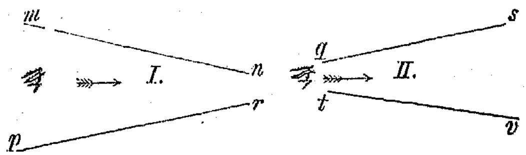
1. Které přímky slují svislé, které vodorovné, které šikmé?
2. Udejte svislé, vodorovné a šikmé přímky ve škole se nacházející!
3. Které roviny slují svislé, které vodorovné!
4. Udejte svislé a vodorovné roviny!

§. 4. Směr přímek a rovin mezi sebou.

Dvě protilehlé hrany krychle na př. *ab* a *dc* neb *ab* a *ef* (obr. 1.) nacházejí se v jedné rovině, mají týž směr čili jsou všude stejně od sebe vzdáleny; přímky takové slují rovnoběžnými. Dvě protější hrany krychle jsou tedy rovnoběžny. Na krychli vyskytují se tři skupeniny rovnoběžných hran. (Které?) Znaménko rovnoběžnosti jest ||. Píšeme *ab* || *dc* a čteme: přímka *ab* jest rovnoběžná s přímkou *dc*.

Dvě v rovině se nacházející přímky mohou míti směr rozličný, tak že, byvše dostatečně prodlouženy, v bodě se protínají; přímky takové slují různoběžnými (obr. 6.). Dvě různoběžky se na jedné straně sbíhají, na druhé rozbíhají. V obr. 6. jsou *mn* a *pr* přímky sbíhavé a *qs* a *tv* přímky rozbíhavé.

Obr. 6.



Dvě přímky v prostoru mohou mimo svrchu uvedené polohy přímek v rovině ještě takovou vzájemnou polohu míti, tak že, jdouce jedna mimo druhou, neprotínají se aniž mohou býti spolu rovnoběžny, což se dvěma hůlkami snadno znázorniti může. Přímky takové slují mimoběžnými.

Jsou-li dvě roviny všude stejně od sebe vzdáleny, tak že, byvše dostatečně prodlouženy, nikde se nesetkají, slují rovnoběžnými. Na krychli vyskytují se tři páry rovnoběžných rovin. (Které?)

Protínají-li se dvě roviny v přímce, byvše dostatečně prodlouženy, díme, že jsou k sobě nakloněny. (Které roviny na krychli jsou k sobě nakloněny?)

ÚLOHY.

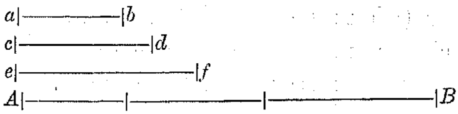
1. Zobrazte přímky rovnoběžné v rozličných polohách!
2. Zobrazte přímky sbíhavé a rozbíhavé!
3. Vytkněte na školském nářadí hrany rovnoběžné a různoběžné!
4. Udejte roviny rovnoběžné a k sobě nakloněné ve škole se nacházející

§. 5. Měření délky přímek.

Přímka dvěma body omezená sluje délka nebo úsečka.

Má-li délka přímky rovnati se součtu dvou nebo více délek, nanesou se tyto délky od začátkového bodu A (obr. 7.) za sebou

Obr. 7.



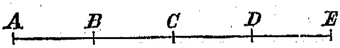
týmže směrem na přímku AB. Délka AB rovná se potom součtu délek ab, cd a ef a pravíme, že jsme délky tyto sečetli.

Naneseme-li po přímce AE (obr. 8.) od začátkového bodu A délku AB čtyřikrát, jest

délka AC dvakrát delší než AB,
AD třikrát delší než AB,
AE čtyřikrát delší než AB,

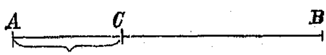
atd. a díme, že jsme délku AB násobili.

Obr. 8.



Na větší délce AB (obr. 9.) lze menší délku od bodu B k bodu C kružidlem nebo proužkem papíru nanésti, t. j. přímku BC lze od přímky AB odečísti.

Obr. 9.



Zbytek AC nazývá se tu rozdílem délek AB a BC.

Zkoušíme-li, kolikrát jest v podotčené délce obsažena jiná délka určitá, pravíme, že podotčenou délku měříme.

Má-li se tedy určiti délka přímky omezené, musíme k účelu tomu užiti druhé délky, jíž délku první změříme. Přímku, jíž k měření užíváme, zoveme měrou. Známou tuto délku béřeme při tom za jedničku a kladouce ji podél přímky dané počítáme, kolikrát se na ní za sebou položiti dá od konce ke konci. Číslo, udávající, kolikrát je míra v nějaké přímce obsažena, jmenuje se číslo míry čili měrné číslo.

Jedničkou *míry délkové*, které se nyní v Rakousku a skoro ve všech druhých evropských státech užívá, jest desítimilliontina čtverníku (kvadrantu) zemského a sluje *metr* (mètre t. j. míra).

Abychom také menší délky a zbytky délek při měření ustanoviti mohli, rozdělila se jednička míry na menší díly a sice:

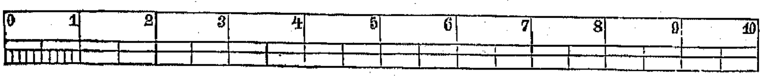
1 metr (m) = 10 decimetrům (dm),
1 decimetr = 10 centimetrům (cm),
1 centimetr = 10 millimetrům (mm).

Násobky:

1 dekametr (dkm) = 10 metrům,
1 hektometr (hm) = 100 „ ,
1 kilometr (km) = 1000 „ .

Pravítka s přesně nanesenými měrami délkovými, zhotovených buď z kovu, buď dřeva atd. slují *měřítka* (obr. 10.).

Obr. 10.



Na měřítko nanášejí se obyčejně délky v pravé velikosti. Aby se také obrazy rozmanitých předmětů velké rozsáhlosti kresliti mohly, užije se měřítek, na nichž jsou míry délkové v určitém poměru k délkám skutečným zmenšené naneseny. Měřítka taková slují pak *měřítky zmenšenými*.

ÚLOHY.

Obr. 11.

1. Narýsujte délku rovnající se délkám *ab*, *bc* a *cd*!
2. Má se ustanoviti součet délek *ac*, *bd* a *ce*!
3. Narýsujte délku rovnající se součtu délek *de*, *df* a *dg*!
4. Jak velký jest rozdíl délek *ah* a *ef*!
5. Má se určiti délka *bg* — *eh*!
6. Mají se určiti délky, které se rovnají 3-, 4-, 5-, 6-, 7krát délce *ab*!
7. Narýsujte délku rovnající se třikrát *ac* + *de*!
8. Nakreslete délku, která se rovná 3krát *ab* a 2krát *gh*!
9. Narýsujte délku rovnající se dvakrát rozdílu *dh* — *bc*!
10. Kolikrát jest délka *ab* v délce *ah* obsažena!
11. Nakreslete délku, ve které jest délka *ce* čtyřikrát obsažena!

12. Vyrýsujte přímky, jejichžto délky rovnají se *5cm*, *6cm 5mm*, *7·3cm*!

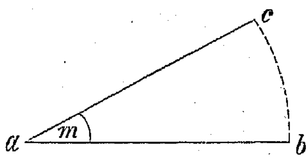
13. Zobrazte několik rovnoběžných přímek (svislých, vodorovných i šikmých) stejné délky (8 cm) a v stejné vzdálenosti (1 cm)!

§. 6. Úhel.

Na krychli sbíhají se v každé rovině omezující vždy dvě hrany v bodě; takové dvě hrany, jako *da* a *ab* (obr. 1.), tvoří úhel, který také úhlem hranovým sluje. Krychle má 24 úhlů hranových.

Sbíhají-li se tedy dvě přímky v bodě, tvoří se jimi úhel. Vzniknutí úhlu můžeme si také tak vyložiti, když předpokládáme, že se přímka *ab* (obr. 12.) točila v rovině kolem svého krajního bodu *a* tak dlouho, až přišla do polohy *ac*.

Obr. 12.



Přímky *ab* a *ac*, které úhel uzavírají, slovou ramena a jejich průsečík *a* vrcholem úhlu.

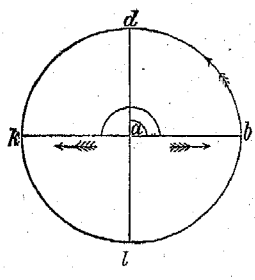
V písmě znamená se úhel buď jedním písmenem nebo třemi. Má-li se úhel označiti jen jedním písmenem, klade se písmeno k vrcholu nebo do otvoru. Označujeme-li úhel třemi písmeny, píšeme a čteme písmeno, vrchol označující, uprostřed písmen, kterými se poznačila ramena.

Úhel značíme znaménkem $\sphericalangle$.

Úhel v obrazci 12. může tedy poznamenán býti: $\sphericalangle$ *bac* nebo $\sphericalangle$ *cab*, či $\sphericalangle$ *a* nebo $\sphericalangle$ *m*.

Velikost úhlu nezávisí na délce ramen, nýbrž pouze na velikosti otočení, kterým se rameno od ramene odchýlilo.

Obr. 13.



Úhel *dab* vytvořil se otočením ramena *ab* kolem svého bodu *a*. Postupuje-li rameno *ad* v otočení, přijde pak do polohy *ak*, dále do polohy *al* a konečně zase do své původní polohy *ab* a vykoná takto úplné otočení. Otočení, kterým se $\sphericalangle$ *dab* vytvořil, obnáší *čtvrtý díl* úplného otočení. Úhel, k jehož vytvoření čtvrť úplného otočení třeba jest, jmenuje se úhlem *pravým* a značí se obyčejně písmenem R.

Úhel vzniklý polovicí úplného otočení jmenuje se úhlem *přímým*; ramena úhlu přímého mají týž běh, ale protivné směry. Úhel přímý = 2 R.

Úhel úplným otočením přímky kolem svého krajního bodu vzniklý, jmenuje se úhlem *plným* a rovná se 4 R. Ramena jeho padají v jednu přímku a mají týž směr.

Úhly hranové na krychli jsou úhly *pravé*.

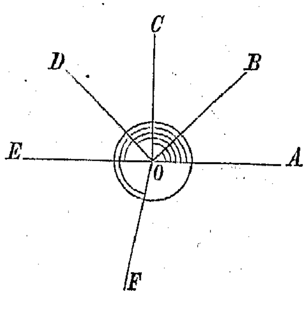
Co do velikosti mohou býti dva úhly sobě *rovny* nebo *nerovny*. Jsou-li si dva úhly *rovny*, musí pak, jsouce jedním ramenem a vrcholem na sebe položeny, *vespolek se krýti*. Nejsou-li si však úhly rovny, nekryjí se jich druhá ramena a jest v tomto případě onen úhel *menší*, jehož druhé rameno mezi rameny úhlu druhého leží.

K vytvoření každého úhlu hranového na krychli jest čtvrť úplného otočení třeba; myslíme-li si tedy tyto úhly na sebe patřičně položeny, musí se mezi sebou krýti; pročež díme: všecky úhly hranové na krychli a vůbec *všecky úhly pravé jsou si rovny*. Také všecky úhly přímé jakož i úhly plné jsou si rovny.

Úhel menší než úhel pravý slove úhel *ostrý*, a úhel větší než pravý a menší než úhel přímý nazývá se úhlem *tupým*. Úhly pravé, ostré a tupé, vůbec úhly menší nežli úhel přímý, nazývají se také úhly *dutými*.

Úhly ostré a tupé jmenují se též úhly *kosými*. Úhel větší než úhel přímý slove *vypuklým*.

Obr. 14.



V obrazci 14. jest
$\sphericalangle$ *AOB* ostrý,
$\sphericalangle$ *AOC* pravý,
$\sphericalangle$ *AOD* tupý,
$\sphericalangle$ *AOE* přímý,
$\sphericalangle$ *AOF* vypuklý,
$\sphericalangle$ *AOA* plný.

ÚLOHY.

1. Jak vzniknе a jak se označuje úhel?

2. Jaké úhly rozeznáváme dle jich velikosti?

3. Kdy jsou úhly sobě rovny, kdy nerovny?
4. Vyrýsujte pravé, přímé, ostré, tupé, vypuklé a plné úhly!
5. Které úhly slovou úhly hranovými?
6. Kolik hranových úhlů má krychle?

§. 7. Kolmé a nakloněné přímky.

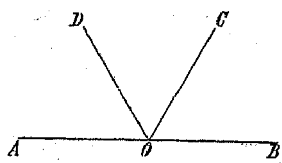
O přímkách, které spolu pravé úhly tvoří, díme, že stojí na sobě kolmo nebo normálně.

Znaménko kolmosti jest $\perp$ a čte se „jest kolmo." $CO \perp EA$ (obr. 14.) čte se tedy: přímka CO jest kolmá na přímce EA, anebo krátce: CO jest kolmo na EA.

Každá hrana krychle stojí kolmo na čtyřech jiných hranách. (Ukažte to!)

O přímkách, které spolu kosé úhly (ostrý a tupý úhel) uzavírají, pravíme, že jsou k sobě nakloněny. (V obr. 15.: CO a AB aneb DO a AB.)

Obr. 15.



ÚLOHY.

1. Vytkněte rozdíl *a)* mezi přímkou kolmou a svislou, *b)* mezi přímkou nakloněnou a šikmou!
2. Má se trojúhelníkem (pravítkem) vztýčiti kolmice *a)* na přímku vodorovnou, *b)* na přímku svislou, *c)* na přímku šikmou!
3. Zobrazte přímky k sobě nakloněné!

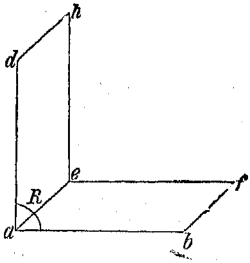
§. 8. Odchylka dvou rovin a přímky od roviny.

Dvě vedlejší stěny krychle sbíhají se v hraně (v přímce) a uzavírají spolu úhel; úhel tento zove se úhlem stěnovým. Úhel stěnový vznikne tedy nakloněním dvou rovin, které, byvše náležitě prodlouženy, v přímce se protínají. Vzniknutí úhlu stěnového na krychli můžeme si tak vykládati, že předpokládáme, spodní stěna (obr. 17.) vykonala čtvrť úplného otočení kolem hrany ae; stěnové úhly krychle jsou tedy úhly pravé.

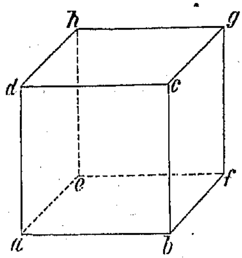
Myslíme-li si ve společné průsečnici ae dvou omezujících rovin krychle (obr. 16.) bod a, a vedeme-li v obou těchto rovinách přímky ab a ad kolmo na ae, obdržíme v úhle dab tentýž úhel, který také odchylkou rovin daných se nazývá. Je-li odchylka dvou rovin úhel pravý, stojí roviny na sobě kolmo, je-li však kosý, jsou roviny k sobě nakloněny.

