NAUKA
O GEOMETRICKÝCH ÚTVARECH

PRO

MĚŠŤANSKÉ DÍVČÍ ŠKOLY

A

OBECNÉ ŠKOLY ČTYŘ- AŽ SEDMITŘÍDNÉ.

SEPSAL

FRANTIŠEK NÁPRAVNÍK.

DÍL DRUHÝ.

S 35 OBRAZCI V TEXTĚ.

CENA 30 KR.

VYNESENÍM VYS. C. K. MINISTERSTVA OSVĚTY A VYUČOVÁNÍ ZE DNE 8. PROSINCE 1883, č. 20974, SCHVÁLENA.

V PRAZE 1884.
NÁKLADEM F. TEMPSKÉHO.

Obsah.

I. Obvod a obsah útvarů rovinných.

Součet všech, mnohoúhelník omezujících stran, sluje obvodem či obměrem mnohoúhelníku.

Chtíce tedy obvod mnohoúhelníku stanoviti, změříme všechny strany jeho a sečteme pak jejich měrná čísla. Jsou-li všechny strany mnohoúhelníku si rovny, jako na př. u mnohoúhelníků pravidelných, anebo také jen rovnostranných, určí se obvod tím, když měrné číslo jedné strany počtem všech stran znásobíme.

Obvod každého mnohoúhelníku jest čára a měří se tedy délkoměrou.

Obsahem plochy či krátce obsahem nějakého mnohoúhelníku rozumíme velikosť jím zaujaté části roviny.

Jak známo, měří se délka délkou, úhel úhlem. Při stanovení obsahu plochy lze podobně jen plochu určité známé velikosti za jednotku plochomíry vzíti a zkoumati, kolikrát míra tato v daném mnohoúhelníku jest obsažena. Číslo, jež udává, kolikrát jednotka plochomíry v onom mnohoúhelníku jest obsažena, sluje číslem míry čili měrným číslem jeho obsahu anebo krátce obsahem daného mnohoúhelníku.

Za jednotku plošné míry hodí se nejlépe čtverec, jehož strana jest zároveň jednotkou míry délkové. Čtverec, jehož strana jeden metr dlouhá jest, slove čtvercový metr (m^2). Měří-li strana čtverce 1 decimetr, 1 centimetr atd., slove pak čtvercovým decimetrem (dm^2), čtvercovým centimetrem (cm^2) atd.

Majíce určiti plošný obsah nějakého mnohoúhelníku, měli bychom jednotku plochomíry tolikrát na mnohoúhelníku daném vedle sebe položiti, kolikrát by se to vůbec dalo. Takovýto způsob měření byl by však velmi obtížným a často i nemožným. Protož určujeme plošný obsah prostředně, t. j. měříme napřed ony délky v mnohoúhelníku, na nichž závisí jeho velikosť a stanovíme pak výpočtem měrných čísel délek těchto obsah jeho dle jistých pravidel.

A. Obvod a obsah přímočárných obrazců.

§. 1. Rovnoběžník.

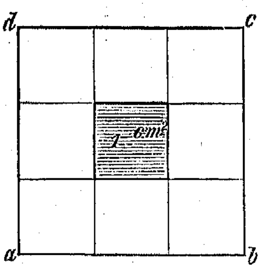
Otázky k opakování.

1. Co jest čtyřúhelník?
2. Kolik úhlopříčen má čtyřúhelník a na kolik trojúhelníků se dělí čtyřúhelník jednou úhlopříčnou?
3. Jak velký jest součet všech úhlů v každém čtyřúhelníku?
4. Jaké čtyřúhelníky znáte?
5. Co jest rovnoběžník a jaké rovnoběžníky znáte?
6. Jmenujte kosoúhlé a pravoúhlé rovnoběžníky!
7. Porovnejte čtverec s obdélníkem a kosočtverec s kosodélníkem!
8. Co jest základna a výška *a)* v obdélníku, *b)* v kosoúhlém rovnoběžníku?

a) Čtverec.

Majíce určiti obsah čtverce *abcd* (obr. 1.), změříme délku jedné strany a obdržíme $ab = 3$ cm. Rozdělíme-li pak každou stranu na tři rovné díly, a spojíme-li přímkami vždy dvě protější tečky dělící, rozdělí se tím čtverec daný na menší čtverce, z nichžto každý má stranu 1 cm dlouhou, tudíž 1 čtvercovým centimetrem jest. Máme zde tři řady a v každé 3 čtvercové centimetry, tudíž dohromady 3×3 cm$^2 = 9$ cm^2.

Obr. 1.



Podobným způsobem lze dokázati, že se obsah čtverce, jehož strana 5 dm měří, rovná 5×5 dm$^2 = 25$ dm^2.

Z toho následuje:

Měrné číslo obsahu čtverce stanovíme, když měrné číslo jeho strany jím samým znásobíme.

Číslo sebou násobiti znamená, je zdvojmocniti. Proto pravíme kratšeji: Obsah čtverce rovná se druhé mocnině jeho strany.*)

*) Poznámka. Číslu udávajícímu velikosť plošného obsahu, přikládá se pro krátkosť také jméno „plošný obsah" nebo jen „obsah" právě tak, jako číslo, délku přímky udávající, též jen krátce základnou, výškou, stranou atd. slove. Kdekoli se tedy budoucně takovéhoto stručného výrazu užívati bude, má se tím vždy buďto měrné číslo, obsah nějakého obrazce anebo měrné číslo, délku nějaké přímky udávající, rozuměti.

Odtud to přijde, že druhá mocnina čísel též **čtvercem** se nazývá.

Je-li s měrné číslo strany čtverce a p měrné číslo obsahu, jest $p = s^2$.

Čtverec má čtyři rovné strany a **rovná se tedy obvod jeho čtyřnásobnému číslu míry jedné strany.**

Značí-li o obvod čtverce, jest

$$o = 4 . s.$$

Obvod čtverce v obr. 1. jest 4×3 cm $= 12$ cm aneb 1 dm 2 cm. Obvod čtverce, jehož strana 5 dm měří, jest $= 4 \times 5$ dm $= 20$ dm $= 2$ m.

Je-li dán obsah čtverce a má-li se určiti strana jeho, ustanovíme číslo, jehož druhá mocnina se danému číslu míry obsahu čtverce rovná, t. j. **strana čtverce rovná se druhé odmocnině z jeho plošného obsahu.** Jest tedy

$$s = \sqrt{p}.$$

Na př.: Obsah čtverce jest 5 m^2 47 dm^2 56 cm^2; jak dlouhá jest strana?

$$5 \text{ m}^2\ 47 \text{ dm}^2\ 56 \text{ cm}^2 = 5{\cdot}4756 \text{ m}^2;$$

$\sqrt{5{\cdot}4756} = 2{\cdot}34$ m $= 2$ m 3 dm 4 cm měří strana.

147 : 43
1856 : 464
„„„„

Míra plošná.

1 m^2 jest čtverec, jehož strana 1 m anebo 10 dm měří; obsah jeho jest tedy 10×10 dm^2 $= 100$ dm^2, t. j.:

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2.$$

Týmž způsobem se lze přesvědčiti, že se

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2 \text{ a}$$
$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2.$$

Násobky jsou:

1 ar (a) $= 100$ m^2,
1 hektar (ha) $= 100$a $= 10000$ m^2,
1 čtvercov. kilom. (km^2) $= 100$ ha $= 10000$a $= 1000000$ m^2.

ÚLOHY.

1. Stanoviti obvod a obsah čtverce, jehož strana měří *a)* 1 m, *b)* 1 dm, *c)* 1 cm, *d)* 1 mm.

2. Strana čtverce měří *a)* 5 m, *b)* 16 m, *c)* 8 dm, *d)* 9 cm, *e)* 4 km; vypočítati vždy obvod a obsah jeho.

3. Jak velký jest obvod a obsah čtverce, jehož strana 5 m 2 dm 4 cm měří?

4. Vypočítati obvod a obsah čtverce, jehož strana měří, *a)* 1 m 4 dm, *b)* 2 m 3 dm 6 cm. *c)* 26 m 4 dm 3 cm 8 mm, *d)* 104·08 m.

5. Skleněná tabule má podobu čtverce, jehož strana jest 5 dm 3 cm dlouhá; jak velký jest obvod a obsah její?

6. Staveniště má podobu čtverce, jehož strana měří 45 m. Vypočítati cenu jeho, platí-li se za 1 m^2 2·5 zl.

7. Kolik arů má pole, mající podobu čtverce, jehož strana 82 m 5 dm měří?

8. Jakou cenu má čtvercové pole, jehož strana 105 m měří, počítá-li se 1 ar po 10 zl. 50 kr.?

9. Zahrada, mající tvar čtverce, jest 60 m dlouhá; kolem do kola uvnitř zahrady jest 1·5 m široká cesta. Jak velká jest plocha cesty?

10. Jak se vypočítá strana čtverce, dán-li jest obvod jeho? $\left(s = \frac{0}{4}.\right)$

11. Obvod čtverce měří 24·8 m; jak velká jest strana jeho?

12. Vypočítejme stranu a obsah čtverce, jehož obvod 3 km 180 m měří!

13.*) Obsah čtverce měří 144 m^2; vypočítati máme jeho stranu a obvod.

14.*) Vypočítati délku strany a obvod čtverce, jehož obsah měří *a)* 2 m^2 25 dm^2, *b)* 1 m^2 48 dm^2 84 cm^2, *c)* 0·2304 m^2, *d)* 11 a 90 m^2 25 dm^2.

15.*) Vypočítejme stranu a obvod čtverce, rovnajícího se svým obsahem součtu dvou jiných čtverců, jichžto strany jsou 4 m 5 dm a 6·82 m!

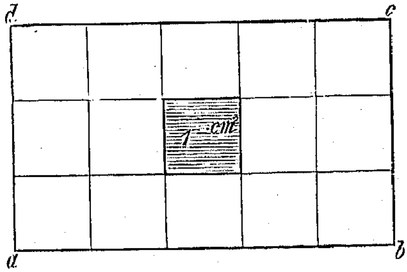
16.*) Jak velká jest strana čtverce, rovnajícího se součtu tří čtverců, jichžto strany měří 4 m, 2 m 3 dm a 3 m 8 cm?

b) Obdélník.

Jednalo-li by se na př. o to, stanoviti obsah a obvod obdélníku *abcd* (obr. 2), jehož základna (délka) 5 cm a jehož výška (šířka) 3 cm měří, rozdělíme základnu na 5, výšku na 3 rovné díly, tak že se každý díl 1 cm rovná. Kreslíme-li každou tečkou dělící k sousedné straně rovnoběžky, rozdělí se tím obdélník na malé čtverce, z nichž každý 1 cm^2 jest. Máme zde tři řady a v každé 5 cm^2, tudíž dohromady $3 \times 5\ cm^2 = 15\ cm^2$.

Podobným způsobem přesvědčíme se, že obsah obdélníku, jehož půdice a výška se 6 dm a 4 dm rovnají, $4 \times 6\ dm^2 = 24\ dm^2$ měří.

Obr. 2.



Z toho následuje:

Obsah obdélníku rovná se součinu z měrných čísel základny (délky) a výšky (šířky).

Pravidlo toto vyjadřuje se obyčejně takto:

Obsah obdélníku rovná se součinu z jeho základny a výšky.

Ze součinu dvou činitelů vypočítá se jeden činitel, když se součin dělí druhým činitelem. Z toho plyne:

Výšku obdélníku vypočítáme, dělíce obsah jeho základnou, a základnu obdélníku určíme, dělíce obsah výškou jeho.

Je-li p obsah obdélníku, z měrné číslo základny a v měrné číslo výšky, jest

$$p = z.v, \quad v = \frac{p}{z}, \quad z = \frac{p}{v}.$$

Poněvadž jsou v každém obdélníku protilehlé strany sobě rovny, jest **obvod** obdélníku $abcd = 2 \times 5$ cm $+ 2 \times 3$ cm anebo $= 2.\ (5 + 3)$ cm $= 16$ cm; z toho plyne:

Obvod obdélníku rovná se dvojnásobnému součtu základny a výšky, jest tedy $o = 2.(z + v)$.

ÚLOHY.

1. Vypočítati obvod a obsah následujících obdélníků:

a)	$z = 4$ m,	$v = 3$ m;
b)	$z = 12$ m,	$v = 6$ m;
c)	$z = 32$ m,	$v = 20$ m;
d)	$z = 8{\cdot}2$ m,	$v = 3{\cdot}8$ m;
e)	$z = 23$ m 5 dm,	$v = 16$ m 8 dm;
f)	$z = 18$ m 3 dm 4 cm,	$v = 14$ m 6 dm 3 cm.

2. Obdélník má

a) 215 m	délky,	76 m	šířky;
b) 12·34 m	„ ,	8·362 m	„ ;
c) 3·823 m	„ ,	1·902 m	„ ;
d) 4 m 8 dm 2 mm	„ ,	3·03 m	„ ;
e) $20\frac{1}{4}$ m	„ ,	$10\frac{4}{5}$ m	„ ;
f) 2 km 302 m	„ ,	1 km 903 m	„ ;
g) 4·31 km	„ ,	3 km 215 m	„ ;

stanovte v každém případě obvod a obsah!

3. Jak velkou plochu má podlaha světnice, jež jest 8 m dlouhá a 5·5 m široká?

4. Změřte délku a šířku učebné síně a vypočítejte pak obsah její podlahy,

5. Změřte délku a výšku školní tabule a vypočítejte její plochu!

6. Kolik čtverečných metrů má 8 m dlouhý a 0·42 m široký čaloun?

7. Ve světnici 6·5 m dlouhé a 4·8 m široké má se klásti nová podlaha prkenná; kolik prken 4·5 m dlouhých a 2·5 dm širokých bude zapotřebí, když se 3% na rozřezání k tomu připočítají?

8. Dvůr 24 m dlouhý a 15 m široký má býti vydlážděn čtvercovými dlaždičkami, jichž hrana měří 3 dm; *a)* kolik dlaždiček bude k tomu třeba, *b)* zač přijde tato dlažba, platí-li se m^2 po 6 zl. 15 kr.?

9. Louka jest 150 m dlouhá a 68 m široká; kolik má arů?

10. Hospodář pronajal 165 m dlouhé a 82 m široké pole; jak velké jest nájemné, když se na jeden ar 2 zl. 40 kr. počítá?

11. Deska stolu jest 1 m 5 dm dlouhá a 1 m 2 dm široká; jak velký jest obvod a obsah vrchní plochy její?

12. Kdosi koupil pro své nové stavení místo v podobě obdélníku, 36 m dlouhé a 20·5 m široké; kolik musí za ně platiti, když čtvereční metr 2 zl. 50 kr. stojí?

13. Co stojí zasklení šesti oken, z nichž má každé 6 tabulek 40 cm širokých a 45 cm vysokých, platí-li se za zasklení 1 m^2 2 zl. 10 kr.?

14. Jak velkou plochu kryje kus sukna, jehož délka 24 m a šířka 8 dm měří?

15. Pole jest 125 m dlouhé a 48 m široké. Vypočísti jest míra jeho a kolik výsevku jest potřebí, počítá-li se 2·5 hl na 1 hektar?

16. Kolik metrů třepení jest potřebí k obroubení koberce 4m dlouhého a 1 m širokého?

17. Tabule 2·3 m dlouhá a 1·4 m široká má se potáhnouti voskovým plátnem; *a)* kolik dm^2 plátna bude zapotřebí, *b)* kolik hřebíčků k připevnění na pokrají bude třeba, jsou-li tyto 4 cm od sebe vzdáleny?

18.*) Rolník vymění své 225 m dlouhé a 100 m široké pole za jiné téhož obsahu, které má podobu čtverce; jak velká jest strana jeho?

19. Obsah 9 m dlouhého obdélníku měří 23·4 m^2; jaká jest jeho šířka?

20. Pole 180 m dlouhé má 72 arů; kolik metrů měří jeho šířka?

21. Pokoj 8 m dlouhý, 6 m široký a 3·5 m vysoký má býti čalouny pokryt; v pokoji tom jsou 4 okna, každé 1·8 m vysoké a 1·1 m široké a jedny dvéře 2 m vysoké a 1·2 m široké. Vezmou se k tomu 40 cm široké čalouny a počítá se za 1 m čalounu 1 zl. 20 kr. a za přilepování 10 kr. od metru. Co stojí vyčalounění toho pokoje?

22. Obdélná deska stolu, jež jest 1·72 m dlouhá a 0·75 m široká, má se potáhnouti voskovým plátnem 8 dm širokým; *a)* kolik metrů plátna jest k tomu třeba, *b)* co bude státi povlek, platí-li se za 1 m^2 plátna 2 zl.?

23. Běliště jest 150 m dlouhé a 80 m široké. Kolik metrů plátna 8 dm širokého lze na tomto bělišti bíliti, odpočítá-li se $^1/_4$ místa celého na stezky mezi bíleným plátnem se nacházející?

24. Jak se vypočítá základna (délka) obdélníku, dán-li jest obvod jeho a výška (šířka)?

25. Obvod obdélníku měří 48 m a výška jeho 9 m; vypočítati základnu a obsah obdélníku.

26. Jak se vypočítá výška (šířka) obdélníku, jehož obvod a základna (délka) jsou známy?

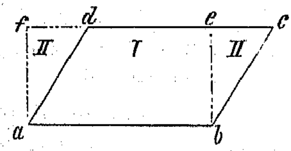
27. Obvod 21 m dlouhého obdélníku měří 62 m; vypočítejte šířku a obsah jeho!

28.*) Vypočítati délku strany a obvod čtverce, jenž jest tak velký jako čtverec, jehož strana jest 5 dm dlouhá, a obdélník 6·2 m dlouhý a 4·3 dm široký, dohromady.

c) Rovnoběžník kosoúhlý.

Vystřihneme-li rovnoběžník *a b c d* (obr. 3.) z lepenky a odřízneme-li od něho pravoúhlý trojúhelník *b c e* (II), zbude lichoběžník *a b e d* (I). Přiložením trojúhelníku tohoto k protější straně *a d* lichoběžníku *a b e d* obdržíme obdélník *abef*, který má s daným rovnoběžníkem stejnou základnu (*ab*), výšku (*b e*) a týž obsah. Jest tudíž patrno, že počítá se obsah kosoúhlého rovnoběžníku tímtéž způsobem, jako obsah obdélníku, jenž má s ním stejnou základnu i výšku.

