POČETNÍ KNIHA

pro

NIŽŠÍ GYMNASIUM.

Sestavil

JOSEF SMOLÍK,

č. profesor mathematiky na vyšší reálce v Pardubicích, dopis. člen kr. české společnosti náuk v Praze.

I. díl.

Pro 1. a 2. třídu.

Třetí, opravené vydání.

V PRAZE.

Nákladem kněhkupectví: I. L. Kober.

1868.

Stručné názvosloví.

Činitel = Faktor, č. společný = gemeinschaftlicher F.
Čitatel = Zähler.
Číslice (cifra) = Ziffer, jedno-, dvou-, tří- . . . . . ciferný = ein-, zwei- drei- . . . . ziffrig.
Číslo = Zahl, č. všeobecné = allgemeine Z., č. zvláštní = besondere Z., č. určité = bestimmte Z., č. neurčité = unbestimmte Z., č. známé = bekannte Z., č. neznámé = unbekannte Z., č. pojmenované = benannte Z, č. bezejmenné, nepojmenované = unbenannte Z., čísla stejnojmenná = gleichnamige Zahlen, č. rozdílno- (různo-) jmenná = ungleichnamige Z., č. stejnorodá = gleichartige Z., č. prostá = absolute Z., prvočísla na prosto = absolute Primzahlen, prvočísla vespolek = relative Primzahlen, č. jednoduché = einfache Z., č. složité = zusammengesetzte Z., č. sudé = gerade Z., č. liché = ungerade Z., č. smíšené = gemischte Z., smíšené číslo v obyčejný zlomek uvesti = eine gemischte Zahl auf gewöhnlichen Bruch bringen, číslo čísti, vysloviti = eine Zahl aussprechen.
Číslovati (čísla čísti a psáti) = numeriren.
Dělenec = Dividend.
Dělení = Division, d. počástné, částečné = theilweise D.
Dělitel = Divisor, Theiler, společný d. = gemeinschaftlicher Th.
Děliti = dividiren, theilen, děliti na dvé, na tré . . . . = in (auf) zwei, drei.... Theile theilen, 8 : 2 = 4, t. j. osm děleno dvěma nebo dvě do osmi rovná se čtyřem.
Dělitelnost (čísel) = Theilbarkeit (der Zahlen).
Dělitelný = theilbar, na př. číslo (to neb ono) jest na 3, 4, 5 . . . . (rovných částek) dělitelné = eine durch 3, 4, 5 . . . . theilbare Zahl; dělitelné číslo na prosto = eine Zahl ohne Rest theilbar.
Dvojčlen = Binom.
Jakost' = Qualität.
Jednička = Einheit, j. zlomková = Brucheinheit.
Jednočlen = Monom.
Jednotky = Einer, jednotky tisíců (tisícové) = Einheiten der Tausende, jednotky milionův (milionové) = Einheiten der Millionen a t. d.
Jmenovatel = Nenner, společný jmen. = gemeinschaftlicher N., jmenovatele (zlomek) zbaviti = einen Bruch vom N. befreien.
Hodnota = Werth, h. jmenovitá = Nominalwerth; h. místná = Werth der

Ziffernstelle, Stellenwerth, h. číselná = numerischer, arithmetischer W.
h. podoby = Werth der Figur.
Měna = Curs, m. směnečná = Wechselcurs, m. peněžná = Geldcurs.
Menšenec = Minuend.
Menšitel = Subtrahend.
Mincovný ráz (mincovné číslo) = Münzfuss.
Míra = Mass, m. délky = Längenmass, m. krychlená (kostková) = Cubik
Mass, m. plošná = Flächenmass, m. úhelná = Winkelmass.
Místo desetinné = Decimalstelle.
Mnohočlen = Polynom.
Mnohosť = Vielheit.
Násobek = das Vielfache, nejmenší n. společný = das kleinste gemeinschaft
liche V.
Násobenec = Multiplicand.
Násobení = Multiplication.
Nasobicí tabulka (násobilka) = Das Einmaleins.
Násobitel = Multiplicator.
Násobiti (vésti do . . . .) = multipliciren, na př. $5 \times 4 = 20$, 5 násoben
čtyřmi, nebo pět vedeno do čtyř rovná se dvaceti, nebo 5krát 4 jest 20
(z)dvojnásobiti, (z)trojnásobiti, (z)čtvernásobiti a t. d. = mit 2, 3, 4 . . .
multipliciren.
Několiký díl = aliquoter Theil.
Občíslí = Periode, občíslí o jedné, dvou, třech . . . . cifrách, nebo jedno
dvou-, tří- . . . . ciferné = einziffrige, zweiziffrige, dreiziffrige . . .
Periode.
Odčítání (odjímání) = Subtraktion.
Odčítati (odjímati) = subtrahiren, na př. $6 - 5 = 1$, t. j. od šesti odečtěno pě
rovná se jedné.
Počet = Anzahl, Rechnung, p. setinný, procentový = Procentrechnung.
Podíl = Quotient, p. jen naznačený = angezeigter Q., p. skutečný = wirkli
cher Q., p. částečný = Theil-Q.
Poměr = Verhältniss, p. arithmetický, počtářský = arithmetisches V., p. ge
ometrický, měřický = geometrisches V., p. přímý = directes V., p. obrá
cený = inverses, umgekehrtes V., p. vzestupný = steigendes V., p. se
stupný = fallendes V., v přímém poměru býti = direct proportional sein
v obráceném poměru býti = verkehrt proportional sein.
Proměňovatel (měnitel) = Verwandler.
Prvočlen (první člen poměru) = Vordersatz (eines Verhältnisses).
Rovnati se = gleich sein, na př. $4 + 5 = 9$, t. j. čtyři a pět se rovná devíti
$10 - 3 = 7$, t. j. deset méně tři rovná se sedmi.
Rovný (roven) = gleich, vespolek rovné . . . = unter einander gleiche . .
jednakému rovné veličiny jsou i sobě rovny, nebo dvě veličiny jsouc
o sobě rovny veličině třetí, jsou si rovny = zwei Grössen, die einer un
derselben dritten Grösse gleich sind, sind auch unter einander gleich.
Sčítanec = Addend, Summand.
Sčítání = Addition.
Sčítati = addiren, summiren.
Součet (suma, úhrn) = Summe, součet hlavní = Hauptsumme, součet částečn
= Theilsumme.
Součin = Product, součin úplný = Hauptproduct, součin částečný = Theil
product.
Souhlasný = gleichlautend, übereinstimmend.
Soustava = System, s. dekadická (desetinná) = das dekadische System, s
dvanáctinná = das dodekadische System.
Srovnalosť (úměrnosť) = Proportion, s. spojitá = stättige P., s. rozpojitá =
discrete P.
Srovnalý (úměrný) = proportional, proportionirt.
Stříž = Schrot, stříž a zrno = Schrot und Korn.

Tečka (kropka) desetinná = Decimalpunkt.
Trojčlen = Trinom.
Udavatel (vykladatel) poměru = Exponent eines Verhältnisses.
Úroky ze sta (setiny) = Procente, na př. mnoho-li ze sta? = wie viel Procent? po kolika setinách? po koliku ze sta? = zu wie viel Procent?
Vteročlen (poměru) = Nachsatz (eines Verhältnisses).
Výsledek = Resultat.
Zbytek (rozdíl) = Rest, Differenz, na př. 9:4, t. j. devět děleno čtyřmi zůstaví 1 co zbytek; 5=9—4, t. j. pět jest rozdíl mezi devíti a čtyřmi.
Zlomek (počet lomený, číslo lomené) =Bruch, z. vlastní (na př. $^3/_4$) =eigentlicher B., z. nevlastní (na př. $^8/_8$) = uneigentlicher B., z. obyčejný = gewöhnlicher B., z. pravý = echter B., z. nepravý = unechter B., z. jednoduchý = einfacher B., z. složitý = zusammengesetzter B., z. desetinný = Decimalb., z. desetinný konečný (ukončený) = endlicher Decimalb, z. desetinný neukončený (nekonečný) = unendlicher, endloser Decimalb., z. desetinný občíselný = periodischer Decimalb., z. desetinný prostě (na prosto) občíslný = rein periodischer Decimalb., z. desetinný smíšeně občíslný = unrein periodischer Decimalb., z. spořádati, zříditi = einen B. einrichten.

Úvod.

§. 1.

Každá věc sama o sobě nazývá se jednička (jednice), na př. jedna, zlatý, krejcar, rok, měsíc a t. d. Jedničky jsou buď stejného buď rozličného druhu, na př. zlatý a zlatý, korec a korec, den a den . . . nebo loket a krejcar, libra a rok a t. d. Soubor stejných jedniček jmenujeme číslo. Zakládá-li se toto na jedničce pojmenované říkáme mu číslo pojmenované, na př. pět krejcarů, osm týdnů, deset liber a j., je-li však základní jeho jednička bez jmena — bezejmenné, na př. pět, osm, deset a t. d. Každé bezejmené číslo možná dle potřeby pojmenovati.

Skládá-li se číslo ze dvou neb z více jedniček vícejmenných, nazývá se číslo vícejmenné, na př. tři zlaté a osm krejcarů; dva setnýře, deset liber a tři loty; sedm roků, čtyři měsíce a devět dní a t. d., má-li však základní jeho jednička jediného jména — jednojmenné, na př. pět zlatých, devět liber, šest měsíců a t. d.

Čísla (nechť pojmenovaná nechť bezejmenná) nazýváme stejnorodá, zakládají-li se na téže jedničce, na př. tři zlaté a dva zlaté, čtyři libry a devět liber, pět hodin a osm hodin . . . ., dvě a sedm, šest set a devět set, jeden tisíc a tři tisíce a t. d. Nemají-li však čísla téže základní jedničky, jmenují se různorodá, na př. tři zlaté a dvě libry, čtyři měsíce a šest setnýřů, osm set a pět tisíc a t. d. Mimo to činíme rozdílu mezi čísly *celými* t. j. takovými, jež se zakládají na *celých* jedničkách a *čísly lomenými* č. *zlomky*, jichž základ jest *několiký* dí kterés jedničky. Na př. osm (základ jedna), sedm zlatých (zákl jeden zlatý), pět roků (zákl. rok) atd. jsou čísla celá, a pětina (pátý díl jakés jedničky), třetina zlatého (třetí díl zl.), tři sedminy týdnu atd. jsou zlomky.

§. 2.

Z čísel známých jiné číslo neznámé rozličnými pravidelným proměnami určiti, nazýváme *počítati*, a náuku, která nás pravidlům učí, jakými se takové neznámé číslo určuje, — *umění početní* nebo *arithmetiku*.

Ze známých čísel možná neznámé určiti buď *přidáváním* nebo *ubíráním*. Přidáváme-li číslo k číslu — *sečítáme* (addujeme), odebíráme-li číslo od čísla — *odčítáme* (subtrahujeme).

Jsou-li čísla, která se sečítati mají, sobě úplně rovna, t. j. je-li v každém z nich tentýž počet stejných jedniček, může se sečítání státi *násobením* (multiplikací); a máme-li odčítati více sobě rovných čísel od jediného anebo udati, kolikrát číslo jakési v jiném obsaženo jest, může se to státi dělením (odnásobením, divisí).

Rozeznáváme takto čtyři hlavní druhy početné, totiž: *sečítání* (addici), *odčítání* (subtrakci), *násobení* (multiplikaci) a *dělení* (divisi).

Číslo, určené pomocí známých čísel, nazýváme *výsledek*.

Částka první.

Počítání bezejmennými čísly.

I. Číslování.

1. Soustava dekadická.

§. 3.

Čísla jedna, dvě až do devíti mají svá zvláštní znaménka, číslice (cifry) zvaná, totiž 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. K těmto se přidává desáté znaménko 0 (nicka), které samo o sobě ničehož neplatí, nýbrž k jiným číslicím se klade a tu buď pouze místo vyplňuje, nebo hodnotu jejich znásobuje.

Uvedenými číslicemi mohli bychom pouze devět čísel naznačiti, aby se však i do vyšších čísel počítati, a tato napsati mohla, zavedena jest soustava dekadická, jejímž základem jest číslo deset. Tato soustava záleží v tom, že se jednička (1) přidá k samé sobě a pak se přidává postoupně ke každému takto o jednu zvětšenému číslu, až se dostane číslo deset. Toto se považuje za jedničku vyššího druhu čili prvního řádu, k této přidává se opět po jedničce (1) a klade se vždy na místě desíti takových jedniček jednička prvního řádu (desítka), až se dojde k číslu, které se skládá z desíti desítek čili k stu. Sto se považuje za jedničku řádu druhého a přidává se k němu opět po jedné jedničce (1), takových deset proměňuje se vždy v desítku a deset desítek v sto, až se napočítá deset set čili tisíc, jemuž říkáme jednička řádu třetího. Takto se pokračuje dále a sloučí se vždy deset jedniček řádu předcházejícího v jedničku řádu nejblíže vyššího (tedy dále do deset tisíc, deset deset-tisíc č. sto tisíc, deset sto tisíc č. milion atd.). Tím se dostane řada číslic, kterou vždy ještě rozšířiti můžeme a proto jí nekonečná říkáme. V takové řadě přicházejí tedy jedničky (řádu nultého) — jednotky, jedničky řádu prvního — desítky, jedničky řádu druhého — sta, řádu třetího — tisíce, řádu čtvrtého — deset-tisíce, řádu pátého — statisíce, řádu šestého — miliony. Po milionech jdou jedničky ještě vyššího druhu a sice po pořadě deset milionů, sto milionů, tisíc milionů, deset tisíc milionů, sto tisíc milionů, bilion; deset bilionů, sto bilionů atd. až trilion, jemuž se opět předkládá „deset“, „sto“, „tisíc“ atd., až se přijde ke kvadrilionu, kvinkvilionu atd. do nekonečna.

Aby se též každé číslo uvedenými prvé devíti číslicemi napsati mohlo, kladou se tyto vedle sebe, tak že hodnotu každé určuje místo, na kterém stojí, a sice platí každá číslice od pravé ruky k levé desetkrát více nežli by platila na místě předcházejícím. Dle toho klademe na první místo (v pravo) jednotky, na druhé (k levé) desítky, na třetí sta, na čtvrté jednotky tisícové, na páté desítky tisícové, na šesté sta tisícová, na sedmé jednotky milionové atd. Jak se podle vlastního způsobu každé číslo píše a napsané vypovídá (čte), učí nás zvláštní pravidlo, jemuž říkáme číslování (čtění a psaní čísel).

§. 4.

Poněvadž dle soustavy dekadické hodnotu číslice určuje místo, na kterém stojí, má každá číslice hodnotu dvojí, a sice neproměnlivou hodnotu podoby a proměnlivou hodnotu místnou. Tak na př. znamená 2 vždy a všude dvě jedničky (tedy nikdy tři, pět atd.), avšak místo, na kterém stojí, udává blíže, jsou-li tyto 2 jedničky jednotky (je-li 2 na místě prvním), desítky (je-li na místě druhém), sta (je-li na místě třetím) atd.

Abychom napsané číslo vyslovili, považme nejprvé, že se od pravé ruky k levé ustavičně opakují jednotky, desítky, sta; jednotky, desítky, sta atd., a za tou příčinou rozdělme napsané číslo pro snadnější přehled

1. od pravé k levé na třídy o třech číslicích, položme za první třídou bod (.), za druhou čárku (,), za třetí bod, za čtvrtou dvě čárky, za pátou bod, za šestou tři čárky atd. a pamatujme si, že každý bod znamená tisíc, čárka milion, dvě čárky bilion, tři čárky trilion atd. Mimo to se
2. místo vyplněné nickou nevysloví, a
3. vyslovovati se počne u nejvyšší třídy, která může býti i jedno- nebo dvouciferná; nejprvé se vysloví hodnota podoby a pak hodnota místná každé číslice. Na př. se rozdělí číslo

60507046 takto: 60,507.046

a vysloví: šedesát milionů, pět set sedm tisíc, čtyřicet šest. Nebo číslo

7.543,210.682

se vysloví: sedm tisíc pět set čtyřicet tři miliony, dvě stě deset tisíc, šest set osmdesát dvě.

Jak se číslo vyslovuje, tak se píše. Hlavní zřetel se při tom beře na třídu nejvyšší (nejprvé vyslovenou), z jejížto jedniček (nejvyšších) počet všech ostatních číslic udati lze. Každé místo, jež se pojmenuje, vyplní se patřičnou číslicí, nepojmenovaná místa však nickami, na př.: Dvacet šest tisíc, pět se napíše 26.005; tři miliony dva tisíce deset se napíše 3,002.010 atd.

Poznamenání 1. Dlužno činiti rozdíl mezi „dvě" a „dvojka", „tři" a „trojka" atd.; neboť dvě znamená vždy dvě jedničky (kteréhokoliv řádu), dvojka však jest znaménko dvou jedniček atd.

Poznamenání 2. Uvedené číslice přinesly se z Indie do Arabie a odtuď do Europy počátkem 13. století, za kterouž příčinou jim říkáme arabské. Že hodnota číslic těch od pravé ruky k levé roste, jest následek způsobu východních národů, kteří takto píšou a čtou.

2. Římská znaménka čísel.

§. 5.

Mimo arabské užívá se u nás posud číslic římských, které se pouze vedle sebe kladou, a se ani dle soustavy dekadické ani dle jiné neřídí.

Římských číslic jest sedm, totiž:

I,	V,	X,	L,	C,	IↃ nebo D,	CIↃ nebo M.
1,	5,	10,	50,	100,	500,	1000.

Hodnota těchto vedle sebe kladených číslic jest následující:

a) Je-li jich několik stejných pohromadě, sečtou se jednotlivě, na př. II znamená 2,
XXX „ 30,
CC „ 200 a t. d.

b) Je-li menší číslice po větší, přidá se k hodnotě první hodnota druhé na př. VI znamená 6,
XI „ 11,
LX „ 60 a t. d.

c) Je-li menší číslice (obyčejně I nebo X) před větší, odebeře se od hodnoty druhé hodnota první, na př.
IV znamená 4,
IX „ 9,
XL „ 40,
XC „ 90 a t. d.

Cvičení.

Pro zběhlosť u čtění římských číslic vyjadřete obyčejnými číslicemi následující: XII, IXX, IL, DCCXII, DCCXC, MCIX, MCCXIX, MCCCVIII, MDXC, MDCCCLXI, a napište římskými číslicemi tyto. 54, 89, 119, 494, 876, 1275, 1348, 1783, 1860, 1867.

§. 6.

Každé číslo pro sebe nazývá se jednočlen (monom), na př. 4, 8, a j.

Jsou-li dva jednočleny znaménkem + (plus, více) anebo — (minus, méně) spojeny, jmenují se dvoučlen (binom), na př. 10 + 6, 20 + 4, 30 — 5, 40 — 9 a j.

Jsou-li tři jednočleny buď znaménkem + neb — spojeny, jmenují se tříčlen (trinom), na př. 100 + 40 + 3, 200 + 80 — 9 a j., jsou-li čtyři takto spojeny — čtyřčlen (quadrinom), a je-li jich více podobně spojených — mnohočlen (polynom), na př. 20.000 + 5.000 + 400 + 20 — 3 a j.

Má-li se dvou-, tří-, čtyř- neb mnohočlen sečítati, odčítati, násobiti neb děliti, musí se vždy závorkou opatřiti, na znamení, že se naznačené počítání na každé v závorce obsažené číslo vztahuje; na př. mělo-li by se 40 + 3 odečísti od čísla jiného, musilo by se to naznačiti — (40 + 3), t. j. i 40 i 3 musíme odečísti; mělo-li by se 10 + 6 násobiti 2ma, tu se musí naznačiti (10 + 6) × 2, t. j. musíme i 10 i 6 násobiti 2ma; taktéž (80 + 4) : 4 znamená, že se má i 80 i 4 děliti 4mi a t. d.

II. Sečítání čísel bezejmenných.

§. 7.

Ze dvou neb více daných čísel stejnorodých (§ 1.) určiti jiné číslo, které by se všem daným spoluvzatým rovnalo, nazýváme sečítati. Každé číslo dané jmenuje se sčítanec (addend), a číslo všem daným rovné — součet (suma).

Znaménko sečítání jest + a klade se mezi sčítance, jsou-li tito vedle sebe, za posledním se pak klade znaménko rovnosti = (t. j. rovná se); jsou-li však sčítanci pod sebou, neužívá se žádného znaménka pod posledního se vede přímka (——————).

U sečítání platí následující pravidla:

1. Sečítati možná jen čísla stejnorodá, tedy jednotky a jednotky, desítky a desítky a t. d., na př. 4 + 5 = 9, 10 + 20 = 30, 13 + 21 = 34 atd.

Poznamenání. V příkladech těchto míníme vždy na př. 4 jednotky a 5 jednotek, nikoliv však čtyřku a pětku, neboť čtyřka a pětka nedá se dohromady sečísti, an nedají ani dvě čtyřky ani dvě pětky; taktéž na příklad: pětka a desítka nedají ani 2 pětky ani 2 desítky, nýbrž pětku a desítku; řekneme-li však 15, tu rozvedli jsme už pětku na pět a desítku na deset jedniček.

2. Čísla nestejnorodá (různorodá) nemohou se sečítati, nýbrž kladou se pouze dle dekadické soustavy vedle sebe, na př. 10 + 3 = 13 t. j. tři na deset (třináct),

$20 + 5 = 25$ t. j. pět a dvacet neb dvacet pět,
$100 + 40 + 4 = 144$, t. j. sto čtyřicet čtyři atd.

