ZÁKLADY PRŮMĚTNICTVÍ

SE ZVLÁŠTNÍM OHLEDEM

NA GEOMETRALNÉ OSVĚTLENÍ.

KU POTŘEBĚ ŠKOL

PRŮMYSLOVÝCH POKRAČOVACÍCH, VŠEOBECNÝCH ŘEMESLNICKÝCH, ÚSTAVŮ PŘÍBUZNÝCH A KANDIDATŮ UČITELSTVÍ ODBORU TECHNICKÉHO ŠKOL MĚŠŤANSKÝCH.

NAPSAL

JAN SLÁDEK,

C. K. PROFESSOR PŘI ÚSTAVU KU VZDĚLÁNÍ UČITELŮ V SOBĚSLAVI.

V TEXT VLOŽENO 98 OBRÁZKŮ.

V TÁBOŘE.

NAKLADATEL VÁCLAV KRAUS, KNIHKUPEC.

PŘEDMLUVA.

Vyučovací osnova škol průmyslových pokračovacích a všeobecných řemeslnických žádá v pravouhlém promítání nejjednodušší postup pomocí modelů těles. Pro praktický směr žáků ústavů oněch je postup takový osvědčen.

Dle předpisu osnov těch, jest vydáno několik děl předlohových, velmi cenných, jichž se se zdarem ve školské praxi užívá.

V nejvyšších odděleních ústavů zmíněných jest jednak předepsáno — jinak nutno — v průmětnictví a odborném kreslení seznati základy promítání pravouhlého, jež nevyhnutelně třeba žákům znáti, mají-li se zdarem ku konstrukcím geometralného osvětlování pokročiti.

V té příčině má posloužiti tento spis.

I. část. *A.* Ku zobrazování průmětů nejjednodušších prvků v prostoru jako: bodu, přímky, roviny (v I. čtvrti rovin průmětných), druží se nejdůležitější úlohy kombinované.

Zobrazování průmětů těles a ploch, jich sítí, řezů rovinných a nejdůležitějších prostupů zde vynecháno, ježto jest již ve zmíněných dělech předlohových: prof. Hocke, učitele Ratolísky a j. co nejlépe školám předvedeno. Za to hned *B.* probrána zde partie: mnohoúhelníky a křivky rovinné, průseky přímky s nejdůležitějšími plochami, roviny tečné k plochám vůbec a nejužívanějším plochám zvlášť.

II. část. Zde se jedná o osvětlení vůbec a o osvětlení bodů, přímek, křivek a rovin zvlášť.

Osvětlením těles rovno- a křivoplochých končí část tato a celé dílko.

Vydávaje spis tento na veřejnosť, přeji si jen, aby hojně užíván byl od těch, v jichž prospěch byl psán.

V SOBĚSLAVI v říjnu 1895.

Spisovatel.

ÚVOD.

Na počátku mám za nutné některé pojmy měřické opakovati.

Co jest **čára**? Jest to **jev** všech míst v prostoru, jimiž se pohyblivý bod dle určitého zákona ubírá. Jev ten lze zobraziti.

Co jest **geometrické místo**? Souhrn veškerých poloh bodu tvořícího, který se dle jistého výtvarného zákona pohybuje.

Úběžný bod je nekonečně vzdálená poloha bodu tvořícího.

Plocha je tvořena pohybem čáry v prostoru.

Rovina je plocha zvláštní, v níž se dají které-koli dva body přímo spojiti.

Rovinu vytvořuje přímka, která jinou stálou, pevnou přímku (řídicí) stále protíná a při tom buď 1) pevným bodem prochází aneb 2) v každé poloze šinuté, směru svého nezmění.

Rovina jest stanovena:

1) přímkou a bodem (mimo ni ležícím),
2) dvěma různoběžkami,
3) dvěma rovnoběžkami,
4) třemi body (které neleží na jedné přímce).

Které útvary měřické lze si v rovině mysleti? (Bod, přímku, úhel, mnohoúhelník, křivky atd.)

Útvary ty slují **rovinné**.

Jakou polohu vzájemnou má přímka ku rovině?

Budiž A přímka, R rovina.

1) $A \parallel R$, je-li $A \parallel$ k některé přímce roviny R,
2) $R \parallel A$, obsahuje-li rovina nějakou přímku $\parallel$ ku A,
3) $A \perp R$, je-li $A \perp$ ku dvěma různoběžkám oné R,
4) není-li $A \parallel R$ neb $A \perp R$, jest $A \angle R$.

V jakém útvaru geometrickém sekou se dvě roviny? Vždy **v přímce**, již zoveme **průsečnice**. Jsou-li roviny rovnoběžné, jest průsečnice v nekonečnu.

Souhrn nesčíslného množství přímek jedním bodem procházejících a prostor vyplňujících, ale v rovině ležících, se zove rovinný svazek paprsků.

Souhrn nesčíslného množství přímek jedním bodem procházejících a prostor vyplňujících se zove prostorový svazek paprsků.

Je-li zmíněný bod svazků v ∞ stanou se z nich osnovy a to: osnova rovinná a osnova prostorová.

Základ promítání.

Útvary známé, měřické, v prostoru se nalézající, lze **„promítáním"** v útvary rovinné převésti a tyto snadno zobraziti. Útvarům převedeným, či z prostoru v rovinu odvozeným, říkáme **průměty**.

Roviny útvarů odvozených slují **průmětny.**

Odvozovati či převáděti útvary lze pomocí svazku prostorového, neb pomocí osnovy paprsků.

Převádí-li se na př. **bod** a ob. 1. paprsky kolmými ku dvěma průmětnám, nazýváme promítání takové **pravoúhlé.**

Složitý útvar na př. mnohoúhelník, promítá se paprsky v každém vrcholu položenými; tyto tvoří osnovu paprsků pravoúhelně promítajících. **Průsečíky** paprsků promítajících s rovinami průmětnými, jsou hledané průměty.

Ježto se pouze **zjev průmětů** kreslí neb rýsuje na nákresně (rýsovce, papíru), obdržíme rysem toliko **obrazy průmětů** a nikoli průměty, které jsou jen na **průmětně.** Průmětny jsou roviny bezhmotné, ony bytují toliko v představě naší a nemohou býti zároveň rovinami, na kterých se rýsovati má.

Jediným průmětem, nebo-li odvozením útvaru jakéhosi na jednu průmětnu, bychom často nenabyli pravého ponětí o útvaru v prostoru se nacházejícím; vždyť jeden průmět na př. přímky, může náležeti nesčíslnému množství přímek jiných. Je třeba zvoliti průmětny dvě, které k sobě kolmo stavíme, bychom výkony promítání značně si zjednodušili (obr. 1.).

Průmětny jmenujeme písmenem P^1 a N^2. Té, které dáme polohu vodorovnou, říkejme **průmětna první** $= P^1$ a druhé, na P^1 kolmo postavené, tedy průmětně svislé, **průmětna druhá** $= N^2$. Bude-li třeba, zvolíme si i **průmětnu třetí,** abychom útvar náležitě pochopili.

Průsečnice obou průmětnen zove se osa a značí se písmenem X.

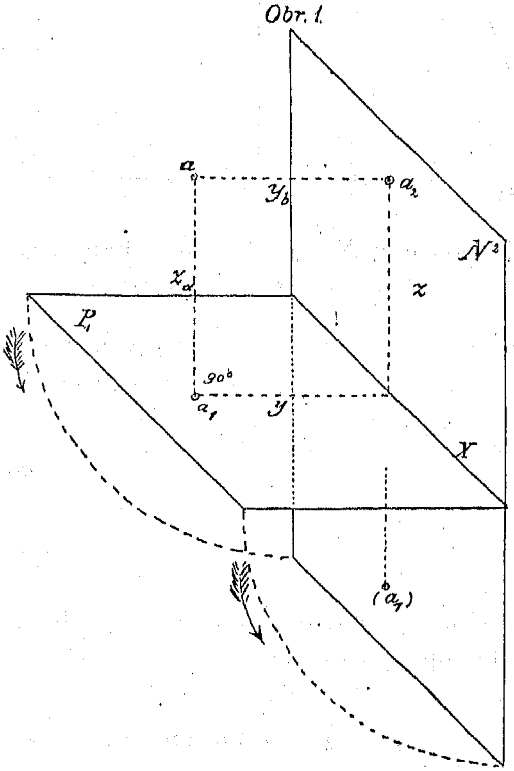
I. část.

A. O bodu, přímce a rovině.

1. Zobrazování průmětů bodů.

Veškeré promítání, jímž se budeme zabývati, jest **promítání pravoúhlé,** v němž směr paprsků promítacích je k průmětnám kolmý.

Obr. 1.



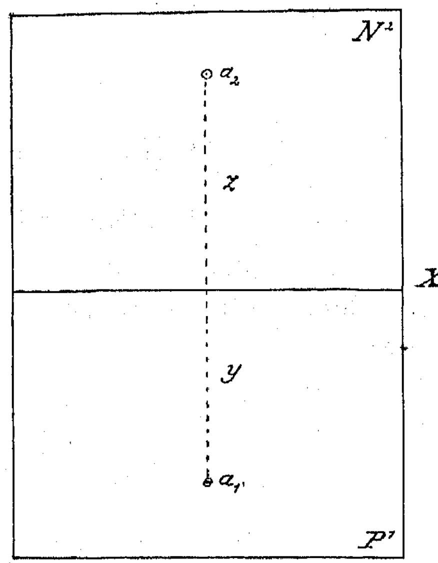
Ose X, která na papíru odděluje plochu horní od dolní, či útvary druhé průmětny od prvé, se dává označení $_{1,\,2}$, tedy $X_{1,\,2}$, ježto sama v sobě obsahuje průmět první i druhý.

1. V obraze 1. je naznačen v perspekt. obraze průmět bodu a na N^2 a P^1 a v obraze 2. po sklopení P^1 kol X, obraz průmětu prvního a druhého, bodu a tedy $\begin{cases} a_2 \\ a_1 \end{cases}$; (značí se písmenkou a s přidáním $_{1,\,2}$).

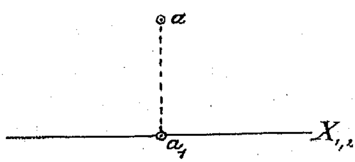
Bod a jest nad P^1 ve výšce $= z$

a od N^2 jest vzdálen v dálce $= y$

Obr. 2.



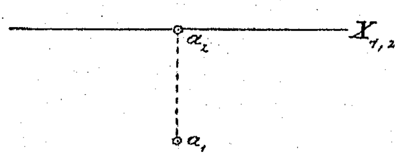
Obr. 3.



2. Leží-li bod a v N^2 obr. 3., má obraz průmětu a_1 v ose:

$$z_a = a_1 a_2 \qquad y_a = 0$$

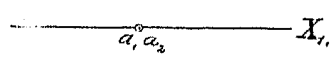
Obr. 4.



3. Leží-li bod a v P^1 obr. 4., má obraz průmětu a_2 v ose:

$$y_a = a_1 a_2 \qquad z = 0$$

Obr. 5.



Leží-li a v ose X obr. 5., stotožní se v obraze jeho na $X_{1,\,2}$ oba obrazy průmětů a_1 i a_2

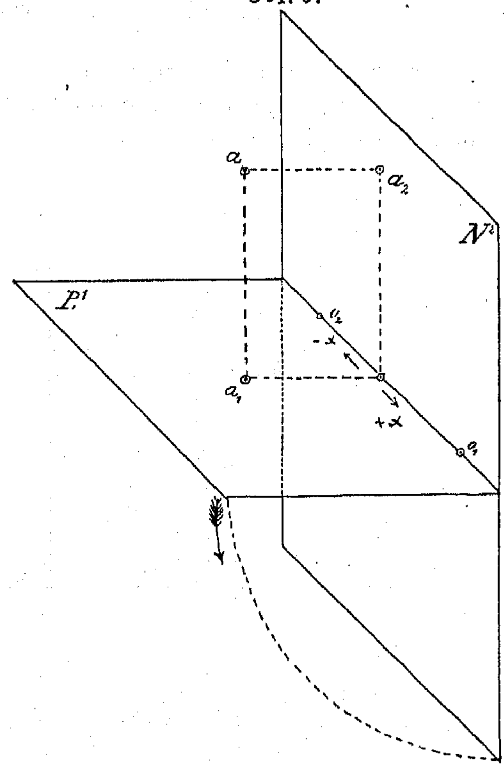
$$y_a = 0 \qquad z_a = 0$$

Jest bod a v prostoru stanoven vzdáleností y a výškou z úplně?

Nikoli; ku úplnému určení polohy a, dlužno vzíti ještě jeden rozměr, totiž polohu bodu a vzhledem ku jistému pevnému bodu O na ose X.

Bod a obr. 6. vzhledem ku pevnému bodu 0 může ležeti **na pravo,** nebo **na levo;** proto obrazy průmětů vzhledem ku $X_{1/2}$ podobně leží (v obr. 7.).

Obr. 6.



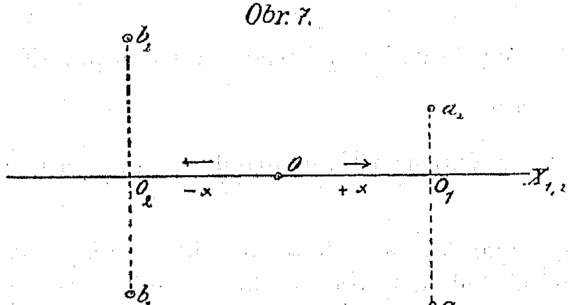
Vzdálenosti této 00_1 a 00_2 dáme znaménko $\begin{cases}+\\-\end{cases}$ a poněvadž se měří na X, označíme ji $\begin{cases}+x\\-x\end{cases}$ a tak lze třemi souřadnicemi $\pm x, y, z$ úplně bod ustanoviti. — Těm třem veličinám říkáme: **souřadnice bodů.**

Příklad. Zobraz průměty bodů $a \begin{cases} x = +2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$

$b \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$

(Za míru vezmi centimetrové měřítko.)

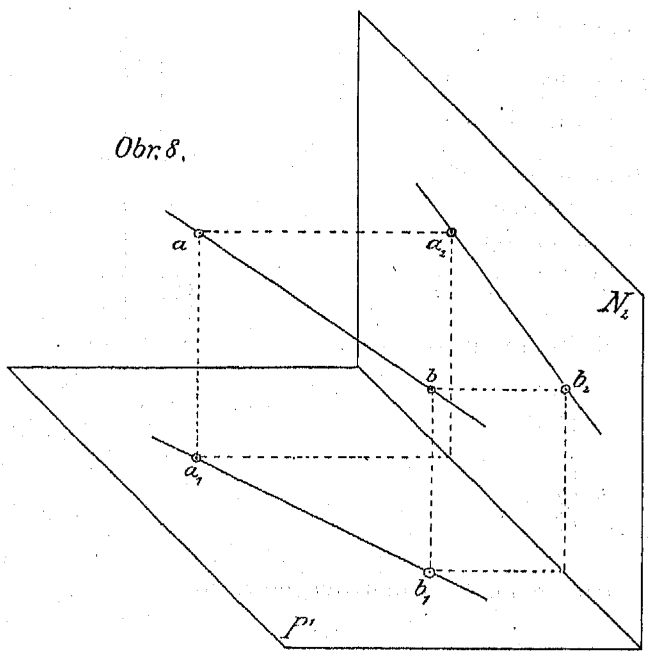
Obr. 7.



2. Zobrazování průmětů přímek.

Přímka je náležitě určena dvěma body, tedy i průmět přímky náležitě je určen průmětem dvou bodů, a podobně platí o obrazu průmětů. — (Obr. 8.)

Obr. 8.

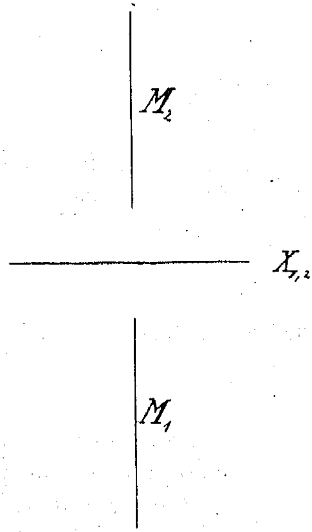


$\left.\begin{matrix} a^2 & b^2 \\ a_1 & b_1 \end{matrix}\right\}$ lze považovati **za průsečnice** rovin promítajících s průmětnými rovinami.

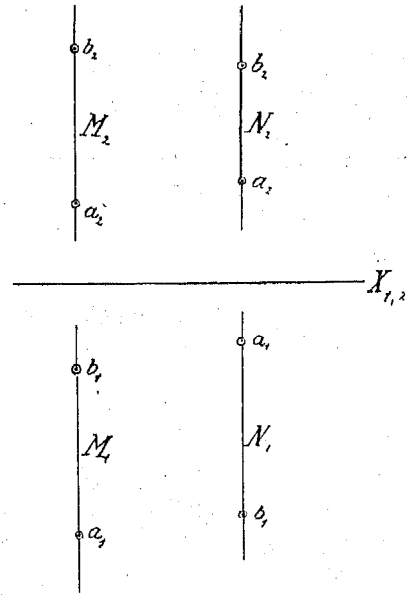
Průměty svými je poloha přímky v prostoru určitě stanovena.

Jedinou výminku od tohoto pravidla činí přímka, která se nalézá v rovině kolmé k ose X obr. 9., jejíž obraz průmětů: M_1 M_2. Pokud nejsou vyznačeny na obrazech průmětů přímek obrazy průmětů bodů, nelze polohu přímky řádně určiti; (v obr. 10. je poloha přímky určitá).

Obr. 9.

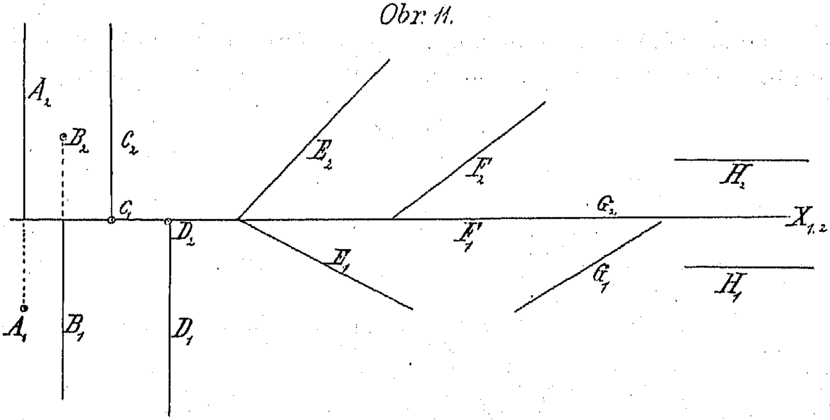


Obr. 10.



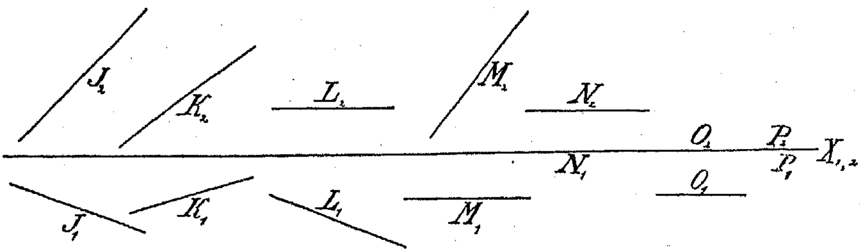
Pozn. Zhotovte si model dvou průměten z tvrdé lepenky a pomocí tyčinky (dlouhé tužky třeba), určete podržením tyčinky, polohu přímek A, B, C, D, E, F, G, H, jichž obrazy průmětů narýsovány v obr. 11.

Obr. 11.



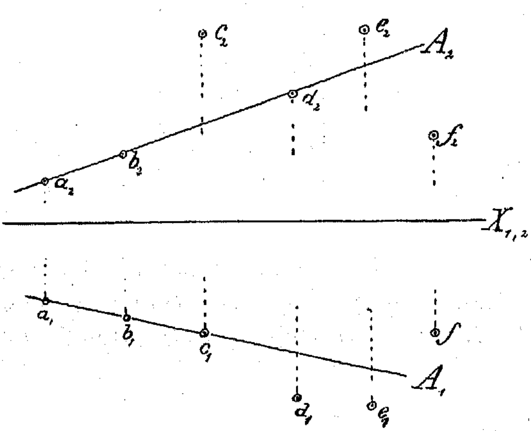
Pokračování v obr. 12. I, K, L, M, N, O, P.

Obr 12



3. Poloha přímky a bodu na vzájem.

Obr. 13.



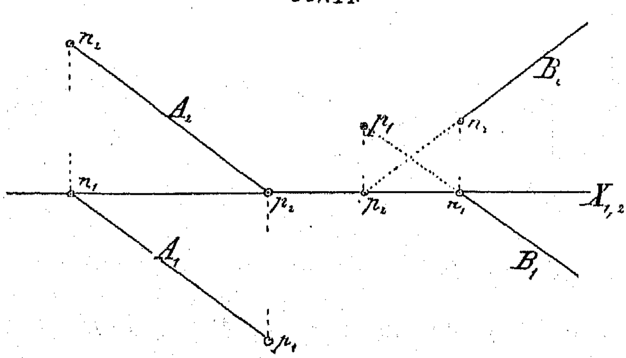
Dle obrazu 13. leží body: a, b, na přímce A a body c, d, e, f, leží mimo přímku A.

Proč?

Úloha. Ustanovte polohu přímky i jednotlivých bodů pomocí modelu průměten a tyčinky.

Důležitým bodem přímky je **průsečník** její s průmětnami či **stopa.** Ty jsou dvě: v průmětně druhé n a v prvé p obr. 14.

Obr. 14.



Poněvadž n je v $N^2\!\perp$ leží n_1 v $X_{1/2}$
" p " v $P^1\!\perp$ " p_2 v $X_{1/2}$.

Dle toho se **stopy** v obrazech snadno sestrojí.

Třeba jen obraz průmětu $\begin{cases}\text{I.}\\ \text{II.}\end{cases}$ přímky prodloužiti k ose $X_{1/2}$, označiti příslušné obrazy n_1 a p_2 a v promítacích kolmicích ku ose $X_{1/2}$ nalézti odpovídající n_2 a p_1.

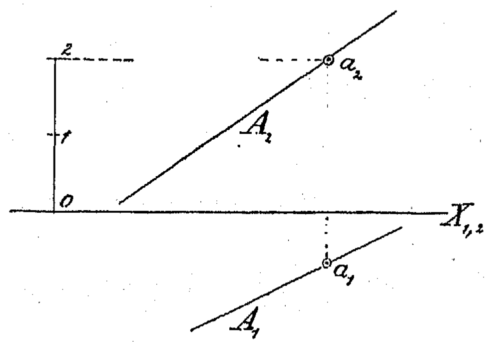
(Určete modely známými polohu přímky A a B obr. 14.)