Obr. 3.



Stanovíme tedy obsah rovnoběžníku kosoúhlého, násobíme-li měrné číslo základny měrným číslem výšky, t. j. $p = z. v.$

Poněvadž i v kosoúhlém rovnoběžníku dvě protilehlé strany jsou si rovny, rovná se obvod jeho dvojnásobnému součtu dvou sousedných stran.

ÚLOHY.

1. Vypočítejte obsah následujících rovnoběžníků:

   a) $z = 20$ m, $v = 14$ m;

   b) $z = 26{\cdot}5$ m, $v = 18{\cdot}23$ m;

   c) $z = 3$ m 6 dm, $v = 1$ m 8 dm 3 cm;

   d) $z = 2{\cdot}832$ m, $v = 2$ m 3 dm 3 cm.

2. Strana kosočtverce měří 1·2 m a jeho výška rovná se 0·85 m; jak velký jest obvod a obsah jeho?

3. Sousedné strany kosodélníku mají 4·63 m a 2·87 m; jak velký jest obvod jeho?

4. Základna kosodélníku měří 6 m 8 dm 3 cm 4 mm a výška jeho rovná se 4·348 m; stanovte obsah jeho!

5. Jak velký jest obsah kosočtverce, jehož základna 34 m 6 dm a výška 28 m 3 dm měří?

6. Pole má podobu kosodélníku, jehož základna 380 m a jehož výška 275·8 m měří; jak jest rozsáhlé?

7. Jak se vypočítá *a)* z daného obsahu a výšky základna a *b)* z daného obsahu a základny výška rovnoběžníku?

8. Měří-li výška kosodélníku 2·8 m a obsah jeho 11·48 m², jak velká jest základna?

9. Pole, mající podobu kosoúhlého rovnoběžníku, má 3 ha 48 a plochy a základna jeho měří 300 m; jak velká jest výška?

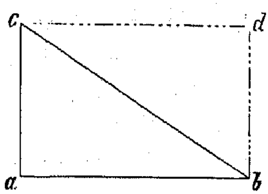
§. 2. Trojúhelník.

Otázky k opakování.

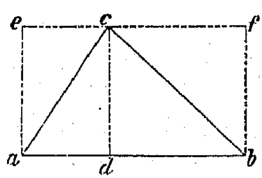
1. Co jest trojúhelník?
2. Kolik stran, úhlův a vrcholů má každý trojúhelník?
3. Jak velký jest součet všech tří úhlů v trojúhelníku?
4. Co jest základna a co výška trojúhelníku?
5. Jak dělíme trojúhelníky *a)* dle stran, *b)* dle úhlů?
6. Jak jmenují se strany trojúhelníku pravoúhlého?

Vypočítati obsah pravoúhlého trojúhelníku *abc* (obr. 4.), jehož základna 3 cm a výška 2 cm měří.

Obr. 4.



Obr. 5.

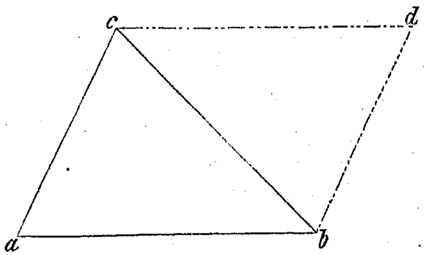


Přiložíme-li ke straně *bc* daného trojúhelníku ještě jeden s ním shodný trojúhelník *bcd*, obdržíme obdélník *abcd*, jehož obsah se rovná 2×3 cm$^2 = 6$ cm^2. Poněvadž však trojúhelník *abc* jest polovicí tohoto obdélníku, rovná se obsah jeho $\frac{2 \times 3 \text{ cm}^2}{2} = 3$ cm^2.

V obr. 5. jest $\triangle$ *abc*, jehož obsah se vypočísti má, trojúhelník kosoúhlý.

Výškou *cd* rozdělí se daný trojúhelník ve dva pravoúhlé trojúhelníky *adc* a *cdb*, které dle předešlého jsou poloviny příslušných obdélníků *adce* a *dbfc*. Oba trojúhelníky dohromady jsou tedy polovicí celého obdélníku *abfe*, který má s daným trojúhelníkem *abc* stejnou základnu *ab* a stejnou výšku *cd*. Z toho jde, že obsah trojúhelníku *abc* rovná se i zde polovičnímu součinu z měrných čísel jeho základny a výšky.

Obr. 6.



Ostatně lze každý rovnoběžník úhlopříčnou na dva shodné trojúhelníky rozděliti (obr. 6.) a tedy každý trojúhelník považovati za polovinu rovnoběžníku, s nímž má touže základnu i výšku.

Z toho následuje:

Obsah trojúhelníku rovná se polovině součinu z měrných čísel jeho základny a výšky (aneb součinu ze základny a poloviny výšky).

Je-li p obsah trojúhelníku, z měrné číslo jeho základny a v měrné číslo výšky, jest

$$p = \frac{z \cdot v}{2} = z \cdot \frac{v}{2} = \frac{z}{2} \cdot v.$$

Jak zní pravidlo toto pro obsah trojúhelníku pravoúhlého!

Měříme-li měřítkem délky všech tří stran, a sečteme li pak měrná čísla jejich, obdržíme **obvod** trojúhelníku daného.

ÚLOHY.

1. Stanovte obsah pravoúhlého trojúhelníku, měří-li jedna odvěsna 5 m a druhá 2 m!

2. Stanoviti obsah rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku, jehož odvěsna měří 1 24 m.

3. Strany trojúhelníku měří 3 dm, 4 dm a 5 dm; jak velký jest obvod jeho?

4. Vypočítati obvod trojúhelníku, jehož strany měří 3·6 m, 4 m 7 dm a 5 m a 4 dm.

5. Vypočítati obsah následujících trojúhelníků:

a) $z = 30$ m, $v = 19$ m;
b) $z = 26{\cdot}8$ m, $v = 14{\cdot}32$ m;
c) $z = 3$ m 6 dm 3 cm 4 mm, $v = 1{\cdot}84$ m.

6. Pole má podobu trojúhelníku, jehož základna 340 a jehož výška 262 m měří; jakou plochu zaujímá a kolik výsevku jest potřebí, počítá-li se 2·2 hl na 1 hektar?

7. Štít střechy podoby trojúhelníkové má se zabedniti. Co stojí prkna, je-li štít 6 m dlouhý a 3·5 m vysoký a platí-li se za m² prken 75 kr.?

8.*) Pravoúhlý pozemek, jehož základna 400 m a výška 128 m měří, má týž obsah jako jiné pole čtvercové. Jak velká jest strana pole čtvercového?

9. Jak se vypočítá výška trojúhelníku, dán-li jest obsah a základna, a jak se vypočítá základna trojúhelníku, dán-li jest obsah a výška jeho? $\left(v = \frac{2p}{z}, z = \frac{2p}{v}.\right)$

10. Obsah trojúhelníku rovná se 24 dm², základna měří 8 dm. Vypočítejte výšku!

11. Obsah trojúhelníku rovná se 235·2 m² a jeho výška 16·8 m; jak velká jest základna?

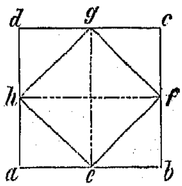
12. Louka trojúhelná, jejíž jedna strana 30 m měří, vymění se za jinou právě tak velikou, mající podobu obdélníku 20 m dlouhého a 15 m širokého. Jak velká jest příslušná výška louky oné?

13. Nakreslete čtverec a jeho úhlopříčny; jak velké úhly svírají obě úhlopříčny a v jakém poměru jsou jejich délky?

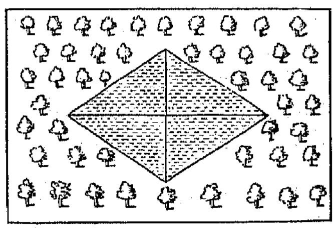
14. Vypočítejte na základě předešlé úlohy obsah čtverce, jehož úhlopříčna měří 4·2 m!

15. Oč jest obsah čtverce *abcd* v obr. 7. větší, než plocha vnitřního čtverce *efgh*?

Obr. 7.



Obr. 8.



16. Jak velké úhly svírají úhlopříčny v kosočtverci?

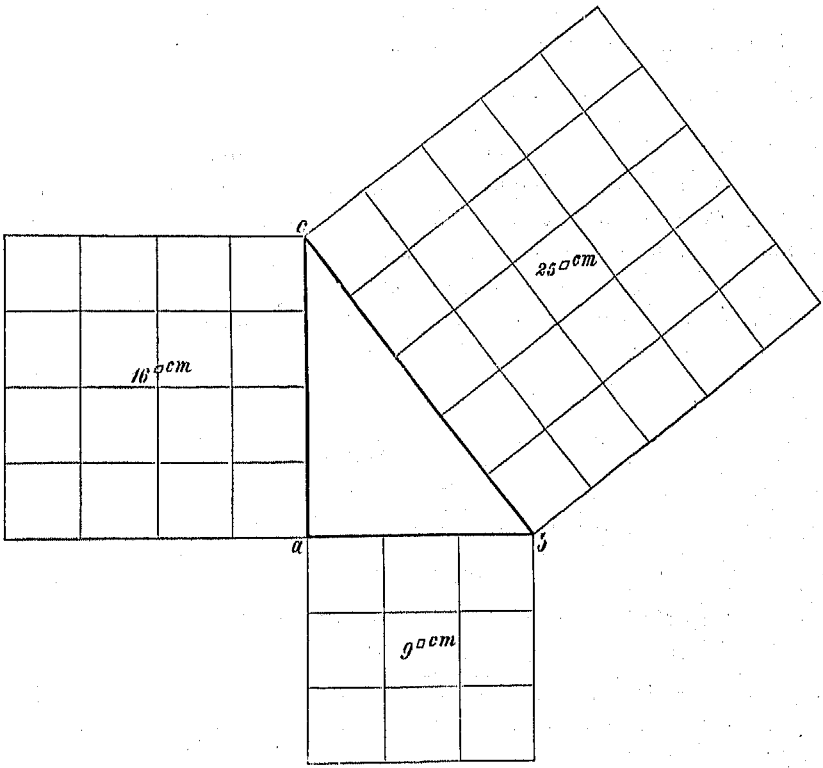
17. V kosočtverci měří jedna úhlopříčna 8·2 m, druhá 6 m 4 dm. Vypočítejte na základě předešlé úlohy obsah jeho!

18. Štěpnice, mající podobu obdélníku (obr. 8.), jest 15 m dlouhá a 10 m široká; uprostřed nachází se záhon květinový podoby kosočtverce, jehož úhlopříčny 10 m a 6 m měří; oč jest plocha štěpnice větší nežli plocha záhonu květinového?

§. 3. Věta Pythagorova.

Zobrazíme-li pravoúhlý trojúhelník (obr. 9.), jehož jedna odvěsna $ab = 3$ cm, druhá $ac = 4$ cm, můžeme se přesným měřením přepony bc přesvědčiti, že tato přesně 5 cm měří. Sestrojíme-li nad všemi stranami trojúhelníku čtverce, a rozdělíme-li

Obr 9.



strany jejich na centimetry, a kreslí-li se posléze tečkami dělicími rovnoběžky ke stranám příslušných čtverců, tak že všeckny tři čtverce na samé cm² se rozdělí, obsahuje pak čtverec nad odvěsnou ab 9 cm², čtverec nad odvěsnou ac 16 cm² a čtverec nad přeponou 25 cm². Poněvadž však $25 = 9 + 16$, má své místo věta:

V pravoúhlém trojúhelníku rovná se čtverec nad přeponou součtu čtverců nad oběma odvěsnami.

Věta tato jmenuje se větou Pythagorovou po svém vynálezci Pythagorovi.

*) Větou touto lze ze dvou daných stran pravoúhlého trojúhelníku vypočítati stranu třetí.

1. Jsou-li obě odvěsny dány, zdvojmocníme jejich měrná čísla, a sečteme čtverce tyto; součet ten stanoví čtverec přepony. Přepona sama rovná se pak druhé odmocnině z onoho součtu.

Na př.: V pravoúhlém trojúhelníku měří jedna odvěsna 8 dm, druhá 6 dm; jak velká jest přepona?

$$\begin{array}{r} 8^2 = 64 \\ 6^2 = 36 \\ \hline \text{Přepona} = \sqrt{100} = 10 \text{ dm.} \end{array}$$

2. Je-li v pravoúhlém trojúhelníku dána přepona a jedna odvěsna, obdržíme čtverec druhé odvěsny, když od čtverce přepony čtverec známé odvěsny odečteme; odvěsna sama rovná se pak druhé odmocnině z onoho rozdílu.

Na př.: Přepona jest 41 cm, jedna odvěsna 9 cm; vypočítati druhou odvěsnu.

$$\begin{array}{r} (41)^2 = 16 \\ 8 \\ 1 \\ \hline 1681 \\ 9^2 = 81 \\ \hline \text{Druhá odvěsna} = \sqrt{1600} = 40 \text{ cm } = 4 \text{ dm.} \end{array}$$

ÚLOHY.

1. Vypočítati přeponu, obvod a obsah pravoúhlého trojúhelníku, měří-li jeho odvěsny
   a) 5 dm a 12 dm,
   b) 1 m 6 dm a 3 m,
   c) 7 dm a 2·4 m.

2. Strana čtverce má *a)* 1 m, *b)* 1·6 m, *c)* 4·84 m; vypočítejte v každém příkladě úhlopříčnu!

3. Jak velká jest úhlopříčna v obdélníku 6 m dlouhém a 4 m širokém?

4. Vypočítejte délku žebříku, který má dosáhnouti do výšky 4 m, stojí-li dole ve vodorovné vzdálenosti 1·5 m ode zdi!

5. Zahrada, mající podobu provoúhlého trojúhelníku, jehož odvěsny 18·8 m a 22 m měří, má se obehnati plotem; jakou délku bude plot zahrady míti?

6. V pravoúhlém trojúhelníku měří
   a) přepona 26 m, jedna odvěsna 24 m;
   b) „ 2·8 m, „ „ 2 m 2 dm;
   c) „ 6·21 m, „ „ 4·234 m;
vypočítati vždy druhou odvěsnu, obvod a obsah trojúhelníku.

7. Úhlopříčna čtverce měří 2·828 m; jak velká jest strana jeho?

8. Úhlopříčna 0·4 m širokého obdélníku měří 9 dm; jak velká jest jeho délka?

9. Strana rovnostranného trojúhelníku měří *a)* 1 m, *b)* 0·48 m, *c)* 3·243 m; vypočítejte v každém příkladě výšku, obsah a obvod trojúhelníku!

10. Vypočítati výšku, obsah a obvod rovnoramenného trojúhelníku, jehož základna měří 10 m a rameno 14 m.

11. V rovnoramenném trojúhelníku měří jedno rameno 2·8 m a výška 2·2 m; vypočísti jest *a)* základna, *b)* obsah a *c)* obvod.

12. Základna rovnoramenného trojúhelníku měří 2 m 3 dm 3 cm a výška 2 m 8 dm; vypočítati délku ramena a obvodu jeho.

13. Vypočítati délku strany a obvod kosočtverce, jehož kratší úhlopříčna 3 m a delší 4·3 m měří.

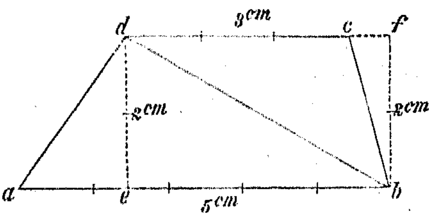
§. 4. Lichoběžník.

Otázky k opakování.

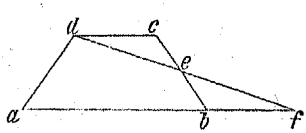
1. Který čtyřúhelník sluje lichoběžník?
2. Čím se liší lichoběžník od rovnoběžníku?
3. Která strana béře se v lichoběžníku obyčejně za základnu?
4. Jak obdržíme výšku v lichoběžníku?

Má-li se stanoviti obsah lichoběžníku *abcd* (obr. 10.), rozdělíme obrazec tento úhlopříčnou *bd* na dva trojúhelníky *abd* a *bcd*, a vypočítáme obsah každého z těchto trojúhelníků zvláště. Základna trojúhelníku *abd* rovná se 5 cm a výška jeho 2 cm, obsah jeho jest pak $\frac{5 \times 2}{2}$ cm$^2 = 5^2$ cm.

Obr. 10.



Obr. 11.



Základna *dc* trojúhelníku *bcd* měří 3 cm a jeho výška $bf = de = 2$ cm; obsah tohoto trojúhelníku jest tedy

$$= \frac{3 \times 2}{2} \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2.$$

Pročež jest obsah lichoběžníku

$$(5 + 3)\ \text{cm}^2 = 8\ \text{cm}^2.$$

Tentýž výsledek obdržíme, když součet obou základen výškou násobíme a součin tento dvěma dělíme, tedy:

$$\frac{(5 + 3) \times 2}{2}\ \text{cm}^2 = \frac{16}{2}\ \text{cm}^2 = 8\ \text{cm}^2.$$

Pravidlo pro vypočítání obsahu lichoběžníku v předešlém příkladě odvozené lze tímto způsobem všeobecně odvoditi:

Rozpůlíme stranu *bc* (obr. 11.) lichoběžníku *abcd* (který se může z papíru vystřihnouti) v bodu *e*, a spojíme bod *e* s bodem *d*. Odříznutím a přenesením trojúhelníku *dec* do polohy *bef* promění se daný lichoběžník v trojúhelník *afd*, mající tentýž obsah. Obsah trojúhelníku tohoto rovná se však polovině součinu z jeho základny (součtu obou rovnoběžných stran lichoběžníku) a výšky; pročež správná jest věta:

Obsah lichoběžníku rovná se součtu jeho rovnoběžných stran násobenému polovinou výšky.

