C. ~~[illegible]~~ 371.

MĚŘICTVÍ

pro první třídu realních gymnasií a realních škol

jakož i pro školy měšťanské.

Sepsal

Alois Studnička.

Se 102 vyobrazeními.

V JI[illegible]
REALNÉ ŠKOLY

V PRAZE.

Nakladatel Theodor Mourek.

1874.

MUSEJNÍ SPOLEK V JIČ

1405

7

ÚSTŘEDNÍ KNIHOVNA
PEDAGOGICKÉ FAKULTY
HRADEC KRÁLOVÉ
Signatura U 561
Inventár. č. 200804

Kněhtiskárna: Hynek Militký a Novák v Praze 1873.

Předmluva.

Kniha tato vzala původ ve škole.

Nelze upříti, že každý učitel, jemuž běží o prospěch žáků co největší, nespokojí se nijak s materialem, jaký i sebe lepší kniha školní obsahuje, nýbrž každým okamžikem k tomu pracuje, jak by snáze, srozumitelněji a příjemněji své žáky s naukami seznamoval.

Že pak má každý jiné vzdělání, rozličnou zkušenosť a jiné žactvo, které se i na témž ústavu každoročně dle rozličných okolností mění, jsouc brzy věkem dospělejší, brzy méně dospělé, chápavější, slušnější, pilnější atd. a naopak, stává se zhusta, že témuž předmětu tentýž učitel a v téže třídě každým rokem jinak vyučovati musí, čemuž i stále rostoucí jeho zkušenosť napomahá, ba nutí.

Vedlé toho jsou nyní požadavky života tak rozmanitého směru, že na nižších školách téměř pro všecky dráhy životní žactvo připravovati musíme, zvláště od těch dob, kdy se zavádějí nové střední ústavy smíšené, *realní gymnasia.*

Knihy naše školní, pokud se měřictví týče, tak rozmanitý poskytují žákům material, že jest často velmi nesnadno vyučovati žáky, jižto z rozličných ústavů přišli do jediné třídy.

I tato poslední okolnosť mne přiměla sepsati knihu, jež by tvořila jaksi rozhraní mezi velmi dobrými jinak spisy dosavadními.

Hlavní podnět však zavdalo vyučování *perspektivě* v prvním ročníku škol realních a realních gymnasií. Tento předmět vřaděn jest do měřictví již tenkráte, když ještě žáci s nejjednoduššími pojmy tvarů prostorných těžce zápasí, aniž toho nutnosť vymahá. Příčinu k tomu nejspíše zavdalo sloučení kreslení s měřictvím, kteřížto předmětové nic společného nemají, leda že se při kreslení brává tu a tam ku pomoci některý tvar měřický. Jestiť kreslení předmětem o sobě tak důležitým, jakým jest všeliký jiný předmět, jenom že se na něm dosud všestranně hřeší. Místo momentů vzdělavacích, mysl ušlechťujících a lidstvo k tvůrčí činnosti povznášejících vídáme v něm mechanickou práci a pěstujeme je v prvním ročníku co popelku měřictví.

Že pak v pláuech pro kreslení se vyvolala předčasně potřeba perspektivy, obětováno jest druhé pololetí prvního ročníku tomu, aby učitel i žactvo pracovali k cíli nedostižitelnému; takto uplyne druhé pololetí, a po prázninách teprvé zase se pokračuje tam, kde se v prvním pololetí prvního ročníku přestalo.

Kdyby se učení kresliti jinak spořádalo, nebude perspektivy tak brzo třeba; pak se s ní vyčká potud, až na ni přijde vhodná doba, a žáci aspoň neztratí celého pololetního vyučování v měřictví.

Slavná zemská školní rada již v mnohých případech povolila přeložiti perspektivu do druhého ročníku (ač i tu jest na ni záhy!); záleží tedy na učitelstvě, aby této výhody užilo. V nejnovějším plánu vyučovacím pro realní gymnasia není více o tomto předmětu v I. třídě žádné zmínky.

Z těchto příčin jest v této knize vypuštěna perspektiva na dobro.

Pokud se rozvrhu a vzdělání látky v obsahu přehledně předvedené týče, tu bylo první snahou mojí, abych podal jenom nejpotřebnější a nejdůležitější dle sil svých přehledně a průhledně, přihlížeje k studiu praktickému i vědeckému vysokých škol; nesrovnalostem, jaké se vyskytují mezi učením na nižších a vyšších třídách škol středních a vysokých, které v tom spočívají, že žák často bývá nucen ustoupiti od názorů dříve nabytých a jinými je nahrazovati, hleděl jsem se dle možnosti vyhnouti a je poopraviti, poněvadž takové stavby nejdou ku předu, kde každý následující stavitel dílo svého předchůdce rozmetává, znova počínaje. Tak jest v tomto spise na př. činěn rozdíl mezi *směrem* přímky a její *polohou*, kteréžto dva pojmy obyčejně až do vyšších škol se míchávají a to bez příčiny, poněvadž žáci snadno rozdíl ten chápou.

Co se urovnání materialu týče, i tu šel jsem namnoze vlastní cestou, pracuje k tomu, aby se z mnohých dosavadních příhrádek srovnalo vše, co k sobě patří, do oddílů počtu co nejmenšího. Sem na př. náleží určovati součet vnitřních a zevnitřních úhlů v obrazcích přímočarných atp.

Že měřictví vedlé mathematiky vůbec na školách nižších a co její část na školách vyšších především k tomu povoláno jest, aby se jím nejen praktické vědomosti žáka množily, nýbrž aby se ostrovtip a soudnosť jeho budily i rozmnožovaly, pracováno v tomto spise i k tomu cíli, aby se žák učil myšlénky *přirozeně* řaditi a *přesně* vyjadřovati.

Názvosloví německé, jakémuž se dosud vyhnouti nemůžeme, sestaveno jest vždy ke konci každé odstávky a nikoliv, jako bylo dosud běžné, hned za každým novým významem českým a to z příčin trojích: předně není žák, čta výměry takových pojmů, zadržán slovem cizím, jež v něm nutně budí roztržitosť; za druhé činí spis dojem češtější, celkovitější — jsouť jednotlivé části zaokrouhlenější, z konglomeratu cizí příměsky odstraněny, anižby přišly na zmar; posléze měl spisovatel na zřeteli i tu okolnosť, že žáci, čtouce ke konci odstávky ještě jednou názvy všech důležitých pojmův, budou upamatováni na vše, co odstávka obsahovala, i vytvoří sobě v myšlénkách jednoduchý přehled všeho předvedeného. Jestliže se něco z paměti vytratilo, jest žák lákán novým čtením nazpět si to v paměť uvésti.

Tam, kde z jednotlivých vět mnoho zvláštních případů odvozeno a tudyž s nimi v dlouhou, nepřehlednou řadu spojeno, nebudiž na žácích žádáno ani vyjmenování všechněch, aniž jakýsi pořádek, kde toho věc nevymahá; v tom případě stačí, když žák dovede jednotlivé dané případy objasniti. Tak na př. při oddílu IV. odstavec *c.* atp.

Podlé nejnovějšího plánu pro realní gymnasia má se již v prvním ročníku pěstovati rýsování; za tou příčinou vyskytují se na všech vhodných místech cvičení co doklad užitečnosti vět v kreslení konstruktivním, na konci spisu pak jest pojednání o náčiní kreslicím, jak se ho má užívati atp.

Kreslení má rovněž vzadu své zvláštní oddělení, v němž jsou všecka cvičení v menším měřidle předtištěna. Jinak jde kreslení než s počátku ruku v ruce s měřictvím, od něhož se později odchýlí, jdouc cestou samostatnou.

Končím prosbou, aby ctění kolegové mi shověli tam, kde naleznou nedostatky, jakým se nikdo vyvarovati nemůže; očekávám to tím více, že jsem poprvé k sepsání školní knihy přistoupil a že mne vedla dobrá vůle, abych prospěl žákům v nesnadném nynějším studii, jež více vymáhá, než dětský věk a slabé, často již v tomto věku vetché tělo poskytnouti mohou.

Za všeliké opravy jakož i jiná pokynutí budu povděčen, i vezme se na ně zřetel ve vydání příštím, ač jestli se ho spis dočká.

V Janově dne 1. srpna 1873.

Spisovatel.

Za mé nepřítomnosti při tisku vloudily se některé chyby do spisu, z nichžto závažnější jsou:

Strana 7. obraz 7. nápisy: Centimetry, palec rakouský atd. náleží k tlustým čarám vodorovným, mají tudyž státi trochu níže.

Na str. 11., 12., 13., 14. a 34. má státi všude znaménko úhlu takto: ∢ a nikoliv ⦠.

Na str. 12. na řádce 20. shora má státi „sečených.“

Na str. 33. uprostřed na levo od závorky má státi: ∢ e, = e.

Úvod.

Předměty vůkol sebe rozeznáváme dle jejich vlastností vnějších, k nimž náleží hlavně *velikosť, tvar a barva.*

V měřictví se přihlíží hlavně k prvním dvěma vlastnostem, totiž k *velikosti* a *tvaru.*

Mluvíce o velikosti těles, míníme tím velikosť jejich tří rozměrů, totiž *délky*, *šířky* a *výšky.* V jistých případech mají tyto rozměry i jiná jména; tak na příklad mluvíváme u prken a u papíru o *tloušťce*, u studní o *hloubce.* Jinde zase, jakoby některý z rozměrů chyběl, jako na příklad u koule, u nížto jsou všecky rozměry rovně velké.

Majíce na zřeteli *tvar* těles, míníme tím spůsob, jakým jsou na všech stranách ohraničena a tedy ukončena. Shledáváme tu buď jedinou *mez křivou*, jako na kuli, vejci atp., aneb mez skládající se z částí *rovných* a *křivých*, jako na válci a kuželi, nebo posléze ze samých rovných, jako na krychli, tabuli a jinde.

Tyto meze těles nazýváme *plochami*, které jsou tedy dle předeslaného buď *rovné* neb *křivé.*

Souhrn všech ploch nějakého tělesa jmenujeme jeho *povrchem.*

V měřictví si nevšímáme nikdy hmoty, z které se těleso skládá, a poněvadž nemáme na zřeteli nic jiného, než jeho velikosť a tvar, můžeme ve smyslu měřickém říci: *Těleso jest prostor ohraničený plochami.*

Na plochách rozeznáváme jenom *dva* rozměry, totiž *délku* a *šířku*, ač i zde mohou obdržeti oba jiná jména, vyjmouc název *„tloušťka,“* jehož se jen u těles užívá.

Tam, kde se stýkají, na tělesech dvě plochy, rovné neb křivé, vznikne *čára* co meze obou těchto rozličných částí povrchu, jakož vidíme na krychli, válci, kuželi a jinde.

Nemá-li plocha žádné tloušťky, nemůže jí míti ani její hranice, *čára*, kteréž tedy pouze jediný rozměr, totiž *délka*, náleží; neboť kdyby měla vedlé délky i šířku, proměnila by se v plochu.

Má-li býti plocha dostatečně určena, musí býti na všech stranách ohraničena a to buď jedinou čarou křivou, jako spatřujeme u plochy kruhové, aneb čarami přímými (rovnými), jako u čtverce aneb posléze směsí z čar přímých a křivých.

Čáry končívají na obou stranách tak zvanými *body* neb *tečkami*, ač nejsou-li zavřené, tvoříce jediný celek, jako na příklad kružnice a t. p.

Že pak body co části čáry ani tloušťky, ani šířky nemají, poněvadž i čáry těchto rozměrů postrádají a délky taktéž míti nemohou, poněvadž by se v čáry proměnily, *postrádají všelikého rozměru.*

Z toho všeho jde, že jest bod nejjednodušším tvarem měřickým; za tou příčinou se jím v měřictví počínává, načež přechází se k čarám, které jsou již složitější, potom k plochám ještě složitějším a konečně k tělesům, jakožto nejsložitějším tvarům měřickým.

Sestavíme-li vše v tomto úvodě předeslané, obdržíme následující přehled:

Tělesa mají *tři rozměry*, jsou omezena *plochami;*
plochy „ *dva* „ „ omezeny *čarami;*
čáry „ *jeden rozměr*, „ „ *body;*
body žádného rozměru nemajíce, nemohou míti ani hranic.

[Žáci určí na školní tabuli plochy, čáry a body.]

(Těleso = der *Körper*, plocha = die *Fläche*, čára = die *Linie*, bod = der *Punkt;* rozměr = die *Ausdehnung, Dimension*, hranice = die *Gränze.)*

Část prvá.

O tvarech v ploše a jejich obrazech.

a) O bodu.

Jak již v úvodě ukázáno, nemá bod žádného rozměru; za tou příčinou můžeme si jej představiti toliko v myšlénkách co nějaké místo v prostoru, které nemá ani délky, ani šířky, ani tloušťky, jsouc bez všeliké velikosti čili rozsáhlosti.

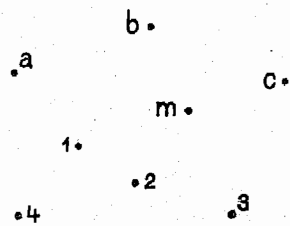
Podobně přicházíme k pravému pojmu měřického bodu, představujeme-li si jej co nejkrajnější konec měřické čáry, aneb posléze co místo, v kterém se dvě čáry protínají.

Z toho vychází, že nemůže býti měřický bod viditelný, nemaje žádného rozměru; abychom však mohli o rozličných bodech mluviti a místa jejich určitěji naznačiti, nezbývá jiné cesty než ta, abychom místa, kde si body měřické představujeme, nějakým hmotným, viditelným znamením oku patrnými učinili. Děje se to na papíře perem neb tužkou, na tabuli křidou atd.

Znamení, která tím spůsobem vzniknou, nejsou ovšem než pouhým *obrazem* bodu měřického samého.

Má-li na papíře neb tabuli znamení vzniknouti, musí, dotkneme-li se ploch těchto perem neb křidou, něco *hmoty* inkoustové neb křidové na nich utkvíti, odkud se takovéto obrazy bodů jmenují *body hmotnými.*

Jest patrno, že bude hmotný bod měřickému tím podobnější, a že tím lépe bude jeho místo naznačovati, čím jest menší; ovšem pak že bude i tím méně patrný. Aby se oběma požadavkům vyhovělo, dělává se sice hmotný bod velmi malý, kolem něho pak nevelký kroužek, jak to na obraze 1. spatřujeme.



obr. 1.

SPOLEK V

Jeli více bodů blíže sebe, dává se ke každému zvláštní znamení, nejčastěji různá písmena malé abecedy aneb číslice; mluvíme pak zcela určitě o bodu *a*, *b*, *c*, nebo o bodu 1., 2., 3. atd. (obr. 1).

V životě praktickém vyznačují se důležité body na velkých plochách buď *kolíky* (vytyčování dráhy, v zahradách a jinde,) aneb k tomu slouží mohutné mezníky kamenné neb dřevěné (v polích).

Body rozeznáváme *stálé* či *pevné*, které svého místa nemění, a *pohyblivé*, které své místo mění nebo měniti mohou.

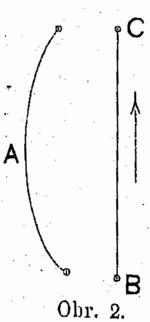
[Za úkol přinese každý žák asi sto teček jemných; kolem každé pak povede dokonalý kroužek, rovněž jemný, beze všeho stínu, jak jsou na obrazci I.

Co příprava ku kreslení a rýsování sdělí se se žáky, jaké druhy papíru rozeznáváme, na kterém se dobře kreslí, jak se napíná atd. O tom všem mluví se podrobněji vzadu: „O přípravách ku kreslení a rýsování.“]

(Hmotný bod = *der fysische Punkt*, měřický či mathematický bod = *der geometrische* oder *mathematische Punkt*, stálý = der *fixe*, pohyblivý = der *bewegliche Punkt*.)

b) O čarách vůbec.

Jako body, tak i *čáry měřické* zobrazujeme čarami *hmotnými*, poněvadž by jinak viditelné nebyly; (proč?) aby čára měřická viditelnou se stala, zasadíme konec pisátka v jistém bodě psací plochy a vedeme směrem čáry měřické.



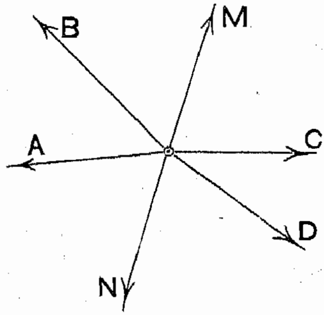
Obr. 2.

Čím tenší čáru uděláme, tím více bude podobati se čáře měřické.

O čarách měřických můžeme sobě představiti, jakoby vznikaly pohybováním se bodu mathematického, jsouce jakousi stopou, kterou bod při svém pohybu na dráze po sobě zůstavil.

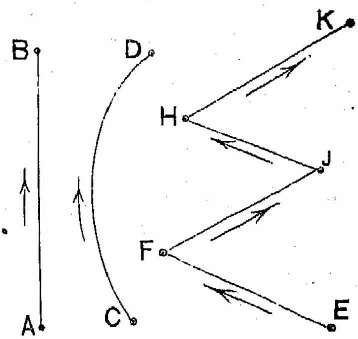
Abychom mohli o čarách mluviti, dáváme k nim znamení, a to buď jedno, buď dvě písmena (obyčejně velké abecedy); můžeme tedy říci: čára *A* aneb čára *BC* (Obr. 2.)

Chceme-li čáru popsati neb rýsovati, zasadíme v jistém bodu, který můžeme nazvati *počátečným*, pisátko, načež vedeme je v některou stranu neb některým *směrem*; tam, kde jsme přestali, jest bod *konečný*. V mnohých případech jest důležito věděti, kterým směrem bod se pohyboval; v jiných zase jest nám směr lhostejný. Tak můžeme si mysliti, že čára *BC* vznikla pohybováním bodu z *B* do *C*, tedy ve směru šipky (obr. 2.), aneb ve směru obráceném, z *C* do *B*. Často vychází z jednoho bodu počátečného několik čar v rozličném směru; někdy jsou dva směry zcela protivné, a to tak, že činí dohromady čáru jedinou jako na obraze 3. *MN*.



Obr. 3.

Pohybuje-li se bod čáru tvořící stále stejným směrem, popíše čáru *přímou* (obr. 4. *AB*); mění-li napořád svůj směr, vznikne čára *křivá (CD)*. Kdyby bod čas od času *náhle* svůj směr měnil, vznikne čára *lomená* neb *klikatá (EFJHK)*. Tato se skládá z několika čar přímých. Jinak se jmenují čáry přímé krátce *přímky*, křivé pak *křivky*.

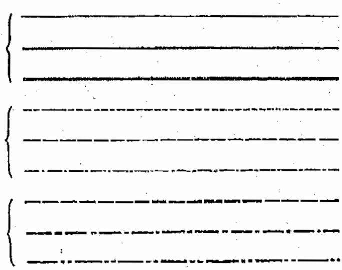


Obr. 4.

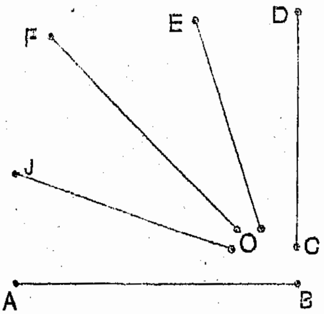
Provede se I. cvičení v kreslení.

(Čára hmotná = die *fysische Linie*, měřická = die *geometrische Linie*; bod počáteční, konečný = der *Anfangspunkt*, *Endpunkt*; směr = die *Richtung*; přímka = die *gerade*, křivka = die *krumme Linie*, čára lomená = die *gebrochene Linie.*)

Žáci za úkol *vyrýsují* perem vytahovacím mnoho čar druhu následujícího:


Obr. x y.

c) O poloze přímky a její délce.



Obr. 5.

Přímka může míti velmi rozmanitou polohu; hlavně však rozeznáváme polohu trojí, totiž: *vodorovnou, svislou a šikmou.*

Vodorovné přímky jsou ty, které mají polohu hladiny vodní; na papíře se zobrazují tím spůsobem, že běží s *horním* neb *spodním* jeho okrajem. (Přímka *AB* obr. 5.)

Svislé přímky jsou ty, které mají polohu niti, na které volně visí závaží (jako u olovnice; na našem obrazci přímka *CD*). Při kreslení znázorňujeme je tím, že běží jejich obraz s *pravým* neb *levým okrajem* papíru. Všecky přímky svislé směřují ku středu země.

Přímky, které nejsou ani vodorovné ani svislé, slovou *šikmé*, tedy *OE*, *OF* a *OJ*.

Délku mohou míti přímky (i čáry vůbec) rozličnou.

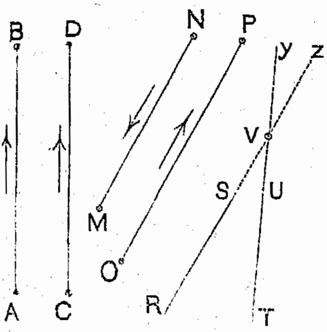
Délka přímky jest určitá, známe-li její konečné body, poněvadž mezi dvěma body lze pouze jednu jedinou přímku vésti, kteráž slove jejich *vzdáleností*.

Aby byla přímka dostatečně určena, musí býti známa její *délka i poloha.*

Provede se II. cvičení v kreslení.

(Vodorovná přímka = *horizontale* oder *wagrechte Linie*, svislá = *lothrecht*, šikmá = *schief.*)

d) O obapolné poloze dvou přímek.



Obr. 6.

Obapolnou polohou dvou přímek rozumí se poloha přímky jedné u *porovnání* s polohou přímky druhé.

Mají-li dvě přímky stejnou polohu, slovou *rovnoběžné;* přímky, které mají polohu rozličnou, jmenují se *nerovnoběžné*. Na obraze 6. mají obě přímky *AB* a *CD* polohu svislou, tedy stejnou, tudyž jsou rovnoběžné; i přímky *MN* a *OP* jsou *rovnoběžné*, poněvadž jsou obě rovně šikmo položeny.

Z toho jde, že rovnoběžky mohou míti polohu vůbec libovolnou, vzájemnou polohu však stejnou.

Nerovnoběžky mají polohu rozličnou, jako na příklad přímky *RS* a *TU*.

Přímky rovnoběžné jsou od sebe všude stejně vzdáleny a nesetkaly by se tedy, kdybychom je dle libosti prodloužili, ješto se přímky nerovnoběžné musí vždy setkati, jestliže je dostatečně prodloužíme.

Tak shledáváme, že se přímky *RS* a *TU* protínají v bodu *V*. Prodloužíme-li přímky *RS* a *TU* za vrchol, na příklad do *Y* a *Z*, shledáme, že se budou čím dále od průseku *V* tím více od sebe vzdalovati; podobný úkaz se vyskytne, sledujeme-li tyto přímky od průseku směrem opačným. Z toho jde, že se dvě nerovnoběžné přímky jen jednou protínají.

Chceme-li měřickým spůsobem naznačiti, že jsou dvě přímky rovnoběžné, klademe mezi jejich znaménka dvě krátké *stojaté* rovnoběžky. (Proč ne ležaté?) O přímkách rovnoběžných na obr. 6. bychom tedy napsali: *AB* || *CD*, a četli: přímka *AB* jest rovnoběžná s přímkou *CD*. Jestliže byla jedna z přímek dána a druhá se s ní vedla rovnoběžně, jest dobře napsati napřed tuto posledně vedenou, takže se musí i napřed čísti. Jinak jest pořádek ten lhostejný.