Úloha. Jest nalézti obraz bodu a na obrazech průmětu přímky A, náleží-li mu $z = 2$. Obr. 15.

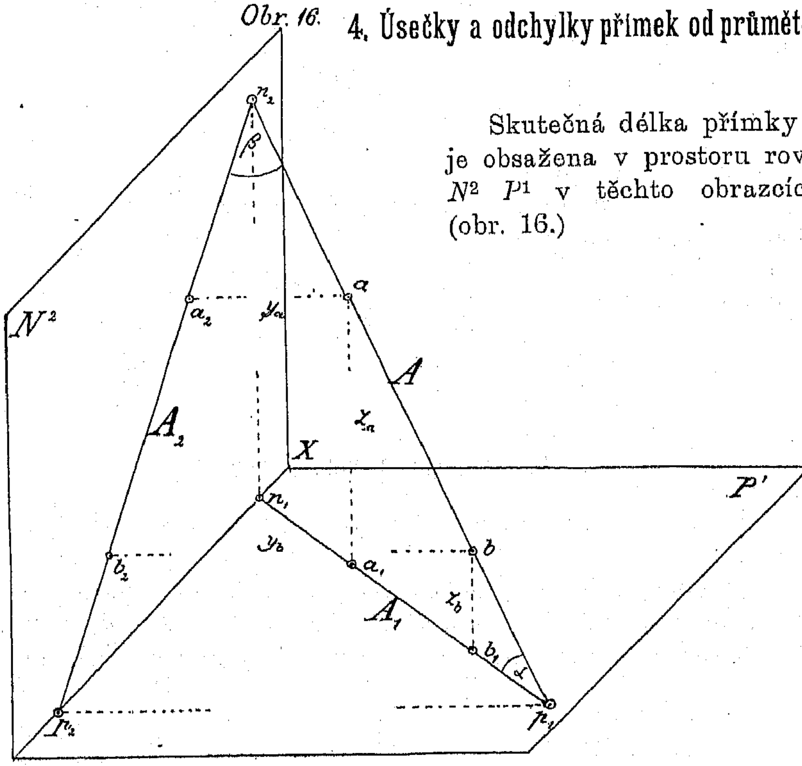
Poněvadž z je výška bodu a od průmětny *(I.)* či od P^1, musí i a_2 ve výšce $z = 2$ se nacházeti. Z a_2 snadno najdeš a_1.

Podobně i v příkladech si počínej dáno-li y bodu b. Dílky buďtež centimetry.

Obr. 15.



Obr. 16.



4. Úsečky a odchylky přímek od průměten.

Skutečná délka přímky A je obsažena v prostoru rovin N^2 P^1 v těchto obrazcích: (obr. 16.)

$$\begin{array}{ll} 1.\ \text{v lichoběžníku:} & \left.\begin{array}{l} aba_1b_1 \\ aba_2b_2 \end{array}\right\} \text{či} \begin{array}{l} AZ_bA_1Z_a \\ AY_bA_2Y_a \end{array} \\ 2.\ \quad\text{„} & \end{array}$$

aneb v

3. **v trojúhelníku:** $p_1n_1n_2$
4. „ $p_1n_2p_2$

Z těchto obrazců, z kteréhokoli je možno onu délku ab způsobem geometrickým nalézti.

Jest potřebí jen znáti 1. $A_2\begin{cases} a_2 \\ b_2 \end{cases}$ y_a y_b a A se sestrojí

2. $A_1\begin{cases} a_1 \\ b_1 \end{cases}$ z_a z_b a A „ „

Trojúhelník 3. a 4. je trojúhelník pravoúhlý

$$\begin{array}{lll} \sphericalangle p_2 = 90^0 & n_2p_2 = A_2 & \left.\begin{array}{l} p_1p_2 \\ n_1n_2 \end{array}\right\} \text{jsou druhé odvěsny.} \\ \sphericalangle n_1 = 90^0 & n_1p_1 = A_1 & \end{array}$$

1. V trojúhelníku $p_1n_1n_2$ je při p_1 -------- úhel α

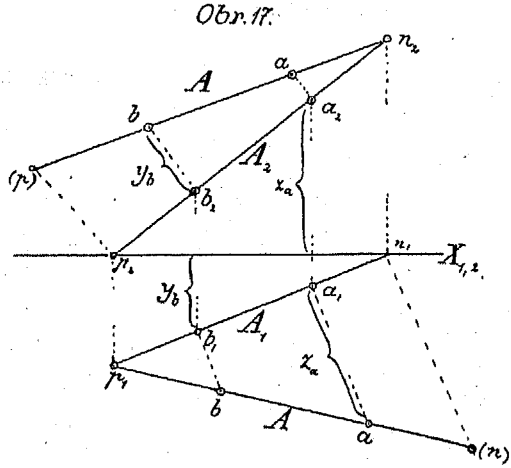
„ $p_1n_2p_2$ „ „ n_2 -------- „ β

Úhly ty $\left.\begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array}\right\}$ jsou úhly sklonu přímky k průmětnám.

Sestrojíme-li tyto lichoběžníky z daných délek, obdržíme délku ab ve skutečné velikosti (obr. 17.).

Sestrojením trojúhelníků v pravé velikosti, obdržíme i při vrcholech n_2 a p_1 úhly α a β ve skutečné velikosti.

Obr. 17.



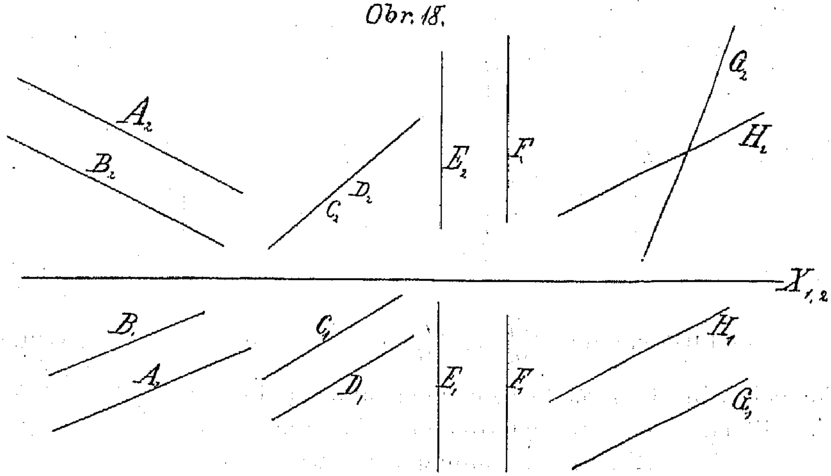
5. Vzájemná poloha přímek.

Přímky v prostoru jsou buď rovnoběžné, různoběžné, mimoběžné.

Průměty přímek rovnoběžných jsou na každé průmětně rovnoběžny na vzájem. Je-li $A \parallel B \parallel C$ jest i $A_1 \parallel B_1 \parallel C_1$ a tudíž i obrazy průmětů jsou spolu rovnoběžny. Výjimku činí zde přímky

// ku rovině, která jest ⊥ X. Průměty těchto jsou sice stejnosměrné, ale rovnoběžné průměty mají i přímky mimoběžné. Ku vyšetření přímek těchto slouží nám průmětna třetí, ku oběma známým kolmá. Na této lze viděti, jsou-li přímky rovnoběžné či mimoběžné. Ostatně lze i jiným způsobem vyšetřiti, jak později uvidíme, jsou-li přímky kolmé ku ose X rovnoběžné neb mimoběžné.

Obr. 18.

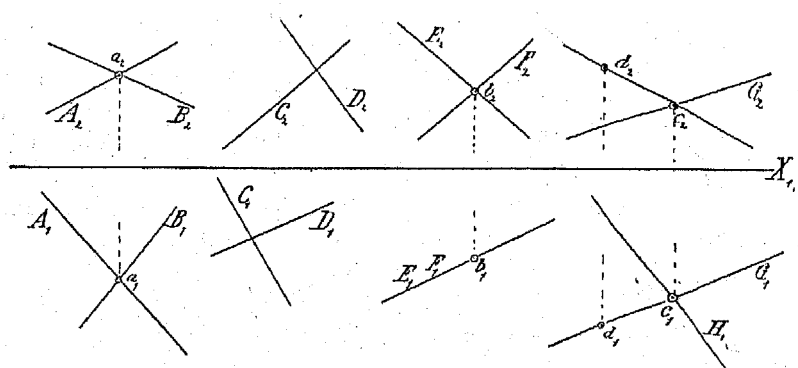


Úloha. Které z daných dvojic přímek obr. 18. jsou spolu rovnoběžné a které mimoběžné?

Určete polohu jich pomocí modelu průměten a dvou tyčinek.

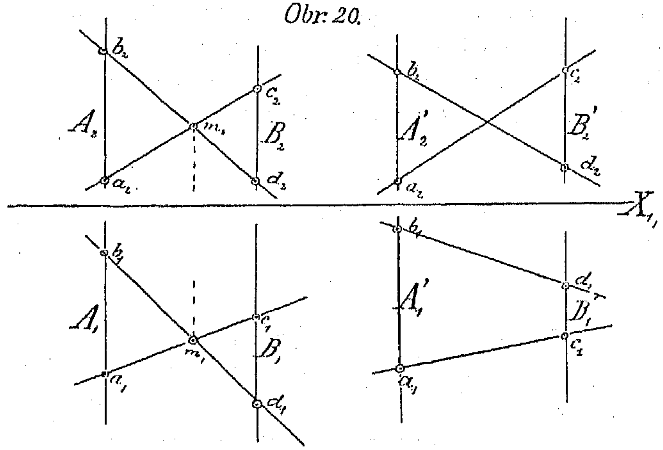
Protínají-li se přímky v prostoru, mají jeden bod společný. Průmětem onoho bodu procházejí i průměty oněch přímek.

Obr. 19.



Úkol. Udejte, které přímky v obr. 19. jsou různoběžné a které mimoběžné.

Obr. 20.



Polohu přímek: $A\left\{{a \atop b}\right.$ a $B\left\{{c \atop d}\right.$ ku ose X kolmých lze vyšetřiti pomocí přímek dvou křížem položených. (Obr. 20.)

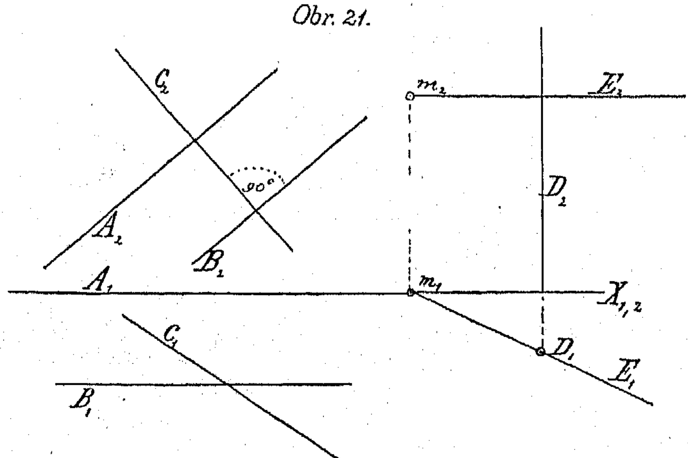
Přímky A a B jsou rovnoběžné: proč?

" A' a B' " mimoběžné: proč?

6. Dvě kolmice.

Dvě přímky, které jsou různoběžné a k sobě kolmo stojí, mají průměty v úhlu kosém — stojí-li v poloze obecné. Jen tehdy, je-li některá z nich v poloze rovnoběžné ku některé průmětně, neb v ní celá leží — objeví se úhel v průmětu svém, **pravým**.

Obr. 21.

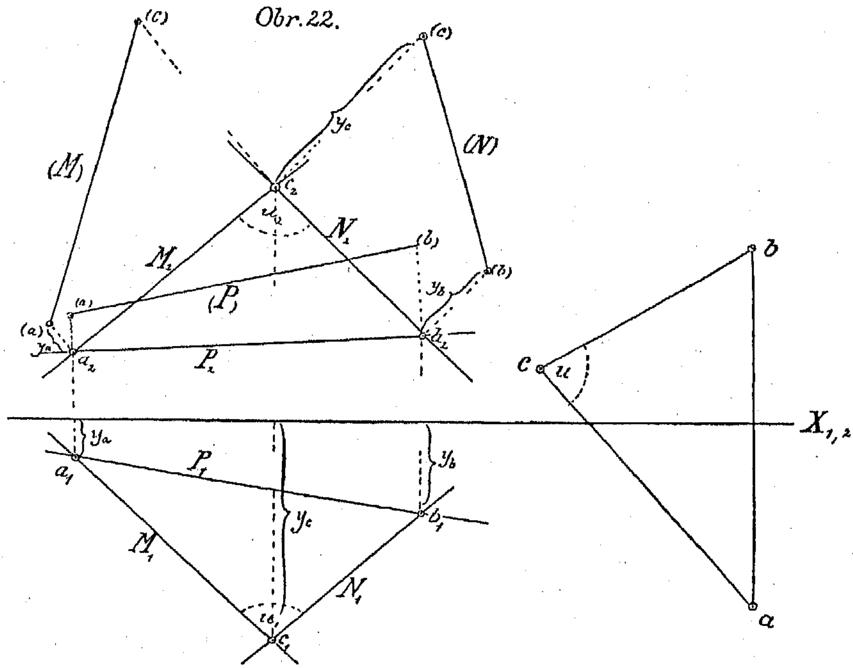


Vysvětlete polohu přímek ABC a DE v obrazci 21. naznačených.

Úloha. Jak sestrojíme úhel u daných dvou různoběžek M a N?

Rozřešení. Protni přímky M a N (obr. 22.) přímkou třetí P a sestroj v pravé velikosti trojúhelník MNP. Úhel při vrcholu, straně P protilehlý, je hledaný. Strany trojúhelníka abc v pravé velikosti jsou nalezeny na základě: obr. 17.

Obr. 22.

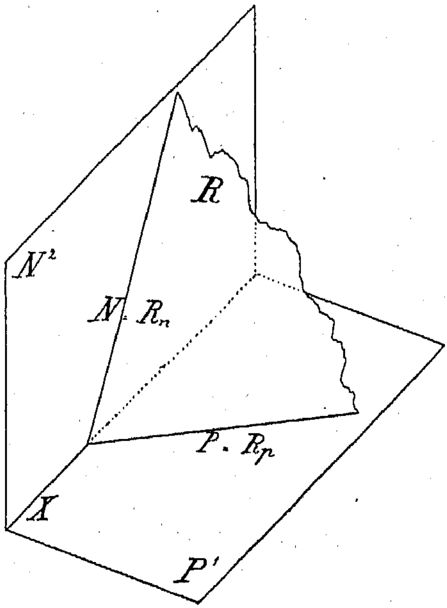


7. Zobrazování rovin.

Roviny jsou určitě stanoveny:

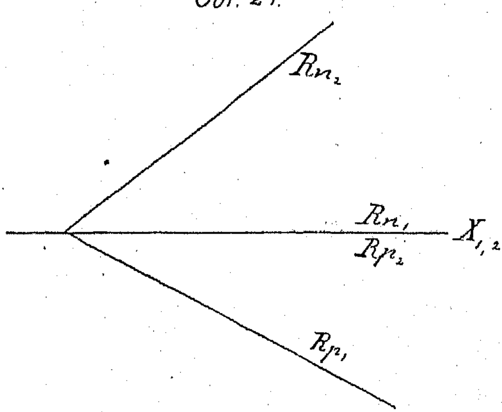
1. dvěma rovnoběžkami,
2. dvěma různoběžkami,
3. přímkou a bodem,
4. třemi body (jež neleží v jedné přímce).

Obr. 23



Z různoběžek, které rovinu nejvýhodněji stanoví, jsou nejlepší ty — které nejen rovině ale i průmětnám náležejí totiž — její **stopy** $\left\{\begin{matrix}N\\P\end{matrix}\right.$ obr. 23.

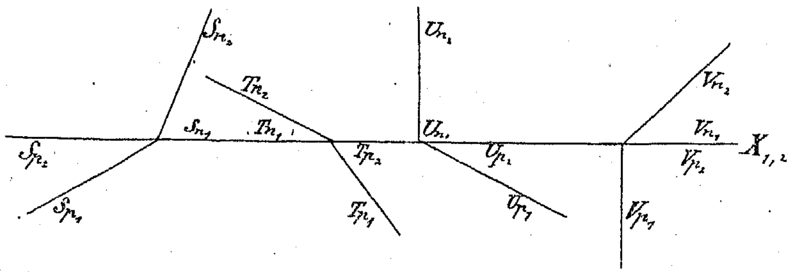
Obr. 24.



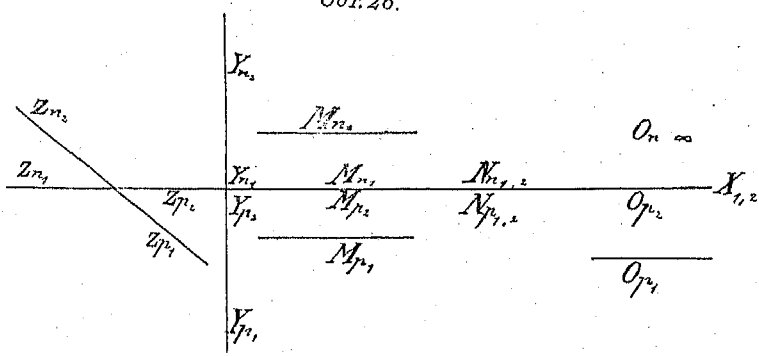
V obrazech průmětů (obr. 24.) značí se stopy dané takto: R je jméno roviny a index $\left\{\begin{matrix}n\\p\end{matrix}\right.$ značí stopu; cifry *1*, *2* obraz příslušného průmětu.

Naznačené průměty rovin v obr. 25. a 26. vyobrazených hleďte modelem co do polohy určiti.

Obr. 25.



Obr. 26.



Dána-li je rovina útvary z předu jmenovanými — musí se vždy najíti stopy její.

1. u rovnoběžek najdu stopy každé rovnoběžky a ty spojím (obr. 27.)

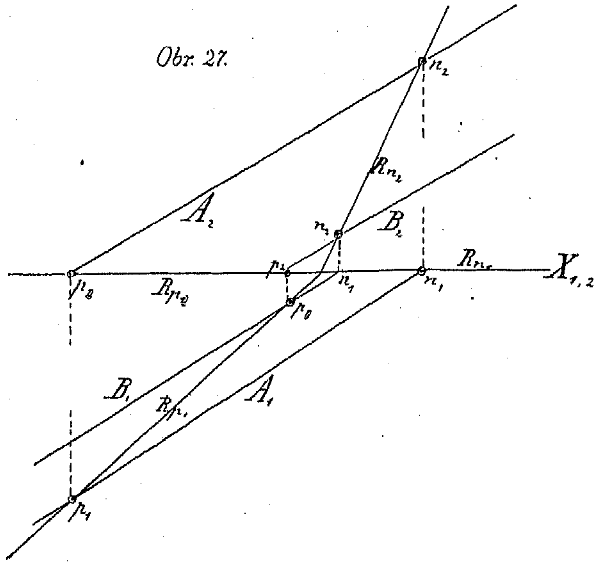
2. u různoběžek najdu stopy každé různoběžky a ty spojím (obr. 28.),

3. bodem položím různoběžku aneb rovnoběžku ku dané přímce a najdu opět stopy (obr. 29.),

4. dvěma a dvěma body položím různoběžky dvě a stopy těchto spojím (obr. 30.).

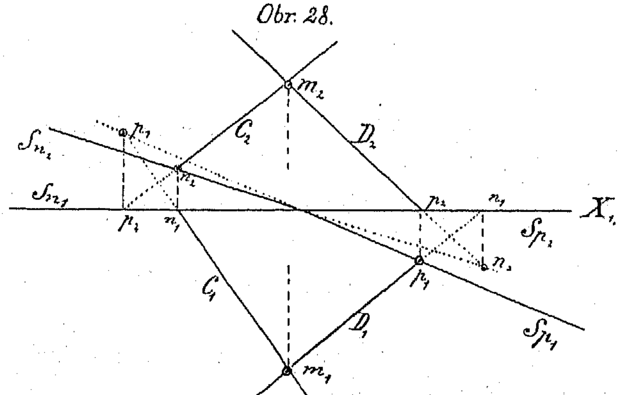
Dáno $A \parallel B$.

Obr. 27.



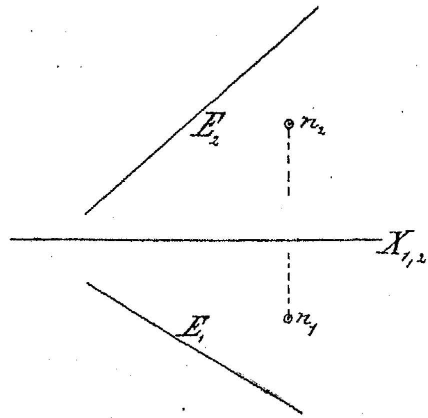
Dány rovnoběžky C D.

Obr. 28.



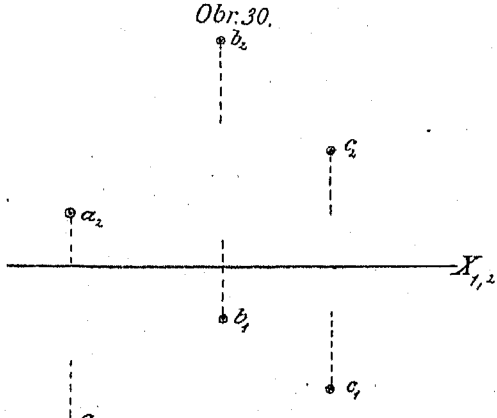
Dána přímka E a bod n; najdi stopy roviny dané.

Obr. 29.



Dány body a b c — najdi stopy roviny dané.

Obr. 30.

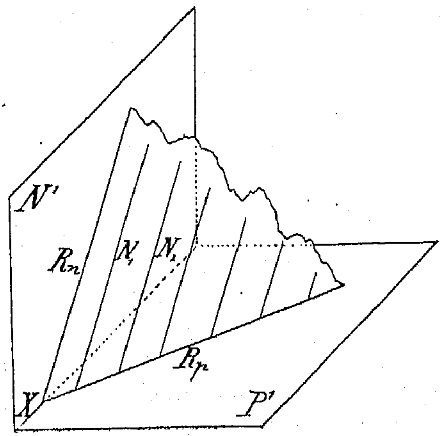


8. Body a přímky v daných rovinách.

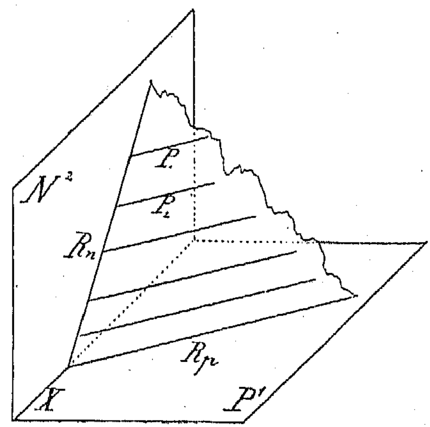
Nejdůležitější přímky v rovině jsou ty, které jsou rovnoběžné se stopami roviny: obr. 31., obr. 32.