Je-li p obsah, a a b délky rovnoběžných stran a v výška lichoběžníku, jest

$$p = (a + b) . \frac{h}{2} .$$

Jsou-li kromě délek obou rovnoběžných stran také délky druhých dvou stran známy, vypočítáme obvod lichoběžníku, když měrná čísla všech čtyř stran sečteme.

ÚLOHY.

1. Rovnoběžné strany v lichoběžníku měří 30 m a 26 m a výška jeho 16 m; jak velká jest plocha jeho?

2. Vypočítejte obsah těchto lichoběžníků:

a) rovnoběžné strany měří 4 m a 6 m, výška 3 m;

b) „ „ „ 2·8 m a 1·82 m, výška 1·4 m;

c) „ „ „ 8 m 5 dm a 5 m 8 dm 4 cm, výška 4·324 m.

3. Pole má podobu lichoběžníku, jehož rovnoběžné strany 250 m a 180 m, kolmá šířka pak 120 m měří; kolik hektarů má pole toto?

4. Prkno 4·5 m dlouhé jest na jednom konci 0·45 m, na druhém 0·36 m široké; co stojí prkno, platí-li se za 1 m^2 1 zl.?

5. Staveniště má podobu lichoběžníku, jehož rovnoběžné strany 25 m a 20·4 m dlouhé a 16 m od sebe vzdáleny jsou; zač přijde toto staveniště, platí-li se za 100 m^2 150 zl.?

6 Jaký obvod má lichoběžník, jehož rovnoběžné strany 2·8 m a 1·9 m a nerovnoběžné strany 1 m a 1 m 3 dm měří?

7. Jak velká jest strana čtverce, má-li tento týž obsah jako lichoběžník, jehož rovnoběžné strany 46·2 m a 36·4 m měří a 28 m od sebe jsou vzdáleny?

8. Jak vypočítáme výšku (vzdálenosť rovnoběžných stran) lichoběžníku, dány-li jsou obě rovnoběžné strany a obsah jeho?

9. Zahrada 10 arů 75 m² velká má podobu lichoběžníku. Jakou vzdálenosť od sebe mají strany rovnoběžné, když jedna 52 m a druhá 34 m měří?

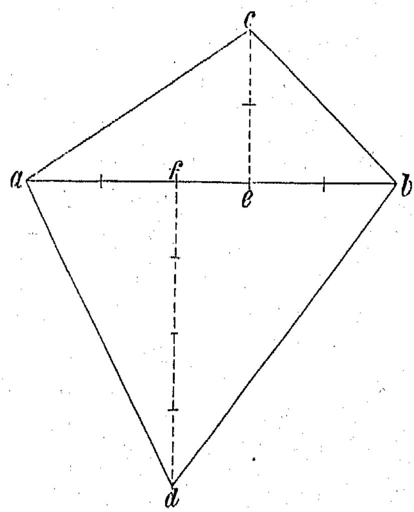
10. Jak dlouhý jest 2 m široký obdélník, mající týž obsah jako lichoběžník, jehož rovnoběžné strany 5 m a 3 m a kolmá šířka 2 m měří?

§. 5. Různoběžník.

Otázky k opakování.

1. Který čtyřúhelník sluje různoběžníkem?
2. Mluvíme též o výšce různoběžníku?

Obr. 12.



Máme-li stanoviti obsah **různoběžníku** (obr. 12.), rozdělíme jej úhlopříčnou (ab) na dva trojúhelníky (abc a abd), jejichž obsahy pak vypočteme a sečteme.

Z bodů c a d spustíme kolmice ce a df na úhlopříčnu ab jakožto společnou základnu obou trojúhelníků a obdržíme tak výšky trojúhelníků abc a abd. Měří-li ab 5 cm, ce 2 cm a df 4 cm,

jest obsah trojúhelníku $abc = \frac{5 \times 2}{2}$ cm² $=$ 5 cm²,

a „ „ $abd = \frac{5 \times 4}{2}$ cm² $=$ 10 cm²,

---

tudíž jest obsah různoběžníku $acbd = 15$ cm².

Změříme-li jednotlivé strany obrazce tohoto a sečteme-li pak jich měrná čísla, obdržíme **obvod** daného různoběžníku.

ÚLOHY.

1. Společná základna obou trojúhelníků měří v různoběžníku 5 m 2 dm a k ní příslušné kolmice 4·2 m a 3 m. Vypočísti jest obsah různoběžníku.

2. Co stojí zahrada, mající podobu různoběžníku, jehož jedna úhlopříčna 50 m a kolmice na ni s protějších vrcholů spuštěné 40 m a 36 m měří, platí-li se za 1 ar 8 zl. 20 kr.?

3. Zobrazte dva rozličné různoběžníky, nakreslete v každém jednu úhlopříčnu, spusťte s protějších vrcholů na ni kolmice a určte obsah obou různoběžníků!

§. 6. Mnohoúhelník.

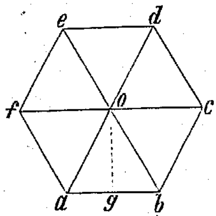
Otázky k opakování.

1. Které přímočárné obrazce nazýváme mnohoúhelníky?
2. Čím jest úhlopříčna v mnohoúhelníku?
3. Na kolik trojúhelníků rozdělí se mnohoúhelník úhlopříčnami s jednoho vrcholu jdoucími?
4. Jak velký jest součet všech úhlů v mnohoúhelníku?
5. Jaké druhy mnohoúhelníků znáte, hledíce ku stranám a k úhlům jejich?
6. Který mnohoúhelník jest pravidelný, který nepravidelný?

a) Mnohoúhelník pravidelný.

Spojíme-li v pravidelném mnohoúhelníku (obr. 13.) střed *o* se všemi vrcholy, rozdělíme jej na trojúhelníky, jejichžto obsahy vypočteme a pak sečteme. Poněvadž trojúhelníky tyto jsou vespolek **shodny**, jest zapotřebí jen jeden takovýto trojúhelník vypočísti a jeho obsah počtem trojúhelníků (anebo počtem stran mnohoúhelníku) znásobiti.

Obr. 13.



Obsah trojúhelníku *abo* rovná se součinu z *ab* a z poloviny výšky *og*; obsah všech šesti trojúhelníků rovná se tedy šestkrát *ab* násobeno polovinou výšky *og* (polovinou vzdálenosti středu od strany mnohoúhelníku); jelikož však šestkrát *ab* obvodu mnohoúhelníku se rovná, pravíme:

Obsah pravidelného mnohoúhelníku rovná se měrnému číslu obvodu jeho násobenému polovinou měrného čísla vzdálenosti středu od některé strany.

Je-li *o* měrné číslo obvodu mnohoúhelníku a *v* měrné číslo vzdálenosti středu od jedné strany, jest obsah $p = o \cdot \frac{v}{2}$.

Je-li dána délka strany pravidelného mnohoúhelníku, nesmí se vzdálenost středu ode strany libovolně vzíti, poněvadž délka tato zcela určitým způsobem na délce strany závisí.

Máme-li tuto vzdálenosť stanoviti, násobíme stranu danou

v rovnostranném	trojúhelníku	číslem	0·28868,
ve čtverci		„	0·50000,
v pravidelném	pětiúhelníku	„	0·68819,
„ „	šestiúhelníku	„	0·86603,
„ „	sedmiúhelníku	„	1·03826,
„ „	osmiúhelníku	„	1·20711,
„ „	devítiúhelníku	„	1·37374,
„ „	desítiúhelníku	„	1·53884,
„ „	jedenáctiúhelníku	„	1·70284,
„ „	dvanáctiúhelníku	„	1·86603,
„ „	šestnáctiúhelníku	„	2·51366,
„ „	dvacítiúhelníku	„	3·15688.

Obvod pravidelného mnohoúhelníku rovná se číslu míry strany násobenému počtem stran.

ÚLOHY.

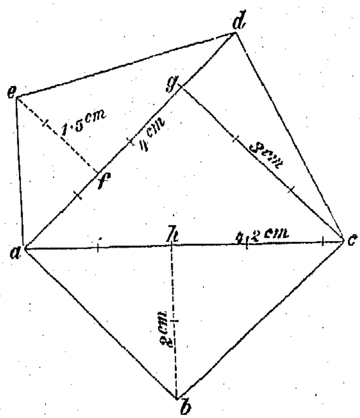
1. Strana výše jmenovaných mnohoúhelníků měří 2·8 dm; vypočítati *a)* obvod, *b)* vzdálenosť středu od jedné strany a *c)* obsah.

2. Jak velký jest obsah pravidelného čtyřúhelníku, jehož strana měří 12·3 cm? (Užiti se má při řešení úkolu tohoto způsob nahoře a způsob dříve při čtverci uvedený.)

3. Obvod pravidelného dvánactiúhelníku měří 60 cm; stanovte stranu a obsah mnohoúhelníku tohoto!

4. Mají se vytknouti hranice besídky, jejížto půdorys má podobu pravidelného šestiúhelníku, jehož strana 2·4 cm měří; jaké plochy bude k tomu zapotřebí?

Obr. 14.



b) Mnohoúhelník nepravidelný.

Obsah mnohoúhelníků nepravidelných lze hlavně dvěma způsoby stanoviti a to:

1. Mnohoúhelník rozdělí se úhlopříčnami na samé trojúhelníky, jichž obsahy jednotlivě vypočítáme a pak sečteme.

Na př.: Nepravidelný pětiúhelník *abcde* (obr. 14.) rozložíme úhlopříčnami *ad* a *ac* na trojúhelníky *ade*, *acd* a *abc*, jejichž základny a výšky měřením následovně shledáme:

$$ad = 4 \text{ cm a } ef = 1{\cdot}5 \text{ cm},$$
$$\text{,, ,, ,, } cg = 3 \text{ cm},$$
$$ac = 4{\cdot}2 \text{ cm ,, } bh = 2 \text{ cm}.$$

Z toho následuje:

$$\triangle\, ade = \frac{4 \times 1{\cdot}5}{2} = 3 \text{ cm}^2,$$

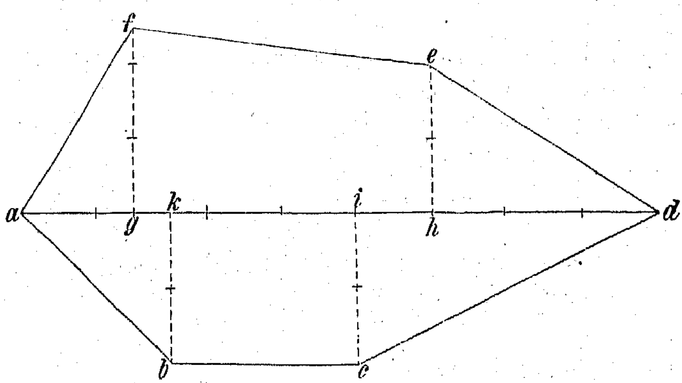
$$\triangle\, acd = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2,$$

$$\triangle\, abc = \frac{4{\cdot}2 \times 2}{2} = 4{\cdot}2 \text{ cm}^2.$$

Pětiúhelník *abcde* $= 13{\cdot}2 \text{ cm}^2$.

2. Nejvzdálenější dva vrcholy *a* a *d* (obr. 15.) spojíme úhlopříčnou a spustíme na ni se všech vrcholů kolmice; tím rozdělíme mnohoúhelník na pravoúhlé trojúhelníky a lichoběžníky (někdy také rovnoběžníky), jichž obsahy jednotlivě vypočteme a pak sečteme.

Obr. 15.



Měřením jednotlivých délek v obr. 15. shledáme:

$$ag = 1{\cdot}5 \text{ cm},$$
$$fg = 2{\cdot}5 \text{ ,,},$$
$$gh = 4 \text{ ,,},$$
$$eh = 2 \text{ ,,},$$
$$hd = 3 \text{ ,,},$$
$$di = 4 \text{ ,,},$$

$$ci = bk = 2 \text{ cm},$$
$$ki = 2{\cdot}5 \text{ „ },$$
$$ak = 2 \text{ „ }.$$

Provedení výpočtu jest zde toto:

$$\triangle\ agf = \frac{1{\cdot}5 \times 2{\cdot}5}{2} = 1{\cdot}875 \text{ cm}^2,$$
$$\text{lichoběžník}\quad ghef = \frac{(2{\cdot}5 + 2) \cdot 4}{2} = 9 \text{ „ }$$
$$\triangle\ hde = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \text{ „ }$$
$$\triangle\ cdi = \frac{4 \times 2}{2} = 4 \text{ „ },$$
$$\text{rovnoběžník}\quad bcik = 2{\cdot}5 \times 2 = 5 \text{ „ },$$
$$\triangle\ abk = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \text{ „ }.$$

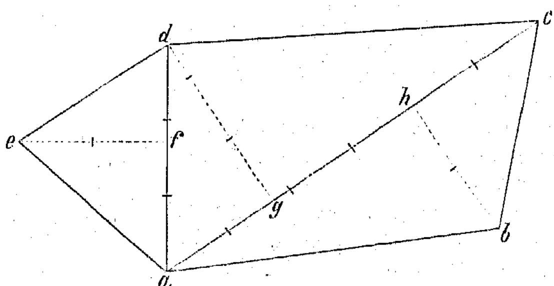
Mnohoúhelník $abcdef = 24{\cdot}875$ cm^2.

Chtěli-li bychom však ještě obvod daného mnohoúhelníku stanoviti, změřili bychom jednotlivé strany jeho a sečtli pak měrná čísla jejich.

ÚLOHY.

1. Jaký obsah má obrazec 16., je-li $ad = 3$ cm, $ef = 2$ cm, $ac = 6$ cm, $dg = 2{\cdot}5$ cm a $bh = 2$ cm?

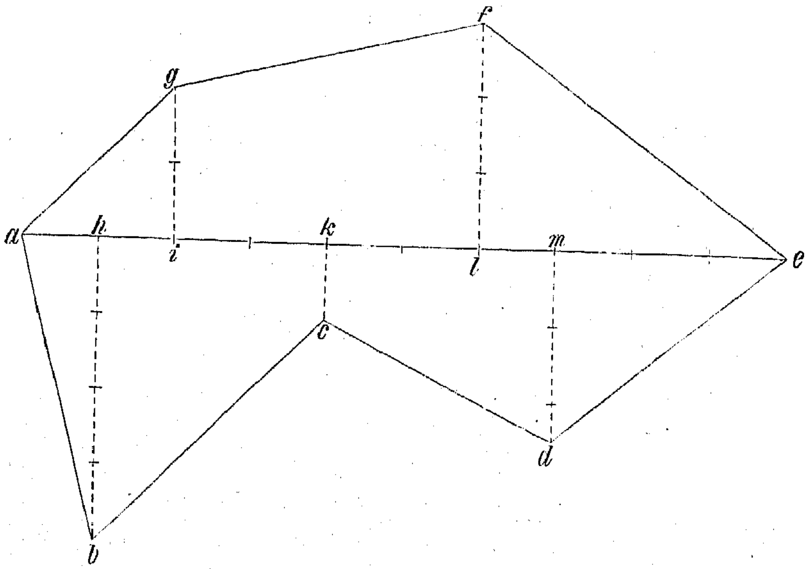
Obr. 16.



2. Zobrazte nepravidelný šestiúhelník, rozložte jej úhlopříčnami na samé trojúhelníky a vypočítejte pak obsah jeho!

3. Jak velký jest obsah sedmiúhelníku *abcdefg* (obr. 17.), je-li $ai = 2$ cm, $gi = 2$ cm, $il = 4$ cm, $fl = 3$ cm, $le = 4$ cm, $me = 3$ cm, $dm = 2{\cdot}5$ cm, $km = 3$ cm, $ck = 1$ cm, $hk = 3$ cm, $bh = 4$ cm a $ah = 1$ cm?

Obr. 17.



4. Zobrazte nepravidelný osmiúhelník (devitiúhelník, desitiúhelník), rozdělte jej přiměřenou úhlopříčnou a kolmicemi z jednotlivých vrcholů spuštěných v trojúhelníky a lichoběžníky a stanovte pak obsah celého obrazce!

B. Obvod a obsah křivočárných obrazců.

§. 7. Kruh.

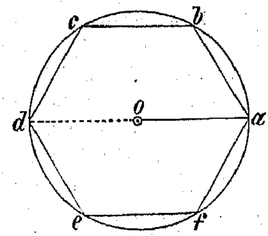
Otázky k opakování

1. Jak se vytvoří kružnice?
2. Jak jmenuje se obvod kruhu?
3. Co jest kruh?
4. Co jest poloměr, průměr, tětiva, sečna a tečna kružnice?
5. Jak se mají kruhy co do jich velikosti k sobě, jichž poloměry nebo průměry jsou si rovny?
6. Co jest polokružnice, čtverník (kvadrant) a oblouk kruhový?
7. Jmenujte díly plochy kruhové!
8. Jaké úhly rozeznáváme v kruhu?
9. Které kružnice slovou soustřednými? které výstřednými?

a) Obvod kruhu.

V kruhu s poloměrem *oa* (obr. 18.) nanésti se dá délka rovná poloměru šestkrát jako tětiva tak, že vznikne pravidelný do kruhu vepsaný šestiúhelník. Poněvadž však přímka jest nejkratší čára, jíž lze mezi dvěma body kresliti, jest kruhový oblouk *ab* větší než přímka *ab*; celý obvod kruhu jest tedy větší než **šesteronásobný poloměr** anebo **trojnásobný průměr.**

Obr. 18.



Obvod kruhu tedy obdržíme, když měrné číslo průměru jeho číslem násobíme, které něco málo větší jest než 3. Přesným měřením a porovnáváním obvodu kruhu s jeho průměrem jakož i zevrubným výpočtem shledáno, že se číslo toto rovná 3·14159... Pro obyčejný výpočet stačí však hodnota $3^1/_7 = {}^{22}/_7$ anebo 3·14.

Číslo toto sluje **číslem Ludolfovým** a znamená se řeckým písmenem π (pi).