Co se směru týče, tu mohou míti rovnoběžky *tentýž* směr, jako na příklad *AB* a *CD*, aneb *protivný*, jako *MN* a *OP*; přímky nerovnoběžné mají směr *rozličný*. (*RS* a *TU*.) (V německém slovou: přímky rovnoběžné = *gleichlaufende* oder *parallele* Linien, nerovnoběžné = *ungleichlaufende* oder *nichtparallele Linien*; směr stejný, protivný, rozličný = *gleiche, verkehrte, verschiedene Richtung.*)

Žáci nechť naleznou na školním náčiní přímky a křivky, přímky vodorovné, svislé a šikmé, rovnoběžné a nerovnoběžné. Kdybychom tabuli školní do nekonečna prodloužili, nesetkaly by se přece hrany horní se spodními.

[Kreslení: Provede se III. cvičení.]

e) O obapolné délce dvou přímek.

Dvě přímky mohou míti délku *stejnou* nebo *rozličnou*. Abychom poznali, zdali jsou dvě přímky rovně dlouhé, klademe je na sebe tak, aby se dva konce kryly; padnou-li i druhé dva konce na sebe, jsou přímky rovně dlouhé, — jinak nestejné. I v měřictví znamená se rovnosť dvou veličin jako v počtech dvěma vodorovnýma přímkama, tedy znamením $=$. Sestavení dvou veličin, znamením rovnosti spojených, slove *rovnice*. *Nestejné* veličiny udávají se znaménkem $<$, a to tak, že špička jeho se obrací vždy k menší veličině, otvor pak k větší. Dle toho bychom vyřkli $AB > CD$ takto: AB jest věčí než CD aneb: $CD < AB$ totiž CD jest menší než AB. Chceme-li sestaviti tři nestejné veličiny, klademe prostředně velkou mezi obě ostatní. Zkoumáme-li, kolikrát jest jakási *známá délka* v jiné obsažena, jmenujeme tento výkon *měřením* a tuto známou délku *měrou*.

Každý stát měl až dosud svou základní míru, jíž se v obchodu užívalo; v novější době přijalo mnoho států míru francouzkou za základ všeho měření.

V Rakousku dosud béře se za základ délky *sáh* (píše se 1^0), jenž se dělí na 6 stop (6'), každá stopa na 12 palců (12''), palec na 12 čárek (12''') a čárka na 12 bodů (12^{IV}).

K vyměřování pozemků užívá se řetězu 10 sáhů dlouhého, s tím rozdílem, že ten sáh se dělí na **10**' a stopa na *10*''. Dříve uvedené běžné dělení na 12 dílů slove *dvanáctinné* (duodecimalní), toto poslední pak *desetinné* (decimalní).

K určení velkých vzdáleností bere se za míru *míle*, která se rovná 4000^0.

Základem míry francouzké, která se právě v Rakousku zavádí, jest *métr* (Francouzi píší *mètre*), kterýž obnáší čtyřicetimiliontou část poledníka zemského. (Obr. 7.)

Métr (m.) dělí se na 10 *decimétrů* (10 dcm.).
decimétr „ na 10 *centimétrů* (10 cm.).
centimétr „ na 10 *millimétrů* (10 mm.).

Dle toho činí 1 métr 10 decimétrů aneb 100 centimétrů aneb 1000 millimétrů.

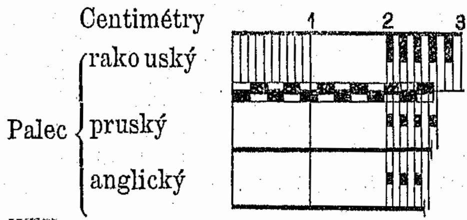
Pro větší délky slouží *dekamétr* (dm.) = 10 métrů,
hektométr (hm.) = 100 „
kilométr (km.) = 1000 „
a *myriamétr* (mym.) = 10000 „

Métr má 3·1635 stop míry rakouské či přibliženě 38''.

Porovnání míry délkové rakouské s francouzkou.

1 métr = 3·164' = 37·965''.
1 decimétr = 0·316' = 3·796''.
1 centimétr = 0·380'' = 4·556'''.
1 millimétr = 0·456'''.
1 kilométr = 0·132 mil = 527 sáhů.
1^0 = 1·896 métrů.
1' = 3·161 decimétrů.

1″ = 2·634 centimétrů.
1‴ = 2·195 millimétrů.
1 míle = 7·586 kilométrů.
Pro obyčejnou potřebu brává se:
5‴ = 11 millimétrů.
3″ = 8 centimétrů.
38″ = 1 métr.
10° = 19 métrů neb lépe
29° = 55 métrů.



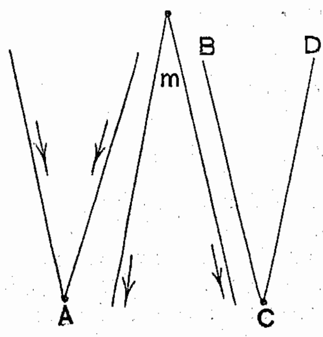
Obr. 7.

Anglického palce užívá se též v Rusku a v Americe. (Žákům dá se za úkol přeměňovati míry naše ve francouzké a naopak.)

f) O úhlech vůbec.

Směřují-li dvě přímky k jistému bodu, aneb vycházejí-li rozličným směrem od něho, shledáváme u nich vždy věčí neb menší rozdíl ve směrech: tento *rozdíl směrů dvou přímek slove úhel.* Přímky, jež úhel činí, jmenujeme *ramena* úhlu; bod, v kterém se přímky setkávají (protínají), jmenujeme *vrcholem* úhlu.

Poněvadž směr přímky na její délce nezávisí, můžeme ramena úhlu prodloužiti neb zkrátiti, aniž se tím úhel sám co rozdíl *směrů* změní.



Obr. 8.

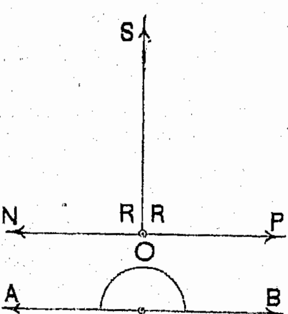
Abychom mohli úhel pohodlně určiti, jest k tomu zapotřebí vrcholu; odtud pochází obyčejný tvar úhlu: dvě přímky z jediného bodu vycházející. Úhly znamenáme v měřictví obyčejně jedním ze tří spůsobů následujících: buď klademe jediné písmeno vedlé jeho vrcholu, po němž úhel se jmenuje, tedy na příklad úhel *A*; (obr. 8.)

aneb klademe toto písmě mezi ramena, na př. úhel **m**, aneb je označujeme třemi písmeny, z nichž se vždy jedno na vrchole a po jednom vedlé každého ramene nalézá. V tomto případě musí se vysloviti písmeno na vrchole uprostřed. Tedy na př. úhel BCD aneb DCB.

Znamením úhlu jest úhel s kratičkýma ramenoma, obloukem přetržený, tedy $\sphericalangle$. Toto klade se všude před písmeno, kterými se úhel vyznačuje a to vrcholem na levo, tedy nikdy ⦣. V případech, kde se o jistých písmenech ví, že nic jiného znamenati nemohou než nějaký úhel, vynechává se znaménko $\sphericalangle$. Tak na příklad, chceme-li vyznačiti, že $\sphericalangle A$ a $\sphericalangle B$ se sobě rovnají, píšeme krátce $\sphericalangle A = B$, poněvadž se úhel zase *jenom úhlu* může rovnati. Podobně píšeme: $\sphericalangle a = b = c = d$ atd. a čteme: Úhel a rovná se úhlu b, úhlu c, úhlu d atd.; rozumíme tím, že všecka tato písmena znamenají úhly a to rovně velké.

(Úhel = der *Winkel*, rameno = der *Schenkel*, vrchol = der *Scheitel.)*

j) Roztřídění úhlů.



Obr. 9.

Úhly rozdělujeme a jmenujeme dle jejich velikosti. Za základ můžeme vzíti úhel, jehož ramena mají směr převrácený, tak že tvoří dohromady jedinou přímku; úhel takto vzniklý jmenujeme úhlem *přímým*. (Obr. 9. $\sphericalangle ACB$.)

Postavíme-li ve vrcholu **O** přímého úhlu NOP rameno OS tak, aby tvořilo stejný rozdíl ve směrech s rameny NO i OP, rozpůlíme tím úhel přímý a obdržíme tedy $\sphericalangle NOS = SOP$. Přímka SO slove *kolmicí* na přímce NP, a každý z úhlů, jež se sobě rovnají, jmenuje se úhlem *pravým*. Poněvadž se úhlů pravých velmi hojně užívá, vzaly se za měřítko úhlů ostatních, i dalo se jim zvláštní znamení, totiž velké R.

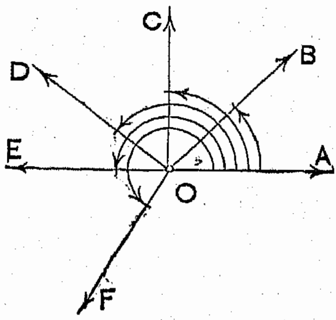
Dle toho jest kolmice přímka, která půlí přímý úhel. Poněvadž může míti přímý úhel rozličnou polohu, bude ji moci míti též kolmice, která se tedy od *svislé* přímky liší tím, že tato vždy ku středu země směřuje.

Úhly, které jsou *menší než pravé*, jmenují se *ostré*. K těmto patří tedy $\sphericalangle$ *AOB* (obr. 10.).

Úhly věčí než pravé a menší než přímé slovou *tupé*, na př. $\sphericalangle$ *AOD*.

Úhly věčí než přímé jmenují se *vypouklé*.

Na našem obrazci 10. tedy $\sphericalangle$ *AOF*.

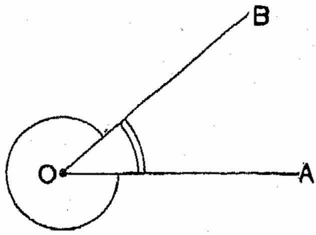


Obr. 10.

Všecky tyto úhly můžeme spůsobem měřickým vyjádřiti velmi krátce znamením nerovnosti, porovnáme-li je s úhlem pravým.

Ostrý úhel *a* vyznačí se: $\sphericalangle a < R.$
Pravý „ *b* „ $\sphericalangle b = R.$
Tupý „ *c* „ $R < c < 2R.$
aneb $2R > c > R.$
Přímý úhel *d* vyznačí se: $\sphericalangle d = 2R.$
Vypouklý úhel *e* vyznačí se: $\sphericalangle e > 2R.$

Posléze slušno připomenouti, že (každé dvé) přímek sbíhavých tvoří dva rozličné úhly, dle toho, v kterém směru chceme odchylku přímek počítati; tak na příklad pozorujeme na obr. 11 úhel ostrý *AOB*, dvěma oblouky přepažený a vypouklý úhel téhož jména, zde jediným obloukem přepjatý.



Obr. 11.

Abychom vyrozuměli, který z úhlů se míní, užíváme k tomu konci oblouků, jimiž se tento úhel označí, jak na našem obraze shledáváme.

(Úhel přímý = der *gerade Winkel*, pravý = der *rechte*, ostrý = der *spitzige*, tupý = der *stumpfe Winkel*. Kolmice = die *Senkrechte*.)

(IV. cvičení v kreslení.)

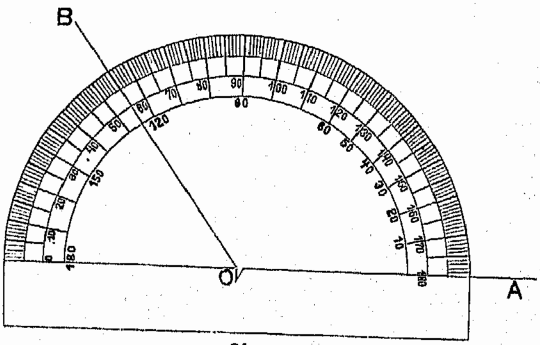
h) Měření úhlů.

Chceme-li poznati, zdali jsou dva úhly stejně velké, položíme rameno jednoho úhlu na rameno druhého tak, aby současně padly na sebe i vrcholy; kryjí-li se i druhá ramena, jsou úhly stejné, — jinak nestejně velké.

Kdybychom měli zkoumati, kolikrát jest nějaký známý úhel jakožto základ míry obsažen v jiném věčím, trvalo by to velmi dlouho, a bylo by přečasto takové měření nejen nepohodlné, nýbrž i nemožné; za tou příčinou rozděluje se přímý úhel na 180 stejných dílů, jež slovou *stupně*. Tyto znamenají se kroužkem, jako při délkové míře sáhy; píše se tedy 180^0.

Děje se to spůsobem tím, že rozdělíme oblouk kružidlem s vrcholu popsaný na 180 rovných dílů, *stupňů*, malých to úhlů. Takovéto měřítko slove *úhloměr*.

Abychom poznali, kolik stupňů jistý úhel má, přiložíme úhloměr k němu tak, aby základní čára (rameno přímého úhlu) úhloměru padla na jedno z ramen úhlu zkoumaného, střed pak na jeho vrchol, načež se díváme, kam asi padne druhé rameno do



Obr. 12.

stupnice. Na našem obrazci 12., který současně zařízení úhloměru znázorňuje, obnáší $AOB = 55^0$.

Jakkoliv se na první pohled zdá, jakoby tímto spůsobem bylo možno dosti zevrubně rozdíl směrů přímek určiti, přece nestačí ve vědách dokonce; za tou příčinou dělí se ještě každý stupeň na 60 *minut* (60′), každá minuta dále na 60 *sekund (či vteřin)* (60″); při výpočtech astronomických velmi zevrubných a jiných pak se uvádějí ještě celé řady desetinných míst jakožto zlomků vteřin jinak nepatrných.

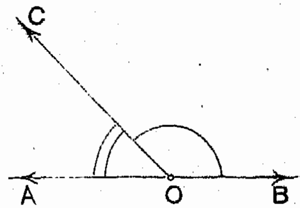
Tak jako se obloukem dělívá úhel přímý, možno každý úhel děliti na libovolný počet úhlů menších, rozdělíme-li oblouk, jenž daný úhel přepíná, načež se vedou vrcholem úhlu a všemi dělícími body ramena úhlů nových.

(Úhloměr = der *Winkelmesser*, der *Transporteur*; stupeň = der *Grad*, minuta = die *Minute*, vteřina = die *Sekunde*.)

Cvičení v rýsování. Žáci rýsují úhloměr na celém archu. (V. Cvičení v kreslení.)

k) O úhlech vedlejších a vrcholových.

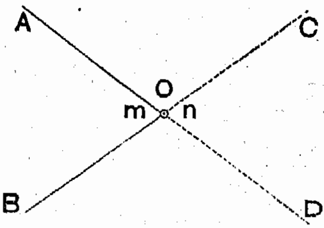
Dva úhly, které mají vrchol a jedno rameno společné a jejichž ostatní ramena tvoří přímku, slovou úhly *vedlejší*. Obr. 13. Ramena přímku tvořící mají patrně protivný směr a tvoří tedy známý již přímý úhel, jenž se rovná 2R.



Obr. 13.

Můžeme tudyž všeobecně říci, že *součet úhlů vedlejších rovná se dvěma pravým.*

Prodloužíme-li ramena nějakého úhlu za jeho vrchol, vznikne nový úhel, jenž slove *vrcholový*. Na obr. 14. jest $\sphericalangle m$ původní, vrcholový pak $\sphericalangle n$. Jest patrno, že musí býti rozdíl směrů přímek na jedné i druhé straně vrcholů tentýž, odkudž následuje, že se *vrcholové úhly sobě rovnají.* Ostatně lze tuto vlastnosť úhlů vrcholových dokázati.



Obr. 14.

Jestiť jisto, že úhly m a o jsou úhly vedlejší; podobně i úhly o a n.

Víme z dřívějšího, že se součet úhlů vedlejších rovná dvěma pravým; můžeme tedy napsati:

$$\sphericalangle m + o = 2R \text{ z téže příčiny bude}$$
$$\sphericalangle o + n = 2R.$$

Rovná-li se horní součet 2R a spodní taktéž 2R, musí býti oba součty rovně velké, tudyž můžeme říci:

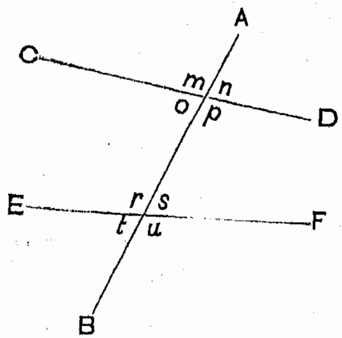
$$\sphericalangle m + o = o + n.$$

Máme-li dvě stejné veličiny a odečteme-li od nich stejné části, obdržíme stejné zbytky. V našem případě můžeme na obou stranách odečísti $\sphericalangle o$; učiníme-li tak, zbude nám: $\sphericalangle m = n$, což jsme chtěli dokázati.

(Důkaz tento provede se napřed na příkladech s čísly obecnými.)

(Úhly vedlejší = die *Nebenwinkel*; úhly vrcholové = die *Scheitelwinkel.*)

l) Úhly stejnolehlé, střídavé a přílehlé.



Obr. 15.

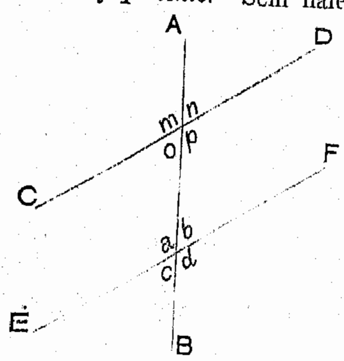
Protíná-li nějaká přímka AB jiné dvě libovolné přímky CD a EF (obraz 15.), vzniknou rozmanité úhly, z nichžto mnohé mají zvláštní jména. Nazveme přímku, jež obě ostatní protíná, přímkou *sečnou*, tyto pak přímkami *sečenými*. Dle dosavadních nauk poznáváme zde mnoho párů úhlů *vedlejších* ($\sphericalangle$ *m* a *n*, $\sphericalangle$ *o* a *p* atd.), a úhlů *vrcholových* ($\sphericalangle$ *m* a *p*, $\sphericalangle$ *n* a *o* atd.). Ony čtyři úhly, které se nalezají mezi oběma přímkama sečenýma, jmenují se úhly *vnitřní*. (Tedy $\sphericalangle$ *o*, *p*, *r* a *s*.) Ostatní čtyři úhly jmenují se *zevnitřní* ($\sphericalangle$ *m*, *n*, *t* a *u*).

Úhly, které leží na stejné straně přímky sečné a na stejné straně přímek sečených, slovou úhly *stejnolehlé*.

Úhly, které leží na rozličných stranách přímky sečné i na rozličných stranách přímek sečných, slovou *střídavé*. V našem obrazci budou tedy

stejnolehlé:	*střídavé:*
$\sphericalangle$ *m* a *r*	$\sphericalangle$ *m* a *u*
$\sphericalangle$ *o* a *t*	$\sphericalangle$ *n* a *t*
$\sphericalangle$ *n* a *s*	$\sphericalangle$ *o* a *s*
$\sphericalangle$ *p* a *u*	$\sphericalangle$ *p* a *r*.

Posléze rozeznáváme ještě úhly, které leží na stejné straně přímky sečné, avšak na rozličných stranách přímek sečených; jsou to úhly *přílehlé*. Sem náleží tedy:



Obr. 16.

$\sphericalangle$ *m* a *t*, $\sphericalangle$ *n* a *u*
$\sphericalangle$ *o* a *r*, $\sphericalangle$ *p* a *s*.

Jsou-li přímky sečené *rovnoběžné*, lze dokázati,

1. *že jsou dva a dva stejnolehlé úhly sobě rovny;*
2. *že jsou dva a dva střídavé úhly sobě rovny, a*
3. *dva a dva přílehlé úhly činí dohromady dva pravé.*

Na obrazci 16. protíná přímka AB rovnoběžky CD a EF, což si naznačíme:

$EF \parallel CD$ co základ svých důkazů.

Má-li přímka AB protínati přímky CD a EF, musí míti jinou polohu než ony; bude tedy mezi ní a každou rovnoběžkou v bodech průsečných rozdíl ve směrech.

Poněvadž přímky CD a EF mají stejnou polohu, a čára AB svůj směr v žádné části co přímka změniti nemůže, musí býti *rozdíl směrů v průsečných bodech stejný.*

Poněvadž rozdíl směru dvou přímek úhlem jmenujeme, můžeme také říci, že se tyto dva úhly sobě rovnají, tedy

$$\sphericalangle n = b.$$

Totéž lze dokázati o všech stejnolehlých úhlech, pročež platí věta:

Protíná-li přímka dvě rovnoběžky, jsou dva a dva stejnolehlé úhly sobě rovny.

2. Máme-li o kterýchkoli dvou střídavých úhlech dokázati, že se sobě rovnají, vyjdeme od právě dokázané věty o úhlech stejnolehlých; vezmeme totiž takové dva stejnolehlé úhly, z nichž některý zároveň jest jedním ze dvou střídavých, o kterýchž se má rovnosť dokazovati. Chceme-li tedy v našem případě dokázati, že $\sphericalangle n = c$ co střídavý, napíšeme buď $\sphericalangle n = b$ co stejnolehlý, aneb také $\sphericalangle c = o$ co stejnolehlý.

V prvním případě můžeme dále postaviti: $\sphericalangle b = c$ co vrcholový, takže dostaneme: $\sphericalangle n = b$
a $\sphericalangle b = c$, z čehož jde, že, je-li $\sphericalangle n = b$, a $\sphericalangle c$ také $= b$, že musí také býti $\sphericalangle n = c$, což se mělo dokázati.

V druhém případě pak bude možno napsati:

$$\sphericalangle o = n \text{ co vrcholový;}$$

jelikož byl $\sphericalangle c = o$ co stejnolehlý, a
$\sphericalangle o = n$ co vrcholový, musí se $\sphericalangle c$ i $\sphericalangle n$ rovnati $\sphericalangle o$; budou tedy všecky úhly sobě rovny, pročež smíme říci: $\sphericalangle c = n$.

Podobným spůsobem může se vésti důkaz i o ostatních párech úhlů střídavých, pročež platí věta:

Protíná-li přímka dvě rovnoběžky, jsou dva a dva střídavé úhly sobě rovny.

3. Majíce o úhlech přílehlých dokázati, že se vždy dva rovnají dvěma pravým, přicházíme k novému druhu důkazů.

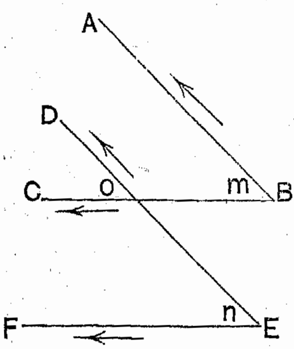
Víme zajisté, že $\sphericalangle m + o = 2R$ co úhly vedlejší; rovněž jest $\sphericalangle m = a$ co stejnolehlý; můžeme tedy nahoře místo $\sphericalangle m$ postaviti $\sphericalangle a$, čímž obdržíme $\sphericalangle a + o = 2R$.