Rovina má dvě stopy: s průmětnou druhou a průmětnou prvou. S těmi jsou rovnoběžné celé osnovy přímek v rovině dané. Přímky ty jmenujeme **přímky hlavní.**

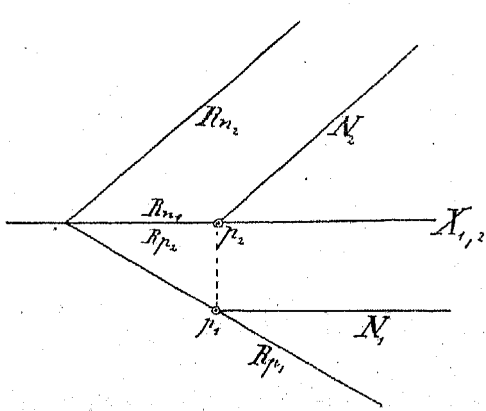
Obr. 31.



Obr. 32.



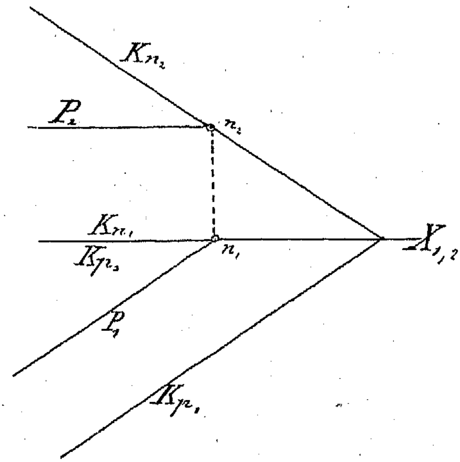
Obr. 33.



V obr. 33. jsou zobrazeny průměty přímky hlavní N v rovině R.

V obr. 34. přímka hlavní P v rovině K.

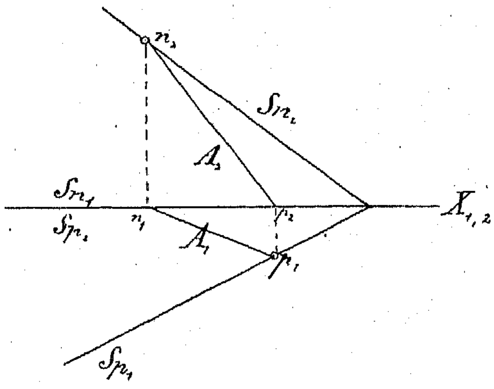
Obr. 34.



Proč jest $N_2 // R_{n_2}$ a $N_1 // X_{1/2}$?
Proč jest $P_2 // X_{1/2}$, a $P_1 // R_{p_1}$?

Úlohy: 1. Dán jest A_1 přímky A ležící v rovině S najdi A_2! (Obr. 35.)

Obr. 35.

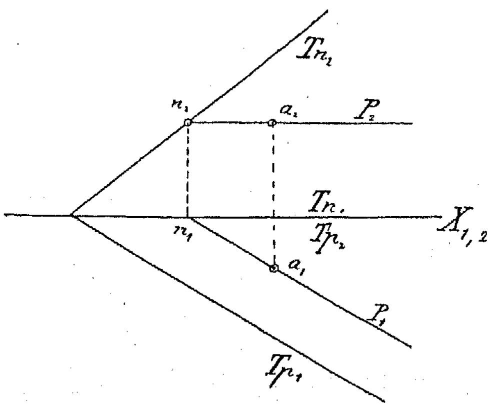


A_1 udává již obrazy stopy přímky A totiž $\begin{cases} n_1 \\ p_1 \end{cases}$; pomocí promítajících kolmic ku ose $X_{1/2}$ nalezne se obraz příslušných $\begin{cases} n_2 \\ p_2 \end{cases}$ a tudíž A_2.

2. Mají se udati obrazy průmětů bodů ležících na rovině T.

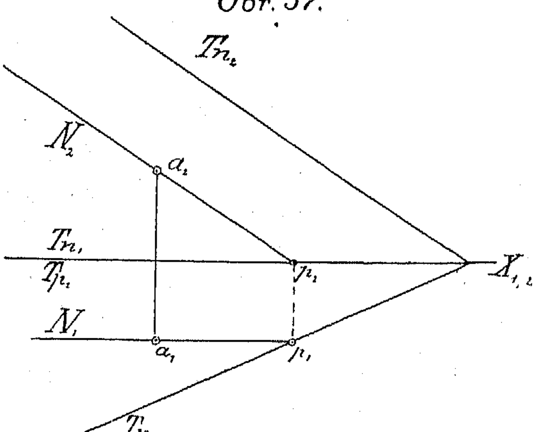
Bod leží na rovině, leží-li na některé přímce téže roviny. Ježto si můžeme každým bodem mysliti položeny dvě hlavní přímky téže roviny, užijeme obrazů průmětů těchto ku vyšetření, zdali přímka na rovině leží.

Obr. 36



Stačí jen udati si (v obr. 36.) a_1 jím položiti $P_1 \,//\, Tp_1$, vzniklý n_1 promítnouti na Tn_2 a bodem n_2 položiti $P_2 \,//\, X_{1,2}$. Bod a_2 jest pak na promítající přímce kolmé ku $X_{1,2}$ a na P_2.

Obr. 37.

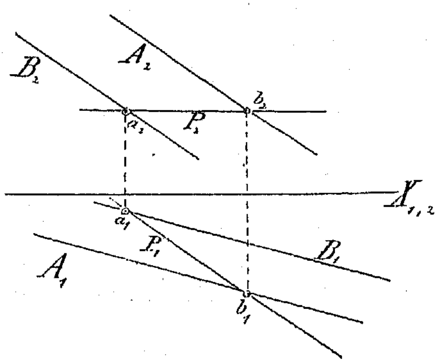


2. Dán-li bod a_2, polož jím $N_2 \,//\, Tn_2$; k bodu p_2 najdi p_1 na Tp_1 a narýsuj $N_1 \,//\, X_{1,2}$. Příslušný a_1 jest na kolmici promítající. (Obr. 37.)

Úlohy: 1. V rovině dané stopami narýsuj a) trojúhelník, b) čtyřúhelník, daný obrazy průmětů všech vrcholů.

2. Jak se rozhodne, zda-li bod, daný svými průměty, leží na rovině dané R?

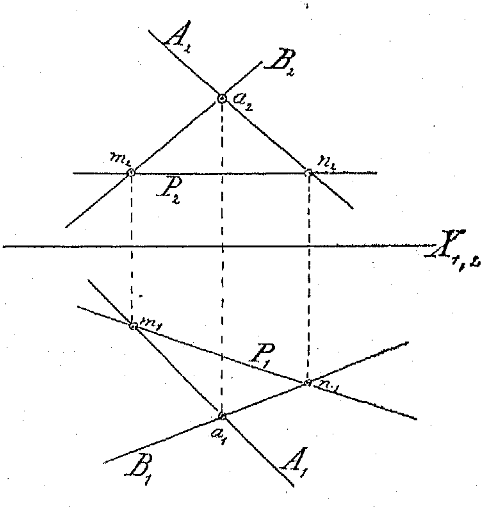
Obr. 38.



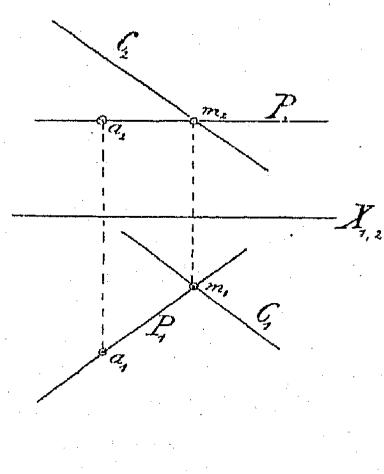
3. Je-li dána rovina pomocnými útvary — tedy ne stopami — možno vždy nalézti přímky hlavní n. př.: Dána je rovina R rovnoběžkami A a B; (obr. 38.) narýsuj pomocnou P_2 // $X_{1/2}$ urči obrazy a_2 b_2 obou průsečíků a nalezneš promítnutím a_1 b_1 či P_1.

Podobně vyhledáš obrazy průmětů hlav. přímek jsou-li dány roviny: 1. dvěma různoběžkami A B . . . . obr. 39.
2. přímkou a bodem a, C . . . . obr. 40.
3. třemi body a, b, c . . . . obr. 41.

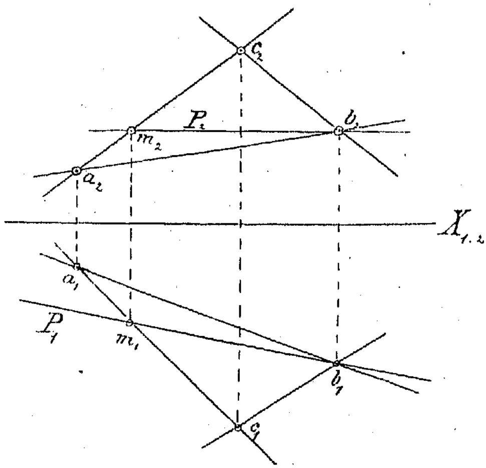
Obr. 39.



Obr. 40.



Obr. 41.

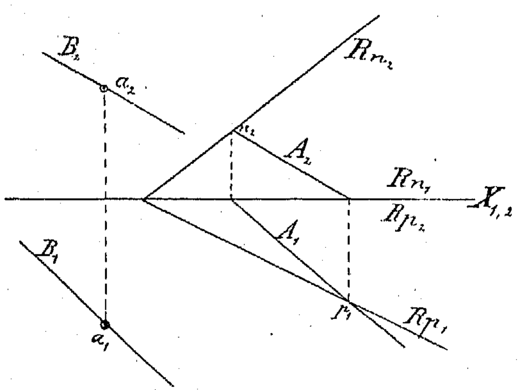


V obr. 39., 40. a 41. se pomocí $P_2 \parallel X_{1/2}$ a jeho průsečíků m_2 n_2 s přímkami naleznou lehce P_1 aneb opačně z daných $N_1 \parallel X_{1/2}$ naleznou se N_2.

Přímka je rovnoběžná s rovinou, je-li rovnoběžná s některou přímkou dané roviny.

Příklad: Dána rovina R a bod a; polož bodem a přímku $\parallel R$. (Obr. 42.)

Obr. 42.



Zvol přímku A na rovině R a polož body

$a_2 \ldots\ldots B_2 \parallel A_2$

$a_1 \ldots\ldots B_1 \parallel A_1$.

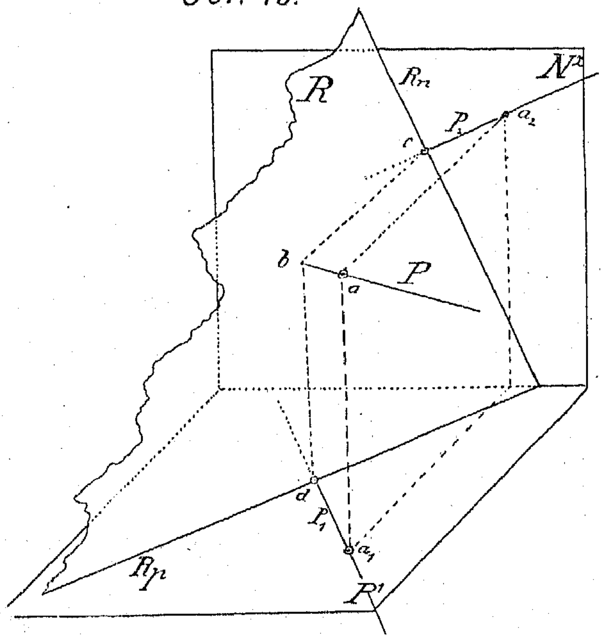
Úloha: 1. Daným bodem a polož rovinu rovnoběžnou s danou přímkou. (Úloha tato jest neurčitá; nám možno položiti celý svazek rovin.)

2. Přímkou P polož rovinu $\parallel$ s danou přímkou. (Některým bodem na P polož přímku $C \parallel$ ku dané přímce.)

Přímka A stojí kolmo na rovině R, má-li obrazy průmětů svých $A_2 \perp Rn_2$ (obr. 43.).

$A_1 \perp Rp_1$

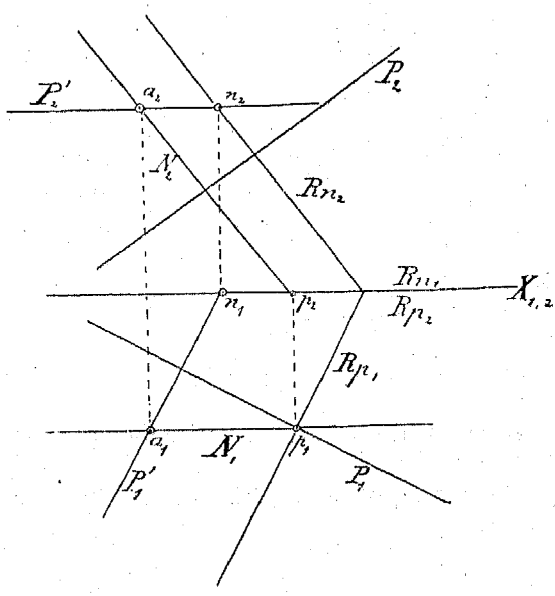
Obr. 43.



Neboť: Mysleme si položenou přímkou P promítající rovinu ku průmětně I. Totiž $ab\,a_1d$. Tato stojí kolmo ku rovině: R i ku I. průmětně a proto je též $P_1 \perp Rp$. Z téhož důvodu $P_2 \perp Rn$.

Úloha. 1. daným bodem $\begin{cases} a_1 \\ a_2 \end{cases}$ má se položiti rovina $\perp$ ku dané přímce $\begin{cases} P_1 \\ P_2 \end{cases}$ (obr. 44.)

Obr. 44.



Užij hlavních přímek bodem a_1 položených:

1. $P'_1 \perp P_1$ a najdi P'_2
2. $N_2 \perp P_2$ „ „ N_1

Stopami hlavních přímek procházeti musí stopy hledané roviny.

1. $Rn_2 \perp P_2$ bodem n_2
2. $Rp_1 \perp P_1$ „ p_1

2. Dán bod $\begin{cases} a_1 \\ a_2 \end{cases}$; jím polož rovinu kolmo ku dané přímce, je-li tato a) vodorovná, b) svislá, c) rovnoběžná s osou $X_{1,2}$.

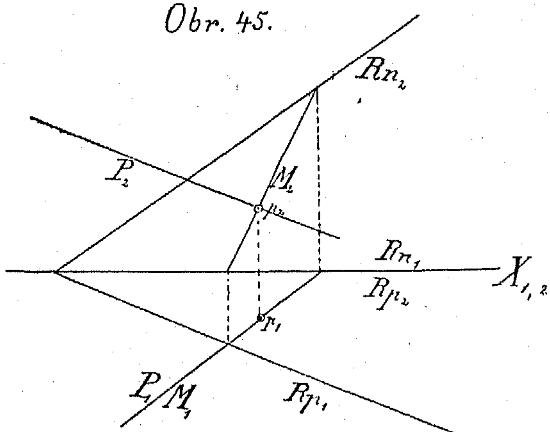
3. Dán je trojúhelník *abc*; postav v kterémko-li bodu trojúhelníku kolmici ku jeho rovině.

9. Průsečík přímky s rovinou.

Dána *R* (rovina, obr. 45.) mimo ní přímka *P*; najdi průsečík: (*P* a *R*).

Ku pomoci užij přímky *M*, která v rovině leží a s přímkou *P* třeba společný obraz P_1 má. Z M_1 nalezený M_2 protíná P_2 v bodě hledaném p_2; p_1 se snadno nalezne.

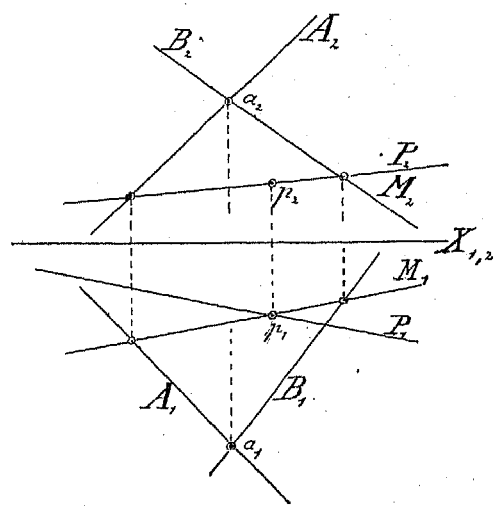
Obr. 45.



K vůli zkoušce přesvědč se, že lhostejno, zvolíš-li podruhé M_2 společné s P_2 a nalezneš k němu patřící M_1. Vždy se objeví týž bod $\begin{cases} p_1 \\ p_2 \end{cases}$

Úlohy. 1. Dána rovina dvěma rovnoběžkami $\begin{cases} A \\ B \end{cases}$ (obr. 46.) a přímka $P \begin{cases} P_1 \\ P_2 \end{cases}$; nalezni průsečík přímky s rovinou: Zvol M_2 společné s P_2 najdi pomocí $\begin{cases} m_2 \\ n_2 \end{cases}$ body $\begin{cases} m_1 \\ n_1 \end{cases}$ tedy M_1 a ta seče P_1 v p_1 z něhož promítající kolmicí nalezneš p_2.

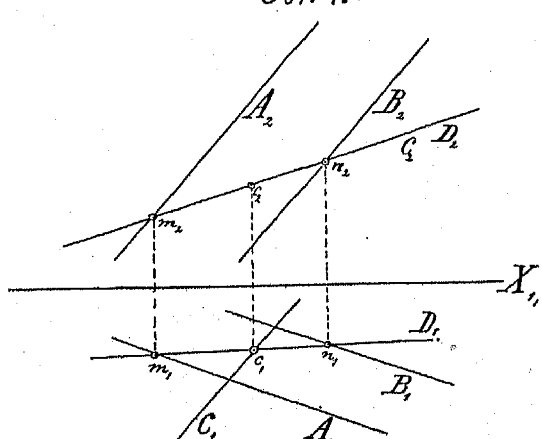
Obr. 46.



Úloha 2. Dána jest (obr. 47.) rovina dvěma rovnoběžkami $\begin{cases} A_1 \\ A_2 \end{cases} \begin{cases} B_1 \\ B_2 \end{cases}$ mimo rovinu přímka $\begin{cases} C_1 \\ C_2 \end{cases}$; jest najíti průsečík přímky s rovinou.

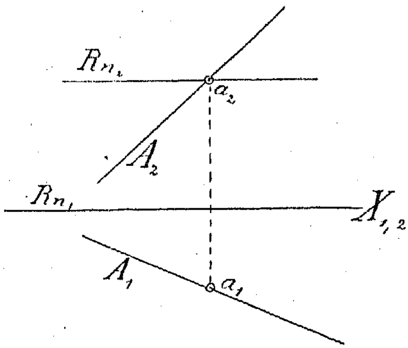
Leží-li přímka D, která svůj obraz D_2 s C_2 sjednocuje na dané rovině, má obraz svůj D_1 v bodech $\begin{cases} m_1 \\ n_1 \end{cases}$. Přímka D_1 se protíná s C_1 v bodě c_1 z něhož snadno nalezneme c_2 — hledaný průsečík.

Obr. 47.



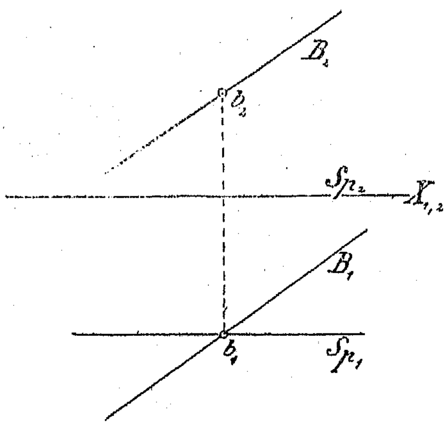
Úloha 3. Dána rovina R (obr. 48.) // s průmětnou první, stopami svými. Mimo ni přímka $\begin{cases} A_1 \\ A_2 \end{cases}$ nalezni průsečík.

Obr. 48.



Průsečík $\left\{\begin{matrix}a_1\\a_2\end{matrix}\right.$ jest nalezen přímo z a_2 pomocí promítající kolmice ku ose $X_{1,2}$ v obou obrazcích.

Obr. 49.



Úloha 4. Dána rovina S // s průmětnou druhou stopou svojí (obr. 49.). Jest určiti průsečík přímky $\left\{\begin{matrix}B_1\\B_2\end{matrix}\right.$ mimo ni položené.

B.

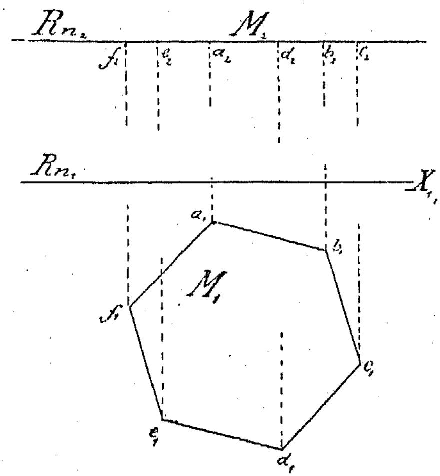
10. Zobrazování mnohoúhelníků.

Nalézá-li se mnohoúhelník v prostoru a mají-li se průměty jeho zobraziti, dlužno uvážiti, jakou polohu má rovina jeho ku průmětnám.

Jmenujme mnohoúhelník M, rovinu jeho R.

Případ: 1. Dán jest pravidelný šestiúhelník M (obr. 50.) v rovině R // průmětně P^1.

Obr. 50.