3. Dá-li součet jednotek více nežli 9, musejí se desítky k stejnorodým, totiž k desítkám, připočísti; dá-li součet desítek opět více nežli 9, musejí se sta k stům připočísti atd., na př.

$$\begin{array}{r} 3145 \\ 8200 \\ 328 \\ 1850 \\ \hline 13523. \end{array}$$

4. Každé číslo se rovná samému sobě, na př. $8 = 8$, $4 = 4$, $10 = 10$ atd. Každé číslo (mimo 1) dá se rozvesti ve dva neb více sčítanců, kteří i mezi sebou rozliční býti mohou, na př.

$\left.\begin{array}{l} 8 = 6 + 2, \\ 8 = 5 + 3, \end{array}\right\}$ poněvadž se $8 = 8$, tedy se i $6 + 2 = 5 + 3$; nebo

$\left.\begin{array}{l} 12 = 3 + 4 + 5, \\ 12 = 1 + 8 + 3, \end{array}\right\}$ poněvadž se $12 = 12$, bude se i $3 + 4 + 5 = 1 + 8 + 3$.

Tato samozřejmá zásada vyjádřuje se slovy takto: Dvě čísla, jsouce o sobě rovna číslu třetímu, jsou vespolek rovna.

5. Každý součet jest větší (což se znamená $>$) nežli sčítanec, aneb každý sčítanec jest menší (což se znamená $<$) nežli součet, na př. $9 = 5 + 4$, protož jest $9 > 5$, a $4 < 9$.

6. Rovné s rovným sečteno, aneb rovné k rovnému dává rovné, na př.

$$\begin{array}{l} 6 = 6 \\ 3 = 3, \text{ tedy} \\ \hline 6 + 3 = 6 + 3, \text{ t. j. } 9 = 9; \end{array} \qquad \text{nebo:} \qquad \begin{array}{l} 12 = 12 \\ 4 = 4, \text{ tedy} \\ \hline 12 + 4 = 12 + 4, \text{ t. j. } 16 = 16 \text{ a j.} \end{array}$$

Patrno, že totéž platí, přičteme-li k jednomu číslu i více sčítanců, poněvadž každé číslo na více sčítanců rozvesti lze, na př.

$$\begin{array}{r} 15 = 15 \\ 8 = 8 \\ \hline 15 + 8 = 15 + 8; \end{array}$$

avšak $8 = 5 + 3$, tedy bude i $15 + 5 + 3 = 15 + 5 + 3$, nebo $8 = 2 + 4 + 2$, tedy $15 + 2 + 4 + 2 = 15 + 2 + 4 + 2$ atd.

7. Sčítancové, v jakémkoliv pořádku k sobě sečítáni, dávají tentýž oučet, na př.

$20 + 3 + 5 = 3 + 20 + 5 = 5 + 20 + 3$ dají vždy součtem 28; nebo: $10 + 8 + 3 + 2 = 10 + 2 + 8 + 3 = 3 + 2 + 10 + 8$, součet $= 23$; taktéž

$$\begin{array}{r} 8235 \\ 347 \\ 9203 \\ \hline 17785 \end{array} \quad \text{nebo:} \quad \begin{array}{r} 347 \\ 9203 \\ 8235 \\ \hline 17785 \end{array} \quad \text{nebo:} \quad \begin{array}{r} 9203 \\ 8235 \\ 347 \\ \hline 17785 \end{array} \quad \text{vždy tentýž součet} = 17785.$$

Cvičení.

1. Rozveďte následující čísla na dva sčítance: 29, 53, 68, 99, 112, 144, 268, 756, 943, 1285, 1297, 2148, 2984, 3685, 7869, 8746, 9799.

2. Rozveďte tatáž čísla na tři, na čtyři a na pět sčítanců.

3. Rozveďte tatáž čísla na jednotky, desítky, sta a t. d. a pojmenujte je dle §. 6.

4. Sečtěte čtyři, pět a více z uvedených čísel, a přesvědčte se, zdali tytéž, v rozličném pořádku sečtěny byvše, dají tentýž součet.

III. Odčítání čísel bezejmenných.

§. 8.

Ze dvou stejnorodých čísel daných určiti číslo třetí tak, aby přičtěno jsouc k danému číslu menšímu, dalo součtem dané číslo větší, nazýváme odčítati.

Číslo, od kterého se jiné odečísti má, nazýváme menšenec (minuend), číslo, které se od menšence odečítá, menšitel (subtrahend), a číslo třetí, které hledáme, rozdíl nebo zbytek*).

Znaménko odčítání jest —, klademe-li vedle menšence menšitele; klademe-li tyto však pod sebe, neužívá se žádného znaménka. Pravidla při odčítání jsou následující:

1. Odčítati možná jen čísla stejnorodá, tedy jednotky od jednotek, desítky od desítek a t. d.

2. Stejnorodá čísla se odečítají, pakli od menšence odebeřeme menšitele, t. j. od jednotek menšence jednotky menšitele, od desítek menšence desítky menšitele atd. Na př. 8 — 5 = 3, t. j. 5 jednotek odebeřeme od 8 jednotek, po čemž zbydou 3 jednotky; 47—13 = 34, t. j. 3 jednotky od 7 jednotek zbydou 4 jednotky, 1 desítka od 4 desítek zbydou 3 desítky.

Z toho patrno, že zbytek doplňuje menšitele do menšence, tak že jest menšenec součet menšitele a zbytku. Za tou příčinou lze též každé odčítání proměniti v sečítání tím, že se doplní

jednotky menšitele jednotkami zbytku do jednotek menšence
desítky „ desítkami „ „ desítek „ atd.

Na př. 649 t. j. 4 + 5 = 9
214 10 + 30 = 40
435 200 + 400 = 600.

*) Rozdíl se liší od zbytku tím, že zbytek nazýváme ono číslo v odčítání, které skutečně zbyde, odebeřeme-li menšitele od menšence, na př. odebeřeme-li od 8 jedniček 3 jedničky, zbyde 5 jedniček. Rozdíl však jest výsledek porovnání dvou čísel, abychom se dověděli, o kolik jest jedno větší nežli druhé, na př. 9 jest o 3 větší nežli 6, aneb o 6 větší nežli 3.

V praktickém počítání jest způsob tento výhodnější, a poněvadž se bez toho každé místo v rozdílu klade pod stejnorodé, nemusí se při počítání místná hodnota číslice vyslovovati. Tak bychom v uvedeném příkladě

$$\begin{array}{r} 649 \\ \underline{214} \\ 435 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{počítali } 4 + 5 = 9 \\ \qquad\quad\; 1 + 3 = 4 \\ \qquad\quad\; 2 + 4 = 6. \end{array} \right.$$

3. Kdyby číslice na některém místě v menšiteli byla větší nežli číslice na stejnojmenném místě v menšenci, odejme se v tomto od číslice nejblíže vyššího místa jednička, rozvede se na 10 potřebných jedniček nižších, tyto se připočtou k stejnorodým v menšenci a počítá se jako prvé. Na př.

$$\begin{array}{r} 83 \\ \underline{47} \\ 36 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{t. j. 7 do 3 doplniti nelze, proto odejmeme 8 desítkám 1} \\ \text{desítku čili 10 jednotek, přidáme tyto ke 3 jednotkám} \\ \text{a doplníme 7 do 13 6ti, řkouce: 7 a 6 jest 13.} \end{array} \right.$$

Dále řekneme buď 4 a 3 jest 7 nebo desítku zbylou u 13 přidáme k desítkám menšence $4 + 1 = 5$ a doplníme 5 do 8 3mi. Způsob tento jest prospěšnější.

$$\text{Podobně}\quad \begin{array}{r} 754 \\ \underline{389} \\ 365 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{t. j. } \;\; 9 + 5 = 14 \\ 1 + 8 + 6 = 15, \;\; 1 + 3 + 3 = 7. \end{array} \right.$$

4. *Čísla různorodá* nelze *odečísti, leč by se dala na tentýž rod proměniti.* Na př. od 2 desítek nemůžeme odečísti 5 jednotek; leč proměníme-li 2 desítky v 20 jednotek, pak můžeme od 20 jednotek 5 jednotek odečísti, totiž $20 - 5 = 15$ jednotkám.

5. *Rovné od rovného odečtěno dává rovné*, na př. $8 = 8$, odečteme-li od každé 8 na př. 5 bude $8 - 5 = 8 - 5$ čili $3 = 3$; nebo

$$\begin{array}{r} 16 = 16 \\ \underline{-4 \quad -4} \\ 12 = 12. \end{array}$$

6. *Každé číslo lze považovati za rozdíl dvou jiných, z nichž jedno jest zcela libovolné*; na př. $5 = 20 - 15$, $8 = 17 - 9$ atd. Mohlo by se tedy říci: Jak se vyjádří 5 dvěma čísly, z nichž větší jest 20, nebo menší 15? Místo 20 (15) mohlo by se jmenovati kterékoli jiné číslo, neboť se též $5 = 8 - 3 = 16 - 11$ atd.

Cvičení.

1. Jak se vyjádří 9 dvěma čísly, z nichž *větší* jest jedno z následujících: 10, 15, 19, 28, 32, 44, 52, 86, 91, 93, 98, 102, 111, 125, 149, 187, 193, 195?

2. Jak se vyjádří 9 dvěma čísly, z nichž *menší* jest jedno z uvedených (v 1.)?

3. Jak se vyjádří 15 dvěma čísly, z nichž *větší* jest jedno z následujících: 24, 29, 32, 46, 62, 73, 79, 91, 94, 101, 111, 112, 120, 134, 156, 187, 196, 199, 200?

4. Jak se vyjádří 15 dvěma čísly, z nichž menší jest jedno z uvedených? (v 1. a 3.)

5. Jak se vyjádří 66 dvěma čísly, z nichž větší jest jedno z následujících: 183, 195, 201, 249, 281, 360, 483, 561, 564, 691, 711, 777, 800, 912, 1304, 1315?

6. Jak se vyjádří 66 dvěma čísly, z nichž menší jest jedno z uvedených (v 1. 3. 5.)?

Vyvozování ze sečítání a odčítání.

§. 9.

Každý sčítanec se rovná součtu méně (—) druhého sčítance; na př. $8 = 6 + 2$, tedy $6 = 8 - 2$, anebo $2 = 8 - 6$; $18 = 14 + 4$, tedy $14 = 18 - 4$ anebo $4 = 18 - 14$ atd.

Je-li součet a jeden sčítanec znám, možná tedy snadno druhého neznámého sčítance určiti; na př. byl-li by součet 13, a jeden sčítanec 5, musí býti druhý sčítanec 8, poněvadž $5 + 8 = 13$ anebo $13 - 5 = 8$; byl-li by součet 27, jeden sčítanec 15, musí býti druhý sčítanec 12, poněvadž $27 = 15 + 12$ anebo $27 - 15 = 12$ atd.

Na výsledek tentýž možná se tázati: Které číslo doplňuje číslo udané k součtu udanému? Na př. Které číslo doplňuje 12 k 18 (t. j. 12 jednotek k 18 jednotkám)? patrno, že 6 (totiž 6 jednotek), poněvadž $18 = 12 + 6$ anebo $6 = 18 - 12$; které číslo doplňuje 15 k 36? 21, poněvadž $15 + 21 = 36$, anebo $21 = 36 - 15$ atd.

Jinak bychom se mohli též tázati: Jak se vyjádří číslo udané dvěma čísly, z nichž jedno jest to nebo ono? (bez ohledu, je-li větší nebo menší, jako v §. 8.), na př.: Jak se vyjádří 6 dvěma čísly, z nichž jedno by bylo 8? Patrno, že se $6 = 8 - 2$, anebo též $6 = 14 - 8$. Jak se vyjádří 11 dvěma čísly, z nichž jedno jest 16? Patrno, že se $11 = 16 - 5$, anebo $11 = 27 - 16$ atd.

Cvičení.

1. Jak se vyjádří jeden sčítanec součtem a sčítancem druhým u následujících sečítání: $10 = 8 + 2$, $16 = 9 + 7$, $21 = 8 + 13$, $26 = 19 + 7$, $35 = 22 + 13$, $38 = 4 + 34$, $42 = 23 + 19$, $56 = 42 + 14$, $62 = 43 + 19$, $79 = 33 + 46$, $92 = 54 + 38$, $95 = 66 + 29$, $101 = 62 + 39$?

2. Které číslo doplňuje: 9 do 26, 18 do 33, 23 do 66, 32 do 68, 43 do 82, 53 do 92, 61 do 93, 65 do 102, 71 do 115, 75 do 163, 81 do 180, 99 do 201, 108 do 263, 243 do 521?

3. Určete neznámého, písmenkou x naznačeného, sčítance z následujících příkladů: $243 = x + 59$, $685 = x + 67$, $784 = 355 + x$, $835 = 389 + x$, $945 = 286 + x$, $1256 = 1164 + x$, $1345 = 839 + x$, $1835 = 695 + x$, $2365 = 1329 + x$, $3485 = x + 139$, $4867 = x + 1323$, $5003 = x + 97$.

4. Jak se vyjádří:

1.	384	dvěma	čísly,	z	nichž	jedno	jest	4851
2.	564	"	"	"	"	"	"	1002
3.	783	"	"	"	"	"	"	2301
4.	1206	"	"	"	"	"	"	6382
5.	5364	"	"	"	"	"	"	9301
6.	7864	"	"	"	"	"	"	10913
7.	8365	"	"	"	"	"	"	23561
8.	13516	"	"	"	"	"	"	28306
9.	18376	"	"	"	"	"	"	600301
10.	21354	"	"	"	"	"	"	3001019
11.	23425	"	"	"	"	"	"	8973010?

(Na obojí způsob.)

IV. Násobení čísel bezejmenných.

§. 10.

Může se snadno přihoditi, že u sečítání veškeří sčítancové jsou sobě rovni, na př. $4 + 4 + 4$. Pozorujeme-li každou 4 pro sebe, vidíme, že přichází co sčítanec $1 + 1 + 1$ t. j. 3-krát. Počet takových jedniček (1) nám tedy ukazuje, kolikrát jisté číslo (4) samo k sobě připočtěno býti má. V uvedeném příkladě naznačuje tedy 3, že 4 samy k sobě 3-krát připočtěny býti mají. Takové sečítání stejných sčítanců proměněno bylo v kratší druh počítání, který dostal jméno: n á s o b e n í, a znamená se tím, že se jediný takový sčítanec, nazvaný n á s o b e n e c (multiplikand), znaménkem násobení ($\times$ nebo . t. j. krát) spojí s číslem naznačujícím, kolikráte sčítanec ten sám k sobě připočtěn býti má; číslo toto nazývá se n á s o b i t e l (multiplikator), a výsledek násobení: s o u č i n (produkt).

V uvedeném příkladě jest sčítanec, který se stane násobencem 4, a číslo, které naznačuje, kolikráte 4 co sčítanec přichází, t. j. násobitel, jest 3, a 4×3 (4krát 3, 4 vedeny do 3, 4 násobeny 3mi) $= 12$ jest součin.

N á s o b i t i znamená tedy dle uvedeného: s o u č i n t ý m ž e z p ů s o b e m z n á s o b e n c e v y v o d i t i, j a k ý m n á s o b i t e l z j e d n i č k y v y v o d ě n b y l. Násobitel 3 v příkladě 4×3 byl však vyvoděn z jedničky tím, že jsme 1 připočetli k 1, a součet těchto dvou jedniček opět k 1, taktéž musíme, abychom součin určili, násobence 4 připočísti opět k 4, a součet ten opět k 4, což dá 12 — jako prvé.

N á s o b e n e c může býti buď bezejmenný anebo pojmenovaný; jméno jeho jest i jméno s o u č i n u.

N á s o b i t e l ale naznačuje pouze, k o l i k r á t e násobenec sám k sobě připočtěn býti má, pročež nemůže míti nikdy nějakého jména, nýbrž jest na prosto b e z e j m e n n ý, neboť si můžeme sice násobence představiti co sčítance dvakrát, třikrát, čtyřikrát a t. d., ale nikdy dva zlaté-krát, tři libry-krát, čtyři měsíce-krát a t. d.

Násobenec a násobitel jmenují se dohromady činitelé (faktorové), neboť činí, jsouce spolu násobeni, součin. Součin může býti pouze naznačený, na př. 5×6, anebo vyvedený $5 \times 6 = 30$.

Při násobení platí následující pravidla:

1. Činitelé v kterémkolivěk pořádku násobení dávají tentýž součin; na př. $8 \times 4 = 32$ neb $4 \times 8 = 32$. Toto vysvitá z následujícího: Násobitel 4 naznačuje, kolikráte násobenec 8 sám k sobě připočtěn býti má, totiž 4-krát, tedy $8 + 8 + 8 + 8 = 32$. V druhém příkladě jest 8 násobitel, má tedy násobenec 4 8krát sám k sobě připočtěn býti, tedy $4+4+4+4+4+4+4+4=32$.

Totéž platí u tří, čtyř a více činitelů, na př. $4 \times 3 \times 2 = 24$ nebo $2 \times 4 \times 3 = 24$ a t. d. V prvním příkladě možná násobiti $4 \times 3 = 12$, a $12 \times 2 = 24$; v druhém příkladě možná násobiti $2 \times 4 = 8$, a $8 \times 3 = 24$ a t. d. Příčinu toho vizte nahoře a mimo to považte, že se činitelé sice jinak kladou, avšak hodnota jejich že se při tom nemění.

2. Poněvadž se každé číslo rovná samému sobě, mohou se i naznačení součinové rozličných činitelů sobě rovnati, na př. $6 \times 5 \times 3 = 90$ neb $10 \times 3 \times 3 = 90$; poněvadž se $90 = 90$, musejí se (dle §. 7, 4)

$$6 \times 5 \times 3 = 10 \times 3 \times 3\text{; nebo:}$$

$$2 \times 3 \times 8 \times 9 = 432$$

$$4 \times 12 \times 3 \times 3 = 432;$$

poněvadž se $432 = 432$, musejí se i $2 \times 3 \times 8 \times 9 = 4 \times 12 \times 3 \times 3$ atd. Příčina toho se snadně pozná z právě uvedeného. (1)

3. Rovné rovným násobeno dává rovné, na př. $8 = 8$, tedy i $8 \times 2 = 8 \times 2$, t. j. $16 = 16$; $5 = 5$, tedy i $16 \times 5 = 16 \times 5$ a t. d.

4. Má-li se součin násobiti, násobí se pouze kterýkolivěk z jeho činitelů, na př. $12 = 3 \times 4$; měl-li by se součin 12 násobiti 2, musí se i 3×4 násobiti 2, tedy $12 \times 2 = 3 \times 4 \times 2$, t. j. buď $3 \times (4 \times 2)$ anebo $(3 \times 2) \times 4$. Že $3 \times (4 \times 2) = (3 \times 2) \times 4$, vysvitá z následujícího: V prvním násobení jest 3 násobenec a 4×2 násobitel, který ukazuje, že 3 se 4×2, t. j. 8krát samy k sobě připočísti mají, tedy $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 24$. — V druhém násobení jest $3 \times 2 = 6$ násobenec a 4 násobitel, který taktéž naznačuje, že se má 6 samo k sobě připočísti 4krát, tedy $6 + 6 + 6 + 6 = 24$, jako prvé.

5. Je-li jeden z činitelů 0, jest celý součin 0, na př. 6×0 nebo $0 \times 6 = 0$.

V prvním příkladě jest 0 násobitel, který, jak známo, naznačuje, kolikrát násobenec 6 byl sčítancem, tedy nikdy, pročež bude výsledek nic čili 0; v druhém příkladě naznačuje 6, co násobitel, že násobenec 0 6kráte byl sčítancem, t. j. $0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0$, což dohromady dá opět 0.

6. Je-li ze dvou činitelů jeden 1, rovná se součin druhému činiteli, na př. 6 × 1 = 6 nebo
1 × 6 = 6.

Pozorujeme-li v prvním příkladě, co znamená násobitel 1, a v druhém co násobitel 6, snadno výsledku porozumíme; 1 co činitel se obyčejně nepíše.

7. Je-li jeden ze dvou činitelů 10, 100, 1000 a t. d., přidejme k druhému činiteli v pravo nicky prvního a bude součin udělán; na př. 485 × 10 znamená: 485 má se 10kráte zvětšiti, totiž jednotky se mají desetkrát zvětšiti, desítky se mají 10krát zvětšiti, a sta se mají 10krát zvětšiti. Jednotky 5 zvětšíme 10kráte, uděláme-li z 5ti 50 jednotek, desítky 8 zvětšíme 10kráte, uděláme-li z 8 desítek 80 desítek (800 jednotek) a 4 sta zvětšíme 10krát, uděláme-li z nich 40 set (4000 jednotek); to vše se však stane, přidáme-li k činiteli 485 v pravo 0, neboť bude 485 × 10 = 4850. Rovněž bude 364 × 100 = 36400, 2468 × 1000 = 2468000 a t. d.

Totéž patrno, rozvedeme-li násobence ve více členů (dle §. 6.), na př. 485 × 10 = (400 + 80 + 5) × 10 = 4000 + 800 + 50 = 4850 a t. d.

Z tohoto vysvitá, že každé číslo, které má v pravo jednu, dvě, tři neb více nicek, možná považovati za součin dvou činitelů, z nichž jeden se skládá ze všech číslic v čísle tom obsažených mimo nicky, a druhý z 1 s nickami v pravo se nalezajícími, na př.: 860 = 86 × 10, 23400 = 234 × 100, 32000 = 32 × 1000 a t. d.

Tohotéhož prospěšně upotřebiti možná při dvou činitelích, z nichž buď jeden aneb oba mají v pravo nicky, na př. 620 × 4.