Z předešlého následuje, značí-li *d* průměr, *r* poloměr a *o* obvod kruhu:

$$o = d.\ \pi = 2r.\ \pi, \text{ tedy}$$

$$d = \frac{o}{\pi} \text{ a } r = \frac{o}{2\pi}, \text{ t. j.:}$$

1. **Obvod kruhu rovná se průměru** (anebo **dvojnásobnému poloměru**) **násobenému číslem Ludolfovým.**

2. **Průměr kruhu rovná se obvodu dělenému číslem Ludolfovým.**

3. **Poloměr kruhu rovná se obvodu dělenému dvojnásobným číslem Ludolfovým.**

ÚLOHY.

1. Průměr kruhu měří 4 cm; stanovte obvod jeho!

4 cm $\times 3^1/_7 = 12^4/_7$ cm anebo 4 cm $\times$ 3·14 = 12·56 cm, přesněji 4 cm $\times$ 3·14159 = 12·56636 cm.

2. Vypočítejte obvod kruhu, jehož průměr má

a) 3 m,	*c)* 4·8 cm,	*e)* 15 m 4 dm,	*g)* 12·213 m,
b) 13 cm,	*d)* 2·8 m,	*f)* 2 m 3 dm 4 cm,	*h)* 3 m 5 cm!

3. Jak velký jest obvod kruhu, jehož poloměr měří

a) 2 m,	*c)* 3 m 4 dm,
b) 2·16 m,	*d)* 6 m 8 dm 3 cm 4 mm?

4. Obvod kruhu má 12 cm; stanovte průměr a poloměr jeho!

5. Obvod kruhu měří

a) 8 m,	*c)* $18^6/_7$ m,	*e)* 2 m 6 dm 8 cm,
b) 12·4 m,	*d)* 2·468 m,	*f)* 182 m 8 dm 4 cm 3 mm;

vypočítejte průměr a poloměr jeho!

6. Jakou dráhu vykoná hrot 12 cm dlouhé malé ručičky za hodinu?

6. Kolo vozové má 1·2 m v průměru; jak velký jest obvod jeho a jakou dráhu vykoná, otočí-li se 120krát?

8. Jak dlouhá jest stužka klobouku válcovitého, jehož průměr měří 1·8 dm, počítá-li se 2 dm na mašli?

9. Jakou délku musí míti řetěz, aby se mohl 20krát okolo hřídele otočiti, jehož průměr měří 2·5 dm?

10. Kolik osob může seděti kolem okrouhlého stolu, jehož průměr měří $25^5/_{11}$ dm, vyžaduje-li se pro osobu 8 dm obměru stolu? ($\pi = 3^1/_7$.)

11. Kolikrát otočí se zadní kolo u vozu na dráze 2 km dlouhé, měří-li průměr jeho 1·2 m?

12. Velkolepý okrouhlý obraz Rafaela, madonna della sedia, má 6·75 dm výšky; jak velký jest obvod jeho?

13. Jak velký jest průměr kmene, jehož obvod měří 1 m?

14. Rovník zeměkoule měří 5400 zeměpisných mil anebo 40070 km; kolik zeměpis. mil a kolik kilometrů má průměr zeměkoule?

15. Jak velký musí býti průměr rumpálu, jehož obvod má míti 2 m?

16. Obvod kruhu má 23·4 cm; jak dlouhý jest oblouk pro 48^0?

$$360^0 \text{ mají délku } 23{\cdot}4 \text{ cm},$$
$$1^0 \text{ má } \;„\; \frac{23{\cdot}4}{360} \text{ cm},$$
$$48^0 \text{ mají } \;„\; \frac{23{\cdot}4 \times 48}{360} \text{ cm} = 3{\cdot}12 \text{ cm}.$$

17. Průměr kruhu má 4 m; jak velký jest *a)* obvod, *b)* oblouk pro $36^0 30'$?

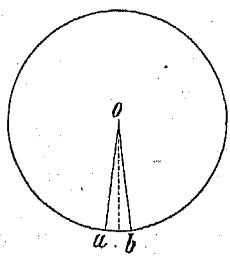
18. Jak velký jest oblouk, příslušný středovému úhlu *a)* 45^0, *b)* $120^0 30'$ a *c)* $48^0 20' 30''$ v kruhu, jehož poloměr měří 0·5 m?

19. Jak velký jest *a)* obvod, *b)* průměr, *c)* poloměr kruhu, v němž přísluší ku středovému úhlu 36^0 oblouk 2·3 m dlouhý?

20. Jak velký jest poloměr kruhu, v němž měří oblouk příslušný středovému úhlu 25^0 *a)* 1 dm, *b)* 3·8 dm, *c)* 4·32 dm a *d)* 1 m 8 dm?

b) Obsah kruhu.

Obr. 19.



Rozdělíme-li obvod kruhu na samé malé dílky, jako *ab* (obr. 19.), můžeme tyto považovati za přímky. Kreslíme-li pak ze středu *o* poloměry k tečkám dělícím na obvodu, rozloží se tím kruh v samé kruhové výseče, které za trojúhelníky považovati můžeme. Výšky jejich rovnají se poloměru kruhu. Obsah každého takového trojúhelníku rovná se součinu z jeho základny (oblouku) a poloviny poloměru, a obsah kruhu rovná se pak součtu obsahu všech trojúhelníků. Jelikož všecky tyto trojúhelníky touže výšku (poloměr kruhu) mají, a součet jich základen obvodu kruhu se rovná, uzavíráme z toho:

Obsah kruhu rovná se součinu z měrných čísel obvodu a poloviny poloměru jeho.

Jest tedy $p = o . \frac{r}{2}$.

Je-li n. př. poloměr kruhu 5 cm, jest

$$obvod = 2 \times 5 \times 3{\cdot}14 \text{ a}$$

$$obsah = 2 \times 5 \times 3{\cdot}14 \times \frac{5}{2} \text{ anebo}$$

$$= 5 \times 5 \times 3{\cdot}14 = 5^2 \times 3{\cdot}14, \text{ t. j.:}$$

$$p = r^2 . \pi .$$

Můžeme tedy také říci:

Obsah kruhu rovná se druhé mocnině jeho poloměru násobené číslem Ludolfovým.

Z dotčeného příkladu následuje také:

Obsah výseče kruhové rovná se součinu z délky oblouku a poloviny poloměru.

Obsah mezikruží obdržíme, odečteme-li od obsahu kruhu velkého obsah kruhu malého.

ÚLOHY.

1. Poloměr kruhu rovná se 4 cm; jaký jest jeho obsah?

$$r = 4 \text{ cm},$$
$$d = 8 \text{ cm},$$
$$o = 8 \text{ cm} \times 3{\cdot}1416 = 25{\cdot}1328 \text{ cm},$$
$$\frac{r}{2} = 2 \text{ cm},$$
$$\text{obsah kruhu } p = 25{\cdot}1328 \times 2 = 50.2656 \text{ cm}^2,$$
$$\text{anebo: } r^2 = 4^2 = 16$$
$$p = r^2 . \pi = 3{\cdot}1416 \times 16$$
$$1{\cdot}88496$$
$$50{\cdot}2656 \text{ cm}^2.$$

2. Vypočítati obsah kruhu, jehož poloměr má *a)* 8 cm, *b)* 3·4 m *c)* 4 m 8 dm 3 cm, *d)* 1 m 3·48 dm.

3. Jak velký jest obsah kruhu, jehož průměr měří, *a)* 6 m, *b)* 4·284 m, *c)* 5 dm 8 cm, *d)* 24 m 8 dm 3 cm 4 mm?

4. Průměr kmene dubového jest 1 m; jak velký jest příčný průřez jeho

5. Jak velká jest plocha rovníku zemského? (Viz úlohu 14., str. 22!)

6. Jak velká jest vrchní plocha okrouhlého stolu, jehož průměr má 1 m 2 dm?

7. Obvod kmene měří 1·92 m; jak velký jest příčný průřez jeho?

8. Jak se určí *a)* poloměr, *b)* průměr kruhu, dán-li jest obsah jeho?

$$\left(r = \sqrt{\frac{p}{\pi}},\ d = 2.\sqrt{\frac{p}{\pi}}.\right)$$

9.*) Jak velký jest poloměr kruhu, jehož obsah měří *a)* 3 m^2, *b)* 234 m^2, *c)* 84 cm^2, *d)* 32 m^2 16 dm^2 18 cm^2?

10.*) Vypočítejte průměr kruhu, jehož obsah rovná se *a)* 20 dm^2, *b)*, 16 m^2, *c)* 18 m^2 16 dm^2 48 cm^2!

11.*) Strana čtverce rovná se 3 m, určete poloměr, průměr a obvod kruhu, jenž má se čtvercem rovný obsah!

12. Jaký obsah má výseč kruhová, rovná-li se oblouk její 0·8 m a poloměr kruhu 1 m?

13. Stanovte obsah kruhové výseče z poloměru 1·5 m a úhlu středového 35°! (Viz úlohu 16., str. 22!)

14. Jaký obsah má výseč kruhová, rovná-li se poloměr 0·4 m a úhel středový *a)* 45°, *b)* 60°, *c)* 40°20' a *d)* 38°30'15''?

15. Průměr většího kruhu měří 4 m, průměr menšího kruhu 2·8 m; vypočítejte obsah mezikruží!

16. Obvody dvou soustředných kruhů mají 16·4 m a 10·24 m; vypočítejte obsah mezikruží!

17. Uprostřed okrouhlého rybníku, jehož průměr 42 m měří, nachází se okrouhlý ostrov, jenž má v průměru 10 m; jakou plochu zaujímá hladina vody?

18. Vnější obvod okrouhlé věže má 18·84 m, vnitřní však 14·13 m; jak velká jest základna zdi?

19. Do kruhu, jehož průměr měří 1 m, vepsán jest čtverec; oč jest kruh ten větší, než jmenovaný do něho vepsaný čtverec?

§. 8. Obsah roviny ellipsou omezené.

Otázky k opakování.

1. Která oblá tělesa dají jakožto průsek rovinný ellipsu?
2. Jakou polohu musí míti rovina sečná k ose válce nebo kužele, aby průsek omezen byl ellipsou?
3. Jak vznikne ellipsa a jakou vlastnosť má každý bod obvodu jejího?
4. Jak obdržíme v ellipse velkou a jak malou osu?

Obsah roviny ellipsou omezené lze podobným způsobem jako obsah kruhu určiti; potřebujeme totiž jen do vzorce pro obsah kruhu místo čtverce poloměru součin obou poloos ellipsy dosaditi a obdržíme vzorec pro obsah roviny ellipsou omezené.

Obsah kruhu $= r.\ r.\ \pi$ a značí-li a polovinu velké a b polovinu malé osy, jest tedy obsah ellipsy $= a.\ b.\ \pi$, z čehož toto pravidlo jde:

O b s a h ellipsou omezené roviny rovná se součinu z měrných čísel poloos a čísla Ludolfova.

ÚLOHY.

1. Jak velký jest obsah ellipsou omezené roviny, jsou-li osy zdélí 10 m a 8 m?

Obsah ellipsy $= \frac{10}{2} \times \frac{8}{2} \times 3{\cdot}14 = 5 \times 4 \times 3{\cdot}14 = 62{\cdot}8$ m².

2. Vypočítati obsah roviny ellipsou omezené, v níž mají velká a malá osa tyto hodnoty:

a) 8 m a 4 m,
b) 3·14 m a 2·182 m,
c) 4 m 2 dm 8 cm a 3 m 8 dm,
d) 6 dm 4 cm a 2·4 dm.

3. Jak velkou plochu má deska stolu podoby elliptické, měří-li osa velká 2·6 m a osa malá 1·5 m?

4. Jak velké jest dno nádržky elliptické, které jest 22 m dlouhé a 14 m široké?

5. Vodojem elliptický jest 20 m 5 dm dlouhý a 15·8 m široký; jakou plochu zaujímá v něm hladina vody?

6. V obdélníkové 40 m dlouhé a 28 m široké zahradě nachází se uprostřed elliptický záhon květinový 12·8 m dlouhý a 8·4 m široký; oč jest plocha celé zahrady větší než plocha záhonu?

7. *) Čtverec rovná se obsahem svým rovině ellipsou omezené, v níž měří osy 3·24 m a 2·8 m; vypočítejte délku strany čtverce.

8. *) Jak velký jest poloměr kruhu téhož obsahu jako rovina ellipsou omezená, v níž mají osy 3 m 8 dm a 2·4 m?

9. *) Malá osa roviny ellipsou omezené měří 2·3 m a obsah roviny této 8 m² 16 dm² 40 cm²; jakou délku má osa velká?

10. *) Poloosa malá měří 3·5 cm a vzdálenost jednoho ohniska od středu ellipsy rovná se 2·3 cm; jak velká jest poloosa velká, a jakou plochu zaujímá ellipsa tato?

II. Povrch a obsah těles.

P o v r c h tělesa jest součet měrných čísel všech jeho stěn; povrch měří se m ě r o u p l o š n o u.

Povrch tělesa hranatého obdržíme, když obsahy jeho stěn jednotlivě vypočteme a pak sečteme. Je-li těleso pravidelné, vypočteme jen jednu jeho stěnu a obsah tento znásobíme počtem stěn.

K r y c h l o v ý m o b s a h e m čili krátce o b s a h e m tělesa rozumí se velikost prostoru, stěnami jeho omezeného.

Délky měříme — jak známo — délkami a plochy plochami. Podobně jako byla měrou ku měření délek délka známá, měrou pro plochy plocha známé velikosti, tak jest měrou pro stanovení obsahu těles těleso, jehož velikost známe. Vezmeme tedy nějaké těleso známé velikosti za jednotku tělesomíry a zkoumáme, kolikrát toto v tělese daném obsaženo jest.

Číslo, udávající kolikrát jednotka tělesomíry v daném tělese jest obsažena, sluje číslem míry čili měrným číslem jeho krychlového obsahu anebo zkrátka jeho obsahem.

Nejpřiměřenější měrou jest tu krychle, jejíž hrana jest jednotkou míry délkové a jejíž stěny jsou zároveň jednotkou míry plošné. Krychle taková má 1 m dlouhé hrany a sluje krychlovým metrem (m^3). Krychle, jejíž hrana 1 dm, 1 cm atd. dlouhá jest, sluje pak krychlovým decimetrem (dm^3), krychlovým centimetrem (cm^3) atd.

Poněvadž bezprostředné měření těles jednotkou tělesomíry velmi obtížné a nejčastěji i nemožné jest, hledíme i zde, jako při plochách, krychlový obsah tělesa dle odvozených pravidel určiti počtem z délek jistých hran, na nichž velikost daného tělesa závisí.

A. Povrch a obsah těles hranatých.

§. 9. Hranol.

Otázky k opakování.

1. Která tělesa hranatá jmenují se hranoly?
2. Který hranol nazývá se přímým, který nakloněným?
3. Co jest výška hranolu?
4. Jaké obrazce mohou býti základny či půdice hranolu?
5. Jaké čtyřúhelníky jsou vždy pobočné stěny nebo boky hranolu?
6. Který hranol sluje rovnoběžnostěnem?
7. Který rovnoběžnostěn sluje krychlí čili kostkou?
8. Kolik stěn, vrcholů a hran má krychle?
9. Jakou velikosť a tvar mají stěny krychle vespolek?
10. Jsou si všecky hrany krychle rovny?

a) Krychle.

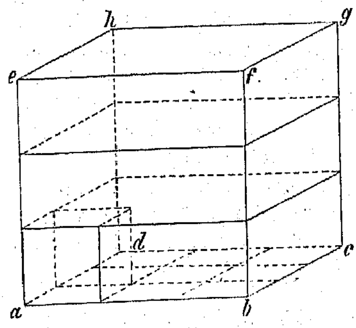
Krychle jest omezena šesti shodnými čtverci. Povrch krychle jest tedy šestkrát tak velký než obsah jedné stěny jeho. Z toho jde:

Povrch krychle rovná se šestinásobnému čtverci měrného čísla hrany jeho.

Značí-li a hranu a p povrch krychle, jest

$$p = 6.\ a^2.$$

Obr. 20.



Obsah krychle (obr. 20.), jejíž hrana měří 3 cm, měl by se vypočítati.

Základna krychle této obsahuje $3 \times 3\ \text{cm}^2 = 9\ \text{cm}^2$. Můžeme tedy na plochu základnou 9 krychlových centimetrů položiti, jež všechny dohromady tvoří vrstvu 1 cm vysokou. Jelikož pak krychle daná 3 cm vysoká jest, lze podél výšky její tři takové vrstvy po 9 krychlových centimetrech položiti; krychlový obsah jest tedy 3krát 9 krychl. centimetrů čili $3 \times 3 \times 3\ \text{cm}^3 = 27\ \text{cm}^3$.

Týmž způsobem lze ukázati, že se obsah krychle, jejíž hrana na př. 5 dm měří, rovná $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125\ \text{dm}^3$ atd., z čehož následuje:

Obsah krychle stanovíme, když měrné číslo její hrany třikrát sebou znásobíme.

Číslo násobiti třikrát sebou znamená, je ztrojmocniti. Pravíme proto kratčeji:

Obsah krychle rovná se třetí mocnině její hrany.

Značí-li o obsah krychle, jest

$$o = a.\ a.\ a = a^3.$$

Míra tělesná.

1 m^3 jest krychle, jejíž hrana 1 m anebo 10 dm měří; obsah její jest tedy $10 \times 10 \times 10\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{dm}^3$.

Týmž způsobem lze se přesvědčiti, že se

$$1\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{cm}^3,$$
$$1\ \text{cm}^3 = 1000\ \text{mm}^3.$$

1 dm^3 jakožto míra dutá slove litrem; 100 litrů (l) = 1 hektolitr (hl). 1 m^3 = 10 hl.

ÚLOHY.

1. Vypočítati povrch a obsah krychle, jejíž hrana měří 4 dm.

$$p = 4^2 \times 6 = 96 \text{ dm}^2.$$
$$o = 4^3 = 4^2 \times 4 = 64 \text{ dm}^3.$$

2. Vypočítati povrch a obsah krychle, jejíž hrana měří: *a)* 2 cm, *b)* 1 m 3 dm, *c)* 4 m 8 dm 3 cm 2 mm, *d)* 12·343 m.