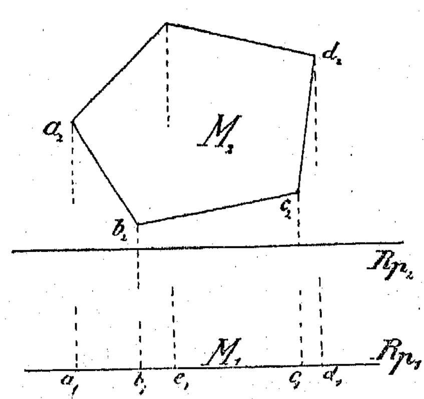


Pravoúhlý průmět jeho M_1 jest pravidelný šestiúhelník tedy i obraz jeho $a_1\ b_1\ c_1\ d_1\ e_1\ f_1 \cong M_1$ ježto rovnoběžným posunutím mnohoúhelníku M do průmětny P^1 ve směru paprsků promítajících se M s M_1 sjednotí.

Obrazem průmětu M_2 je úsečka $c_2\ f_2$, již omezují paprsky stýčné $c_1\ c_2\ f_1\ f_2$ na nárysné stopě Rn_2.

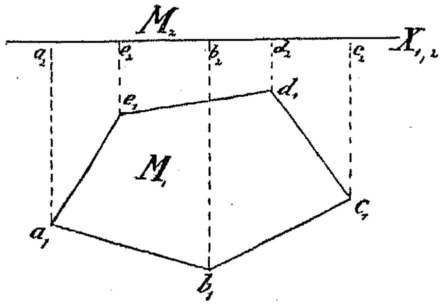
Případ 2. Dán jest nepravidelný pětiúhelník M v rovině R // s průmětnou N^2 (obr. 51.).

Obr. 51.



V této poloze je $M_2 \cong M$ a M_1 je zobrazeno v úsečce $a_1\ d_1$ vytknuté na Rp_1 // $X_{1/2}$ paprsky stýčnými $a_2 a_1\ d_2 d_1$.

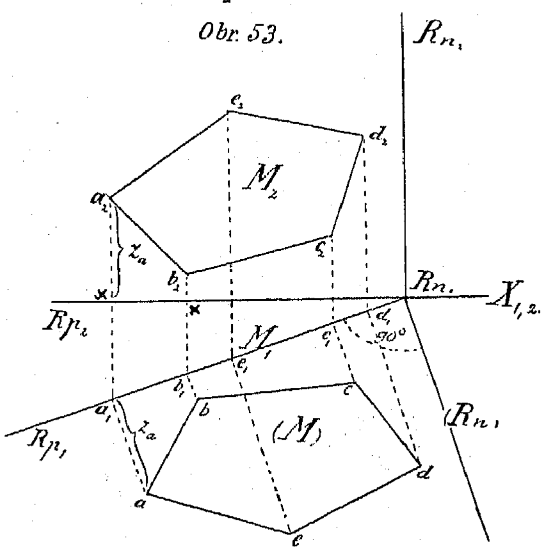
Obr. 52.



Případ 3. Jest dán mnohoúhelník M (obr. 52.) ležící v průmětně P^1. — Jeho M_1 se stotožňuje s M_1 a M_2 se nalézá v ose $X_{1/2}$.

Případ 4. Je-li (obr. 53.) rovina $R \perp$ průmětně P^1, ale šikmá ku průmětně M^2 a v ní dán nějaký mnohoúhelník M, možno nejen průměty jeho $\begin{cases} M_1 \\ M_2 \end{cases}$ zobraziti, ale i jeho pravou velikost najíti.

Obr. 53.



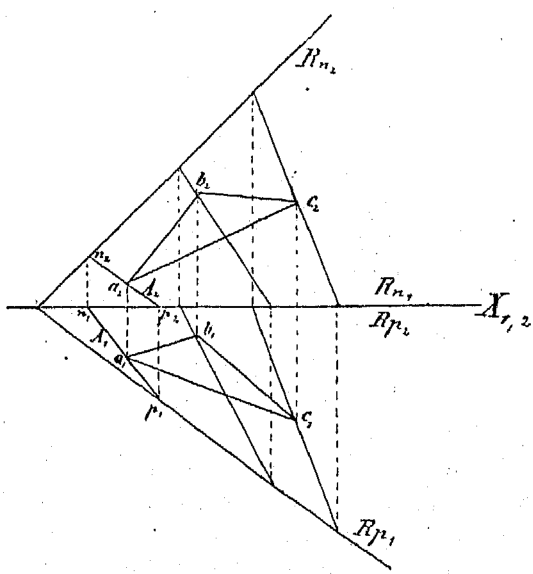
Libovolně daný M_2 (obr. 53.) na př. pětiúhelník $a_2\ b_2\ c_2\ d_2\ e_2$ se narýsuje napřed. Jeho M_1 se nachází v Rp_1 roviny R. Z obou obrazů průmětu $\begin{cases} M_1 \\ M_2 \end{cases}$ se nalezne M ve skutečné velikosti takto: Rovinu R si myslíme kol stopy Rp sklopenou do průmětny P^1. Stopa Rn_2 při tom zaujme polohu $(Rn) \perp Rp_1$ a přímky promítající $a_1a_2\ b_1b_2\ c_1c_2\ d_1d_2\ e_1e_2$, které jsou kolmé ku Rp_1 zůstanou i po sklopení roviny R kolmé ku Rp_1, která při klopení polohy nezmění; tedy $aa_1 \perp Rp_1$ $bb_1 \perp Rp_1$ atd. — Přímka aa_1 je půdorysnou vzdáleností bodu a, tedy $aa_1 = a_2x = Za$ a podobně i $bb_1 = b_2x = Zb$.

Mnohoúhelník (M) $(a, b, c, d, e,)$ v půdorysně se rozkládající jest pravou velikostí mnohoúhelníku daného.

Někdy jest dána úloha: Nalézti obrazy průmětů mnohoúhelníku M, daného v rovině R mající polohu v obr. 53. vyznačenou. V tom případě jest postup práce obrácený. Myslíme si totiž rovinu R nejprve položenou na průmětně P^1, tedy $(Rn) \perp Rp_1$. Kolmice aa_1 bb_1 cc_1 $\perp$ Rp_1 atd. ustanoví obrazy průmětů a_1 b_1 c_1 atd. a v kolmicích a_1x b_1x c_1x atd. ku ose $X_{1\,2}$ nalezneme pomocí z_a z_b z_c obrazy průmětů druhých a_2 b_2 c_2 ... tedy M_2.

Případ 5. Jest dán mnohoúhelník M v poloze obecné, tedy nakloněný k oběma průmětnám. (Obr. 54.)

Obr. 54.



V případě tomto dlužno narýsovati kterýkoliv obraz průmětu na př. M_2 (trojúhelník a_2 b_2 c_2) napřed a teprvé z tohoto obrazu průmětu druhého obraz M_1 na základě této úvahy:

Je-li M na rovině R, musí jeho vrcholy též v rovině R se nalézati a vrchol a na př. se v rovině R nalézá, leží-li na přímce A, která tím bodem prochází a v rovině R leží. Polož tedy bodem a_2 přímku A_2 (libovolně) a najdi známým způsobem k němu přináležející A_1 a v promítající kolmici ku ose X nalezne se na A_1 bod a_1. Podobně naleznou se ještě body b_1 a c_1 ze známých b_2 a c_2.

Poznámka: Úkoly týkající se zobrazování hranolů, jehlanců, ploch válcových, kuželových a kulové, jich sítí, průseků jich rovinami a jejich nejdůležitější vzájemné prostupy, nacházejí se v příhodném a praktickém postupu v různých dělech předlohových na př. Ratolísky, Hocke-ho a j.

Díla tato odporučuji ku prostudování. Ratolískovo dílo jes přesně psáno dle osnovy učebné pro měšťanské školy. Dílo Hocke-ho je psáno pro školy průmyslové pokračovací. Obou je potřebí znáti technickému učiteli, neboť obsahují nejnutnější věci z praktického života vzaté.

Maje na mysli sděliti ještě se čtenářem vše to, čeho je potřebí ku seznání nejdůležitějších základů **osvětlení** geometrálného, pomíjím zobrazování těles úplně, spoléhaje, že toto si čtenář osvojí z děl odporučených a přikročím ku některým dalším partiím, jichž známosť jest nezbytná.

II. O křivkách rovinných.

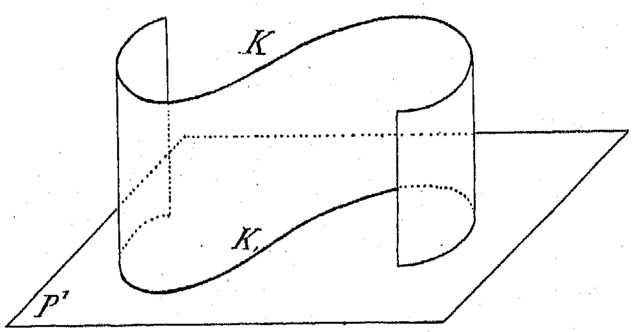
V prostoru se nachází křivka rovinná K (obr. 55.)

Promítající přímky všech bodů dané křivky tvoří plochu válcovou a průsek K_1 této plochy s rovinou průmětnou P^1 čili stopa její na P^1 jest pravoúhlým průmětem křivky K. Je-li křivkou K kružnice neb ellipsa — jest plochou:

1) kruhová plocha válcová neb

2) elliptická plocha válcová.

Obr. 55.

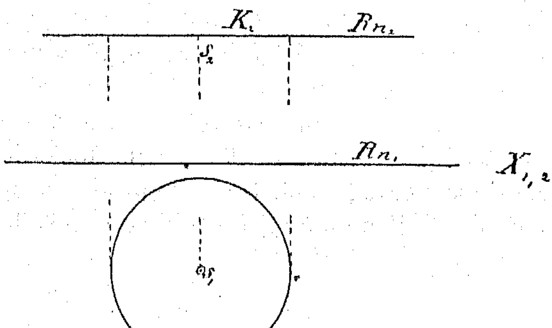


Je-li rovina křivky K ku průmětně kolmá, jest průmět křivky K_1 přímka. Plocha válcová se změnila v rovinu. Je-li rovina křivky ku průmětnám šikmá, jest průmět křivky zase křivka.

Je-li rovina křivky // ku průmětně, jest průmět $K_1 \cong K$. Je-li rovina křivky nakloněna oběma průmětnám P^1 i N^2, jsou průměty křivky K opět křivky.

Případ 1. Jest dána kružnice K (obr. 56.) v rovině R // P^1

Obr. 56.

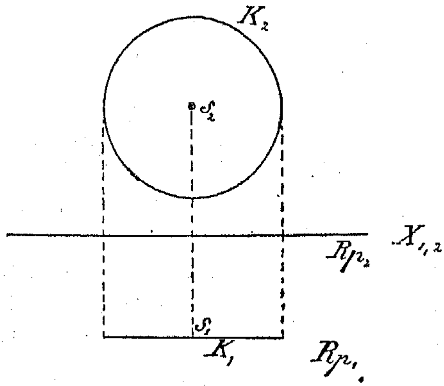


Jest zobraziti její průměty: $\begin{cases} K_1 \\ K_2 \end{cases}$

Obraz $K_1 \cong K$ či v průmětně P^1 se objeví K_1 v pravé velikosti; K_2 je v Rn_2.

Případ 2. Jest dána kružnice K (obr. 57.) v rovině $R \parallel N^2$. Jest zobraziti její průměty $\begin{cases} K_1 \\ {}_2K. \end{cases}$

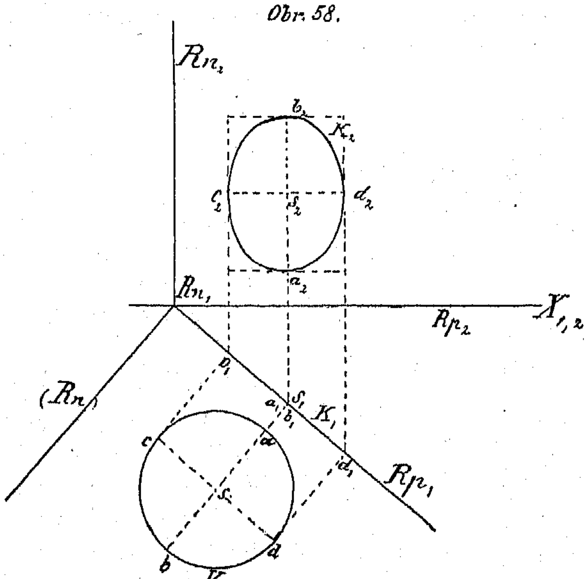
Obr. 57.



V tomto případě jest $K_2 \cong K$ a K_1 se objeví v přímce Rp_1.

Případ 3. Jest dána kružnice K (obr. 58.) v rovině $R \perp P^1$ a nakloněné ku N^2. Zobrazte její průměty $\begin{cases} K_1 \\ K_2. \end{cases}$

Obr. 58.



Mysleme si rovinu R (dle obr. 53.), na níž se kružnice K nachází, sklopenou kol stopy Rp_1 do průmětny P^1. Zde se objeví kružnice v pravé velikosti: K. V poloze této lze pomocí

$$cc_1 \perp Rp_1$$
$$dd_1 \perp Rp_1$$

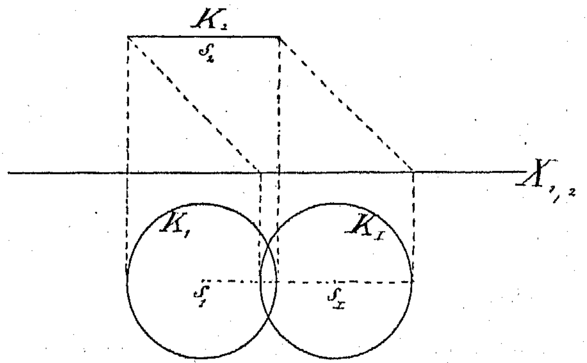
nalézti K_1 a z toho pomocí promítajících přímek $c_1\, c_2$ $d_1\, d_2$ a příslušných $z_c\, z_d$ nalézti K_2.

K_2 není kružnice, ježto průměr cd se objeví v průmětně N^2 zkrácený: $c_2\, d_2 < cd$. Poněvadž ale $a_2 b_2 = ab$ a $a_2 b_2 > c_2 d_2$ jest křivka K_2 ellipsou; $a_2 b$ je velikou, $c_2 d_2$ malou osou její.

Z obou os $\left\{\begin{matrix} a_2 b_2 \\ c_2 d_2 \end{matrix}\right.$ lze ellipsu rozličným způsobem známým sestrojiti.

Případ 4. Promítá-li se kružnice K (obr. 59.) daná v poloze // P^1 šikmo ku P^1, jest průmětem jejím K_{I} opět kružnice, ježto poloha K_{I} ku K_2 je stejnoměrná.

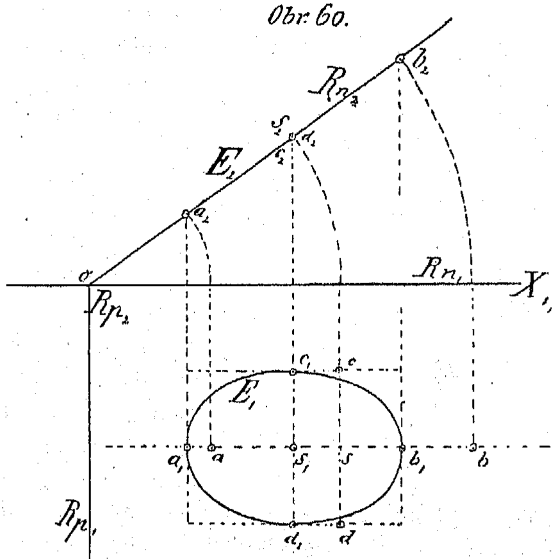
Obr. 59.



Kdyby však se šikmému promítajícímu válci postavila v cestu rovina šikmo postavená, objeví se průmět K_{II} ve tvaru ellipsy. Užití se vyskytne v obr. 79.

Případ 5. Jest dána ellipsa E (obr. 60.) svými osami $\left\{\begin{matrix} ab \\ cd \end{matrix}\right.$ v rovině $R \perp N^2$, šikmé však ku P^1. Nalezněte průměty a zobrazte je.

Obr. 60.



Představme si rovinu R i s ellipsou danou sklopenou kol stopy Rp_1 do P^1. Bod o v ose je středem točení. V průmětně P^1 se objeví ellipsa v pravé velikosti. Nám netřeba znáti tvar ellipsy dané, nám stačí, dány-li jsou pouze obě osy: velká ab, malá cd. Střed je s. Otočíme-li koncové body obou os a b c d i střed s (promítnuté do osy $X_{1\,2}$) kruhovými oblouky ze středu o poloměry od_2 ob_2

atd. do původní polohy roviny do Rn_2, obdržíme obrazy průmětů druhých koncových bodů obou os či a_2 b_2 c_2 d_2 i s_2 a tím i celý obraz průmětů druhých obou os, ze kterých pomocí kolmic promítajících $\begin{cases} a_2 \\ a_1 \end{cases} b_2 b_1\ c_2 c_1$ atd. nalezneme průměty prvé vyobrazené.

V průmětně P^1 možno na základě známých konstrukcí ellipsu sestrojiti.

Kdyby měla rovina R polohu takovou, že by při promítání se objevilo $a_1 b_1 = c_1 d_1$, jest E_1 kružnicí.

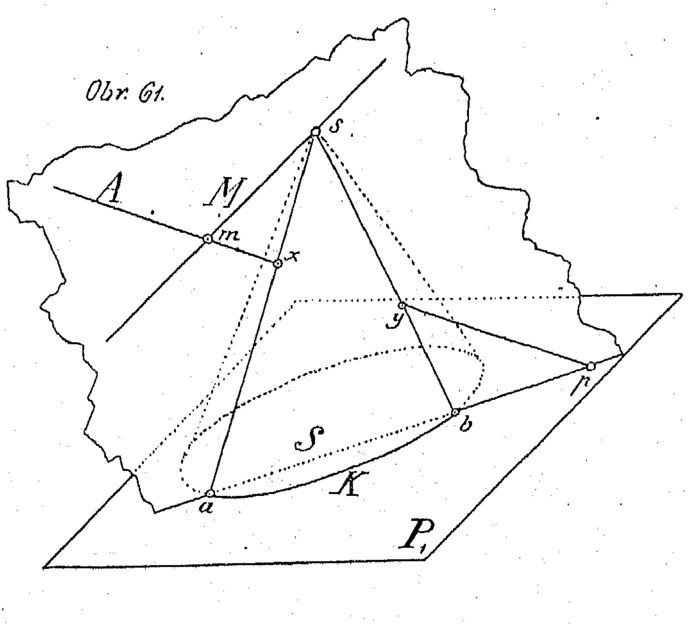
Shledali jsme tedy v případech předešlých, že kružnice se promítne někdy ve tvar ellipsy a naopak ellipsa se objeví ve formě kružnice.

Kružnic a ellips užívá se nejčastěji za základny ploch válcových a kuželových, s nimiž v oddílu o osvětlování geometrálném se častěji stýkati budeme.

12. Průseky přímky s nejdůležitějšími plochami.

1. Máme-li sestrojiti **průsečíky** přímky A s plochou kuželovou obr. 61, položíme přímkou A a vrcholem plochy S rovinu,

Obr. 61.



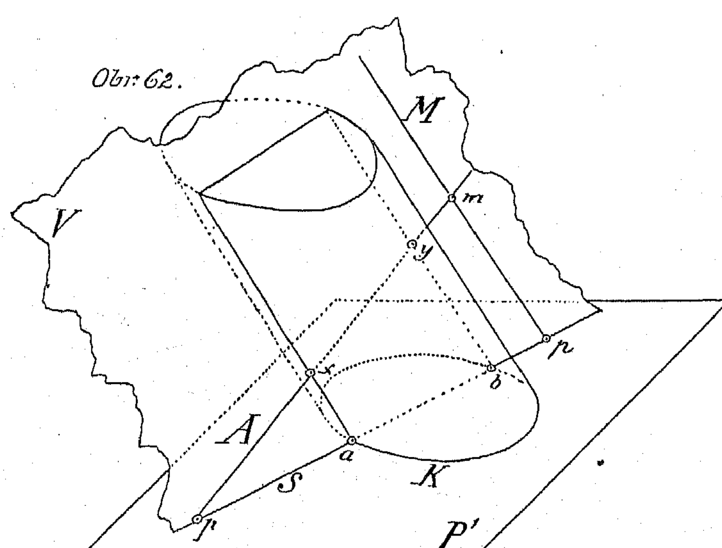
která plochu dle povrchových přímek protínati bude. Tyto povrchové přímky obdržíme, nalezneme-li průsečnici S roviny sA s rovinou podstavy kůželové P^1. Průsečnice S protíná křivku základní K v bodech a a b. Spojnice sa a sb jsou hledané přímky povrchové a ty protínají se v rovině sA s přímkou A ve dvou bodech: x a y, které jsou hledanými průsečíky.

Vrcholem s a přímkou A se položí rovina dle známé základní věty takto: Zvol si na dané přímce A libovolný bod m a tímto bodem a vrcholem polož přímku M; rovina sA jest tedy nyní určena dvěma různoběžkami MA. Průsečnice S obou rovin procházeti musí stopami obou různoběžek. Na našem obrázku je viditelna pouze stopa p.

Kdyby při vyšetřování: zdali přímka plochu proniká, se shledalo, že průsečnice S křivku K neprotíná, neproniká přímka A plochu vůbec a jde úplně mimo ni. Seče-li průsečnice S křivku K, jest jisto, že přímka A protíná plochu kuželovou.

2. Je-li dána plocha válcová, ať kruhová neb elliptická obr. 62, položme přímkou A a vrcholem válce, který je v nekonečnu (tedy rovnoběžně ku povrchovým přímkám válcové plochy), rovinu V. Tuto určíme pomocí přímky M, která v libovolném bodu m na

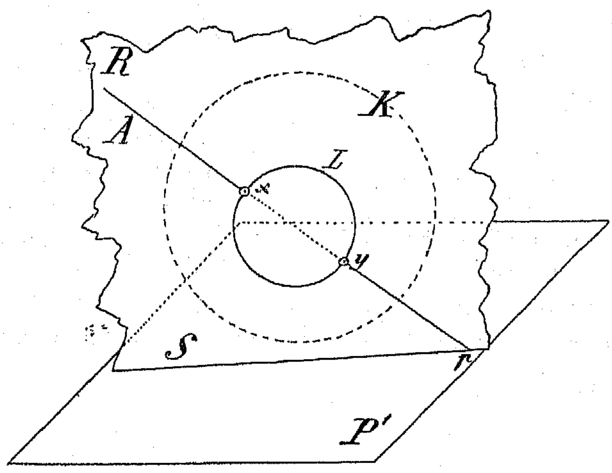
Obr. 62.



přímce A položena a s válcem stejnosměrna jest. Sestrojme průsečnici S roviny této V s průmětnou P^1, neb s rovinou vůbec, na níž základna válce jest umístěna. Vyšetřeme, zdali průsečnice S křivku základny K protíná; zdali ano, jako v našem obrazci v bodech a a b, proniká i přímka A plochu válcovou v bodech x y, které se na povrchových přímkách ax a by objeví.