Poněvadž lze 620 rozvesti na činitele 62 × 10, možná uvedený příklad též napsati 62 × 10 × 4, a poněvadž se činitelé v kterémkoliověk pořádku násobiti mohou, můžeme i psáti 62 × 4 × 10, a pročež pouze násobiti 62 × 4 = 248, na konec v pravo přidáme 0, a bude 620 × 4 = 2480; taktéž 4200 × 25 = 42 × 100 × 25 = 42 × 25 × 100 = 105000; taktéž 23000 × 32 = 23 × 32 × 1000 = 736000; tedy 72000 × 3 = 216000 a t. d. Mají-li oba činitelé v pravo nicky, dělá se taktéž, na př. 600 × 200 = 6 × 100 × 2 × 100 = 6 × 2 × 100 × 100 = 120000, nebo 1800 × 9000 = 18 × 9 × 100 × 1000 = 16200000, pročež bude na př. 328000 × 600 = 196800000 a t. d.

8. Jsou-li činitelé dvou- neb víceciferní, vede se násobenec do každého čísla násobitele; součinu z násobence a každého jednotlivého čísla násobitele říkáme součin částečný. A sice vede se násobenec nejprvé do jednotek násobitele a částečný tento součin se napíše pod stejnorodná čísla násobence; pak se vede opět násobenec do desítek násobitele, pak do jeho set a t. d. a každý částečný součin se napíše pod stejnorodá čísla součinu předcházejícího. Konečně se sečtou všechny částečné součiny, čímž se dostáne součin úplný. Na př.

$$\begin{array}{r}
8435\times236\\
\hline
50610\\
25305\\
16870\\
\hline
1990660
\end{array}$$

T. j. 8435 vedeno do šesti jednotek dá . . . . 50610 jednotek
8435 „ „ 3 desítek nebo 30 jednotek dá 253050 „
8435 „ „ 2 set „ 200 jednotek „ 1687000 „
1990660 „

V druhém, v třetím a t. d. částečném součinu se nicky na místě prvním, prvním a druhém, a t. d. nepíšou.

Poněvadž částečné součiny v kterémkoli pořádku sečteny byvše vždy tentýž součet (úplný součin) dají, může se též násobence vésti nejprvé do čísla nejvyššího místa násobitele, a pak po pořadě vždy do čísla místa nejblíže nižšího; částečné součiny se v případě tom pomýkají vždy o jedno místo dále v pravo. Pro lepší přehled klade se číslo nejvyššího místa v násobiteli pod jednotky násobence a nejnižší místo prvního částečného součinu pod stejnorodé (nejvyšší) násobitele. Na př.

$$\begin{array}{r}
8435\\
236\\
\hline
16870\\
25305\\
50610\\
\hline
1990660
\end{array}$$

Poznamenání. Začínáme-li násobiti číslem na nejnižším místě násobitele, říkáme tomu „násobiti od pravé k levé“ a naopak „od levé k pravé.“

1. Proč se rovná: $3\times6=2\times9$, $5\times12=30\times2$, $8\times9=24\times3$, $16\times14=56\times4$, $18\times12=27\times8$, $3\times5\times8=2\times5\times3\times4$, $12\times15\times4=5\times2\times4\times6\times3$, $3\times5\times4\times2\times16=12\times32\times5$, $14\times8\times3=21\times16$, $4\times12\times105\times36=2\times9\times6\times21\times4\times5\times4$?

2. Čemu se rovná: $6\times5\times0$, $8\times9\times3\times0$, $12\times13\times0\times5$, $123\times26\times0\times15$, $32\times458\times0\times13$, $1\times1\times1\times1$, 18×1, $16\times23\times1$, $1\times18\times132\times1$, $26\times142\times1\times32\times0$, a proč?

3. Čemu se rovná: 24×10, 365×100, 27×1000, 4896×1000, 5439×100, $8236+10000$? a jak by se součin vysvětliti dal, kdyby jsme násobence rozvedli na dva, tři, čtyři členy dle §. 6?

4. Rozveďte následující součiny a) na dva činitele, z nichž násobitel jest 10, 100 atd.: 360, 4600, 38500, 463000, 53000, 638000, 324100, 6270000, 9573000000, 8736500000, 12345600000; b) násobte každý z takto vzniklých násobenců: 19ti, 29ti, 312ti, 4526ti, 13548ti, 263468ti, na oba v poznamenání tohoto §. uvedené způsoby.

5. Čím se musí násobiti 1000, aby byl součin milion čím 10000 aby byl součin sto tisíc, milion, desetmilionů, čím 100000 aby byl součin sto milionů, tisíc milionů, bilion?

Výhody při násobení.

§. 11.

1. Největší výhoda při násobení jest důkladná známost početní bulky.

2. Pakli se skládají činitelé z několika číslic, má se k tomu hleěti, aby násobitel měl jich méně než-li násobenec, což možná, an čitelé v libovolném pořádku spolu násobeni býti mohou.

3. Má-li násobitel mimo jiné číslice též 1, může se násobenec ovažovati za součin částečný, t. j. jako by byl už onou 1 násoben. ato 1 může býti

a) na místě jednotek, pak násob od pravé k levé, na př.

```
 825462×831; . . . . .   tu se násobí hned desítkami
 2476386                 a násobenec se k součinům
6603696                  částečným připočte.
685958922
```

b) Je-li 1 v násobiteli na nejvyšším místě, násob od levé k pravé

```
na př. 4382 × 158
       21910
         35056
       692356
```

c) Je-li 1 v násobiteli u prostřed, násob od pravé k levé, avšak olož částečné součiny číslic 1 předcházejících tak, aby násobenec, co oučin oné 1, na patřičné místo přišel, na př.

```
  6325 × 312
  12650
 18975
1973400
```

4. Je-li násobitel 11, polož jednotky násobence na místo jednotek součinu, sečti 1. a 2. místo násobence (bez ohledu na hodnotu místou) a polož součet tento na 2. místo součinu, sečti 2. a 3. místo naobence a polož na 3. místo součinu a t. d.; konečně polož nejvyšší ísto násobence na nejvyšší místo v součinu, neopomeň však, pakli při oučtu dvou míst násobence něco zbylo, k příštímu to přidati, na př.

```
   8 3 4 5 6 × 11
 9 1 8 0 1 6          t. j. 6 = 6 napíše se 6
        6 + 5 = 11 napíše se      10 a 1 desítka se připočte,
tedy 1 + 5 + 4 = 10   „    „     000 a 1 sto      „    „
   „ 1 + 4 + 3 =  8   „    „    8000
         3 + 8 = 11   „    „   10000 a 1 desítka tisíců „
         1 + 8 =  9   „    „  900000
                              918016
```

Příčinu toho udává obyčejný způsob násobení 11ti, totiž:

```
 83456 × 11
83456
918016, jako prvé.
```

5. Je-li násobitel 111, napiš jednotky násobence na místo jednotek v součinu, sečti 1. a 2. místo násobence a napiš součet tento na 2. místo součinu; sečti 1., 2. a 3. místo násobence a napiš součet na 3. místo součinu; sečti 2., 3. a 4. místo násobence a napiš součet na 4. místo součinu, a t. d. sečti vždy tři místa násobence a součet jich napiš na patřičné místo součinu, až konečně sečti poslední dvě, napiš opět na patřičné místo k součinu a přidej k tomuto poslední místo násobence, k němuž to, co zbylo u předešlého, přidati musíš, na př.

467084×111

51846324 t. j. $4 = 4$	napíše se	4		
$4 + 8 = 12$	„ „	20	zbyde	1
$1 + 4 + 8 + 0 = 13$	„ „	300	„	1
$1 + 8 + 0 + 7 = 16$	„ „	6000	„	1
$1 + 0 + 7 + 6 = 14$	„ „	40000	„	1
$1 + 7 + 6 + 4 = 18$	„ „	800000	„	1
$1 + 6 + 4 = 11$	„ „	1000000	„	1
$1 + 4 = 5$	„ „	50000000		
		51846324		

Příčinu toho ukazuje nám taktéž pravidelné násobení, totiž:

$$\begin{array}{r} 467084 \times 111 \\ 467084 \\ 467084 \\ \hline 51846324 \end{array}$$

6. Má-li dvouciferný násobitel stejná čísla, může se podobné výhody použiti. Násob tedy pouze jedním číslem a v částečném tom součinu připočítej jednu číslici k druhé, jako při 11., na př.

8436×44, násobíme-li 4mi, bude částečný součin

33744 a vyvedeme-li z tohoto součin celý jako u 11, totiž:

371184 4, $4 + 4$, $4 + 7$, $1 + 7 + 3$, $1 + 3 + 3$, 3, bude

Skládal-li by se násobitel ze tří stejných čísel, násob pouze jednotkami a dělej dále jako při násobiteli 111, na př.

3865×333

11595

1287045, t. j. 5, $5+9$, $1+5+9+5$, $2+9+5+1$, $1+5+1+1$, $1+1$, 1.

Obě tyto výhody zakládají se na pozorování součinu vyvozeného obyčejným způsobem, jako i na tom, že se takový násobitel rozvesti dá na dva činitele, z nichž jeden vždy jest 11, 111 a t. d., na př. $44 = 11 \times 4$, $333 = 111 \times 3$ a t. d.

7. Je-li násobitel 9, 99, 999 a t. d., můžeme si jej představiti co $10-1$, $100-1$, $1000-1$ a t. d., a pak ohled berouce na §. 6. násobme, na př.:

$$623 \times 9 = 623 \times (10 - 1)$$

$$\begin{array}{r} 6230 \\ \hline 5607 \end{array} \text{ t. j. } \begin{array}{rl} 623 \times 10 = & 6230 \\ 623 \times -1 = & -623 \\ \hline & 5607; \end{array} \text{ nebo:}$$

$$325 \times 999 = 325 \times (1000 - 1)$$

$$\begin{array}{r} 325000 \\ \hline 324675 \end{array} \text{ t. j. } \begin{array}{rl} 325 \times 1000 = & 325000 \\ 325 \times -1 = & -325 \\ \hline & 324675 \end{array} \text{ a t. d.}$$

8. Kdyby se skládali oba činitelé ze dvou číslic, a kdyby měli oba desítky stejné, tu přičti k jednotkám násobence jednotky násobitele (čímž násobitel dostane na místě jednotek 0), násob oba, a k součinu přičti součin obou jednotek, na př.:

$$\begin{array}{r} 84 \times 85 \\ \hline 89 \times 80 = 7120 \\ 20 \\ \hline 7140 \end{array} \text{ j. t. } \begin{array}{r} (84 + 5) \times 80 = 89 \times 80 = 7120 \\ 4 \times 5 = 20 \\ \hline 7140 \end{array}$$

$$\text{nebo: } \begin{array}{r} 23 \times 29 \\ \hline 32 \times 20 = 640 \\ 27 \\ \hline 667 \end{array} \text{ t. j. } \begin{array}{r} (23 + 9) \times 20 = 32 \times 20 = 640 \\ 3 \times 9 = 27 \\ \hline 667 \end{array}$$

Příčina toho jest následující: v př. 84×85 patrno, že musíme $(80+4) \times 5$ a $(80 + 4) \times 80$; v prvním násobíme 4×5 a 80×5; v druhém násobíme 80×80 a 80×4; tedy 80 musíme násobiti nejprv 5 (t. j. jednotkami násobitele) a pak 4 (t. j. jednotkami násobence), nebo $80 \times (5 + 4) = 80 \times 9$, což se stane, připočteme-li jednotky násobitele k jednotkám násobence; mimo to musíme však jednotky obou činitelů spolu násobiti, a součin ten k prvnímu připočísti.

Cvičení.

1. Násobte s výhodou: 6785×21, 326×51, 2368×81, 3469×91, 3489×351, 7892×481, 23259×4831, 56206×3201, 72468×3491, 85632×2341, 845×18, 756×19, 8974×12, 9562×17, 3685×123, 58439×136, 23106×145 83256×1468, 76543×1983, 53798×1456, 93568×1975, 2432×213, 9573×817, 4957×516, 75684×2319, 23693×3156, 93458×6142.

2. Násobte s výhodou: 643×11, 895×11, 345×11, 7321×11, 85639×11, 36853×11, 63928×11, 63253×11, 830165×55, 300109×77, 635872×88, 2783×66, 8543×111, 23056×111, 89732×111,

15673×111, 589432×111, 359204×333, 689532×444, 854327 ×888.

3. Násobte s výhodou: 723×99, 8643×999, 75643×9999, 325768×99999, 3568×99, 76891×999, 56732×9999, 810632 ×99999, 3256×99, 7328×999, 23567×9999, 963258×99999.

4. Násobte s výhodou: 63×62, 56×53, 24×25, 13×16, 12×19, 25×27, 48×49, 38×37, 32×39, 73×75, 78×76, 71×78, 84×86, 83×89, 87×86, 93×91, 98×92, 97×96, 98×97.

Skrácené násobení.

§. 12

Mají-li oba činitelé mnoho číslic, a chceme-li se dověděti pouze čísel *nejvyšších* míst součinu, *skraťme* násobení.

Kdybychom chtěli na př. 26389×6534 tak, abychom nejvyšší místa až k stotisícům poznali, dělejme následovně:

1. Považujme větší číslo (26389) za násobence a menší (6534) za násobitele.

2. Určeme v *násobenci* ono místo, jehož číslo násobeno jsouc *číslem nejvyššího místa násobitele* dá první z nejvyšších míst žádaných v součinu. Ostatní místa nižší určeného zatrhněme. V uvedeném příkladě má býti první místo v součinu *sto tisíce*; poněvadž jsou na *nejvyšším* místě násobitele *tisíce*, musejí se tyto násobiti *sty* násobence (neboť 1000×100 = 100000).

3. Pod první z nezatrhnutých míst násobence napíše se číslo nejvyššího místa násobitele, a ostatní až k jednotkám napíšou se v obyčejném pořádku. Tedy

26389		
6534		
1583	48	5
132	15	2
8	18	2
1	8	1
172400000		

4. Násobíme pak číslem nejvyššího místa násobitele (6) první ze zatrhnutých čísel násobence (8) a součin (6×8=48) napíšeme stranou. Jsou-li jednotky tohoto součinu, buď 5 buď větší nežli 5, považuje se celý součin tak, jakoby nejbližší desítku byl doplnil, tedy zde 48 jako 50 (napíšeme vedle 5).

5. Týmže číslem (6) násobí se pravidelně dále, avšak k *prvnímu součinu* připočtou se *desítky čísla stranou napsaného* co *náhrada* (oprava) za čísla v násobenci vypuštěná. Tedy 6×3 = 18, 18+5=23; 6×6=36, 36+2=38 atd.

6. Druhým číslem násobitele od levé k pravé (5) násobme první

(nejnižší) číslo nezatrhnuté (3), součin napišme opět stranou (15) a násobíce pravidelně dále připočtěme opravu (2); tedy $5\times6=30$, $30+2=32$. Částečný tento součin klademe zrovna pod hořejší, neboť **sta** (násobitele) násobená jednotkami tisíců (násobence) dají opět **stotisíc** ($100\times1000=100000$).

7. A tak dále násobíme vždy číslo v násobiteli o jedno místo **dále** v pravo číslem v násobenci o jedno místo dále v levo, první **takový** součin položíme stranou a násobíce dále pravidelně připočtěme **opravu.** Všechny částečné součiny klademe zrovna pod sebe, neboť v **postupu** násobení se po každé vede číslo na nejblíže nižším místě v **násobiteli** do čísla na nejblíže vyšším místě v n á s o b e n c i, čímž p r v n í **místo** součinu má tutouž hodnotu.

8. Konečně sečtěme částečné součiny a přidejme v pravo **tolik** nicek, kolik míst do úplného součinu schází (zde 5).

Jiný příklad: 6329564×38654 má se určiti až na miliony. **Nej-vyšší** m í s t o násobitele jest 10000, abychom součinem dostali **milion,** musíme tyto násobiti 100, tedy

6329564	$3\times6=18$, oprava 2, $3\times5=15$, $15+2=17$ atd. **prav.**
38654	$8\times5=40$, oprava 4, $8\times9=72$, $72+4=76$ atd.
189887	$6\times9=54$, oprava 5, $6\times2=12$, $12+5=17$ atd.
50636	$5\times2=10$, oprava 1, $5\times3=15$, $15+1=16$ atd.
3797	$4\times3=12$, oprava 1, $4\times6=24$, $24+1=25$.
316	Částečné součiny se sečtou a přidá se k součinu celému šest nicek, poněvadž miliony jsou na **sedmém**
25	
244661000000	místě.

Cvičení.

Vyviňte součin:

3628×5678 na desettisíce.
68932×4568 na stotisíce.
898025×76843 na miliony.
932061×864325 na stotisíce.
8216574×9360057 na stomiliony.
32560708×5673689 na desetmiliony.
620500903×60095301 na tisícmiliony.
8564397×43259 na desettisíce.

V. Dělení čísel bezejmenných.

§. 13.

Je-li součin dvou činitelů a jeden z těchto znám, možná v mnohých případech pouhým odčítáním známého činitele od známého součinu druhého činitele určiti, na př. by byl 24 součin dvou činitelů, z nichž jeden by byl 6, tu odčítáním: $24-6=\underset{1}{18}$, $18-6=\underset{1}{12}$, $12-6=\underset{1}{6}$, $6-6=\underset{1}{0}$, patrno, že se dá 6 od 24 úplně $1+1+1+1$, t. j. 4krát odečísti. Takové odčítání bylo by však v podobných případech nepříležité, pročež se proměnilo v jiný druh počítání, totiž dělení, které nás tedy učí, jak bychom ze součinu dvou činitelů a z jednoho z těchto druhého činitele určili. Součin ten nazývá se dělenec (dividend), známý činitel dělitel (divisor) a druhý neznámý činitel podíl (quotient). Znaménko dělení jsou buď dvě tečky (:), které se vysloví buď děleno neb: do, na př. $24 : 6 = 4$; anebo přímka, nad níž se klade dělenec a pod ní dělitel, na př. $\frac{24}{6}$.

Podíl může býti naznačený, na př.

$$15 : 3 = \frac{15}{3}, \text{ aneb vyvedený } 15 : 3 = \frac{15}{3} = 5.$$

Je-li dělenec pojmenovaný a dělitel bezejmenný, má podíl jméno dělence. Toto jest skutečné dělení. Je-li však i dělitel pojmenovaný, nesmí míti podíl žádného jména; což úplně vysvitá z vlastnosti činitelů, z nichž jeden bezejmenný býti musí (§. 10.). Takové dělení jest pouhé měření.

U dělení platí následující pravidla:

1. Dělitel násobený podílem musí se rovnati dělenci na př.:

$$28 : 4 = 7 \text{ a } 28 : 7 = 4,$$
$$4 \times 7 = 28 \text{ a } 7 \times 4 = 28.$$

Zůstaneli při dělení zbytek, jest to rozdíl mezi dělencem a součinem z dělitele a podílu, na př.;

$$22 : 5 = 4;$$
$$„2$$

zbytek 2 jest rozdíl mezi $22 - 5 \times 4 = 22 - 20 = 2$, tedy dělenec $22 = 20 + 2$ (dle §. 8. 3.), t. j. dělenec se rovná součinu z dělitele a podílu více zbytku.

2. Je-li dělenec 0, musí býti i podíl, nechť jest dělitel jakékoliv číslo, 0, na př, $0 : 8 = 0$; což z toho vysvitá, an podíl násobený dělitelem, musí za součin dáti dělence; avšak dělitel jest 8, a 8 nemůže býti žádným jiným číslem násobeno, aby součinem dalo 0, nežli nickou.

3. Každé číslo, samo sebou dělené, dává 1 za podíl, na př. $4 : 4 = 1$, neboť dělenec 4 jest součin dvou činitelů, z nichž jeden jest také 4; tento se však žádným jiným číslem násobiti nemůže, aby dal součinem opět 4, nežli jedničkou (§ 10. 6.).

4. Každé číslo jedničkou dělené, dává samo sebe za podíl, na př.: $9 : 1 = 9$. Příčina toho jest samozřejmá.

5. **Je-li dělenec menší nežli dělitel může se dělení pouze naznačiti**, na př.:

$$6:7=\frac{6}{7},\quad 11:17=\frac{11}{17} \text{ a t. d.}$$

6. **Je-li dělitel 10, 100, 1000 a t. p. zatrhne se v dělenci tolik míst od pravé k levé kolik má dělitel nicek.** Má-li dělenec tolik nicek na nejnižších místech co dělitel (nebo více), jest **nezatrhnuté** číslo podíl, na př.

$$680:10=68$$
$$2600:100=26$$
$$347000:1000=347 \text{ atd.}$$

Příčina toho jest následující:
680 : 10 znamená, že se má 680 zmenšiti 10-kráte, t. j. sta, **desítky a jednotky** tohoto čísla mají se 10-kráte zmenšiti. Sta se ale **10-kráte zmenší**, stanou-li se z nich desítky, desítky se 10kráte **zmenší**, stanou-li se z nich jednotky, a jednotky 10-krát zmenšené **dají** desátý díl. Rozvedeme-li tedy 680 (dle §. 6) na 600+80+0, a **dělíme-li** tento trojčlen 10ti, bude

$$(600+80+0):10=\left.\begin{matrix}600:10\\80:10\\0:10\end{matrix}\right\}$$ avšak

600 zmenšeno 10-krát dá 60
80 „ „ „ 8
0 zmenšena „ „ 0

tedy dohromady 68.

Nemá-li dělenec na nejnižších místech tolik nicek co dělitel, **může** se dělení zatrhnutých míst pouze naznačiti. Na př.

$$4327:100=4327:100=43\tfrac{27}{100}, \text{ nebot}$$
$$(4000+300+27):100=4000:100=40$$
$$300:100=3$$
$$27:100=\tfrac{27}{100}$$
$$43\tfrac{27}{100}$$

Má-li dělitel na nejvyšším místě jiné číslo nežli jedničku a v **pravo** nicky, zatrhnou se tyto a dělí se dále jako obyčejně; na př. $637:90=637:90=7\tfrac{7}{90}$; $3459:500=3459:500=6\tfrac{459}{500}$.