3. Vnitřní šířka krychlové nádoby má 4·5 dm; kolik litrů vejde se do této nádoby?

4. Jak těžká jest měděná krychle, jejíž hrana měří 1·28 dm, váží-li 1 dm³ mědi 8·9 kg?

5. Hrana krychle z bukového dřeva měří 0·82 dm; jak těžká jest krychle tato, váží-li 1 dm³ dřeva bukového 0·74 kg?

6.*) Jak se vypočítá z daného povrchu krychle její hrana?

$$(a = \sqrt{\frac{p}{6}}.)$$

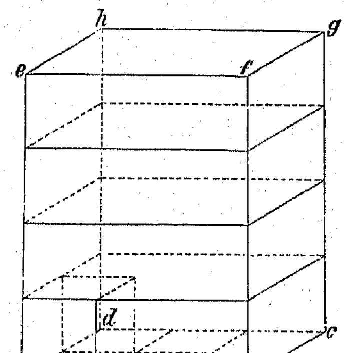
7.*) Vypočítejte délku hrany a obsah krychle, jejíž povrch měří 26·46 dm²!

8.*) Obsah jedné stěny krychle jest 1 m² 44 dm²; vypočítati povrch, délku hrany a obsah její.

b) Rovnoběžnostěn pravoúhlý.

Vypočítati povrch a obsah pravoúhlého rovnoběžnostěnu (obr. 21.), jehož délka má 3 cm, šířka 2 cm a výška 4 cm.

Obr. 21.



Povrch tělesa tohoto skládá se ze dvou shodných základen a čtyř pobočných stěn, z nichž vždy dvě protilehlé týž obsah mají.

Základna *abcd* má délku $ab = 3$ cm a šířku $bc = 2$ cm; obsah její jest tedy $3 \text{ cm}^2 \times 2 = 6 \text{ cm}^2$. Pobočná stěna *abfe* jest 3 cm dlouhá a 4 cm vysoká; obsah její jest $3 \text{ cm}^2 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$. Pobočná stěna *bcgf* jest 2 cm široká a 4 cm vysoká; její obsah rovná se tedy $2 \text{ cm}^2 \times 4 = 8 \text{ cm}^2$.

Dvojnásobná základna	$= 2 \times 6$ cm²	$= 12$ cm²,
dvě pobočné stěny	$= 2 \times 12$ „	$= 24$ „ ,
druhé dvě pobočné stěny	$= 2 \times 8$ „	$= 16$ „ .
Povrch rovnoběžnostěnu		$=$ **52 cm²**.

Součet obsahů pobočných stěn jmenuje se také **povrchem pobočným.**

Myslíme-li si povrch pobočný rovnoběžnostěnu pravoúhlého, vůbec hranolu přímého, v rovinu rozvinutý, obdržíme obdélník téže výšky jako daný hranol, jehož základna se rovná obvodu základny rovnoběžnostěnu. V každém přímém hranolu rovná se tedy obsah pobočného povrchu součinu z obvodu základny a výšky hranolu.

V příkladě předcházejícím jest tedy povrch pobočný

$= 4 \times (2 \times 3 + 2 \times 2) = 4 \times 10\,cm^2 = \mathbf{40\,cm^2}$,

k tomu dvojnásobná základna . . . . $= 12$ „ ,

dá opět povrch hranolu . . . . $= \mathbf{52\,cm^2}$.

Základna rovnoběžnostěnu (obr. 21.) obsahuje $3 \times 2\ cm^2 = 6\ cm^2$, tudíž lze na ni 6 cm^3 vedle sebe položiti, jež všechny dohromady tvoří vrstvu 1 cm vysokou. Jelikož výška rovnoběžnostěnu má 4 cm, daly by se do něho složiti 4 vrstvy po 6 cm^3. Obsah tělesa tohoto jest tedy $= 4 \times 6\ cm^3$ anebo $3 \times 2 \times 4 = \mathbf{24\,cm^3}$.

Z toho následuje:

Obsah pravoúhlého rovnoběžnostěnu rovná se součinu z měrných čísel základny a výšky (anebo, což totéž jest, součinu z měrných čísel jeho délky, šířky a výšky).

ÚLOHY.

1. Jak velký jest povrch a obsah rovnoběžnostěnu, který jest

a) 1 dm dlouhý,	0·5 dm široký,	a 1·5 dm vysoký;
b) 2 m 3 dm „ ,	1 m 4 dm „ ,	„ 3·6 m „ ;
c) 4·2 m „ ,	2·84 m „ ,	„ 1·642 m „ ?

2. Kolik krychlových metrů má zeď 10 m dlouhá, 0·5 m tlustá a 2 m vysoká?

3. Jaký povrch a obsah má čtyřhranný trám, jehož délka 4·12 m, šířka 0·2 m a výška 0·3 m měří?

4. Škatule 8 dm dlouhá, 4 dm široká a 3·5 dm vysoká má se polepiti pestrým papírem; kolik dm^2 papíru bude třeba, je-li víko 4 cm vysoké?

5. Nádoba jest uvnitř 1·2 m dlouhá, 8 dm široká a 5·4 dm vysoká; kolik litrů vody vejde se do ní?

6. Jak těžký jest 3 m dlouhý, 6 dm vysoký a 4 dm široký trám z dubového dřeva, váží-li 1 dm^3 dřeva dubového 0·86 kg?

7. Truhla na obilí jest 1·8 m dlouhá, 1·2 m široká a 0·9 m vysoká; kolik hektolitrů obilí se do ní vejde?

8. Jak těžká jest tabule ledu 5 dm dlouhá, 4 dm široká a 1·2 dm tlustá váží-li 1 dm^3 vody 1 kg. a je-li led $^{15}/_{16}$krát tak těžký jako voda.

9. Jak těžký jest 4·3 m vysoký sloup z litého železa, jehož základna jest čtverec se stranou 1·2 m dlouhou? (1 dm³ železa litého váží 7·25 kg.)

10. Jak vypočítáme výšku (délku, šířku) rovnoběžnostěnu, dána-li jest jeho délka a šířka (výška a šířka, výška a délka)?

11. Jak vysoká jest 4·5 m dlouhá a 2 m široká skříň, zaujímá-li jí sevřený prostor 13·5 m³?

12. Jakou délku musí míti 5 dm široká a 3 dm vysoká bedna, má-li 112·5 dm³ prostoru zaujímati?

c) Hranol vůbec.

Povrch libovolného hranolu, přímého i šikmého, rovná se součtu dvojnásobné základny a obsahu stěn pobočných. Pobočné stěny hranolu mohou býti, dle toho jaké jsou základny, sobě buďto rovny nebo nerovny. V případě prvním vypočteme obsah pouze jedné stěny pobočné a násobíme jej počtem stěn pobočných; v případě druhém vypočteme obsah každé pobočné stěny zvláště. Součet měrných čísel obou základen a všech stěn pobočných dá pak povrch hranolu.

Na př.: Vypočítati povrch přímého, 8 cm vysokého šestibokého hranolu o pravidelné základně, jejíž hrana měří 2 cm.

Vzdálenost středu základny od jedné její strany jest (viz §. 6!) $0·86603 \times 2 = 1·73206$ cm.

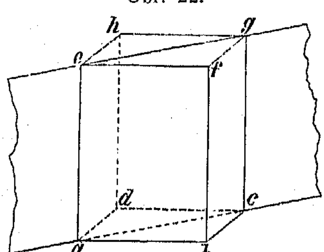
Obvod základny $\times$ 2 cm $\times$ 6 = 12 cm. Obsah základny $= 1·73206 \times {}^{12}/_{2} = 10·39236$ cm². Obsah jedné stěny pobočné $= 2 \times 8 = 16$ cm².

Dvojnásobná základna $= 10·39236$ cm² $\times 2 = 20·78472$ cm²,
pobočný povrch . . . . . . $= 16$ cm² $\times 6 \quad = 96$ „

Povrch hranolu $= 116·78472$ cm².

Abychom odvodili pravidlo, dle kterého obsah přímého hranolu s libovolnou základnou se vypočísti může, rozdělme nejprve pravoúhlý rovnoběžnostěn (obr. 22.) průsekem úhlopříčným *acge* ve dva díly. Tímto způsobem obdržíme dva stejné přímé hranoly, jejichž základny jsou trojúhelníky *abc* a *adc*, které se polovině základny daného rovnoběžnostěnu rovnají. Poněvadž se

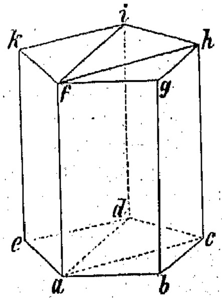
Obr. 22.



obsah celého tělesa rovná součinu ze základny a výšky jeho, bude se pak obsah takového trojbokého hranolu rovnati polovině základny rovnoběžnostěnu, násobené výškou jeho. Polovina základny tělesa daného rovná se však trojúhelníku *abc* anebo trojúhelníku *acd*, t. j. základně trojbokého hranolu, z čehož následuje:

Obsah trojbokého přímého hranolu rovná se součinu z měrných čísel základny a výšky.

Obr. 23.



Kdyby se měl vypočítati obsah přímého pětibokého hranolu (obr. 23.), rozdělili bychom těleso toto úhlopříčnými průseky v samé trojboké hranoly téže výšky. Měli bychom pak základnu každého takového trojbokého hranolu násobiti výškou jeho, a součet všech těchto obsahů dal by pak obsah hranolu pětibokého. Je patrno, že týž výsledek obdržíme, když nejprve obsah všech tří základen *abc*, *acd* a *ade* vypočteme, jejich měrná čísla sečteme a součet tento, který se obsahu celé pětiúhlé základny rovná, výškou hranolu znásobíme.

Týmž způsobem mohli bychom si také při hranolech čtyř-, šesti-, sedmi- a mnohobokých počínati a obdrželi bychom vždy totéž pravidlo. Pravidlo pro vypočítání obsahu přímého hranolu zní tedy zase:

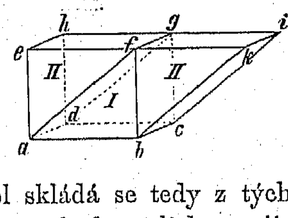
Obsah přímého hranolu rovná se součinu z měrných čísel základny a výšky.

Obsah šestibokého hranolu úlohy předešlé byl by tedy

$$o = 10{\cdot}39236 \times 8 = 83{\cdot}13888 \text{ cm}^3.$$

Kterak vypočítá se obsah hranolu šikmého?

Obr. 24.



V obrazci 24. zobrazeny jsou dva hranoly *abcdefgh* a *abcdfkig*, mající společnou základnu a stejnou výšku. Jak z obrazce tohoto vysvítá, obdrželi bychom šikmý hranol *abcdfkig* také tím, kdy bychom od hranolu přímého vlevo díl II odřízli a tento díl na pravé straně jeho přidali. Šikmý hranol skládá se tedy z týchž dílů jako hranol přímý. Totéž platí o všech hranolích, mají-li stejné základny i stejné výšky. Obsah šikmého hranolu rovná se tedy obsahu přímého hranolu, mající s ním rovnou základnu i výšku.

Pročež správná jest všeobecně tato věta:

Obsah hranolu rovná se součinu měrných čísel základny a výšky.

Je-li z základna, v výška a o obsah některého hranolu, jest

$$o = z \cdot v.$$

ÚLOHY.

1. Vypočítati povrch těchto hranolů:

$a)$ $z = 25\ dm^2$, $v = 4\ dm$,
$b)$ $z = 3{\cdot}483\ m^2$, $v = 1{\cdot}28\ m$,
$c)$ $z = 28\ m\ 42\ dm^2$, $v = 7\ m\ 3\ dm$,
$d)$ $z = 10\ m^2\ 18\ dm^2\ 4\ cm^2\ 23\ mm^2$, $v = 6{\cdot}83\ dm$.

2. Základna 4·8 m vysokého hranolu jest trojúhelník, jehož strana základná měří 3·2 m a výška 2·34 m; vypočítejte obsah hranolu!

3. V přímém hranolu, jehož základnou jest pravidelný osmiúhelník, má jedna hrana na základně 2·4 cm, výška 6·8 cm; stanovte *a)* obsah základny, *b)* povrch pobočný, *c)* povrch a *d)* obsah hranolu! (Viz §. 6!)

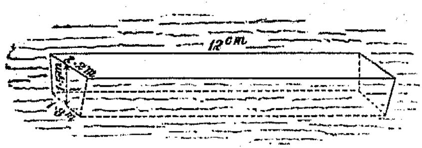
4. Škatule 3 dm vysoká, jejíž základna jest pravidelný šestiúhelník se stranou 1·5 dm dlouhou, má se polepiti pestrým papírem; kolik dm^2 papíru bude k tomu třeba, je-li okraj víka 3 cm široký?

5. Vypočítati obsah šikmého, 2 dm 8 cm vysokého hranolu s půdicí čtvercovou, jejíž strana měří 1·5 dm.

6. Pobočné stěny přímého, 5 m vysokého osmistranného sloupu o pravidelné základně, jejíž hrana má 0·4 m, mají se natříti barvou olejovou; co stojí nátěr, platí-li se za m^2 68 kr.?

7. Kolik krychlových metrů země třeba vykopati, aby se obdržel příkop 12 m dlouhý, 1·5 m hluboký, nahoře 2·2 m, dole 1·8 m široký? (Příkop jest hranol v poloze ležaté [obr. 25.], jehož základny jsou lichoběžníky.)

Obr. 25.



8. Výška šikmého hranolu měří 1 m 3 dm a jeho základna jest trojúhelník rovnostranný, jehož strana má 0·8 m; jak velký jest obsah jeho?

9. Vypočítejte obsah 5 m dlouhého trámu, jehož základny jsou lichoběžníky, v nichž měří rovnoběžné strany 3·2 dm a 2·5 dm a výška 1·5 dm!

10. Jak vypočítáme výšku (základnu) hranolu, dány-li jsou obsah a základna (výška) jeho?

11. Základna šikmého hranolu má 12·18 dm^2 a jeho obsah 42·63 dm^3; vypočítejme výšku hranolu.

12. Obsah sloupu hranolového, 5 m vysokého jest 4 m^3 310 dm^3; jaká jest jeho základna?

§. 10. Jehlanec a komole jehlancová.

Otázky k opakování.

1. Jak vznikne jehlanec?
2. Kolik stěn nejméně musí míti jehlanec?
3. Která stěna jehlance slove základnou, a které stěny jmenují se pobočnými čili boky?
4. Jaké obrazce jsou pobočné stěny jehlance?
5. Co jest výška jehlance?
6. Který jehlanec slove přímým čili kolmým, který šikmým čili nakloněným?
7. Který jehlanec jest pravidelný?
8. Jak obdržíme z jehlance komoli jehlancovou?
9. Jaké obrazce jsou stěny pobočné komole jehlancové?

a) Jehlanec.

Povrch jehlance skládá se ze základny a stěn pobočných. Povrch jehlance obdržíme tedy, když dle známých pravidel obsahy jednotlivých stěn pobočných, které jsou vždy trojúhelníky, jakož i obsah základny, jakožto mnohoúhelníku, vypočteme a jich měrná čísla sečteme.

V jehlanci přímém s pravidelnou základnou jsou si veškeré stěny pobočné rovny; vypočteme tedy obsah pouze jedné stěny pobočné a násobíme jej počtem stěn pobočných; přidáme-li k tomu ještě obsah základny, dá pak součet tento povrch jehlance.

Povrch čtyřstěnu skládá se ze čtyř shodných rovnostranných trojúhelníků; vypočteme tedy obsah jedné stěny a násobíme jej čtyřmi.

Vypočítejme povrch přímého jehlance se čtvercovou základnou, jehož hrana na základně 2 dm a výška pobočná 3 dm měří.

$$\text{Obsah základny} = 2^2 \qquad = 4 \text{ dm}^2,$$

$$\text{„ 4 pobočných stěn} = 4 \times \frac{2 \times 3}{2} = 12 \text{ „ }.$$

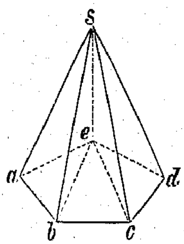
$$\text{Povrch jehlance} = 16 \text{ dm}^2.$$

Abychom odvodili pravidlo, dle kterého se obsah jehlance vypočísti může, přirovnáme jehlanec k hranolu o rovné základně a výšce. Rozložíme nejprve hranol trojboký na tři trojboké jehlance, z nichž mají vždy dva a dva stejnou základnu i výšku.*) Jehlance o rovných základnách a výškách mají však také rovné obsahy, což následuje přímo ze vznikání jehlance rovnoběžným pošinováním základny jeho dle jedné hrany pobočné, kdežto zároveň velikosti její stejnoměrně ubývá. Každý trojboký hranol dá se tedy rozložiti na tři rovné trojboké jehlance.

Z toho jde:

Trojboký jehlanec rovná se třetině hranolu, s nímžto má stejnou základnu i výšku.

Obr. 26.



Poněvadž se dá každý mnohoboký jehlanec (obr. 26.) úhlopříčnými průseky rozložiti v samé trojboké jehlance, a každý takový jehlanec třetině hranolu o rovné základně a rovné výšce se rovná, bude se i součet všech těchto trojbokých jehlanců, t. j. mnohoboký jehlanec sám rovnati třetině součtu všech těchto trojbokých hranolů. Veškeré tyto trojboké hranoly tvoří však dohromady jen jediný hranol, mající s daným jehlancem mnohobokým rovnou základnu a rovnou výšku.

Pročež všeobecně správná jest věta: Obsah jehlance rovná se součinu z měrných čísel základny a třetiny výšky.

Jest tedy

$$o = z . \frac{v}{3} = \frac{z}{3} . v = \frac{z . v}{3} ;$$

Je-li na př. základna jehlance 1·2 dm vysokého obdélníkem 0·8 dm dlouhým a 0·6 dm širokým, jest

$$\text{základna} = 0{\cdot}8 \times 0{\cdot}6 = 0{\cdot}48 \text{ dm}^2,$$

$$\text{obsah jehlance} = 0{\cdot}48 \times \frac{1{\cdot}2}{3} = \mathbf{0{\cdot}192\ dm^3 = 192\ cm^3}.$$

*) Tento rozklad hranolu znázorniti se musí žákům rozkládacím trojbokým hranolem.