Hrana *da* (obr. 17.) protíná rovinu *abfe* v bodě *a*; bod tento jmenuje se stopou přímky *da* na této rovině. Přímka *da* stojí mimo to kolmo na *ab* a *ae*, vůbec na každé její stopou

Obr. 16.



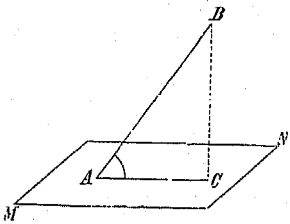
Obr. 17.



v rovině *abfe* vedené přímce, a pravíme: hrana *da* stojí kolmo na spodní stěně krychle. Přímka k rovině nakloněná tvoří jen jednou její stopou v rovině vedenou přímkou úhly pravé, ostatními pak přímkami však úhly kosé.

Spustí-li se s bodu B přímky AB k rovině MN nakloněné kolmice na tuto rovinu, a spojí-li se stopa C kolmice této se stopou A přímky dané, jest AC průmětem přímky AB.

Obr. 18.



Úhel, jejž zavírá přímka se svým průmětem na rovině, slove její odchylkou od roviny. V obrazci 18. jest $\sphericalangle BAC$ odchylka přímky AB od roviny MN.

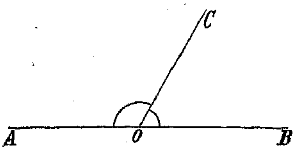
ÚLOHY.

1. Jak vznikne úhel stěnový?
2. Kolik úhlů stěnových nalezáme na krychli?
3. Jaké úhly stěnové má krychle?
4. Co jest odchylka dvou rovin?
5. Kdy stojí dvě roviny na sobě kolmo a kdy jsou k sobě nakloněny?
6. Co jest průmět přímky na rovině?
7. Jak se ustanoví odchylka přímky od roviny?

§. 9. Úhly vedlejší a vrcholové.

Prodloužíme-li jedno rameno daného úhlu za vrchol, vznikne nový úhel, jenž slove jeho úhlem vedlejším. Dva úhly vedlejší mají, jak z obrazce 19. vysvítá, vrchol a jedno rameno společné; jich druhá ramena leží v přímce po rozličných stranách vrcholu.

Obr. 19.

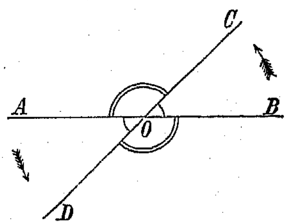


Součet dvou úhlů vedlejších, na př. ∢ BOC a ∢ COA (obr. 19.), rovná se úhlu přímému nebo dvěma pravým.

Je-li jeden z vedlejších úhlů pravý, musí i druhý pravým býti. (Proč?) Jaký jest vedlejší úhel úhlu ostrého?

Prodloužíme-li obě ramena úhlu BOC (obr. 20.), vzniknou čtyři úhly, z nichž vždy dva na jedné straně přímky ležící jsou

Obr. 20.



úhly vedlejšími. Součet všech těchto kolem bodu O ležících úhlů rovná se čtyřem pravým. (Proč?)

Ale mimo úhlů vedlejších vzniklo ještě dvakrát po dvou úhlech, které proti sobě leží a jen společný vrchol mají, jako ∢ BOC a ∢ AOD, nebo ∢ AOC a ∢ DOB. Dva úhly takové slují vrcholové. Protínají-li se tedy dvě přímky, vzniknou na obou stranách jejich průsečníku dva páry úhlů vrcholových.

Vykoná-li hořejší díl přímky DC (obr. 20.) kolem bodu O čtvrtý aneb osmý díl úplného otočení, obnáší také otočení dolního dílu přímky této čtvrtý neb osmý díl celého otočení, t. j. obě otočení jsou si rovna čili úhly vrcholové jsou si rovny.

ÚLOHY.

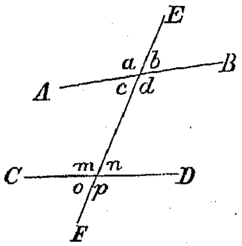
1. Které úhly slují vedlejšími?
2. Kolik pravých úhlů tvoří dva vedlejší úhly dohromady?
3. Jak velký jest součet všech úhlů kolem jednoho bodu?
4. Přímky, půlící dva úhly vedlejší, uzavírají úhel pravý; proč?
5. Jaké úhly vzniknou, protínají-li se dvě přímky?

§. 10. Úhly souhlasné, střídavé a přílehlé.

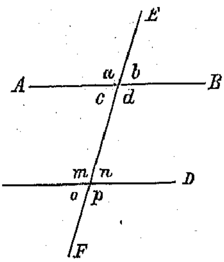
Protíná-li nějaká přímka dvě jiné přímky v téže rovině se nacházející, vznikne kolem obou průsečíků **o s m** úhlů (obr. 21.), z nichž leží čtyři mezi přímkami protatými a čtyři zevně. Prvé zovou se **v n i t ř n í m i   ú h l y**, a druhé **v n ě j š í m i**.

Úhly c, d, m, n jsou vnitřní a úhly a, b, o p jsou vnější.

Obr. 21.



Obr. 22.



Dva úhly, které leží na téže straně přímky sekoucí FE a na souhlasných stranách přímek protatých AB a CD, jmenují se úhly **s o u h l a s n ý m i**.

Dva úhly, ležící na rozličné straně přímky sekoucí i na rozličných stranách přímek protatých, jmenují se úhly **s t ř í d a v ý m i** (vnitřní a vnější).

Dva úhly, které jsou položeny na téže straně přímky sekoucí, na protivných však stranách přímek protatých, jmenují se úhly **p ř í l e h l ý m i** (vnitřní a vnější).

Jsou tedy:

∢ a a m		úhly souhlasné.
∢ b „ n		
∢ c „ o		
∢ d „ p		
∢ a „ p	vnější	úhly střídavé.
∢ b „ o		
∢ c „ n	vnitřní	
∢ d „ m		
∢ a „ o	vnější	úhly přílehlé.
∢ b „ p		
∢ c „ m	vnitřní	
∢ d „ n		

V obrazci 22. jsou proťaté přímky AB a CD rovnoběžny.

Myslíme-li si přímku CD podél přímky EF rovnoběžně s sebou samou pošinutou, bude ve všech polohách jejích s přímkou EF vždy tytéž čtyři úhly tvořiti, poněvadž se její směr k přímce této nemění; když pak dojde do polohy AB, kryjí se dva a dva úhly souhlasné, jsou si tedy rovny; oba dva páry úhlů střídavých promění se v úhly vrcholové, které si tedy také jsou rovny, a konečně promění se dva a dva z úhlů přílehlých v úhly vedlejší, rovnají se tedy vždy dva a dva dvěma pravým.

Tudyž jest:

$$\sphericalangle a = \sphericalangle m, \qquad \sphericalangle a = \sphericalangle p,$$
$$\sphericalangle b = \sphericalangle n, \qquad \sphericalangle b = \sphericalangle o,$$
$$\sphericalangle c = \sphericalangle o, \qquad \sphericalangle c = \sphericalangle n,$$
$$\sphericalangle d = \sphericalangle p. \qquad \sphericalangle d = \sphericalangle m.$$

$$\sphericalangle a + o = 2R,$$
$$\sphericalangle b + p = 2R,$$
$$\sphericalangle c + m = 2R,$$
$$\sphericalangle d + n = 2R.$$

Z toho následuje poučka: Protíná-li nějaká přímka dvě rovnoběžky, jsou dva a dva úhly souhlasné i střídavé sobě rovny a dva a dva úhly přílehlé rovnají se dvěma pravým.

ÚLOHA.

Zobrazte dvě rovnoběžky a protněte je dvěma přímkami; kolik párů úhlů vedlejších, vrcholových, souhlasných, střídavých a přílehlých vznikne?

§. 11. Měření úhlů.

Úhel měříme, když vyšetříme, kolikrát jest známý za jednotku považovaný úhel v daném úhlu obsažen. Pro svou stálou a nezměnitelnou velikost hodí se pravý úhel za míru úhlovou a abychom ním také menší úhly měřiti mohli, rozdělujeme jej na 90 menších úhlů, jež stupni úhlovými anebo krátce stupni slovou.

Dle toho má pravý úhel 90 stupňů. Jednotkou míry úhlové jest tedy stupeň. Stupeň dělí se na 60 minut, minuta na 60 sekund.

Znaménka pro stupně, minuty a sekundy jsou: ^{0}, $'$, $''$.

45 stupňů, 36 minut a 12 sekund píšeme tedy: $45^0\ 36'\ 12''$.

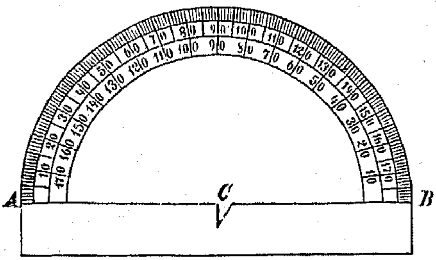
Velikost úhlu určíme, udáme-li, kolik stupňů, minut a sekund obsahuje.

Dle §. 6. má

úhel přímý 180°,
„ plný 360°;
„ ostrý jest menší než 90°,
„ tupý jest větší než 90° a
menší než 180°,
„ vypuklý jest větší než 180°.

Ku měření úhlů dle stupňů užíváme úhloměru (obr. 23.), který se též přenášečem nazývá.

Obr. 23.



(Zařízení a užívání úhloměru viz §. 23.)

ÚLOHY.

1. Zobrazte úhloměrem úhel 20°, 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150°!
2. Jak velký jest vedlejší úhel úhlů 15°, 40°, 60°, 62° 23′, 79° 44′, 112°, 13′ 18″, 135°, 28′ 34″?
3. Vyrýsujte dvě rovnoběžky a protněte je přímkou a dokažte pravdivost věty o úhlech souhlasných, střídavých a přílehlých úhloměrem!

§. 12. Obrazec rovinný.

Každá stěna krychle jest po všech stranách omezená rovina. Rovina všestranně omezená nazývá se obrazcem rovinným. Meze stěn krychle jsou přímky; obrazec rovinný, jehožto mezemi přímky jsou, nazývá se přímočárným. Přímky, obrazec omezující, zovou se stranami a jich průsečíky vrcholy. Všecky strany obrazce činí dohromady obvod čili obměr jeho.

Každý obrazec rovinný má tolik stran, kolik vrcholů neb úhlů. Dle počtu stran aneb úhlů pojmenujeme obrazce. Každá stěna krychle má čtyři strany, čtyři vrcholy a čtyři úhly; obrazec který má čtyři strany nebo čtyři úhly, jmenujeme *čtyřstranem* čili *čtyřúhelníkem*.

V každém čtyřúhelníku na krychli jsou oboje protilehlé strany *rovnoběžny*; čtyřúhelník, v němž oboje strany protilehlé rovnobežny jsou, sluje *rovnoběžníkem*. Rovnoběžníky na krychli mají rovné strany a rovné úhly (pravé úhly); rovnoběžník, zároveň rovnostranný i pravoúhlý, jmenuje se *čtvercem*. *Krychle jest tedy omezena šesti čtverci.*

Obrazec, jehož všecky strany a všecky úhly sobě rovny jsou, jmenuje se *pravidelný*; *čtverec jest tedy obrazec pravidelný.*

Všecky hrany krychle a tedy i strany čtverců na krychli mají stejnou délku, z čehož následuje, že mají čtverce tyto nejen touž *podobu* ale i stejnou *velikosť*. Myslíme-li si čtverce tyto na sebe náležitě položeny, musí se dokonale krýti; dva obrazce, které, byvše na sebe náležitě položeny, zúplna se kryjí, jsou *shodny*. Znaménko shodnosti jest $\cong$.

Shodné obrazce mají vždy *stejnou velikosť* a *touž podobu nebo tentýž tvar.*

Stěny krychle jsou pravidelné a shodné obrazce; *těleso samými pravidelnými a vespolek shodnými obrazci omezené, zove se pravidelné. Krychle* jest tedy *těleso pravidelné.*

Stěny dvou rozličných krychlí mají sice touž podobu anebo tentýž tvar, ale rozličnou velikosť. Obrazce, mající touž podobu ale rozdílnou velikosť, slovou *podobnými*.

Znaménko podobnosti jest $\sim$.

ÚLOHY.

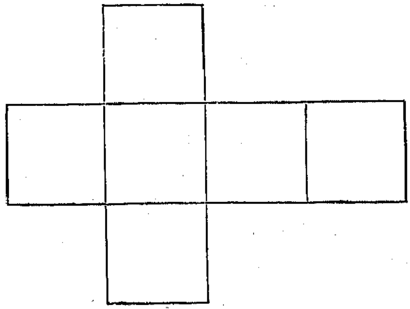
1. Co jest obrazec?
2. Jak sluje čtyřmi přímkami omezený obrazec?
3. Kolik stran, úhlův a vrcholů má čtyřúhelník?
4. Který čtyřúhelník slove rovnoběžníkem?
5. Jak se mají k sobě protilehlé strany v rovnoběžníku ohledem své délky?
6. Sestrojte čtverec, jehož strana se rovná *a)* 4 cm, *b)* 4·5 cm, *c)* 5 cm!
7. Sestrojte čtverec, jehož obvod se rovná 16·8 cm!

§. 13. Síť krychle.

Rozprostření veškerých, těleso omezujících ploch, vedle sebe v rovině jmenuje se *sítí tělesa*. Vystříhneme-li a složíme-li pak náležitě plochy tyto, obdržíme takto těleso.

Síť krychle (obr. 24.) sestává ze šesti v podobě kříže vedle sebe ležících čtverců, jejichžto strany hraně dané krychle se rovnají.

Obr. 24.



ÚLOHA.

Vyrýsujte síť krychle, jejížto hrana se rovná 6 cm, na tuhý papír a zhotovte pak těleso toto!

§. 14. Opakování.

Krychle (šestistěn, kostka) jest těleso pravidelné, omezené šesti shodnými čtverci. Krychle má 8 vrcholů, 12 stejně dlouhých hran a 24 úhlů hranových, z nichž se každý rovná 90^0.

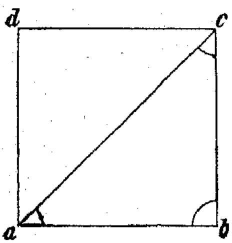
§. 15. Trojúhelník.

a) Vznik trojúhelníků.

Přímka, spojující dva protilehlé vrcholy (*a* a *c* anebo *b* a *d*, obr. 25.) čtverce, sluje úhlopříčnou. Ve čtverci, vůbec v každém čtyřúhelníku, lze jen dvě úhlopříčny vésti.

Úhlopříčnou dělí se čtverec na dva díly; každý z dílů těchto jest všestranně omezená část roviny, tedy obrazec rovinný; obrazec tento má tři strany, tři úhly a tři vrcholy. Obrazec třemi přímkami omezený slove trojúhelníkem. Úhlopříčnou dělí se čtverec, vůbec každý čtyřúhelník, na dva trojúhelníky.