3. Máme-li sestrojiti průsečíky přímky A s plochou kulovou K, obr. 63., nalezněme průsečíky přímky A s kružnicí L, v níž **promítající** rovina, přímkou položená, plochu kulovou seče.

Obr. 63.



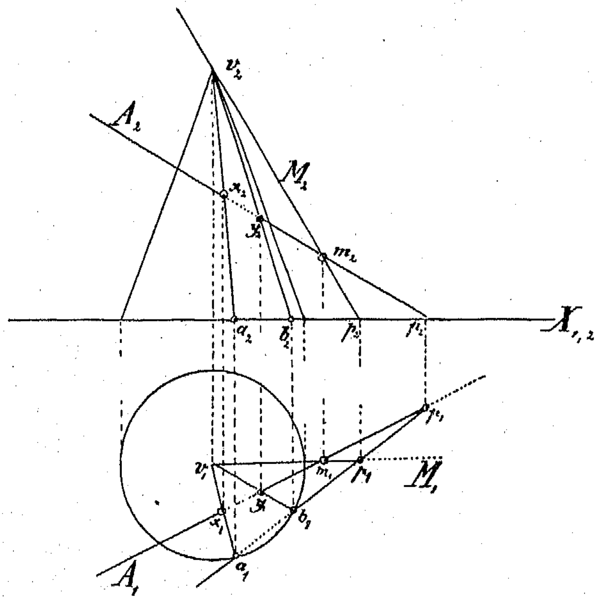
Místo promítající roviny lze položiti sice jakoukoli jinou rovinu; každá seče kulovou plochu po kružnici, ale promítající rovina ať nárysně neb půdorysně, jest nejvhodnější. Neboť lehce lze pomocí sklopení této roviny v průmětně kružnici v pravé velikosti narýsovati a průsečníky vyšetřiti.

Na základě těchto všeobecných úvah lze nyní několik příkladů praktických provésti.

Příklady:

1) Jest dán kruhový kužel přímý, obr. 64., stojící na průmětně P^1 a mimo kužel přímka A oběma svými průměty. Mají se vyšetřiti průsečky přímky s plochou kuželovou.

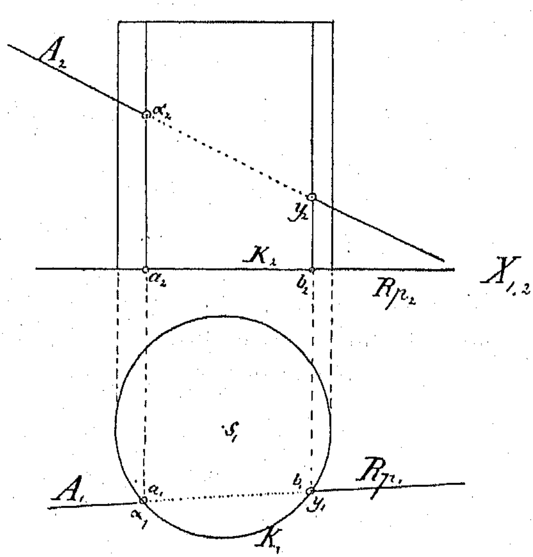
Obr. 64.



Rovina přímkou A a vrcholem v položená je dána různoběžkami A M. Na přímce A se zvolí libovolný bod m_2 m_1 a narýsuje spojnice $\left.\begin{matrix} v_2 \; m_2 \\ v_1 \; m_1 \end{matrix}\right.$ Stopa její na P^1 jest S_1 (spojnice stop p obou přímek). Tato protíná základnu v bodech a b; jimi a vrcholem položené přímky povrchové av, bv protínají se s přímkou A v bodech xy — v bodech hledaných. — Je-li kužel komolý, doplňme si jej na vrchol a konstrukce další zůstanou tytéž.

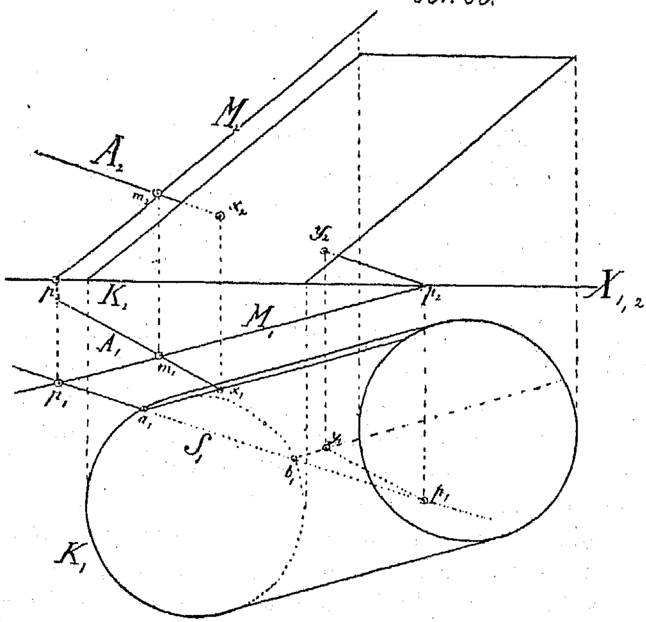
2) Dán jest kruhový válec přímý obr. 65. základnou v P^1 a mimo něho přímka A. Nalezni průsečíky přímky s plochou válcovou.

Obr. 65.



Přímkou A položená rovina $\perp$ P^1, s plochou válce rovnoběžná, má půdorysnou stopu v Rp_1, tato seče křivku základnou v bodech a b, a povrchné přímky ax by protínají přímku A v bodech hledaných.

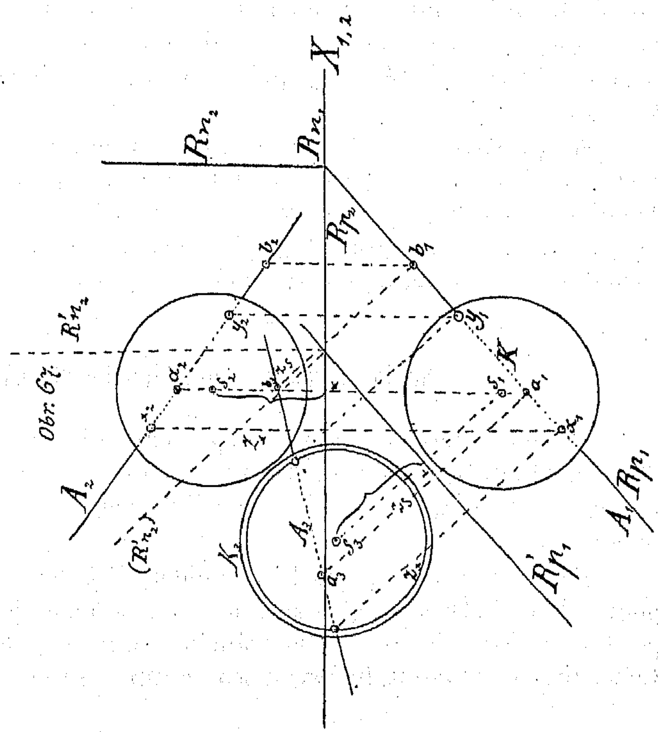
Obr. 66.



Je-li ale válec kruhový šikmý, obr. 66., pracuje se stejně dle známého postupu.

(Přímek povrchových v obraze druhého průmětu není třeba dělat. Proč?)

4) Dána jest plocha kulová, obr. 67., v prostoru a mimo ni přímka A. Mají se vyšetřiti průsečíky její s danou plochou.



Obr. 67.

Dle všeobecné úvahy o ploše kulové a vyšetření průsečíků přímky dané, lze postupovati v obr. 67. takto:

Přímkou A položená rovina $R \perp P^1$ (promítající) má svoji stopu Rp_1 v A_1.

Rovina tato seče plochu kulovou po kružnici K. Její obraz prvního průmětu: K_1 se objeví v přímce v A_1 v mezích kruhového obrysu; v druhé průmětně se však objeví kružnice tato ve formě ellipsy. Tuto ellipsu nepotřebujeme rýsovati a průsečíky přec obdržíme konstrukcí následující: Mysleme si rovinu R promítající v nezměněném směru a poloze pošinutou za střed kulový do polohy R^1p_1 R^1n_2 a útvary, o které se nám nejvíce jedná, totiž kružnici K a přímku A, na rovinu tuto promítnuty a jmenujme průmět tento „třetím" a označme jednotlivé značky indexem (3); tedy s_3, K_3, A_3. Aby ale promítnuté útvary na dané průmětně R^1 byly patrné, třeba celou průmětnu R^1 (říkejme jí „třetí") kol stopy půdorysné otočiti, až by s prvou průmětnou splynula R^1n_2 do (R^1n_2) a tak se objeví v našem obraze: S_3 v kolmici od R^1p_1 tak daleko, jak je S_2 od X_{12} vysoko, čili $S_2\alpha = S_3\alpha$; podobně se přeměří i z_a i z_b jakožto výšky dvou bodů ab, které jsme si libovolně na A zvolili, abychom ji v „třetím" průmětu naleznouti mohli (a_3 b_3). Kružnice K se objeví v „třetím" průmětu v K_3 (kružnici vyrýsované z S_3 poloměrem r v průmětně první patrným).

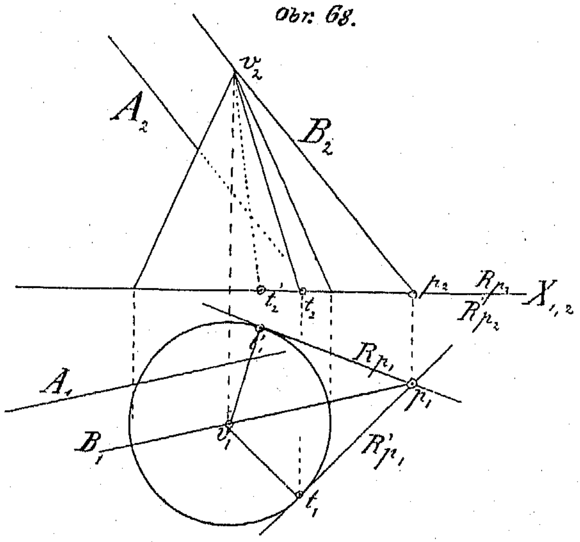
K_3 protíná se s A_3 v hledaných průsečících x, y, jež zde pouze v obrazech x_3, y_3 jsou zřetelny; z nich promítáním zpětným kolmicemi na R^1p nalezneme $A_1 \ldots x_1$, y_1 a na A_2 promítnutím novým x_2, y_2. Třetí průmětny, jíž jsme zde užili, upotřebíme ještě výhodně při osvětlení plochy kulové.

13. Roviny tečné k nejdůležitějším plochám.

Rovinu, která se dané plochy kuželové, válcové neb kulové dotýká, nazýváme **tečnou.** Dotyk roviny s plochou je buď podél povrchové přímky (u kužele a u válce) neb pouze v jediném bodu (u koule).

Tečné roviny ku plochám mohou býti dány pod rozličnými podmínkami. My se však omezíme na nejdůležitější případ, jehož později při osvětlování geometrálném užijeme a sice: **sestrojení tečných rovin rovnoběžných ku přímce dané.**

I. **Tečné roviny** plochy kuželové *Ks* rovnoběžné s danou přímkou *A* mají se sestrojiti.



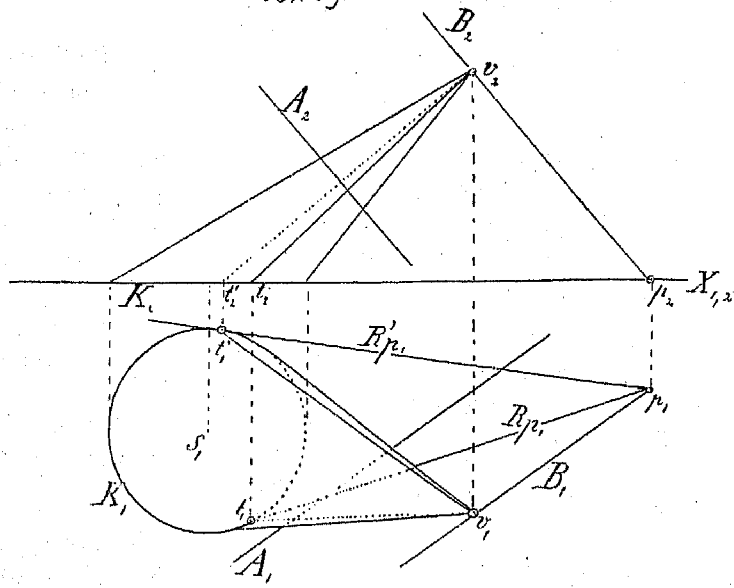
1. Budiž dán kužel přímý kruhový obr. 68., podstavou K_1 v P^1 stojící a mimo něho přímka *A*. Tečná rovina, která má ku *A* býti stejnosměrná, musí v sobě obsahovati jednu přímku *B*, která s přímkou *A* je stejnosměrná. (Viz stereometrii.)

Takovou přímku $B \parallel A$ polož ale vrcholem *v* a nalezni její stopu *p* na P^1 či na rovině, na níž kužel stojí. Stopou její půdorysnou p_1 sestroj tečny ku křivce základné: $p_1 t_1$ $p_1 t'_1$. Tyto tečny jsou již stopami rovin tečných *R* a *R'*, na průmětně první. Obě roviny se dotýkají roviny kuželové podél celé povrchové přímky *vt* *vt'*. Stopy nárysné obou rovin tečných by se sestrojily pomocí nárysné stopy přímky *A* a *B*. (Sestrojiti však je není třeba.)

V našem příkladu odpovídají danému úkolu dvě roviny tečné. Kdyby měla přímka *B* polohu takovou, že by p_1 splynula s kružnicí K_1, byla by pouze jedna tečna možná; tudíž i jedna jen rovina tečná. Kdyby p_1 se nacházelo uvnitř K_1 nevyhověla by žádná rovina naší úloze.

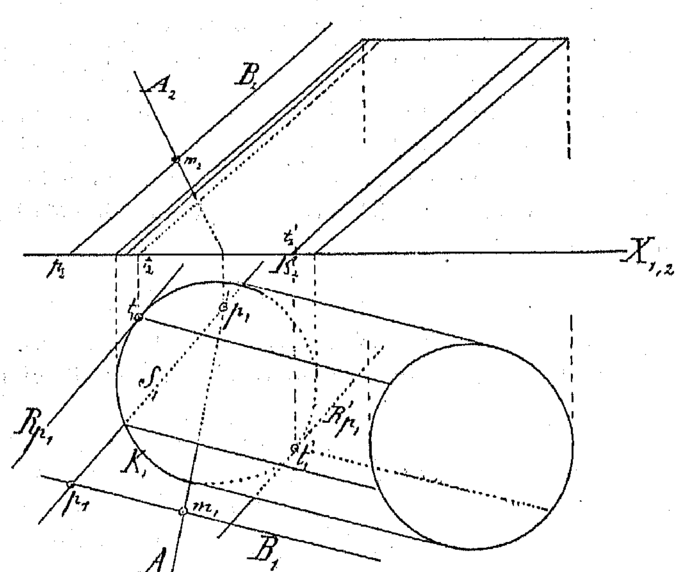
2. Dán jest kůžel kruhový šikmý, obr. 69., podstavou v P^1. Mají se sestrojiti roviny tečné rovnoběžné s danou přímkou *A*.

Obr. 69.



Dle předešlého příkladu přímka B vrcholem položená // A, má stopu půdorysnou p_1 z této položené tečny ku křivce základní

Obr. 70.



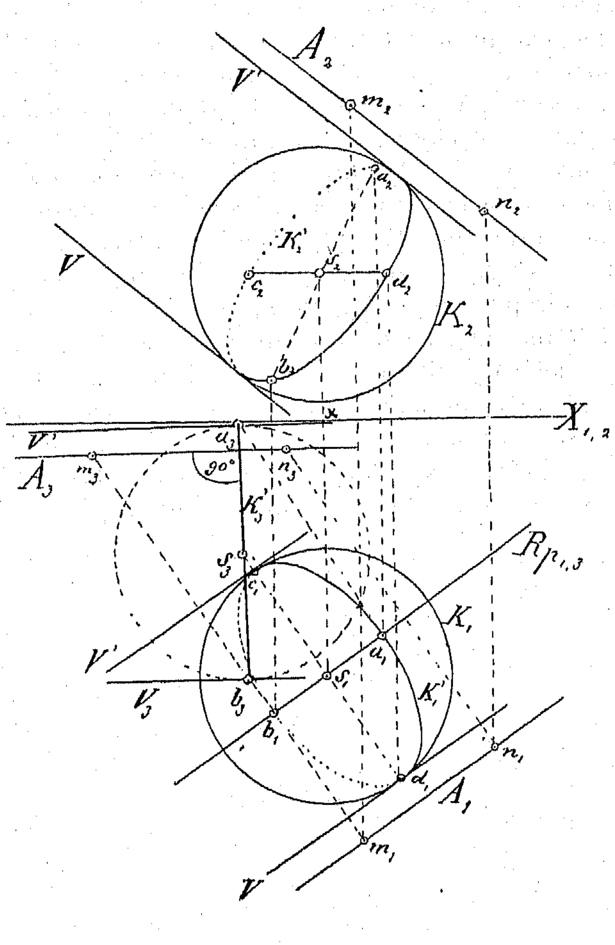
$p_1t'_1$, p_1t_1 jsou již stopami rovin tečných R R', které se po povrchových přímkách v t a v t' plochy kuželové dotýkají.

II. **Tečné roviny** plochy válcové, které ku přímce dané A rovnoběžné jsou, jsou rovnoběžné ku rovině AB, která jest určena přímkou A a přímkou B položenou kterýmkoli bodem m na přímce A zvoleným, ale rovnoběžně s přímkami plochy válcové.

1. Dán jest válec kruhový šikmý, obr. 70., a přímka A. Mají se sestrojiti roviny tečné // ku A.

Na přímce dané A zvolíme kdekoli bod m. Tímto položíme přímku B // s válcem či s jeho povrchovými přímkami. Stopami p obou přímek na P^1 prochází S, stopa roviny AB na P^1 a s touto // položené tečny jsou stopami Rp_1 $R'p$, hledané roviny tečné. Tyto

Obr. 71.



jsou vždy dvě. Dotyk je po celé délce povrchových přímek, jichž paty v tečných bodech t a t' se nacházejí.

III. Rovin tečných rovnoběžných ku přímce dané A a dotýkajících se plochy kulové je nesčíslné množství; všechny body tečné jednotlivých rovin splývají v jedinou křivku K, která je největší kružnicí plochy kulové a celá plocha kulová je podél křivky tečné K obalena rovinami tečnými, které splývají v tečnou plochu **válcovou.**

Rovina kružnice tečné prochází středem plochy kulové a je ku přímce dané A kolmá.

V obr. 71. je dána plocha kulová K obrazy svých průmětů. Na přímce A si zvolíme body m,n. Středem plochy kulové položíme rovinu půdorysně promítající, jejíž stopou Rp_1, a tuto rovinu R považuji za průmětnu „třetí", na níž se ku A kolmo položená největší kružnice plochy kulové K^1 co přímka jeví. Obraz její obdržíme ve sklopené průmětně třetí. Za tím účelem si mysleme celou rovinu průmětnou třetí kol stopy Rp_1 otočenou a na průmětnu P^1 položenou. $s_3s_1 = s_2X$ či souřadnice Z středu s a kružnice K_3 z s_3 poloměrem kulové plochy opsaná je obrazem třetího průmětu plochy kulové. Přímka A má svůj obraz A_3 ve spojnici obrazů průmětů m_3 n_3 a dotyčná plocha válcová se v obrysu objevuje ve třetím průmětu mezi přímkami $V_3 - V'_3$. Dotyčná křivka plochy válcové v třetím průmětu K_3 se zobrazuje $\perp A_3$. Koncové body a_3b_3 kružnice K_3 se opírají o obrys K_3. Promítnutím zpět pomocí kolmice b_3b_1 a_3a_1 obdržíme a_1b_1, malou osu ellipsy K'_1 a středem s_1 položená kolmice c_1d_1 udává velikosť velké osy. Průměty druhé obou os ab cd jsou sdružené průměty a_2b_2 c_2d_2. Body koncové c_2 d_2 jsou ve stejné výši se středem s_2 a výška bodů a_2 b_2 je patrna na sklopeném třetím průmětu b_1b_3 a_1a_3. Nad osami a sdruženými průměry v obou obrazech lze snadno nakresliti ellipsy $K'_2K'_1$.

II. část.

1. O osvětlení vůbec.

Představa o zobrazeném předmětu je dokonalejší, pomaháme-li obraznosť zvýšovati zobrazením výjevů osvětlení na předmětech.

Při každém výjevu osvětlení jest třeba:

1. zdroje neb pramene světla S (slunce, měsíc, oheň).
2. průsvitného ústředí (vzduchu, jímž světlo postupuje).
3. tělesa T, na které světlo dopadá.
4. zdravého oka, jímž se výjev pozoruje.

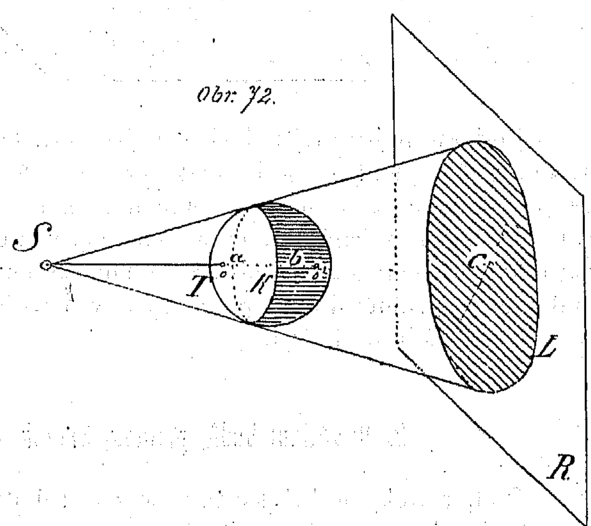
Světlo se šíří do dálky **přímočarými** paprsky všemi směry. Každý paprsek přicházeje z pramene světla na těleso T odráží se od jeho povrchu způsobem dvojím.

1. **pravidelně** (na ploše zrcadlové, hladké, oslňuje nás pohled);
2. **nepravidelně** (na ploše neleskle, kdy se odráží paprsek všemi směry.

Na tělese T obr. 72. rozeznáváme při osvětlení dvojí místa: 1. **přímo osvětlená:** a Bod o kde paprsek S kolmo dopadá, je nejsvětlejší, bod o' kde paprsek z tělesa vychází, jest nejtmavší.