Podobně můžeme dokázati, že $\sphericalangle n + d = 2R$.

Jest totiž $\sphericalangle n + p = 2R$; poněvadž pak $\sphericalangle p = d$ co stejnolehlý, můžeme nahoře místo $\sphericalangle p$ napsati $\sphericalangle d$, takže obdržíme $\sphericalangle n + d = 2R$ atd.

Platí tudyž i třetí věta:

Protíná-li přímka dvě rovnoběžky, jsou dva přílehlé úhly rovny dvěma pravým.



Obr. 17.

Na základě vět předešlých možno dokázati větu:

Úhly, jichžto ramena jsou v stejném aneb opačném směru rovnoběžná, jsou si rovny.

Na obr. 17 jest dán úhel ABC a vrchol E úhlu jiného, jehož ramena jsou v témže smyslu rovnoběžná s rameny úhlu ABC, tedy:

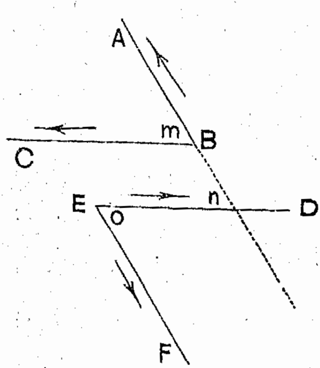
$$DE \parallel AB$$
$$\text{a } EF \parallel BC.$$

Označíme-li všecky tři úhly vzniklé písmeny m, n a o, můžeme říci:

$\sphericalangle m = o$ co stejnolehlý;
$\sphericalangle n = o$ rovněž co stejnolehlý.

Z toho jde, že bude též

$\sphericalangle m = n$, což se mělo dokázati.



Obraz 18.

Abychom i druhou část věty dokázali, kde totiž ramena úhlů jsou ve směru převráceném rovnoběžná, jako na obr. 18., potřebujeme jen rameno AB aneb EF prodloužiti tak, aby protalo rameno úhlu druhého; tím obdržíme několik úhlů, z nichž jsou m, n a o důležité. Důkaz jest podoben, ač ne ve všem, předcházejícímu.

Na základě vět právě dokázaných rejsují se velmi snadno rovnoběžky pomocí trojúhelníků, jestliže jeden na druhém pošinujeme. (Vše se vysvětlí úhly stejnolehlými.) Cvičení v rýsování rovnoběžek příložným pravídkem a trojúhelníky.

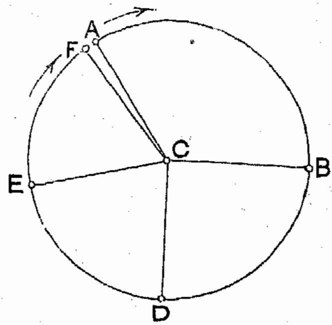
(Úhly stejnolehlé $=$ *gleichliegende*, *střídavé* $=$ *Wechselwinkel*, přílehlé $=$ *Anwinkel.*)

II. O čarách křivých.

a) O kružnici.

Pohybuje-li se nějaký bod okolo jiného stálého v rovné vzdálenosti, opíše kružnici. Obr. 19.

Bod stálý, okolo něhož se druhý pohyboval, slove *středem* kružnice (centrum); vzdálenost obou bodů pak *poloměrem* (radius), a poněvadž se vzdálenost přímkou měří, jest poloměr přímka, která spojuje kterýkoli bod kružnice s jejím středem. Poněvadž se vzdálenost bodu od středu nemění, budou v téže kružnici všecky poloměry sobě rovny.



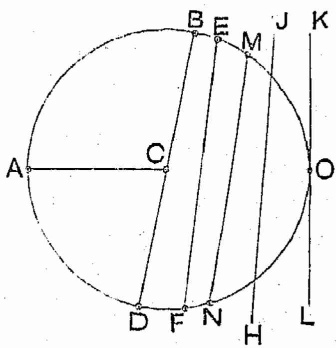
Obr. 19.

Ze všeho toho jest patrno, že jest kružnice křivka, která se sama do sebe vrací a tedy jest zavřená; myslíme-li si totiž, že se počáteční bod A pohyboval směrem šipky do B, D, E, musí posléze z polohy F do původní se navrátiti, poněvadž jest poloměr $CA = CF$ a oba od jediného středu C vycházejí.

Vedlé poloměru rozeznává se v kružnici ještě více důležitých přímek.

Prodloužíme-li poloměr za střed až k druhé straně kružnice, obdržíme přímku, která se délkou svou bude rovnati dvěma poloměrům, v převráceném směru od středu vycházejícím; tato slove *průměr* (diamétr). *Dle toho jest průměr přímka, která jdouc středem kružnice spojuje dva body obvodu.* V obrazci 20. přímka BD.

Přímka, která spojuje dva body kružnice, aniž jejím středem prochází, jmenuje se tětiva; zde tedy EF.



Obr. 20.

Protíná-li přímka kružnici ve dvou bodech, (ležíc částečně uvnitř, částečně zevnitř,) *slove sečná. (JH.)*

Přímka, která má s kružnicí jediný bod společný, v kterémž se jí dotýká, jmenuje se tečnou. (Přímka KL.) Společný tento bod slove bodem tečným. Dva průměry, které stojí na sobě kolmo, jmenují se *průměry sdružené.*

Poloměr znamená se malým r (radius), průměr = d, (diametr), sečná = sec. (Secante) a tečná = tg (Tangente).

(Kružnice = die *Kreislinie*, poloměr = der *Halbmesser* (radius), průměr = der *Durchmesser* (diaméter), tětiva = die *Sehne*, sečná = die *Secante*, tečná = die *Tangente;* průměry sdružené = *konjugirte Durchmesser.)*

b) O přímkách v kružnici a o jejích částech.

Jak již svrchu uvedeno, jsou všecky *poloměry* v téže kružnici sobě rovny; totéž platí o *průměrech;* poněvadž se každý průměr ze dvou poloměrů skládá, můžeme napsati:

$$\mathbf{d} = \mathbf{2r}, \text{ aneb } \mathbf{r} = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{2}}.$$

Nalezneme tedy z průměru poloměr, když jej dvěma dělíme, a z poloměru průměr, jestliže poloměr dvěma násobíme. Nejdelší *tětiva* přechází v průměr, jde-li středem kruhu; vzdaluje-li se však od středu, budou se konce její, které leží v obvodu, stále sbližovati, až posléze splynou v jediný bod, v kterémžto případě tětiva promění se v *tečnou.* Z toho jde, že může míti tětiva délku velmi rozmanitou, avšak menší než průměr.

Sečná i tečná mohou míti délku rozmanitou.

V témže kruhu nemohou ani dva poloměry ani dva průměry býti rovnoběžné; jdouce jediným bodem, středem, sbíhají se v něm. Tětiv může býti libovolně mnoho rovnoběžných, rovněž i sečných čar.

Rozpůlíme-li dvě rovnoběžné tětivy, půjde přímka dělícími body vedená současně středem kruhu.

Této vlastnosti užívá se s výhodou, chceme-li určiti střed kružnice. Jak?

Tečné mohou býti vždy jenom dvě a dvě rovnoběžné.

Průměr *dělí* kružnici na dvě rovné části, na *půlkruhy,* tětiva na části nerovné. Čtvrtinu kružnice jmenujeme *čtverníkem* kruhovým a šestinu *šesterníkem.* Libovolná část kružnice slove *obloukem kruhovým.*

Vzdálenosť nějakého bodu od kružnice, ať již leží uvnitř aneb zevnitř, měří se vždy na přímce, která jde jejím středem, poněvadž jen takové přímky stojí kolmo na kružnici. Chceme-li nalézti vzdálenosť přímky od kružnice, vedeme z jejího středu na ni kolmici. Vzdálenosť dvou kružnic měří se na přímce, která spojuje jejich středy.

(Polokruh = der *Halbkreis*; čtverník = der *Quadrant*, šesterník = der *Sextant*, oblouk = der *Bogen*, kruhový oblouk = der *Kreisbogen* = *arcus*.)

Cvičte se v rýsování kružnic z čar celých a trhaných.

c) O obapolné poloze dvou kružnic.

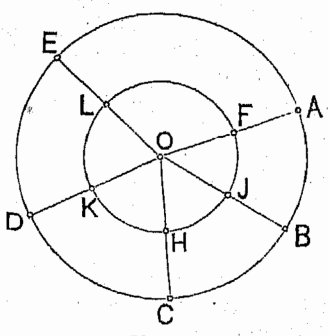
Dvě kružnice mohou býti *soustředné*, mají-li společný střed, aneb *výstředné*, jsou-li opsány z rozličných středů. Kružnice soustředné jsou *rovnoběžné;* neboť mají všude rovnou vzdálenosť. Důkaz vede se takto:

Libovolně vedené poloměry v kružnici velké OA, OB, OC, OD... (obr. 21.) jsou sobě rovny; totéž platí o malých poloměrech OF, OJ, OH..., poněvadž jsou všecky poloměry v téže kružnici rovně velké. Dle toho můžeme napsati:

$$OA = OB = OC = OD \text{ atd.*)}$$

podobně

$$OF = OJ = OH = OK \ldots.$$



Obr. 21.

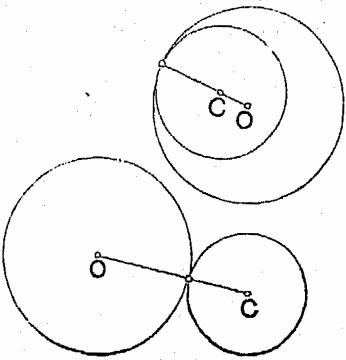
Odečteme-li všecky menší poloměry (spodní) od věčích (horních), obdržíme za rozdíl zbytky, které se nalezají mezi oběma kružnicema a naznačují vzdálenosť jejich v rozličných místech. Poněvadž byly všecky velké poloměry rovné, a od těchto jsme odečetli rovněž mezi sebou rovně velké poloměry menší, budou se tedy i rozdíly sobě rovnati; můžeme tedy napsati:

$AF = BJ = CH = DK$..., čímž jest dokázána rovná vzdálenosť obou kružnic a tedy i jejich rovnoběžnosť.

---

*) V měřictví i v počtech znamenají se písmena *atd.* třemi neb více body vedlě sebe ležícími, čehož i zde nadále šetřiti budeme.

Kružnice výstředné mohou míti rozmanitou k sobě polohu; buď leží menší ve věčí neb se dotýkají, nebo se protínají aneb leží vedle sebe.



Obr. 22.

Kružnice se dotýkají, mají-li jejich obvody jediný bod společný; protínají se však, mají-li dva body společné.

Dotýkání může býti *vnitřní* aneb *zevnitřní.*

Kružnice se dotýkají uvnitř, rovná-li se vzdálenosť jejich středů *rozdílu poloměrů;* zevnitř, rovná-li se tatáž vzdálenosť *součtu poloměrů.* Obr. 22.

Nalezá-li se menší kružnice ve věčí, jmenuje se vzdálenosť obou středů *výstřednosť.*

Chceme-li nalézti, kde se kružnice dotýkají, čili jejich bod tečný, spojíme jejich středy přímkou; průsek její s kružnicí značí hledaný bod.

Má-li se nalézti tečný bod kružnice s přímkou, vede se z jejího středu na přímku *kolmice.*

(Soustředný = *koncentrisch*, výstředný = *excentrisch*, výstřednosť = die *Excentricität.*)

d) O délce kružnice.

Kružnici jest nesnadno obyčejným spůsobem měřiti, poněvadž jest křivá, a tudyž se téměř nezbytně musí chybiti; za tou příčinou hledáno, jak by se snadněji mohla její délka určiti. Již na první pohled jest patrno, že čím věčí jest vzdálenosť pohyblivého bodu, jenž kružnici popsal, od středu, tím věčí kružnice vznikne.

Platí tudyž pravidlo, že čím věčí jest poloměr kružnice, tím věčí bude její délka, a poněvadž délka průměru s délkou poloměru úzce souvisí, bude totéž platiti o průměru.

Na tomto základě učiněny jsou mnohé zevrubné zkoušky, aby se poznalo, kolikrát jest délka průměru obsažena v délce kružnice, i shledáno, že jest v délce jakékoli kružnice průměr přibliženě $3\frac{1}{7}$ kráte obsažen, čili, že jest kružnice $3\frac{1}{7}$ kráte delší, než její průměr.

Z toho jde, že známe-li průměr, můžeme snadno vypočísti délku kružnice, násobíce jej číslem $3\frac{1}{7}$ čili $\frac{22}{7}$; naopak možno vypočísti průměr, dělíme-li délku kružnice číslem $\frac{22}{7}$ aneb, což jest totéž, násobíme-li jej $\frac{7}{22}$.

Činí-li tedy na př. průměr 6 métrů, bude se kružnice rovnati $6^m \times 3\frac{1}{7} = 18\frac{6^m}{7}$.

Je-li kružnice 56 stop dlouhá, obdržíme průměr takto:

$$56' : \frac{22}{7} = 56 \times \frac{7}{22} = \frac{56 \times 7}{22} = \begin{array}{l} 392 : 22 = 17\frac{9'}{11} = d. \\ 172 \\ \;\;18 \end{array}$$

Číslo $3\frac{1}{7}$ neudává však dosti zevrubně poměr délky průměru a kružnice, a poněvadž není při počítaní se zlomky desetinnými výhodno užiti zlomku obyčejného, užívá se raději čísla 3·14 aneb určitějšího: 3·1416.

Číslo to jmenuje se „číslem Ludolfovým," aneb zkrátka Ludolfinou. Tak jako má poloměr i průměr své zvláštní znaménko, vzato pro číslo toto řecké *p*, které se vyslovuje *pí* a takto se píše: π.

Odtud můžeme napsati

$$\pi = 3\frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3{\cdot}14 = 3{\cdot}1416 \ldots$$

Můžeme tedy říci: *Ludolfovo číslo udává, kolikrát jest průměr v obvodu kruhu obsažen.*

Poněvadž víme, $r = \frac{1}{2}d$, aneb $d = 2r$, možno i z poloměru vypočítati obvod a naopak.

Pro průměr platí tedy rovnice obvod $= \pi d$,

pro poloměr obvod $= 2\pi r$.

Ze všeho předešlého jde, že přijde na polokruh polovice součinu πd, tedy $\frac{\pi d}{2} = \pi r$;

Poznamenání. Kdykoli v počtech postavíme dvě nebo více písmen, jež čísla zastupují, beze znaménka vedlé sebe, rozumí se tím vždy, že se mají spolu násobiti. Mají-li se však čísla sečítati, odčítati neb děliti, musí se užívati týchže známek, jako při číslech běžných.

na čtverníkový oblouk však jen $\frac{\pi d}{4}$,

na šesterníkový „ „ „ $\frac{\pi d}{6}$, a tedy na 360tý díl kružnice či na *1 stupeň* $= \frac{\pi d}{360}$.

Připadá-li na 1^0 kružnice: $\frac{\pi d}{360}$, lze snadno vypočísti, kolik přijde na 2^0, 3^0, 4^0, 10 neb n^0, jestliže zlomek $\frac{\pi d}{360}$ násobíme 2, 3, 4, 10 neb číslem n.

Že se však zlomek násobí, když čitatele násobíme, obdržíme pro libovolný počet stupňů n náležitou délku oblouku z rovnice: oblouk náležející k $n^0 = \frac{\pi d n}{360}$ neb nahradíme-li d hodnotou $2r$, obdržíme oblouk $o. n^0 = \frac{2\pi r n}{360} = \frac{\pi r n}{180}$.

Kdyby tudyž obnášely $r = 3'$
a $n = 37^0$, postavili bychom oblouk $=$
$\frac{3{\cdot}14 \times 3' \times 37}{180} = 1{\cdot}936'$*) $= \mathbf{1'11''3'''}$.

Kdyby nám bylo určiti z délky nějakého oblouku kruhového délku kružnice celé, bude úkol velmi snadný; určíme opět, mnoholi přijde na jeden stupeň, a tuto veličinu násobíme 360. Tak bylo by ku př. známo, že oblouk kruhový, náležející k 50^0, měří délky 100^0; z toho jde, že na jeden stupeň přijdou 2 sáhy, tedy na celou kružnici $360 \times 2^0 = 720^0$.

Jak by se mohl z dané kružnice vypočísti průměr a jak poloměr?

(Ludolfovo číslo = die *ludolfische Zahl.*)

(Žákům dají se úkoly vypočísti z poloměru i průměru kružnici a naopak; podobně i určiti délku oblouků).

e) O ellipse.

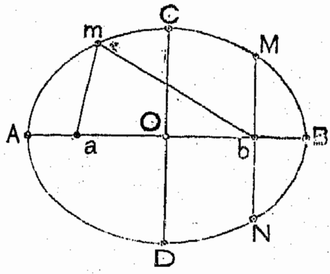
Ellipsa jest křivka zavřená, ve které se součet vzdáleností každého bodu ode dvou pevných bodů uvnitř ležících rovná určité délce.

---

*) Délka kružnice vyjde vždy v témže pojmenování, v kterém jest udán poloměr neb průměr a naopak. V případech, kde jest některý rozměr udán v několika pojmenováních, na př. ve stopách a palcích, uvedeme obé buď jenom na stopy neb na palce.

Oba body pevné *a* a *b* (obr. 23.) jmenují se *ohniska;* přímky, které se z každého bodu ellipsy mohou k ohniskům vésti a jež tedy naznačují vzdálenosti obvodového bodu od ohnisek, slovou *provodiči* aneb *paprsky.* (Přímka *am* a *bm.*)

Přímka *AB*, která oběma ohniskoma prochází, spojujíc dva body obvodu, jmenuje se *velká osa;* přímka *CD*, která stojí uprostřed velké osy na ní kolmo, slove *malá osa.* Konce velké a malé osy jmenují se *vrcholy* ellipsy.



Obr. 23.

Součet vzdáleností libovolného bodu obvodu od ohnisek rovná se *velké ose.* Dle toho můžeme také říci: V ellipse rovná se součet paprsků libovolného bodu obvodového velké ose.

Vzdálenosť ohnisek od středu *O* slove *výstřednosť.*

Každá přímka, která středem ellipsy prochází a dva body obvodu spojuje, slove *průměrem* ellipsy. Dle toho můžeme říci, že velká osa jest největším, malá pak nejmenším průměrem ellipsy.

Střed ellipsy dělí všecky průměry na rovné části.

Jako u kružnice, tak i u ellipsy jmenuje se přímka, která dva body obvodu spojuje, *tětiva.*

Tětiva, která stojí na velké ose v některém ohnisku kolmo, slove *přímě̌r.* (MN, obr. 23.)

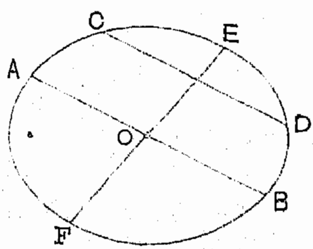
Rozpůlíme-li dvě rovnoběžné tětivy a vedeme-li dělícími body přímku, půjde tato středem ellipsy a bude tedy jejím průměrem; odtud možno nalézti střed ellipsy.

Dva průměry, které mají tu vlastnosť, že každý půlí tětivy rovnoběžné s druhým, slovou *sdružené.*

Chceme-li k danému průměru (libovolnému) vyhledati sdružený, vedeme s ním rovnoběžně nějakou tětivu, kterou rozpůlíme; průměr, který dělícím tímto bodem a středem vedeme, jest hledaný sdružený.

V našem obrazci 24. dán jest průměr *AB;* abychom nalezli k němu sdružený, vedeme libovolnou tětivu *CD* || *AB*, načež ji rozpůlíce, položíme jejím středem běžící průměr *EF*, kterýž jsme hledali.

Ellipsa blíží se tím více tvaru kružnice, čím více se blíží sobě ohniska, aneb čím menší jest rozdíl obou os.



Obr. 24.

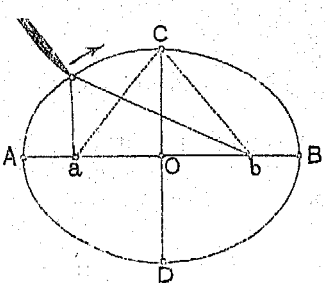
Ellipsy, mající společná ohniska a tedy i společný střed, slovou sice *soustředné*, nejsou však rovnoběžné. Zhusta se stává, že jest dána jistá ellipsa, aniž jsou známy její vrcholy a ohniska; chceme-li je nalézti, určíme především střed. Tento se nalezne, rozpůlíme-li dvě rovnoběžné (jinak libovolným směrem vedené) tětivy; přímka vedená půlícími body jest průměr a jeho střed současně středem ellipsy. Opíšeme-li z nalezeného středu poloměrem poněkud menším než polovice větší osy tak, aby tento ellipsu ve čtyřech bodech proťal, a rozpůlíme-li oba oblouky, které uvnitř leží, bude přímka dělícími body vedená značiti *velkou osu;* malá osa pak bude jak obyčejně státi ve středu velké osy a na ní kolmo. Jak se ohniska vyhledají, o tom jednáno již v předešlém odstavci.

(Ellipsa = die *Ellipse;* ohnisko = der *Brennpunkt* (focus); paprsek či provodič = der *Leitstrahl;* velká a malá osa = die grosse und kleine *Achse;* vrchol = der *Scheitel;* výstřednosť = die *Excentricität;* přímčr = der *Parameter.*)

f) Jak se ellipsa sestrojuje.

Je-li nám známa délka obou os, možno vždy velmi snadno vyrýsovati ellipsu.

V praktickém životě jest nejběžnější spůsob tento:



Obr. 25.

Uprostřed dané velké osy postavíme kolmici, na niž vneseme nahoru i dolů polovici osy malé, čímž obdržíme všecky vrcholy A, B, C, D.

Jelikož víme, že všecky tyto body náleží ellipse a mimo to, že součet vzdáleností každého bodu od ohnisek se rovná délce velké osy, odměříme polovici velké osy OB a vneseme ji od bodu C neb D, aneb pro jistotu z obou, na velkou osu; průseky obdržené musí býti *ohniska*, poněvadž vyhovují požadavku:

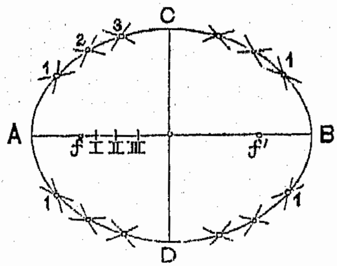
$$aC + bC = AB.$$

Do ohnisek nalezených zapíchneme jehly, hřebíky aneb kolíky, dle toho, pracujeme-li na prkně aneb snad na zemi (na příklad v zahradě na záhonku).

Na to vezmeme nit neb motouz (šňůru, špakát) něco delší než jest velká osa a uděláme na obou koncích oka, tak aby po jejich zadrhnutí rovnala se délka šňůry délce velké osy; navlékneme-li potom každé z ok na jednu jehlu neb kolík a jedeme tužkou neb jiným nástrojem kolem do kola tak, že jest šňůra stále napiata, opíšeme přísnou ellipsu, poněvadž každý bod obvodu vyhovuje podmínce již v úvodě vytčené: součet paprsků každého bodu rovná se velké ose.