Obr. 25.



Trojúhelník označujeme třemi písmeny, jež k vrcholům jeho píšeme. Místo slova „trojúhelník" užívá se v písmě znaménka $\triangle$; píšeme tedy $\triangle$ *abc* a čteme „trojúhelník *abc*."

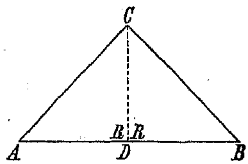
V trojúhelníku jest každý úhel sevřen dvěma stranami, a každému úhlu leží jedna strana naproti. Každá strana má dva úhly přílehlé a jeden protilehlý.

Tak jest v $\triangle\, abc \sphericalangle\, b$ sevřen stranami ab a bc a strana ac leží úhlu b naproti. Ke straně ab přílehají úhly a a b a $\sphericalangle\, c$ jest její úhel protilehlý.

Trojúhelník ABC (obr. 26.) spočívá na straně AB; strana, na níž trojúhelník spočívá, sluje strana základná čili půdice.

Půdici protilehlý vrchol jmenuje se vůbec vrchol. Kolmice, s vrcholu na základnou spuštěná, jest výškou trojúhelníku.

Obr. 26.

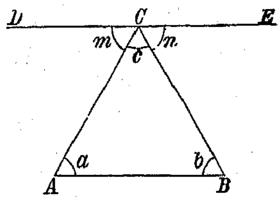


V trojúhelníku ABC jest AB základnou, C vrcholem a CD výškou.

Poněvadž může trojúhelník na každé straně spočívati, můžeme kteroukoli stranu vzíti za půdici.

V každém trojúhelníku jest součet dvou stran větší než třetí strana, poněvadž jest přímka drahou nejkratší mezi dvěma body. Tak jest na př. v obr. 26. $AC + BC$ větší než AB. (Viz §. 2, str. 4!)

Obr. 27.



b) Úhly trojúhelníku.

Změříme-li úhloměrem všecky tři úhly nějakého trojúhelníku, poznáme, že součet jejich rovná se dvěma pravým anebo 180^0.

O pravdivosti věty této můžeme se ještě následujícím způsobem přesvědčiti: Vedeme-li vrcholem C trojúhelníku ABC (obr. 27.) rovnoběžku DE k půdici, vzniknou tím kolem C na spodní straně přímky DE tři úhly m, c a n, které spolu úhel přímý tvoří; součet jejich rovná se tedy dvěma pravým anebo 180^0. $\sphericalangle\, m$ rovná se pak jakožto střídavý úhlu a a $\sphericalangle\, n$ taktéž jakožto střídavý úhel úhlu b; pročež, když místo úhlů m a n jim rovné úhly a a b položíme, bude $\sphericalangle\, a + c + b = 180^0 = 2\ R$, t. j.: Součet všech tří úhlů v každém trojúhelníku roven jest dvěma pravým čili 180^0.

Z této věty následuje:

1. Jsou-li v trojúhelníku dva úhly známy, rovná se třetí úhel rozdílu z 180^0 a součtu obou daných úhlů.

2. V trojúhelníku jest součet dvou úhlů menší než 180^0.

ÚLOHY.

1. Udělej z papíru $\triangle ABC$, odřízni jeho tři vrcholy a polož tyto tak vedle sebe, aby padly body *A*, *B* a *C* v jeden; jaký úhel tvoří tyto tři vrcholy dohromady?

2. Kolik tupých úhlů může míti trojúhelník? kolik pravých?

3. Kolik ostrých úhlů musí každý trojúhelník nejméně míti?

4. Jsou-li v trojúhelníku všecky tři úhly sobě rovny, jak velký jest každý?

5. Je-li v trojúhelníku jeden úhel pravý, jak velký jest součet obou druhých úhlů?

6. Jak velký jest součet dvou úhlů v trojúhelníku, jehož jeden úhel měří *a)* 45^0, *b)* $34^0\,28'$, *c)* $48^0\,15'\,22''$?

7. Jak velký jest třetí úhel trojúhelníku, jehož dva úhly měří: *a)* 62^0 a 34^0, *b)* $38^0\,22'$ a $37^0\,12'$, *c)* $49^0\,15'\,24''$ a $60^0\,16'\,18''$?

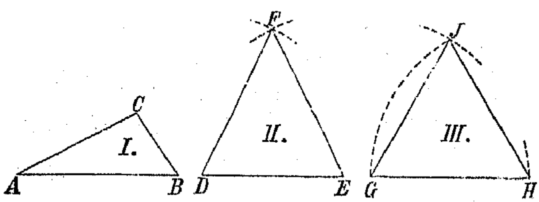
8. Jeden úhel v trojúhelníku jest úhel pravý a druhý obnáší *a)* 45^0, *b)* $60^0\,16''$, *c)* $45^0\,48'\,19''$; jak velký jest vždy úhel třetí?

c) Roztřídění trojúhelníků.

Porovnávajíce délky stran trojúhelníku, rozeznáváme trojí druh trojúhelníků, totiž:

1. Trojúhelník nerovnostranný, v němž má každá strana jinou délku (obr. 28, I.).

Obr. 28.



2. Trojúhelník rovnoramenný, který má jen dvě strany stejně dlouhé (obr. 28, II.). Rovným stranám říkáme ramena; stranu třetí béřeme obyčejně za základnu.

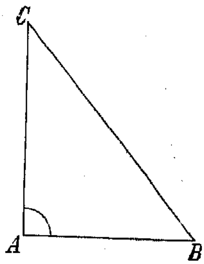
3. Trojúhelník rovnostranný, jehož všecky tři strany jsou si rovny (obr. 28, III.).

Dle velikosti největšího úhlu rozeznáváme též trojí druh trojúhelníků a sice:

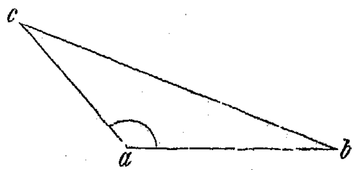
1. T r o j ú h e l n í k o s t r o ú h l ý, v němž všecky tři úhly jsou ostré (obr. 28, II. a III.).

2. T r o j ú h e l n í k p r a v o ú h l ý, jenž má jeden úhel pravý a dva úhly ostré (obr. 29.). Strana pravému úhlu protilehlá jmenuje se p ř e p o n o u, a s t r a n y, jež svírají úhel pravý, jmenují se o d v ě s n a m i. V obr. 29. jest strana BC přeponou a strany AB a AC jsou odvěsnami.

Obr. 29.



Obr. 30.



3. T r o j ú h e l n í k t u p o ú h l ý, jenž má jeden úhel tupý a dva úhly ostré (obr. 30.).

ÚLOHY.

1. Béřeme-li v trojúhelníku pravoúhlém jednu odvěsnu za základnu, čím jest druhá odvěsna?

2. Rozdělte čtverec úhlopříčnou na dva trojúhelníky! Jaké trojúhelníky tu vznikly?

3. Béřeme-li v trojúhelníku tupoúhlém jednu stranu, tupý úhel uzavírající za základnu, jak vypadne výška?

4. Narýsujte trojúhelník *a)* nerovnostranný, *b)* rovnoramenný a *c)* rovnostranný!

5. Zobrazte úhel pravý a spojte přímkou dva body ramen jeho; jaký trojúhelník obdržíte?

6. Zobrazte dva trojúhelníky tupoúhlé!

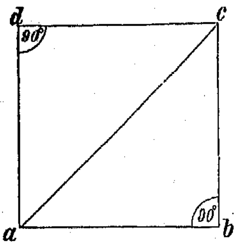
d) O s h o d n o s t i t r o j ú h e l n í k ů.

Úhlopříčnou dělí se čtverec (obr. 31.) na dva p r a v o ú h l é trojúhelníky, které jsou zároveň r o v n o r a m e n n y.

Poněvadž se $ad = bc$, $dc = ab$ a ac společnou stranou obou trojúhelníků jest, mají trojúhelníky abc a acd všecky tři strany střídavě rovné.

Mimo to jsou si úhly d a b jakožto pravé úhly rovny a jak se snadno úhloměrem přesvědčiti můžeme, také ostré úhly u vrcholův a a c, ze kterýchžto každý 45^0 obnáší. Z toho jde na jevo, že v trojúhelnících abc a acd všechny tři strany i úhly v témže pořádku za sebou jsou si rovny.

Obr. 31.



Myslíme-li si trojúhelníky tyto svými stejnými částkami na sebe položeny, musí se dokonale *pokrývati*, t. j. trojúhelníky tyto jsou *shodny*. *Úhlopříčnou dělí se tedy čtverec na dva shodné, pravoúhlé a zároveň rovnoramenné trojúhelníky.*

Avšak není potřebí míti vědomosť o rovnosti všech šesti částek dvou trojúhelníků, chceme-li rozhodovati o jejich shodnosti. Již z rovnosti některých částí lze shodnosť dvou trojúhelníků a tedy zároveň i rovnosť ostatních jejich částek poznati.

Sestrojíme-li z daných tří délek (stran) dva, tři nebo více trojúhelníků, shledáme, když tyto vyřízneme a na sebe náležitě položíme, že se dokonale kryjí.

Z toho plyne:

Dva trojúhelníky jsou shodny, mají-li všecky strany střídavě rovné, anebo *trojúhelník jest třemi stranami dokonale určen.*

Sestrojíme-li řadu trojúhelníků z daných dvou stran a z úhlu jimi sevřeného, musí se tyto, byvše vyříznuty a na sebe náležitě položeny, zúplna krýti, z čehož plyne:

Trojúhelníky, mající střídavě dvě strany a těmito stranami sevřený úhel rovny, jsou shodny, anebo *trojúhelník jest dvěma stranami a jimi sevřeným úhlem dokonale určen.*

Taktéž kryjí se dokonale všecky trojúhelníky, když je z jedné strany a z dvou k ní přílehlých úhlů sestrojíme, vyřízneme a na sebe náležitě položíme.

Protož správná jest věta:

Trojúhelníky jsou shodny, mají-li jednu stranu a dva k ní přílehlé úhly střídavě rovné, anebo *trojúhelník jest jednou stranou a k ní přílehlými úhly dokonale určen.*

Sestrojíme-li dva nebo více trojúhelníků ze tří daných úhlů, jejichžto součet se rovná 2 R, obdržíme trojúhelníky, které mají stejnou podobu nebo stejný tvar, ale rozdílnou velikost. Dva takové trojúhelníky jsou si podobny.

ÚLOHY.

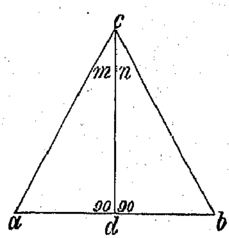
1. Jak se mají k sobě ve shodných trojúhelnících úhly, ležící naproti stejným stranám?
2. Jak se mají k sobě úhly v trojúhelníku rovnostranném? Kolik stupňů obnáší každý? Jaký obrazec jest tedy trojúhelník rovnostranný?
3. Sestrojte dva trojúhelníky, jejichžto strany rovnají se 4 cm, 5 cm a 3 cm! Jaké trojúhelníky obdržíte?
4. Sestrojte trojúhelník, jehož jedna strana 5 cm, druhá 6 cm obnáší; úhel těmito stranami sevřený $= 45^0$!
5. Sestrojte trojúhelník, jehož půdice 6 cm a každý k ní přilehlý úhel 45^0 měří; jaký trojúhelník obdržíte?
6. Sestrojte trojúhelník, jehož základna 5 cm a každý z přilehlých k ní úhlů 60^0 měří; jaký trojúhelník obdržíte?
7. Kdy dle svrchu uvedených vět jsou pravoúhlé trojúhelníky shodny?
8. Sestrojme dva trojúhelníky, jsou-li dány tři úhly: $\sphericalangle\, a = 45^0$, $\sphericalangle\, b = 45^0$, $\sphericalangle\, c = 90^0$; jaké trojúhelníky obdržíme?
9. Jsou si rovnostranné trojúhelníky rozličné velikosti podobny?
10. Lze sestrojiti trojúhelník, jehož strany se rovnají 4 cm, 3 cm a 8 cm?

e) Trojúhelník rovnoramenný.

Bližším pozorováním trojúhelníku rovnoramenného (obr. 32.) poznáme ještě jiné důležité vlastnosti jeho.

K tomu účelu rozpůlíme půdici ab a spojíme bod půlící d s vrcholem c a obdržíme takto dva trojúhelníky adc a dbc; trojúhelníky tyto mají všecky strany střídavě rovné ($ad = db$, $ac = bc$, $cd = cd$) a jsou tedy shodny; z toho plyne, že jsou úhly při vrcholu jakož i úhly při půdici sobě rovny ($\sphericalangle m = \sphericalangle n$ a $\sphericalangle\, a = \sphericalangle\, b$). Ze shodnosti této však také ještě plyne, že úhly u rozpůlovacího bodu d sobě rovny jsou, a jelikož tyto vedlejšími jsouce, po 90^0 míti musí; cd stojí tedy kolmo na ab.

Obr. 32.



Správny jsou tedy následující věty:

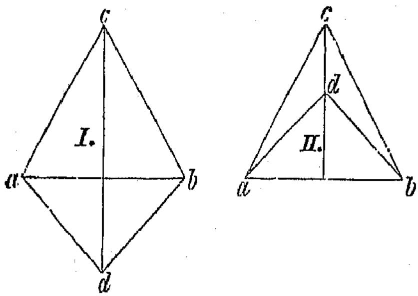
1. V rovnoramenném trojúhelníku jsou úhly při půdici sobě rovny.

2. Přímka, spojující vrchol rovnoramenného trojúhelníku se

středem jeho půdice, půlí trojúhelník jakož i úhel při vrcholu a stojí kolmo na této půdici.

3. Kolmice spuštěná s vrcholu trojúhelníku rovnoramenného na jeho půdici půlí tuto.

Obr. 33.



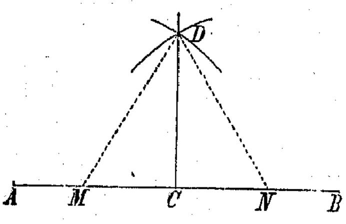
Totéž platí i o rovnostranném trojúhelníku, poněvadž tento zároveň rovnoramenným jest.

Zobrazíme-li dva rovnoramenné trojúhelníky *abc* a *abd* (obr. 33., I. a II.) na společné půdici *ab* a spojíme-li přímkou jejich vrcholy, potkáme se s týmiž větami jako v obrazci 32.

ÚLOHY.

1. Na přímku *AB* (obr. 34.) má se v bodu *C* vztýčiti kolmice!

Obr. 34.



Odříznou se kružidlem na obou stranách bodu *C* libovolné ale stejné kusy *CM* a *CN*. Z *M* a *N* opíšeme poloměrem větším nežli polovice *MN* nahoře nebo dole oblouky, jež se v bodu *D* protnou. Přímka *DC* jest žádaná kolmice. (Proč?)