2. **stinná** b (ve vlastním stínu). Ono místo předmětu jiného na př. roviny R, na které paprsky osvětlující

Obr. 72.

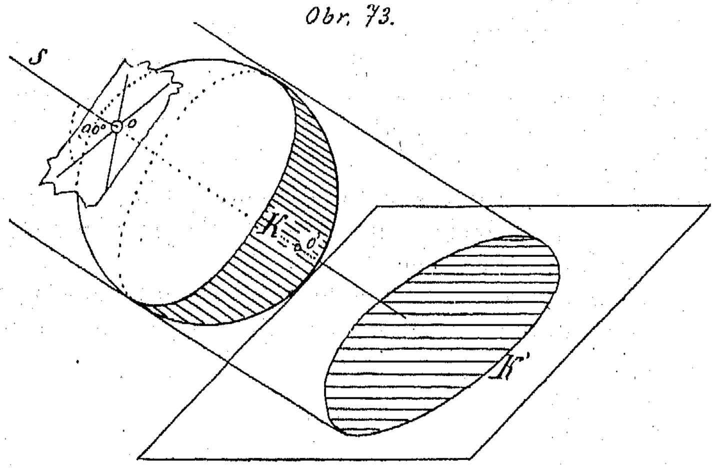


za tělesem dopadnouti nemohou, nalézá se též ve stínu a to vrženém c. Je-li pramenem světla bod s obr. 72. tvoří paprsky světelné celý

prostorový svazek, který se podél tělesa T ve křivce K dotýká. Křivka K odděluje **světlo** od **stínu** a zove se **mez stínu vlastního.**

Křivka L na rovině R je průsekem osvětlující plochy tečné SKL s rovinou R za těleso postavenou. Osvětlení toto, kde si pouze svítící bod myslíme pramenem světla, nazývá se **středové** (centrálné). Předpokládáme-li, že jest svítící předmět ve vzdálenosti nekonečné, postupuje světlo v prostoru osnovou paprsků, které vyplňují celý válec světelný (obr 73.)

Obr. 73.

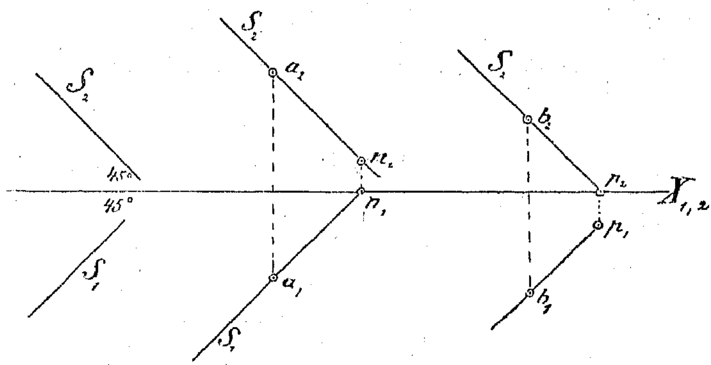


Bod o je nejsvětlejší, bod o' nejtmavší. Osvětlení z nekonečna ovšem u nás není — je-li však vzdálenost pramene světla jako na př. vzdálenost slunce od země u poměru s rozměry předmětů osvětlených nesmírná, dopouštíme se chyby nepatrné, pokládáme-li paprsky sluneční za rovnoběžné. Tohoto osvětlení vždy užívati budeme v průmětnictví, ježto výjevy osvětlení tohoto se lehce sestrojiti a zobraziti dají.

2. Osvětlení bodů, přímek, křivek a rovin.

Bod, přímky a křivky jeví se co vrcholy a hrany těles, jichž osvětlení zobraziti máme. Z té příčiny nacvičíme se zobrazování vržených stínů zmíněných elementárních útvarů.

Obr. 74.

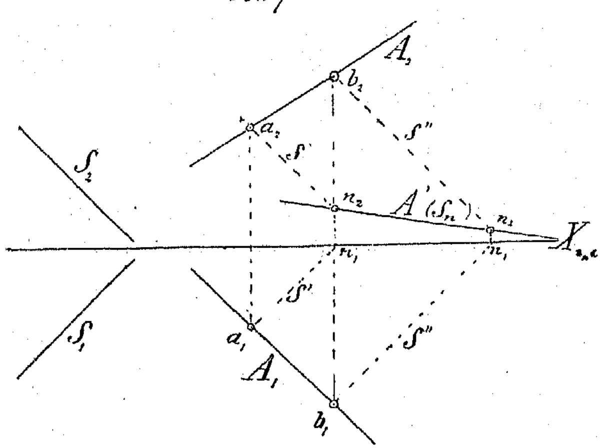


Osvětlení řídí se v obr. 74. obrazem průmětů paprsku S totiž $\left.\begin{matrix}S_1\\ S_2\end{matrix}\right\}$ uzavírajících s osou X úhel 45^0.

1. **Stín,** jejž **vrhá** bod daný na průmětnu, jest v stopě paprsku jeho. Bodu a odpovídá stopa paprsku na průmětně N_2 totiž n_2 co obraz vrženého stínu. Stín bodu a na průmětnu P_1 nepadá. Stín bodu byl dříve zachycen průmětnou druhou. U bodu b je stín v p_1.

2) Paprsky světelné položené veškerými body přímky dané A obr. 75. tvoří rovinu paprskovou, jejíž stopy s oběma průmětnami jsou

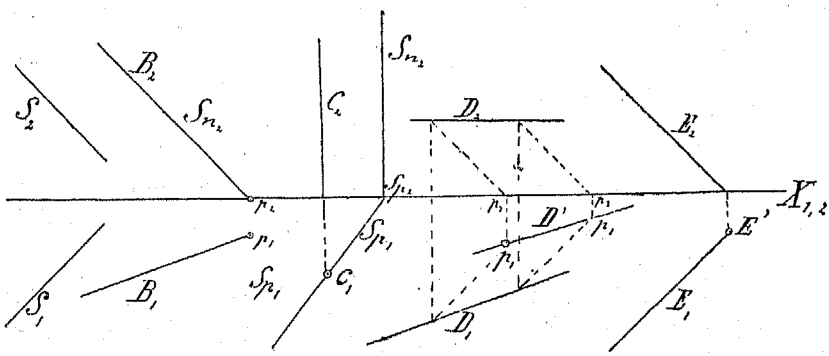
Obr. 75.



vrženým stínem dané přímky. Přímka A dána body $\begin{cases} a \\ b \end{cases}$ Paprsky S' a S'' jsou // S a stopami jich nárysnými jest položena stopa roviny osvětlující Sn, která je zároveň vrženým stínem přímky A. Sp v mezích nákresny se neobjevuje.

3) Dána přímka B. Její B_2 // S_2 obr. 76. Paprsková rovina

Obr. 76.



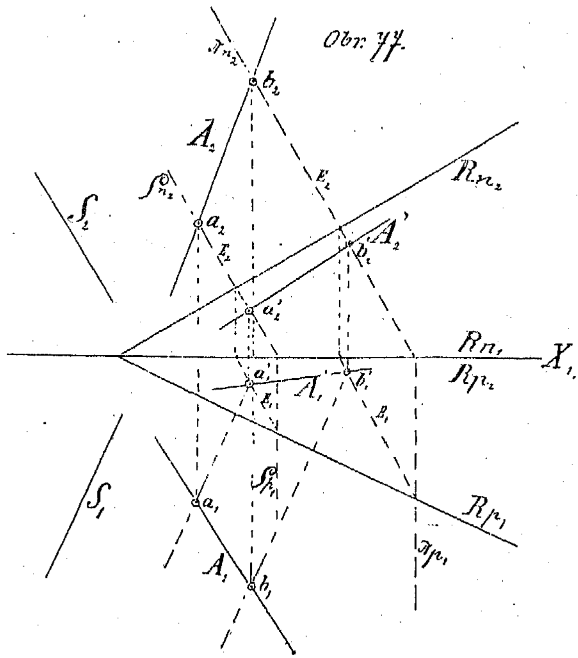
$\begin{cases} Sn \\ Sp \end{cases}$ jest $\perp$ ku průmětně N^2. Sn_2 se stotožňuje s B_2 a Sp_1 je $\perp$ $X_{1,2}$.

4) Je-li přímka C $\perp$ ku průmětně P^1, obr. 76., jest obraz stínu přímky v obrazech stop roviny $\{$ $Sn_2 \perp X_1$ obr. 76.

5) Přímka D // P_1 je dána. Najdi vržený stín její. Vržený stín dvou libovolných bodů přímky D stihne první průmětnu; v bodech p_1 $p_1 = D'$ // D_1.

6) Přímka F // S má vržený stín v bodu E' obr. 76.

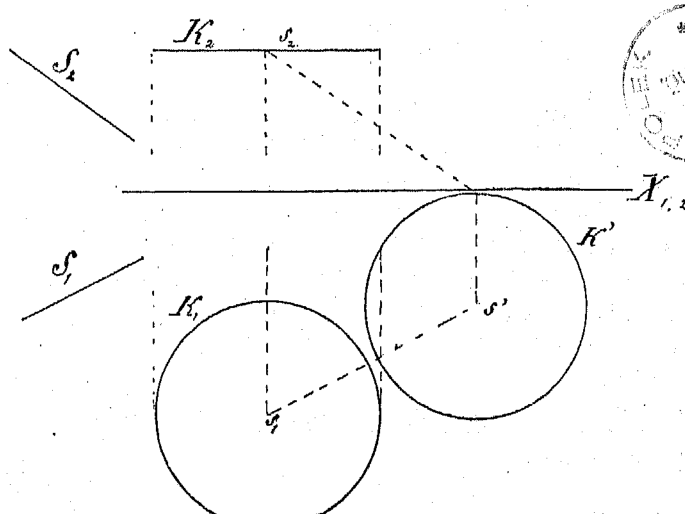
7. Vržený stín přímky A obr. 77 na rovinu danou stopami Rn, Rp jest průsečnice roviny dané R s rovinou paprskovou přímkou



Obr. 77.

danou položenou. Dáno $\begin{cases} A_2 \\ A_1 \end{cases}$; zvol si na přímce dva body $\begin{cases} a_2 \\ a_1 \end{cases}$ $\begin{cases} b_2 \\ b_1 \end{cases}$ polož jimi paprsky // $\begin{cases} S_1 \\ S_2 \end{cases}$; nalezni průsečníky paprsků těch s rovinou R. (Polož každým paprskem rovinu nárysně promítající $\begin{cases} \rho n & \rho p \\ \pi n & \pi p \end{cases}$ ustanov průsečnice rovin těchto s danou rovinou R totiž $\begin{cases} E_{1,2} \\ E_{1,2} \end{cases}$ a kde se $\begin{cases} E_1 \\ E_1 \end{cases}$ protíná s půdorysy paprsků jednotlivých bodů, tam budou a'_1 b'_1; hledané obrazy průsečíků aspoň v obrazech prvých, a na přímkách promítajících nalezneš $\begin{cases} a_2' \\ b_2' \end{cases}$

Obr. 78

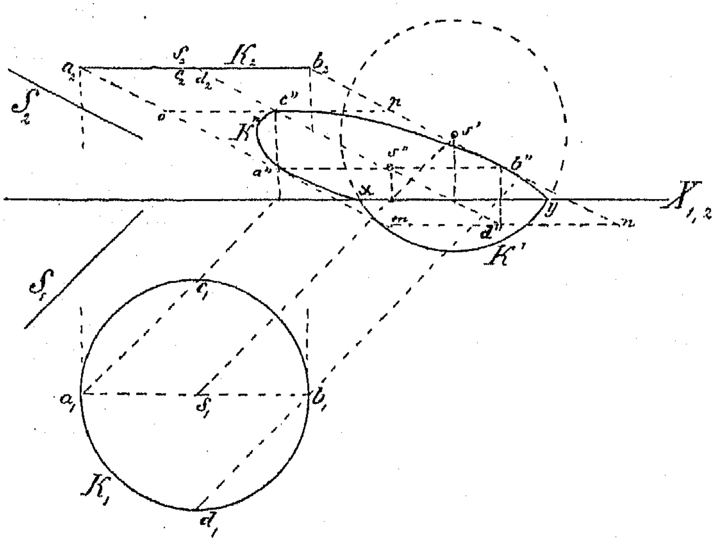


8) Paprsky světelné procházející veškerými body křivky, tvoří paprskovou plochu válcovou. Průsek plochy této válcové s průmětnami jest vrženým stínem dané křivky.

9) Stín vržený kružnicí $K \parallel P^1$ jest kružnice K' s danou shodna. Obr. 78.

10) Je-li kružnice K případu předešlého v poloze takové, že se paprskovému válci v cestu staví průmětna druhá, lomí se vržený stín na ose X, a v té části křivky, která se na průmětně N^2 nachází, se stane křivka částí ellipsy. Obr. 79.

Obr. 79

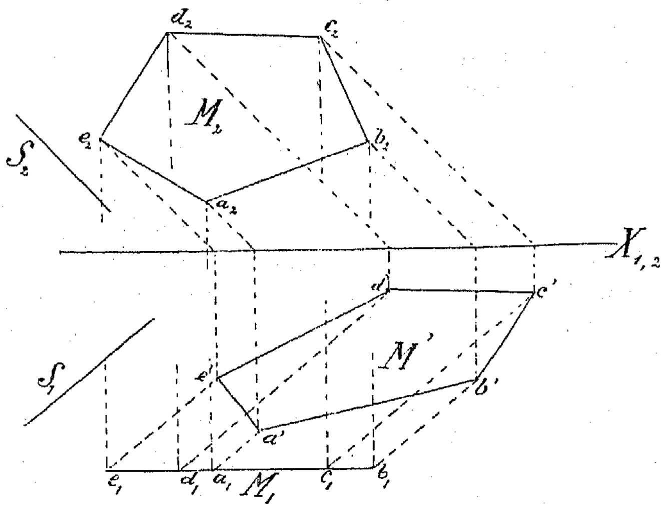


Střed ellipsy se nachází na průmětně druhé, v stopě nárysné paprsku S středem kružnice položeného (s''). Průměry ab cd na sobě kolmo stojící, mají svoje stíny na průmětně druhé v $a''b''$ $c''d''$.

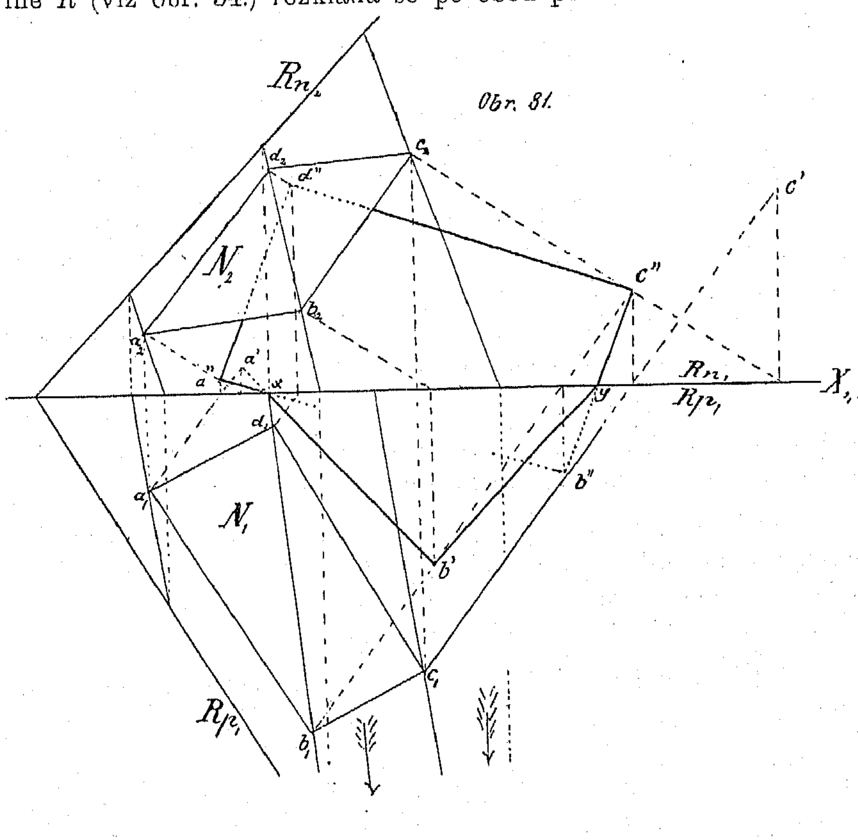
Tyto přímky jsou sdruženými průměry ellipsy, pomocí jichž se ellipsa snadno sestrojiti dá (doplníme-li si průměry sdružené obrysem na kosodélník $mnop$). Kruhová část vrženého stínu na průmětně P^1 se sestrojí poloměrem kružnice K ze středu s' (půdorysné stopy paprsku S otevřením až do bodů x, y, v nichž ellipsa osu X protíná.

11) Vržený stín mnohoúhelníku obr. 80. $M \perp P^1$ objevuje se na prvé průmětně.

Obr. 80.



12) Vržený stín mnohouhelníku $\left\{\begin{matrix}N_1\\N_2\end{matrix}\right.$ nalézajícího se na rovině R (viz obr. 54.) rozkládá se po obou průmětnách.



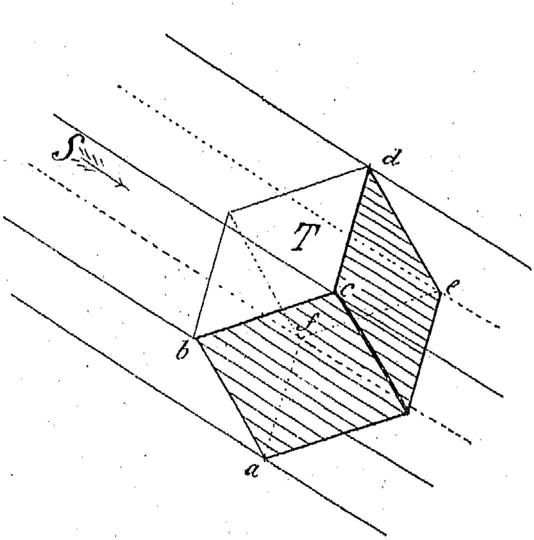
Obr. 81.

Nejprvé je nalezen vržený stín mnohouhelníku N na první průmětně: $a'b'c'd'$ strany $a'b'$ a $b'c'$ se lomí na ose X v bodech xy, které se s c'' a a'' spojí. Část vrženého stínu u vrcholu d' je kryta rovinou mnohouhelníku.

3. Osvětlení těles.

Těleso T obr. 82. (ku př. krychle) jest osvětleno. Osnova paprsků stýkajících se s tělesem, vyplňuje celý hranol osvětlující, jehož povrch se stýká s tělesem podél mnohoúhelníka prostorového $abcdef$. Stěny od světla odvrácené se nalézají ve vlastním stínu. Postaví-li se svítícímu hranolu paprskovému v cestu těleso ještě za T položené — vrhá prostorový mnohoúhelník $abcdef$ stín na těleso to.

Obr. 82.



Úkolem naším při osvětlení geometrálném jest vyšetřiti stýčný mnohouhelník $abcdef$ paprskových ploch hranolu a určiti vržený stín jeho.

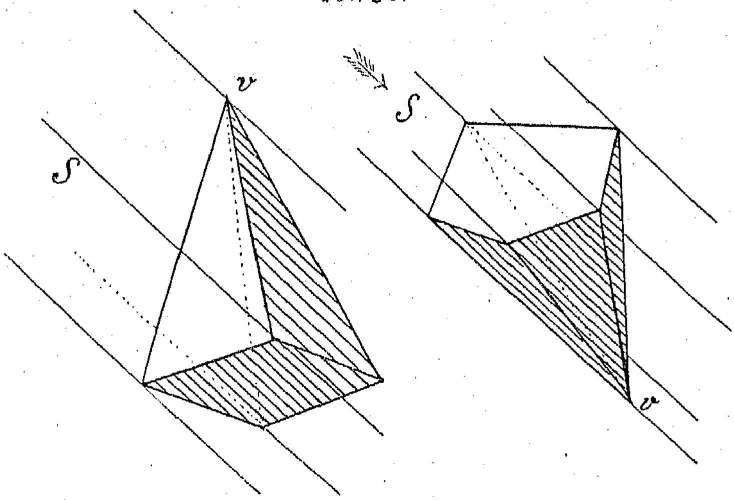
U jehlanců a hranolů jest vyšetření stýčného mnohouhelníku následující:

Vrcholem jehlance položené dvě roviny stýčné // S oddělují pobočné stěny osvětlené od neosvětlených. — Základna jehlance může býti osvětlena neb ve vlastním stínu.

Mez vlastního stínu na jehlanci sestává ze dvou hran bočných a z několika hran podstavy neb pouze z hran podstavy dle toho, stihnou-li světelné paprsky dříve vrchol nebo podstavu, obr. 83.

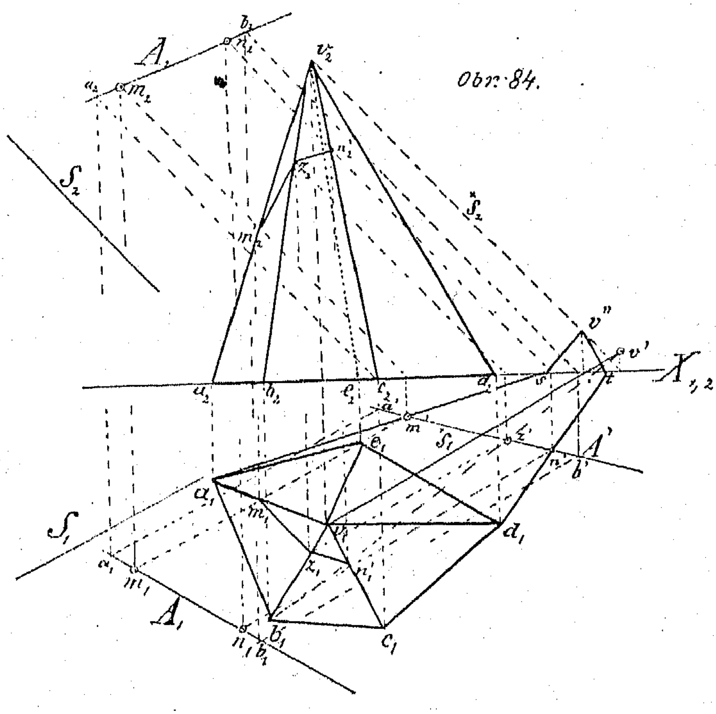
U jehlance pětibokého se rovina světla stýká s jednou bočnou plochou.

Obr. 83.