7. **Rovné rovným děleno dává rovné**, na př.

$$\left.\begin{matrix}12=12\\3=3\end{matrix}\right\} \text{ a } 12:3=12:3, \text{ t. j. } 4=4;$$

$$\text{nebo } \left.\begin{matrix}15=15\\5=5\end{matrix}\right\} \text{ a } 15:5=15:5, \text{ t. j. } 3=3 \text{ a t. d.}$$

8. **Má-li se děliti součin naznačený, jest ohledně na podíl vše jedno, který činitel se týmže číslem dělí**, na př. $8\times6:2$, anebo $\frac{8\times6}{2}$, tu vše jedno, píšeme-li $\frac{8}{2}\times6$ nebo $8\times\frac{6}{2}$, neboť $\frac{8\times6}{2}=\frac{48}{2}=24$; $\frac{8}{2}\times6=4\times6=24$ a $8\times\frac{6}{2}=8\times3=24$.

Příčinu toho udává §. 10.

9. **Je-li dělenec i dělitel o několika cifrách,** dělme číslem nejvyššího místa dělitele do čísla nejvyššího místa dělence, nebo je-li toho menší nežli ono do dvou čísel nejvyšších míst dělence, podílem násobme celého dělitele, napišme součin ten pod stejnorodá čísla dělence a odečtěme. K zbytku položme nejblíže příští číslo z dělence a dělme dále jako prvé až všechna čísla dělence byla k zbytkům přidána. Zůstane-li konečně jakýs zbytek, napíše se co část dělitele k podílu. Součin dělitele podílem musí se rovnati dělenci. Na př.

```
8586:53 = 162
53
——
328
318
———
= 106
  106
  ———
  = = =
```

t. j. 50 do 8000 jde 100, 100×53=5300, odečteno zbyde 3200, 8 dolů;
50 „ 3280 „ 60, 60×53=3180 „ „ 100, 6 „
50 „ 106 „ 2, 2×53= 106 „ nezbyde ničehož.
Zkouška: 162×53=8586.
Podobně: 138165 : 341 = $405\,^{60}/_{341}$

```
 1364
 ————
 = = 1765
     1705
     ————
     = = 60
```

Z uvedeného patrno, že **každé** číslo položené z dělence k zbytku dá **jedno** číslo do podílu. Když jsme tedy byli nejvyšší místo v podílu určili, poznali jsme tím i **počet** jeho čísel.

Má-li dělitel na místech, které jsou nejvyššímu nejbližší, buď číslo 5 nebo větší 5ti, doděláme se podílu **často** snadněji, pak-li buď číslo na místě nejvyšším, nebo na místě nejblíže nižším o 1 zvětšené si myslíme. Na př.

```
253912:385 = 659 197/385
2310
————
= 2291
  1925
  ————
= 3662
  3465
  ————
= 197
```

t. j. dělitel 385 jest bližší číslu 400 nežli 300, proto dělíme místo 385 400 do 2537
400 „ 2291
400 „ 3662.

Cvičení.

1. Čemu se rovná: 36:9, 49:7, 336:6, 5424:8, 6375:5, 6325:11, 4536:12, 5414:13, 4320:15, 11078:18, 3097:19, 23433448 : 72, 2132064 : 144, 5468375 : 375, 4365000 : 625;

12535250 : 875, 34417512 : 724, 281369167 : 8213, 9925125 : 9975, a proč?

2. Čemu se rovná: 350 : 10, 890 : 10, 7300 : 100, 8900 : 100, 235000 : 1000, 4583000 : 1000, 260 : 20, 4380 : 60, 872100 : 900, 765000 : 5000, 4336000 : 8000, 1561000 : 7000, 36850 : 100, 54320 : 100, 43200 : 1000, 8350 : 3000, 9875000 : 6000, 27865000 : 9000, 85439 : 12000, 9564 : 230, 235874 : 63000, a proč?

4. Jak se může děliti: $\frac{12 \times 16 \times 24}{4}$, $\frac{18 \times 9 \times 6}{3}$, $\frac{25 \times 35 \times 10}{5}$, $\frac{12 \times 18 \times 43 \times 36}{6}$, $\frac{14 \times 28 \times 35 \times 66}{7}$.

5. Čemu se rovná: 63279 : 79, 70122 : 93, 411137 : 137, 194844871 : 4871, 857434 : 573, 98700405 : 3127, 5476819531 : 69737?

Výhody při dělení.

§. 14.

1. Neklaď částečné součiny pod dělence, nýbrž hned odečítej, na př.

$$\begin{array}{l} 6194 : 38 = 163. \\ \underline{239} \\ \underline{114} \end{array}$$

2. Dá-li se dělitel několikaciferný na dva činitele rozvesti, učiň tak, a děl nejprvé jedním činitelem, a podíl ten pak druhým, na př.

$$\begin{array}{r} 21875 : 35;\ 35 = 5 \times 7, \\ : 5 \\ \hline 4375 : 7 \\ \hline 625 \end{array}$$

pročež děl nejprvé 5ti a pak 7mi, 625 jest skutečný podíl.

Výhody této možná však bez známostí zlomků jen tu použiti, dá-li se dělenec kterýmkolivěk činitelem bez zbytku děliti.

Cvičení.

Dělte s výhodou následující čísla: 6345 : 45, 7344 : 36, 5472 : 48, 32616 : 72, 3456 : 32, 325824 : 64, 720048 : 28, 3147 : 81, 63232 : 56.

Skrácené dělení.

§. 15.

Kdybychom pouze nejvyšší místa podílu poznati chtěli, použijme skráceného dělení, které vysvětluje následující příklad.

63957421 : 7345 1. Polož dělitele pod nejvyšší místa dělence tak,

```
639|57421
 73|45
   8700    32
 52        21
  1
```

jako by si jej odečísti chtěl.

2. Urči, kolik nejvyšších míst má míti podíl; kolik k tomu nejvyšších míst v dělenci potřebuješ, naznač přímkou. Kdybychom v uvedeném příkladě dvě nejvyšší místa v podílu určiti chtěli, veďme přímku po třetím nejvyšším místě v dělenci (neboť 7 do 63 dá jedno, a 7 do 9 dá druhé místo v podílu).

3. Děl (jako obyčejně) nejvyšší místa v dělenci nejvyššími místy v děliteli, a postav vždy takto určené číslo nejvyššího místa podílu pod jednotky dělitele, zde 639 : 73 = 8 postaví se pod 5.

4. Podílem tím násob číslo dělitele v pravo u přímky se nalezající, napiš součin ten stranou, násob pravidelně dále, (neopomeň však k nejbližšímu součinu desítky stranou napsaného místa co **náhradu** [opravu] připočísti), a součin ten od dělence odečti; zde $8 \times 4 = 32$ oprava 3, $3 \times 8 = 24$, $24 + 3 = 27$, 7 hned odečti od 9, zbyde 2; dále násob $7 \times 8 = 56$, $56 + 2 = 58$; tyto odečti od 63, zbyde 5.

5. Na místě, co by se mělo číslo příští z dělence (5) k zbytku (52) napsati, vypustí se nižší místo v děliteli (3), dělí se zbývajícím zbytek (52 : 7), a podíl se napíše k podílu už určenému (k 8), tedy 52 : 7 = 7.

6. Tímto novým podílem (7) se násobí zatrhnuté místo v děliteli (3), součin se napíše stranou ($3 \times 7 = 21$), a jeho desítky se opět co oprava k příštímu součinu připočítají, součin celý ($7 \times 7 = 49$, $49 + 2 = 51$) se od zbytku (52) odečte.

7. K podílu (87) připiš tolik nicek, kolik míst v dělenci vybývá (zde 2).

Jiný příklad:

Z 32057461 : 4832 mají se určiti tři nejvyšší místa podílu, tedy napiš:

```
3205|7461
 483|2
     6630
 306        12
  16        18
   2        24
```

Naznač přímkou ona místa, která by 4mi co číslem nejvyššího místa dělitele jsouce dělena dala za podíl tři nejvyšší místa (totiž 32 : 4 dá první, 0 : 4 dá druhé a 5 : 4 dá třetí místo). Děl 4 do 32, a napiš 6 pod jednotky dělitele (2);
$6 \times 2 = 12$ napiš stranou, oprava 1,
$6 \times 3 = 18$, 18 + 1 a t. d.,
spolu každý částečný součin ihned odečti.

Z dělitele vypusť 3 a děl, 306 : 48 = 6 které napiš k podílu; násob
$3 \times 6 = 18$ a napiš stranou 2,
$6 \times 8 = 48$, 48 + 2 a t. d.
spolu opět každý částečný součin ihned odečti. Z dělitele vypusť 8 a děl zbytek, 16 : 4 = 3, které napiš k podílu; násob $3 \times 8 = 24$ a napiš stranou, dále: $3 \times 4 = 12$, $12 + 2 = 14$ odečti, zbudou 2. Poněvadž vybývá v dělenci ještě jedno místo (jednotky) připiš k podílu, jednu 0. Že se takový podíl v nejvyšších místech shoduje s podílem

jakého se doděláme způsobem obyčejným, může se každý snadno přesvědčiti.

Cvičení.

Určete pomocí skráceného dělení podíl:

1. na dvě nejvyšší místa:
136587 : 432, 36857689 : 6389, 83526 : 3574, 235468 : 3456;
2. na 3 nejvyšší místa:
93653018 : 63581, 5630015 : 3257, 6310257 : 8756, 7328452 : 39615;
3. na 4 nejvyšší místa:
7835689716 : 51472, 857321978 : 6843, 857310657 : 543894, 73561736 : 3067024.

Vyvozování z násobení a dělení.

§. 16.

V §. 13. 1. bylo praveno, že se dělenec rovná děliteli násobenému podílem. Z této poučky plyne:

1. Je-li součin a jeden činitel znám, poznáme i druhého, pakli součin ten známým činitelem dělíme, na př. 56 by byl součin dvou činitelů, z nichž jeden jest 8; tu bude neznámý činitel $56 : 8 = 7$; byl-li by součin 72, a známý činitel 9, bude neznámý činitel $72 : 9 = 8$.

Tato zásada vyjadřuje se krátce takto: Každý činitel se rovná součinu dělenému druhým činitelem; tak v předešlých příkladech jest:

$$\left.\begin{array}{r} 8 = 56 : 7 \\ 7 = 56 : 8 \end{array}\right\} \text{nebo jak se obyčejně píše } 8 = \frac{56}{7}, \text{ a } 7 = \frac{56}{8},$$

$$\left.\begin{array}{r} 9 = 72 : 8 \\ 8 = 72 : 9 \end{array}\right\} \text{nebo: } 9 = \frac{72}{8}, \text{ a } 8 = \frac{72}{9} \text{ atd.}$$

2. Násobíme-li dělence jakýmkoli číslem a neproměníme-li dělitele, bude podíl tolikrát větší kolikrát jsme dělence násobili. Na př.

$$12 : 4 = 3.$$

Násobíme-li 12 na př. 2ma bude i podíl 3 2krát zvětšen čili

$$(12.2) : 4 = 3.2$$

Neboť v případě $12 : 4$ máme 12 rozděliti na 4 stejné částky a každá z nich jest 3. Násobíme-li 12 2ma a máme-li (12·2) děliti 4mi t. j. máme li číslo 2krát zvětšené na tolikéž stejných částek rozděliti jako prvé, patrno, že každá z těchto musí býti též 2krát větší nežli prvé, tedy zde 3.2. Že takto dobře pracováno ukazuje zkouška, neboť

$$12 = 4.3, \text{ a } 12.2 = 4.3.2 = 24.$$

3. **Násobíme-li dělitele jakýmkoli číslem a neproměníme-li dělence, bude podíl tolikrát menší, kolikrát jsme dělitele zvětšili.** Na př.

$$48 : 12 = 4.$$

Násobíme-li 12 na př. 2ma bude podíl 2krát menší t. j.

$$48 : (12.2) = (4 : 2)$$

Neboť v případě $48 : 12$ máme 48 rozděliti na 12 stejných částek a každá taková jest 4. Avšak v případě $48 : (12.2)$ máme těchtýchž 48 rozděliti na 2krát tolik částek co prvé, za kterouž příčinou musí býti každá z nich 2krát menší, tedy zde $(4 : 2)$. Ostatně ukazuje zkouška, že dobře pracováno, neboť $48 = 12.4$, a

$$48 = (12.2).(4 : 2) = 24.2.$$

4. **Dělíme-li dělence jakýmkoli číslem a neměníme-li dělitele, bude podíl tolikrát menší, kolikrát jsme dělence zmenšili.** Na př.

$$36 : 4 = 9$$

Dělíme-li 36 na př. 3mi bude i podíl 3krát zmenšen t. j.

$$(36 : 3) : 4 = (9 : 3)$$

Neboť $36 : 4$ znamená, že se má 36 rozděliti na 4 stejné částky, a každá z nich jest 9, avšak $(36 : 3) : 4$ znamená, že se má číslo 3krát menší nežli 36 též na 4 stejné částky rozdětiti, za kterouž příčinou musí býti každý díl též 3krát menší t. j. $(9 : 3)$. A skutečně ukazuje zkouška, že se $36 = 4.9$, a

$$(36 : 3) = 4.(9 : 3) \text{ čili } 12 = 4 . 3.$$

5. **Dělíme-li dělitele jakýmkoli číslem a neproměníme-li dělence, bude podíl tolikrát větší, kolikrát jsme dělitele zmenšili.** Na př. $56 : 8 = 7$.

Dělíme li 8 na př. 4mi bude

$$56 : (8 : 4) = 7 \cdot 4$$

Případ tento jest opak případu uvedeného v tomto § čl. 3., čímž se i vysvětluje.

6. **Podíl se nemění, násobíme-li neb dělíme-li dělence i dělitele týmž číslem.** Na př.

$$12 : 4 = 3.$$

Násobíme-li 12 i 4 na př. 2ma bude

$$(12 . 2) : (4 . 2) = 3$$

poněvadž se číslo 2krát větší předešlého rozděluje na stejné díly též 2krát větší předešlých.

A dělíme-li 12 i 4 na př. 2ma, bude

$$(12 : 2) : (4 : 2) = 3$$

poněvadž se i zde číslo 2krát menší prvního rozděluje na stejné díly 2krát menší prvních. Ostatně ukazuje opět zkouška, že dobře pracováno, neboť

$$12 = 4 . 3$$
$$12.2 = 4 . 2 . 3$$
$$(12 : 2) = (4 : 2) . 3 \text{ čili}$$
$$6 = 2 . 3.$$

Částka druhá.

Počítání čísly pojmenovanými.

I. Počítání čísly jednojmennými.

§. 17.

Znamená-li číslo jakési počet jedniček určitého předmětu, a má-li též jméno tohoto předmětu, nazývá se číslo pojmenované. Jedničky předmětů, na které se při počítání zvláštní ohled béře, jsou: rozličné druhy peněz, mír a váh. Druhy tyto mohou opět býti vyšší neb nižší, tak na př. jest zlatý vyšší druh nežli krejcar, sáh vyšší než střevíc, a tento opět vyšší nežli palec atd.

Mají-li čísla, která v tom neb onom počtu k sobě náležejí, jediné, stejné jméno, nazýváme je jednojmenná, na př. 4 zl., 8 zl., 15 zl., nebo: 3 setnýře, 7 setnýřů, 10 setnýřů atd.; mají-li však taková čísla k sobě náležející jména vyššího i nižšího druhu, nazývají se vícejmenná, na př. 5 zl. 4 krejc., 8 zl. 26 krejc., 10 zl. 12 krejc., nebo: 5 setnýřů 18 lib., 13 setnýřů 20 lib., 22 setnýřů 16 lib. 15 lotů atd.

Počítání čísly jednojmennými se docela shoduje s počítáním čísly bezejmennými. Sečítati a odečítati možná tedy pouze jednojmenná čísla stejnorodá na př. zlaté a zlaté, libry a libry, měsíce a měsíce atd., načež se k výsledku buď jméno sčítanců, nebo jméno menšence a menšitele napíše.

U násobení může býti pouze násobenec pojmenovaný, násobitel jest vždy bezejmenný (§. 10.) a součin má jméno násobence. Mají-li se dvě čísla děliti, může dělenec a dělitel míti buď stejné jméno, pak jest podíl bezejmenný, anebo má dělenec jméno a dělitel jest bezejmenný, a pak jest podíl stejnojmenný s dělencem (§. 13).

II. Počítání čísly vícejmennými.

§. 18.

1. Jak se promění jedničky vyššího jména v jedničky jména nižšího?

Proměňování jedniček jména vyššího v jedničky jména nižšího dálo se už u odčítání čísel bezejmenných (§. 8.), kde jsme desítky uváděli na jednotky, sta na desítky atd. Avšak i veliký počet jinak pojmenovaných jednotek dá se proměniti na jedničky jména nižšího pomocí **násobení**. Číslo naznačující, kolik jedniček jména nižšího obsaženo jest v jedničce jména vyššího, nazývá se **měnitel**, na př.: 1 zl. má 100 kr., 1 setnýř má 100 liber, 1 libra má 32 lotů atd. 100 kr., 100 lib., 32 lotů jsou jednotliví měnitelé, kteří v **částce sedmé** zevrubně pro běžné peníze, míry a váhy udány jsou.

Kdybychom jedničky jmena vyššího měli proměniti v jedničky jmena nižšího, **násobme patřičného měnitele počtem jedniček jména vyššího**. Na př. Kolik krejcarů dělá 8 zl.? 1 zl. = 100 kr., 2 zl. = 100 kr. $\times$ 2, 3 zl. = 100 kr. $\times$ 3 . . . tedy 8 zl., = 100 kr. $\times$ 8 = 800 kr. Kolik střevíců dělají 4 sáhy? $1^0 = 6'$, $2^0 = 6' \times 2$ . . . $4^0 = 6' \times 4 = 24'$ atd.

V praktickém počítání se měnitel považuje za **bezejmenného**, a násobí se jím (co násobitelem) jedničky jména vyššího; součin má pak jméno, které jsme u měnitele vypustili. Na př. kolik měsíců jest 7 roků? Rok má 12 měsíců, proto jest měnitelem 12, a $7 \times 12 = 84$ čili 7 roků = 84 měsícům.

Na základě tom můžeme říci:

Má-li se číslo **vícejmenné** v jedničky nejnižšího jména proměniti, násobí se nejprvé jedničky jména nejvyššího měnitelem nejblíže nižším, k součinu se připočtou jedničky stejnorodé a součet ten se opět násobí měnitelem nejblíže nižším, k součinu se opět připočtou jedničky stejnorodé atd., až bude míti součin jméno nejnižších jedniček. Na př. kolik palců dělá $6^0 + 5' + 10''$? Pro 1^0 jest měnitelem $6'$, tedy $6 \times 6 = 36'$, k těmto se připočte $5'$, dá $36' + 5' = 41'$; pro $1'$ jest měnitelem $12''$, tedy $41 \times 12 = 492''$, k těmto se připočte $10''$ a bude $492'' + 10'' = 502'' = 6^0 + 5' + 10''$.

Je-li měnitelem 10, 100 atd., usnadní se proměňování tím, že se jedničky dvou po sobě jdoucích druhů v přirozeném pořádku napíšou hned vedle sebe; scházející místa se vyplní nickami. Na př. kolik krejcarů dělá 8 zl. + 27 kr.? Odpověď: 827 kr.

Cvičení.

1. Kolik krejc. dělá: 6 zl., 23 zl., 42 zl., 58 zl., 72 zl. + 14 kr., 93 zl. + 26 kr., 105 zl. + 62 kr., 263 zl. + 57 kr., 384 zl. + 92 kr., 596 zl. + 77 kr., 625 zl. + 3 kr., 728 zl. + 8 kr, 818 zl. + 7 kr.?

2. Kolik palců dělá: 5^0, 9^0, 15^0, 23^0, 41^0, 55^0, 72^0; $13^0+1'$, $18^0+4'$, $36^0+2'$, $47^0+4'$, $63^0+3'$, $82^0+5'$; $22^0+1'+10''$, $44^0+3'+11''$, $53^0+5'+4''$, $59^0+3'+5''$, $68^0+4'+7''$, $69^0+5'+11''$; $3^0+4''$, $8^0+9''$, $13^0+11''$, $22^0+3''$, $25^0+5''$, $31^0+8''$, $42^0+7''$; $5'+4''$, $3'+11''$, $1'+9''$, $4'+7''$?

3. Kolik pinet dělá: 6 sudů, 11 sudů, 15 sudů, 21 sudů, 4 sudy + 2 věd., 8 sudů + 1 věd., 9 sudů + 3 věd., 16 sudů + 3 věd.; 10 sudů + 1 věd. + 32 pinet, 24 sudů + 3 věd. + 18 pin., 28 sudů + 1 věd. + 28 pin., 42 sudů + 11 pin., 36 sudů + 2 věd. + 5 pin., 42 sudů

+1 věd. + 27 pin.; 13 sudů + 18 pin., 26 sudů + 31 pin., 48 sudů + 25 pin., 3 věd. + 22 pin., 2 věd. + 28 pin., 1 věd. + 37 pin., 2 věd. + 16 pinet?

4. Kolik minut dělá: 6 hodin, 8 hodin, 12 hodin, 15 hodin, 24 hodin; 4 hod. + 20 min., 7 hod. + 15 min., 9 hod. + 30 min., 10 hod. + 45 min., 14 hod. + 19 min.; 1 den + 15 hod. + 10 min., 4 dni + 12 hod. + 40 min., 5 dní + 14 hod. + 25 min., 8 dní + 20 hod. + 36 minut?

5. Kolik dní dělá: 6 měsíců, 10 měs., 3 měs., 5 měs.; 4 měs. + 13 dní, 1 měs. + 15 dní, 7 měs. + 28 dní, 11 měs. + 25 dní, 10 měs. + 18 dní, 2 roky + 6 měs. + 15 dní, 4 roky + 8 měs. + 15 dní, 8 roků + 10 měs. + 26 dní, 2 roky + 3 měs. + 18 dní, 21 roků + 9 měs. + 19 dní?