ÚLOHY.

1. Vypočítati obsah jehlance, měří-li základna $4·24\ m^2$ a výška 168 m.

2. Vypočítejte povrch pravidelného čtyřstěnu, jehož hrana měří 1·4 dm!

3. Přímý jehlanec se čtvercovou základnou, jejíž strana 0·75 m měří, jest 2·8 m vysoký; jak velký jest obsah jeho?

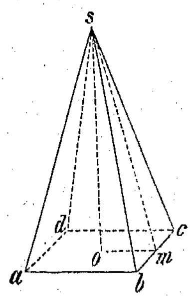
4. Vypočítati povrch přímého jehlance, jehož základna jest pravidelný šestiúhelník se stranou 1·2 dm, měří-li výška pobočná 1·4 dm.

5. Jak těžký jest masivný, 2·5 m vysoký železný pomník podoby jehlancové se základnou čtvercovou, jehož hrana základná měří 0·56 m, váží-li $1\ dm^3$ litého železa 7·25 kg?

6. Základna přímého, 2·75 m vysokého mramorového jehlance jest trojúhelník rovnostranný, jehož strana měří 0·7 m; jak těžký jest jehlanec tento váží-li $1\ dm^3$ mramoru 2·75 kg?

7. Vypočítati *a**) povrch, *b*) obsah přímého, 3 cm vysokého jehlance (obr. 27.) se čtvercovou základnou, jehož hrana základná 1·5 cm měří. (Při vypočítání obsahu jedné stěny pobočné vypočte se nejprve výška pobočná *sm* dle věty Pythagorovy.)

Obr. 27.



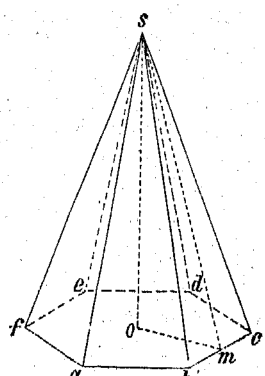
8.*) Základna 4 cm vysokého přímého jehlance (obr. 28.) jest pravidelný šestiúhelník, jehož strana měří 1·4 cm; jak velký jest povrch a obsah tělesa ohoto? [Pobočnou výšku *sm* lze snadno z pravoúhlého trojúhelníku *smo* vypočísti; *so* jest výška jehlance a *om* jest vzdálenost středu pravidelné základny od jedné strany její.] (Viz §. 6!)

9. Jak se vypočítá základna (výška) jehlance, dány-li jsou obsah a výška (základna) jeho? $\left(z = \frac{3.o}{v},\ v = \frac{3.o}{z}.\right)$

10. Vypočítati základnu 6 m vysokého jehlance, jehož obsah má $12·432\ m^3$.

11. Jakou výšku má jehlanec, jehož obsah měří $24\ m^3$ $420\ dm^3$ a základna $10\ m^2$ $21\ dm^2$?

Obr. 28.



b) Komole jehlancová.

Povrch komole jehlancové skládá se z obou základen a stěn pobočných, které jsou lichoběžníky.

Na př.: V přímé komoli jehlancové jsou délky stran čtvercových základen 4 dm a 2 dm a výška pobočná měří 3 dm; jak velký jest povrch její?

Obsah jednoho lichoběžníku $= \frac{(4+2)\times 3}{2} = 9$ dm².

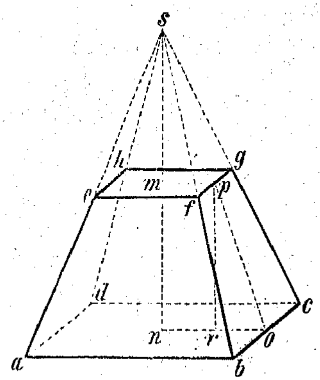
Obsah čtyř stěn pobočných	$= 9$ dm² $\times 4$	$= 36$ dm²,	
„ spodní základny	$= 4^2$	$= 16$ „ ,	
„ vrchní „	$= 2^2$	$= 4$ „ .	

Povrch komole jehlancové $=$ **56 dm²**.

Obsah komole jehlancové obdržíme, když od obsahu úplného jehlance obsah jehlance doplňujícího odečteme.

*) Jednodušším způsobem vypočítáme obsah komole jehlancové dle této věty:

Obr. 29.



Obsah komole jehlancové určíme, násobíme-li součet obou základen a druhou odmocninu z jejich součinu třetinou výšky.

Přibližně stanovíme obsah komole jehlancové, násobíme-li součet obou základen polovinou výšky.

Na př.: Vypočítati obsah přímé komole jehlancové, dané v úloze předešlé.

Nejprve vypočteme výšku mn komole jehlancové (obr. 29.) z pravoúhlého trojúhelníku por ($pr \parallel mn$).

$ro = no - nr$ neb $= no - mp = 2$ dm $- 1$ dm $= 1$ dm,
$op = 3$ dm; tedy
pr neb $mn = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{9-1} = \sqrt{8} =$ skoro 2·828 dm.

Výšku sn úplného jehlance vypočteme takto:

Hrany ae a bf sblížily se ve výšce 2·828 dm o 4 dm — 2 dm $=$ 2 dm; aby se setkaly, t. j. o 4 dm sblížily, musela by výška tolikrát 2·828 dm obnášeti, kolikrát 2 dm v 4 dm obsaženy jsou, tedy 2krát 2·828 dm $=$ 5·656 dm.

Výška úplného jehlance jest tedy $=$ 5·656 dm, a výška doplňujícího jehlance jest zase $ns - mn =$ 5·656 dm $-$ 2·828 dm $=$ 2·828 dm.

$$\text{Obsah jehlance úplného} = \frac{16 \times 5{\cdot}656}{3} = 30{\cdot}165 \text{ dm}^3,$$

$$\text{„ „ doplňujícího} = \frac{4 \times 2{\cdot}828}{3} = 3{\cdot}770 \text{ „ .}$$

$$\text{Obsah komole jehlancové} = \mathbf{26{\cdot}395\ dm^3}.$$

Dle pravidla druhého:

Součin obou základen $= 16 \times 4 = 64$, $\sqrt{64} = 8$ dm^2.
Obsah vrchní základny $= 2^2$ . . . . $= 4$ dm^2,
„ spodní „ $= 4^2$ . . . . $= 16$ dm^2,
druhá odmocnina ze součinu obou základen $= 8$ dm^2,

součet $= 28$ dm^2.

$$\text{Obsah komole jehlancové} = \frac{28 \times 2{\cdot}828}{3} = \mathbf{26{\cdot}395\ dm^3}.$$

Přibližné stanovení obsahu:

Součet obou základen $= 16 + 4 = 20$ dm^2,
polovina výšky $= 1{\cdot}414$ dm,
obsah komole jehlancové $= 1{\cdot}414 \times 20 = \mathbf{28{\cdot}28\ dm^3}$.

ÚLOHY.

1. Vypočítati povrch přímé komole jehlancové, mají-li strany čtvercových základen 4 dm a 3·4 dm a výška poboční 8 dm.

2. Jistá jáma jest nahoře 3 m dlouhá a 2 m široká, dole 2·1 m dlouhá a 1·4 m široká, hloubka její měří 1·5 m; kolik krychlových metrů země jest k zasypání jámy třeba? (Vypočítejte obsah přesně i přibližně!)

3*) Vypočítati povrch a obsah šestiboké přímé komole jehlancové s pravidelnými základnami, mají-li obvody základen 2·4 m a 1·8 m a výška 5 dm.

4. Jaký obsah má trám se čtvercovým průřezem 5 m dlouhý, na jednom konci 32 cm, na druhém 28 cm tlustý? (Obsah vypočítejte přibližně!)

5. Jakou váhu přibližnou má 3·5 m dlouhý trám z dubového dřeva se čtvercovým průřezem, měří-li obvod průřezu na jednom konci 24 cm, na druhém 20 cm? (1 dm^3 dřeva dubového váží 0·86 kg.)

6. Nádoba 6 dm hluboká má podobu jehlance komolého, jehož základny jsou obdélníky. Obdélník spodní jest 4 dm dlouhý a 3 dm široký, vrchní 3 dm dlouhý a 2·25 dm široký; kolik litrů tekutiny vejde se do této nádoby?

§. 11. Tělesa pravidelná.

Otázky k opakování.

1. Která tělesa slují pravidelnými?
2. Která tělesa pravidelná jsme poznali?

Poněvadž veškeré stěny tělesa pravidelného jsou shodny, obdržíme **povrch tělesa pravidelného**, když vypočteme jednu jeho stěnu a obsah její počtem stěn znásobíme.

Na př.: Hrana osmistěnu měří 1 m; jaký jest povrch jeho? Povrch osmistěnu skládá se z 8 shodných rovnostranných trojúhelníků.

Obsah jednoho trojúhelníku jest dle §. 6. *a*) $= \frac{0 \cdot 28868 \times 3}{2}$ $= 0 \cdot 43302$ m².

Povrch osmistěnu jest tedy $= 0 \cdot 43302$ m² $\times 8 =$ **3·46416 m²**.

V každém tělese pravidelném nachází se uvnitř bod, který má ode všech stěn stejnou vzdálenost; bod tento sluje **středem** jeho. Myslíme-li si bodem tímto a veškerými hranami tělesa roviny položeny, rozloží se těleso pravidelné v tolik přímých a shodných jehlanců, kolik stěn těleso má. Každý z jehlanců těchto má stěnu tělesa za základnu a za výšku vzdálenost středu od jedné stěny. Z toho následuje:

Obsah tělesa pravidelného rovná se součinu z jeho povrchu a třetiny vzdálenosti středu jeho od jedné stěny.

Značí-li p povrch, a vzdálenost středu od jedné stěny a o obsah, jest

$$o = p \cdot \frac{a}{3} \cdot$$

Je-li dána délka hrany pravidelného tělesa, nesmí se vzdálenost středu od jedné stěny libovolně vzíti, poněvadž délka tato zcela určitým způsobem na délce hrany závisí.

Máme-li tuto vzdálenost určiti, násobíme hranu danou

v čtyřstěnu	číslem	0·20412,
„ osmistěnu	„	0·40825,
„ dvacítistěnu	„	0·75576,
„ šestistěnu	„	0·50000,
„ dvanáctistěnu	„	1·11352.

Na př.: Vypočítejte obsah čtyřstěnu, jehož hrana měří 2 dm!

Obvod jedné stěny $= 2$ dm $\times 3 = 6$ dm. Obsah jedné stěny jest dle §. 6. *a*) $= 6 \times \frac{0.28868 \times 2}{2} = 1 \cdot 73208$ dm².

Povrch čtyřstěnu $= 4 \times 1\cdot73208$ dm^2 $= 6\cdot92832$ dm^2.
Vzdálenost středu od jedné stěny $= 0\cdot20412 \times 2 = 0\cdot40824$ dm.

O b s a h čtyřstěnu $= \dfrac{6\cdot92832 \times 0\cdot40824}{3} = 0\cdot942806$ dm^3 $=$ **942 cm^3 806 mm^3.**

ÚLOHY.

1. Hrana výše jmenovaných pravidelných těles měří 2·5 cm; vypočítejte povrch a obsah jejich!

2. Jak těžký jest *a)* osmistěn, *b)* dvanáctistěn z bukového dřeva, jehož hrana měří 3 cm? (1 dm^3 dřeva bukového váží 0·74 kg.)

3. Co stojí šestistěn a dvacítistěn z litého železa, jejichž hrany měří 4 cm, platí-li se za 1 kg litého železa 28 kr.?

4. Hrana krychle a osmistěnu měří 1·8 dm; jak se mají k sobě jejich povrchy?

5.*) Jak velká jest hrana krychle, která má tak velký povrch jako čtyřstěn, jehož hrana měří 1 cm 2 mm?

B. Povrch a obsah těles kulatých.

§. 12. Válec.

Otázky k opakování.

1. Jak vznikne válec?
2. Jaké stěny má válec?
3. Co jest osa a co výška válce?
4. Který válec slujo přímým, který šikmým?
5. Který přímý válec sluje rovnostranným?
6. Z jakých obrazců skládá se síť válce přímého?

P o v r c h v á l c e (obr. 30.) rovná se součtu dvojnásobné základny a obliny.

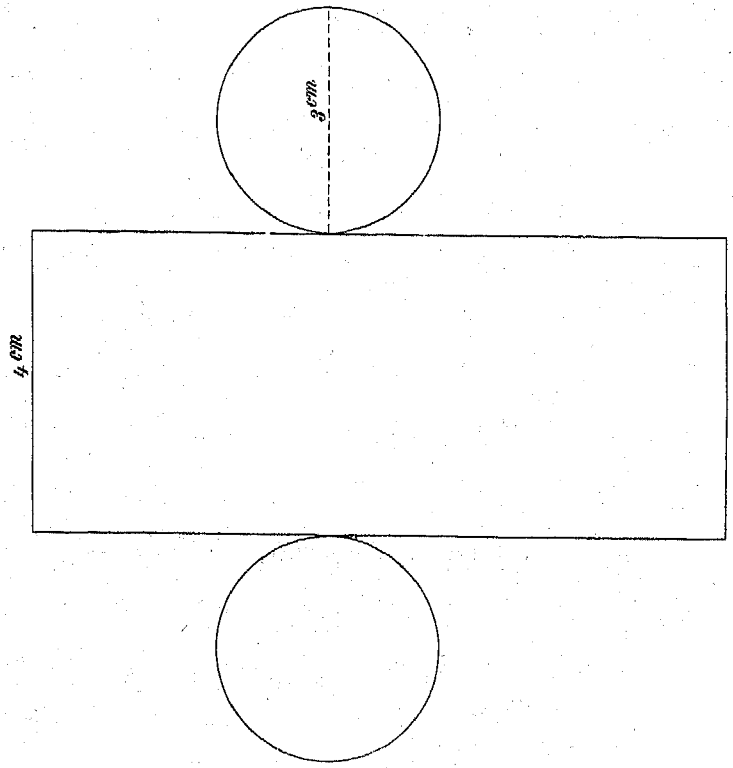
Oblina válce přímého tvoří, jsouc v rovinu rozvinuta, obdélník, který má obvod základny válce za základnu a výšku válce za výšku.

O b s a h o b l i n y v á l c e p ř í m é h o r o v n á s e t e d y s o u č i n u z m ě r n ý c h č í s e l o b v o d u z á k l a d n y a v ý š k y j e h o.

Je-li r poloměrem základny, v výškou a m obsahem obliny válce přímého, jest $m = 2\, r\, \pi.\, v.$

Na př.: Výška válce přímého jest 4 cm, průměr základny 3 cm; jak velký jest povrch válce?

Obr. 30.



Obsah základny $= (1{\cdot}5)^2 \times 3{\cdot}14 = 7{\cdot}065$ cm^2.
Dvojnásobná základna . . . . $= 14{\cdot}13$ „ ,
obsah obliny . . . . $= \underbrace{3 \times 3{\cdot}14}_{\text{obvod}} \times \underbrace{4}_{\text{výška}} = 37{\cdot}68$ „ .

Povrch válce $=$ **51·81 cm^2**.

Poněvadž každý válec považovati se může za hranol, jehož základnami jsou kruhy, má věta, o obsahu hranolu jednající, i u válce svou platnosť:

Obsah válce rovná se součinu z měrných čísel základny a výšky; tedy $o = z.\ v = r^2\pi.\ h.$

V úloze předešlé byla základna válce $= 7{\cdot}065$ cm^2,
obsah jeho jest tedy $= 7{\cdot}065 \times 4 =$ **28·26 cm^3**.

Obsah válcovité roury čili dutého válce stanoví se, když nejprve obsah úplného válce vypočteme a od něho obsah menšího vnitřního válce odečteme.

Na př.: Jaký obsah má 2 m dlouhá válcovitá roura, jejíž průměr 1 dm a tloušťka stěn 1 cm měří?

Obsah základny zevnějšího válce $=(0\cdot5)^2 \times 3\cdot14 = 0\cdot785$ dm^2,
výška válce $= 2$ m $= 20$ dm,
obsah válce zevnějšího $= 0\cdot785 \times 20 = 15\cdot7$ dm^3.
Průměr vnitřního válce $= 1$ dm $- 2 \times 0\cdot1$ dm $= 0\cdot8$ dm,
obsah základny vnitřního válce $= (0\cdot4)^2 \times 3\cdot14 = 0\cdot5024$ dm^2,
obsah vnitřního válce $= 0\cdot5024 \times 20 = 10\cdot048$ dm^3.
Obsah roury $= 15\cdot7$ dm$^3 - 10\cdot048$ dm$^3 =$ **5·652 dm^3**.

ÚLOHY.

1. Vypočítejte oblinu, povrch a obsah následujících válců:

a)	průměr základny $= 4$ cm,	výška válce $= 6$ cm;
b)	„ „ $= 2\cdot4$ m,	„ „ $= 4\cdot46$ m;
c)	„ „ $= 3$ m 4 dm 6 cm,	„ „ $= 5\cdot284$ m;
d)	„ „ $= 1^2/_5$ m,	„ „ $= 2^3/_4$ m.

2. Poloměr přímého 3·5 dm vysokého válce měří 1·2 dm; jak velký jest povrch a obsah jeho?

3. Obvod základny přímého válce měří 12·56 m, výška 4 m; jak velký jest jeho povrch a obsah?

4. Šířka studně se zdivem měří 1·8 m a hloubka její 12·5 m; co stojí kopání studně, platí-li se od krychlového metru 35 kr.?

5. Okrouhlý špalek má 36·5 cm v průměru a jest 1·8 metru dlouhý; jakou má váhu, váží-li 1 dm^3 0·7 kg?

6. Masivný válec mosazný má 0·09 m v průměru a jest 0·4 m vysoký; jakou má cenu, váží-li 1 dm^3 8·4 kg a platí-li se za 1 kg mosazu 1 zl. 20 kr.?