2. Sestrojte nad danou délkou (úsečkou) trojúhelník rovnoramenný!

3. Sestrojte trojúhelník rovnoramenný, jehož půdice 5 cm a každý k ní přilehlý úhel 45° obnáší!

4. Sestrojte trojúhelník rovnoramenný, dána-li jest půdice (7 cm) a úhel při vrchole (120°)!

5. Sestrojte trojúhelník rovnoramenný, jehož ramena obnášejí 5 cm; úhel jimi sevřený rovná se 45°.

6. Sestrojte trojúhelník rovnostranný jehož strana obnáší 5 cm!

7. Daná přímka má se rozpůliti!

8. Jak lze danou přímku rozděliti na 4, 8, 16 atd. sobě rovných dílů?

9. Rozdělte zkusmo danou délku ve tři stejné díly kružidlem!

10. Jak se dělí přímka na 6, 9, 12, 18 . . . stejných dílů?

11. Rozdělte zkusmo přímku na 5 stejných dílů!

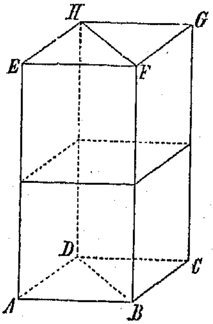
12. Jak se dělí přímka na 10, 15, 20 . . . sobě rovných dílů?

B. Hranol.

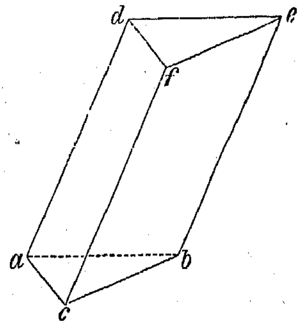
§. 16. Vznik hranolu a jeho meze.

Postavíme-li na krychli jinou stejně velkou krychli tak, aby se dvě jejich stěny dokonale kryly, obdržíme jiné hranaté těleso (obr. 35.), které se *hranolem* jmenuje.

Obr. 35.



Obr. 36.



Stěna $ABCD$, na niž hranol stojí, slove *základnou* nebo *půdicí*; jí protilehlá stěna $EFGH$ nazývá se též základnou a sice *základnou vrchní*.

Obě základny jsou *rovnoběžny* a zároveň jakožto stěny dvou stejných krychlí také *shodny*.

Pobočné stěny jsou omezeny čtyřmi přímkami, z nichž vždy dvě protilehlé jsou rovnoběžky; *pobočné stěny* nebo *boky* jsou tedy *rovnoběžníky*. Rovnoběžníky tyto mají rovné úhly (*pravé úhly*); *rovnoběžník, jenž má úhly pravé, sluje obdélníkem*.

Základny hranolu v obr. 35. jsou *čtverce* a boky jeho *obdélníky*, t. j. všecky stěny jsou rovnoběžníky. *Hranol, jehož všecky stěny jsou rovnoběžníky, jmenuje se rovnoběžnostěnem.* Na každém rovnoběžnostěnu jsou protilehlé stěny rovnoběžny a shodny.

Přímky AE, BF, CG a DH, ve kterých se stěny pobočné protínají, slují *hranami pobočnými*, kdežto přímky, které půdici hranolu omezují, *hranami při půdici* aneb *hranami základnými* se jmenují.

Hrany pobočné na hranolu jsou strany rovnoběžníků, mající vždy jednu hranu společnou, a jsou si tedy rovny a vespolek rovnoběžny.

Poloha hran pobočných k základně může býti dvojí, a to mohou státi hrany pobočné na základné buďto kolmo (obr. 35.) anebo šikmo; v onom případě nazývá se hranol kolmým nebo přímým, v tomto pak šikmým nebo nakloněným.

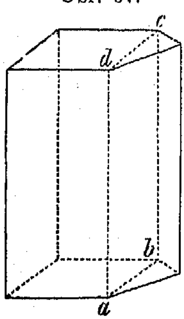
Na hranolu šikmém (obr. 36.) jsou boky taktéž rovnoběžníky; ale tyto mají úhly kosé (ostré a tupé). Rovnoběžník s úhly kosými a nerovnými stranami sluje kosodélníkem.

Rovnoběžnostěn může býti taktéž, jako každý hranol, buďto kolmý nebo šikmý. Kolmý rovnoběžnostěn, jehož základny jsou obdélníky nebo čtverce, jmenuje se rovnoběžnostěnem pravoúhlým. Jsou-li pak u pravoúhlého rovnoběžnostěnu všechny stěny čtverce, slove, jak již známo, krychle.

Kolmá vzdálenost obou základen slove výškou hranolu. V přímém hranolu jest výška stejně dlouhá jako hrany pobočné.

Hranol v obr. 35. zobrazený má čtyři boky a jmenuje se proto čtyřboký. Hranol tento lze snadno ve dva hranoly rozděliti, když ho totiž protneme rovinou, procházející dvěma protilehlými hranami pobočnými, na př. hranami *BF* a *DH*. Základny těchto dvou stejných dílů jsou shodné trojúhelníky a jejich boky jsou zase obdélníky. Každý z těchto dvou hranolů má tři boky a jejich hrany pobočné stojí kolmo na základně, jest tedy hranol kolmý a zároveň trojboký. V obr. 36. jest trojboký hranol zobrazen, jehož hrany pobočné jsou k základně nakloněny, jest to tedy hranol šikmý.

Obr. 37.



Připojíme-li k čtyřbokému kolmému hranolu (obr. 37.) hranol kolmý a trojboký téže výšky, mající s oním zároveň stejný bok *abcd*, vznikne tím hranol nový. Obě shodné základny jeho jsou pěti přímkami omezené obrazce a jmenují se pětiúhelníky.

Hranol ten má pět bokův a tolikéž hran pobočných a jmenuje se tedy hranolem pětibokým.

Podobným počínáním mohli bychom počet stran základen, tedy i počet boků o jedno zvětšiti a obdrželi bychom pak hranol, jehož základna šesti přímkami omezený obrazec t. j. šestiúhelník by byl; hranol ten nazýval by se šestibokým.

Z toho se zavírá:

Dle počtu pobočných stěn či boků rozeznáváme hranoly troj-, čtyř-, pěti- a vůbec mnohoboké.

Stěny hranolu jsou nepravidelné obrazce a nejsou spolu shodny; hranol není tedy pravidelné, nýbrž nepravidelné těleso.

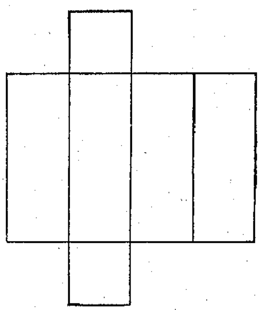
Pohybuje-li se obrazec rovinný, na př. čtverec *ABCD* (obr. 35.) dle přímky nebo hrany *AE* tak, že zůstává vždy rovnoběžným ke své původní poloze, vznikne tím také hranol.

Z toho, co posud o hranolu řečeno bylo, jeví se následující věty:

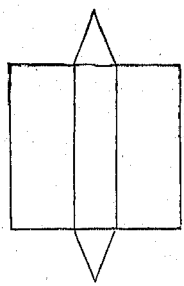
1. Hranol jest těleso nepravidelné.
2. Hranol má dvě rovnoběžné a shodné základny.
3. Boky hranolu jsou rovnoběžníky.
4. Hrany pobočné jsou rovnoběžny a vespolek rovny.

Síť hranolu kolmého obdržíme, zobrazíme-li jeho stěny pobočné v rovině vedle sebe a k jedné z nich nahoře i dole základnu přidáme (obr. 38. a 39.).

Obr. 38.



Obr. 39.



ÚLOHY.

1. Kolika rovinami jest rovnoběžnostěn omezen?
2. Kolik stěn má troj-, pěti-, šesti-, sedmi- a osmiboký hranol?

3. Zobrazte síť přímého čtyřbokého 1 dm vysokého hranolu se čtvercovou základnou, jejíž strana obnáší 5 cm, na tuhý papír a zhotovte pak těleso toto!
4. Zobrazte krychli s viditelnými a neviditelnými stěnami!
5. Zobrazte čtyřboký přímý a šikmý hranol!

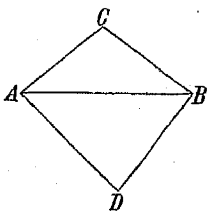
§. 17. Čtyřúhelník a mnohoúhelník.

1. Čtyřúhelník.

a) Částky čtyřúhelníku.

Stěny krychle jakož i boky hranolu jsou, jak známo, čtyřmi přímkami omezené obrazce a jmenují se proto čtyřúhelníky. Čtyřúhelník má čtyři úhly, čtyři strany a čtyři vrcholy.

Obr. 40.



Nakreslíme-li ke straně AB trojúhelníku ABC (obr. 40.) trojúhelník ABD, mající s oním stranu AB společnou, vznikne tím obrazec, který zase čtyři úhly a čtyři strany má; obrazec ten jest tedy také čtyřúhelník.

Přímka AB spojuje dva protilehlé vrcholy a sluje úhlopříčnou. Úhlopříčnou rozdělí se každý čtyřúhelník ve dva trojúhelníky. Taktéž lze protilehlé vrcholy D a C úhlopříčnou spojiti.

V obr. 40. rovnají se úhly v každém trojúhelníku dvěma pravým, tedy v obou trojúhelnících 4 R, a jelikož všecky tyto úhly dohromady úhly daného čtyřúhelníku tvoří, pravíme:

Součet všech úhlů každého čtyřúhelníku rovná se čtyřem pravým anebo 360^0.

ÚLOHY.

1. Zobrazte trojúhelník a k jedné straně jeho ještě jiný trojúhelník, mající s oním tuto stranu společnou, a sestrojte takto čtyřúhelník!
2. Nakreslete čtyři tečky a spojte je přímkami; jaký obrazec vznikne tímto způsobem?
3. Rozdělte daný čtyřúhelník úhlopříčnou ve dva trojúhelníky!
4. Na kolik trojúhelníků dělí se čtyřúhelník oběma úhlopříčnami?
5. V čtyřúhelníku jsou si všecky úhly rovny; jak veliký jest každý?

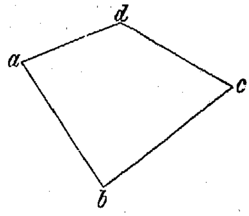
b) Roztřídění čtyřúhelníků.

Nakreslíme-li čtyřúhelník, jehož veškeré strany jsou různoběžny (obr. 41.), obdržíme různoběžník.

Nakreslíme-li čtyřúhelník, jehož protilehlé *dvě* strany jsou rovnoběžny a dvě různoběžny (obr. 42. a 43.), vznikne tím *lichoběžník*.

Stěny krychle a boky hranolu jsou též čtyřúhelníky, které jsme *rovnoběžníky* jmenovali. *Rovnoběžník má, jak známo, oboje protilehlé strany rovnoběžné.*

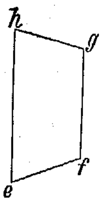
Obr. 41.



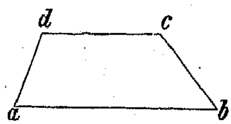
Strana, na níž rovnoběžník spočívá, sluje *základnou* nebo *půdicí*, a kolmice s kteréhokoli bodu strany protější na základnu spuštěná jest *výškou* jeho.

V lichoběžníku jest kolmá vzdálenosť obou rovnoběžných stran *výškou* jeho.

Obr. 42.



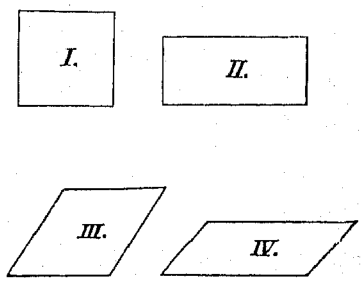
Obr. 43.



Rozeznáváme čtvero rovnoběžníků (tři z nich jsme již poznali) a to: *čtverce* (obr. 44, I.), *obdélníky* (obr. 44, II.), *kosočtverce* (obr. 44, III.) a *kosodélníky* (obr. 44, IV.).

Čtverec má všecky strany rovné a úhly pravé; *obdélník* má dvě a dvě strany rovné a úhly pravé.

Obr. 44.



Čtverec a obdélník jsou rovnoběžníky *pravoúhlé* a slují též *pravoúhelníky*.

Kosočtverec má všecky strany rovné a úhly kosé; *kosodélník* má dvě a dvě strany rovné a úhly kosé.

Kosočtverec a kosodélník jsou rovnoběžníky *kosoúhlé*.

ÚLOHY.

1. Zobrazte dva různoběžníky!

2. Zobrazte trojúhelník a z něho pak lichoběžník!

3. Narýsujte dvě rovnoběžky a pak dvě různoběžky, protínající ony obě! Jaký čtyřúhelník obdržíte?

4. Nakreslete dvě rovnoběžky a protněte je dvěma jinými rovnoběžkami! Jaký čtyřúhelník vznikne tím?

5. Jak se mají k sobě dvě protější strany rovnoběžníku ohledem délky? Jak se mají k sobě protilehlé úhly v rovnoběžníku ohledem ke své velikosti?

6. Veďte v rovnoběžníku úhlopříčnu! Jaké trojúhelníky obdržíte?

7. Zobrazte tři trojúhelníky a sice jeden rovnostranný, druhý rovnoramenný a třetí nerovnostranný a z nich pak rovnoběžníky! Jaké rovnoběžníky vzniknou takto?

8. Z trojúhelníku pravoúhlého sestrojte týmž způsobem rovnoběžník!

9. Zobrazte dvě stejně dlouhé rovnoběžné přímky a spojte jejich krajní body! Jaký čtyřúhelník obdržíte?

10. Narýsujte pravítkem a kružidlem čtverec a obdélník a jejich úhlopříčny! Jak se mají tyto k sobě co do délky?

11. Totéž má se vyšetřiti při kosočtverci a kosodélníku!

12. Jaké úhly uzavírají úhlopříčny ve čtverci a v kosočtverci?

13. Jaké úhly uzavírají úhlopříčny v obdélníku a kosodélníku?

14. Zobrazte úhel pravý a z něho *a)* čtverec, *b)* obdélník!

15. Zobrazte úhel ostrý a tupý a sestrojte z každého *a)* kosočtverec, *b)* kosodélník!

16. Sestrojte čtverec, jehož strana obnáší 5 cm!

17. Sestrojte obdélník 5 cm dlouhý a 3 cm široký!

18. Zobrazte kosočtverec, dána-li je strana (5 cm) a ostrý úhel (45^0)!

19. Sestrojte kosodélník, dány-li jsou dvě strany sousední (5 a 3 cm) a úhel jimi sevřený (60^0)!

2. Mnohoúhelník.

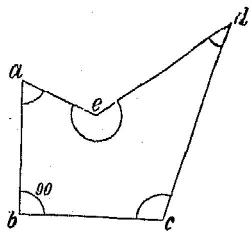
a) Částky mnohoúhelníku.