1. Dán jest jehlanec pětiboký, přímý, podstavou v průmětně P^1. Zobrazte při osvětlení geometrálném meze vlastního a vrženého stínu. — (Obr. 84.)

Obr. 84.



Vrcholem v položený paprsek $*S \parallel S$ stihne dříve průmětnu druhou ve v'' než prvou v bodu v'; v' a v'' jsou stopy paprsku na průmětnách. Osvětlující roviny vrcholové stýkají se s hranami va a vd a mají stopy $v'a$, $v'd$ na průmětně P^1. Stopy tyto se lámou na ose $X_{1,2}$ do vrcholu v''. Jest tedy stěna aev, dev, ve vlastním stínu. Stín vržený je omezen přímkami: $v''s$ a, e, d, t v''.

Mimo jehlanec daný jest v prostoru dána přímka A. Tato vrhá svůj stín na těleso. Vyšetři jej. Představ si přímkou A položenou rovinu osvětlující $\parallel S$. Tato je určena přímkou A a paprsky stejnosměrnými s S, procházejícími body a a b. Tyto stihnou půdorysnu v $a'b'$ a tvoří spojením vržený stín přímky A. Část $m'n'$ ale jest tělesem zachycena a v bodu z na hraně bv lomena.

Část tato zachycená a lomená jest viděti nejprve na vrženém stínu na P^1.

Stopy $v'a_1$ $v'd_1$ rovin světla protíná vržený stín přímky A v bodech m' n' a vržený stín hrany v_1b_1 se protíná s přímkou A v bodu z'. Obrazy průmětů bodů m n z lze najíti pomocí paprsků světla $m'm_1$ $n'n_1$ $z'z_1$ v P^1 aneb paprsků z nárysů vržených stínů bodů m' n' v ose $X_{1,2}$ se nacházejících ve směru S_2 zpět ku A_2 a A_1 položených.

Jehlanec přímý daný podstavou v průmětně první nachází se v poloze nejobyčejnější — jak se v praktickém životě nejčastěji vyskytuje a proto se omezíme pouze na tuto úlohu a ostatní polohy pomineme.

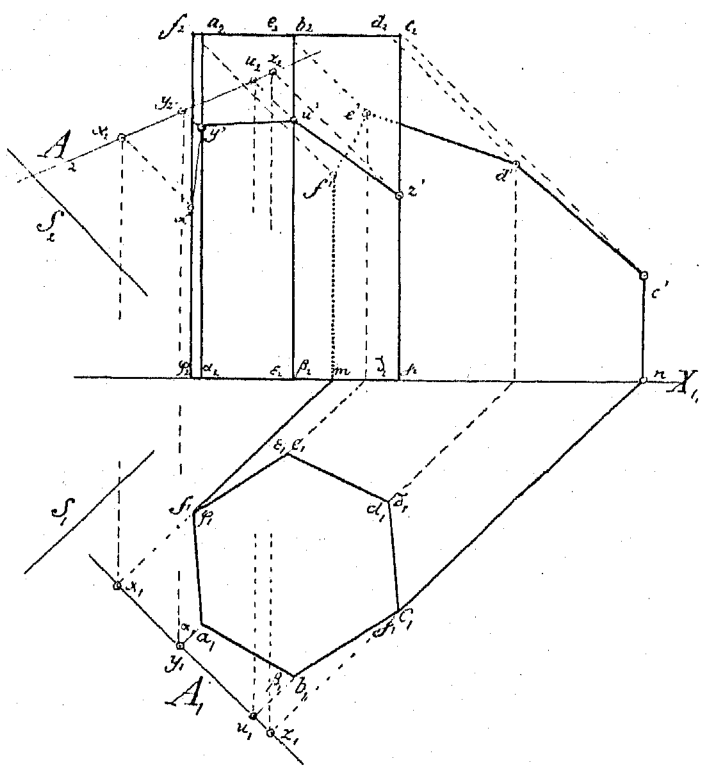
4. Osvětlení hranolu.

Hranol jest jehlanec, jehož vrchol je v ∞. Stýčné roviny osvětlující a vrchol obsahující mají polohu $\parallel S$ a jsou stejnoměrné. Hranolu se dotýkají podél dvou hran bočných po případě po několika hranách podstavy.

1. Dán jest hranol přímý, šestiboký, podstavou v průmětně P^1. Zobrazte meze vlastního a vrženého stínu. (Obr. 85.)

Stýčné hrany osvětlujícího mnohoúhelníku na daném hranolu jsou: $c\gamma$ $f\varphi$ svislé, bočné a cd, de, ef na horní podstavě.

Obr. 85.



Bočné hrany $c\gamma$ $f\varphi$ mají vržené stíny na obou průmětnách; v bodech m, n, se na ose lámou. Paprsky z bodů c, d, e, f stihnou jen průmětnu druhou. Jsou tedy zde hrany $c\gamma$ a $f\varphi$ mezemi stínu vlastního a přímky γ, n, nc', $c'd'$, $d'e'$, $e'f'$, $f'm$, $m\varphi$ mezemi stínu vrženého. — Stín vržený na průmětně druhé jest částečně kryt obrazem průmětu druhého hranolu daného.

Vyšetři, zda-li přímka A daná v poloze obecné vrhá stín na daný hranol?

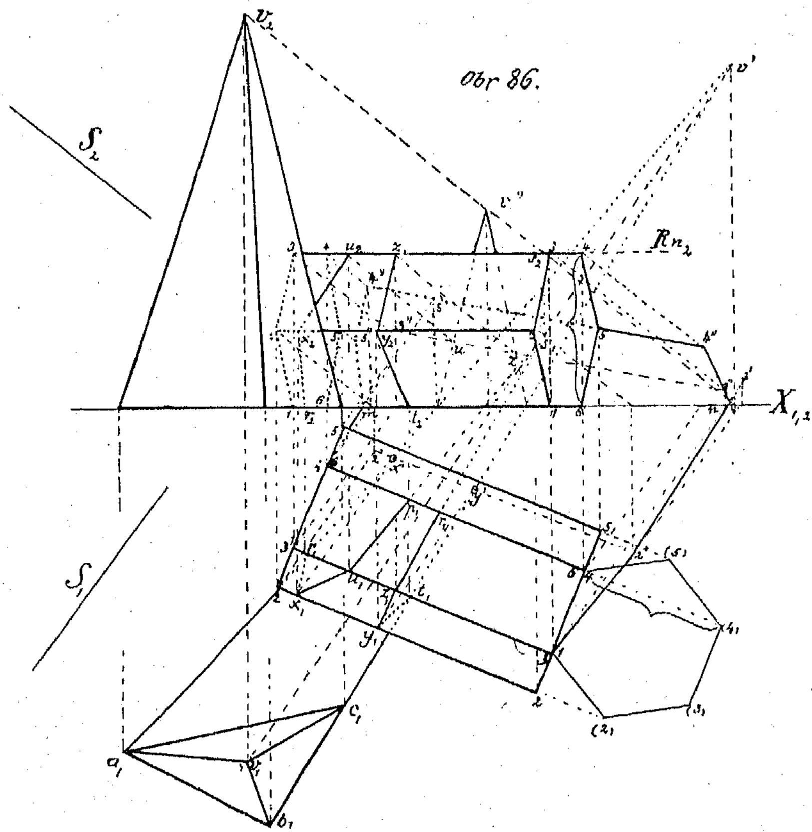
Osvětlující roviny kolmé ku průmětně první položené hranami $c\gamma$, $b\beta$, $a\alpha$, $f\varphi$ ustanoví na A_1 body x_1, y_1, u_1, z^1, k nimž se příslušné x_2 y_2 u_2 z_2 snadno na A_2 naleznou.

Obrazy druhé, paprsků, body x_2 y_2 z_2 n_2 položených, vytknou na $a_2\alpha_2$, $b_2\beta_2$, $c_2\gamma_2$, $f_2\varphi_2$, vržené stíny x', y', z', n', bodů přímky dané.

Vržený stín přímky se láme na hranách hranolu a tvoří klikatou čáru $x' y' u' z'$.

2. Jest dán hranol šestiboký jednou bočnou stěnou v prvé průmětně položený.

Urči mez vlastního a vrženého stínu.



Obraz průmětu prvého, hranolu se narýsuje ze známé základny pravidelného šestiuhelníku 1, (2), (3), (4), (5), 6 nejprv do P^1 položené. Výška hran 4 4, 5 5 atd. je patrna také v položeném šestiúhelníku mezi body 4 (4), 5 (5).

Podstava 1 2 3 4 5 6 v pravo postavená a stěny 5 5 6 6, 4 4 5 5 se nacházejí ve vlastním stínu.

Klikatý obrys podstavy pravé strany: 1 2 3 4 a obrys podstavy levé strany 4 5 6 vrhají stíny na obě průmětny 1 2′ n 3″ 4″ 4″ 5″ m 6.

V bodech m a n se obraz přímočarý láme. Z bodu 2′ má postupovat obrys do bodu 3′ (půdorysná stopa paprsku bodem 3 položeného). — V bodu n protíná přímka $2' 3'$ osu X, od toho bodu postupuje obrys do bodu $3''$ (nárysná stopa paprsku bodu 3). Podobně u bodu m na straně levé.

Mimo hranol jest z předu po levé straně dán jehlanec přímý, trojboký. Jest vyšetřiti vržený stín jehlance na hranol. — Vrcholem v položený paprsek // S stihne průmětnu druhou v bodu v'' a průmětnu prvou v bodu v' (vzdáleném); z bodu v' rýsované přímky $v'a_1$ $v'b_1$ udávají již meze vrženého stínu na průmětně prvé. Tyto postupují jen ku 1_1 1_1 hraně spodní našeho hranolu, jsouce stopami stýčných rovin osvětlovacích podél hran ab bv; odtud se láme vržený stín dopadaje na hranol a jeho hrany 2, 2 (přední) a 3, 3 (horní); příslušné body x, y a u, z se najdou z vrženého stínu na průmětně P^1 a N^2. (Vržený stín a_1v' hrany av se protíná s vrženým stínem hrany $2'2'$ v bodu x' a y', ze kterých pomocí paprsků S, se zpět najdou na hraně 2 2 body x_1 y_1). Podobně, jen že na nárysném vrženém stínu $v''u$ $v''z$ najdeme u, z, kde se vržený stín hrany $3''3''$ protíná s $v''u$ $v''z$, z těch pomocí paprsků // S najdeme u_2 z_2 a promítnutím u_1 z_1.

Od bodů u a z se rozkládá stín vržený po bočné stěně vodorovné horní 3 4 3 4 směrem ku vrženému stínu vrcholu na tuto stěnu to jest do bodu s_1. Bod s je vyhledaná stopa paprsku vrcholového, na rovině s průmětnou prvou stejnosměrné t. j. Rn_2. Stín vržený opustiv rovinu Rn v mezích bočné stěny 33 44 — a to v bodech p, r, stihne v bodě v'' nárysnou průmětnu.

Obrazu r_1 x_1 u_1 p_1 a t_1 y_1 z_1 r_1 odpovídá v nárysu r_2 x_2 u_2 a t_2 y_2 z_2. Bodů p_2 a r_2 není třeba hledati.

5. Osvětlení ploch křivých.

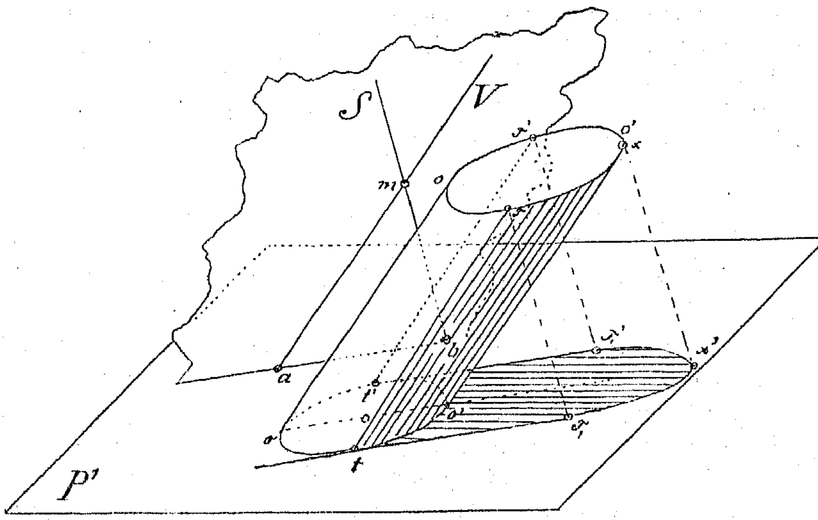
Všeobecně pojednáno bylo o osvětlení ploch křivých v obr. 72.—73. Přihlédněme nyní ku jednotlivým druhům ploch křivých zvláště.

1. **Na ploše válcové** (obr. 87.) tvoří mez stínu vlastního povrchové přímky plochy válcové, jež obsahují roviny tečné // S, které se sestrojí dle úlohy obr. 70.

Mysleme si v libovolném bodu m paprsku S položenou přímku V // s válcem.

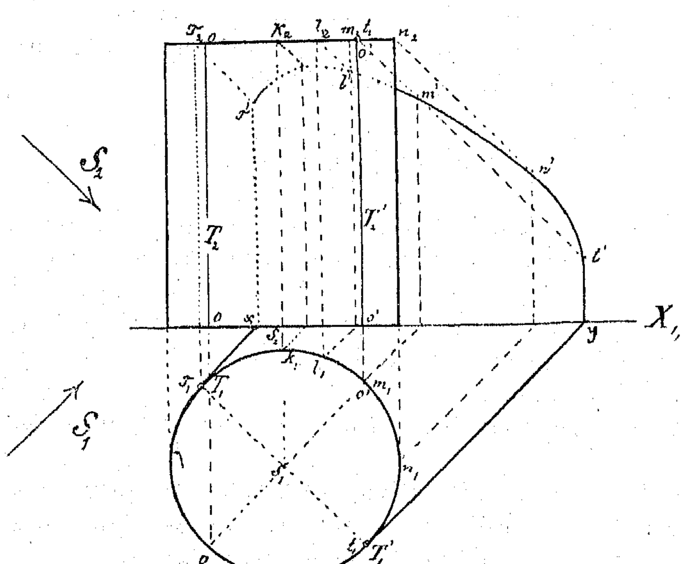
Přímky S V určují rovinu, jejíž stopa na průmětně R^1 jest přímka ab. Sestrojim-li ku přímce ab. ku základně válce stejnosměrné tečny — budou tyto stopami tečných rovin na průmětně

Obr. 87



P^1; stýkající se s válcem podél povrchových přímek $tT\ t'T'$. S těmito obrysy vrženého stínu splyne vržený stín části křivočaré základny TxT'.

Obr. 88.



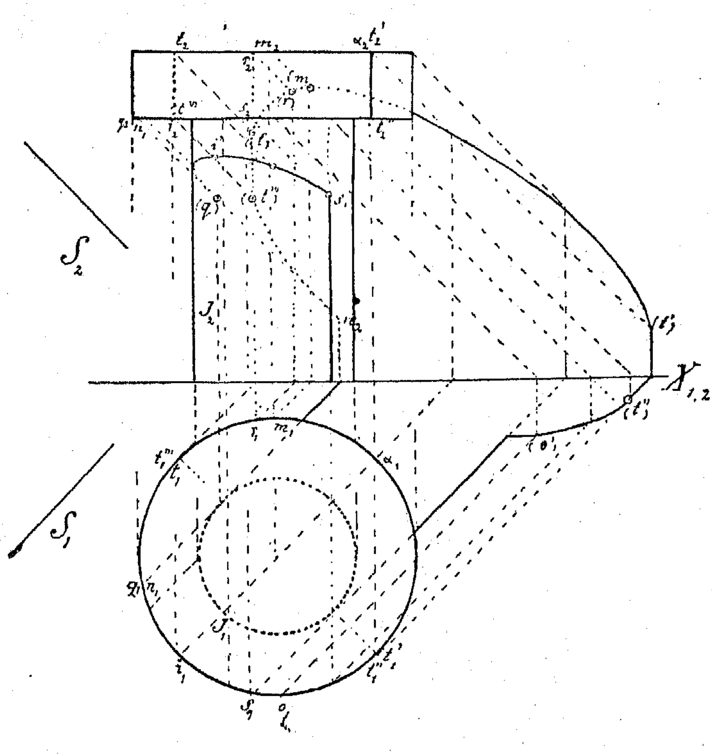
Rovina osvětlující, položená však osou plochy válcové, seče povrch po dvou povrchových přímkách OO a $O'O'$. Přímka OO, proti světlu obrácená, je nejsvětlejší místo celé plochy a $O'O'$ od světla odvrácená, je nejtmavší.

Úloha. a) Dán je válec kruhový přímý, obr. 88., podstavou spočívající v průmětně prvé. — Má se najíti mez stínu vlastního a vrženého.

Středem s_1 položíme paprsek S_1 S tím stejnosměrně sestrojíme tečny v bodech t a T; tyto jsou stopami rovin promítajících, tečných na průmětně P^1 a přímky povrchové T, T' jsou mezemi vlastního stínu. Povrchová přímka OO je nejsvětlejší. Koncové body t a t vrhají stín na průmětnu N^2 do bodů T' t'. Křivka tmt vrhá svůj stín na průmětnu N^2 mezi body koncové t' t'.

Jeden z nejdůležitějších bodů ku sestrojení křivky jest K'

Obr. 89.



co nejvyšší bod vrženého stínu. V bodech x a y se láme stín vržený oddělujících povrchových přímek.

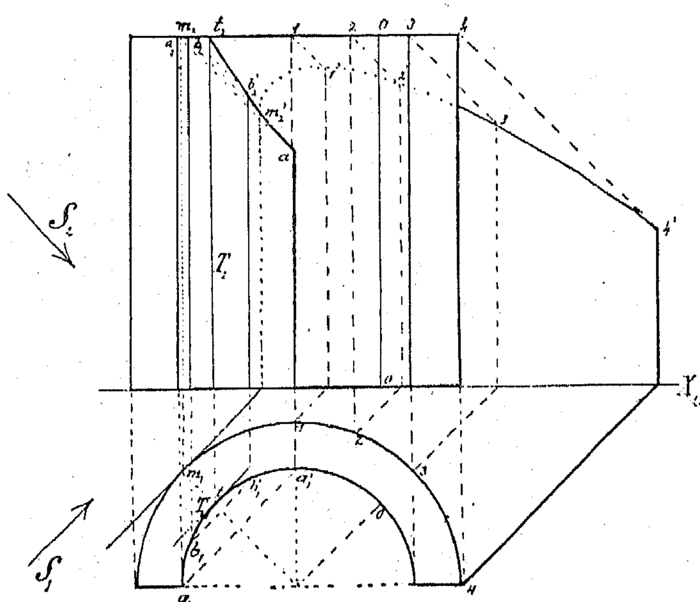
b) Dán je válec kruhový (obr. 89.) přímý, podstavou v průmětně P^1. Kryt je soustředným válcem nízkým — o větším poloměru. Jest nalézti meze vlastního a vrženého stínu.

Meze stínu vlastního na spodním válci se ustanoví dle úlohy předešlé. Poněvadž horní kotouč válcový má větší průměr, bude krýti svým stínem vrženým, stín válce spodního. Tyto dva stíny na obrysu splynou v bodech x a y.

Charakteristické jsou na vrženém stínu horního kotouče přímky $(t')(t'')$ a $(t)(t''')$. Jsou to vržené stíny povrchových přímek $t't''$, tt''', mezí vlastního stínu na kotouči horním. Za tečnými body horní kružnice postupuje stín vzniklý obloukem t' a t'''. Jeden nejdůležitější bod tohoto oblouku (m), jest nejvyšší bod vrženého stínu.

Kotouč horní vrhá v přední levé části stín na povrch válce spodního. Oblouku q s se to týče; na obraze jest sestrojena křivka (q) (s) a mezibod i polož paprsek $i_2 i'$ // S_2 $i_1 \alpha_1$ // S_1 a najdi pronik jeho s plochou válcovou. Paprskem S mysli si položenou rovinu promítající půdorysně, její stopa půdorysná se stotožňuje s S_1.

Obr. 90.



Tato pronikne válec podél povrchové přímky J, která se paprskem S protne v bodě i.

Podobně lze nalézti i body jiné této křivky. Křivka s i q se na obrysu levém u válce zahýbá v zad do neviditelné části.

c) Jest dán půlválec dutý (obr. 90), kruhový, přímý, podstavou v průmětně P^1. Má se ustanoviti mez vlastního a vrženého stínu.

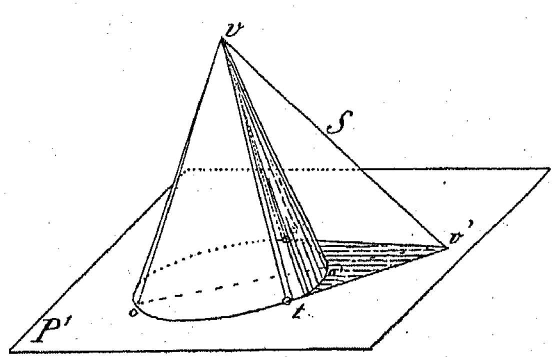
Vržený stín na průmětny se hledá známým způsobem. Sestrojiti se musí nově ale vržený stín horního křivého okraje vnitřního *abct* na vnitřní povrch plochy válcové.

Zmíněnými body a, b, c, t položíme si paprsky // S a každým z těchto paprsků myslíme si položenou rovinu paprskovou, půdorysně promítající.

Přímky $a_1a'_1$ $b_1b'_1$ $c_1c'_1$ jsou stopy půdorysné rovin těchto. Roviny ty sekou plochu válcovou po povrchových přímkách A, B, C---, které se s příslušnými paprsky protnou v hledaných bodech a'_2 b'_2 c'_2. Bod t, v němž je paprsek // S tečný, jest bodem mezným, vrženého stínu na těleso. Přímka povrchová oo je v největším světle.

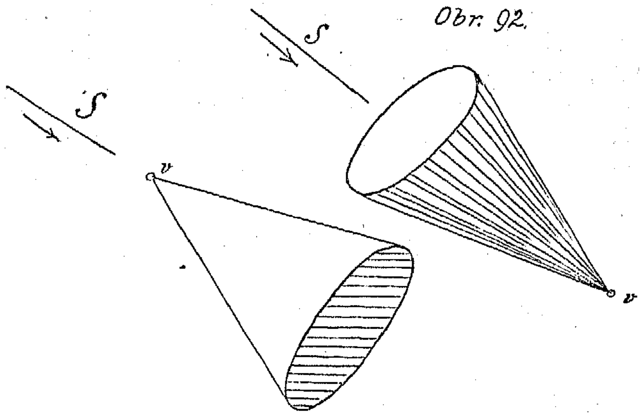
2. **Na ploše kuželové** myslíme si vrcholem položený paprsek S, jehož stopa v' na rovině podstavy se nalezne. Sestrojíme-li z daného bodu v' tečny ku křivce základny, jsou povrchové přímky vt vt' mezemi vlastního stínu. Stopy tv a $t'v$ rovin styčných na rovině podstavy jsou mezemi vrženého stínu plochy kuželové.