7. Kolik litrů vody vejde se do nádoby válcovité, jejíž průměr měří 4·5 dm a výška 3·8 dm?

8. Kolik dm^2 plechu jest třeba na troubu u kamen 4 m dlouhou, jejíž průměr měří 1·5 dm?

9. Válcovitá káď v průměru 3·5 m a 2·4 m hloubky má býti vodou naplněna a to malou nádobkou, do které se 2 litry vody vejdou; kolikrát lze tuto do kádě vyprázdniti, aby se naplnila?

10. Litr vody dá 1700 litrů páry; kolik litrů vody jest zapotřebí, aby se naplnil 5·54 dm dlouhý parní kotel v průměru 4 dm párou napjetím 1 atmosféry?

11. Jak vypočítáme výšku (základnu) válce, dány-li jsou obsah a základna (výška) jeho? $\left(v = \frac{o}{z}, \; z = \frac{o}{v}.\right)$

12. Vypočítati výšku válce, jehož obsah má 115 dm^3 a poloměr základny 2·4 dm.

13. Jak vysoká jest litrová nádoba, měří-li vnitřní průměr její 8·5 cm?

14. Jakou základnu má 4·2 m vysoký válec, jehož obsah má 50 m^3?

15.*) Jakou vnitřní šířku (světlosť) musí míti válcovitá, 1·5 m vysoká nádoba, aby se do ní vešlo 47 hektolitrův a 10 litrů?

16. Jak těžká jest 1·2 m dlouhá a 2 cm tlustá, válcovitá roura z litého železa, jejíž větší průměr měří 2 dm? (1 dm^3 železa litého váží 7·25 kg.)

17. Obvod okrouhlé věže měří 24 m, tloušťka zdi 1 m a výška 13 m; kolik m^3 zdiva obsahuje věž tato?

18.*) Vypočítati délku hrany krychle, jejíž povrch rovná se povrchu 1·4 m vysokého, přímého válce, jehož průměr měří 0·8 m.

19. Základna přímého, 1 m vysokého válce jest ellipsa, jejíž osy měří 0·8 m a 0·5 m; jaký jest obsah válce tohoto?

20. Základna 0·8 m vysoké vany koupací jest ellipsa; její velká osa měří 1·5 m, malá osa 0·7 m; kolik litrů vody vejde se do této vany?

§. 13. Kužel a komole kuželová.

1. Kolik stěn a jaké stěny má kužel?
2. Co jest vrchol, hrana, osa a výška kužele?
3. Který kužel sluje přímým, který šikmým?
4. Který přímý kužel sluje rovnostranným?
5. Z jakých obrazců skládá se síť kužele přímého?
6. Jak obdržíme z kužele komoli kuželovou?
7. Z jakých obrazců skládá se síť komole kuželové?

a) Kužel.

Povrch kužele (obr. 31.) rovná se součtu obsahů základny a obliny.

Oblina kužele přímého, jehož základnou jest kruh, tvoří, jsouc v rovinu rozvinuta, kruhovou výseč, jejíž poloměrem jest hrana kužele a jejíž oblouk rovná se obvodu základného kruhu.

Oblina kužele rovná se tedy součinu z měrných čísel obvodu základny a poloviny hrany.

Je-li m obsah obliny, h hrana kužele a r poloměr základny, jest

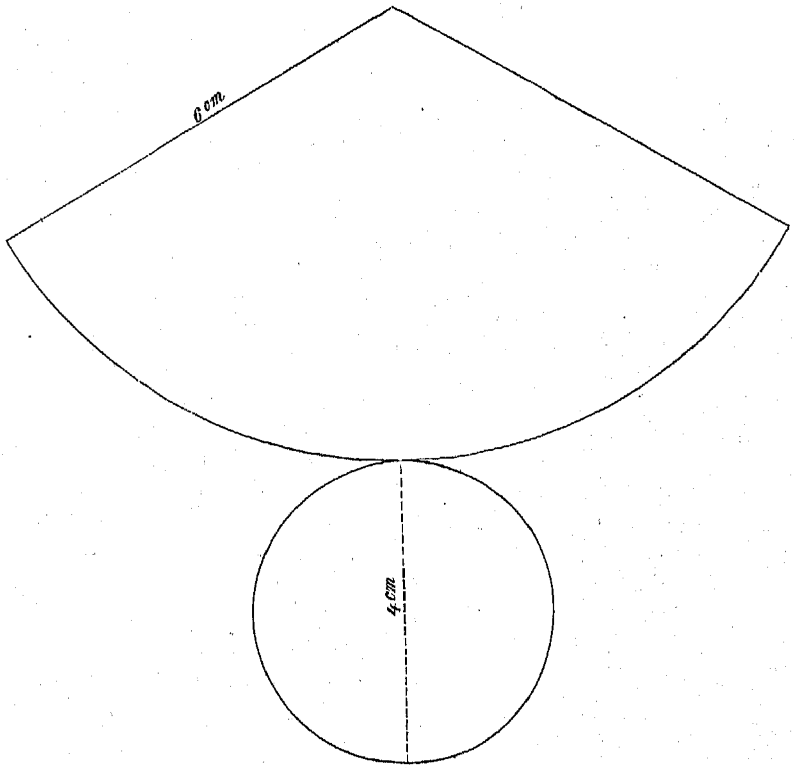
$$m = 2\, r\, \pi . \frac{h}{2} = r .\, h .\, \pi .$$

Na př.: Jaký povrch má přímý kužel se základnou kruhovou, jehož hrana měří 6 cm a poloměr základny 4 cm?

Obsah základny . . . . . . $= (2^2) \times 3·14 = 12·56$ cm^2,
obvod „ $= 4 \times 3·14 = 12·56$ cm,
obsah obliny . . . . . . $= \frac{12·56 \times 6}{2} = 37·68$ „ .

Povrch kužele $= \mathbf{50·24}$ $\mathbf{cm^2}$.

Obr. 31.



Kužel lze považovati za jehlanec, jehož základnou jest kruh, z čehož jde:

Obsah kužele rovná se součinu z měrných čísel základny a třetiny výšky; tedy

$$o = z.\frac{v}{3} = r^2\ \pi.\frac{v}{3}.$$

Na př.: Jaký obsah má kužel 4 dm vysoký, měří-li průměr základny 3 dm?

Obsah základny $= (1{\cdot}5)^2 \times 3{\cdot}14 = 7{\cdot}065$ dm^2.

Obsah kužele $= \dfrac{7{\cdot}065 \times 4}{3} =$ **9·42 dm^3.**

ÚLOHY.

1. Vypočítati oblinu kužele přímého, jehož hrana měří 1·24 m a průměr základny 0·6 m.

2. V přímém kuželi měří poloměr základny 1·2 dm a hrana kužele 2·42 m; vypočítejte *a)* oblinu, *b)* povrch kužele!

3. Jak velký jest povrch rovnostranného kužele, jehož hrana 1 dm 8 cm měří?

4. Nálevka podoby kuželové má 1·5 dm v průměru a 2 dm dlouhou stranu; kolik dm^2 plechu má nálevka tato?

5. Vypočítati obsah těchto kuželů:

a) $r = 2·4$ dm, $v = 3·2$ dm;

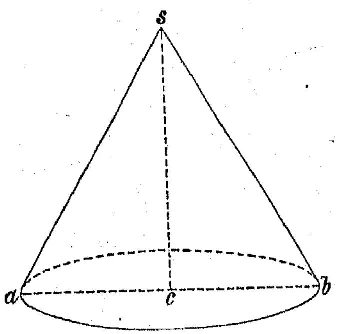
b) $r = 3^2/_5$ m, $v = 4^3/_8$ m;

c) $r = 2$ m 4 dm 3 cm, $v = 4·81$ m.

6. Kuželovitý stoh sena v průměru 4 m jest 5·25 m vysoký; kolik kg sena má stoh tento, váží-li 1 m^3 sena 115 kg?

8. Vypočítati *a*)* povrch, *b)* obsah přímého kužele, měří-li průměr základny 4 cm a výška kužele 3·5 cm. (Hrana *sa* [obr. 32.] vypočítá se dle věty Pythagorovy z pravoúhlého trojúhelníku *acs.)*

Obr. 32.



8. Jak těžký jest přímý, 1 dm vysoký kužel z dubového dřeva, měří-li průměr základny 0·8 dm? (1 dm^3 dřeva dubového váží 0·86 kg.)

9. Jak vypočítáme výšku (základnu) kužele, dány-li jsou obsah a základna (výška) jeho? $\left(v = \frac{3.o}{z},\ z = \frac{3.o}{v}.\right)$

10. Obsah kužele jest 6 m^3 186 dm^3 a základna jeho měří 2 m^2 6 dm^2 20 cm^2; jak velká jest výška jeho?

11. Obsah kužele má 4·68 m^3 a výška 4·5 m; vypočítati základnu jeho.

b) Komole kuželová.

P o v r c h p ř í m é k o m o l e k u ž e l o v é rovná se součtu obou základen a obliny (obr. 33.).

Obr. 33.

Obsah obliny vypočítá se stejným způsobem jako obsah lichoběžníku. Při přímé komoli kuželové tvoří totiž oblina, v rovinu jsouc rozvinuta, v ý s e č m e z i k r u ž í (obr. 33., II), jež lze na samé úzké lichoběžníky rozložiti. Strany rovnoběžné lichoběžníků těchto dají dohromady oblouky výseče mezikruží, které se obvodům obou základen rovnají; výšky lichoběžníků těchto rovnají se však hraně komole kuželové.

Z toho následuje:

Oblinu přímé komole kuželové stanovíme, násobíme-li součet z měrných čísel obvodův obou základen polovinou měrného čísla hrany.

Na př.: Základny přímé komole kuželové mají 9 cm a 7 cm v průměru, hrana měří 6 cm; jak velký jest povrch její?

Spodní základna $= (4{\cdot}5)^2 \times 3{\cdot}14 =$ 63·585 cm^2,
vrchní „ $= (3{\cdot}5)^2 \times 3{\cdot}14 =$ 38·465 „ ,
oblina . . . . . $= (9+7) \times 3{\cdot}14 \times {}^6/_2 =$ 150·72 „ .

Povrch komole kuželové $=$ **252·77 cm^2**.

Jelikož lze komoli kuželovou pokládati za komoli jehlancovou, jejíž základnami jsou kruhy, platí o ni, co se vypočítání obsahu jejího dotýče, téže věty, jako při komoli jehlancové, totiž:

Obsah komole kuželové stanovíme, když od obsahu celého kužele obsah kužele doplňujícího odečteme.

*) Obsah komole kuželové obdržíme, násobíme-li součet obou základen a druhou odmocninu z jejich součinu třetinou výšky.

Příbližně stanovíme obsah komole kuželové, násobíme-li součet obou základen polovinou výšky.

Na př.: Jak velký jest obsah komole kuželové 5 m vysoké, jejíž základny mají 8 m a 6 m v průměru?

*) Dle pravidla druhého:

Spodní základna $=$ $(4)^2 \times 3{\cdot}14 = 50{\cdot}24$ m^2,
vrchní „ $=$ $(3)^2 \times 3{\cdot}14 = 28{\cdot}26$ „
druhá odmocnina z jejich součinu $= \sqrt{1419.7824} = 37{\cdot}68$ „

Součet $= 116{\cdot}18$ m^2.

$$\text{Obsah} = \frac{116{\cdot}18 \times 5}{3} = \mathbf{193{\cdot}63\ m^3}.$$

Příbližné stanovení obsahu:
Součet obou základen $= 50{\cdot}2 + 28{\cdot}26 = 78{\cdot}5$ m^2,
polovina výšky $= 2{\cdot}5$ m,
obsah $= 78{\cdot}5 \times 2{\cdot}5 =$ **196·25 m^3**.

ÚLOHY.

1. Hrana přímé komole kuželové měří 4·2 dm a průměry obou základen 6·2 dm a 3 dm 1 cm; jak velký jest povrch její?

2.*) Jak velký jest povrch přímé komole kuželové, jejíž hrana 2 m a základny $3·14$ m² a $0·785$ m² měří?

3. Jak velký jest obsah komole kuželové, jejíž základny mají v průměru 4 dm a 2·7 dm a od sebe 2 m jsou vzdáleny?

4. Nádoba 3 dm vysoká má podobu přímé komole kuželové; průměr dna měří 2·5 dm a průměr vrchní 2·8 dm. Kolik litrů vody vejde se do této nádoby?

5. Jak těžký jest 3 dm vysoký klobouk cukru, který jest nahoře rovnoběžně k základně odříznut, mají-li obvody základen 7 dm a 2 dm? (1 dm³ cukru váží 1·5 kg.)

6. Kmen 48 m dlouhý má na jednom konci 1 m, na druhém 0·75 m v průměru; jaký jest jeho obsah? (Obsah vypočítejte přibližně!)

7. Vypočítati přibližně obsah těchto kmenů, při nichž měří:

a) dolní průměr 30 cm, vrchní průměr 25 cm, délka 10 m;

b) „ „ 36·5 „, „ „ 28 „, „ 12·7 „;

c) „ „ 40 „, „ „ 32 „, „ 18·2 „.

8.*) Vypočítejte povrch a obsah komole kuželové 1 m vysoké, mají-li průměry základen 1·2 m a 0·8 m! (Hrana komole kuželové vypočítá se dle věty Pythagorovy.)

§. 14. Koule.

Otázky k opakování.

1. Jak vznikne koule?
2. Co jest střed, poloměr a průměr koule?
3. Co jest osa a co jsou točny koule?
4. Jakým obrazcem jest vždy průsek roviny s koulí?
5. Který rovinný průsek koule jmenuje se *a)* rovníkem, *b)* rovnoběžníkem, *c)* poledníkem či meridianem?
6. Co jest úseč, výseč a vrstva kulová?

Povrch koule stanoví se dle tohoto pravidla:

Povrch koule rovná se čtyřnásobnému obsahu největšího kruhu jejího.

Obsah kruhu rovná se druhé mocnině poloměru násobené číslem Ludolfovým, z čehož následuje:

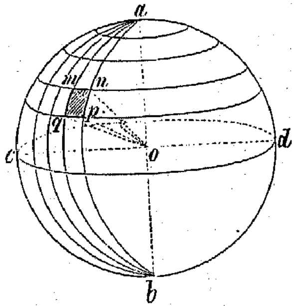
Povrch koule stanovíme, násobíme-li čtyřnásobné číslo Ludolfovo druhou mocninou poloměru jejího. ($p = 4\ \pi.\ r^2$.)

Na př.: Jak veliký jest povrch koule, jejíž poloměr měří 6 cm?

Povrch $= 4 \times 3·14 \times 6^2 =$ **452·16** cm² $=$ **4** dm² **52** cm² **16** mm².

Myslíme li si kouli (obr. 34.) protatou rovinami, jež průměrem *ab* procházejí a zároveň rovinami, které na *ab* kolmo stojí, rozloží se tím celý povrch koule na množství malých čtyřúhelníkův a trojúhelníků (u bodů a a b), které jsouce velmi malými za rovinné a přímočárné obrazce pokládány býti mohou. Spojíme-li jich vrcholy se středem koule a položíme-li pak vždy dvěma takovými po sobě jdoucími přímkami roviny, rozloží se tím koule na množství malých jehlanců, jež mají svůj vrchol ve středu koule a tudíž poloměr koule za výšku; jejich základny dají dohromady povrch koule. Obsah všech těchto jehlanců, t. j. obsah koule, rovná se tedy součtu základen veškerých jehlanců (t. j. povrchu koule) násobeným třetinou poloměru.

Obr. 34.



Z toho následuje:

Obsah koule rovná se součinu z měrných čísel jejího povrchu a třetiny poloměru, tedy $o = p . \frac{r}{3}$.

Dosadíme-li zde za povrch koule známou hodnotu $4\,\pi . r^2$, obdržíme:

$$\text{Obsah koule} = \underbrace{4 \times \pi \times (\text{polom.})^2}_{\text{povrch koule}} \times \frac{1}{3}\,\text{polom.} =$$

$$= \frac{4}{3}\pi \times (\text{polom.})^3,$$

anebo ještě kratčeji $o = \frac{4}{3}\pi . r^3$,

t. j.:

Obsah koule rovná se třetí mocnině poloměru násobené $^4/_3$ čísla Ludolfova.

Na př.: Jaký obsah má koule, jejíž poloměr měří 2 dm?

Povrch koule $= 4 \times 3{\cdot}14 \times 2^2 = 50{\cdot}24$ dm^2,

obsah koule $= 50{\cdot}24 \times \frac{2}{3} =$ **33·493 dm^3**,

aneb:

$$\text{Obsah koule} = \frac{4}{3} \times 2^3 \times 3{\cdot}14 = \frac{4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3{\cdot}14}{3} =$$

$$\frac{3 \cdot 14 \times 32}{3} = \frac{100 \cdot 48}{3} = 33 \cdot 493 \text{ dm}^3.$$

ÚLOHY.

1. Poloměr koule měří 12 cm; jak velký jest *a)* obsah největšího kruhu, *b)* povrch a *c)* obsah koule?

2. Vypočítati povrch a obsah koule, jejíž průměr měří *a)* 3 m, *b)* 2·24 dm, *c)* 1 m 8 dm 4 cm 6 mm.

3. Pozlatiti kulovitou báň na věži, jejíž průměr měří 0·8 m; co stojí pozlacení, platí-li se za 1 m^2 45 zl. 50 kr.?

4. Obvod největšího kruhu koule měří 1·4 m; jak velký jest povrch a obsah koule?

5. Obvod zemského rovníku měří 5400 mil aneb 40070 km; jaký povrch a obsah bude míti naše země, pokládá-li se tato za kouli? ($\pi = 3 \cdot 14159$.)

6. Jak těžká jest koule mosazná, jejíž průměr měří 1 dm, váží-li 1 dm^3 8·4 kg?

7. Zhotoviti se má balon větroplavecký v průměru 10 m; kolik metrů 8·5 dm širokého voskového tafetu jest k tomu třeba?

8. Kostelní kuple (polokoule), jejížto průměr 10·5 m měří, má se pokrýti mědí. Kolik desek měděných 0·6 m^2 velkých jest potřebí, počítá-li se na zakládání a rozřezání 6% a co stojí krytba kuple, váží-li 1 m^2 $5\frac{1}{4}$ kg a platí-li se za 1 kg se mzdou 1 zl. 35 kr.?