6. Kolik archů psacího papíru jest: 8 knih, 12 knih, 9 knih, 4 kn. + 16 archů, 7 kn. + 21 archů, 14 kn. + 13 archů, 19 kn. + 3 ar., 17 kn. + 23 ar.; 2 rysy + 5 kn. + 3 ar., 5 rysů + 16 kn. + 15 ar., 8 rysů + 9 kn. + 9 ar., 7 rysů + 8 kn. + 18 ar.; 3 balíky + 5 rysů + 14 kn. + 20 ar., 2 bal. + 3 rys. + 19 kn. + 11 ar., 8 bal. + 7 rys. 5 kn. + 16 ar.?

7. Kolik decimetrů dělá: 6 kilometrů + 8 hektometrů + 5 dekametrů + 7 metrů + 3 decimetry; 5 kilom. + 8 hekt. + 2 met. + 3 decim.; 2 kilom. + 9 hekt. + 6 decim.; 3 hekt. + 7 dekam. + 8 dec.; 2 kil. + 1 met. + 5 decim.? (Viz § 65.)

2. Jak se promění jedničky nižšího jména v jedničky jména vyššího?

§. 19.

Už u sečítání čísel bezejmenných (§. 7.) proměňovali jsme jednotky v desítky, desítky v sta atd. Mimo tyto bezejmenné dá se veliký počet pojmenovaných jedniček jména nižšího uvesti na jedničky jména vyššího pomocí dělení; jedničky jména nižšího se totiž dělí patřičným měnitelem, podíl udává pak jedničky jména vyššího, a zbytek (je-li jaký) jedničky jména nižšího atd., na př.:

Kolik sáhů dělá 126'? Sáh má 6', tedy 126' : 6' = 21°, vlastně 21 (beze jména), an (dle §. 13.) podíl, je-li dělenec a dělitel pojmenován, žádného jména míti nesmí, pročež se v tomto a ve všech podobných příkladech pouze ptáme: kolikráte jest dělitel (zde 6') v dělenci (zde 126') obsažen? nebo: kolikráte můžeme dělitele od dělence odpočítati? V uvedeném příkladě jest 6' ve 126' obsaženo 21kráte, t. j. 6' = 1° můžeme na 126' položiti úplně 21kráte, tedy se 126' = 21°.

Kolik liber dělá 875 lotů? Libra má 32 lotů, tedy:

875 lot. : 32 lot. = 27 lib.
235 a zbyde
11 lotů, tedy se 875 lotů = 27 lib. + 11 lot.

Je-li měnitel 10, 100 atd., dělí se jím dle známého způsobu (§ 13.), na př.: Kolik setnýřů dělá 6587 lib.?

Setnýř má 100 lib., tedy bude 6587 : 100 = 65 setn. + 87 lib.

1. Kolik zlatých dělá: 385 kr., 6386 kr., 7859 kr., 297854 kr., 8374589 kr.?

2. Kolik sáhů dělá: 428′, 359′, 684′, 856′, 1020′, 1813′, 1715′, 2542″, 3618″, 6325″, 7325″, 12567‴, 15601‴, 17065‴, 23659‴, 78659‴?

3. Kolik knih (rysů, balíků) dělá: 628 archů, 743 ar., 835 ar., 964 ar., 1028 ar., 1111 ar., 1248 ar., 1356 ar., 2368 ar., 3685 ar., ar., 6195 ar., 6359 ar., 7352 ar., 8735 ar.?

4. Kolik roků dělá: 24 měsíců, 38 měs., 52 měs., 768 dní, 957 dní, 1260 dní, 2436 dní, 5383 dní, 7368 dní, 1364658 hodin, 238759 hod., 336577 hod., 458357 hod, 5200106 hod.?

5. Kolik dekametrů dělá: 50 metrů, 63 met., 182 met., 359 met., 658 met., 879 met., 3256 decim., 8756 decim., 9764 decim., 18432 decim., 22358 decim.?

6. Kolik kilometrů dělá: 60 hektometrů, 92 hekt., 113 hekt. 369 hekt; 6579 dekam., 7695 dekam., 9364 dekam., 12369 dekam., 63987 metrů, 75643 met., 12659 met., 385439 met., 438597 met.; 268759 decimetrů, 368573 decim., 685732 decim., 785901 decim., 956173 dec.?

3. Sečítání vícejmenných čísel.

§. 20.

Co o sečítání (§. 7.) praveno bylo, platí i zde, jen tolik opakujeme, že pouze čísla stejnorodá, nebo zde stejnojmenná, sečítati možná. Za tou příčinou se jednotliví sčítancové vícejmenní seřadí tak, aby se každé číslo pod stejnojmenným nalezalo, a sečítání se započne u nejnižšího místa, t. j. u jednotek nejnižšího jména. Je-li součet stejnojmenných sčítanců roven neb větší nežli měnitel nejblíže vyšší jedničky, dělí se měnitelem tímto, a podíl se přičte k stejnojmenným sčítancům; zbytek (je-li jaký) napíše se pod právě sečtěné sčítance. Tak se dělá až k jedničkám nejvyššího jména, kterých součet se bez proměny napíše.

Velmi snadně se sečítají takové míry, peníze a váhy, které dle soustavy dekadické rozděleny jsou, neboť se bez zvláštního dělení měnitelem napíše součet čísel nejnižšího jména pod čísla stejnojmenná, a k číslům nejblíže vyššího jména se připočtou zbylé desítky neb sta, tak jako při obyčejném sečítání. Příklady:

$15^0 + 3' + 8''$	$26'' : 12 = 2' + 2''$; $2''$ se napíšou pod stejnojmenné,
$8^0 + 5' + 7''$	$2'$ se připočtou k stejnojmenným.
$12^0 + 4' + 9''$	$17' : 6 = 2^0 + 5'$; $5'$ se napíše pod stejnojmenné,
$15^0 + 3' + 2''$	2^0 se připočtou k stejnojmenným.
$52^0 + 5' + 2''$	

52 zl.	+	42	kr.	
48 „	+	33	„	
125 „	+	62	„	
248 „	+	23	„	
474 „	+	60	„	

Kdyby součet stejnojmenných čísel v posledním sloupci v levo zahrnoval v sobě jedničku nebo jedničky jména vyššího, nechť se na ně převede, na př.

2 dekam.	+ 4 met.	+ 3 decim.
5 „	+ 8 „	+ 7 „
3 „	+ 1 „	+ 2 „
9 „	+ 9 „	+ 9 „
21 „	+ 4 „	+ 1 „ nebo

2 hekt + 1 dekam. + 4 met. + 1 dec.

Cvičení.

1. Kdosi vydělá 1. den: 4 zl. + 58 kr.
2. „ 3 „ + 96 „
3. „ 2 „ + 54 „
4. „ 5 „ + 2 „
5. „ 4 „ + 15 „

Mnoho-li vydělá za těch pět dní?

2. Kdosi koupil 8 setnýřů + 60 lib. kávy za 709 zl. + 50 kr.
6 „ + 32 „ „ „ 539 „ + 48 „
9 „ + 80 „ „ „ 814 „ + 50 „
5 „ + 46 „ „ „ 460 „ + 25 „

Mnoho-li kávy koupil dohromady, a co za ní dal?

3. Čtyři strany světnice jsou $4^0 + 3' + 10''$; $3^0 + 9' + 8''$; $3^0 + 5' + 2''$; $4^0 + 7'$ dlouhé; jak veliký jest obvod té světnice?

4. Kdosi prodal pět homolí cukru,
1. vážila 15 lib. + 28 lotů, byla za 7 zl. + 32 kr.
2. „ 16 „ + 30 „ „ „ 8 „ + 48 „
3. „ 18 „ + 26 „ „ „ 9 „ + 56 „
4. „ 13 „ + 15 „ „ „ 7 „ + 8 „
5. „ 17 „ + 18 „ „ „ 8 „ + 90 „

Mnoho-li vážily všechny dohromady, a co za ně utržil?

5. Jsou tři bratři, nejstaršímu jest 16 roků + 3 měs. + 22 dní
prostřednímu „ 14 „ + 9 „ + 15 „
a nejmladšímu „ 10 „ + 6 „ + 28 „

Jaké stáří mají dohromady?

6. Jakýsi vinař má 3 sklepy;
v 1. jest 5 sudů + 3 věd. + 12 pinet vina
v 2. „ 8 „ + 7 „ + 23 „ „
v 3. „ 7 „ + 6 „ + 36 „ „

Mnoholi má vína dohromady?

7. Kdosi má platiti za 2 roky + 4 měs. + 15 dní 366 zl. + 28 kr.
po těchto „ 1 rok + 6 „ + 20 „ 658 „ + 83 „
po tomto „ 3 roky + 7 „ + 5 „ 864 „ + 90 „
po těchto „ 10 „ + 24 „ 953 „ + 40 „
Jak dlouho splácí dluh a jak velký jest tento?

8. Kdosi se narodil dne 16. července 1773, a zemřel v stáří 74 let + 3 měs. + 20 dní; kdy zemřel? *)

9. Kdosi se narodil dne 10. června 1791, a zemřel v stáří 69 let + 7 měs. + 2 dní; kdy zemřel?

10. Kdosi se narodil dne 4. září 1791, a zemřel v stáří 57 let + 5 měs. + 8 dní; kdy zemřel?

11. Kdosi nastoupil svá studia dne 2. října 1852 a setrval v nich 7 let + 7 měs. + 29 dní; kdy vystoupil?

12. Kdosi koupil pole dne 28. března 1858, a měl je zaplatiti za 2 roky + 8 měsíců + 15 dní; kdy je zaplatil?

4. Odčítání vícejmenných čísel.

§. 21.

Zde platí tatáž pravidla, která při odčítání čísel bezejmenných (§. 8.) uvedena jsou. Stejnorodá (zde stejnojmenná) čísla se kladou taktéž pod sebe, a odečítání se započne u jednotek nejnižšího jména. Je-li některé číslo v menšiteli větší nežli stejnojmenné v menšenci, promění se jednička nejblíže vyššího jména v jedničky jména nižšího, k nimž se číslo stejnojmenné (je-li jaké) připočte; pak se odečítá jako obyčejně.

Je-li měnitel některý 10, 100 atd., odečítá se jako u čísel bezejmenných. Příklady:

Od 6 sudů + 2 věd. + 32 pin. by se mělo odečísti:
4 sudy + 3 věd. + 38 pin.; tedy
zbyde: 1 sud + 2 věd. + 34 pin.;

38 se od 32 odečísti nemůže, pročež proměníme jedničku nejblíže vyššího jména, t. j. 1 věd. v pinty, 1 věd. = 40 pin. a těch 40 pinet připočteme k 32 pin., bude 72 pinet; od těchto odejmem-li 38, zbyde 34 pin.; taktéž 3 věd. od 1 věd. odečísti nemůžeme, pročež proměníme 1 sud ve vědra, totiž 1 sud = 4 věd., a připočteme je k 1 vědru, — bude 4 věd. + 1 věd. = 5 věd., od kterých-li 3 věd. odečteme, zůstanou 2 vědra atd.

---

*) Při takových příkladech musí se věděti; kolikátý měsíc jest předcházející, k tomu se pak udané dni připočítají, na př. 16. červenec = červen t. j. 6 měs. + 16 dní.
Je-li věc velmi důležitá, musí se i na to ohled bráti má-li měsíc 28, 30 neb 31 dní, jako i na roky přestupné.

Od 368 zl. + 13 kr. mělo by se odečísti
197 „ + 95 „
Zbyde: 170 „ + 18 „

Cvičení.

1. Jakýsi kupec koupil trojí cukr; prvního druhu 6 setn. + 28 lib., druhého 10 setn. + 50 lib., třetího 14 setn. + 60 lib.; za tentýž čas prodal prvního druhu 3 setn. + 68 lib. + 18 lot. + 2 kvent., druhého 7 setn. + 84 lib. + 13 lot., třetího 10 setn. + 68 lib. + 30 lot. + 1 kvent.; a) mnoho-li mu zbylo od každého druhu, b) o mnoho-li mu zbylo od třetího druhu více nežli od prvního, a nežli od druhého, a o mnoho-li mu zbylo více od druhého nežli od prvního druhu?

2. Jsou tři bratří, první z nich se narodil dne 28. května 1846, druhý dne 15. dubna 1848, třetí dne 29. září 1850; a) jak byl každý stár dne 30. července 1860, b) o mnoho-li byl první starší, nežli druhý a nežli třetí, a druhý nežli třetí?

3. Vojín má sloužiti 8 let, on už slouží 5 let + 6 měs. + 21 dní, a jeho soudruh 6 let + 9 měs. + 14 dní; a) jak dlouho má každý z nich ještě sloužiti; b) o mnoho-li slouží druhý déle?

4. Kdosi půjčil jistinu dne 14. března 1839 a dlužník mu ji splatil dne 3. února 1854; jak dlouho byla jistina půjčena?

5. Kdosi koupil 4 tuny rýže; první tuna vážila z hruba (brutto, t. j. tuna i zboží) 8 setn. + 50 liber; druhá 7 setn. + 80 liber, třetí 9 setn. + 60 lib., čtvrtá 6 setn. + 90 liber; při první tuně povolilo se mu srážky (tary, t. j. váha tuny) 1 setn. + 10 lib., při druhé 90 lib., při třetí 1 setn. + 20 lib., a při čtvrté 1 setn. + 15 liber; a) mnoho-li vážily tuny dohromady z hruba, b) mnoho-li obnášela srážka u všech tun, c) mnoho-li vážila každá tuna z čista (netto t. j. pouhé zboží), a d) mnoho-li vážily všechny tuny z čista?

6. Zahrada má čtyři strany; jedna strana jest $10^0 + 3' + 9''$ dlouhá, druhá jest o $1^0 + 4' + 10''$ menší, třetí jest o $2^0 + 6''$ menší než druhá, a čtvrtá jest o $2^0 + 8' + 9''$ menší než první; a) jak dlouhá jest druhá, třetí a čtvrtá strana; b) jak veliký jest celý obvod této záhrady?

7. Hodinky ukazují 11 hod. + 24 min. + 20 sek., jdou o 6 min. + 30 sek. napřed; kolik jest hodin?

8. Kdosi se narodil dne 15. dubna 1824 v 10. hod. před polednem a zemřel dne 24. září 1859 ve 4 hod. po polední; kolik mu bylo let? *)

*) Při tomto a podobných příkladech nesmí se zapomenouti, že se hodiny počítají od půl noci, hodina 4. od půldne jest tedy hodina 16. od půl noci; taktéž od půl noci se počítá nový den, bude tedy 4. hodina od půldne 24. září = 23. září + 16 hod., t. j 8 měs. + 23 dní + 16 hodin.

9. Kdosi se narodil dne 26. června 1830 ve 2 hod. odpůldne, a zemřel dne 11. února 1860 v 6 hodin ráno; kolik mu bylo let?

10. Kdosi se roznemohl dne 13. července o 11. hodině v noci, a umřel dne 21. července o 9. hod. ráno; jak dlouho byl nemocen?

5. Násobení vícejmenných čísel.

§. 22.

Vše, co o násobení čísly bezejmennými praveno bylo (§. 10.), nabývá i zde úplné platnosti; jmenovitě to na zřeteli míti dlužno, že **násobitel** musí býti **bezejmenný**, má-li však v praktickém počítání jakéhosi jména a násobí-li se jím přece, stává se to pro krátkost, a vysvětlení toho podává tento příklad: Měřice žita jest za 4 zl., zač jest 7 měřic?

Odpověď: Za 1 měřici dám 4 zl. jednou t. j. 4 zl.$\times$1=4 zl.
„ 2 měřice „ 4 zl. 2krát „ „ 4 zl.$\times$2=8 zl.
„ 3 „ „ 4 zl. 3krát „ „ 4 zl.$\times$3=12 zl.
. . .
. . .
. . .
. . .
za 7 měřic dám 4 zl. 7krát, t. j. 42 zl.$\times$7=28 zl.

Násobitele 1, 2, 3 . . . . 7 jsou i zde **bezejmennými**, a tak i ve všech podobných příkladech.

Násobitelem se nejprvé jedničky nejnižšího jména násobí, a promění se, možná-li, na jedničky nejblíže vyššího jména. Je-li násobitel 10, 100 atd., násobí se jím známým způsobem (§. 10. 6.) Dal-li by se součin nejvyššího jména v násobenci ještě na vyšší jméno proměniti, učiní se tak. Příklady:

Obvod kola by byl $8'+8''+6'''$, otočí-li se kolo to 8kráte, jak dlouhou cestu vykoná?

$$\frac{(8'+8''+6''')\times 8}{69'+8''+0'''} \qquad 6'''\times 8=48''':12'''=4''$$

$$8''\times 8=64'',\ 64''+4''=68'':12''=5' \quad \overline{8''}$$

$$\text{anebo } 11^0+3'+8'';\quad 8'\times 8=64',\ 64'+5'=69':\ 6'=11^0 \quad \overline{3'}$$

Kdosi platil 14 zl. + 52 kr. 9krát, mnoho-li zaplatil dohromady?

$$\frac{(14\ \text{zl.} + 52\ \text{kr.})\times 9}{130\ \text{zl.} + 68\ \text{kr.}}$$

Mnohdy se dá s prospěchem použiti rozvedení násobitele ve dva činitele, což i pak výhody poskytuje, když součin těchto činitelů nerovná se **úplně** násobiteli, na př.

Kdosi koupil 36 korců pšenice, každý korec vážil 92 lib. + 15 lotů; jakou váhu měly dohromady?

(92 lib. + 15 lot.) × 36 (= 6 × 6)

(554 lib. + 26 lot.) × 6 — 15 × 6 = 90 : 32 = 2 lib.

3328 lib. + 28 lot. × 6 — 26 lotů.

nebo: 33 setn. + 28 lib. + 28 lotů. — 26 × 6 = 156 : 32 = 4 lib.

„28 lotů.

Každý ze 73 chudých dostane 2 zl. + 45 kr.; mnoho-li dostanou dohromady?

(2 zl. + 45 kr.) × 73 [= (8 × 9) + 1]

× 8

(19 zl. + 60 kr.) × 9

176 zl. + 40 kr.

\+ 2 zl. + 45 kr.

178 zl. + 85 kr.

Cvičení.

1. Mnoho-li platí 77 korun po 13 zl. + 72 kr.?

2. Mnoho-li platí 124 dukátův po 4 zl. + 76 kr. pro Vídeň, po 11 frank. + 85 setin. pro Paříž, po 3 tolar. + 6 stříbrn. groš. + 6 pfennig. pro Berlín?

3. Mnoho-li platí 139 Louis'dorů po 7 zl. + 58 kr. pro Vídeň, po 20 frank. + 85 setin. pro Paříž, po 5 tolar. + 18 stříbrných groš. + 9 pfen. pro Berlín?

4. Mnoho li platí 263 lib. sterlinků po 9 zl. + 51 kr. pro Vídeň, po 25 frank. + 45 setin. pro Paříž, po 6 tolar. + 27 stříb. groš. + 9 pfen. pro Berlín?

5. Setnýř kávy jest za 88 zl.; zač bude a) 15 setn., b) 36 setn., c) 42 setn. + 40 lib., d) 50 setn. + 86 lib. + 16 lotů?

6. Francouzský meter = 3′ + 1″ + 11‴ Vídenské míry; mnoho-li této míry bude a) 36 met., b) 52 met., c) 90 met., d) 264 met.?

7. Za panování Václava II. vážila kopa českých grošů 14 lotů + 14 gracnů čistého stříbra, mnoho-li vážilo a) 15 kop. b) 27 kop, c) 62 kop, d) 128 kop?

8. Za panování Václava III. platila kopa českých grošů 15 zl. + 91 kr.; mnoho-li platilo a) 18 kop, b) 39 kop, c) 108 kop, d) 265 kop?

9. Staročeský sáh se rovnal 5′ + 7″ + 6‴ Vídenské míry; mnoho-li dělalo těže míry a) 28°, b) 62°, c) 112°, d) 356°?

10. Staročeský setnýř se rovnal 1 setn. + 10 lib. + 7 lot. Víd. váhy, mnoho-li vážilo dle téže váhy a) 33 setn., b) 68 setn., c) 126 setn., d) 269 setn.?

11. Staročeská libra se rovnala 29 lotům + 1 kventl. Víd. váhy, mnoho-li vážilo dle téže váhy a) 14 lib., b) 26 lib., c) 83 lib., d) 92 lib.?

12. Staročeský sud se rovnal 1 sudu + 2 pintám Víd. míry;

mnoho-li téže míry dělalo a) 15 sudů, b) 46 sudů, c) 55 sudů, d) 92 sudů?

13. Roku 1616 platil v Čechách dukát 2 zl. + 52 kr.; mnoho-li platilo a) 18 duk., b) 42 duk., c) 106 duk., d) 258 duk.?

6. Dělení čísel vícejmenných.

§. 23.

Buď dělitel buď podíl musí býti bezejmenný, což záleží na tom, je-li to buď skutečné dělení nebo měření. V každém však případě dělí se nejprvé jedničky nejvyššího místa v dělenci, zbyde-li něco, promění se to na jedničky jména nejblíže nižšího, a k tomu se připočte stejnojmenné číslo v dělenci (ač, je-li jaké), toto se opět dělí atd. Zbytek jedniček jména nejnižšího se napíše v podobě naznačeného dělení k podílu.

Byl-li by měnitel 10, 100 atd., připíše se k zbytku jedniček jména vyššího pouze číslo jména nejblíže nižšího, a místo, kdyby jaké scházelo, vyplní se nickou. Příklady:

Jak se rozdělí $8^0 + 4' + 6''$ na 5 stejných částek?