Stopujeme-li spůsob, jakým se sestrojuje ellipsa nití, shledáme, že spočívá na základním zákoně elliptické čáry; velká osa, které se nit rovná, dělí se při popsání na všecky možné páry paprsků jednotlivých bodů obvodu. Podobným spůsobem možno určiti kružidlem věčí počet bodů obvodu, které se potom náležitým spůsobem spojí. Děje se to takto:

Sestrojí se obě osy co do položení i délky a určí se ohniska: na velké ose, která se svou délkou rovná součtu paprsků kteréhokoli bodu obvodu, vezme se libovolně několik bodů mezi jedním z ohnisek a středem, zde na obr. 26. na př. body I., II., III. Každý z těchto bodů rozdělí velkou osu na dva nerovné díly, kteréž za paprsky považujeme. Pomocí těchto paprsků sestrojíme snadno hledané body



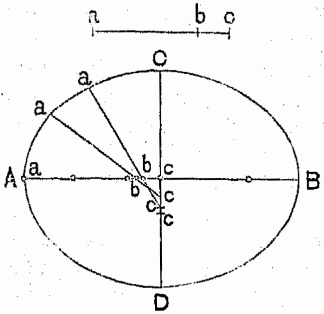
Obr. 26.

ellipsy; vezmeme na př. paprsek AI do kružidla a popíšeme z ohniska f i f' nahoře i dole oblouky, kteréž opět z obou ohnisek paprskem BI protneme, a to tak, že oblouky z f' vedené protínají oblouky z f popsané a naopak. Odtud viděti, že každým ze tří bodů můžeme určiti čtyři body ellipsy. Podobným spůsobem vzniknou i ostatní průseky.

Na obraze našem nazvali jsme body libovolně na velké ose volené číslicemi římskými, náležící k nim pak body obvodu číslicemi týmiž, avšak arabskými. Rozumí se samo sebou, že vrcholy obou os samy již čtyři důležité body ellipsy zastupují, a tedy musí se i jimi ellipsa vésti. Často se jen tyto čtyři body určují, zejména kreslíme-li od ruky, načež se křivka sama od oka provede.

Jest velmi výhodno vzíti bod I. co nejblíže ohniska, poněvadž se body nalezené pomocí něho octnou blíže vrcholů velké osy, kdež bývá ellipsa nejméně určitá.

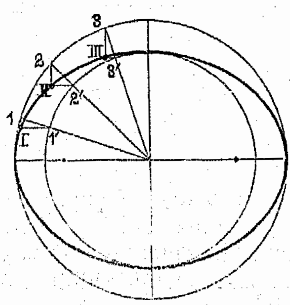
Jiný spůsob rejsovati ellipsu zakládá se na tom, že určujeme body obvodu pomocí rozdílu polovicí os; děje se to



Obr. 27.

takto: Na přeložený kus papíru nebo na tenké pravídko vneseme si od bodu *a* polovice obou os, čímž obdržíme body *b* a *c* (obr. 27.); představují-li nám přímky *AB* a *CD* obě osy hledané ellipsy, nalezneme jednotlivé body obvodu tím způsobem, že pošinujeme papír neb pravídko, na němž jsou prvé jmenované body *a*, *b* a *c* určeny, tak, aby se bod *b* pohyboval stále na velké, bod *c* pak současně stále na malé ose. Při tom popíše bod *a*, od něhož jsme obě polovice os vnesli, obvod hledané ellipsy. Při této konstrukci se počínává tak, že se poprvé položí pravídko *abc* na velkou osu do *ac*, načež se bodem *c* pošinuje po *CD* dolů a bodem *b* vodorovně po *AB*.

V praxi užívá se ještě mnoho rozličných způsobů, z nichžto jest u kreslířů oblíben tento:



Obr. 28.

Zasadí se do středu ellipsy (obr. 28.) a popíší se polovicí velké i malé osy kružnice; nato vede se několik průměrů mezi osama, z nichžto každý oba kruhy protne. Vedeme-li skrze body 1, 2, 3 rovnoběžky s malou, skrze body 1', 2' a 3' rovnoběžky s velkou osou, budou jejich průseky značiti body ellipsy. Tento způsob sestrojiti ellipsu má do sebe výhodu tu, že se přímky pomocné, s osama rovnoběžné, protínají v úhle pravém; podobné průseky jsou vždy nejurčitější.

j) Jak se vede kolmice a tečná k ellipse.

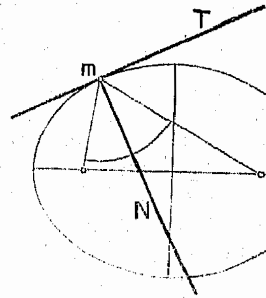
Chceme-li v kterémkoli bodu obvodu ellipsy postaviti kolmici, vedeme od něho k ohniskům paprsky a rozpůlíme úhel, který paprsky činí.

Přímka vedená dělícím a daným bodem bude státi kolmo na křivce.

Postavíme-li na přímce takto nalezené v daném bodě kolmici, bude tato tečnou ellipsy. (Obr. 29.)

Přímky, které stojí na jakékoli křivce kolmo, jmenujeme přímkami *normálnými*. Dle toho můžeme tedy říci: Tečná ellipsy musí státi kolmo na normálné vedené daným bodem.

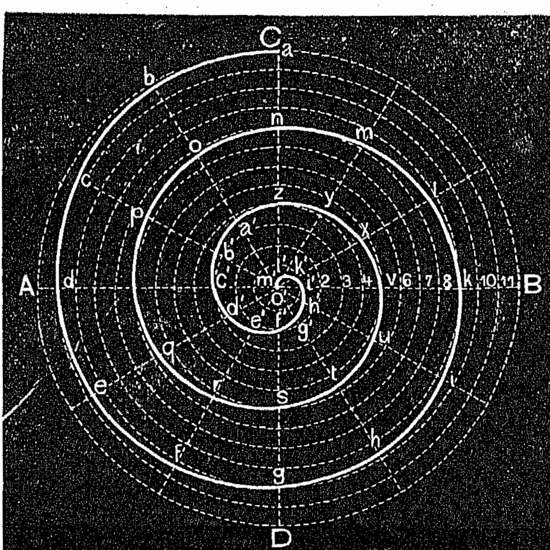
Přímek normálných užívá se při stavitelství velmi zhusta při rozličných klenbách, zejména elliptických; bývajíť dle nich klenáky přitesány, a je-li klenba z cihel, kladou se cihly tak, aby každá šla délkou svou směrem normálné čáry.



Obr. 29.

h) O čarách spirálných.

Točí-li se bod okolo jiného pevného bodu spůsobem tím, že se od něho jistou měrou pořád více vzdaluje aneb se mu přibližuje, vytvoří křivku, jíž říkáme *závitnice* (spirálka, čára závitková). Ve vzorci 30. budiž na př. střední bod kružnice *ABCD*



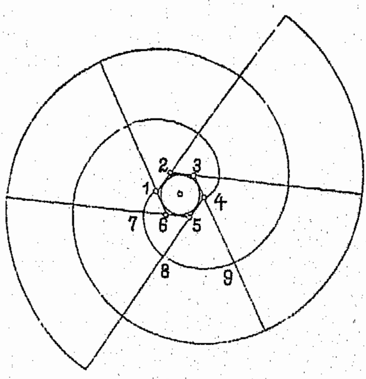
Obr. 30.

zmíněný bod; v kružnici nalezá se bod *a*, kterýž se kolem středního bodu tím otáčí spůsobem, že se mu pořád více přibližuje, tedy jest křivka *a b c d e f* ...... *z*, *a' b' c'* ..... spirálka.

Aby se tato spirálka náležitě vykreslila, rozdělí se kružnice *ABCD* na několik rovných dílů, na př. na dvanáct, a každý dělící bod spojí se s bodem středním. Na tolikéž rovných dílů rozdělí se poloměr *o' B*, načež provedou se těmito dělícími body kružnice soustředné. Potom vede se od bodu *a* křivá čára, jak to vzorec ukazuje. Spirálka vytvořená tímto spůsobem sluje podlé svého vynálezce *spirálka Archimedova*.

Spirálka má tolik závitků, kolikrát se pohyblivý bod *a* kolem středního bodu otočí. Ve vzorci 30. jde první závitek od bodu *a* až k bodu *n*, druhý od bodu *n* až k bodu *z*, třetí od bodu *z* až k bodu *o'*, kde spirálka končí. Tyto závitky jsou ve spirálce Archimedově rovnoběžné. Jsou však také spirálky, jejichž závitky rovnoběžné nejsou.

(VI. cvičení v rýsování. Provedou se na arch dva velké oblouky klenbové, a sestrojí se na nich spáry klenáků pomocí normál.)



Obr. 31.

Často se rýsuje závitnice kružidlem; z mnohých, velice rozmanitých konstrukcí provedeme zde jediný, avšak velice výhodný spůsob.

Jak z výměru závitnice vysvítá, vzdaluje se tato křivka ve svém běhu stále od středu; z toho jde, že se při rýsování nemůže nikdy opsati nějaká její část ze středu, poněvadž jest kruhový oblouk od středu všude rovně vzdálen.

Že pak jdou závity stále kolem do kola, musí se nalezati středy oblouků, z nichž se má závitnice skládati, kolem jejího středu. Leží na snadě, že bude závitnice tím dokonalejší, čím více oblouků přijde na jeden závit.

Všecky středy oblouků leží souměrně kolem středu závitnice a v rovné od ní vzdálenosti; za tou příčinou nejlépe a nejrychleji naleznou se jejich stanoviska kruhem, jenž se na tolik rovných dílů rozdělí, z kolika oblouků se má jeden závit skládati. V našem obrazci 31. byl kruh rozdělen na šest dílů, načež se vždy dva a dva díly spojily přímkami, které se pak v témže smyslu prodloužily, aby jednotlivé oblouky ohraničily.

Na to zasazeno do bodu 6. a poloměrem 6—1 opsán oblouk 1—7, tento jest prodloužen druhým, opsaným poloměrem 5—7 až do bodu 8, z tohoto pak veden oblouk 8—9 ze středu 4. poloměrem 4—8 atd.

Takovýchto závitnic může se provésti kolem téhož středu tolik, kolik bodů se kolem středu přijalo. Na obrazci našem vedena ještě jedna od bodu 4.

Týmže spůsobem rýsuje se závitnice pomocí 5, 4, 3 a 2, jakož i věčího ještě počtu bodů.

(Závitnice = die *Spiral*- oder *Schneckenlinie*; Archimedova = die *Archimedische Spirale*, závit = die *Windung*.)

(VII. cvičení v rýsování. Vyrýsují se dvě velké závitnice na arch, každá jiným spůsobem.)

Částˇ třetí.

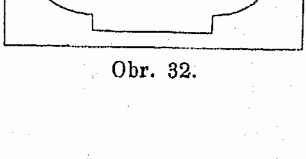
a) O obrazcích vůbec.

Vykreslíme-li nějaký předmět na libovolné ploše tak, že z náčrtu lze souditi na všeliké jeho vnější vlastnosti, jmenujeme takovýto výkres *obrazem předmětu.* Tak můžeme snadno tímto spůsobem znázorniti válec, kostku, dům atd.

Na rozdíl od tohoto obrazu jmenuje se v měřictví soustava čar, jíž se nějaká částˇ plochy dokonale vymezuje, *obrazcem.*

V tomto smyslu můžeme tedy říci: *Obrazec jest plocha čarami určitě vymezená.*

Dle toho, vymezí-li se plocha buď samými přímkami, nebo křivkami aneb oběma druhy čar, vznikne obrazec *přímočarný*, *křivočarný* neb *smíšenočarný*. Obrazec 32. obsahuje všecky tyto druhy.



Obr. 32.

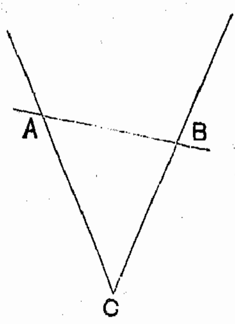
Souhrn všech čar, které plochu vymezují, jmenujeme jejím *obvodem.*

Jak na obrazci 32. shledáváme, může i jediná křivka částˇ plochy určitě vymeziti.

(Obraz = das *Bild*, obrazec = die *Figur*, přímočarný = *geradlinig*, křivočarný = *krummlinig*, smíšenočarný = *gemischtlinig*; obvod = der *Umfang*.)

b) O obrazcích přímočarných.

Vedeme-li v rovině dvě přímky jakýmkoli směrem, nikdy nebudou moci samy o sobě omeziti všestranně nějakou část roviny.



Obr. 33.

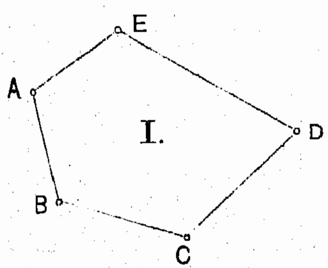
Rovnoběžky omezují sice rovinu po dvou stranách, za to se však může tato po jiných dvou stranách do nekonečna rozkládati; nerovnoběžky od svého průseku stále od sebe se vzdalují, pročež se nebudou moci nikdy po druhé setkati, aby část roviny zavřely. Obr. 33. *CA* a *CB*.

Kdybychom v tomto druhém případě vedli ještě třetí přímku tak, aby obě původní protala, jak to na obr. 33. na přímce *AB* shledáváme, bude těmito třemi přímkami zcela určitě vymezena část plochy, kterou zatím dle průsečných bodů plochou *ABC* nazveme.

Z toho jde, že jest k vymezení nějaké plochy nejméně tří přímek zapotřebí.

Přímky *CA*, *CB* a *AB*, které obrazec tvoří, jmenují se jeho *strany*.

Jestliže již tři strany utvoří obrazec, vyhoví témuž účelu tím spíše čtyři, pět a více stran. Že pak se vždy dvě a dvě přímky protínají, vzniknou úhly a to počtem právě tolik, co je stran; odtud slove obrazec třemi, čtyřmi, pěti neb mnoha stranami omezený, *trojúhelník*, *čtyř-*, *pěti-* neb *mnohoúhelník*.



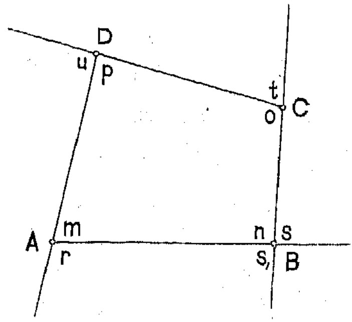
Obr. 34.

Obrazce znamenají se číslicí neb písmenem, obyčejně dovnitř kladeným, aneb se píší ke každému vrcholu jiná písmena, jež se čtou pořádkem kolem do kola. Dle toho můžeme obr. 34. čísti buď: obraz I. aneb: obraz *ABCDE*.

Poněvadž se v posledním případě dostane trojúhelníku tří písmen, podobně jako úhlu, musí se před písmeny postaviti znamení trojúhelníku $\triangle$. Píšeme tudyž $\triangle ABC$ na rozdíl od $\sphericalangle ABC$.

Dle vzájemné délky stran a velikosti úhlů obrazce stanoví se jeho jméno; obrazce se stejnými stranami jmenují se *rovnostranné;* mají-li současně i všecky úhly rovně velké, slovou *pravidelné.*

Úhly, které se uvnitř nějakého obrazce nalezají, slovou úhly *vnitřními* na rozdíl od úhlů *zevnitřních,* jež vzniknou, prodloužíme-li jednu ze dvou sousedních stran, jež činí úhel vnitřní, za vrchol jeho.



Obr. 35.

Tak budou ve čtyřúhelníku $ABCD$ (obr. 35.) úhly $\sphericalangle$ *m, n, o* a *p* *vnitřní* a úhly $\sphericalangle$ *r, s, t* a *u* *zevnitřní.*

Jest lhostejno, kterou ze dvou sousedících stran za vrchol prodloužíme, poněvadž v obou případech obdržíme rovné úhly; tak jsou při vrcholu B úhly s a s_1 co střídavé sobě rovny.

Poněvadž vždy jeden vnitřní a sousední jeho zevnitřní úhel činí dohromady úhly vedlejší, budou se rovnati $2R$.

Můžeme tudyž psáti:

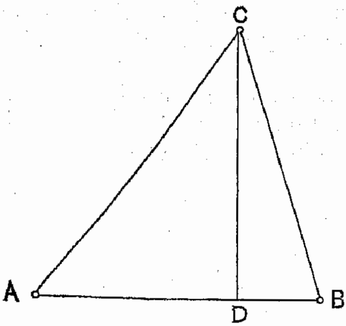
$$\sphericalangle m + r = 2R$$
$$\sphericalangle n + s = 2R$$
$$\text{— — — — — —}$$
$$\sphericalangle n + p = 2R$$

(Strana obrazce = die *Seite,* trojúhelník, čtyř-, pěti-, šesti-, mnohoúhelník = das *Dreieck, Vier-, Fünf-, Vieleck (Polygon);* rovnostranný = *gleichseitig,* pravidelný = *regelmässig;* úhel vnitřní = der *innere,* zevnitřní = der *äussere Winkel.*)

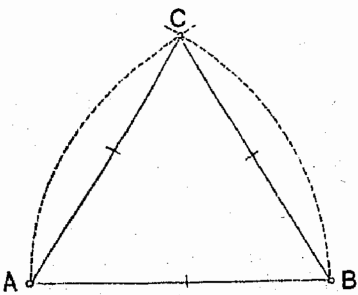
c) O trojúhelnících.

Trojúhelník jest obrazec omezený třemi stranami. Pozorujeme tedy na každém trojúhelníku tři strany a tři úhly.

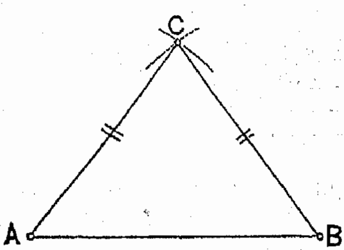
V libovolném trojúhelníku leží na každé straně dva úhly, které slovou *přiléhající,* kdežto jí leží třetí úhel naproti a odtud



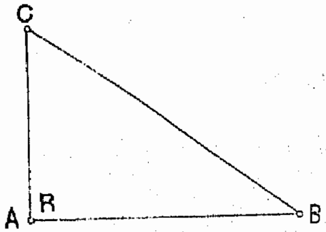
Obr. 36.



Obr. 37.



Obr. 38.



Obr. 39.

protilehlým slove. Dle toho budou na obr. 36. úhly A a B se zřetelem na stranu AB přiléhající a $\sphericalangle C$ jí protilehlý.

Obyčejně brává se jedna ze tří stran za stranu *základnou* či *půdici*; v takovém případě se jmenuje vrchol úhlu jí protilehlého *vrcholem* trojúhelníku a kolmice s tohoto vrchole na půdici vedená *výškou* trojúhelníku.

Béřeme-li na obr. 36. stranu AB za půdici, bude vrchol C vrcholem a kolmice CD (na AB vedená) výškou téhož trojúhelníku.

Dle vzájemné délky stran rozeznáváme:

1. Trojúhelníky *rovnostranné* či pravidelné, které mají všecky strany rovně dlouhé, (obr. 37.); $AB = BC = CA$.

(Rovně dlouhé strany přetrhávají se stejným počtem čárek.)

2. Trojúhelníky *rovnoramenné*, kde se jen dvě strany sobě rovnají (obr. 38.), strana $AC = BC$; v takových se brává třetí strana AB za půdici.

3. Trojúhelníky *nerovnostranné*, v kterých má každá strana jinou délku; na př. obr. 36.

Dle velikosti úhlů dělíme trojúhelníky:

1. v trojúhelníky *ostroúhelné*, kde jsou všecky úhly ostré (obr. 36.);

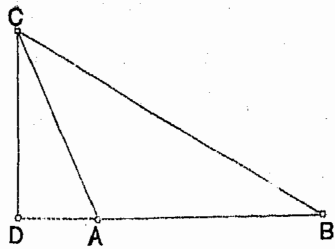
2. trojúhelníky *pravoúhelné*, kde jest jeden z úhlů pravý (obr. 39.), a

3. v trojúhelníky *tupoúhelné* s jedním úhlem tupým. Obr. 40. $\sphericalangle CAB > R$.

V pravoúhelném trojúhelníku slovou strany, jež činí pravý úhel, *odvěsny*; třetí strana, která leží naproti pravému úhlu, slove *přepona.*

Přijme-li se v pravoúhelném trojúhelníku jedna z odvěsen za půdici, bude mu druhá odvěsna výškou.

Považuje-li se v trojúhelníku tupoúhelném za půdici strana, která jest ramenem úhlu tupého, musí se prodloužiti, aby výšku omezila. (Na obr. 40. jest *CD* výškou.)



Obr. 40.

(Úhel přiléhající, protilehlý = *anliegend, gegenüberliegend;* půdice = die *Grundlinie, Basis;* vrchol = der *Scheitel,* výška = die *Höhe;* trojúhelník rovnostranný = *gleichseitig,* rovnoramenný = *gleichschenklig,* nerovnostranný = *ungleichseitig;* ostroúhelný = *spitzwinklig,* pravoúhelný = *rechtwinklig,* tupoúhelný = *stumpfwinklig,* odvěsna = die *Kathete,* přepona = die *Hypotenuse.*)

(VIII. cvičení vrýsování. Vyrýsují se všecky druhy trojúhelníků.)

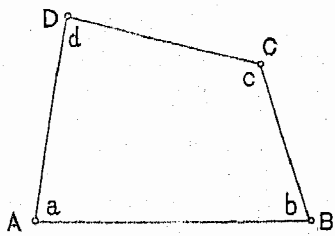
d) O čtyrúhelnících.

Čtyrúhelník jest obrazec čtyřmi stranami omezený.

Tyto činí vespolek čtyři úhly vnitřní, které mohou míti rozmanitou velikosť, nevyjímajíc ani vypouklých.

Co se vzájemné polohy částek čtyrúhelníku týče, tu má každá strana dva přiléhající úhly a jednu stranu protilehlou. Takové dva úhly, které nemají žádnou stranu společnou, slovou protilehlé.

Dle toho budou na obr. 41. úhly *a* a *c*, *b* a *d* protilehlé.



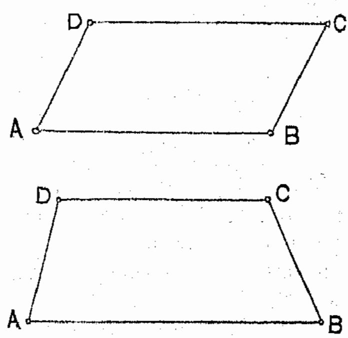
Obr. 41.

Čtyrúhelníky dělíme dle vzájemného položení stran:

1. v *rovnoběžníky*, jichžto protilehlé strany jsou rovnoběžné (obr. 42.)

(AB || CD, BC || AD.)

2. v *lichoběžníky*, které mají toliko dvě strany rovnoběžné (obr. 43.)

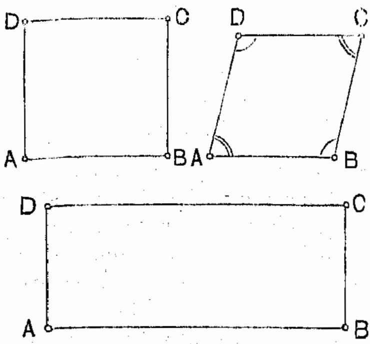


Obr. 42. a 43.

AB || CD.

3. v *různoběžníky*, jichžto strany mají veskrz rozličný směr. (Obr. 41.)

Rovnoběžníků rozeznáváme dle velikosti stran a úhlů čtvero a to:



Obr. 44., 45. a 46.