9. Do válcovité nádoby dílem vodou naplněné, mající 0·8 m v průměru, ponoří se 5 stejně velkých kulí, jejichžto průměr měří 1 dm; o kolik decimetrů stoupne voda v nádobě?

10.*) Jak stanovíme délku poloměru koule, dán-li jest povrch její?

$$\left(r = \sqrt{\frac{p}{4\pi}}\right)$$

11.*) Vypočítati poloměr a průměr koule, jejíž povrch 14 dm^2 měří.

12.*) Vypočítati poloměr koule, která má týž obsah jako krychle, jejíž hrana 1·5 dm měří.

13.*) Průměr rovnostranného válce, který má týž povrch jako koule, měří 1 dm; jak velký jest poloměr a obsah koule?

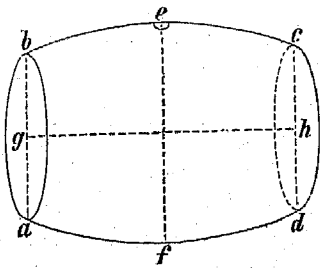
14. Obvod největšího kruhu vnějšího duté polokoule jest 1·34 m, tloušťka stěny 2·4 cm; jak velký jest obsah dutiny?

§ 15. **Obsah sudů.**

Sud (obr. 35.) liší se od válce hlavně tím, že průměru jeho ke středu přibývá, tedy pod čepem čili špuntem *(c)* největším jest, kdežto průměr válce všude stálou délku má. Obdržíme tedy obsah sudu dosti zevrubně, když si podobně počínáme jako při vypočítávání obsahu válce. Sud považujeme obyčejně za válec, jehož výška se rovná délce sudu a jehož průměr roven jest třetině součtu z dvojnásobného průměru sudu u čepu *(ef)* a jednoduchého jeho průměru na dně *(ab* neb *cd)*.

Při tomto výpočtu hledí se vždy ku vnitřním rozměrům sudu.

Obr. 35.



Délku vnitřního průměru pod čepem anebo hloubku čepovou stanovíme olovnicí, kterou čepem *e* do sudu až k bodu *f* vpustíme a jejíž délku pak měřítkem změříme. Délka vnitřního průměru na dně určí se snadno z délky vnějšího průměru, a vnitřní délka sudu rovná se délce vnější zmenšené o dvojnásobnou tloušťku dna.

Na př.: Jak velký jest obsah sudu 1 m dlouhého, jehož průměr dna 5 dm a průměr pod čepem 6·2 dm měří?

Průměr dna . . . . = 5 dm,
dvojnásobný průměr u čepu = 12·4 „ ,

průměr válce = 17·4 dm : 3 = **5·8** dm.

Základna válce = $(2·9)^2 \times 3·14 = 26·4074$ dm^2.
Obsah sudu = $26·4074 \times 10 =$ **264·074 dm^3**.

Vyjádříme-li obsah sudu v krychlových decimetrech, dá nám číslo toto zároveň obsah sudu v litrech.

ÚLOHY.

1. Vypočítati obsah sudu 1·28 m dlouhého, jehož čepová hloubka 8·6 dm šířka dna 7·4 dm měří.

2. Kolik litrů vejde se do každého z těchto sudů:

délka sudu,	průměr dna,	čepová hloubka
1 m	48 cm	70 cm
1·55 m	60 cm	82 cm
1·6 m	7 dm	9 dm.

3. Sud o 5 dm čepové hloubky a 4 dm průměru na dně drží 1 hektolitr; jakou vnitřní délku má sud tento?

§. 16. Určování obsahu těles z váhy jejich.

Krychlový obsah jakéhokoli tělesa lze také z váhy jeho určiti.

Tělesa podepřená nemohou padati k zemi a tlačí tíží svou na podporu; velikost tohoto tlaku nazýváme **váhou** tělesa.

Váha, kterou má těleso bez ohledu na svou velikost, sluje **váhou absolutní** čili **prostou**.

Váha jednotky tělesomíry, na př. krychlového decimetru, tělesa toho slove jeho váhou **měrnou**.

Na př.: 1 dm^3 mědi váží 8·9 kg.

Měrné váhy některých těles.

1 krychlový decimetr

vody při 4⁰ C	váží	1	kg,
vody mořské	„	1·03	„ ,
mléka	„	1·03	„ ,
vína rýnského	„	0·99	„ ,
oleje lněného	„	0·95	„ ,
glycerinu	„	1·27	„ ,
platiny	„	21·5	„ ,
zlata	„	19·4	„ ,
rtuti	„	13·6	„ ,
olova	„	11·4	„ ,
stříbra	„	10·5	„ ,
mědi	„	8·9	„ ,
mosazu (průměrně)	„	8·4	„ ,
železa kovaného	„	7·78	„ ,
železa litého	„	7·25	„ ,
ocele	„	7·82	„ ,
zinku	„	7·19	„ ,
cínu	„	7·29	„ ,
mramoru	„	2·72	„ ,
vápence	„	2·45	„ ,
žuly	„	2·6	„ ,
skla	„	2·37	„ ,
diamantu	„	3·52	„ ,
kamenného uhlí	„	1·3	„ ,
suché země	„	1·3	„ ,
jantaru	„	1·08	„ ,
dubového dřeva	„	0·86	„ ,

bukového dřeva	váží	0·74	kg,
březového dřeva	„	0·6	„ ,
smrkového dřeva	„	0·47	„ ,
korkového dřeva	„	0·24	„ ,
cukru	„	1·5	„ ,
vosku	„	0·97	„ ,
vzduchu	„	0·0013	„ .

Jelikož 1 dm^3 rtuti 13·6 kg váží, budou 40·8 kg rtuti tolik dm^3 zaujímati, kolikrát 13·6 kg v 40·8 kg obsaženy jsou:

$$40{\cdot}8 : 13{\cdot}6 = 3\ dm^3.$$

Z toho následuje:

Obsah tělesa v krychlových dm rovná se prosté váze jeho v kilogramech dělené váhou měrnou.

Jak těžký jest kus stříbra, jehož obsah 3 dm^3 měří?

1 dm^3 stříbra váží 10·5 kg,
3 „ „ „ 10·5 kg $\times$ 3 = **31·5 kg,**

z čehož jde:

Prostá váha tělesa v kilogramech rovná se součinu z jeho obsahu v krychlových decimetrech a měrné váhy.

ÚLOHY.

1. Vypočítejte prostou váhu těchto těles:
a) 20 dm^3 litého železa,
b) 15·6 dm^3 kovaného železa,
c) 2 dm^3 115 cm^3 rtuti,
d) 4 m^3 220 dm^3 kamenného uhlí,
e) 215 m^3 119 dm^3 112 cm^3 vzduchu.
2. Vypočítati váhu krychle z litého železa, jejíž hrana měří 1·5 dm.
3. Kolik váží 2 dm dlouhý válec mosazný, jehož průměr měří 0·45 dm?
4. Jakou váhu má olověná koule, jejíž průměr měří 0·3 m?
5. Kolik váží 3·8 dm vysoký klobouk cukru, měří-li průměr základny 1·8 dm?
6. Jaký obsah má kus mosazu, který váží 100 kg?
7. Kus olova váží 112 kg 85 dkg; jak velký jest obsah jeho?
8. Jaký prostor zaujímá mosazné závaží *a)* 1 kg, *b)* 1 dkg těžké?
9. Jaký obsah má závaží z litého železa pro váhu desetinnou, které přivésti má břemeno 1 metr. cent *(q)* těžké v rovnováhu?
10. Kus vosku váží 2 kg; jaký prostor zaujímá?
11. Jaký obsah má diamant v rakouské klenotnici se nacházející, jenž váží 27·75 g?

Úlohy k opakování.

a) Vypočítávání ploch.

1. Jak velký jest obvod a obsah čtverce, jehož strana měří 2·043 m?

2. Obvod čtvercové zahrady měří 260 m; kolik arů má zahrada?

3.*) Obsah čtverce měří 4 m^2 49 dm^2 44 cm^2; vypočítati jeho stranu obvod.

4. Vypočítejte obvod a obsah 2·58 m dlouhého a 1·678 m širokého obdélníku!

5. Kolik arů má 150 m dlouhá a 76·5 m široká louka?

6. Jakou délku má obdélníkové, 280 m široké pole, jehož obsah měří 14 hektarů?

7.*) Dvě stejně velké zahrady obehnati se mají plotem; jedna z nich má podobu čtverce a druhá má podobu obdélníku, jehož šířka 20·5 m měří. Kolik metrů má plot každé zahrady, měří-li obsah jedné 7 arů 70 m^2 90 dm^2?

8. Jak široké musí býti obdélníkové pole 125 m dlouhé, aby mělo týž obsah jako čtvercové pole, jehož strana měří 75 m?

9. Co stojí nátěr plochy 7·5 m dlouhé a 8·5 m vysoké barvou klihovou, platí-li se za 1 m^2 12 kr.? Oč by byl olejový nátěr téže plochy dražší, kdyby se počítalo za 1 m^2 40 kr.?

10. Účebná síň jest 10 m dlouhá a 6 m široká; kolik žáků směstná se v ní, počítá-li se na každého 0·6 m^2 a odečte-li se pro nábytek, kamna, chodby atd. 20%?

11. Základna kosodélníku měří 5·2 m a výška jeho rovná se 3 m 1·4 dm; stanovte obsah jeho!

12. Má-li základna kosodélníku 2·15 m a obsah jeho 2 m^2 64 dm^2 45 cm^2, jak velká jest výška?

13. Kolik hektarů má pozemek, mající podobu trojúhelníku, jehož základna měří 320·5 m a výška 196·8 m?

14.*) Jak dlouhá jest strana čtverce, mající týž obsah jako trojúhelník, jehož základna měří 2 dm a výška 1·5 dm?

15.*) V kosočtverci jest jedna úhlopříčna 2·4 dm, druhá 4·6 dm dlouhá; jak velký jest obsah a obvod jeho?

16.*) Vypočítati přeponu pravoúhlého trojúhelníku, měří-li jeho odvěsny 48 m a 20 m.

17.*) Jak dlouhá jest úhlopříčna ve čtverci, jehož strana měří 1 m 2 dm 4 cm?

18.*) Jak velká jest úhlopříčna v obdélníku 3 dm dlouhém a 1·8 dm širokém?

19. Jaký obsah má rovnostranný trojúhelník, jehož strana měří 3·8 dm?

20.*) Vypočítati obsah trojúhelníku rovnoramenného, jehož základna měří 1·2 dm a každé rameno 9 cm.

21.*) Jak dlouhá jest tětiva, jejíž vzdálenost od středu kruhu měří 3 cm a rovná-li se poloměr kruhu 5 cm?

22. Pole má podobu lichoběžníku, jehož rovnoběžné strany 123·5 m a 70·2 m, kolmá šířka pak 65 m měří; kolik arů má pole toto?

23. Zobrazte různoběžník, rozdělte jej úhlopříčnou ve dva trojúhelníky a vypočítejte pak obsah jeho!

24. Jaký obvod a obsah má pravidelný osmiúhelník, jehož strana měří 2·6 cm?

25. Zobrazte nepravidelný sedmiúhelník, rozdělte jej v pravoúhlé trojúhelníky a lichoběžníky a stanovte obsah jeho!

26. Jaký obvod a obsah má kruh, jehož poloměr měří 2·84 dm?

27. Oč jest *a)* obvod, *b)* obsah pravidelného šestiúhelníku, vepsaného do kruhu, jehož průměr 1·2 m měří, menší než obvod a obsah kruhu?

28. Poloměr kruhu má 2·2 m; jak velký jest oblouk, příslušný středovému úhlu 42° 30′?

29. Jak velký úhel středový přísluší oblouku 2 dm dlouhému v kruhu, jehož poloměr měří 1 dm?

30.*) Jaký poloměr má kruh téhož obsahu jako čtverec, jehož strana má 1·5 dm?

31. Jak velká jest vrchní plocha desky stolové podoby elliptické, měří-li osa velká 2 m a osa malá 1·4 m?

b) Vypočítávání těles.

32. Jaký povrch a obsah má krychle, jejíž hrana měří 1·54 dm?

33.*) Povrch krychle měří 1 dm² 68 cm² 54 mm²; vypočítati hranu a obsah její.

34. Jaký povrch a obsah má pravoúhlý rovnoběžnostěn, jehož tři rozměry jsou 2·4, 1·8 a 3·2 cm?

35. Základnou 2 m vysokého hranolu jest různoběžník, jehož jedna úhlopříčna měří 1·35 m; kolmice, jež z protilehlých vrcholů na ní spuštěny byly, mají 0·98 m a 0·68 m. Jaký obsah má hranol tento?

36. Truhla na obilí jest 1·4 m dlouhá a 75 cm hluboká; kolik metrů šířky musí míti, aby se do ní vešlo 10·5 hektolitru obilí?

37. Jaký povrch a obsah má 4·38 m vysoký přímý hranol se čtvercovou základnou, jejíž strana měří 7·8 dm?

38. Krychlový metr pískovce stojí i s povozem 18 zl. 50 kr.; co stojí pískovec 1·25 m dlouhý, 0·84 m vysoký a 0·65 m široký?

39. Jak vysoko může se nasypati 40·5 hektolitru obilí v obilnici 6 m dlouhé a 4·5 m široké?

40. Jak velký obsah má zeď 12·4 m dlouhá, 3·5 m vysoká a 50 cm tlustá?

41. Jaký povrch má přímý jehlanec, jehož základna jest pravidelný osmiúhelník se stranou 1·56 cm dlouhou, měří-li výška poboční 7·5 cm?

42.*) Vypočítati povrch a obsah čtyřbokého přímého jehlance, měří-li obvod čtvercové jeho základny 3·4 m a výška 2·4 m.

43.*) Vypočítati přesně obsah komole jehlancové 2·4 dm vysoké, je-li poměr obou základen 3 : 2 a měří-li větší základna 12·36 dm².

44. Vypočítati povrch přímé šestiboké komole jehlancové s pravidelnými základnami, měří-li strany základen 4·2 dm a 3·4 dm a výška poboční 2·8 dm.

45. Jaký povrch a obsah má osmistěn, jehož hrana má 5·6 cm?

46. Jak těžký jest masivný dvanáctistěn z dřeva dubového, jehož hrana měří 2·4 cm?

47. Vypočítati povrch a obsah přímého válce, měří-li průměr jeho základny 1·85 m a výška 3 m.

48. Roura z litého železa má zevně v průměru 34 cm, tloušťka stěn jest 2 cm a délka roury 3·4 m; kolik kg váží roura tato?

49. Do válcovité 1·45 m vysoké nádoby vejde se 43 hektolitrů 50 litrů vody; jak velké jest její dno?

50. Vypočítejte povrch přímého kužele, měří-li obvod jeho základny 5·652 m a hrana 2·4 m!

51. Jaký obsah má přímý, 1 m vysoký kužel, měří-li průměr základny jeho 0·85 m?

52. Kolik krychlových metrů uhlí obsahuje kuželovitá hromada uhlí, jejíž obvod má 12·4 m a výška 5·8 dm?

53.*) Obvody základen přímé, 1·2 dm vysoké komole kuželové měří 3·24 dm a 1·894 dm; jaký jest povrch a obsah tělesa tohoto?

54. Kmen 10·8 m dlouhý má na jednom konci 90 cm, na druhém 68 cm v obvodu; jaký jest jeho obsah? (Vypočísti příbližně!)

55. Jak velký jest *a)* obsah největšího kruhu, *b)* povrch a *c)* obsah koule, jejíž poloměr měří 3·8 cm?

56. Kolik kilogramů váží litá železná koule dutá, měří-li její vnější průměr 29·4 cm a tloušťka stěny 4·5 cm?

57.*) Vypočítati délku hrany krychle, která má týž povrch jako koule, jejíž poloměr měří 4 cm 5 mm.

58. Kolik litrů vejde se do sudu 1·64 m dlouhého, jehož čepová hloubka 0·98 m, šířka dna 77 cm měří.

59. Sud, jehož čepová hloubka měří 40 cm a průměr na dně 35 cm, má v sebe pojati 50 litrů; jakou délku musí míti?

60. Těleso, jehož měrná váha 2·5 jest, váží 150 kg; jaký jest objem jeho?

61. Kolik dm^3 mědi váží 35·6 kg?

62. Kolik váží vzduch ve světnici 5 m dlouhé, 4 m široké a 3·5 m vysoké?

63 Jak těžký jest 6 m dlouhý smrkový kmen, jehož jeden konec má v průměru 60 cm, druhý 52 cm? (Příbližně vypočítati!)

64. Kolik kilogramů mléka obsahuje válcovitý hrnec, jehož průměr dna má 2 dm a hloubka 2·4 dm?

65 Kolik kilogramů váží mramorová koule, jejíž průměr měří 38 cm?

66. Co váží diamant ve francouzské klenotnici se nacházející, jehož objem měří 8·05 cm^3?

67. Co váží 140 m^3 183 dm^3 vody mořské?

68. Oč jest váha 1·123 dm^3 oleje lněného menší od váhy rovně velkého množství vody?

69. Sud 1·25 m dlouhý, jehož hloubka čepová měří 8·5 dm a průměr na dně 7·2 dm, jest naplněn vínem; jak těžké jest víno v sudě se nacházející?

70. Kolik olověných kulí 1 cm v průměru přijde na 1 kg?

Učebná osnova.

ÚČEL. Žáci poznejte nejdůležitější geometrická tělesa a jejich omezení, dále naučte se měřiti a vypočítávati plochy a tělesa, naskytující se v obecném životě.

Pátá třída.

Počínajíce krychlí, pozorují žáci nejjednodušší tělesa hranatá, z čehož se vyvozuje známost rozličných ploch, úhlův a čar.

Šestá třída.

Opakování učiva páté třídy, načež přikročí se tímže způsobem k tělesům kulatým. Žáci kreslí síti těles, robíce sami tělesa geometrická.

Sedmá třída.

Měření a vypočítávání ploch a těles.