$(8^0 + 4' + 6''): 5 = 1^0 + 4' + 6''$

$3^0 \times 6 = 18'$, $18' + 4' = 22': 5 = 4'$

$2' \times 12 = 24''$, $24'' + 6'' = 30'': 5 = 6''$.

Kdosi rozdal mezi 8 nuzných 162 zl. + 56 kr. po stejných částkách; mnoho-li dal každému?

(162 zl. + 56 kr): 8 = 20 zl. + 32 kr.

256

Dělenec a dělitel mohou sestávati z více čísel buď a) vzájemně stejnorodých, aneb b) rozličných.

Záležejí-li oba z čísel vzájemně stejnorodých, promění se oba v jedničky jména nejnižšího, a dělí se pak jako čísla bezejmenná, na př.:

Kolikráte jest 6 zl. + 15 kr. obsaženo v 24 zl. + 60 kr.?

(24 zl. + 60 kr.) : (6 zl. + 15 kr.)

2460 kr. : 615 kr. = 4krát; nebo:

Kolikráte jest $6^0 + 4' + 3''$ obsaženo v $46^0 + 5' + 9''$?

$(46^0 + 5' + 9'') : (6^0 + 4' + 3'')$

$46^0 \times 6 = 276' + 5' = 281' \times 12 = 3372'' + 9'' = 3381''$

$6^0 \times 6 = 36' + 4' = 40' \times 12 = 480'' + 3'' = 483''$, tedy

$3381'' : 483'' = 7$kráte.

Jsou-li dělenec a dělitel rozličného jména, promění se dělitel v takové jedničky jména nižšího, jak toho provedení příkladu žádá, na př.:

27 lib + 5 lot. bylo by za 17 zl. + 38 kr.?; zač jest lot?

Kdyby v příkladě tom bylo pouze 27 liber, a otázka: zač jest 1 lib.? patrno, že bychom 17 zl. + 38 kr. rozdělili na 27 stejných částí a bylo by uděláno. Rovněž bychom 17 zl. + 38 kr. rozdělili na 5 stejných částek, kdyby v příkladu tom pouze 5 lotů bylo, a otázka: zač 1 lot? Že však se v příkladě nalezá 27 liber + 5 lotů, a otázka: zač jest 1 lot? musíme 27 liber rozvesti prvé na loty, k těmto 5 lotů připočísti, tedy $(27 \times 32) + 5 = 869$ lotům, a cenu 17 zl. + 38 kr. musíme rozděliti na 869 stejných částek, tož bude

(17 zl. + 38 kr.) : 869

1738 kr. : 869 = 2 kr., t. j. lot bude za 2 kr.

Nebo 12 setn. + 36 lib. jest za 370 zl. + 80 kr.; zač 1 lib.?

12 setn. + 36 lib. = 1236 lib. tedy:

(370 zl. + 80 kr.) : 1236

37080 kr. : 1236 = 30 kr.

Dělíme-li součet pojmenovaných čísel jejich počtem nazýváme výsledek průměr, na př.:

Kdosi potřebuje 1. den:	4 zl	04 kr.
2. „	5 „	15 „
3. „	3 „	25 „
4. „	3 „	80 „
dohromady	16 zl.	24 kr.

a v průměru denně (16 zl. + 24 kr.) : 4 = 4 zl. + 6 kr.

Cvičení.

1. Kopa staročeských grošů platila (od r. 1300—1305) 18 zl. + 51 kr.; co platil jeden groš?

2. Za časů Karla IV. byl v oběhu trojí druh grošů českých; kopa 1. druhu vážila 13 lotů + 9 graenů, a platila 14 zl. + 83 kr.; kopa 2. druhu vážila 12 lotů 2 graeny, a platila 12 zl. + 49 kr.; kopa 3. druhu vážila 11 lotů + 9 gr., a platila 11 zl. + 97 kr. a) Mnoho-li vážil 1 groš? b) Mnoho-li platil jeden groš z každého druhu?

3. 2685 franků + 82 setin má se rozděliti mezi 12 osob; mnoho-li dostane každá?

4. 24311 tolarů + 27 stříb. grošů má se rozděliti mezi 34 osob; mnoho-li dostane každá?

5. V 6 stejných nádobách jest 15 věd. + 23 pinet + 3 žejdlíky vína; mnoho-li je v každé?

6. 197 loket jest za 2315 zl. + 46 kr.; zač jest loket?

7. Je-li 345 dukátů a) ve Vídni za 1581 zl. + 15 kr.; b) v Paříži za 4088 franků + 25 setin; c) v Lipsku za 1109 tolarů + 22 nových grošů + 5 pfennigů; mnoho-li platí v místech těch 1 dukát?

8. 19 setnýřů + 81 lib. + 4 loty má se rozděliti, tak aby na každý stejný díl přišly 2 setnýře + 20 lib. + 4 loty; kolik takových dílů bude?

9. Kolik osob možná poděliti 61 zl. + 20 kr., aby každá z nich dostala 5 zl. + 10 kr.?

10. Sládek má na skladě 10 sudů + 13 pinet + 2 žejdlíky piva; rád by je rozdělil do více nádob, a chce dáti do každé 1 sud + 1 vědro + 30 pinet + 2 žejdlíky; kolik nádob bude potřebovati?

11. Kdosi by na svém poli chtěl v jedné řadě nasázeti stromky; jeho pole jest $404^0 + 5'$ dlouhé, a stromek od stromku měl by býti $1^0 + 1'$; kolik stromků má zapotřebí?

12. 14 lib. + 15 lotů kávy jest za 12 zl. + 56 kr.; zač jest lot, a zač setnýř?

13. Kdosi koupil za 475 zl. + 50 kr. 11 setn. + 65 lib. cukru; po čem platil libru, a po čem lot?

14. Kdosi má na 2 měsíce + 14 dní 85 zl. + 84 kr.; mnoho-li může denně utratiti?

15. Kdosi má na 3 roky + 6 měs. + 15 dní 3237 zl. + 50 kr.; mnoho-li může denně utratiti?

16. Obvod kola byl by $1^0 + 8''$ dlouhý; měl-li by se vysázeti zuby, z nichž každý by byl $4'''$ v šíři a jeden od druhého $2'' + 2'''$ vzdálen, kolik zubů jest k tomu zapotřebí?

17. Na trhu by byl korec pšenice nejlepšího druhu za 7 zl. + 25 kr.; korec pšenice prostředního druhu za 6 zl. + 10 kr.; korec pšenice špatného druhu za 5 zl. + 15 kr.; zač by byl 1 korec v průměru?

18. Rodina záleží ze 4 osob, a spotřebuje na výživu:

1. týden:	20 zl.	+ 50 kr.
2. „	18 „	+ 20 „
3. „	22 „	+ 40 „
4. „	21 „	+ 21 „

Mnoho-li spotřebuje každá osoba v průměru?

19. 5 študujících utratilo na cestě:

1. den:	3 zl.	+ 15 kr.
2. „	3 „	+ 80 „
3. „	2 „	+ 50 „
4. „	4 „	+ 10 „
5. „	3 „	+ 20 „

Mnoho-li utratil každý v průměru?

7. Cvičení smíšená.

§. 24.

1. Kdosi koupil čtveré víno, prvního druhu 3 sudy + 6 věd. + 12 pinet za 1030 zl. + 50 kr., druhého druhu 4 sudy + 7 věd. + 23 pinet za 976 zl. + 40 kr., třetího 2 sudy + 5 věd. + 32 pin. za 620 zl. + 80 kr., čtvrtého 3 sudy + 9 věd. + 20 pin. za 875 zl. + 60 kr.; a) mnoho-li vína koupil dohromady, b) mnoho-li zaň platil, c) zač musí prodati pintu každého druhu, chce-li na každé 3 kr. vy-

dělati, d) mnoho-li vydělá na každém druhu, e) mnoho-li vydělá dohromady?

2. Kdosi koupil 3 balíky kávy, první vážil 2 setnýře + 28 lib. za 182 zl. + 40 kr., druhý 3 setnýře + 30 lib. za 277 zl. + 20 kr., třetí 4 setnýře + 10 lib. za 360 zl. + 80 kr.; a) mnoho-li dal za 1 libru v každém balíku; b) mnoho-li vážily všechny balíky dohromady, c) mnoho li dal za ně ouhrnkem, d) oč byl třetí balík těžší nežli druhý, oč než-li třetí, f) oč byl druhý balík lehčí nežli třetí, g) oč byl třetí dražší nežli druhý, h) mnoho-li vážil každý balík v průměru, a i) mnoho-li dal za každý v průměru?

3. Kdosi daruje 5 chudým rodinám 12 set. + 25 lib. uhlí,

1. rodina záleží z 5 osob,
2. „ „ „ 7 „
3. „ „ „ 4 „
4. „ „ „ 6 „
5. „ „ „ 3 „

a) mnoho-li dostane každá rodina, b) mnoho-li by dostala každá osoba kdyby se to bylo podle osob rozdělilo, c) mnoho-li by dostala takto každá rodina, a d) mnoho-li by bylo přišlo každé osobě v průměru?

4. Na učelišti jest 485 žáků; z těchto platí 382 školné, měsíčně 1 zl. + 26 kr.; a) mnoho-li školného platí žáci tito za 10 měsíců, b) o mnoho li více by se bylo vybralo, kdyby všech 485 žáků platilo, a c) mnoho-li by každý školného platil, kdyby to, co platí 382 žáků, platilo 485 žáků?

5. V jedné třídě sedí 64 žáků; tito se umluví, že nejpotřebnějšího na konci školního roku ošatí; za tou příčinou dělají mezi sebou sbírky 3-kráte za měsíc, a každý přispěje po každé 1 kr.; a) mnoho-li dá každý za školní rok, b) mnoho-li se sejde dohromady, a c) mnoho-li by musil každý z 63 přidati, kdyby objednaný oblek byl za 23 zl. + 61 kr.?

6. Kdosi koupil obilí, a sice

jednou	84	měř. pšenice	po 6	zl.	45 kr.	156	m.	žita	po 4	zl.	40 kr.
po druhé	105	„ „	„ 6	„	10 „	248	„	„	„ 4	„	10 „
po třetí	90	„ „	„ 5	„	95 „	108	„	„	„ 4	„	70 „
po čtvrté	156	„ „	„ 5	„	70 „	295	„	„	„ 3	„	90 „

a) mnoho-li pšenice koupil dohromady a co za ni dal; b) mnoho-li žita koupil dohromady a zač, c) mnoho-li pšenice koupil průměrem a zač průměrem, d) mnoho-li žita a zač koupil průměrem, e) mnoho-li koupil průměrem pšenice i žita a zač?

Částka třetí.

Dělitelnost čísel.

---

1. Výklady.

§. 25.

Je-li podíl při dělení číslo celé čili několiký díl dělence, říkáme, že dělenec jest dělitelem dělitelný, na př. $18 : 6 = 3$ a $18 : 3 = 6$, t. j. 18 jest dělitelno 6ti aneb 18 jest dělitelno 3mi.

Z toho vysvitá, že, je-li číslo jedním číslem dělitelné, jest vlastně dvěma, totiž dělitelem i podílem. V takových případech říkáme, že dělitel i podíl jsou činitelé dělencovi. V uvedeném příkladě jsou tedy 6 a 3 dělitelé aneb činitelé 18ti. — Dělenec se pak zove násobek (násobné) dělitele nebo podílu, tedy jest 18 násobek 6ti a tří.

Každé číslo jest 1 a sebou samým dělitelné (§. 13. 3. 4.) Nemá-li číslo mimo 1 a samo sebe žádného jiného dělitele, nazývá se číslo prvé nebo prvočíslo prosté, na př. 2, 5, 7, 11 atd.; je-li však mimo 1 a sebou samým i jiným číslem dělitelné, jmenuje se číslo složené, na př. 8 jest dělitelné (mimo 1 a sebou samým) 2ma a 4mi, neboť $8 : 2 = 4$, a proto se i
$$8 : 4 = 2.$$

Mají-li dvě, tři atd. čísla téhož dělitele, nazývá se tento dělitel společný, na př. 8 a 10;
8 jest dělitelné 2ma, 10 jest též dělitelné 2ma, tedy jest 2 dělitelem společným 8mi a 10ti, neb na př. 6 a 9; 6 jest dělitelné 3mi, a 9 taktéž 3mi, proto jest 3 společný dělitel 6ti a 9ti.

Nemají-li dvě, tři atd. čísla (mimo 1) žádného dělitele společného, nazývají se prvočísla vespolek neb vztažitá, na př. 6 a 25, 9 a 13 atd.

Čísla, která mají jednotky 0, 2, 4, 6, 8, nazýváme sudá; která mají však jednotky 1, 3, 5, 7, 9, jmenují se lichá.

2. Všeobecné poučky o dělitelnosti.

§. 26.

1. Je-li jakési číslo jiným dělitelné, jest i násobek čísla toho týmže dělitelný, na př.

15 jest 5ti dělitelné, neboť $15:5=3$. Násobíme-li 15 jiným číslem, na př. 6ti, bude i součin $15\times 6=90$ dělitelným 5ti, totiž $90:5=18$. Totéž možná jinak vyjádřiti: Je-li jeden činitel jakýmsi číslem dělitelný, jest jím dělitelný i součin.

2. Je-li jakési číslo dělitelné jiným číslem složeným, bude i každým prvým činitelem tohoto čísla složeného dělitelné, na př. 24 jest dělitelné 6ti, neboť $24:6=4$; avšak 6 jest číslo složené, totiž $6=2\times 3$, tedy bude 24 dělitelné i 2ma i 3mi, neboť $24:2=12$ a $24:3=8$.

3. Mají-li dvě neb více čísel společného dělitele (nebo společného činitele), jest i jejich součet i jejich rozdíl týmže dělitelný, na př.

16 a 10 mají společného dělitele 2, neboť $16:2=8$ a $10:2=5$. Proto můžeme psáti

$$16+10=2.8+2.5=2(8+5) \text{ a } 2(8+5):2=13 \quad (§. 13. 8)$$
$$16-10=2.8-2.5=2(8-5) \text{ a } 2(8-5):2=3.$$

3. Známky dělitelnosti

§. 27.

1. Každé sudé číslo jest 2ma dělitelné na př. $38:2=19$ Proč? — Každé sudé číslo možná považovati za součin dvou činitelů, z nichž jeden jest 2, totiž $2=1\times 2$, $4=2\times 2$, $6=3\times 2$, $8=4\times 2$ . . . . , tedy $38=19\times 2$. 38 jest tedy násobek čísla 2, nebo součin čísla 19×2; 19×2 jest dělitelné 2ma (§. 13. 8), tedy i jeho násobek $19\times 2=38$ musí 2ma dělitelným býti (§. 26. 1.).

Poznamenání. Za tou příčinou se počítá i 0 mezi čísla sudá, neboť je-li na místě jednotek, možná na př. 30, 50 atd. považovati za součin dvou činitelů, z nichž jeden jest 10, tedy $30=3\times 10$, $50=5\times 10$ atd. (§. 10. 6.) Avšak 10 jest číslo složené, totiž $10=2\times 5$, tedy jest 10 násobek 2 (dvou), a poněvadž 2×5 jest 2ma dělitelné, musí tím býti i jeho násobek, t. j. 10, a tedy i násobek 10ti, t. j. 30, 50 atd.

2. Každé číslo, jehož desítky a jednotky 4mi jsou dělitelné, jest 4mi dělitelné, na př. $3512:4=878$.

Proč? — Každé číslo, které má na místě desítek a jednotek nicky, může se považovati za součin dvou činitelů, z nichž jeden jest číslo mimo nicky a druhý 100. Avšak 100 můžeme rozvesti na dva činitele, totiž $100=10\times 10$, a každého z těchto opět na dva, totiž $10=2\times 5$, tedy $100=10\times 10=2\times 5\times 2\times 5=2\times 2\times 5\times 5=4\times 5\times 5$.

Jeden z činitelů těchto jest 4, tedy bude i násobek jeho, totiž $4\times 5\times 5=100$ dělitelným 4mi (§. 26. 1.) a proto i každý součin, jehož jeden činitel jest 100. Každé číslo několikaciferné můžeme si však rozvesti na dva sčítance, z nichž větší má na místě jednotek a desítek nicky na př. uvedené číslo 3512 na $3500+12$. *Větší* sčítanec — zde $3500=35\times100$ — bude *vždy* 4mi dělitelný a proto mějme vždy pouze ohled k druhému sčítanci t. j. k desítkám a jednotkám. Jsou-li i tyto — jako zde 12 — 4mi dělitelné, musí 4mi i celé číslo — zde 3512 — býti dělitelným. (§. 26. 3.)

Poznamenání. Poněvadž $4=2\times2$, mohou se čísla na posledních dvou místech děliti pouze 2ma, a je-li podíl sudý, t. j. 2ma dělitelný, bude číslo 2×2ma, t. j. 4mi dělitelné, na př.

$75396:4$; poslední dvě místa $96:2=48$, podíl 48 jest sudý tedy bude 75396 dělitelné 4mi, totiž $75396:4=18849$.

3. *Každé číslo, jehož sta, desítky a jednotky jsou 8mi dělitelné, jest 8mi dělitelné*, na př. $3656:8=457$.

Proč? — Každé číslo, které má na místě set, desítek a jednotek nicky, dá se rozvesti na dva činitele, z nichž jeden jest číslo mimo nicky, a druhý $1000=10\times10\times10=2\times5\times2\times5\times2\times5=\underbrace{2\times2\times2}\times5\times5=8\times5\times5\times5$. Poněvadž jeden z těchto činitelů jest 8, musí býti i celý součin, t. j. 1000, dělitelným 8mi, a tedy i každý součin, jehož činitel jest 1000. Příklad nám uvádí číslo 3656; toto se dá rozvesti na $3\times1000+656$; 1000 jest, jak ukázáno, dělitelný 8mi, tedy i 3×1000, pročež zapotřebí, aby i druhý sčítanec, totiž 656 (nebo poslední tři číslice), byl 8mi dělitelný; je-li, jako zde, musí býti i součet obou dělitelný 8mi (§. 26. 3). Na druhém sčítanci tedy vše záleží. a proto pravidlo: *je-li* sčítanec ten (nebo čísla na posledních třích místech) dělitelný 8mi, jest jimi celé číslo dělitelné.

Poznamenání. Podobně by se mohlo pravidlo toto vztahovati i na dělitelnost 16ti, kdyby tisíce, sta, desítky a jednotky, na 32, kdyby desítky tisíců, tisíce, sta, desítky a jednotky 16ti nebo 32ti dělitelné byly. Zkoumání takové se usnadní rozvedením 8, 16, 32 atd. na činitele. Poněvadž se totiž $8=4\times2$, můžeme jen poslední tři místa děliti 4mi, a je-li podíl sudý, bude číslo celé 8mi dělitelné, na př.: $36168:8$, dělíme-li čísla na posledních třech místech 4mi, bude se

$168:4=42$, podíl 42 jest sudý, tedy i 36168 dělitelné 8mi, neboť $36168:8=4521$. Taktéž 16 rozveďme na 8×2, a dělme čísla na posledních čtyřech místech 8mi, bude-li podíl sudý, bude i celé číslo dělitelné 16ti, na př. $365792:16$, dělíme-li čísla na posledních čtyřech místech 8mi, bude se $5792:8=724$, podíl tento jest sudý, tedy i 365792 dělitelné 16ti, neboť $365792:16=22862$ atd.

4. *Každé číslo jest 5 dělitelné, které na místě jednotek má 5 nebo 0*, na př. $25:5=5$,

$30:5=6$.

Příčina toho jest ta, že, jsou-li dva sčítanci kterýmkolivěk číslem dělitelní, jest jím i součet jejich. 25 možná však rozvesti na $20+5$ a 20 opět na 2×10, nebo 4×5, tak že se $25=4\times5+5$, avšak jest v $4\times5+5$ každý sčítanec 5ti dělitelný, tedy i součet, t. j. 25. Taktéž $30=3\times10=3\times2\times5$; je-li však jeden činitel 5ti dělitelný, jest jím i součin, t. j. 30. (§. 26. 1.)

Poznamenání. Podobně by bylo číslo dělitelné 25ti, kdyby jeho poslední dvě místa byla buď 00, nebo 25, 50, 75, a 125ti, kdyby poslední tři místa byla 000, 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875. Příčina toho jest tatáž, jako u 5ti, mohla by se však též zakládati na tomto pozorování:

Každé číslo od 1 až do nekonečna má, jsouc 5ti násobeno, na místě jednotek 5 aneb 0, jsouc 25ti násobeno, na místě desítek a jednotek 00, 25, 50, 75, a jsouc 125ti násobeno poslední tři čísla svrchu uvedená. Z toho může se tedy naopak souditi: má-li nějaké číslo na místě jednotek 5 nebo 0, jest dělitelné 5ti; má li tamtéž 00, 25, 50, 75, jest dělitelné 25ti atd.

5. Každé číslo jest 3mi a 9ti dělitelné, jehož součet číslic 3mi neb 9ti dělitelný jest, na př.:

$477:3=159$, poněvadž $4+7+7=18$, a 18 jest 3mi dělitelné, an se rovná 3×6.

$522:9=58$, poněvadž $5+2+2=9$, a každé číslo samo sebou dělitelné jest.

Proč pouze na součet číslic dbáti dlužno, patrno z následujícího, na př. 477 možná rozvesti (dle §. 6.) na

$$
\begin{aligned}
400&=4\times100=4\times(99+1)=4\times99+4\\
70&=7\times\ 10=7\times(\ 9+1)=7\times\ 9+7\\
7&=\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ 7,\\
\hline
\text{tedy } 477&=4\times\ 99+7\times9+4+7+7.
\end{aligned}
$$

Součet $4\times99+7\times9$ jest 3mi dělitelný, an 99 a 9 3mi dělitelné jsou; pročež dělitelnost celého čísla 477 záleží na $4+7+7$, t. j. na součtu číslic, tento jest zde taktéž 3mi dělitelný ($=18$), tedy i 477.