Jak známo, může býti základna hranolu omezena třemi, čtyřmi, pěti, ano i více přímkami. Obrazec, jenž omezen jest více přímkami, slove mnohoúhelníkem. Přímky, mnohoúhelník omezující, zovou se stranami. Dle počtu stran nazýváme pak mnohoúhelníky: troj-, čtyř-, pěti-, šestiúhelníky atd.

Každý mnohoúhelník má tolik stran, kolik vrcholů nebo kolik úhlů. Mnohoúhelníkem rozumíme obyčejně část roviny, která jest omezena více než čtyřmi přímkami. Úhly mnohoúhelníku mohou býti ostré, pravé, tupé i vypuklé či vběžné.

Mnohoúhelník v obr. 45. má u vrcholu *a* a *d* úhly ostré, u vrcholu *b* pravý, u vrcholu *c* tupý a u vrcholu *e* vypuklý (vběžný) úhel.

Obr. 45.

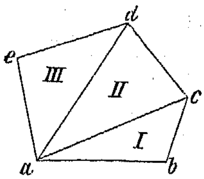


Přímka spojující dva vrcholy, jež neleží v téže straně, slove úhlopříčnou.

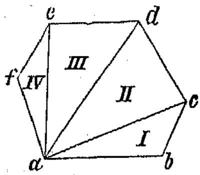
Úhlopříčnami, s jednoho vrcholu jdoucími, rozdělí se pětiúhelník (obr. 46.) na tři trojúhelníky (5—2), šestiúhelník (obr. 47.) na čtyři trojúhelníky (6—2), sedmiúhelník (obr. 48.) na pět trojúhelníků (7—2), atd.

Každý mnohoúhelník dá se tedy rozděliti úhlopříčnami, s jednoho vrcholu vycházejícími, na tolik trojúhelníků, kolik stran má méně 2.

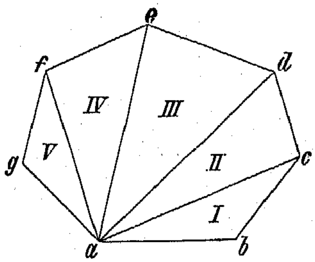
Obr. 46.



Obr. 47.



Obr. 48.



Poněvadž se součet úhlů každého trojúhelníku rovná 2 *R*, rovná se součet všech úhlů každého mnohoúhelníku tolikrát 2 *R*, na kolik trojúhelníků se dá mnohoúhelník úhlopříčnami, s jednoho vrcholu vycházejícími, rozděliti.

V pětiúhelníku rovná se tedy součet úhlů 6 *R* anebo $(2\times5-4)$ *R*,
„ šetiúhelníku „ „ „ „ „ 8 *R* „ $(2\times6-4)$ *R*,
„ sedmiúhelníku „ „ „ „ „ 10 *R* „ $(2\times7-4)$ *R*,
atd.

Z toho plyne věta:

Součet všech úhlů každého mnohoúhelníku rovná se tolikrát 2 *R*, kolik má stran, méně 4 *R*.

ÚLOHY.

1. Nakreslete libovolný pěti-, šesti-, sedmi-, osmi-, devíti- a desítiúhelník a rozdělte obrazce tyto úhlopříčnami, s jednoho vrcholu jdoucími, na trojúhelníky! Na kolik trojúhelníků lze takto každý z nakreslených mnohoúhelníků rozděliti?

2. Ustanovte součet úhlů pěti-, šesti-, sedmi-, osmi-, devíti- a desítiúhelníků!

3. Na kolik trojúhelníků rozdělí se kterýkoli mnohoúhelník přímkami, jež spojují libovolný uvnitř mnohoúhelníku volený bod se všemi jeho vrcholy? Kolik obnáší součet úhlů každého takového trojúhelníku? Náleží úhly kolem bodu *O* ležící též k úhlům mnohoúhelníku? Jaká věta následuje z toho?

4. Lze v trojúhelníku úhlopříčnu vésti?

b) Roztřídění mnohoúhelníků dle velikosti stran a úhlů.

Jsou-li veškeré strany mnohoúhelníku sobě rovny, jmenuje se rovnostranným, jinak však nerovnostranným. Jsou-li všechny úhly mnohoúhelníku sobě rovny, slove rovnoúhlým, jinak nerovnoúhlým. Jsou-li veškeré strany i úhly mnohoúhelníku sobě rovny, slove pravidelným, jinak nepravidelným. Tak jest na př. kosočtverec rovnostranný, obdélník rovnoúhlý a čtverec pravidelný čtyřúhelník; rovněž jest trojúhelník rovnostranný, poněvadž má také rovné úhly, trojúhelník pravidelný.

Protože jsou úhly v mnohoúhelnících pravidelných vespolek sobě rovny, lze jejich velikost snadno určiti. Ustanovíme totiž nejprve součet všech úhlů mnohoúhelníků a dělíme jej počtem úhlů.

Tak má

jeden úhel v pravid. trojúhelníku $\frac{180^0}{3} = 60^0$,

" " " " čtyřúhelníku $\frac{360^0}{4} = 90^0$,

" " " " pětiúhelníku $\frac{540^0}{5} = 108^0$,

" " " " šestiúhelníku $\frac{720^0}{6} = 120^0$, atd.

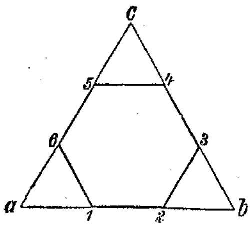
Má-li se zobraziti mnohoúhelník pravidelný nad danou stranou, naneseme po téže straně přímky té dva úhly mnohoúhelníku žádaného, jejichž vrcholy jsou v krajních bodech dané strany a odřízneme na nových ramenech zase délky, rovnající se dané straně. Týmž způsobem pokračujeme dále, až jest mnohoúhelník dokonale sevřen.

ÚLOHY.

1. Sestrojte dle udaného způsobu pravidelný pěti-, šesti-, osmi-, devíti- a desítiúhelník!

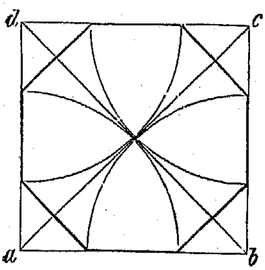
2. Narýsujte trojúhelník rovnostranný, rozdělte každou jeho stranu ve 3 stejné díly a poznamenejte body dělící číslicemi 1, 2, 3, 4, 5 a 6 (obr. 49.). Jaký mnohoúhelník obdržíte spojením bodů těchto?

Obr. 49.



3. Vyrýsujte čtverec a v něm obě úhlopříčny (obr. 50.); na stranách čtverce učiňte pak od vrcholů počínajíce úsečky tak dlouhé, jako jest polovina úhlopříčny, a spojte body tím vzniklé! Jaký mnohoúhelník obdržíte?

Obr. 50.

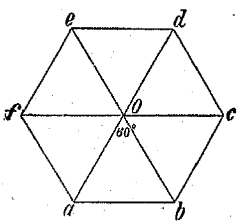


c) Střed pravidelného mnohoúhelníku.

Rozpůlíme-li dva sousední úhly *a* a *b* pravidelného šestiúhelníku (obr. 51.), protínají se přímky rozpůlovací v bodě *O*, který má rovnou vzdálenosť ode všech vrcholů šestiúhelníku. Bod ten sluje **středem** daného šestiúhelníku. Týmže způsobem lze **střed** každého pravidelného mnohoúhelníku určiti.

Střed pravidelného mnohoúhelníku jest nejen ode všech vrcholův ale i ode všech stran rovně vzdálen.

Obr. 51.



Přímky, spojující střed pravidelného mnohoúhelníku s jeho vrcholy, dělí mnohoúhelník na tolik **rovnoramenných** (šestiúhelník na tolik **rovnostranných**) vespolek **shodných trojúhelníků**, kolik má stran. Všeckny úhly kolem středu *O* jsou si rovny. V šestiúhelníku obnáší pak každý úhel kolem středu $\frac{360^0}{6}$, t. j. 60^0.

Máme-li tedy na př. sestrojiti pravidelný šestiúhelník, nakreslíme bod *O* a kolem něho šestkrát úhel rovnající se 60^0; na všech ramenech odřízneme pak stejnou délku a spojíme přímkami jejich body koncové.

ÚLOHY.

1. Sestrojte dle udaného způsobu pravidelný šestiúhelník!
2. Vypočtete velikosť úhlu středového pravidelného pěti-, osmi-, devíti- a desítiúhelníku a sestrojte tyto mnohoúhelníky!
3. Sestrojte týmž způsobem pravidelný dvanáctiúhelník!

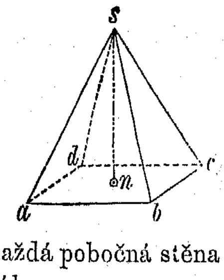
C. Jehlanec.

§. 18. Vznik a roztřídění jehlanců.

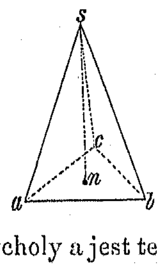
Těleso v obr. 52. zobrazené má jen jednu základnu. Pobočné stěny (boky) jeho sbíhají se v jednom bodě nad základnou ležícím; společný bod tento slove vrcholem. Takové těleso jmenuje se jehlancem.

Jehlanec tento má čtyři boky a jeho základna je čtyřúhelník a sluje proto čtyřbokým. Jehlanec v obr. 53. zobrazený má tři boky a jeho základna jest trojúhelník a sluje tedy trojbokým. Základna jehlance může býti též pětiúhelník, šestiúhelník atd.; jehlanec má pak pět, šest atd. bokův a sluje pěti-, šesti- a mnohobokým.

Obr. 52.



Obr. 53.



Každá pobočná stěna jehlance má tři vrcholy a jest tedy trojúhelník.

Přímky základnu omezující slují hranami základnými (hranami při půdici), kdežto hrany vrcholem jdoucí hranami pobočnými se nazývají. Kolmice *(sn)*, s vrcholu na základnu spuštěná, jmenuje se výškou jehlance.

Je-li základna jehlance pravidelný mnohoúhelník a dopadá-li výška do středu základny, nazývá se jehlanec kolmým nebo přímým, jinak však nakloněným nebo šikmým.

Hrany pobočné jehlance přímého jsou vesměs stejně dlouhy, a všecky boky jsou rovnoramenné vespolek shodné trojúhelníky.

Jsou-li všecky stěny jehlance trojúhelníky rovnostranné, nazývá se jehlanec ten pravidelným; jehlanec pravidelný má čtyři stěny a jmenuje se proto také čtyřstěnem (obr. 55, I.). V každém vrchole čtyřstěnu stýkají se tři rovnostranné a shodné trojúhelníky. Čtyřstěn má čtyři vrcholy a šest hran.

Pohybuje-li se obrazec rovinný, na př. čtyřúhelník *abcd* (obr. 52.), dle přímky nebo hrany *as* tak, že zůstává vždy rovnoběžným ke své původní poloze a že velikosti jeho stejnoměrně ubývá, až konečně v bodě *s* zmizí, vznikne tím také jehlanec.

Sřízne-li se jehlanec rovinou k základně rovnoběžnou (obr. 54.), zbude mezi oběma rovinami těleso, jež se nazývá jehlancem komolým či komolí jehlancovou.

Sříznutá část jest zase jehlanec a sluje jehlancem doplňujícím.

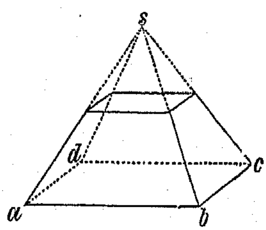
Obě základny komole jehlancové jsou si podobny.

Z toho, co posud o jehlanci řečeno bylo, jdou na jevo tyto věty:

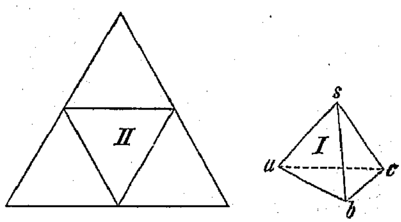
1. Jehlanec jest těleso nepravidelné. (Proč?)
2. Základna jehlance jest jakýsi mnohoúhelník.
3. Boky jehlance jsou trojúhelníky.
4. Hrany pobočné sbíhají se v jednom bodě (ve vrchole jehlance).

Rozprostřeme-li veškeré stěny pravidelného čtyřstěnu do jedné roviny (obr. 55, II.), obdržíme síť jeho.

Obr. 54.

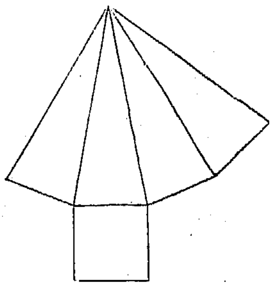


Obr. 55.



Abychom sestrojili síť libovolného jehlance, narýsujeme nejprve všecky trojúhelníky jakožto boky jehlance vedle sebe v rovině se společným vrcholem a přidáme pak k jedné straně základné boku jednoho půdici jehlance.

Obr. 56.



V obr. 56. jest síť kolmého jehlance zobrazena, jehož základna jest čtverec.

ÚLOHY.

1. Kolik stěn má jehlanec troj-, čtyř-, pěti- a šestiboký?
2. Co nazýváme výškou jehlance?
3. Co jest přímý, co šikmý jehlanec?
4. Nakreslete jehlanec troj- a čtyřboký!
5. Sestrojte síť přímého jehlance se čtvercovou základnou, jejíž strana 5 cm a jehož pobočné hrany 11 cm obnášejí, na tuhý papír a zhotovte pak těleso toto!
6. Totéž má se státi s jehlancem přímým šestibokým, jehož pobočné hrany 2 cm a strany pravidelné základny 3·5 cm obnášejí.
7. Zhotovte týmž způsobem pravidelný čtyřstěn, jehož hrana 9 cm obnáší!
8. Jak se sestrojí síť přímé komole jehlancové?

D. Tělesa pravidelná.

Pravidelných těles není více než pět a to:

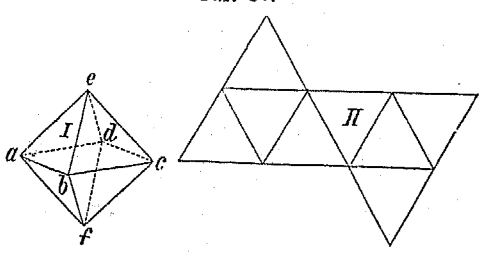
1. Čtyřstěn,
2. osmistěn,
3. dvacítistěn,
4. šestistěn nebo krychle,
5. dvanáctistěn.

Z těchto pěti těles jsme dvě již poznali a to krychli a čtyřstěn; zbývá nám tedy, ještě ostatními třemi se seznámiti.

§. 19. Osmistěn.

Osmistěn (obr. 57, I.) jest omezen osmi rovnostrannými, vespolek shodnými trojúhelníky, ze kterých se vždy čtyři v jednom vrchole sbíhají; má 6 vrcholův a 12 hran.

Obr. 57.