1. *čtverec*, jenž má všecky strany rovně dlouhé a všecky úhly pravé. (Obr. 44.)

$$AB = BC = CD = DA.$$

$$\sphericalangle A = B = C = D = R.$$

2. *kosočtverec*, jehož všecky strany a jen protilehlé úhly sobě se rovnají; (obr. 45.)

$$AB = BC = CD = DA;$$

$$\sphericalangle A = C, \sphericalangle B = D.$$

3. *obdélník*, jenž má protilehlé strany rovně dlouhé a všecky úhly pravé, (obr. 46.), a

4. *kosodélník*, jehož protilehlé části sobě se rovnají. (Obr. 42.)

$$AB = CD,\ BC = AD,\ \sphericalangle A = C,\ \sphericalangle B = D.$$

Jako u trojúhelníků, tak i při rovnoběžnících brává se jedna strana za půdici, k níž se vede od některého protilehlého vrcholu kolmice co výška.

(Rovnoběžník = *Parallelogramm*, lichoběžník = *Trapez*, různoběžník = *Trapezoid*; čtverec = *Quadrat*, kosočtverec = *Raute, verschobenes Quadrat, Rhombus*, obdélník = *Rechteck*, kosodélník = *verschobenes Rechteck, Rhomboid.*)

(IX. cvičení v rýsování. Provedou se rozličné druhy čtyrúhelníků.)

e) O vnitřních a zevnitřních úhlech obrazců vůbec.

Již na počátku odstávky této bylo praveno, že úhel zevnitřní libovolného obrazce vznikne, jestliže některou stranu za vrchol úhlu prodloužíme, při čemž ukázáno, že zevnitřní a příslušný k němu vnitřní úhel činí dohromady co úhly vedlejší dva pravé. Že pak jest vnitřních úhlů právě tolik co stran, můžeme říci:

1. *V každém obrazci rovná se součet vnitřních i zevnitřních úhlů dvakrát tolika pravým úhlům, co jest stran.*

Dle toho bude obnášeti součet úhlů vnitřních i zevnitřních

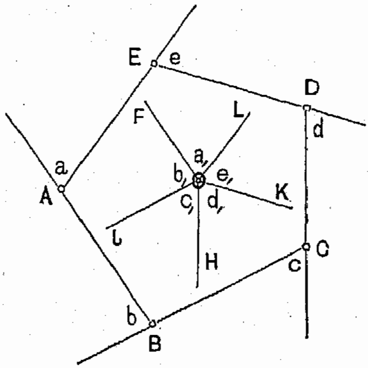
$$\begin{aligned} &\text{v trojúhelníku: } 2\times 3 = 6R, \\ &\text{v čtyrúhelníku: } 2\times 4 = 8R, \\ &\text{v pětiúhelníku: } 2\times 5 = 10R, \\ &\text{— — — — — — — — — —} \\ &\text{vůbec v } n \text{ úhelníku: } 2\times n = 2nR. \end{aligned}$$

Dále lze dokázati:

2. *Součet zevnitřních úhlů činí v každém obrazci čtyři pravé.*

Abychom důkaz provedli, stanovíme v libovolném mnohoúhelníku $ABCDE$ (obr. 47.) uvnitř nějaký bod O, a vedeme od něho ke všem stranám rovnoběžky, tedy:

$$\begin{aligned} OF &\parallel AB, \\ OJ &\parallel BC, \\ OH &\parallel CD, \\ &\text{— — — —} \\ OL &\parallel AE. \end{aligned}$$



Obraz 47.

Jest patrno, že bude

$$\left.\begin{aligned} \sphericalangle a_1 &= a \\ \sphericalangle b_1 &= b \\ \sphericalangle c_1 &= c \\ &\text{— — —} \\ \sphericalangle e_1 &= e_1 \end{aligned}\right\} \text{ poněvadž jsou jejich ramena rovnoběžná.}$$

Odtud bude: $\sphericalangle a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 = \sphericalangle a + b + c + d + e$.

Součet úhlů $\sphericalangle a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 = 4R$, pročež bude též součet všech zevnitřních úhlů $\sphericalangle a + b + c + d + e = 4R$.

Z předeslaných dvou vět následuje:

3. *Součet všech vnitřních úhlů libovolného mnohoúhelníku rovná se dvakrát tolika pravým, co jest stran, méně čtyř.*

Součet všech vnitřních i zevnitřních úhlů $= 2nR$; od toho odečten součet zevnitřních $= \phantom{2nR-{}} 4R$, zbude

$$\overline{2nR - 4R},$$

což se mělo dokázati.

Dle toho činí vnitřní úhly

$$\begin{aligned} &v\ \textit{trojúhelníku} &&= 2\times\ 3 - 4 = 2R, \\ &v\ \textit{čtyrúhelníku} &&= 2\times\ 4 - 4 = 4R, \\ &v\ \textit{pětiúhelníku} &&= 2\times\ 5 - 4 = 6R, \\ &v\ \textit{šestiúhelníku} &&= 2\times\ 6 - 4 = 8R, \\ &v\ \textit{desetiúhelníku} &&= 2\times 10 - 4 = 16R \text{ atd.} \end{aligned}$$

Tato poslední věta jest velice důležitá; neboť z ní následuje hledíc k trojúhelníkům:

1. Známe-li v trojúhelníku dva úhly, lze třetí snadno nalézti, poněvadž se všecky tři musí rovnati $2R = 180^0$. Obnáší-li tedy v trojúhelníku jeden úhel 37^0, druhý 66^0, bude se třetí rovnati $180^0 - (37^0 + 66^0) = 180^0 - 103^0 = 77^0$.

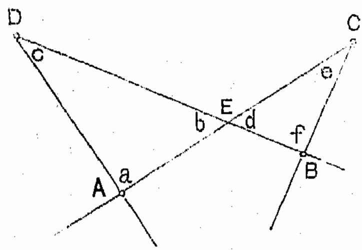
2. V trojúhelníku nemohou býti ani dva úhly pravé, ani tupé, poněvadž teprvé všecky tři se dvěma pravým rovnají.

3. Známe-li v pravoúhelném trojúhelníku jeden z ostrých úhlů, může se druhý ostrý nalézti, odečteme-li jej od 90^0. (Proč?)

4. Mají-li dva trojúhelníky dva úhly rovné velikosti, budou se i třetí úhly sobě rovnati.

5. Stojí-li ramena dvou úhlů na sobě kolmo, budou se tyto úhly sobě rovnati. Důkaz provede se dle předešlé věty 4., totiž:

$$\underbrace{AC \perp AD, BD \perp CB,}$$



Obr. 48.

V trojúhelnících AED a BEC jest $\sphericalangle b = d$ co vrcholový,
$\sphericalangle a = f$ co pravý, tedy také
$\sphericalangle c = e$, což se mělo dokázati.

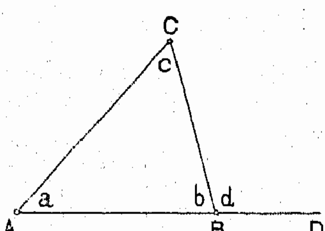
6. Zevnitřní úhel trojúhelníku rovná se součtu dvou vnitřních protilehlých.

V našem obrazci 49. má se

$$\sphericalangle d = a + c.$$

Důkaz jest snadný:

Jestiť: $a + b + c = 2R$ (proč?)
mimo to: $b + d = 2R$ (proč?)
tedy také $a + b + c = b + d$.



Obr. 49.

Odečteme-li na obou stranách $\sphericalangle b$, obdržíme stejné zbytky, tedy $\sphericalangle a + c = d$.

Přihlížejíce k čtyrúhelníkům, můžeme na základě vět předeslaných snadno dokázati:

1. *V rovnoběžnících jsou protilehlé úhly sobě rovny.* Tak na příklad bude v rovnoběžníku $ABCD$ obr. 42.

$\sphericalangle A = C$. Důkaz:
$\sphericalangle A + B = 2R$ co úhly přílehlé,
$\sphericalangle B + C = 2R$ co úhly přílehlé,

tedy též $\sphericalangle A + B = B + C$, a odečteme-li na obou stranách $\sphericalangle B$, zbude $\sphericalangle A = C$.

Jeli tedy v rovnoběžníku jeden úhel znám, lze ostatní snadno vypočísti.

2. *Jeli v rovnoběžníku jeden úhel pravý, jsou také ostatní úhly pravé.* Úhel jemu protilehlý jest dle předešlého též pravý, všecky čtyři činí celkem $4R$, tedy zbývá na ostatní dva, jež se také sobě rovnají, po jednom pravém. Jsou tedy v tom případě všecky úhly pravé.

Přihlížejíce k obrazcům pravidelným, můžeme jejich vnitřní úhly co do velikosti snadno určiti, znajíce jejich součet, poněvadž se všecky sobě rovnají.

Tak připadá na jeden úhel pravidelného (rovnostranného) trojúhelníku:

$\frac{2 \times 3 - 4}{3}$ pravých, tedy $\frac{6-4}{3} = \frac{2}{3}R$ či 60^0;

na úhel čtverce $\frac{2 \times 4 - 4}{4} = \frac{4}{4} R = R = 90^0$; na úhel pravidelného pětiúhelníku $\frac{2 \times 5 - 4}{5} = \frac{6}{5} R = 108^0$; podobně na úhel pravidelného šestiúhelníku

$$\frac{2 \times 6 - 4}{6} = \frac{8}{6} R = 120^0,$$

— — — — — — — —

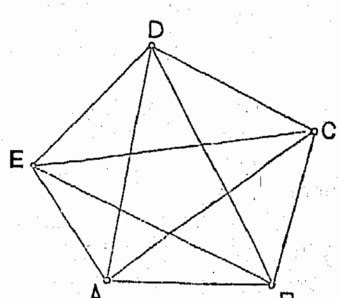
vůbec na úhel pravidelného n úhelníku

$$\frac{2 \times n - 4}{n} \text{ pravých.}$$

(Vět na základě součtu vnitřních a zevnitřních úhlů obrazců odvozených netřeba požadovati na žácích tak, aby je snad všecky a po pořádku vyjmenovali, nýbrž stačí, když jednotlivé dané na požádání odůvodní.)

f) O počtu úhlopříčen v obrazcích.

Spojíme-li v libovolném obrazci $ABCDE$ (obr. 50.) dva vrcholy úhlů přímkou, slove tato přímka *úhlopříčná*.



Obr. 50.

Jest patrno, že se nechá vésti od každého vrcholu tolik úhlopříčen, kolik čítá obrazec stran, vyjmouc tři (proč?), tedy v mnohoúhelníku o n stranách od každého vrcholu $n - 3$ úhlopříčen, ode všech pak $(n - 3)$ $n$krát. Poněvadž však každá úhlopříčna dva vrcholy spojuje, byla by dvakrát čítána; abychom chybu napravili, dělíme dvěma.

Tak obdržíme v mnohoúhelníku o n stranách:

$$\frac{(n-3)\,n}{2} \text{ úhlopříčen.}$$

V trojúhelníku bude tedy všech:

$$\frac{(3-3)\,3}{2} = \frac{0 \times 3}{2} = 0,$$

v čtyrúhelníku $\frac{(4-3)\,4}{2} = \frac{4}{2} = 2,$

v pětiúhelníku $\frac{(5-3)\,5}{2} = \frac{10}{2} = 5,$

v šestiúhelníku $\frac{(6-3)\,6}{2} = \frac{18}{2} = 9,$

— — — — — — — — — — — — —

v desetiúhelníku $\frac{(10-3)10}{2} = \frac{70}{2} = 35$ atd.

(Úhlopříčna = die *Diagonale.*)

Část čtvrtá.

O shodnosti obrazců vůbec a trojúhelníků zvlášť.

Porovnávajíce dva obrazce, máme na zřeteli buď jejich *velikost*, neb *tvar* aneb obé zároveň.

Velikostí obrazce rozumíme rozsáhlosť plochy jeho stranami omezené.

Jest patrno, že mohou i obrazce rozličného tvaru míti rovně velké plochy; v takovém případě pravíme, že jsou si obrazce *rovny.*

Mají-li obrazce tentýž tvar, avšak rozličnou velikosť, říkáme, že jsou si *podobny.* (Dva čtverce, dva kruhy atd.)

Obrazce, které mají týž tvar i rovnou velikosť, shodují se ve všem a slovou tudyž *shodné*. Neliší se od sebe ničím, leč že se nalezají na rozličných místech; kdybychom je však na sebe náležitě položili, musily by ve všech svých částech dokonale se krýti.

Mezi obrazce rovně veliké klade se jako v počtářství znaménko rovnosti $=$. Píšeme tedy: čtyrúhelník $ABCD = \triangle RST$. Mezi obrazce podobné klade se znaménko podobnosti $\sim$; píšeme tedy $\triangle ABC \sim \triangle MNO$ a čteme: Trojúhelník ABC jest podoben trojúhelníku MNO.

Mezi obrazce shodné kladou se obě znaménka takto: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, a čteme: Trojúhelník ABC jest shodný s trojúhelníkem DEF.

(Podobný = *ähnlich*, shodný = *kongruent*.)

a) O shodnosti trojúhelníků.

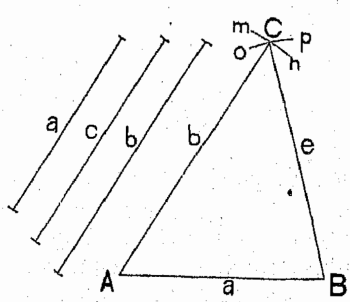
Soudíme-li o shodnosti dvou trojúhelníků, netřeba, abychom znali všecky jejich strany a úhly; nýbrž postačí rovnosť těch částek, jimiž jest trojúhelník dokonale určen.

Je tedy nutno vyšetřiti, kolik a kterých částek trojúhelníku musí býti známo, abychom jej mohli určitě sestrojiti.

Rozeznáváme tuto hlavně tři případy, v kterých lze na základě jistých částek trojúhelník sestrojiti, a to známe-li:

1. všecky jeho strany;
2. dvě strany a úhel jimi zavřený,
3. jednu stranu a dva úhly k ní přiléhající.

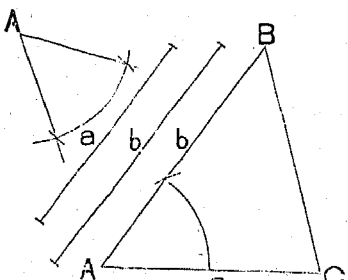
1. Kdybychom měli sestrojiti trojúhelník, jehož strany by měly míti dané délky a, b, c (obr. 51.), vedeme nejprvé libovolnou přímku AB, na níž určíme délku jedné ze tří daných stran; na př. a. Nato vezmeme do kružidla druhou stranu b a zasadíme do jednoho z konečných bodů, na př. do A a opíšeme její délkou oblouk mn; posléze odměříme délku c, zasadíme v bodu B a opíšeme jí oblouk op tak, aby protal oblouk mn. Jest patrno, že bude společný průsek oblouků C od bodu A o délku b a od bodu B o délku c vzdálen (proč?). Spojíme-li tento průsek s body A a B, obdržíme hledaný trojúhelník ABC.



Obr. 51.

K témuž výsledku přijdeme vždycky, třeba bychom byli s jinou stranou počali neb z jiných bodů oblouky popsali. Přitom utvoří se nám úhly A, B, C samy sebou, z čehož jde, že jich v našem případě nebylo třeba udávati.

Ze tří stran lze tedy jen jediný trojúhelník sestrojiti; pročež platí věta: Třemi stranami jest trojúhelník dokonale určen. Z této zas jde, že se může souditi na *shodnosť trojúhelníků, mají-li všecky strany sobě rovny.*

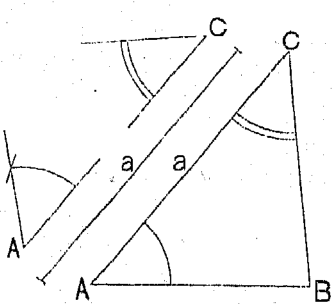


Obr. 52.

2. K sestrojení trojúhelníka jsou dány dvě strany a a b (obr. 52.) a úhel A jimi zavřený.

K řešení úkolu přikročíme vyrýsujíce úhel A, na jehož ramena pak vneseme od vrcholu délky stran a a b, čímž obdržíme body C a B. Spojíme-li je, obdržíme hledaný trojúhelník ABC.

I v tomto případě bude možno z daných tří částek vždy jen jediný trojúhelník sestrojiti, pročež platí věta, že je trojúhelník dokonale určen, známe-li jeho dvě strany a úhel jimi zavřený. *Mají-li tedy dva trojúhelníky dvě strany a úhel jimi zavřený sobě rovny, jsou shodné.*



Obr. 53.

3. K sestrojení trojúhelníka jest dána jedna strana a a dva k ní přiléhající úhly A a B (obr. 53.).

Abychom úkol rozřešili, narýsujeme především přímku $AB = a$, v jejíchž koncích sestrojíme úhly A a B, jimiž bude směr stran AC a BC určen, tedy i průsek C, poněvadž se dvě přímky jen v jediném bodu protínají.

Sestrojí-li se z těchto částek více trojúhelníků, budou všecky stejné; jest tedy jednou stranou a dvěma k ní přiléhajícími úhly trojúhelník dokonale určen, pročež platí věta:

Mají-li dva trojúhelníky jednu stranu a dva k ní přiléhající úhly sobě rovny, jsou shodné.

Kdybychom shodné trojúhelníky na sebe náležitě položili, musily by se ve všech svých částech krýti; v takovém případě pak by naproti rovným stranám ležely i rovné úhly a opačně naproti rovným úhlům i rovné strany. Můžeme tudyž vůbec pronésti větu:

Ve shodných trojúhelnících leží naproti rovným stranám rovné úhly a naopak.

Tato věta jest nejvýš důležitá, jakož v dalším průběhu učení seznáme.

b) O shodnosti mnohoúhelníků.

Dva mnohoúhelníky jsou shodné, mají-li všecky strany a všecky úhly v témže pořádku sobě rovné.

Důkaz možno snadno provésti tak, že dané mnohoúhelníky rozložíme úhlopříčnami na trojúhelníky, o jejichž každém páru se dokáže, že jest shodný, a že jsou jednotlivé části v témže smyslu uloženy.

(X. cvičení v rýsování: Sestrojí se trojúhelníky z daných částí.)

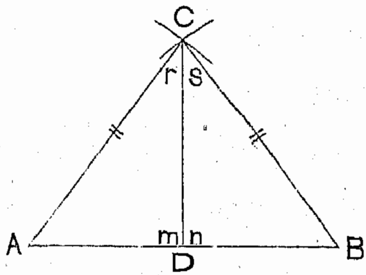
c) O vlastnostech trojúhelníků.

1. *V rovnoramenném trojúhelníku jsou úhly při půdici sobě rovny.*

Na obr. 54. jest strana $AC = BC$, tedy trojúhelník ABC rovnoramenný. Rozpůlíme-li půdici AB bodem D, obdržíme dva shodné trojúhelníky, totiž: $\triangle ADC \cong \triangle BDC$, poněvadž jest $AC = BC$

$AD = DB$

a $CD = CD$, tedy se všecky strany sobě rovnají.



Obr. 54.

V shodných trojúhelnících leží naproti rovným stranám rovné úhly; odtud jest $\sphericalangle A = B$, poněvadž leží oba naproti společné straně CD.

Z toho jde, že se v trojúhelníku rovnostranném všecky úhly sobě rovnají; přichází tedy na každý $\frac{2R}{3} = 60^0$. Na tomto základě strojí se úhel 60^0, jestliže se vyrýsuje rovnostranný trojúhelník.

(Jak lze tento úkol provésti kružidlem?)

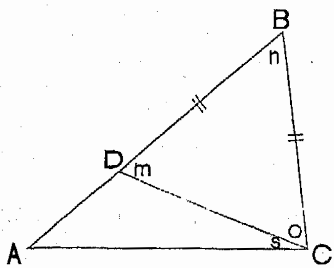
Dále jest v našem případě přímka $CD \perp AB$, poněvadž jest $\sphericalangle m = n = R$; (proč?) posléze půlí přímka CD úhel při vrcholu. Jest totiž $\sphericalangle r = s$ (proč?)

Podobně lze ze shodnosti trojúhelníků dokázati:

A) Vedeme-li v rovnoramenném neb rovnostranném trojúhelníku s vrcholu kolmici na půdici, půlí ona úhel při vrcholu a stojí na půdici kolmo.

B) Rozpolíme-li v rovnostranném neb rovnoramenném trojúhelníku úhel při vrcholu, stojí půlící přímka kolmo na půdici a rozpoluje ji.

Z těchto posledních dvou vět jde, že musí kolmice, již postavíme uprostřed půdice rovnoramenného trojúhelníku, procházeti vrcholem jeho.



Obr. 55.

2. *V trojúhelníku leží naproti věčí straně též věčí úhel.*

V obraze 55. budiž strana $AB > BC$. Uděláme-li $DB = CB$, a spojíme-li bod D s C, bude

$\sphericalangle o = m$ (proč?)

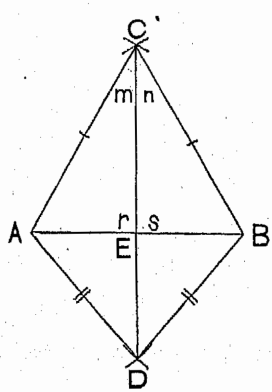
mimo to jest $\sphericalangle m = r + s$ (proč?)

tedy také $\sphericalangle o = r + s$, odtud $\sphericalangle o > r$ a tím více $\sphericalangle C > r$.

Z této věty jde:

A) V trojúhelníku nerovnostranném leží naproti největší straně i největší úhel, naproti nejmenší straně i nejmenší úhel.

B. V trojúhelníku pravoúhelném jest přepona nejdelší ze všech tří stran.



Obr. 56.

C. Mezi přímkami, které s některého bodu na danou přímku vedeme, jest kolmice nejkratší (proč?). Proto určuje se vzdálenosť bodu od přímky kolmicí.

3. *Spojíme-li vrcholy dvou rovnoramenných trojúhelníků, jež mají společnou půdici, přímkou,*

rozpůlí tato přímka úhly při vrcholech, (A.)

rozpůlí společnou půdici (B.)

a stojí na této půdici kolmo. (C.)

Na obrazci 56. budiž $AC = BC$;
a $AD = BD$

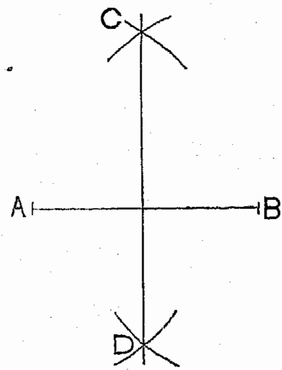
spojíme-li bod C s D, bude $\triangle ADC \cong \triangle BDC$; jestiť

$AC = BC$
$AD = BD$
a $CD = CD$, tedy se všecky strany sobě rovnají. Odtud bude též $\sphericalangle m = n$. (*A.*)

Dále jest $\triangle AEC \cong \triangle BEC$, neboť jest
$AC = BC$
$CE = CE$
a $\sphericalangle m = n$; tudyž $AE = EB$, (*B.*) $\sphericalangle r = s = R$, (*C.*), což mělo se dokázati.