Podobně 522 možná rozvesti na:

$$
\begin{aligned}
500&=5\times100=5\times(99+1)=5\times99+5\\
20&=2\times\ 10=2\times(\ 9+1)=2\times\ 9+2\\
2&=\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ 2\\
\hline
\text{tedy } 522&=5\times\ 99+2\times9+5+2+2.
\end{aligned}
$$

Součet $5\times99+2\times9$ jest 9ti dělitelný, tedy záleží vše na $5+2+2$, t. j. na součtu číslic, tento jest 9, tedy 9ti dělitelný, pročež i celé číslo 522.

6. Je-li některé číslo dělitelné 3mi a spolu i 2ma, t. j. je-li součet číslic dělitelný 3mi, a je-li číslo sudé, bude číslo to 6ti (2×3) dělitelné, na př. $342:6$, poněvadž jest 342 číslo sudé a $3+4+2=9$ třemi dělitelné, bude i 342 dělitelné 6ti, totiž $342:6=57$.

Poznamenání. Je-li číslo některé dělitelné:
3mi i 4mi, bude dělitelné $3\times4=12$ti,
3mi i 5ti, „ „ $3\times5=15$ti,
3mi i 8mi, „ „ $3\times8=24$ti,
9ti i 4mi, „ „ $9\times4=36$ti,
9ti i 5ti, „ „ $9\times5=45$ti,
9ti i 8mi, „ „ $9\times8=72$ti atd.

7. Každé číslo, které má v pravo 1, 2, 3. . . nicky, jest 10ti, 100, 1000 atd. dělitelné, na př. 20, 150 . . . jest 10ti; 300, 3500 . . . jest 100; 6000, 75000 . . . jest 1000, atd. dělitelné.

Proč? Snadno se domysliti.

8. Každé číslo, v němž součet číslic na místech lichých (prvního + třetího + pátého atd. místa) buďto se rovná anebo se o 11, 2×11, 3×11 atd. liší od součtu číslic na místech sudých (druhého + čtvrtého + šestého atd. místa), jest 11ti dělitelné, na př. 732534 : 11; součet číslic na místech lichých jest $4+5+3=12$, a součet číslic na místech sudých $3+2+7=12$, rozdíl obou součtů $12-12=0$, tedy jest 732534 dělitelné 11ti, neboť 732534 : $11=66594$. Příčinu toho udává násobení 11ti. (§. 11. 4.)

Stává sice rozličných známek, z nichž určiti lze, je-li číslo jakési dělitelné 7mi, 13ti, 17ti atd., avšak vědomost známek těchto žádného užitku v praktickém počítání neposkytuje, poněvadž se možná v kratším čase skutečným dělením o tom přesvědčiti.

Cvičení.

Kterými čísly jsou následující čísla dělitelná*): 54, 62, 94, 98 111, 171, 213, 411, 531, 711, 891, 1312, 1624, 1736, 3832, 13216, 60015, 30115, 13560, 81324, 56934, 23148, 13404, 12336, 57264, 63672, 385192, 94392, 123453, 74625, 353925, 4315482, 35658, 5478, 35695, 439054, 356378, 358413, 653202, 368750, 85306500, 937904, 85734, 95416, 785004, 800195, 1256280, 35843200, 569325600.

4. Čísla sudá a lichá.

§. 28.

Sudá čísla počínají 2ma, a každé z nich možná na samé 2 rozvesti. Lichá čísla počínají 1, a každé následující jest o 2 větší předcházejícího.

---

*) Je-li některé číslo několika čísly dělitelné, nechť se udá, kterými, a nechť se nezapomene, že každé jiným číslem dělitelné číslo jest součin dvou činitelů, totiž dělitele, který se dle známek o dělitelnosti pozná, a podílu, že tedy takové vždy nejméně dvěma čísly dělitelné jest. Nechť se tedy obě taková čísla udají.

Sudé číslo liší se od lichého jedničkou (1) a naopak; na př. 4 jest číslo sudé, přidáme-li však k němu, anebo odebeřeme-li od něho 1 bude $4+1=5$ nebo $4-1=3$ číslo liché, naopak jest na př. 7 číslo liché, uděláme-li je však buď o 1 větší nebo o 1 menší, bude výsledek $7+1=8$ nebo $7-1=6$ číslo sudé. Za tou příčinou můžeme každé sudé číslo rozvesti na liché a jedničku na př. $6=5+1$, $10=9+1$, a každé liché číslo na sudé a jedničku na př. $9=8+1$, $3=2+1$ atd.

Pozorujeme li toto, nahledneme, že

1. sudá čísla dávají sudý součet i sudý zbytek. Neboť sečítáme-li čísla sudá, můžeme každé z nich na samé 2 rozvesti a tyto dají ovšem sudý součet, na př. $8+6=2+2+2+2+2+2+2=14$, $12+16=28$ atd. U odčítání možno taktéž menšence i menšitele na samé 2 rozvesti, odebeřeme-li pak počet takových 2 v menšiteli od určitého počtu 2 v menšenci, bude zbytek buď 1nou neb několikrát 2, tedy sudý; na př. $6-4=2$, $28-12=16$ atd.

2. Dvě lichá čísla dávají sudý součet i sudý zbytek Neboť sečítáme-li liché číslo s lichým, můžeme si každé z nich rozvesti na sudé a jedničku, čímž dostaneme za sčítance dvě čísla sudá a dvě jedničky (nebo číslo sudé), tedy i součet bude sudý; na př. $15+21=14+1+20+1=14+20+2=36$, $19+41=60$ atd. Podobně u odčítání.

3. Sudé a liché nebo liché a sudé dává lichý součet a lichý zbytek; na př. $16+5=21$, $29+10=39$; nebo $22-7=15$, $19-6=13$ atd. Příčinu toho udává předcházející.

4. Násobení vzniklo ze sečítání sobě rovných sčítanců. Za tou příčinou snadně nahledneme, že, je-li jediný pouze činitel sudý, součin vždy sudým býti musí na př. $8\times3=24$, $5\times12\times7=420$ atd.; jsou-li však činitelé naskrz čísla lichá, bude i součin lichý, na př. $9\times13=117$, $7\times17\times3=357$ atd.

5. Dělenec se rovná jak známo děliteli násobenému podílem. Jsou-li dělenec a dělitel čísla sudá, tož patrno, že může býti podíl buď sudý nebo lichý, an v každém případu násoben jsa sudým dělitelem dává sudý výsledek; na př.: $16:2=8$, $20:4=5$ atd. Je-li dělenec sudý a dělitel lichý, musí podíl býti sudý, an by jinak násoben jsa lichým dělitelem nedal sudého dělence; na př. $18:9=2$, $28:7=4$ atd. Je-li však dělenec lichý nemůže býti podíl, nechť jest dělitel jakýkoliv, nikdy sudý na př. $9:2=\frac{9}{2}$, $5:4=\frac{5}{4}$ nebo $15:3=5$, $27:9=3$ atd.

5. Vyvozování z dělitelnosti.

§. 29.

1. Každé složené číslo lze rozvesti na dva neb více činitelů, na př. $10=2\times5$, $15=3\times5$ atd., z čehož následuje, že

jest každé takové číslo prvním i druhým činitelem dělitelné, totiž:

$10:2=5$ a $10:5=2$, taktéž
$15:3=5$ a $15:5=3$.

Příčina toho jest, že každý činitel se rovná součinu dělenému druhým činitelem (§. 16. 1.).

Je-li jeden, nebo jsou-li oba činitelé složeni, možná takové na jednoduché činitele nebo prvočísla rozvesti, na př.:

$16=2\times8=2\times4\times2=2\times2\times2\times2$, nebo
$28=4\times7=2\times2\times7$ atd.

Poněvadž $16=2\times2\times2\times2$, musí se 16 dáti 4krát dvěma bez zbytku děliti, t. j. $16:2=8$, $8:2=4$ $4:2=2$, $2:2=1$. Taktéž $28=2\times2\times7$, tedy $28:2=14$, $14:2=7$, $7:7=1$.

2. Poněvadž každé číslo, které možná na dva neb více činitelů prvých rozvesti, dělitelné jest činitelem prvním, podíl ten opět dělitelný jest činitelem druhým, opětný podíl dělitelný činitelem třetím atd., až podíl bude 1: možno i naopak každé číslo složené na více činitelů prvých následovně rozvesti: Prvočísla 2, 3, 5, 7, 11 atd. se napíšou stranou, a číslo, které se na činitele rozvesti má, dělí se těmito čísly po pořadě, možná-li jedním a týmže i vícekráte. Kdybychom měli na prvé činitele rozvesti na př. 420, dělme:
$420:2=210$, $210:2=105$, $105:3=35$, $35:5=7$, a $7:7=1$.

Součin všech dělitelů bude se rovnati danému číslu, tedy bude $420=2\times2\times3\times5\times7$. Nebo kdyby se mělo 630 rozvesti na prvé činitele, dělejme taktéž:
$630:2=315$, $315:3=105$, $105:3=35$, $35:5=7$, $7:7=1$,

Způsob kratší jest tento:

$$\begin{array}{cccccc} & 2 & 3 & 3 & 5 & 7 \\ 630 | & 315 | & 105 | & 35 | & 7 | & 1 \end{array}$$

Nad přímkami napsaná čísla násob, a součin bude číslo dané $2\times3\times3\times5\times7=630$.

6. Největší dělitel společný.

§. 30.

Dvě neb více čísel může míti více společných dělitelů; ten největší z nich se nazývá největším společným dělitelem, na př. 8, 16, 24 jsou dělitelné 2ma, 4mi, 8mi, pročež jest 8 největší společný dělitel čísel 8, 16, 24; nebo 36, 54, 72 jsou dělitelné 2ma, 3mi, 6ti, 9ti a 18ti, proto jest 18 největší společný dělitel těchto čísel.

Je-li dělenec dělitelný dělitelem, jest tento největší společný dělitel dělence a sama sebe, na př. $27:9=3$, 9 jest jak samozřejmo největším společným dělitelem sama sebe a dělence 27.

Při dělení jsou zbytek a dělitel buď prvočísla vespolek, buď mají společného aneb společné dělitele. Největší společný dělitel zbytku a dělitele jest spolu největší společný dělitel dělence a dělitele, na př.:

$$\begin{array}{r} 58 : 8 = 7; \\ 56 \\ \hline 2 \end{array}$$

zbytek 2 a dělitel 8 mají největšího společného dělitele 2. Že i dělenec 58 a dělitel 8 největšího společného dělitele mají 2, vysvitá z následujícího:

„Každý dělenec se rovná součinu z dělitele a podílu více zbytku (§. 13. 1.), tedy $58 = 8 \times 7 + 2$. Činitel 8 a sčítanec 2 mají největšího společného dělitele 2, avšak největší společný dělitel dvou sčítanců jest i největším společným dělitelem sčítanců a součtu, proto jest 2 největším společným dělitelem mezi 7×8, 2 a 58ti, tedy i mezi 58ti a 8mi.

Není-li dělenec dělitelný dělitelem, není-li tedy tento největším společným dělitelem obou, zkouší se, zdali by nebyl dělitel zbytkem dělitelný. Za tou příčinou vede se zbytek do dělitele, a není-li v něm úplně obsažen, vede se opětný zbytek do předešlého dělitele atd.; dělitel, který jest bez zbytku obsažen v dělenci, bude největším společným dělitelem; je-li dělitel ten 1, t. j. zůstane-li 1 co zbytek, jsou dělenec a dělitel prvočísla vespolek, na př.

$$\begin{array}{l} 7856 : 336 = 23 \\ 1136 \\ 336 : 128 = 2 \\ 128 : 80 = 1 \\ 80 : 48 = 1 \\ 48 : 32 = 1 \\ 32 : 16 = 2 \end{array}$$

t. j. první zbytek 128 ukazuje, že 336 není společným dělitelem sebe sama a dělence, pročež se zbytkem 128 dělí do dělitele 336. Nový zbytek 80 se stane dělitelem a předešlý dělitel 128 dělencem. Opětným zbytkem 48 dělí se do 80; zbytkem 32 do 48, a zbytkem 16 do 32, 16 jest v 32 úplně obsaženo, pročež bude 16 co poslední dělitel největším společným dělitelem původního dělence a dělitele; o čemž se snadno dělením přesvědčíme.

Skráceným způsobem se totéž děje buď takto:

7856	336	23
128	80	2
48	32	1
16		1
		1
		2

t. j. $7856 : 336 = 23$, zbytkem 128 dělí se do 336, zbytkem 80 do 128, zbytkem 48 do 80, zbytkem 32 do 48 a zbytkem 16 do 32; 16 jest největší dělitel společný mezi 7856 a 336.

Nebo se píše každý podíl nad znaménko dělení takto:

$$7856 \overset{23}{:} 336 \overset{2}{:} 128 \overset{1}{:} 80 \overset{1}{:} 48 \overset{1}{:} 32 \overset{2}{:} 16.$$

Cvičení.

Kterého největšího společného dělitele mají čísla: 6480 a 854, 351 a 62352, 73584 a 682, 53218 a 825, 5631 a 789, 65328 a 7432. 226930 a 39402, 35625 a 690, 897321 a 5325, 632574 a

89572, 95361400 a 789655, 345565 a 23595, 326176 a 58344, 123456 a 7890, 67890 a 12345, 8973657 a 325323?

7. Nejmenší násobek.

§. 31.

Je-li číslo dvěma, třemi aneb více čísly dělitelné, nazývá se **společný násobek** čísel těchto na př. 16 jest dělitelné 2ma, 4mi, 8mi, jest tedy 16 společný násobek 2, 4, 8; nebo 75 jest dělitelné 3mi, 5ti, 15ti, 25ti, tedy jest 75 společný násobek čísel 3, 5, 15 a 25. Mnohé číslo jest tedy několika čísly dělitelné; je-li však několik čísel, která týmiž čísly dělitelná jsou, t. j. mají-li titíž dělitelé více společných násobků, musí jak patrno jeden z těchto násobků býti nejmenší, a takový se zove **nejmenší společný násobek**, na př. 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, jsou dělitelé čísel 24, 48, 72, 120, nebo 24, 48, 72, 120 jsou společné násobky čísel 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, avšak 24 jest **nejmenší** společný násobek těchto čísel; nebo: 2, 3, 6, 12 jsou dělitelé čísel: 36, 72, 144, 192 a 36 jest **nejmenší** společný násobek čísel 2, 3, 6 a 12.

Kdyby několik čísel dáno bylo, a měl-li by se jejich nejmenší společný násobek, t. j. ono číslo určiti, které by **nejen všemi danými čísly bylo dělitelné, nýbrž i nejmenší bylo všech**, která by byla danými oněmi čísly dělitelná, šetřme následujících pravidel:

1. Pro lepší přehled napišme všechna daná čísla do jedné řady, nejlépe dle přirozeného pořádku.

2. Na ona čísla, která v jiných úplně obsažena jsou, nebeřme žádného ohledu.

3. Pohleďme na ostatní čísla a mají-li z nich dvě, tři atd. prvočíslo jakés (2, 3, 5, 7 . . .) za společného dělitele, napišme toto stranou, a dělme jím ona čísla.

4. Mají-li ještě některá čísla prvočíslo za společného dělitele, napišme toto opět stranou, a dělme jím opět ona čísla. To se opakuje tak dlouho, až čísla zbývající jsou prvočísla vespolek.

5. Násobme stranou napsané dělitele a zbylá prvočísla vespolek. Součin všech bude nejmenší společný násobek všech daných čísel.

Měli-li bychom na př. udati nejmenší násobek společný čísel: 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 28, 30, patrno že 2, 3, 4, 6, 12 jsou v ostatních úplně obsažena, pročež pozorujme

pouze	8, 24, 28, 30	2
Společný dělitel všech jest 2, napišme jej stranou a dělme jím	4, 12, 14, 15	2
u tří z nich jest opět 2 společným dělitelem, tedy	2, 6, 7, 15	2
u dvou z těchto jest ještě 2 společným dělitelem, pročež	1, 3, 7, 15	3
3 a 15 mají za společného dělitele 3, tedy	1, 7, 5	

5 a 7 jsou prvočísla, pročež násobme čísla stranou a tato prvočísla vespolek, bude:

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 5 = 840$ nejmenší společný násobek.

Tento musí býti všemi danými čísly dělitelný, o čemž se přesvědčiti vždy nutno.

Příčina toho jest následující: Daná čísla se tímto dělením rozvedou ve dva neb více činitelů, a z těchto činitelů se společní vyjmou (stranou napíšou), tak že jen prvočísla vespolek státi zůstanou. Násobí-li se pak tito veškeří činitelé všech čísel daných vespolek, musí i součin ten býti násobek společný čísel těch a co takový každým z nich dělitelný. Násobek tento společný jest však i nejmenší, jenž jimi dělitelný jest, poněvadž se prvočísla tedy nejmenší společní dělitelé čísel těch vyjímají, a opět jen prvočísla vespolek na konci zbudou. Kdybychom měli udati nejmenší společný násobek na př. čísel: 8, 18, 24, 42, napíšeme sice:

8, 18, 24, 42;

měli bychom však napsati jejich nejmenší činitele, totiž:

$8 = 2 \times 2 \times 2$, $18 = 2 \times 3 \times 3$, $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$,
$42 = 2 \times 3 \times 7$, nebo:

$2 \times 2 \times 2$, $2 \times 3 \times 3$, $2 \times 2 \times 2 \times 3$, $2 \times 3 \times 7$.

Pozorujeme-li v naznačených těchto součinech společné činitele, vidíme, že činitel 2 jest všem součinům společný, po vypuštění toho jsou činitelé 2×2 společní součinu prvnímu a třetímu, a po vynechání těchto jest činitel 3 společný součinu druhému, třetímu a čtvrtému. Vysadíme-li tyto činitele, zůstanou v součinu druhém a čtvrtém prvočísla 3 a 7, a násobíme-li ony společné činitele těmito prvočísly, bude se:

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 504,$$

504 jest tedy nejmenší společný násobek čísel uvedených.

Poznamenání. Takové rozvádění na činitele slouží jen k objasnění; v praktickém počítání se užívá prvního způsobu.

Cvičení.

Určete nejmenší společný násobek čísel:

1. 4, 10, 15, 21; 5, 14, 35, 12, 27, 36.
2. 8, 16, 20, 28; 18, 22, 45, 55.
3. 2, 3, 6, 18, 30, 36.
4. 5, 8, 20, 36, 45, 50.
5. 8, 18, 27, 42, 58, 64.
6. 12, 15, 21, 25, 38, 48, 56.
7. 20, 26, 38, 54, 62, 74.
8. 26, 52, 66, 77, 84, 92, 99.
9. 28, 42, 58, 78, 80, 92, 104.
10. 32, 52, 62, 72, 82, 92, 102.
11. 45, 100, 150, 260, 485, 500.
12. 52, 94, 126, 230, 380, 400.

Částka čtvrtá.

Počítání zlomky obyčejnými.

---

1. Výklad zlomků obyčejných.

§. 32.

Každá jednička sama o sobě činí celek, na př. 1°, 1', 1" atd. Patrno, že 1°, 1' i 1" jsou samy o sobě jedničky a při každém druhu počítání by se jimi co jedničkami nakládalo. Porovnáme-li však na př. 1' s 1°, snadno pochopíme, že 1' není tak velká jednička jako 1°, nýbrž že teprv 6 takých jedniček jako 1' by se rovnalo 1°. Z porovnání tohoto následuje, že pro rozeznání obou jedniček od sebe, jakož i proto, abychom i hned poznali, kolik jedniček nižších v jedničce vyšší (zde kolik střevíců v 1°) obsaženo jest, nutno, abychom takovou jedničku nižší jinak naznačili. Za tou příčinou napíšeme jedničku nižší, a abychom ukázali, že ji pozorujeme co několiký díl jedničky vyšší (pouze potažně k patřičné jedničce vyšší), vedeme pod ní přímku, a pod tuto klademe jedničku vyšší rozdělenou na jedničky rovnající se jedničce nadepsané. Kdybychom tedy chtěli naznačiti, že 1' béřeme co několiký díl 1°, rozvedeme 1° na 6' a naznačíme 1' = $^1/_6$ sáhu, t. j. sáh jsme rozdělili, a nebo si jej rozdělený myslili na 6 stejných menších jedniček, z nichž každá se nazývá 1'.

Taková jednička naznačuje poměr k jedničce vyšší a nazývá se zlomková. Jako vůbec jednička připočtěná k stejnorodé jedničce dá dvě jedničky, a opět jedna stejnorodá k nim přidaná dá tři jedničky atd., taktéž jednička zlomková k zlomkové jedničce stejnorodé připočtěná dá dvě, ještě jedna k těmto dá tři atd. jedničky zlomkové. Avšak soubor jedniček stejnorodých vůbec nazýváme číslo, tedy bude i soubor jedniček zlomkových stejnorodých číslo zlomkové neb vůbec zlomek, na př. $^2/_6$, $^3/_6$, $^5/_6$ atd., nebo $^2/_7$, $^3/_7$, $^4/_7$ atd. Patrno, že $^2/_6$, $^3/_6$, $^4/_6$ atd. naznačují soubor neboli součet sčítanců, z nichž každý jest jednička zlomková, totiž $^1/_6$, taktéž $^2/_7$, $^3/_7$, $^4/_7$ atd. jest už součet $^1/_7$ k $^1/_7$ atd., o čemž dále pojednáno.