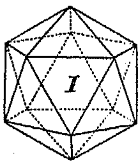


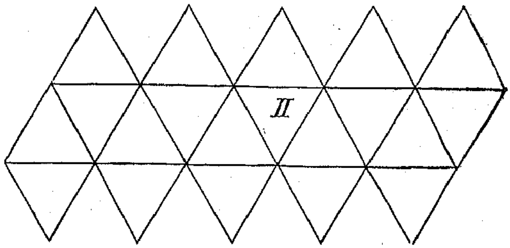
Síť tělesa tohoto obdržíme, když známým způsobem síť čtyřstěnu sestrojíme a k této ještě jednu shodnou síť tak připojíme, aby podél jedné strany trojúhelníku se stýkaly. V obr. 57, II. jest síť osmistěnu zobrazena.

§. 20. Dvacítistěn.

Dvacítistěn (obr. 58, I.) jest omezen 20 rovnostrannými trojúhelníky; v každém vrchole sbíhají se pět takových trojúhelníků. Dvacítistěn má 12 vrcholův a 30 hran.

Obr. 58.





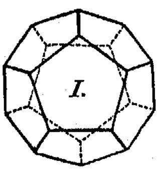
V obr. 58., II. jest síť dvacítistěnu zobrazena.

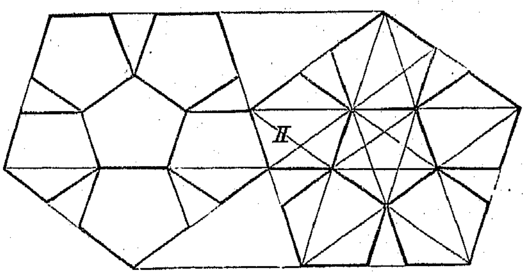
§. 21. Dvanáctistěn.

Dvanáctistěn (obr. 59., I.) jest omezen 12 pravidelnými, vespolek shodnými pětiúhelníky, z nichžto se vždy tři v jednom vrchole sbíhají; má 20 vrcholův a 30 hran.

Síť tohoto tělesa zobrazena jest v obrazci 59, II.

Obr. 59.





ÚLOHA.

Hrana osmistěnu rovná se 8 cm,
„ dvacítistěnu rovná se 6 cm,
„ dvanáctistěnu rovná se 5 cm;
sestrojte sítě těchto těles na tuhý papír a zhotovte z nich tělesa tato!

II. Tělesa kulatá či oblá.

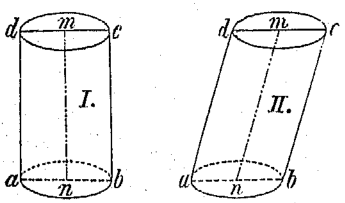
E. Válec.

§. 22. Omezení, druhy a síť válce.

Tělesa v obr. 60. (I. a II.) zobrazené slují válce.

Obě základny válce jsou rovnoběžné a shodné, křivkou omezené roviny. Část roviny, jedinou anebo více křivkami omezenou, nazýváme obrazcem křivočárným.

Obr. 60.



Křivka, základnu válce omezující, má tu vlastnost, že všecky body její od jednoho pevného uvnitř ležícího bodu (*m*) mají stejnou vzdálenost; křivka tato sluje kružnicí.

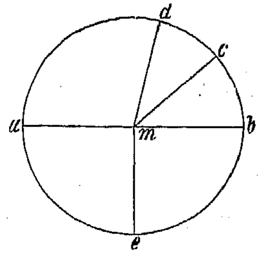
Bod *m*, od něhož každý bod kružnice stejně vzdálen jest, sluje bodem středním čili středem (centrum) kružnice. Délka kružnice sluje též obvodem čili obměrem kruhu. Přímka či lépe úsečka, jež střed s kterýmkoli bodem kružnice spojuje, slove poloměr (radius). Myslíme-li si poloměr prodloužený za středobod až k protilehlému bodu kružnice, vznikne průměr (diametr).

Jelikož každý bod kružnice od středu stejně vzdálen jest, jsou všechny poloměry téže kružnice sobě rovny. Každý průměr má dvojnásobnou délku poloměru; proto jsou také všecky průměry téže kružnice sobě rovny.

Kružnice rýsuje se kružidlem. V obr. 61. jsou přímky *mc*, *md*, *me*, . . . poloměry a *ab* jest průměr této kružnice.

Část roviny kružnicí omezená nazývá se kruhem. Základny válce jsou tedy dva rovnoběžné a shodné kruhy.

Obr. 61.



Třetí plocha, válec kolem do kola omezující, jest plocha křivá, poněvadž lze na ní přímky jen v jednom směru a sice v směru přímek *a d* nebo *b c* vésti. Plocha ta nazývá se pláštěm čili oblinou válce. Protože jest jedna z ploch, válec omezujících, plocha křivá, jest válec těleso kulaté či oblé.

Myslíme-li si, že by se u hranolu kolmého, jehož základny jsou pravidelné mnohoúhelníky, počet stran na základnách ustavičně zvětšoval, přešly by konečně základny jeho v kruhy a pobočné stěny v plochu válcovou neb v oblinu, t. j. hranol proměnil by se ve válec. Válec můžeme tedy považovati za hranol, jehož základny jsou kruhy.

Přímka, spojující u válce středy obou základen, slove osou, a kolmá vzdálenosť obou základen výškou válce.

Dle toho, stojí-li osa válce na základně kolmo (obr. 60, I.) nebo šikmo (obr. 60, II.), slove válec buď kolmým či přímým nebo nakloněným či šikmým. V kolmém válci představuje osa zároveň výšku jeho.

Válec přímý vznikne také tím způsobem, že se obdélník nebo čtverec kolem jedné ze svých stran otočí.

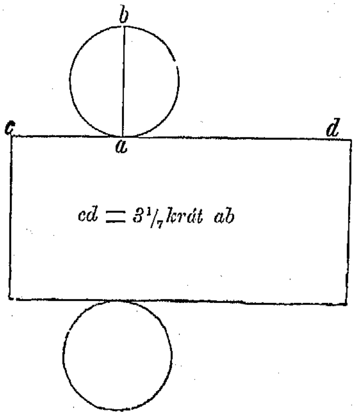
Rovná-li se osa přímého válce průměru jeho základny, slove válec rovnostranným.

Rozřízneme-li oblinu válce přímého rovnoběžně s osou a rozvineme-li ji pak v rovinu, obdržíme obdélník, jehož základna se rovná obvodu základného kruhu, a jehož výška se rovná výšce neb ose válce. K sestrojení obdélníku tohoto jest tedy zapotřebí znáti délku obvodu základny.

K tomu účelu napneme podél obvodu kruhového kotouče niť a změříme délku její a shledáme, že jest tato asi $3^1/_7$krát tak velká, jako průměr kotouče. Obvod kruhu jest tedy asi $3^1/_7$krát tak velký jako průměr aneb asi $6^2/_7$krát tak velký jako poloměr kruhu.

Abychom tedy síť válce obdrželi, opíšeme nejprve poloměrem válce kružnici jakožto základnu a sestrojíme k této obdélník, jehož jeden rozměr roven jest obvodu základny a druhý výšce daného válce. Na protilehlé straně obdélníku nakreslí se pak ještě jedna s první shodná kružnice (obr. 62.).

Obr. 62.



ÚLOHY.

1. Zobrazte dvě stejně velké kružnice!
2. Zobrazte tři kružnice rozličné velikosti, mající společný střed!
3. Opište kružnici, jejíž poloměr obnáší 3 cm!
4. Narýsujte kružnici, jejíž průměr obnáší 7 cm!
5. Ustanovte obvod kruhu, jehož poloměr obnáší 3 cm!
6. Sestrojte síť přímého 1 dm vysokého válce, jehož poloměr obnáší $3\frac{1}{2}$ cm, na tuhý papír a zhotovte pak těleso toto!

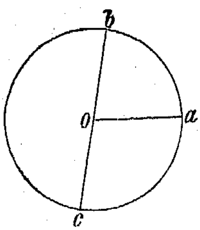
§. 23. **Kružnice a ellipsa.**

1. Kružnice.

a) Vznik a vlastnosti kružnice.

Otočí-li se přímka stálé délky, na př. *o a* (obr. 63.), kolem svého krajního bodu, až přijde zpět do své původní polohy, opisuje druhý krajní bod *a* čáru křivou, jež kružnicí se nazývá; bod *o* jest střed a přímka *o a* jest poloměr kružnice.

Obr. 63.



Co jest průměr, obvod a plocha kružnice? Jsou si všechny poloměry a průměry v témž kruhu rovny?

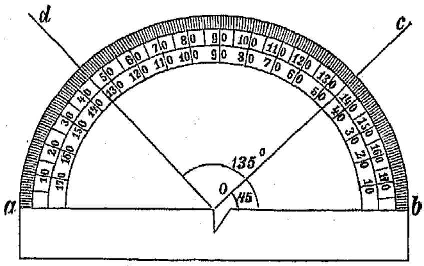
Část kružnice, jako *a b*, jmenuje se obloukem kružnice či zkrátka obloukem.

Každý průměr, na př. *b c*, rozpůluje kružnici i kruh; půl kružnice sluje polokružnicí. (Co jest polokruh?) Dva průměry, které se kolmo protínají, rozdělují kružnici i kruh na čtyři rovné díly; čtvrť kružnice slove čtverníkem či kvadrantem.

Obvod kruhový dělí se na 360 rovných dílů, jimž říkáme *stupně obloukové* či zkrátka *stupně*. Polokružnice má tedy 180 a čtverník 90 stupňů. Stupeň dělíme na 60 *minut obloukových* neb zkrátka *minut* a minutu na 60 *sekund obloukových* či zkrátka *sekund*.

Polokružnice rozdělená na 180 stupňů obloukových jest podstatou *úhloměru* nebo *přenášeče* (obr. 64.), kteréhožto nástroje se k měření a k přenášení úhlů užívá. Vřez *o* znamená *střed* a hrana *ab* průměr polokruhu.

Obr. 64.



Rozdělíme-li kružnici na 360 rovných dílů, t. j. na 360 stupňů obloukových, a vedeme-li z každé tečky dělící poloměr ke středu, obdržíme tím kolem středu 360 rovných úhlů nebo 360 stupňův úhlových. Stupni úhlovému vyhovuje tedy stupeň obloukový a může se tedy říci, že každý úhel u středu právě tolik stupňů úhlových míti bude, kolik příslušný oblouk stupňů obloukových má. Každý úhel může se tedy měřiti *obloukem*, který nachází se mezi rameny jeho a jehož střed jest ve vrchole úhlu daného.

Na tom, že se úhly obloukem kružnice měří, zakládá se užití úhloměru.

Chceme-li nástrojem tímto daný úhel změřiti, položíme úhloměr tak na úhel, aby střed *o* do vrcholu, průměr *ab* ale na jedno rameno úhlu připadal a díváme se pak, které číslo na polokružnici padne k ramenu druhému; napsané tam číslo udává ve stupních velikost úhlu. V obrazci 65 má $\sphericalangle$ *boc* 45^0, $\sphericalangle$ *bod* ale 135^0.

ÚLOHY.

1. Zobrazte 10 rozličných úhlův a změřte je úhloměrem!

2. Pravdivosť vět o vlastnostech úhlů souhlasných, střídavých, přílehlých a úhlů v troj-, čtyř- a vůbec v mnohoúhelnících má se úhloměrem odůvodniti.

3. Kterak se kreslí úhloměrem úhel určité velikosti?

4. Zobrazte úhloměrem úhel 10°, 45°, 59°, 70°, 90°, 100°, 115°, 135°, 170°, 210°, 230°!

5. Rozdělte kružnici na dva stejné díly!

6. Roždělte kružnici na čtyři stejné díly!

b) Kružnice a bod.

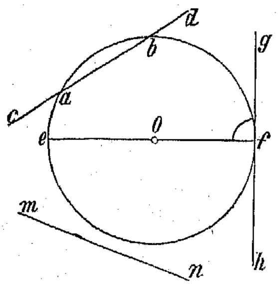
Poloha bodu ke kružnici může býti trojí a sice leží bod buď uvnitř kružnice aneb na kružnici, aneb konečně vně kružnice. V případě prvním jest vzdálenosť jeho od středu menší a v třetím větší než poloměr; v případě druhém jest vzdálenosť jeho od středu rovna poloměru.

c) Kružnice a přímka.

Poloha přímky ke kružnici může býti trojí a to:

1. Přímka má s kružnicí dva body společné, jako na př. *ab* v obr. 65.

Obr. 65.



Přímka tato spojuje dva body kružnice a jmenuje se tětivou. Čím blíže leží tětiva u středu, tím jest delší; nejdelší tětiva prochází tedy středem krůžnice a zove se průměrem.

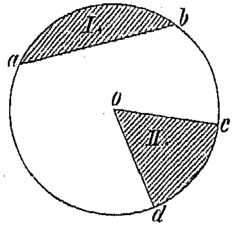
Prodlouží-li se tětiva *ab* v obou krajních bodech, vznikne tím přímka neomezená, mající s kružnicí dva body (*a* a *b*) společné; přímka taková sluje sečnou.

Má-li přímka, ať jest jak chce dlouhá, s kružnicí jen jeden bod společný, nazývá se tečnou. Přímka *gh* v obr. 65. znázorňuje tečnu kružnice v bodu *f*. Bod *f*, v kterém se přímka tato kružnice dotýká, sluje bod dotyčný; všecky ostatní body tečny leží mimo kružnici. Spojíme-li bod dotyčný *f* se středem kružnice, stojí přímka tato kolmo na tečně *gh*, t. j.:

Poloměr k bodu dotyčnému příslušný, stojí na tečně kolmo.

3. Přímka nemá s kružnicí *žadného* bodu společného; v případě tomto jest vzdálenost přímky od středu kružnice větší než poloměr její. V obr. 65. jest *mn* přímka taková.

Obr. 66.



Protíná-li přímka kruh, vzniknou následující obrazce:

1. *Úseč kruhová* (obr. 66, I.), t. j. část kruhu omezená tětivou *(ab)* a příslušným obloukem *(ab)*.

2. *Výseč kruhová* (obr. 66, II.), t. j. část kruhu omezená dvěma poloměry a obloukem mezi nimi ležícím.

ÚLOHY.

1. Je-li vzdálenost přímky ode středu kružnice menší než poloměr, jakou polohu má přímka tato ke kružnici? (Vzdálenost přímky od bodu daného určuje kolmice z bodu na ní spuštěná.)

2. Jakou polohu má přímka ke kružnici, je-li vzdálenost její od středu rovna poloměru?

3. Určete střed dané kružnice! (Nakreslí se dvě různoběžné tětivy a vztýčí se v jejich středobodech kolmice; průsečík jejich je střed žádaný.)

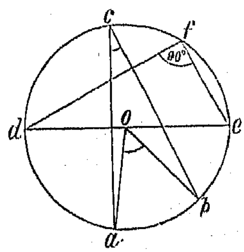
4. Sestrojte v určitém bodu kružnice tečnu!

d) Úhly v kruhu.