Této věty užívá se velmi zhusta při rýsování a sice se na jejím základě řeší následující úkoly:

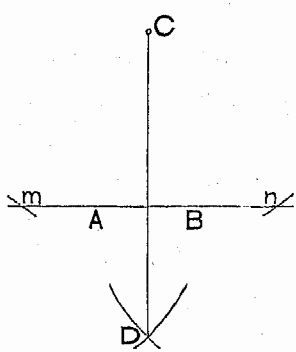
A. V polovici dané přímky AB (obr. 57.) *má se postaviti kolmice.*



Obr. 57.

K tomu konci opíšeme z bodů A a B stejným avšak libovolným poloměrem oblouky nad danou přímkou, i pod ní jež se protínají v bodech C a D. Spojíme-li oba průseky, vyhovuje přímka CD požadavkům úkolu. (Proč?)

B) Od daného bodu C (obr. 58.) *má se vésti k přímce AB kolmice.*



Obr. 58.

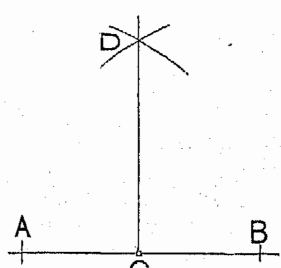
Zasadíme v daném bodu C hrot kružidla a protneme libovolným rozevřením přímku AB ve dvou bodech m a n; z těchto průseků opíšeme opět libovolným rozevřením oblouky, jež se protínají v nějakém bodu D, jejž spojíme s daným bodem C. Přímka $CD \perp AB$ (proč?)

C) V daném bodu C nějaké přímky má se postaviti na ni kolmice. (Obr. 59.)

Vneseme-li od bodu daného C na obě strany přímky rovné části $CA = CB$ a opíšeme-li rovným rozevřením z obou těchto bodů oblouky, bude státi přímka, ježto spojuje bod C s průsekem D kolmo na AB. (proč?)

D) Daný úhel BAC (obr. 60.) *má se rozpůliti.*

Vneseme-li od vrcholu daného úhlu A na obě ramena AB a AC rovné části Am a Bm, z průseků m



Obr. 59.

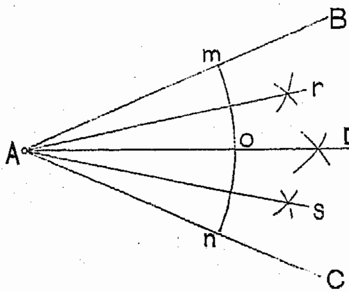
a n, pak popíšeme oblouky libovolným, avšak rovným rozevřením, jež se v bodu D protínají, a spojíme-li průsek s vrcholem A, půlí přímka AD úhel BAC. (Proč?)

Podobně můžeme i dále na polovice děliti úhly BAD a DAC.

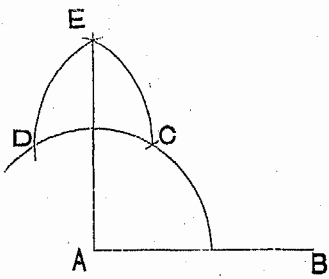
Na tomto základě rýsují se kolmice v konečném bodu přímky; vyrýsují se na sobě dva úhly o 60^0, z nichž se jeden rozpůlí. (Obr. 61.)

4. *Úhly rovnými oblouky přepjaté se sobě rovnají.*

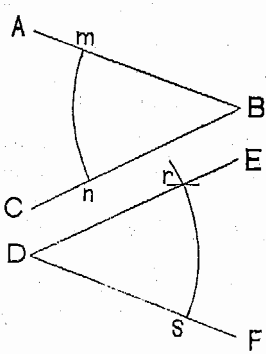
A) Chceme-li vyrýsovati úhel rovný úhlu danému, (obr. 62.) přepneme daný úhel ABC obloukem mn, opsaným libovolným poloměrem a popíšeme s vrcholu příštího úhlu D týmž poloměrem oblouk rs; změříme-li na to délku



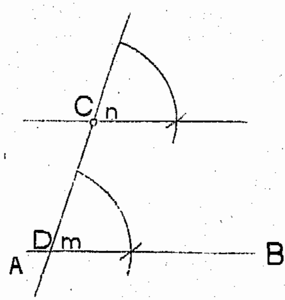
Obr. 60.



Obr. 61.



Obr. 62.



Obr. 63.

oblouku mn a vneseme ji od s na oblouk rs, a vedeme posléze vrcholem D a průsekem r rameno, bude $\sphericalangle ABC = EDF$. (Proč?)

B) Na základě této věty možno sestrojiti snadno rovnoběžku k dané přímce, AB (obr. 63.) má-li procházeti jistým bodem C. Vedeme totiž daným bodem libovolnou přímku CD, která protíná přímku AB, načež sestrojíme $\sphericalangle n = m$ co stejnolehlý.

C) Podobně následuje z věty 4., že daný úhel může se rozděliti na libovolný počet stejných dílů, jestliže rozdělíme i oblouk, který jej přepíná, na žádaný počet rovných dílů, kterýmiž vedeme od vrcholu ramena. Jsouť všecky povstalé úhly sobě rovny. (Proč?)

(XI. cvičení v rýsování: Provedou se úkoly v odstavci 3. a 4.)

d) O vlastnostech rovnoběžníků.

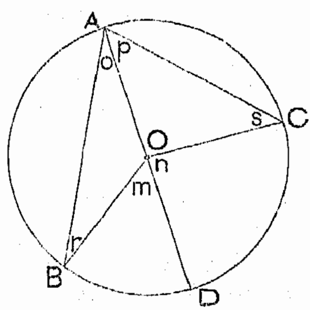
Ze shodnosti trojúhelníků lze snadno dokázati:

1. Úhlopříčna rozdělí každý rovnoběžník na dva shodné trojúhelníky.
2. Úhlopříčny v obdélníku a čtverci se sobě rovnají.
3. Úhlopříčny ve všech rovnoběžnících vzájemně půlí se.
4. Ve čtverci a kosočtverci stojí úhlopříčny na sobě kolmo.

e) O úhlech v kruhu.

Úhly, které mají vrchol ve středu kruhu, jmenují se *středové* na rozdíl od úhlů *obvodových*, které mají vrchol v obvodu.

Stojí-li úhel středový i obvodový na témže oblouku, rovná se obvodový úhel polovici středového.



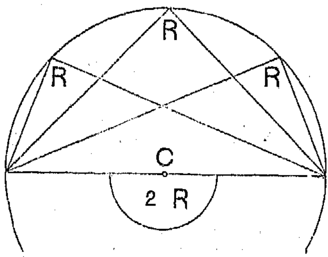
Obr. 64.

Na obraze 64. stojí obvodový $\sphericalangle BAC$ na témže oblouku co středový úhel BOC; vedeme-li oběma vrcholy přímku AD, můžeme stanoviti následující rovnice:

$$\sphericalangle m = r + o;$$
$$\sphericalangle r = o, \text{ (proč?)}$$
$$\text{tedy } \sphericalangle m = 2o; \text{ rovněž}$$
$$\text{jest } \sphericalangle n = p + s;$$
$$\sphericalangle s = p \text{ (proč?)}$$
$$\text{tedy } \sphericalangle n = 2p$$

Dle toho je též:

$$\sphericalangle m + n = 2o + 2p$$
$$\text{aneb } \sphericalangle BOC = 2BAC, \text{ či}$$
$$\sphericalangle BAC = \tfrac{1}{2} BOC.$$

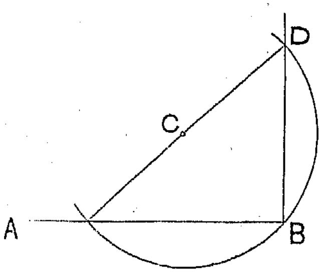


Obr. 65.

Z této věty jde: 1. Dva obvodové úhly se sobě rovnají, stojí-li na témže oblouku, nebo na rovně velkých obloucích v témže kruhu, poněvadž bude každý z nich činiti polovici společného středového.

2. Každý obvodový úhel v polokruhu jest pravý úhel: (co polovice přímého.) (obr. 65.)

Podle této druhé věty může se snadno sestrojiti kolmice na konci přímky. Na obr. 66. má se v bodu B postaviti na přímku AB kolmice. Stanovíme-li libovolný bod C nad přímkou AB, zasadíme do něho hrot kružidla, rozevřeme je až k bodu B a popíšeme-li polokruh tak, aby protínal přímku AB; vedeme-li posléze bodem sečným A a středem C přímku, až protne půlkruh, bude státi $DB \perp AB$. (Proč?)



Obr. 66.

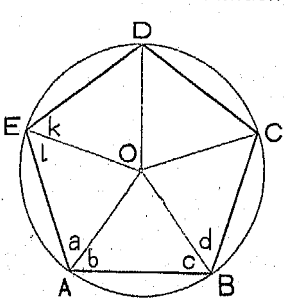
(Úhel středový = *Mittelpunkts-* oder *Centriwinkel*, obvodový = *Umfangs-* oder *Periferiewinkel.)*

f) O pravidelných obrazcích v kruhu.

Rozdělíme-li kružnici na jistý počet rovných dílů, a spojíme-li dělící body přímkami, utvoří tyto přímky pravidelný mnohoúhelník o tolika stranách, na kolik dílů byla kružnice rozdělena.

Věta tato bude jen tenkráte pravdivá, jestliže se může o úhlech mnohoúhelníku dokázati, že se vesměs sobě rovnají (strany jsou již při dělení sobě rovnými učiněny).

Rozdělíme-li na př. obvod na pět rovných dílů (obr. 67.) a spojíme-li všecky dělící body vespolek i se středem O, obdržíme pět rovnoramenných vespolek shodných trojúhelníků, neboť jest $OA = OB = OC = OD = OE$;



Obr. 67.

tedy též $\sphericalangle a = b = c = d = \ldots . = l;$
odtud dále $\sphericalangle a + b = c + d = \ldots . = k + l$
aneb $\sphericalangle A = B = C = D = E.$

Obrazec tento má všecky strany a všecky úhly sobě rovné, je tudyž pravidelný.

Při sestrojení pravidelného šestiúhelníka rozdělí se obvod kruhu velmi snadno, poněvadž se nechá naň poloměr právě šestkráte vnésti. V tom případě jsou všecky trojúhelníky, jaké vzniknou spojením vrcholů se středem, rovnostranné.

(XII. cvičení v rýsování. Provedou se v kruhu: pravidelný troj-, čtyr-, pěti-, šesti-, sedmi- a osmiúhelník.)

Část pátá.

O měřických tvarech v prostoru.

Již na počátku bylo vytčeno, že tělesem rozumíme prostor omezený na všech stranách. Měřickým tělesem zvláště rozumíme prostor *určitě* omezený.

V prvním případě postačí i meze zcela nepravidelné, jako při nějakém kameni, jenž má ohraničení neurčité, kdežto druhý případ vymahá plochy vytvořené dle určitého zákona, tedy známé, ať jsou již rovné neb křivé. Takovéto omezení shledáváme na hranolech, jehlancích, na kuli a jinde.

Dříve, než k pozorování těles měřických přikročíme, stanovíme hlavní znaky rozličných ploch, jakými jsou omezena.

a) O vlastnostech rovin.

Nejdůležitější vlastností rovin jest, že se v nich nechá vésti každým směrem přímka; tak můžeme vésti na rovině tabule libovolným směrem přímky, nikoli však na ploše válcové neb kulové.

Z toho jde, že musí přímka spadnouti po celé své délce s rovinou, má-li s ní dva body společné.

Jako mezi přímkami, pokud nejsou určitě omezeny, není jiného rozdílu, než tento, že mohou míti rozličnou polohu; podobně mezi rovinami žádného jiného podstatného rozdílu není. Mluvíce tedy o rozličných rovinách, míníme tím jen rozličné položení, jaké může rovina zaujímati. V této přímce rozeznáváme roviny *vodorovné, svislé* a *šikmé*. (Podejte příklady ke všem těmto rovinám na stavení.)

Jako má přímka ve všech svých částech stejnou polohu a směr, tak zase má rovina ve všech svých částech stejné položení; jestiť každá část vodorovné roviny vodorovná, svislé svislá, šikmé stejně nakloněná.

Jako můžeme přímku na obě strany libovolně prodloužiti, tak zase rovina se může na všecky strany svým směrem rozkládati; že však se měřictví jen s omezenými tvary zabývá, budeme tuto jen o rovinách určité velikosti jednati.

Dvě roviny mohou býti buď rovnoběžné neb nerovnoběžné, v kterémžto druhém případě by se protaly, kdybychom je dostatečně prodloužili; průsek dvou rovin jest vždy *přímka;* tato slove *průsečnice*. Průsečnice dvou ploch na tělese slove *hranou* tělesa. Tam, kde se v jediném bodu nejméně tři roviny setkávají, protínajíce se, vznikne *roh* či tělesný *úhel*. (Žáci určí hrany i rohy tabule školní.)

(Rovina = die *Ebene*, plocha = die *Fläche*, průsečnice = die *Durchschnittslinie*, hrana = die *Kante*, tělesný roh = die *Körperecke*, tělesný úhel = der *Körperwinkel*.)

b) Kdy jest poloha roviny určena.

Daným bodem v prostoru může nesčíslné množtví rovin rozmanitě nakloněných procházeti. Jediný bod nestačí tedy určiti polohu roviny.

Stanovíme-li v prostoru dva body neb, což jest totéž, nějakou přímku, jíž má rovina procházeti, nebude tato ještě nijak co do polohy určena, poněvadž se nechá rovina kolem přímky jako kolem nějaké osy otáčeti. Přímkou se nestanoví tedy určitě poloha roviny.

Kdybychom však určili mimo dané dva body třetí, aby jím rovina procházela, vyhoví tomuto úkolu jen jediná rovina; kdežto se prvé mohla okolo přímky dané otáčeti, může nyní jen jedinou polohu zaujati, totiž tu, kde pojme současně třetí bod.

Třemi body, které neleží v jediném směru, je tedy rovina dostatečně určena. Že můžeme dva body přímkou spojiti, bude rovina určena též *přímkou a mimo ni ležícím bodem.*

Poněvadž můžeme dále dva a dva body spojiti přímkama, jež se protínají, bude *rovina též dvěma se protínajícíma přímkama určena.*

Posléze vyhovují témuž účelu *dvě rovnoběžky.*

V praktickém životě všech těchto rozličných způsobů určení neb zabezpečení polohy rovin se užívá; tak podpíráme nízká sedadla třemi nohami; mnohé desky neb prkna otáčejí se kolem hřídelíka (jenž zastupuje přímku) na stěně nahoru neb dolů a opírají se pak jedinou nohou (v jediném mimo přímku točnou ležícím bodu). Podobně se kladou prkna, rovinu lešení tvořící, na trámce buď rovnoběžné neb se sbíhající (přímky rovnoběžné neb se protínající).

c) O křivinách pravidelných.

Křivinou pravidelnou rozumíme takovou křivou plochu, která jest dle určitého zákona vytvořena aneb mu vyhovuje na rozdíl od křivin nepravidelných, jež žádnému zákonu nepodléhají, majíce nahodilý tvar.

Rozeznáváme rozličné druhy křivin pravidelných.

Tak jest vůbec známo, že na křivé jinak ploše válcové dá se vésti množtví přímek, avšak jen určitým směrem, jež jsou vespolek *rovnoběžné* (1).

I na ploše kuželové možno vésti množtví přímek, rovněž jediným směrem; budou totiž procházeti všecky vrcholem či špičkou kužele a tedy se *protínati* (2).

Prkna, na nichž kreslíme, často se zkroutí, načež připouštívají vésti přímky, které nebudou ani rovnoběžné, aniž se budou protínati, poněvadž se minou. O takovýchto přímkách říkáme, že se *křižují* (3).

Posléze jest množtví křivin, na nichž nelze *nijakým směrem* přímku vésti (4).

Křiviny prvního druhu jmenujeme *plochami válcovými*, druhé plochami *kuželovými*, třetí *sborcenými*, a poslední jsou *kulaté.*

Tuto jednáme jen o tělesech omezených rovinami, dále o válcích, kuželích a o kuli.

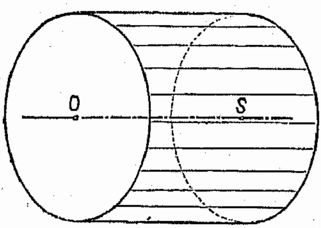
(Plocha válcová = *Zilinderfläche*, kuželová = *Kegelfläche*, sborcená = *windschiefe Fläche.*)

d) O válcích a hranolech, kuželech a jehlancích.

1. Již dříve jsme se zmínili, že se nechá na válci vésti množtví přímek, které jsou vespolek rovnoběžné. Přímek těchto můžeme sobě představiti na oblině válcové takové množtví, že

zúplna pokryjí plochu celou. Všecky tyto přímky budou se dotýkati obou postranních rovin, které válec ukončují do délky a budou zároveň rovnoběžné s přímkou, jižto si představujeme vedenou středem ploch postranních, a kteráž *osou válce* slove.

Znajíce tyto zvláštnosti plochy válcové, můžeme ji snadno vytvořiti přímkou, jsou-li nám dány obě plochy postranní; vedeme tuto rovnoběžně s osou kolem postranních ploch tak, aby se stále jejich obvodu dotýkala.



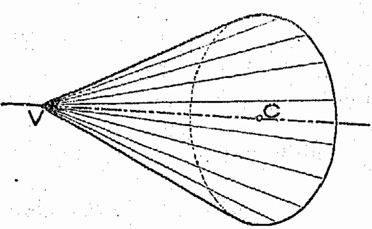
Obr. 68.

V takovém případě jmenujeme přímku *AB*, obr. 68., která oblinu válcovou opsala neb vytvořila, přímkou *tvořící*. Můžeme pak považovati všelikou přímku na oblině válcové za jistou polohu přímkou tvořící.

Odtud může se říci: *Plocha válcová je ta, při které jsou všecky polohy tvořící přímky rovnoběžné s osou* (a tedy také vespolek.)

I plochu kuželovou můžeme si představiti, jakoby byla složena ze samých přímek tvořících, jež se protínají v jejím vrcholu; můžeme tedy říci:

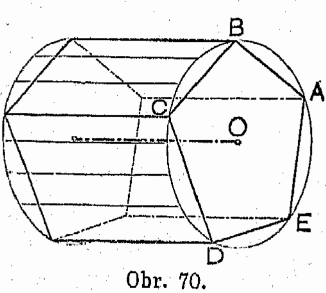
Plocha kuželová je ta, při které se všecky polohy tvořící přímky protínají ve vrcholu s osou.



Obr. 69.

Mohli bychom ji tedy vytvořiti snadno; jeli dána rovina základní (obyčejně kruh) a vrchol, vedeme-li tvořící přímku tak, aby se stále dotýkala obvodu křivky základní, zároveň pak aby procházela vrcholem. (Obr. 69.)

3. Představíme-li si na libovolném válci jen několik poloh tvořící přímky, vždy mezi dvěma pak vedenou rovinu, obdržíme *hranol*. (Obr. 70.)



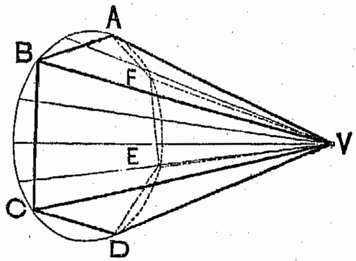
Obr. 70.

Jest patrno, že se budou roviny, jednotlivými polohami tvořící přímky vedené, protínati s postranní rovinou v přímkách *AB*, *BC*, *CD*, *DE* atd.

I hranol jest omezen po koncích, jako válec, dvěma plochama.

4. Stanovíme-li jenom několik poloh tvořící přímky na kuželi a vedeme-li vždy mezi dvěma nejbližšíma rovinu, obdržíme *jehlanec*. Obr. 71.

I zde budou průsečnice s rovinou *původní přímky AB*, *BC*, *CD* atd.



Obr. 71.

Z toho všeho vysvítá veliká podobnost hranolu s válcem a jehlance s kuželem; u válce jsou tvořící přímky rovnoběžné s osou, u hranolu hrany pobočné s jeho osou; u kužele se protínají tvořící přímky s osou a u jehlance pobočné hrany. Válec jest po koncích omezen dvěma plochama, rovněž tak hranol; kužel jest ukončen jedinou plochou, podobně i jehlanec, kdežto po druhém konci oba ve hrot či vrchol vybíhají.

Obě roviny, které omezují válec a hranol po koncích, jmenují se plochami *základními;* podobně slove i rovina, která ukončuje kužel a válec.

Křivina, která se vine kolem válce a kužele, jmenuje se *oblinou* válcovou a kuželovou.

Roviny, které se rozkládají mezi rovnoběžnými hranami hranolu, aneb ty, ježto vycházejí od vrcholu jehlance, slovou roviny *pobočné.*

Podle počtu těchto rovin jmenujeme hranol neb jehlanec tří-, čtyř-, pěti- neb šestiboký, má-li 3, 4, 5 neb 6 pobočných rovin.

(Jaký tvar mívají tužky, dokud jsou neořezané?)

(Plocha základní = die *Grundfläche, Basis;* oblina válcová, kuželová = die *Mantelfläche* des Zilinders, des Kegels; osa = die *Axe.*)

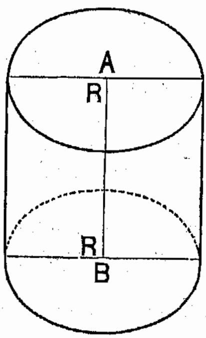
e) O druzích válců a hranolů, kuželů a jehlanců.

Jednajíce o hranole a válci, nemluvili jsme blíže o tom, jaké mají býti roviny základní a jak mají býti nakloněny k ose těchto těles měřických; totéž platí i o jehlancích a kuželech.

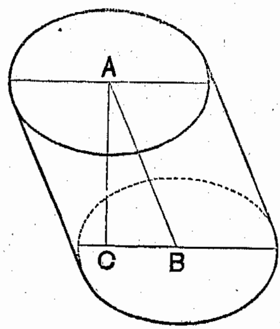
Postavíme-li za znak válce, že jsou všecky polohy tvořící přímky na něm rovnoběžné, bude to platiti i o válcích, které mají plochy základní buď kruhy, buď ellipsy aneb posléze i jiné plochy křivočarné, ať již jsou obě rovnoběžné čili nic. Kdybychom novou oblou tužku jediným *šikmým* řezem uprostřed přeřízli, budou přece i potom obě části pravé válce, třeba měl každý z nich jednu plochu základní kruhovou, druhou pak elliptickou a třeba jsou mimo to plochy tyto nerovnoběžné.

Totéž platí i o kuželové oblině.

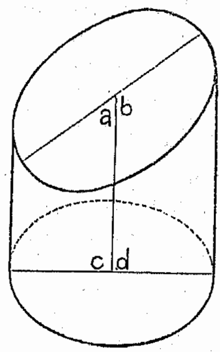
Obyčejně však si představujeme obě základní roviny u válce *rovnoběžné*. Stojí-li mimo to obě na jeho ose kolmo, slove takovýto válec *přímý* (obr. 72.), jinak šikmý (obr. 73.). Jsou však i případy, že jedna plocha základní stojí kolmo, druhá však šikmo na ose; takovýto válec jest šikmo seříznutý (obr. 74.) ($\sphericalangle a < b$; $\sphericalangle c = d$.)



Obr. 72.