Obr. 91.

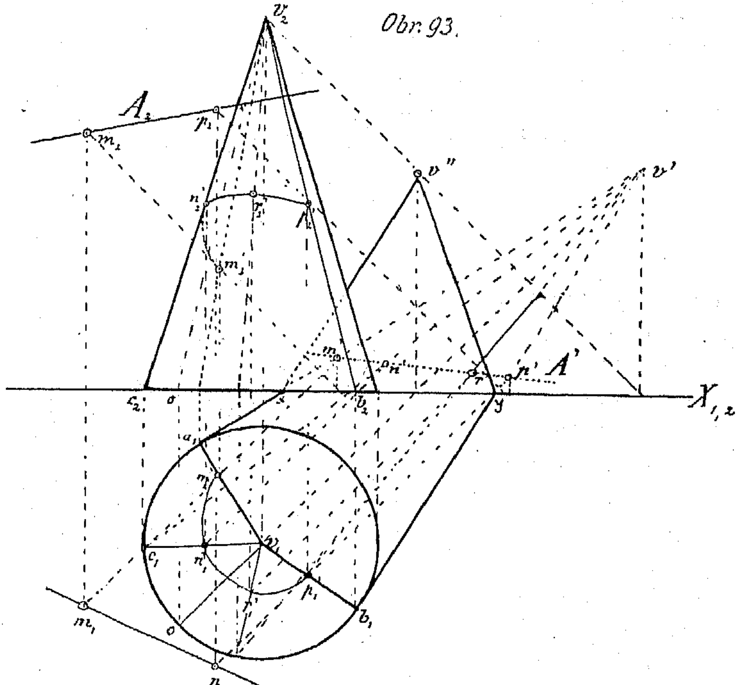


Povrchová přímka vo je v největším a přímka vo' v nejmenším světle.

Jest-li paprsek vrcholový má svoji stopu v základně (uvnitř), jest plocha kuželová buď celá osvětlená aneb ve vlastním stínu. (obr. 92.)



Obr. 92.



Obr. 93.

a) Jest dán kruhový kužel přímý podstavou v první průmětně. Mimo něj přímka A.

Ustanov meze vlastního a vrženého stínu.

Paprsek vrcholem v položený má ve v' svoji půdorysnou stopu. Z tohoto bodu sestrojené tečny ku základně kužele t. j.

$v'b_1$ $v'a_1$, jsou stopami tečných rovin osvětlovacích na průmětně P^1, a zároveň meze stínu vrženého. Přímky v_1b_1, v_1a_1, v_2a_2, v_2b_2 povrchové na válci daném jsou obrazy průmětů meze stínu vlastního.

Vržený stín vrcholu jest zachycen průmětnou N^2, a proto se láme obrys stínu vrženého na ose $X_{1,2}$ v bodech x y.

Přímka vo je v největším světle.

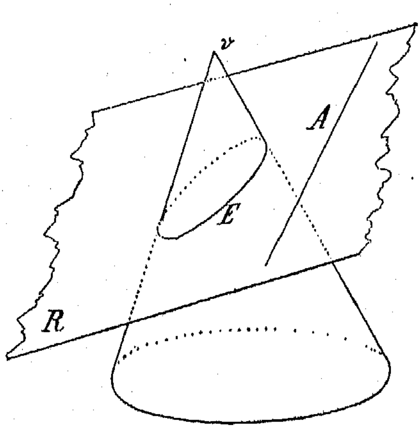
Přímka A vrhá stín svůj na kuželový plášť. Na průmětně P^1 lze viděti jak vržený stín přímky A' protíná vržený stín jednotlivých povrchových přímek na př. body m', n', r', p'; bod n' jest totiž průsečík stínu povrchové přímky cv se stínem A', z bodu n' jest nalezen příslušný bod n'_1 na obraze prvého průmětu přímky cv, totiž c_1v_1.

Podobně lze nalézti bod r'_1 a mezné body m p.

Ježto jest vržený stín přímky A na plášti kuželovém vlastně průsek roviny paprskové, přímkou A položené s plochou válcovou, jest průsekem tím křivka rovinná (kuželosečka).

Z tělesoměrství známe, že řezem tím vznikne ve zvláštním případě průseku křivka: ellipsa. Takovou jest i křivka m n r p; jest to část křivky elliptické.

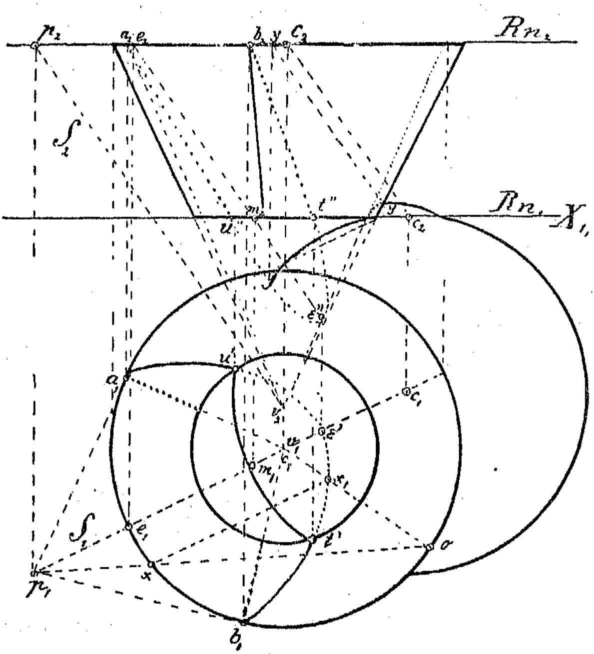
Obr. 94.



b) Dán jest dutý kužel komolý, kruhový, přímý, menší podstavou v průmětně P^1 spočívající.

K vůli konstrukci sestroj si vrchol v a polož jím paprsek S.

Obr. 95.



Oddělující přímky pro vlastní stín se určí tečnami, rýsovanými z bodu (p_1 p_2) jakožto stopy paprsku vrcholového s rovinou Rn základny velké ku kružnici větší. Prodluž S_2 ku Rn nalezni p_2 a promítni na S_1.

Ve vlastním stínu se nachází uvnitř část aeb (v obraze půdorysném část kruhového věnce). Přímka v_1 c_1 je nejsvětlejší. Stín vržený vrchní kružnicí do vnitř kužele jeví se co prostup daného kužele s paprskovým válcem, jemuž jest kružnice čarou řídící.

Stín tento začíná v tečných bodech a a b. Paprsek bodem e položený objeví nejspodnější bod ε kuželosečky $a\varepsilon b$, ale průmětnou P^1 v bodu $m_2 m_1$ zachycený. Proto nepostupuje stín v křivce $a_1 u' \varepsilon' t' b_1$ nýbrž v bodě u'' a t' se láme a na půdici obdrží tvar $u' m_1 t'$.

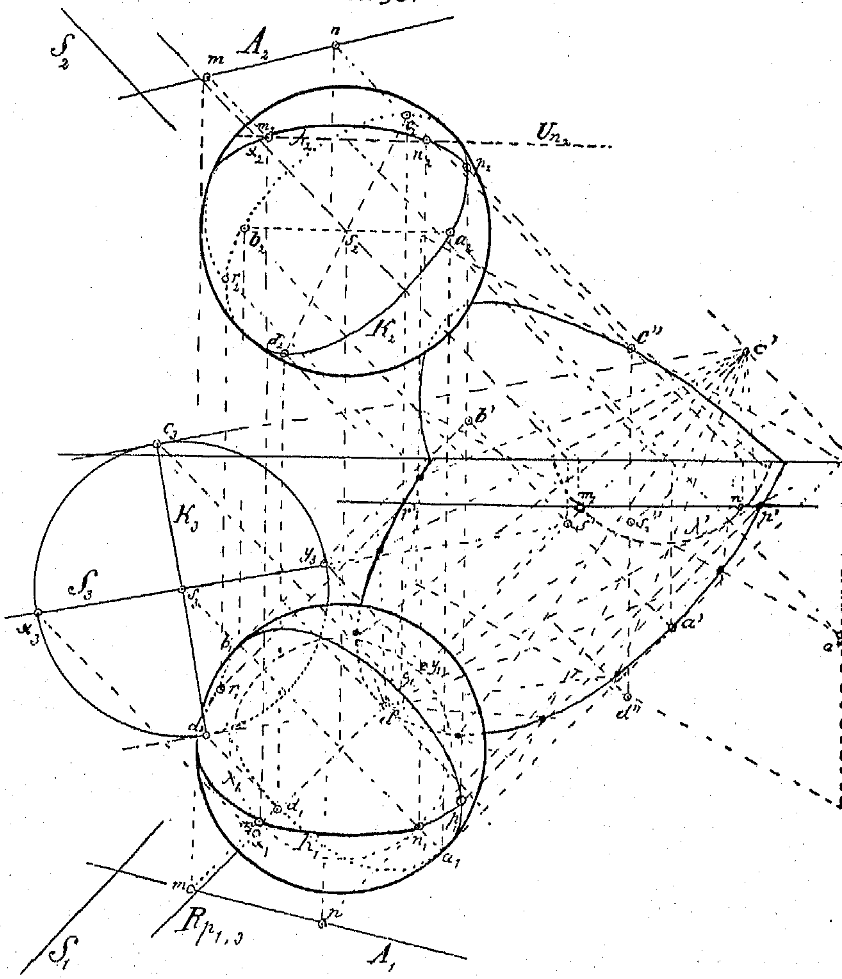
Křivka $u' m_1 t'$ jsouc vrženým stínem části kružnice aeb na rovině s ní stejnosměrné, jest kruhovým obloukem dle příkladu v obr. 59. a proto se dal ustanoviti i přímo. Středem c kružnice horní položený paprsek má stín v bodu c_1 na průmětně P^1 z něhož poloměrem kružnice téže možno narýsovati část vrženého stínu na dně kužele mezi body $u' t'$.

Mezibod křivky $a_1 \varepsilon' b_1$ ku př. x_1 jest nalezen takto: Přímka $p_1 x$ co stopa roviny světelné, vrcholové, protíná kružnici horní v bodě o, jímž prochází povrchová přímka ov_1 již paprsek XX_1 // S_1 protíná v bodě x_1. Horní základna vrhá stín kruhový na P^1 co pokračování části známé $u' m_1 t' \varepsilon c_1$ rýsované. Částečně se ale stín ten láme na ose X a přichází na N^2 v bodě y.

6. Stín plochy kruhové.

a) Na ploše kulové tvoří mez stínu vlastního největší kružnice K, jejíž rovina jest ku běhu paprsku S kolmá; podél kružnice takové dotýká se plochy kulové tečná plocha paprsková, kruhová to plocha válcová. Mez stínu vlastního K zobrazí se pomocí prů-

Obr. 96.



mětny třetí R půdorysně promítající, položené paprskem středovým S dle obr. 71. tak že $K_3 \perp S_3$; ab // průmětně první, $cd \perp ab$ jsou dva průměry kružnice K k sobě kolmé, průměty a_1b_1, c_1d_1 dávají osy elliptického průmětu K_1, a_2b_2, c_2d_2 sdružené průměry průmětu K_2.

Stín kružnice K na obou průmětnách jest **mezí** vrženého stínu celé plochy kulové. Stínem s' středu s prochází stín $a'b'$ průměru ab; stín průměru cd sjednocuje se s S_1 a omezí se nejlépe třetími průměty paprsků bodů c a d totiž $c'd'$. Vržený stín K' kružnice K na průmětně první je ellipsou, jejíž osy jsou $a'b'$, $c'd'$; stíny $a''b''$, $c''d''$ týchž průměrů na průmětně N^2 dávají toliko sdružené průměry elliptického stínu K'' kružnice K na průmětně N^2.

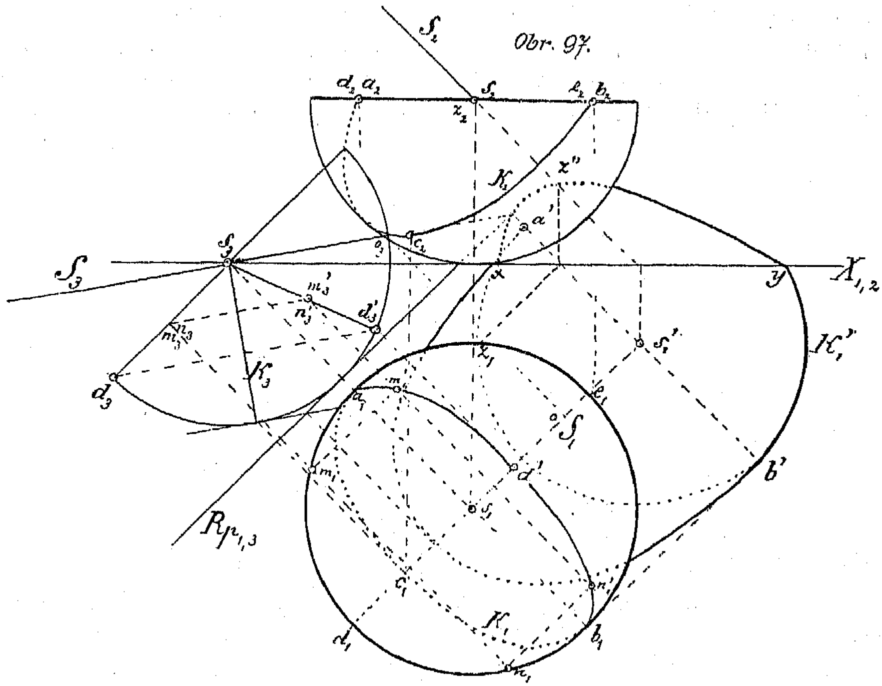
Průsečíky paprsku středového S s plochou kulovou jsou v bodě x nejsvětlejšími, v bodě y nejtmavšími místy na osvětlené ploše kulové. Bod světla $\begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$ se najde z obrazu průmětu třetího x_3 promítnutím na paprsek středový S podobně i $\begin{cases} y_1 \\ y_2 \end{cases}$ bod tmavý.

Má-li se hledati vržený stín dané přímky $\begin{cases} A_2 \\ A_1 \end{cases}$ v poloze obecné, — postupujme takto:

Vržený stín přímky A na P^1 protíná na průmětně P^1 obrys vrženého stínu plochy kulové v bodech $r'p'$, které lze v obou obrazech $\begin{cases} r_1 \\ p_1 \end{cases} \begin{cases} r_2 \\ p_2 \end{cases}$ zpět nalézti. Ježto je vržený stín zachycen plochou kulovou a stává se na povrch koule křivkou, nutno naleznouti aspoň dva body křivky dané na př. m n, které jsou průsečíky stínu A' se stínem λ', patřícím kružnici λ rovnoběžné s průmětnou P^1 kdekoli na vrchní polovině koule volené. Kružnice tato λ leží na př. v rovině U, jejíž $Un_2 \parallel X_{1\,2}$.

Bychom přesně křivku $A'A''$ rýsovati mohli, bylo by třeba více kružnic pomocných voliti a na nich příslušné body průsečíků určiti.

b) Na polokouli duté v obr. 97. tvoří mez stínu vlastního polovina největší kružnice $K \perp S$; obraz $\begin{cases} K_1 \\ K_2 \end{cases}$ K_1 je kryt a K_2 částečně (jak v příkladě předešlém u celé koule naznačeno) a polovina kruhové hrany $aeb \parallel$ průmětnou první. Část $adbca$ vnějšího povrchu a část $acbea$ vnitřního povrchu jsou přímo osvětleny.



Obr. 97.

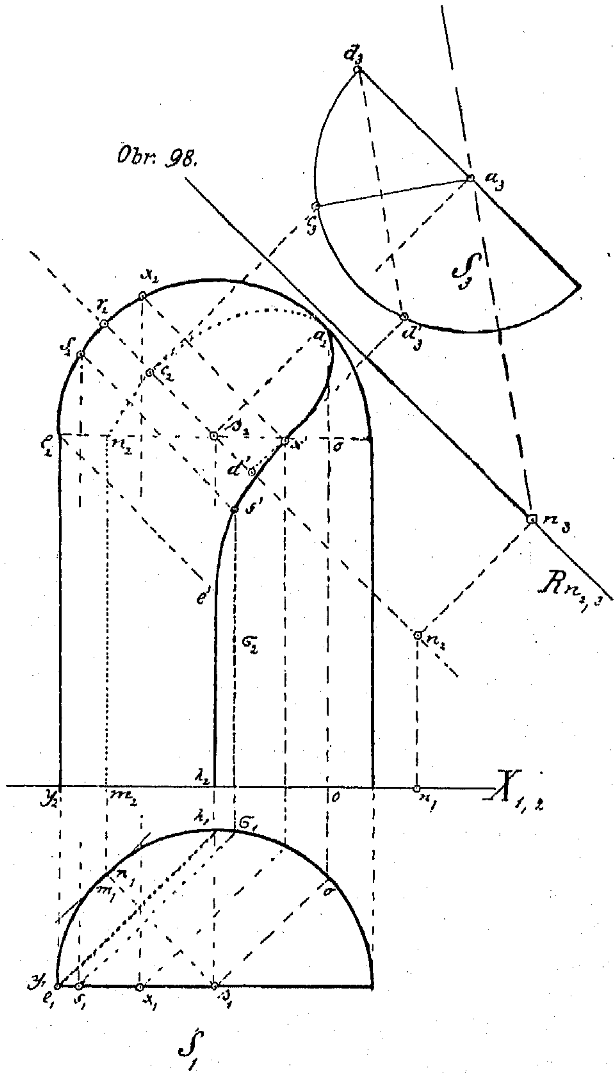
Poněvadž je rovina kružnice horní *adb* // s průmětnou P^1, jest vržený stín na této průmětně omezen z části $a'c'b'$ poloellipsou, jejíž střed s' a osy $a'b'c'd'$ (sestrojené dle úlohy předešlé) a z části polokružnice by, jejíž středem s' a poloměrem poloměr kružnici K a v N^2 z části ellipsa, která na ose $X_{1/2}$ v bodech x y s obrysem půdorysným souvisí.

Meze stínu sestrojeny pomocí průmětny třetí R sklopené v levé části kol stopy $Rp_{1\cdot 3}$. Část okrajové kružnice *amdnb* vrhá stín na vnitřní povrch koule; stín ten je omezen stínem $\left\{\begin{matrix} M_1 \\ M_2 \end{matrix}\right.$ polokružnice *adb*, to jest částí průseku plochy kulové s paprskovou plochou válcovou, jejíž řídící křivkou je kružnice *adb*. Tuto kružnici mají obě plochy: válcová a kulová společnou. Poněvadž se ještě jednou protínají, nemůže to být v jiné křivce leč kružnici M, jejíž obraz třetího průmětu M_3 obdržíme pomocí S_3 mezi $d_3 d'_3$ položeným. Z bodu d_3 možno lehce obdržeti d'.

Jednotlivé body průmětu křivky M_1 na př. $m'n'$ se zobrazí pomocí průmětů třetích $\left\{\begin{matrix} m_3 \\ n_3 \end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix} m'_3 \\ n'_3 \end{matrix}\right.$ z nichž plynou $\left\{\begin{matrix} m_1 \\ n_1 \end{matrix}\right.$ a $\left\{\begin{matrix} m' \\ n' \end{matrix}\right.$. Bod d

má svůj stín v d', z d_3 nalezneš ve směru paprsku d'_3 a z toho promítnutím d' a podobně z bodů m a n nalezneš snadno $m'n'$. Nejvíce světla dopadá na místo o, kterýžto bod obdržíme v průmětně třetí do P^1 položené. Paprsek S_3 protíná obrys polokoule

Obr. 98.



v o_3 a z toho se snadno o na S_1 nalezne. V nárysu toho netřeba hledati, ježto není vnitřek viditelný.

Na obraze S_3d_3 (či $a_3b_3d_3$) K_3 a M_3 lze pozorovati, že obraz S_3d_3 i M_3 jsou souměrné ku K_3, z čehož následuje přímo, že je stín M' polovinou největší kružnice, souměrné s obloukem *adb* k rovině kružnice K.

Povrch vnitřní naší polokoule je v obraze prvním celý viditelný; část jeho *adbca* je ve vrženém stínu.

c) Osvětlení kombinovaného tvaru dutého, kruhového půlválce se čtvrtinou plochy kulové (či dutiny výklenkové) (obr. 98.)

Pořad zobrazení budiž tento: 1. *mn* je bočnou přímkou válce a mezí stínu vlastního.

2. $n_2c_2a_2$ jest mezí vlastního stínu na ploše kulové. Tato se sestrojí pomocí třetí průmětny $R \parallel S$. Vržený stín oblouku *ase* je zachycen z části plochou kulovou, vytvořuje oblouk největšího kruhu, jehož obraz je ellipsou a_2d' (sestrojení dle úlohy předešlé).

V bodě x' přechází stín na plochu válcovou a končí v stínu e' bodu e. Stín oblouku *xe* je zachycen válcem. Zvolíme-li si ještě bod s, obdržíme stín jeho s' v průsečíku příslušného paprsku S_2S' s plochou válcovou na povrchové přímce σ.

Vržený stín hrany *ey* vychází z bodu y, šíří se po dně výklenku až ku polokružnici, přejde v h na vnitřní povrch válce a končí v bodě e'. Křivka $x'e's'$ se nakreslí naposled. Povrchová přímka *oo* je v největším světle.

OBSAH.

Strana

Předmluva 3
Úvod 5
Základ promítání 6

I. část.

A. O bodu, přímce a rovině.

1. Zobrazování průmětů bodů 7
2. „ „ přímek 10
3. Poloha přímky a bodu na vzájem 12
4. Úsečky a odchylky přímek od průměten 13
5. Vzájemná poloha přímek 14
6. Dvě kolmice 16
7. Zobrazování rovin 17
8. Body a přímky v daných rovinách 21
9. Průsečík přímky s rovinou 28

B.

10. Zobrazování mnohoúhelníků 30
11. O křivkách rovinných 34
12. Průseky přímky s nejdůležitějšími plochami 37
13. Roviny tečné k nejdůležitějším plochám 42

II. část.

1. O osvětlení vůbec 47
2. Osvětlení bodů, přímek, křivek a rovin 48
3. Osvětlení těles, osvětlení jehlance 54
4. Osvětlení hranolu 56
5. Osvětlení ploch křivých vůbec, kuželové a válcové zvlášť 59
6. Osvětlení plochy kulové 67