Vrchol úhlu *aob* (obr. 67) je ve středu kruhu, a jeho ramena jsou poloměry; úhel takový sluje *úhlem středovým*.

Vrchol úhlu *acb* leží v obvodu kruhu a ramena jeho jsou tětivy; úhel ten sluje *obvodovým*.

Obr. 67.



Ku každému středovému i obvodovému úhlu náleží oblouk, který rameny jeho jest omezen, a tu díme, že takovýto *úhel na tomto oblouku stojí*.

Jdou-li ramena úhlu obvodového ($\sphericalangle$ *dfe* obr. 66.) krajními body průměru, anebo stojí-li úhel takový na polokružnici, sluje pak *úhlem v polokruhu* či *úhlem nad polokružnicí*.

Úhloměrem můžeme se snadno přesvědčiti, že se každý úhel obvodový rovná polovině úhlu středového, jenž stojí na témž oblouku. Poněvadž příslušný úhel středový každého úhlu v polokruhu jest úhel přímý, následuje z toho: Úhel v polokruhu rovná se úhlu pravému.

ÚLOHY.

1. Jaký jest úhel středový, jenž stojí na čtverníku anebo na oblouku menším neb větším než čtverník?

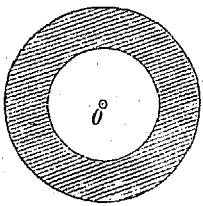
2. Jaké jsou úhly obvodové, jež stojí na polokružnici, anebo na oblouku menším nebo větším než polokružnice?

3. Jaké jsou vespolek *a)* úhly obvodové, *b)* úhly středové, stojící v témže kruhu na společném oblouku?

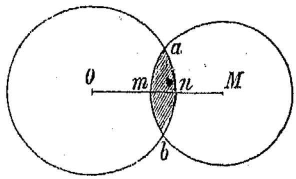
e) Vespolná poloha dvou kružnic.

Dvě kružnice rozličné velikosti, mající společný střed, slují soustřednými (obr. 68.). Část roviny, dvěma soustřednými kružnicemi omezená, sluje mezikružím.

Obr. 68.



Obr. 69.



Dvě kružnice, mající středy rozličné, slují výstřednými. Přímka, jež středy dvou výstředných kružnic spojuje, slove obojstřednou či centrálou.

Dvě výstředné kružnice mohou vespolek trojí polohu míti a to:

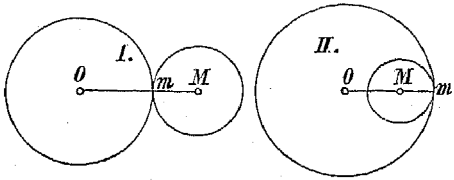
1. Kružnice výstředné mají dva body společné (*a* a *b* v obr. 69.) v tomto případě se obě kružnice protínají. Společná částka obou kruhů sluje čočkou a ostatní jejich části, jež po odnětí čočky z každého kruhu zůstaly, slovou měsíci či lunkami.

Obojstředna *OM* v tomto případě je sice větší než rozdíl $(On - Mm)$ obou poloměrů, menší však než součet $(On + Mm)$ jejich.

2. Kružnice výstředné mají jen jeden bod společný (obr. 70.); v tomto případě se obě kružnice vespolek dotýkají a to buď zevně (*I.*) anebo uvnitř (*II.*), dle toho, leží-li jedna kružnice buď zevně anebo uvnitř kružnice druhé.

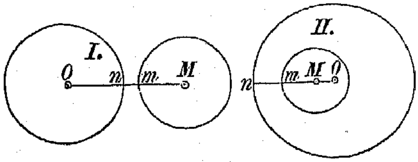
Obojstředna dvou dotýkajících se kružnic rovná se buď součtu $(Om + Mm)$ nebo rozdílu $(Om - Mm)$ obou poloměrů, dle toho, dotýkají-li se kružnice vespolek zevně nebo uvnitř.

Obr. 70.



3. Kružnice výstředné nemají docela žádného bodu společného (obr. 71.); v tomto případě leží jedna kružnice buď zcela zevně *(I.)* anebo zcela uvnitř druhé *(II.)*.

Obr. 71.



V onom případě jest obojstředna větší než součet $(On + Mm)$ obou poloměrů, v tomto pak menší než rozdíl $(Om - Mm)$ jejich.

ÚLOHY.

1. Zobrazte kružidlem dvě soustředné kružnice, jejichžto poloměry se rovnají 2 cm a 3 cm!

2. Zobrazte taktéž čtyři kružnice soustředné, jejichžto poloměry obnášejí 1·5, 2, 2·5, 3 cm!

3. Zobrazte kružnice výstředné, aby jedny se protínaly, druhé uvnitř, třetí zevně se dotýkaly a konečné jiné, aby se nedotýkaly ani neprotínaly!

4. Jakou vespolnou polohu mohou tři kružnice míti?

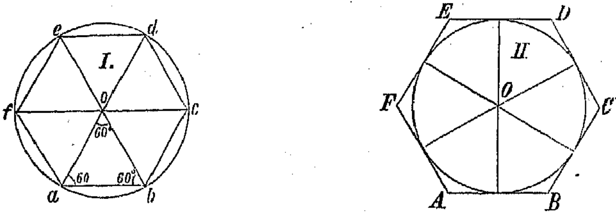
5. Kolik bodů společných mají tři kružnice, které se vespolek protínají?

f) O mnohoúhelnících do kruhu vepsaných a kruhu opsaných.

Mnohoúhelník, jehož vrcholy leží v obvodu kruhu, anebo jehož strany jsou tětivami kružnice, sluje do kruhu **vepsaným**, kdežto kruh pak jest o mnohoúhelník **opsán** (obr. 72, I.).

Mnohoúhelník, jehož strany se **dotýkají** kruhu, tak že jeho vrcholy mimo kruh leží, jest kruhu **opsán** a kruh jest mnohoúhelníku **vepsán** (obr. 72, II.).

Obr. 72.



Mnohoúhelník do kruhu vepsaný sluje též mnohoúhelníkem z tětiv a mnohoúhelník o kruh opsaný slove též mnohoúhelníkem z tečen.

Má-li se rýsovati do kruhu vepsaný pravidelný mnohoúhelník, rozdělíme obvod kruhu na tolik rovných dílů, kolik stran má mnohoúhelník míti, a spojíme pak náležitě body dělící. Vedeme-li body dělícími ke kružnici tečny, obdržíme tím pravidelný mnohoúhelník kružnici opsaný.

ÚLOHY.

1. Sestrojte čtverec kruhu vepsaný a opsaný! (Krajní body dvou na sobě kolmo stojících průměrů rozdělují kružnici na čtyři rovné díly.)

2. Sestrojte pravidelný šestiúhelník kruhu vepsaný a opsaný! (V obr. 72. I. jest trojúhelník *abo* rovnostranný, poněvadž každý úhel jeho obnáší 60°, a poloměr kruhu rovná se tedy straně šestiúhelníku. Položíme-li tedy poloměr kruhu šestkrát jakožto tětivu na kružnici, obržíme kruhu vepsaný šestiúhelník; vztýčíme-li pak ještě kolmice ve vrcholích tohoto mnohoúhelníku k příslušným poloměrům kružnice, obdržíme tím kruhu opsaný pravidelný šestiúhelník.)

3. Sestrojte kruhu vepsaný a opsaný trojúhelník rovnostranný! (Rozdělí se kružnice, jak v předešlé úloze uvedeno bylo, na šest rovných dílů a spojí se body dělící tětivami tak, že se vždy jeden vynechá.)

4. Vpište pravidelný pětiúhelník do kružnice!

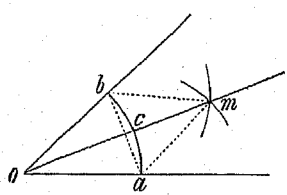
(Naneseme kolem středu 5 rovných úhlů, každý rovný $\frac{360^{\circ}}{5} = 72^{\circ}$; ramena úhlů těchto rozdělují kružnici na pět stejných dílů, a přímky, body dělící spojující, dají pak strany žádaného pětiúhelníku.)

5. Týmž způsobem, jako v předešlé úloze, vepsati se má do kružnice *a)* pravidelný osmiúhelník, *b)* pravid. devítiúhelník, *c)* pravid. desítiúhelník!

6. Rozpůlte daný oblouk kruhový aneb úhel (obr. 73.)!

Z bodů *a* a *b* opíšeme jednostejným a dosti dlouhým poloměrem kruhové oblouky, jež se v bodu *m* protnou; přímka *om* rozpůluje oblouk v bodu *c* a úhel s vrcholem *o*.

Obr. 73.



(Pravosť konstrukce této plyne z §. 15. *e*, obr. 33.)

7. Rozdělte kružnici známým způsobem nejprve na čtyři rovné díly a dalším půlením každého dílu na osm rovných dílův a sestrojte takto pravidelný osmiúhelník!

8. Sestrojte týmž způsobem pravidelný šestnáctiúhelník!

9. Rozdělte dle úlohy 2. kružnici na šest a dalším půlením každého dílu na 12 dílův a sestrojte tak pravidelný dvanáctiúhelník!

10. Rozdělte dle úlohy 4. kružnici na pět a pak půlením dílů těchto na 10, 20 rovných dílů a sestrojte tak pravidelný desíti- a dvacítiúhelník!

2. Ellipsa.

Vznik a vlastnosti ellipsy.

Protneme-li válec přímý buďto rovinou, jež osou jeho prochází (*abcd* v obr. 74.), anebo rovinou s osou jeho rovnoběžnou, obdržíme za průsek obdélník.

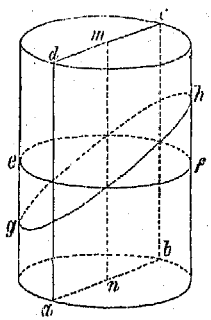
Protne-li se válec přímý rovinou rovnoběžnou se základnami nebo kolmou k ose, jest průsek *ef* kruh se základnami shodný?

Protneme-li však válec rovinou k ose jeho nakloněnou, jest průsek *gh* sice zase obrazec křivočárný, ale žádný kruh, poněvadž mají průměry jeho nestejné délky; průsek takto vzniklý nazývá se ellipsou.

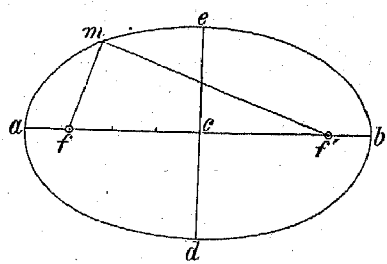
Nakloníme-li válcovitou sklenici, vodou jen částečně naplněnou, protíná hladina vody oblinu sklenice také dle ellipsy.

Jmenujte předměty, na nichž se ellipsa vyskytuje!

Obr. 74.



Obr. 75.



Ellipsa může ještě následujícím způsobem vytvořena býti: V bodech f a f' (obr. 75.) připevníme konce niti dvěma špendlíky a napínajíce ji tužkou m pohybujeme ji kolem f a f' tak, aby niť stále byla napjata; bod m opiše pak ellipsu.

Poněvadž se délka niti při takovém vytvoření ellipsy nemění, jest součet vzdáleností (mf a mf') každého bodu (m) ellipsy od obou pevných bodů (f a f') vždy tentýž.

Z toho následuje:

Ellipsa jest křivka uzavřená, ve které součet vzdáleností každého bodu ode dvou pevných bodů jest stálý.

Pevné body f a f' slovou ohnisky ellipsy. Omezená přímka ab, jdoucí oběma ohnisky, jest přímkou nejdelší, jež v ellipse může býti tažena, a nazývá se osou velkou nebo hlavní; krajní body její (a a b) slovou vrcholy a bod c, osu velkou půlící, sluje středem ellipsy.

Přímka de, která ve středu na velké ose kolmo stojí, jest nejkratší přímkou středem ellipsy taženou a nazývá se osou malou nebo vedlejší.

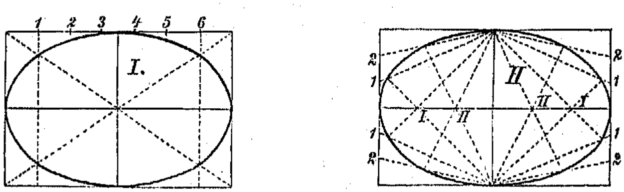
Přímky mf a mf', jež vzdálenost bodův ellipsy od ohnisk, zde bodu m, udávají, slují průvodci tohoto bodu.

Při každém bodu ellipsy rovná se vždy součet obou průvodců velké ose a jest tedy vzdálenost krajních bodů malé osy ellipsy od ohnisk rovna polovině osy velké. (Dokažte to!) Čím menší jest vzdálenost ohnisk od středu ellipsy, tím méně liší se ellipsa od kružnice.

ÚLOHY.

1. Dána jest velká osa a obě ohniska; sestrojiti se má osa malá!
2. Obě osy ellipsy jsou známy; jak určí se poloha ohnisk?
3. Zobrazte ellipsu, jsou-li obě osy známy!
4. Do daného obdélníku máme vepsati ellipsu!

Obr. 76.



(Provedení úkolu tohoto vysvítá z obrazce 76.)

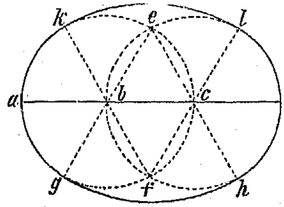
5. Do daného kosodélníku vepsati ellipsu!

(Provedení úlohy této zůstává provedení v obr. 76. (II) podobným).

6. Zobrazte přibližně ellipsu oblouky kruhovými (obr. 77.)!

Přímku $a\,d$ rozdělíme na tři rovné díly; z b a c opíšeme s poloměrem ab kružnice, které se v e a f protínají. Body e a f spojíme s body b a c, kteréžto přímky kružnice v bodech g, k, h a l protnou. Poloměrem $f\,k = f\,l$ opíšeme pak ještě oblouk $k\,l$ a poloměrem $eg = eh$ oblouk gh a obdržíme uzavřenou křivku $a\ g\ h\ d\ l\ k$, která jest ellipse přibližna.

Obr. 77.

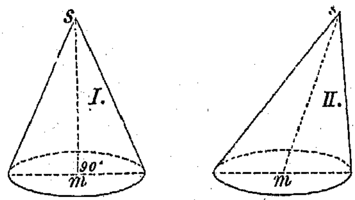


F. Kužel.

§. 24. Omezení, druhy a síť kužele.

Představme si jehlanec, jehož základnou jest pravidelný mnohoúhelník, a pomysleme si, že se počet stran na základně ustavičně zvětšuje, přejde konečně základna jeho v kruh a jehlanec promění se v těleso, jež se kuželem nazývá. Místo stěn pobočných, které jsou na jehlanci trojúhelníky, máme zde jen jednu plochu křivou, která se v jednom bodě sbíhá. Kužel jest tedy těleso kulaté či oblé (obr. 78, I. a II.).