Obr. 73.



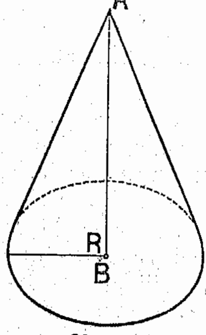
Obr. 74.

Dle toho můžeme říci: Přímý válec je ten, jehož osa stojí kolmo na základní rovině; šikmý, jehož osa jest k této nakloněna.

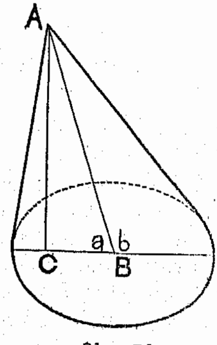
Všecko toto platí i o hranole.

(Jak mohou býti základní plochy hranolu položeny k ose? jaké druhy hranolů tedy rozeznáváme?)

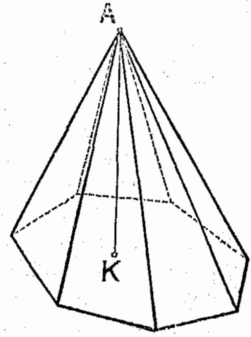
Kužel a jehlanec jsou omezeny jen jedinou plochou základní; i tato může býti položena kolmo neb šikmo k ose. Dle toho rozeznáváme kužely a jehlance *přímé* a *šikmé*. Obr. 75 a 76, 77 a 78.



Obr. 75.



Obr. 76.



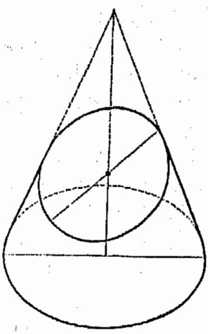
Obr. 77.

Vedeme-li z některého bodu plochy válcové neb hranolové základní na druhou plochu základní kolmici, slove tato *výškou* těchto těles. (Na obr. 72. jest přímka AB, a na obr. 73. přímka AC výškou. Totéž platí o hranole.)

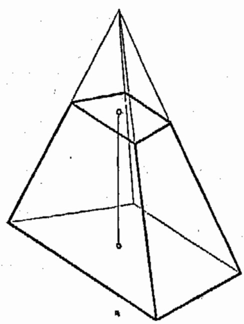
U kuželů a jehlanců obdržíme výšku, vedeme-li s jejich *vrcholu* kolmici na plochu základní. (Obr. 75. přímka AB, obr. 76. AC, obr. 77. AK.)

Při všech tělesech, o nichž jsme zde dosud jednali, jest délka osy mezi základními plochami (u válce a hranolu) aneb mezi vrcholem a plochou základní (u kužele a jehlance) zároveň jejich výškou.

Utneme-li jehlanci a kuželi část blíže vrcholu, zbude nám jehlanec neb kužel *komolý*. Na obraze 78. jest obraz komolého kužele a na obr. 79. komolého jehlance.



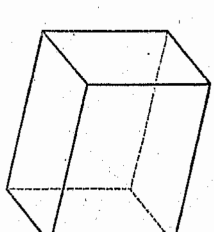
Obr. 78.



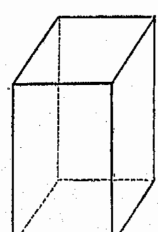
Obr. 79.

Utneme-li vrchol obou těchto těles tak, aby rovina vzniklá byla rovnoběžná s plochou základní, budou si obě plochy podobny; je-li totiž základní plocha kruh neb ellipsa, bude i nová plocha s ní rovnoběžná kruh neb ellipsa, ovšem menšího rozměru. Totéž platí i o jehlanci, jenom že se zde vyskytne obrazec přímočarný.

Hranoly čtyrboké, přímé i šikmé, ježto jsou po koncích omezeny plochami rovnoběžnými, jmenujeme *rovnoběžnostěny* vůbec, hranoly přímé pak zvláště se jmenují *rovnoběžnostěny pravoúhelné*, poněvadž jsou všecky jejich pobočné plochy obdélníky. Obrazec 80. představuje dle toho rovnoběžnostěn, a 81. rovnoběžnostěn pravoúhelný.



Obr. 80.



Obr. 81.

Nalezají se mezi školním nábytkem aneb jeho částmi nějaké rovnoběžnostěny? Jaké?

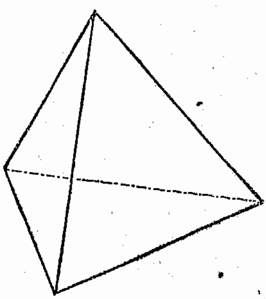
(Válec, hranol, kužel, jehlanec přímý = der *gerade* Zilinder, etc.; komolý = der *abgestutzte;* vrchol jehlance neb kužele = der *Scheitel*; výška = die *Höhe;* rovnoběžnostěn = *Parallelopiped.*)

f) Tělesa pravidelná.

Tělesa, která jsou omezena samými pravidelnými a vespolek shodnými obrazci, slovou *pravidelná.*

Poněvadž mají pravidelné obrazce všecky strany rovně dlouhé, budou se i všecky *hrany* těles pravidelných sobě rovnati.

Rozeznáváme patero těles pravidelných, a sice:



Obr. 82.

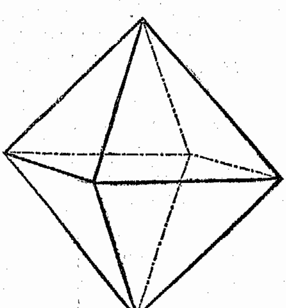
1. *Čtyřstěn*, jenž jest omezen *čtyřmi* rovnostrannými trojúhelníky tak, že se stýkají vždy *tři plochy v jednom rohu.* (Obrazec 82.)

Kolik nalézáme hran a vrcholů na čtyřstěnu? Čím se liší od tříbokého, přímého jehlance?

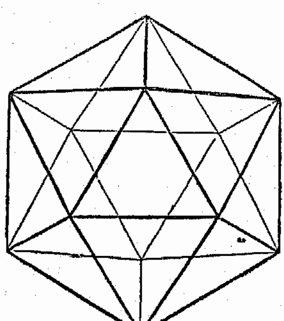
2. *Osmistěn* jest omezen *osmi rovnostrannými* trojúhelníky, z nichž vždy *čtyři činí roh.* (Obrazec 83.)

Kolik hran a rohů nalézáme na osmistěnu?

3. *Dvacítistěn* jest omezen *dvaceti rovnostrannými* trojúhelníky, z nichž vždy *pět činí roh.* (Obr. 84.)



Obr. 83.



Obr. 84.

Při dvacetistěnu shledáváme 12 rohů a 30 hran.

Sledujíce počet ploch, které v pravidelných tělesech, dosud jmenovaných, tvořily vždy roh, shledáme, že jsou u čtyřstěnu vždy *tři*, u osmistěnu *čtyři*, u dvacítistěnu pak *pět*. Dal by se i ze šesti rovnostranných trojúhelníků složiti roh? Proč?

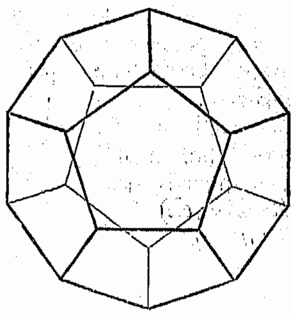
Proč se může sbíhati u jehlance šesti- a vícebokého šest neb více trojúhelníků v jediném rohu?

4. *Šestistěn* neb *krychle* či *kostka* jest omezena *šesti čtverci*, z nichž se vždy *tři v rohu* sbíhají. Kolik má hran a rohů?

Lze jej vřaditi mezi rovnoběžnostěny a mezi jaké?

Jest možno složiti tělesný roh ze čtyř ploch čtvercových? Můžeme tedy sestrojiti ještě jiná tělesa *pravidelná* ze čtverců mimo krychli?

5. *Dvanáctistěn* (obr. 85.) jest omezen *dvanácti* pravidelnými *pětiúhelníky*, z nichžto se vždy tři v rohu stýkají; tyto tvoří dvacet rohů; hran jest 30.



Obr. 85.

Lze sestaviti tělesný roh ze čtyř pravidelných pětiúhelníků? je tedy možno ještě jiné těleso z pravidelných pětiúhelníků?

Dá se sestrojiti roh z pravidelných šestiúhelníků? Proč?

(Tělesa pravidelná = *regelmässige, reguläre Körper*, nepravidelná = *unregelmässig, irregulär*; čtyřstěn = *Vierflächner, Tetraeder*; osmistěn: *Achtflächner, Oktaeder*; dvacítistěn = *Zwanzigflächner, Ikosaeder*; krychle = *Sechsflächner, Würfel, Kubus, Hexaeder*; dvanáctistěn = *Zwölfflächner, Dodekaeder*.)

j) O tělesech kulatých.

Tělesa, která jsou omezena jedinou nepřetržitou křivinou, slovou *kulatá* na rozdíl od oblých.

Sem náleží především tělesa *kulovitá*, kteráž se tvarem svým blíží *kuli*; dále *elliptická*, která mají tvar koule buď jen v jednom směru zploštěné, jako shledáváme u čočky, aneb ze dvou stran zploštěné, jako u valounů; posléze tělesa tvaru *vejčitého*.

Nejdůležitější ze všech těchto těles jest *koule*, jež jest bez odporu nejpravidelnější těleso vůbec a mezi kulatými tělesy zvláště.

Na plochách kulatých těles nelze žádným směrem vésti přímku.

Kulová plocha má do sebe zvláštnosť tu, že každá její čásť jest od *středu* koule rovně vzdálena. Tato vzdálenosť povrchu od středu jmenuje se *poloměrem koule.*

Prodloužíme-li poloměr koule za střed až k protější straně povrchu, obdržíme *průměr koule.*

Odtud jde, že prochází průměr koule vždy středem jejím.

Každého průměru koule můžeme užiti jako osy, okolo které se nechá koule otáčeti; v takovém případě slovou konce průměru *póly*.

Jest známo, že prořízne-li se koule jakoukoli rovinou, má řez tvar kruhu, který bude tím věčí, čím blíže středu byl řez veden. Největčí kruh tedy obdržíme, prořízneme-li kouli středem; v tom případě bude se poloměr nalezeného kruhu rovnati poloměru koule, tato pak se rozpadne na dvě rovné polovice, *polokoule.*

Jaké kružnice bývají vyrýsovány na globech? Jak bychom musili zeměkouli proříznouti, abychom je obdrželi?

(Koule = die *Kugel*, pól = der *Pol*, polokoule = die *Halbkugel.*)

Čásť šestá.

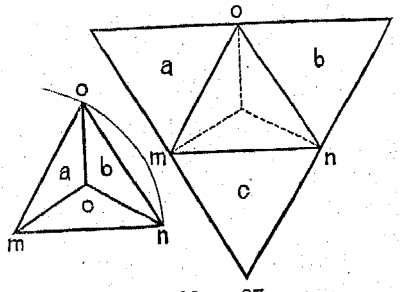
O sítích těles.

Souhrn všech ploch, jimiž jest těleso omezeno, jmenujeme jeho *povrchem*, prostoru tímto povrchem vymezenou jeho *tělesným obsahem.*

Představujeme-li si všecky plochy povrchu nějakého tělesa rozložené do roviny tak, aby se dle možnosti mnoho ploch ve společných stranách dotýkalo, obdržíme *síť tělesa.*

Díváme-li se s hůry na čtyřstěn, obdržíme asi takovýto obraz: (viz obr. 86.)

Myslíme-li si, že se nechají plochy *a*, *b*, *c* od sebe rozhrnouti a až do roviny okolo hran *mn*, *no* a *om* otočiti, obdržíme



Obr. 86. a 87.

síť, jak ji obrazec 87. představuje. Všecky čtyři rovnostranné trojúhelníky utvoří pak dohromady jediný větší rovnostranný trojúhelník, jehož strana se rovná dvojnásobné hraně čtyřstěnu.

Z toho jde, že lze síť čtyřstěnu snadno sestrojiti z rovnostranného trojúhelníka, jehož strana se rovná dvojnásobné délce hrany, jestliže všecky strany rozpůlíme a půlící body spojíme. Každá síť musí býti tak sestrojena, aby se nechala dokonale ve tvar tělesa složiti.

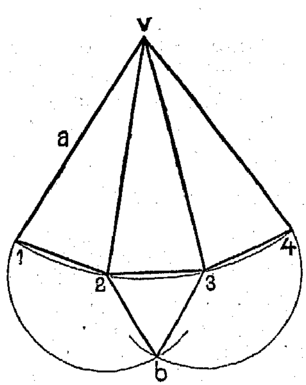
My budeme tuto sestavovati jen sítě těles přímých, jejichž pobočné plochy jsou obrazce shodné a sítě těles pravidelných.

a) Síť jehlance a kužele.

Povrch jehlance rozkládáme obyčejně tak, že jej v jedné pobočné hraně rozevřeme, všecky pobočné roviny pak kolem společného vrcholu rozložíme, při čemž bude základní plocha souviseti na jedné své straně s jedním z trojúhelníků.

Předpokládajíce jehlanec přímý a shodnými pobočnými trojúhelníky omezený, obdržíme síť jeho takto:

Z bodu v (obr. 88.) popíšeme délkou hrany a oblouk libovolné délky; od bodu 1 vneseme tolik rovných dílů, jež se rovnají délkou straně půdice, kolik má míti jehlanec pobočných ploch. Je-li tříboký, jako v našem případě, obdržíme délky 1—2, 2—3, 3—4.



Obr. 88.

Všecky tyto body spojíme s vrcholem v a také dva a dva sousední.

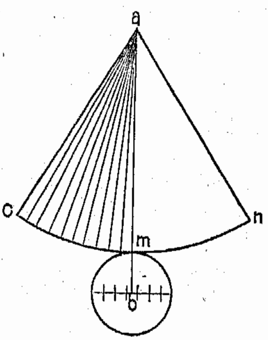
Chybí ještě plocha základní. Tato bude míti za strany délky 1—2, 2—3, 3—4; potřebujeme tedy jen na některé ze stran jmenovaných sestrojiti rovnostranný trojúhelník 23 b.

Kdyby měl býti jehlanec při týchž podmínkách čtyř-, pěti-, šesti- neb mnohoboký, musili bychom nanésti čtyři, pět, šest neb mnoho rovných dílů na oblouk, při čemž by se sestrojil za plochu základní pravidelný čtyř-, pěti-, šesti- neb mnohoúhelník.

(Žáci přinesou za úkol síť přímého čtyřbokého jehlance s pravidelnou základní plochou.)

Při mnohobokých jehlancích nemůže se vzíti za stranu základní plochy, která se při konstrukci sítě na oblouk vnáší, libovolná délka; nesmí se totiž obvod této plochy základní nikdy rovnati délce obvodu kruhového, na nějž se strany vnášejí, aniž snad býti věčí. (Proč?)

Kdybychom sestrojili síť mnohobokého jehlance s tak velkým počtem pobočných ploch, žeby základní rovina přešla v kruh, obdržíme síť *kužele*. Z toho jde, že oblina kužele, když ji rozložíme, promění se ve výseč kruhu, jehož oblouk se bude rovnati svou délkou obvodu základního kruhu.



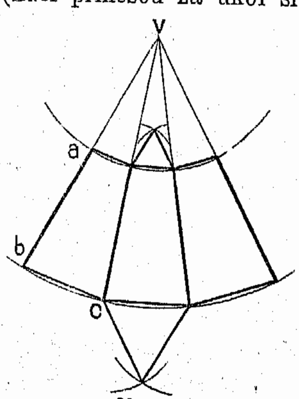
Obr. 89.

Chceme-li tedy sestrojiti síť kužele, jehož tvořící přímka má délku *am*, a jehož základní plocha má poloměr *bm*, vedeme přímku *ab*, na niž vneseme tvořící přímku *am* a poloměr *bm*, načež popíšeme z bodu *a* oblouk *cmn* a z bodu *b* kruh, jenž se bude v *m* oblouku dotýkati. Leží na snadě, že se musí oblouk délkou svojí rovnati obvodu kruhu; rozdělíme-li tedy průměr kruhu na 7 rovných dílů, musí se jich na oblouk *cmn* vnésti 22. (Obr. 89.)

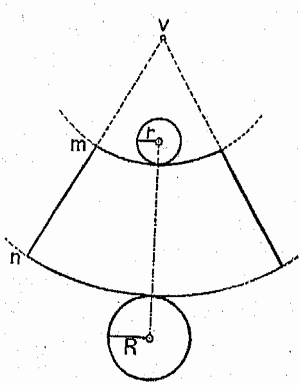
Skomolíme-li oba tvary, jejichž sítě jsme seznali, rovnoběžně se základní rovinou, obdržíme jako sítě nové obrazce 90. a 91.

Jak lze tyto sítě nejrychleji zrobiti?

(Žáci přinesou za úkol sítě kužele a jehlance komolého.)



Obr. 90.

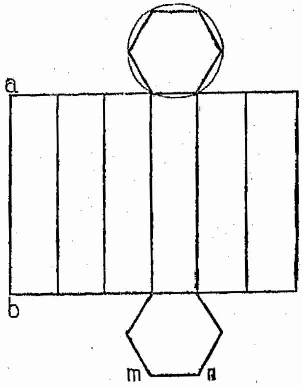


Obr. 91.

b) Síť hranolu a válce.

Při hranole přímém, jenž má základní roviny rovnoběžné, shledáváme, že jsou jeho pobočné roviny samé obdélníky, jež mají délku hran pobočných a za šířku jednotlivé strany ploch základních, s nimiž tvoří hrany.

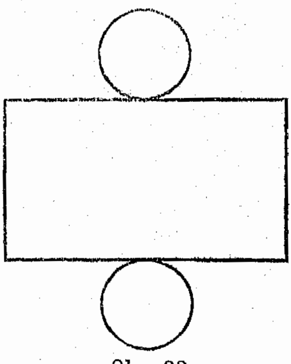
Jsou-li základní roviny mimo to obrazce pravidelné, obdržíme snadno sítě, vyrýsujeme-li vedlé sebe tolik shodných obdélníků, kolik má základní plocha stran, na každém konci pak po jedné ploše základní. Dle toho by byla síť přímého šestibokého hranolu, jenž má délku *ab* a jehož plocha základní má strany zdélí *mn*, jak ji na obraze 92. shledáváme.



Obr. 92.

Jak by se rýsovala síť krychle? Jak pětibokého hranolu?

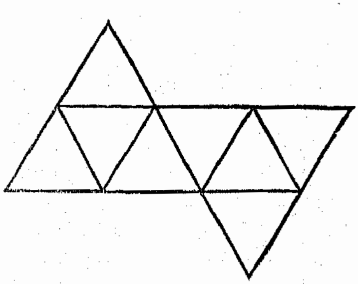
Kdyby přímý náš hranol byl tak mnohými pobočnými obdélníky omezen, že by jejich strany, které k půdici přiléhají, utvořily kruh, obdržíme pojem, jak by bylo lze zrobiti síť válce. Z toho jde, že by se oblina válcová rozvinula v obdélník, jehož jedna strana se rovná délce válce, druhá pak obvodu kruhu základního. Obrazec 93. představuje síť válce.


Obr. 93.

(Žáci provedou sítě hranolu pětibokého a válce.)

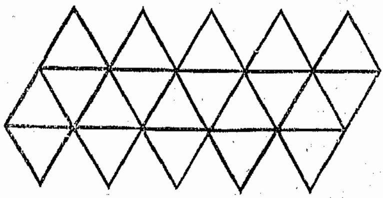
c) Síť osmistěnu, dvacetistěnu a dvanáctistěnu.

Nejvýhodnější *síť osmistěnu* shledáváme na obrazci 94., jenž se skládá ze samých rovnostranných trojúhelníků. Jsou to dvě sítě čtyřstěnu, jež jednou stranou souvisí a také se tak rýsují. Obrazec 95. předvádí síť dvacetistěnu.

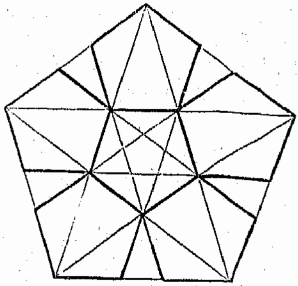

Obr. 94.

Síť dvanáctistěnu možno provésti nejsnadněji následujícím spůsobem:

Poněkud věčí kruh (obr. 96.) rozdělíme na pět rovných dílů, jež vespolek spojíme, čímž obdržíme pravidelný pětiúhelník *abcde*.



Obr. 95.



Obr. 96.

Vedeme-li v něm všecky úhlopříčny, vznikne uvnitř rovněž pravidelný, avšak malý pětiúhelník; i v tomto vedeme na novo přísně a ostrou tužkou všecky úhlopříčny, jež na obou stranách prodloužíme až ke stranám pětiúhelníka původního. Tím vznikne nových pět pravidelných pětiúhelníků, které jsou s prostředním shodné. Tento celek tvoří polovici dvanáctistěnu.

Jakkoliv se obyčejně druhá polovice k této tak sestrojuje, aby měly jednu stranu pětiúhelníka malého společnou, přece jest radno i druhou polovici provésti o sobě, poněvadž jinak snadno chyba se vloudí, jež nepřipouští ani tenkráte složení tvaru, když byla i sebe menší.

(Žáci přinesou za úkol sítě v této odstávce *c* sjednané.)

Část sedmá.

O přípravách ku kreslení a k rýsování.

Žáci seznámí se s papírem kreslicím, vlastnostmi rozličných jeho druhů a s napínaním jeho, při čemž se na ukázku před jejich očima jeden arch napne. Viz článeček na straně 59. o napínaní papíru. Nejlépe jest objednati prkna veskrz stejná a to velikosti 13″ × 17″, kteráž pro první i druhou třídu postačí. I papír by měli míti žáci co možná stejný, který se formátem k velikosti prkna hodí. Spisovatel užívá papíru takto upraveného: velikosť 15" × 11" (aneb 39½ cm × 29 cm); na tomto vytištěn jest rámec, ke kterému se papír pokreslený uřízne, velikosti 14" × 10" (aneb 37 cm × 26⅓ cm), posléze druhý vnitřní rámec, který ohraničuje výkres, v rozměrech 13" × 9" (aneb 34 cm × 24 cm). Dole nalezá se mezi oběma rámci měřidlo palcové i francouzké, jichž se tak zhusta potřebuje. Užívaní palcových pravídek aneb podobných měřidel jest velmi nevýhodné, poněvadž jich mnozí žáci doma zapomínají, pročež jsou nuceni jeden od druhého si je dlužiti, což k mnohým nepříjemnostem zavdává podnět, nemluvíc ani o jiných svízelích. Bylo by dobře, kdyby se učitelstvo v první třídě, neshledá-li tuto úpravu za dosti výhodnou, sneslo na jiné, jež by se potom veskrz zavedla, tak abychom měli na všech školách stejný papír, stejný tisk, zkrátka stejný materiál kreslicí. O výhodě tohoto zřízení netřeba šířiti slov.

Pokud se prken týče, tu jest pozorovati, jak toto náčiní každoročně v cenách stoupá, co do jakosti však se horší. Kdybychom se společně obrátili k některé továrně, bude nám za tak drahý peníz vyráběti aspoň prkna dobrá, jež by se ani nebortila, aniž by lišty krajní spadávaly. Také bychom dostávali pro chudé žáky snadno i papíry i prkna nádavkem, když by se společně, ve velkém množství a přímo z továrny objednávalo.

I rýsovadla nejnovější jsou namnoze tak chatrná, že takovým náčiním žáci nic dobrého provésti nemohou, na drahé rýsovadlo pak peněz nemají. I tu by se snad vyplatilo vyhledati továrnu samu, aby chudým žákům dostalo se nádavku.

Trojúhelníky naše všeho druhu, mimo kovové a z tvrzeného kaučuku, za nic nestojí; neboť se i nejdražší druhy v krátce tak zprohýbají, že jsou všecky tři úhly menší, než se sluší, strany pak tvoří oblouky dovnitř. Nejlepší byly by trojúhelníky ze zvláště k tomu účeli připravované, tvrzené lepenky.

Když se bylo o všem náčiní kreselném a rýsovacím promluvilo, jest dobře napiati jeden arch papíru ve škole před žáky, aby se záhy přiučili tomu, čeho v jiných okolnostech často ani technikové řádně nedovedou, jestliže se jim věc zevrubně neukázala. Pro žáky, kteříž buď privatně studují aneb nebyli přítomni, když papír na ukázku se napínal, stůjž následující stručný popis.

Napínaní papíru. Chceme-li na papíře kresliti neb rýsovati, musí se napiati na kreslicí desku.

Jest vůbec známo, že papír na *některých místech* (tedy částečně) navlhčený, se *varhaní,* což přichází odtud, že vlhkosť vnikla do vnitř papíru, čímž *narostl* čili nabyl, aneb jinak řečeno, plochy navlhčené staly se věčími a nemají tudyž více dostatku místa, jsou-li obklopena papírem suchým, následkem čehož se bortí.

Promočíme-li *celý* papír dostatečně a co možná na všech místech rovně a necháme-li jej 15 až 30 minut na čistém místě ležeti, zvěčí se papír na všech místech rovnou měrou, a není tudyž žádné příčiny více, aby se tvořily na něm vlny. Této vlastnosti se právě při napínaní užívá; papír na *jedné straně* čistou houbou dobře provlhčený nechá se svrchu naznačený čas ležeti a častěji se *vymačkanou* houbou v této době přetře, aby všude rovnou měrou vodu přijal.

Kdybychom nechali takto provlhčený papír uschnouti, srazil by se opět na svou prvotní velikosť, mnohdy by se i dokonce sešel více, než na míru původní.

Chceme-li jej však co možná nejvíce napiati, musíme jej, pokud jest vlhký, po krajích na prkno či kreslicí desku *přilepiti*.

K tomu konci prohlédneme prkno, aby na něm *ani prášku* nebylo, podobně i papír na vlhké straně, načež jej touto položíme pozorně na desku tak, aby jeho okraje běžely co možná rovnoběžně s kraji jejími.

Přilepení děje se hlavně dvojím spůsobem: buď se papír na okrajích asi na *třetinu palce* zšíří namaže *hustým* roztokem *arabské gumy* a se přilepí, aneb se to stane pomocí *pásek napínacích*.

První spůsob jest velmi nesnadný, poněvadž se guma arabská na vlhkém papíře snadno roztéká a tak se papír často přilepí dále od kraje, kdežto na rozličných místech ani nechytne; mimo to se varhaní okraje vysychajícího již papíru na novo, byvše gumou navlhčeny. V tomto případě může býti papír skoro tak velký, jako prkno.

Mnohem jistější jest napínaní páskami, které se buď hotové kupují neb si je můžeme sami zrobiti, jestliže namažeme jeden neb více archů papíru *hustou* gumou arabskou, a když dokonale uschl, jej rozřežeme *podle pravídka* na pásky asi 7 neb 8 čárek široké, co možná dlouhé.

Chceme-li páskami napínati, musí býti papír před máčením na všech krajích *nejméně o půl palce* užší než prkno, aby nechal dostatečnou mezeru, když naroste, k přilepení pásky.

Při napínaní páskami máčíme papír jako bylo již dříve uvedeno; když jest na prkně rozestřen, počnou se pásky nalepovati.

K tomu konci odměří se dle *delší* strany papíru páska, odtrhne a *navlhčí* se na gumované straně *houbou* dostatečně, avšak ne přílišně, vodou. Není-li páska všude dosti vlhká, musíme sušší místa *ihned* podruhé přetříti, poněvadž by se později rozpuštěný lep mohl snadno na některých místech smyti.

Pásku takto provlhčenou necháme krátkou dobu ležeti, aby se všechen lep rozpustil, načež ji rychle přilepíme na některou delší stranu papíru tak, aby věčina (až i dvě třetiny šířky) přišla na prkno, menšina pak na papír, poněvadž pásky lépe chytají na papír a více k němu lnou než k prknu. Nalepená páska ihned nehtem aneb jinou hladkou plochou dobře se přihladí na papír i na prkno.

Nato se odměří nová délka pásky a opakuje se totéž se stranou papíru *protější;* když jest i tato přilepena, následují po sobě strany úzké.

Lepení musí jíti před se velmi rychle, aby papír mezi prací vysycháním se nesrážel.

Jest-li papír přilepen, položí se prkno stranou, aby *zvolna* uschl; nikdy se nemá dáti prkno k horkým místům (na příklad ke kamnům), poněvadž se papír nerovně ohřívá a snadno se buď odtrhne aneb se dokonce i roztrhne, prkno pak se brzo *sbortí,* čímž se stává nadobro nepotřebným.

Kdo se dle tohoto předpisu zachová, shledá v hodině papír krásně napiatý, třeba ještě ani docela nevyschl.

Mnozí žáci napínávají papír raději několika kousky pásků než v *rozích;* takové napětí jest nejisté. V tomto případě jest nutno i středy okrajů přilepiti.

Dokud papír *dostatečně* suchý není, nesmí se na něm pracovati, poněvadž se do něho tužka zaryje, a pryž jej hned rozedře.

Zbývá ještě promluviti o *tužkách* a *pryži.*

Tužky ku kreslení od ruky nemají býti ani příliš měkké, ani příliš tvrdé; nemají býti tak hrubé, aby snad při práci jednou se mazaly, ješto podruhé škrabou.

Špatná tužka se vždy proplatí, i kdyby byla sebe lacinější, poněvadž se brzy rozřeže a často se musí i odhoditi; mimo to obdržíme výkres neúhledný, a nezřídka jen za příčinou špatné tužky papír se zkazí.

Velmi vhodné jsou tužky Hardtmuthovy i Fabrovy s jedním neb dvěma *F* a to ku kreslení; k rýsování jsou nejvýhodnější tytéž tužky, avšak se dvěma *H.*

K stinování obrazců se hodí nejlépe *olejové tužky* (Oelkreidestifte) a to černé od *Hardtmutha;* žádná jiná firma tak dobrých nevyrábí. Tyto se vyznamenávají jednostejnou tvrdostí a tudyž vždy stejně pouštívají, mimo to pak takovou krásnou černí, že žádný jiný materiál se jí nevyrovná. *Krátkou tužkou se špatně kreslí, zejména křivé čáry.*

Lehké rysy tužkou lze nejlépe odstraniti měkkou *houskou*, bílou neb černou; leckdy se také brává k tomu chleba, k čemuž za žádné okolnosti raditi se nemůže, poněvadž snadno na papír se přilepí a potom nejde nijak dolů, leda že jej odmočíme aneb odtrháme.

Olejové tužky pouštějí jen houskou.

Nejlepší pryž jest *černá*, jaké užívají nyní v továrnách k neprůdušnému spojování dutých částí strojů, poněvadž papír málo dře, špínu i tužku dobře bere a k papíru nelne, jako původní zcela černé pružce, jakýchž se nyní již málo užívá.

Pryže světlé, pískem jiskřící, ku kreslení se nehodí, poněvadž vesměs papír drou. Olejovou tužku každá pryž *rozmaže*. Nejlépe jest pracovati vždy co možná v lehkých rysech, aby se papír rozedříti nemusil.

Seznavše náčiní kreselné, přistoupíme již ku kreslení. V následujících obrazcích jsou udána cvičení přímo- i křivočárná v měřidle zmenšeném, jež se provádí na tabuli ve velkém, žáci pak je napodobují v malém. Kde se užívá sítí ke křivkám, jest nejvýhodněji bráti vzdálenosť čar půl palce. Vzdálenosť se nanáší od středu papíru nahoru a dolů, v pravo a v levo kružidlem, čáry pak se vedou (při *sítích* pro křivé čáry) pravídkem; když výkres naposledy tužkou se vytahuje, vynechají se sítě.

Všecka cvičení zde uvedená jsou mnohokráte již vyzkoušená a osvědčila se, že vedou k cíli. Tatáž cvičení vyšla též tiskem v „Pražském kreslíři“ v sešitě 9., 10., atd. ve velkosti *téměř* takové, jak se na žácích požaduje. Takovéto předložky laciné (10 listů v sešitu stojí než 10 krejcarů) jsou velmi výhodným rádcem žákům slabším a těm, kteří náhodou některé hodiny zanedbali.

1. Cvičení.

Žáci kreslí od oka několik řad teček dle prvního obrazu této knihy *na kreslicí papír* asi po *dvou palcích* od sebe vzdálené, *vedlé sebe* a *pod sebe*; body tyto *nemají ležeti v přímkách.* Když jest papír tečkami pokryt, teprvé *potom* počnou se tečky spojovati *rovnými čarami*, s počátku bledě avšak vždy *v jediném tahu.* Když některá čára se vydařila, vytahne se pak silněji, zřetelněji.

Pravídka aneb složeného papíru se nesmí užívati.

2. Cvičení.

Kružidlem rozpůlí se všecky strany vnitřního rámce, a půlícími body vede se dle pravídka přímka vodorovná a svislá; kde se protínají, je střed celého obrazu.

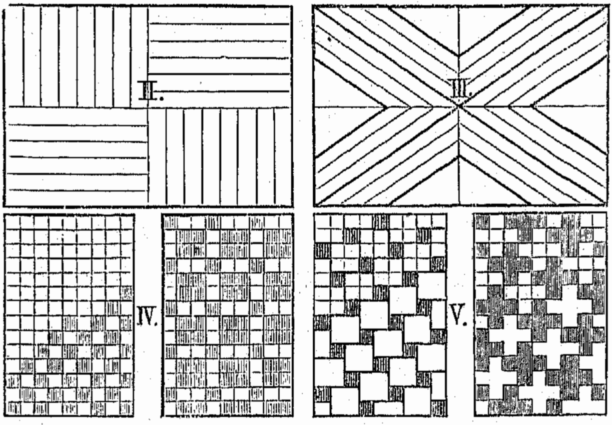
Nato udělá se rovněž kružidlem a pravídkem nový rámec, *celkem* 7 palců vysoký a 10 palců dlouhý.

Stálým dělením *od oka* (čar vodorovných na samé půlky, svislých napřed na půlky, každou pak na tři rovné díly) a spojením dělících bodů *volnou rukou* obdržíme obrazec II.

3. Cvičení.

Udělá se rámec týmž spůsobem, jako předešle; všecky strany dělí se od oka na 6 rovných dílů, načež se spojí opět volnou rukou tak, jak obrazec III. ukazuje.

Čáry, které jsou na tomto obraze tlustší, vytahnou se rovněž silněji.



4. Cvičení.

Rámec předešlý; uprostřed vynechá se mezera svislá palec široká, čímž povstanou dva rámce menší. Od rohů rámců vnese se na kratší stranu půl palce devětkrát, na delší pak 14kráte.

Nato spojí se *vždy ob jeden díl* dva a dva body pravídkem, jak obraz IV. ukazuje; co vybývá, spojí se *volnou rukou od oka.* Posléze se vyčárkují obě sítě celé, jak obrazec ukazuje, svislými čarami, které mají býti co možná přímé, rovně tlusté a všude rovně od sebe vzdálené.

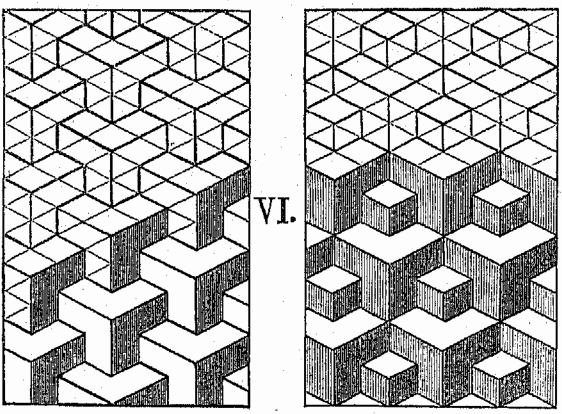
5. Cvičení.

Udělají se dva rámce, jako předešle, s toutéž sítí; když se dosti silnými čarami na obrazci V. znázorněné vykládaní naznačilo, vyčárkují se jednotlivá pole a to ona na levé straně hustými a tlustými, pravá pak hustými, však tenkými čarami.

6. Cvičení.

Udělají se opět dva rámce, jako předešlé, a vnesou se na ně tytéž dílce, jež se pak spojí zase ob jeden pravídkem, jak na obraze VI. shledáváme, ostatek sítě se posléze doplní od ruky.

Když se provedly všecky rysy vzorků zde předvedených, počne se pozorně stinovati, a to tak, aby byl mezi plochami bledšími i temnými značný rozdíl.



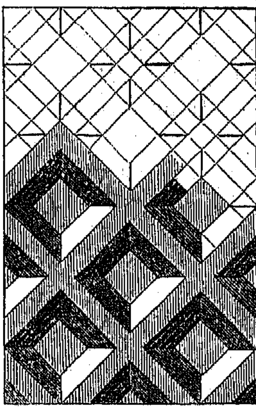
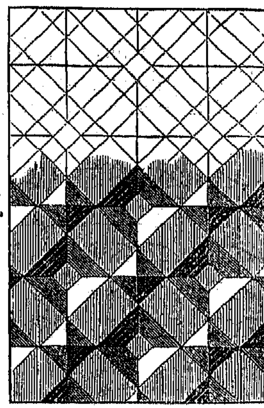
VI.

7. Cvičení.

Rámce i rozdělení jako předešle, spojování částečně pravídkem, jako dříve avšak směrem, jak jest naznačen na obraze VII. Při stinování slušno bedlivě k tomu hleděti, aby nejtemnější stíny se skládaly *z čar nejtlustších a nejhustších,* bledší z hustých čar avšak *tenších,* nejbledší pak aby se označily tenkými čarami, poněkud řidčeji rozloženými.

Začátečníkům velice prospěje, počnou-li se stíny nejtemnějšími.

Když jest výkres celý hotov, nechť jím točí žáci zvolna před sebou tak, aby k nim byl obrácen vždy jinou stranou, při čemž shledají zajímavé změny ve vypuklinách a dutinách. Které?


VII.


8.—14. Cvičení.

Toto, jakož i všecka následující cvičení křivočarná provedou se v sítích. Rámec se sestrojí jako při cvičeních dosavadních, jenom že zůstane celistvým, tak že bude míti 20 dílů (po půl palci) délky a 14 dílů výšky. *Síť udělá se celá pomocí pravídka,* jednak proto, aby byla co nejpravidelnější, jednak zase, aby se práce nezdržela.

Všecky oblouky mají se provésti co možná vždy jediným tahem avšak co nejbleději; co chybného, nevymaže se ihned, nýbrž potud se tatáž křivka provádí, až se některá vydaří, *načež se silněji vytáhne,* a všecky chybné se vymaží.

Nemožno dosti varovati žáky před zcela chybným tečkováním křivek, kterýmž se nijakého výsledku nedocílí, spíše ruka zakrní; podobně nebudiž dovoleno žákům vésti napřed *přímky pomocné,* přes kteréž oblouky provádívají, poněvadž i tento způsob práce nevede k žádnému zdárnému účinku.

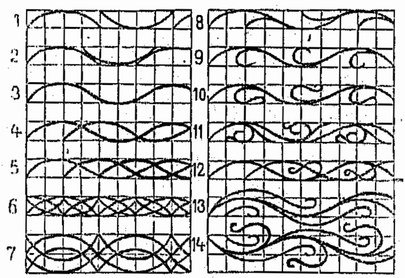
Při kreslení křivek může jen přímka tečná sloužiti ku prospěchu, — každá jiná více škodí nežli přinese užitek.

Posléze budiž vzato k vědomosti, že se má každé na obrazcích předvedené cvičení provésti po celé délce papíru.

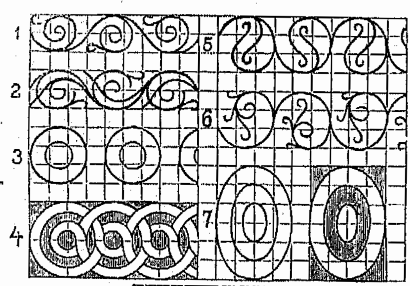
Když je cvičení celé hotovo, vymaže se mříž nadobro, načež se posléze jen křivky vytáhnou.

15. a 16. Cvičením

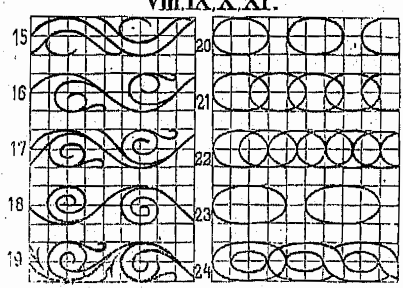
končí se tato cvičení křivočarná. Sítě jdou již od palce k palci. Žáci nejlépe ukáží, jak dalece pokročili; neboť dlouhé křivky symmetricky rozložené jsou dosti nesnadné.

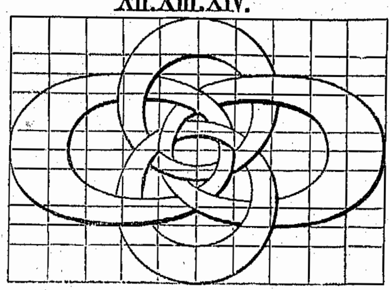


VIII.IX.X.XI.

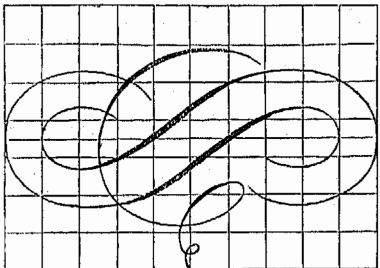


XII.XIII.XIV.

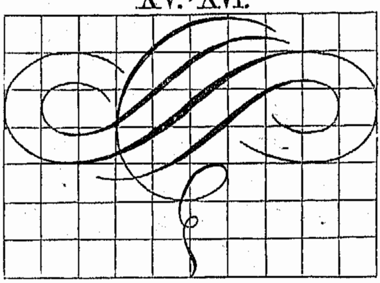




Další kreslení obírá se s tvary listů; k tomu konci může se užiti buď sešitu 13. „Pražského kreslíře,“ jenž osm základních tvarů listů ornamentalních předvádí, aneb Schreiberova díla „Blattformen.“ V obou případech se kreslí, jako dosud, vše napřed na tabuli, načež žáci hotové listy pokládají napřed jednou ze tří základních barev, totiž červenou (karmínem), žlutou (gummiguttou) neb modrou (pruskou modří), později pak kreslí listy v jakémsi poli, nejvíce kulatém; k tomu konci jest nejlépe napřed položiti list i půdu jedinou ze jmenovaných barev, načež se buď toutéž barvou nebo barvou doplňující položí než půda, aby



XV. XVI.



žáci seznali účinky barev. Nikdy však není radno malovati list barvou sekundární a půdu barvou primární, leda že by se vzala sekundární velmi bledá u porovnání s temnou půdou.

(Ostatně hodlá spisovatel vydati rozsáhlejší nauku o barvách a jejich harmonii, kdež bude mnoztví rozličných vhodných cvičení i pro třídu první.)

OBSAH.

Stránka.

Část prvá.

O tvarech v ploše a jejich obrazech.

Část druhá.

O čarách křivých.

Stránka

Část třetí.

O obrazcích vůbec.

Část čtvrtá.

O shodnosti obrazců vůbec a trojúhelníků zvlášť.

Část pátá.

O měřických tvarech v prostoru.

Část šestá.

O sítích těles.

Část sedmá.

Cvičení v kreslení.

…SPOLEK V JIČÍNĚ

Nákladem kněhkupectví **Theodora Mourka** v **Praze** vyšly následující školní knihy:

Dra Richarda Baltzera

ZÁKLADOVÉ MATHEMATIKY.

Ze čtvrtého opraveného vydání
přeložil
Martin Pokorný,
professor při obecním gymn. reál. v Praze.
Díl I. Prostá arithmetika, obecná arithmetika, algebra.
Cena 2 zl.

PSYCHOLOGIE PRO ŠKOLU.

Sepsal
Dr. Josef Durdík.
Cena 1 zl. 20 kr.

Církevní dějiny.

PRO VYŠŠÍ GYMNASIA A REÁLKY SESTAVIL
JAN DROZD,
učitel náboženství na obecném gymnasiu reálném v Praze.
Cena 1 zl. 20 kr.

Dra F. S. KODYMA

ÚVOD DO ŽIVLOVĚDY.

K potřebě nižších škol i k domácímu poučení.
Druhé vydání se 60 vyobrazeními. Cena 80 kr.

Mluvnice česká

PRO NIŽŠÍ TŘÍDY STŘEDNÍCH ŠKOL.
Sepsal
Dr. M. Kovář.
Cena 1 zl.

MLUVNICE NĚMECKÁ

PRO PRVNÍ TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL.
Sepsal **Dr. M. Kovář.**
Cena 80 kr.

Metrické míry a váhy.

Pro školy a ku všeobecnému upotřebení
sepsal
JOSEF LOŠTÁK,
professor při učitelském ústavě v Olomouci.
Cena 12 kr.

Čítanka pro vyšší třídy národních škol.

Sepsal
J. L. Mašek,
učitel na školách Smíchovských.
Cena 50 kr.

Cvičení mluvnická a pravopisná
obsahující 186 úloh
pro žáky druhé a třetí třídy obecních a hlavních škol.
Od **Františka Tesaře.**
Cena 30 kr.

Latinská cvičebná kniha
pro I. gymnasialní třídu.
Sestavil
FR. OT. NOVOTNÝ,
c. k. professor na akademickém gymnasiu v Praze.
Cena 70 kr.

Tatáž pro II. gymnasialní třídu.
Cena 1 zl. 36 kr.

ČESKÁ MLUVNICE
pro 3., 4. a 5. třídu obecných a občanských škol.
Od **JANA V. POKLOPA.**
Cena 30 kr.

Všeobecný dějepis.
Pro mládež škol obecných a občanských upravil
Josef Růžička,
řídicí učitel školy v Zbraslavicích.
Díl I. Starý věk. — Cena 60 kr.

Zeměpisná čítanka
pro obecné občanské průmyslové a dívčí školy.
Sepsal **Josef Štumpf.**
Cena 36 kr.

NAUKA
o domácím hospodářství pro školu a dům.
Sepsal JOSEF ŠTUMPF.
Cena 76 kr.

Mluvnice latinská
PRO VŠECKY TŘÍDY GYMNASIÁLNÍ.
Sepsal **Václav Vojáček.**
Cena 2 zl.

Soustava desetinná v míře a váze.
Sestavil
prof. V. D. Bíba.
Velká závěsná tabule, cena složené v deskách 1 zl., napnuté na plátně 2 zl.