Obr. 78.



Jako se může považovati válec za hranol, jehož základna jest kruh, tak i kužel lze považovati za jehlanec, mající kruh za základnu.

Plocha křivá na kuželi nazývá se pláštěm čili oblinou, a bod, do kterého oblina vybíhá, slove vrcholem kužele. Spojíme-li přímkou vrchol kužele s kterýmkoli bodem obvodu základny, leží přímka tato celá v oblině. Přímka taková sluje hranou kužele.

Přímka spojující střed základny s vrcholem slove osou, a kolmá vzdálenosť vrcholu od základny výškou kužele.

Dle toho, stojí-li osa kužele kolmo (I.) nebo šikmo (II.) na základně, slove kužel buď kolmým či přímým anebo nakloněným či šikmým.

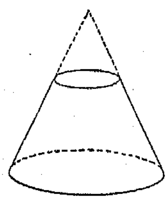
Přímý kužel vznikne také otáčením trojúhelníku pravoúhlého kolem jedné odvěsny své. V kuželi takovém sjednotí se výška s osou, a všecky pobočné hrany mají rovnou délku.

Rovná-li se v přímém kuželi hrana průměru základny, slove kužel rovnostranným.

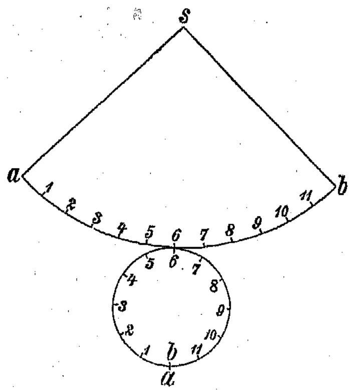
V šikmém kuželi mají všechny hrany délku rozdílnou a výška jest menší než osa.

Protne-li se kužel rovinou rovnoběžnou se základnou, jest průsek kruh a tedy odříznutý díl zase kužel (kužel doplňující). Spodní část jmenuje se kuželem komolým čili komolí kuželovou (obr. 79.).

Obr. 79.



Obr. 80.



Myslíme-li si oblinu přímého kužele podél jedné hrany rozříznutou a do roviny rozprostřenou, obdržíme výseč kruhovou, jejíž poloměrem jest hrana kužele a jejíž oblouk se rovná obvodu základny. Síť kužele přímého skládá se tedy z výseče kruhové a kruhu (obr. 80.).

Abychom délku kružnice, základnu omezující, na oblouku *ab* nanésti mohli, rozdělíme kružnici na více rovných dílů (asi 12, 16 nebo 24) tak, aby mezi dvěma body dělícími obsažená tětiva nelišila se mnoho od příslušného oblouku, a naneseme pak týž počet dílů na oblouku *ab*. (Viz obr. 80!)

ÚLOHY.

1. Jakými plochami jest kužel omezen?
2. Sestrojte síť přímého kužele, jehož poloměr základny 7 cm a jehož hrana 12 cm obnáší, na tuhý papír a zhotovte pak těleso toto!
3. Jakými plochami jest komole kuželová omezena?
4. Jak se zobrazuje síť komole kuželové?

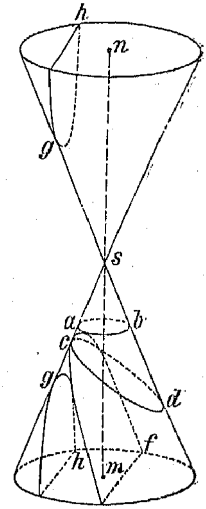
§. 25 Kuželosečky.

Protneme-li kužel přímý rovinou, osou jeho procházející, jest průsek **trojúhelník rovnoramenný**. Jeden vrchol jeho jest vrchol kužele a ostatní dva vrcholy nacházejí se v obvodě základny.

Je-li rovina sečná nebo protínající k základně rovnoběžna anebo k ose kolmá, jest průsek s oblinou **kružnicí** (*ab* v obr. 81.).

Je-li rovina sečná k ose kužele nakloněna, jsou tři případy možné a to:

Obr. 8 1.



1. Rovina sečná protíná všechny hrany kužele; průsek ten jest **ellipsou** (*c d*).

2. Rovina sečná jest rovnoběžna s jednou hranou kužele; v případě tomto vznikne za průsek křivka, nazvaná **parabolou** (*cf*).

3. Rovina sečná jest rovnoběžna s dvěma hranami kužele; v případě tomto jest průsek s oblinou kužele sice zase křivkou (*gh*), která ale není v sobě uzavřena a skládá se ze dvou větví, poněvadž rovina sečná také nahoru prodloužený kužel dle křivky seče. Křivka tato sluje **hyperbolou**. Také rovina s osou kužele rovnoběžná protíná kužel dle **hyperboly**, poněvadž rovina taková zároveň s dvěma hranami kužele jest rovnoběžna.

Za tou příčinou jmenují se kružnice, ellipsa, parabola a hyperbola společně **kuželosečkami**.*)

Jak lze kuželovitou sklenicí, která vodou jen částečně naplněna jest, křivky tyto znázorniti?

Parabola vyskytuje se často v životě praktickém. Těleso vodorovně nebo šikmě vržené opisuje parabolu; z trubice vytékající paprsek vody opisuje oblouk parabolický; mnohá zrcadla, hlásné trouby atd. mají tvar parabolický.

G. Koule.

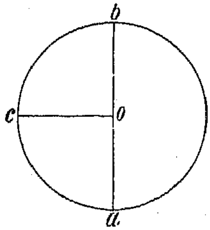
§. 26. Vznik a vlastnosti koule.

Otáčí-li se polokruh *a c b* (obr. 82.) kolem svého průměru *ab* tak dlouho, až zase do své původní polohy přijde, vznikne těleso, které se **koulí** nazývá. Průměr *ab*, kol něhož se daný

*) Poznámka. Znázornění průseku těchto staniž se kuželem rozkládacím.

polokruh otáčel, jmenuje se **osou** a krajní jeho body *a* a *b* **poly** či **točnami** koule.

Obr. 82.



Povrch koule jest **plocha křivá**, jejíž veškeré body mají od středu (*o*) osy stejnou vzdálenosť. Bod *o* jest zároveň **středem** koule.

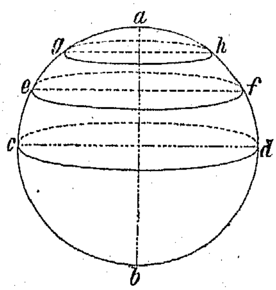
Jelikož jest plocha, kouli omezující, plocha křivá, jest koule těleso **kulaté** či **oblé**.

Každá přímka, bod povrchu koule se středem spojující, jmenuje se **poloměrem** koule. **Průměrem** koule slove přímka omezená, která spojujíce dva body povrchu koule středem jejím prochází.

Protneme-li kouli rovinou, jest průsek vždy **kruh**, který jest tím větší, čím více se rovina sečná středu koule blíží. Prochází-li rovina sečná středem koule, jest průsek kruhový ze všech největší a nazývá se proto **kruhem největším** nebo **hlavním**.

Jde-li rovina sečná středem koule a stojí-li zároveň kolmo k ose, obdržíme za průsek s koulí kruh největší, který se **rovníkem** čili **aequatorem** jmenuje. Všeckny k němu rovnoběžné kruhy na povrchu koule, jako *ef*, *gh* (obr. 83.), které také vzniknou, když kouli rovinami k ose kolmými protneme, slovou **kruhy rovnoběžnými** čili **rovnoběžníky**. Tyto jsou tím menší, čím více se od rovníku vzdalují. Největší rovnoběžník jest tedy **rovník**.

Obr. 83.



Každá část **povrchu koule**, mezi dvěma rovnoběžníky ležící, jmenuje se **pásem**, a každá část **koule**, obsažená mezi dvěma rovnoběžníky, jmenuje se **vrstvou kulovou**.

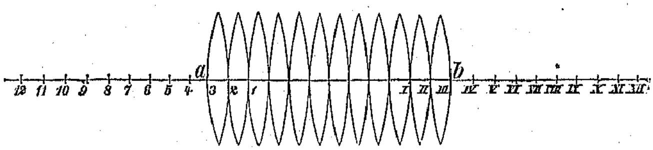
Každá rovina, kouli protinající, dělí ji ve dva díly, kteréž se **úsečemi kulovými** jmenují. Největším kruhem dělí se koule na dvě polovice, jimž **polokoule** říkáme. Křivá část povrchu úseče kulové jmenuje se **vrhlíkem**.

Jde-li rovina sečná osou, jest průsek kruhem největším procházejícím točnami koule; kruhy největší, které jdou točnami koule, slovou **poledníky** či **meridiany**. Část plochy kulové, která jest omezena dvěma poledníky, nazývá se **dvojúhelníkem kulovým**.

Povrch koule nelze v rovinu rozvinouti a nemůžeme proto **síti koule** s úplnou přesností sestrojiti. Příbližně ustanoví se síť tělesa tohoto následujícím způsobem:

Přímku *ab* (obr. 84.), jejíž délka se rovná obvodu kruhu největšího, nebo která jest 3$^1/_7$krát tak dlouhá jako průměr koule, rozdělíme na 12 sobě rovných dílů a naneseme na její prodloužení za *a* a *b* ještě 9 takových dílů. Opíšeme-li pak z bodů 1, 2, 3 . . . a I, II, III . . . oblouky kruhové poloměrem rovným

Obr. 84.



10ti dílům délky *ab*, vznikne tím 12 stejných dvojúhelníků, které, náležitě ohnuty a k sobě přiloženy jsouce, dosti přesně povrch koule dají.

ÚLOHY.

1. Jaký obrazec jest každý rovinný průsek koule?

2. Jak se mají k sobě rovinné průseky středem koule procházející dle své velikosti?

3. Jakou změnu shledáme při rovnoběžnících točnám koule se blížících?

4. Který rovnoběžník jest největší?

5. Jak vzniknou poledníky na kouli a jak se mají tyto k sobě strany své velikosti?

6. Na jaké díly dělí se koule rovinou rovníku?

7. Stupeň rovníku zemského obnáší 15 mil nebo 111·3 km; ustanovte obvod země!

8. Zobrazte síť koule, jejíž průměr obnáší 7 cm, na tuhý papír a zhotovte pak těleso toto!

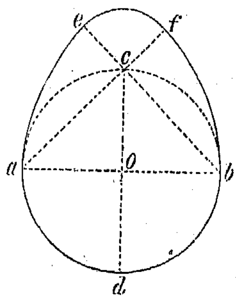
Dodatek.

Křivka vejčitá a spirála.

1. Křivka vejčitá.

Myslíme-li si vejce na dél rovinou protaté, jest kraj průseku křivkou uzavřenou omezen, která se křivkou vejčitou jmenuje. Křivka tato složena jest z polokružnice a ze tří kruhových oblouků a může se tedy kružidlem následujícím způsobem sestrojiti:

Obr. 85.



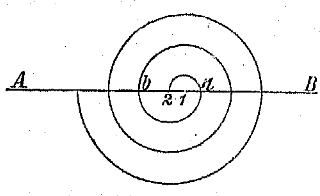
Opíšeme z bodu o (obr. 85.) kružnici a vedeme v ní dva průměry ab a cd, které se kolmo protínají. Krajní body a a b průměru ab spojíme s bodem c a prodloužíme přímky tyto až za bod c. Opíšeme-li pak ještě z bodu a a b poloměrem ab oblouky bf a ae a konečně z bodu c oblouk poloměrem $ce = ef$, obdržíme křivku vejčitou.

2. Spirála čili závitnice.

Křivka, jež složena jest ze samých kruhových oblouků kolem do kola jdoucích, jmenuje se spirálou. Spirála skládá se ze samých závitů, jež mají buď od sebe rovnou vzdálenost anebo se pořád víc a více od sebe vzdalují.

Spirálu se stejně od sebe vzdálenými závity (obr. 86.) zobrazíme následujícím způsobem:

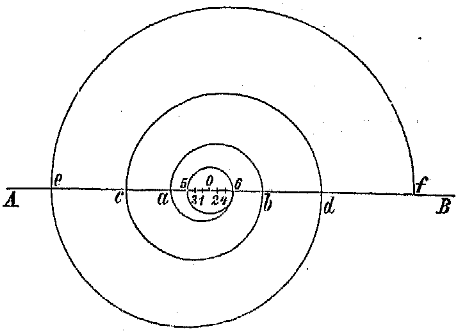
Obr. 86.



Z bodu 1 přímky AB opíšeme polokružnici $a2$, z bodu 2 poloměrem $2a$ polokružnici ab; pokračujeme-li způsobem tímto dále, tak že vždy střídavě z bodu 1 a 2 polokružnice opíšeme, obdržíme pak více závitů spirály. 2 ab jest jeden závit křivky této.

Spirála, jejíž závity se od sebe vždy víc a více vzdalují (obr. 87.), zobrazí se takto:

Obr. 87.



Z bodu *o* naneseme vpravo i vlevo několik sobě rovných dílků. Poloměrem $o5 = o6$ opíšeme kružnici. Potom opíšeme z bodů 1, 2, 3, 4, 5 atd. střídavě vždy jednou dole pak zase nahoře kružnice $6a$, ab, bc, cd atd.

ÚLOHY.

1. Sestrojte nad přímkou $ab = 5$ *cm* křivku vejčitou!
2. Zobrazte spirálu, jejíž závity mají vždy vzdálenost $= 1$ *cm*!
3. Zobrazte spirálu se závity od sebe se vždy víc a více vzdálujícími, obnáší-li průměr kruhu vnitřního *1 cm*!

Přehledné opakování probrané látky v otázkách.

1. Co jest těleso?
2. Kolikerý rozměr má každé těleso?
3. Jakými plochami může býti těleso omezeno?
4. Kolikerý rozměr má plocha?
5. Jak se jmenují meze plochy?
6. Kolikerý rozměr má čára?
7. Jaké čáry rozeznáváme?
8. Jak se jmenují meze čar?
9. Kolikerý rozměr má bod?
10. Jak se rozdělují tělesa dle svých stěn?
11. Která tělesa slují hranatými a která kulatými?
12. Jmenujte nejdůležitější tělesa hranatá a popište je!
13. Která tělesa hranatá slují pravidelnými?
14. Udejte jména těles pravidelných a popište je!
15. Která nepravidelná tělesa jsme poznali?
16. Jaké obrazce jsou stěny těles hranatých?

17. Jaké přímočárné obrazce rozeznáváme?
18. Co jsou hrany, úhly hranové, úhly stěnové a vrcholy těles?
19. Jmejnute nejdůležitější tělesa kulatá a popište je!
20. Jaké obrazce jsou základny a rovinné průseky válce?
21. Jaký obrazec jest základna kužele? Jaké obrazce jsou rovinné průseky kužele?
22. Co jest kružnice? Která křivka sluje ellipsou?
23. Jaký obrazec jest rovinný průsek koule?
24. Co jest křivka vejčitá, co spirála či závitnice?