S podobou jedniček zlomkových změnilo se i jejich jméno, tak na př. u zlomkové jedničky $^1/_6$ jmenuje se **1 čitatel** a **6 jmenovatel**, což platí i o souboru jedniček zlomkových nebo o zlomcích vůbec, tak že u zlomků $^5/_6$, $^4/_7$ atd. se vždy jmenuje vrchní číslo čítatel a spodní jmenovatel, přímce mezi oběma říká se lomitko.

Jmenovatel ukazuje tedy, na kolik stejných jedniček nižších jsme jedničku vyšší rozdělili (anebo rozdělenu si myslili), a čítatel udává, kolik takových jedniček nižších pozorujeme.

Zlomek, jehož čítatel jest menší jmenovatele, nazývá se pravý na př. $^2/_5$, $^3/_7$ atd., je-li však čítatel větší jmenovatele — nepravý na př. $^7/_5$, $^8/_3$ atd.

2. Porovnání zlomků obyčejných s dělením.

§. 33.

První pohled na podobu zlomku (na př. $^5/_6$) upomíná nás na dělení naznačené (§. 13.), a jmenovitě na ten případ, v kterém dělenec menší jest nežli dělitel. Kdybychom 1 zl. měli stejně rozděliti mezi 5 lidí; patrno, že by nedostal každý celý zlatý, nýbrž že bychom zlatý rozměnili na několik menších jedniček, na př. na desetníky, a že bychom pak dávali každé osobě tak dlouho po desetníku, až by celý zlatý, nebo 10 desetníků rozdáno bylo. Každá osoba by dostala takto 2 desetníky anebo dvacetník. Poněvadž však bylo 5 osob a každá osoba dostala dvacetník, dostala tedy každá z celého pátý díl; celek však byl 1 zlatý, tedy dostala každá pátý díl zlatého neb, jak se to obyčejně píše, $^1/_5$ zl. Tento výsledek dá tedy dělení, totiž $1 : 5 = {}^1/_5$, pročež každý zlomek možná považovati za naznačený podíl, na př. $^5/_6 = 5 : 6$, $^7/_8 = 7 : 8$ atd.; dle toho se stane dělenec čítatelem, dělitel jmenovatelem, a podíl zlomkem (nebo vlastně hodnotou zlomku).

Za touto příčinou platí zde vše, co u dělení praveno bylo, jmenovitě:

1. Je-li čítatel roven jmenovateli, jest hodnota zlomku $= 1$, na př. $^5/_5 = 1$, $^8/_8 = 1$. (§. 13. 3.). Je-li čítatel větší jmenovatele (u zlomku nepravého) dělí se čítatel jmenovatelem a zbytek se k podílu připočte na př. $^8/_3 = 8 : 3 = 2 + {}^2/_3$.

2. Každé číslo celé možná považovati za zlomek (podíl), jehož čítatelem jest číslo samé a jmenovatelem 1; na př. $3 = {}^3/_1$, $8 = {}^8/_1$ atd. (§. 13. 4.)

3. Poněvadž se podíl nemění, násobí-li neb dělí-li se dělenec i dělitel týmže číslem (§. 16.), nemění se i hodnota zlomku, násobíme-li anebo dělíme-li čítatele a jmenovatele týmž číslem, na př. $^2/_5 = 2 : 5$, avšak se (dle §. 16.) hodnota podílu ($^2/_5$) nemění, násobíme-li dělence (2) i dělitele (5) na př. 4mi, pročež:

$$\frac{2}{5} = 2 \times 4 : 5 \times 4 = 8 : 20 \text{ anebo } \frac{8}{20};\ \frac{3}{8} = 3 : 8 = 3 \times 6 : 8 \times 6$$

$$= 18 : 48 \text{ aneb } \frac{18}{48};\ \frac{5}{7} = \frac{5 \times 8}{7 \times 8} = \frac{40}{56} \text{ atd.}$$

Porovnání zlomků obyčejných s dělením vysvětluje následující důležité věty:

a) Každé celé číslo možná bez proměnění jeho hodnoty vyjádřiti zlomkem, jehož jmenovatel jest libovolný, na př. 3 možná proměniti v zlomek s jmenovatelem na př. 6;

nebot $3 = 3:1 = \frac{3}{1}$ a

(dle §. 16.) $3 = 3 \times 6 : 1 \times 6 = 18 : 6 = \frac{18}{6}$;

nebo na př. 8 mělo by se proměniti v zlomek s jmenovatelem 5, tu patrno, že $8 = 8:1 = \frac{8}{1}$ a (dle §. 16.)

$$8 = 8 \times 5 : 1 \times 5 = 40 : 5 = \frac{40}{5} \text{ atd.}$$

Chceme-li tedy celé číslo bez proměnění hodnoty jeho vyjádřiti zlomkem určitého jmenovatele, násobme a dělme číslo týmže jmenovatelem, tak na př. proměníme

9 v zlomek s jmenovatelem 4, pakli $\frac{9\times4}{4} = \frac{36}{4}$

6 „ „ „ „ 7 „ $\frac{6\times7}{7} = \frac{42}{7}$ atd.

b) Každý zlomek možná uvesti na jiný s určitým jmenovatelem, pakli v něm původní jmenovatel co činitel obsažen jest. Určitý jmenovatel se rozvede totiž na dva činitele, z nichž jeden jest roven jmenovateli původnímu, a druhým činitelem se čitatel i jmenovatel daného zlomku násobí, na př.:

$\frac{3}{4}$ měly by se proměniti v zlomek jiný s jmenovatelem 12; 12 jest dělitelno původním jmenovatelem 4, tedy rozvedeme 12 na 4×3, a abychom u $\frac{3}{4}$ dostali na místo jmenovatele 4 jmenovatele 12, musíme 4×3, aby se ale hodnota zlomku neproměnila, nutno i čitatele 3×3, pročež násobme druhým činitelem (3) čitatele a jmenovatele původního zlomku, tedy:

$\frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$; nebo:

$\frac{5}{6}$ mělo by se přivesti na jmenovatele 24. Známo, že $24 = 6 \times 4$, tedy násobme čitatele a jmenovatele 4mi, a bude

$\frac{5}{6} = \frac{5\times4}{6\times4} = \frac{20}{24}$ atd.

Taktéž lze i více zlomků bez změny jich hodnoty uvesti na jiné s určitým jmenovatelem, pakli tento všemi původními jmenovateli dělitelný jest. Kdybychom na př. měli uvesti zlomky $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{9}$ na jiné s jmenovatelem 18, bude ohledně

$$\frac{2}{3}\ 18 = 9 \times 2,\ \text{tedy}\ \frac{2}{3} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18},$$

a ohledně $\frac{4}{9}$ $18 = 3 \times 6$, tedy $\frac{4}{9} = \frac{4 \times 2}{9 \times 2} = \frac{8}{18}$. Nebo kdyby se měly zlomky $\frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}$ uvesti na jiné s jmenovatelem 30, rozveďme si 30 na dva činitele a sice:

$$\text{ohledně}\ \frac{3}{5}\ \text{bude}\ 30 = 5 \times 6,\ \text{tedy}\ \frac{3}{5} = \frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{18}{30}$$

$$\text{„}\ \frac{5}{6}\ \text{„}\ 30 = 6 \times 5\ \text{„}\ \frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}$$

$$\text{„}\ \frac{7}{10}\ \text{„}\ 30 = 10 \times 3\ \text{„}\ \frac{7}{10} = \frac{7 \times 3}{10 \times 3} = \frac{21}{30}$$

$$\text{„}\ \frac{8}{15}\ \text{„}\ 30 = 15 \times 2\ \text{„}\ \frac{8}{15} = \frac{8 \times 2}{15 \times 2} = \frac{16}{30}\ \text{atd.}$$

Má-li několik zlomků téhož jmenovatele, nazývá se tento **společný**; v uvedeném příkladě jest tedy 30 společný jmenovatel. Uvedeme-li několik zlomků na určitého **společného** jmenovatele, musí tento býti **každým původním jmenovatelem dělitelný**, což už z toho vysvitá, an takový společný jmenovatel se rozvede hned z prvu na činitele, z nichž jeden jest jmenovatel zlomku původního. Takový jmenovatel společný jest tedy **násobek** každého jmenovatele původního, a o něm platí vše, co o násobku vůbec povědíno bylo. (§. 31.)

c) **Rozličné jmenovatele možná uvesti na nejmenšího jmenovatele společného**, na př.: U zlomků $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{12}, \frac{4}{15}$ měli bychom jmenovatele 2, 5, 12, 15 uvesti na nejmenšího jmenovatele společného, což tolik jest, jako určiti nejmenší společný násobek uvedených čísel (jmenovatelů) a opatřiti jím co jmenovatelem dané zlomky. Stává se to jak známo (z §. 31), že se jmenovatelé ti napíšou v řadu, 2 jest obsaženo v 12ti, 5 v 15ti, pročež se pouze vysadí společný činitel 12ti a 15ti totiž 3, a

2,	5,	12,	15	3
		4	5	

$3 \times 4 \times 5 = 60$ jest nejmenší společný násobek, neboli nejmenší společný jmenovatel původních jmenovatelů 2, 5, 12, 15, který všemi těmito dělitelný býti musí. Abychom $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{12}, \frac{4}{15}$ uvedli na jmenovatele 60, rozveďme 60 na dva činitele, z nichž jeden bude buď 2, 5, 12 neb 15, a násobme vždy druhým činitelem původního čítatele i jmenovatele, totiž:

$$60 = 2 \times 30 \text{ tedy } \frac{1 \times 30}{2 \times 30} = \frac{30}{60}$$
$$60 = 5 \times 12 \quad \text{„} \quad \frac{3 \times 12}{5 \times 12} = \frac{36}{60}$$
$$60 = 12 \times 5 \quad \text{„} \quad \frac{7 \times 5}{12 \times 5} = \frac{35}{60}$$
$$60 = 15 \times 4 \quad \text{„} \quad \frac{4 \times 4}{15 \times 4} = \frac{16}{60}.$$

Pro stručnost se to obyčejně stává takto:

$$\begin{array}{c|c|l}
 & 60 & \\
\hline
\frac{1}{2} & 30 & 30 \text{ t. j. } \frac{1}{2} = \frac{30}{60} \\
\frac{3}{5} & 12 & 36 \quad \frac{3}{5} = \frac{36}{60} \\
\frac{7}{12} & 5 & 35 \quad \frac{7}{12} = \frac{35}{60} \\
\frac{4}{15} & 4 & 16 \quad \frac{4}{15} = \frac{16}{60}.
\end{array}$$

Kdybychom měli převesti na společného nejmenšího jmenovatele na př. zlomky: $\frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{2}{9}, \frac{5}{16}, \frac{11}{18}$, dělejme tedy takto:

$$\begin{array}{l|l}
6,\ 8,\ 9,\ 16,\ 18 & 2 \\
 9 \quad 8 \quad 9 & 9 \\
 8 &
\end{array}$$

Nejmenší společný jmenovatel bude tedy: $2 \times 9 \times 8 = 144$, pročež

$$\begin{array}{c|c|l}
 & 144 & \\
\hline
\frac{5}{6} & 24 & 120 \text{ tedy } \frac{5}{6} = \frac{120}{144} \\
\frac{7}{8} & 18 & 126 \quad \text{„} \quad \frac{7}{8} = \frac{126}{144} \\
\frac{2}{9} & 16 & 32 \quad \text{„} \quad \frac{2}{9} = \frac{32}{144} \\
\frac{5}{16} & 9 & 45 \quad \text{„} \quad \frac{5}{16} = \frac{45}{144} \\
\frac{11}{18} & 8 & 88 \quad \text{„} \quad \frac{11}{18} = \frac{88}{144}.
\end{array}$$

d) Mají-li čítatel a jmenovatel některého zlomku společného dělitele, možná zlomek ten bez proměnění hodnoty jeho menšími čísly vyjádřiti, čili skrátiti, což se stane, dělíme-li čítatele a jmenovatele společným jejich dělitelem.

Na př. $\frac{16}{20}$, čítatel i jmenovatel mají 4 za společného dělitele, tedy: $\frac{16}{20} = \frac{16:4}{20:4} = \frac{4}{5}$; nebo u zlomku $\frac{18}{27}$ jest společný dělitel 9, tedy:

$\frac{18}{27} = \frac{18:9}{27:9} = \frac{2}{3}$. Obyčejně se píše $\overset{9}{\frac{18}{27}\Big|\frac{2}{3}}$; $\overset{5}{\frac{25}{30}\Big|\frac{5}{6}}$ atd.

Příčina toho jest, že podíl zůstane tentýž pak-li dělence i dělitele týmže číslem dělíme (§. 16.). Skratiž se vždy zlomek kdykoliv možná! Kdybychom nepoznali (pomocí známek o dělitelnosti), dá-li se určitý zlomek skrátiti, použijme pravidla, jak se určuje největší společný dělitel (§. 30).

Cvičení.

1. Jak se vyjádří 1 rozličnými zlomky?
2. Proměňte: 4, 5, 7, 8 na zlomky s jmenovatelem 9;
   10, 15, 18, 23, 28 na zlomky s jmenovatelem 16:
   32, 38, 45, 53, 68 na zlomky s jmenovatelem 24;
   72, 79, 82, 89 na zlomky s jmenovatelem 30.

3. Uveďte	1.	$\frac{4}{5}$	na	zlomek s	jmenovatelem	15.
„	2.	$\frac{8}{9}$	„	„	„	54.
„	3.	$\frac{2}{3}$	„	„	„	27.
„	4.	$\frac{5}{7}$	„	„	„	21.
„	5.	$\frac{4}{11}$	„	„	„	55.
„	6.	$\frac{7}{16}$	„	„	„	112.
„	7.	$\frac{7}{18}$	„	„	„	90.
„	8.	$\frac{12}{17}$	„	„	„	102.
„	9.	$\frac{13}{19}$	„	„	„	95.
„	10.	$\frac{15}{23}$	„	„	„	161.
„	11.	$\frac{18}{29}$	„	„	„	87.
„	12.	$\frac{21}{32}$	„	„	„	160.

4. Uveďte 1. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}$ na zlomek s jmenovatelem 24.

" 2. $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{3}{10}$ " " " 630.

" 3. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ na zlomek " 120.

" 4. $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{7}{10}, \frac{9}{14}$ " " " 1260.

" 5. $\frac{7}{8}, \frac{8}{11}, \frac{12}{13}, \frac{13}{16}, \frac{9}{22}$ " " " 4576.

5. Skraťte následující zlomky: $\frac{9}{18}, \frac{4}{24}, \frac{5}{25}, \frac{7}{28}, \frac{28}{36}, \frac{38}{44}, \frac{42}{49}, \frac{33}{77}, \frac{58}{116}, \frac{72}{180}, \frac{88}{320}, \frac{124}{464}, \frac{246}{576}, \frac{351}{603}, \frac{402}{1212}, \frac{385}{1265}, \frac{209}{1298}, \frac{650}{1450}, \frac{765}{1620}, \frac{864}{2584}, \frac{1230}{5700}, \frac{3504}{13792}, \frac{41400}{73440}$.

6. Uveďte na nejmenšího společného jmenovatele následující zlomky:

1. $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$.
2. $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{9}{10}$.
3. $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{5}{14}, \frac{11}{15}$.
4. $\frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{6}{11}, \frac{13}{20}, \frac{17}{24}$.
5. $\frac{3}{14}, \frac{5}{19}, \frac{1}{28}, \frac{11}{30}, \frac{15}{38}$.
6. $\frac{10}{13}, \frac{11}{14}, \frac{17}{26}, \frac{19}{28}, \frac{25}{39}$.
7. $\frac{11}{21}, \frac{5}{22}, \frac{6}{27}, \frac{17}{42}, \frac{13}{66}$.
8. $\frac{5}{32}, \frac{7}{33}, \frac{9}{64}, \frac{10}{99}, \frac{15}{128}, \frac{17}{134}$.

7. Dají-li se následující zlomky skrátiti, a čím? $\frac{2613}{6009}, \frac{9064}{18905}, \frac{9625}{17380}, \frac{19911}{21814}, \frac{322146}{439290}, \frac{10315}{22583}, \frac{57416}{64593}, \frac{83160}{284592}$ (dle §. 30.).

3. Sečítání zlomků obyčejných.

§. 34.

1. Jen stejnorodé zlomky možná sečítati, t. j. takové, které mají touže základní jedničku. Zlomky zakládající se na téže jedničce (zlomkové) mají stejné jmenovatele, pročež se může i říci, sečítati se mohou pouze zlomky stejných jmenovatelů, na př.

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$, $\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$ atd.

U zlomků stejných jmenovatelů sečítají se pouze čítatelé a společný jmenovatel se pod součet čitatelů jednou napíše, na př.:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5},$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}\ ^{*)} \text{ atd.}$$

2. Celé číslo a zlomek, na př. $3 + \frac{3}{4}$ nemožno tak, jak jsou, sečísti, an nejsou stejnorodé; neboť 3 se zakládá na jedničce 1, a $\frac{3}{4}$ na jedničce zlomkové $\frac{1}{4}$; proto se musejí obě na touže jedničku uvesti. $\frac{3}{4}$ nemožno uvesti na jedničku celou, 3 však možno uvesti na jedničku $\frac{1}{4}$, neboť známo, že každé číslo celé ve zlomek s libovolným jmenovatelem proměniti možná (§. 33. a). 3 na čtvrtiny uvedeno dá $\frac{3\times4}{4} = \frac{12}{4}$, a $\frac{12}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$; taktéž na př.

$5 + \frac{7}{8}$ možná sečísti, uvedeme-li 5 na osminy, totiž:

$\frac{5\times8}{8} + \frac{7}{8} = \frac{40}{8} + \frac{7}{8} = \frac{47}{8}$, nebo:

$6 + \frac{2}{3} = \frac{6\times3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$ atd.

Celé číslo a zlomek nazýváme číslo smíšené; takové číslo sečísti jmenujeme zlomek zříditi, což se stává obyčejně, že se násobí celé číslo jmenovatelem, k součinu se čitatel připočte a jmenovatel pod součet ten napíše, na př.:

---

*) Porovnejte to se sčítáním pojmenovaných čísel, na př. 2 zl. + 1 zl. + 4 zl. = 7 zl.; co zde zl. (jméno), to u zlomků při sečítání a odčítání jmenovatel.

$$6 + \frac{2}{3} = \frac{18+2}{3} = \frac{20}{3},$$
$$8 + \frac{1}{7} = \frac{56+1}{7} = \frac{57}{7},$$
$$9 + \frac{4}{5} = \frac{49}{5} \text{ atd.}$$

Poznamenání. Na místě na př. $5 + \frac{7}{8}$ píše se sice obyčejně $5\,{}^7/_8$ pro krátkost; musí se však mezi obě vždy + mysliti, tak že jest každé číslo smíšené, dvojčlen. (§. 6.)

3. Mají-li zlomky rozličné jmenovatele, musejí se na společného nejmenšího jmenovatele uvesti způsobem v §. 33. c. uvedeným. Jsou-li sčítanci čísla smíšená, sečítají se nejprvé zlomky, dají-li zlomek nepravý, přivede se tento na číslo smíšené (nebo na celé §. 33. 1.), zlomek pravý se napíše pod zlomky a číslo celé se připočítá k celým. Na př.

$$\left.\begin{array}{r} 5 + \frac{2}{3} \\ 4 + \frac{3}{8} \\ 3 + \frac{1}{6} \\ \hline 13 + \frac{5}{24} \end{array}\right\}$$

Společný nejmenší jmenovatel se určí:

$$\begin{array}{c|l} 3,\ 6,\ 8 & 2 \\ 3,\ 4 & \end{array} \quad 2 \times 3 \times 4 = 24, \text{ tedy}$$

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{24} \\ \hline \frac{2}{3},\ 8 & 16 \\ \frac{3}{8},\ 3 & 9 \\ \frac{1}{6},\ 4 & 4 \\ \hline & \end{array}$$

$$\frac{29}{24} = 1 + \frac{5}{24}.$$

4. Mají-li se pouze dva zlomky rozličných jmenovatelů, kteří jsou spolu prvočísla vespolek, sečísti, násobí se jmenovatelem zlomku prvního čitatel i jmenovatel zlomku druhého, a jmenovatelem zlomku druhého, čitatel i jmenovatel zlomku prvního, na př.

$$\frac{3}{7} + \frac{5}{8} = \frac{3\times8}{7\times8} + \frac{5\times7}{8\times7} = \frac{24+35}{56} = \frac{59}{56} = 1 + \frac{3}{56};$$

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{11} = \frac{22+20}{55} = \frac{42}{55}.$$

Cvičení.

Sečtěte: 1. $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$; $\frac{7}{9} + \frac{2}{9} + \frac{5}{9} + \frac{1}{9}$; $\frac{12}{13} + \frac{7}{13} + \frac{6}{13} + \frac{10}{13} + \frac{11}{13}$; $\frac{8}{15} + \frac{7}{15} + \frac{11}{15} + \frac{14}{15} = \frac{13}{15}$.

Sečtěte 2. $8+\frac{2}{3}$, $12+\frac{4}{5}$, $14+\frac{5}{6}$, $18+\frac{5}{9}$, $22+\frac{9}{10}$, $26+\frac{12}{13}$, $99+\frac{15}{16}$, $53+\frac{17}{18}$, $36+\frac{5}{19}$, $35+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}$, $41+\frac{5}{6}+\frac{1}{6}$, $48+\frac{5}{9}+\frac{7}{9}$, $50+\frac{1}{10}+\frac{3}{10}+\frac{7}{10}$, $56+\frac{2}{11}+\frac{8}{11}+\frac{10}{11}+\frac{5}{11}$.

» 3. $\frac{9}{16}+\frac{7}{8}$, $\frac{7}{15}+\frac{4}{7}$, $\frac{8}{9}+\frac{3}{5}$, $\frac{6}{7}+\frac{1}{11}$, $\frac{4}{17}+\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}+\frac{4}{9}+\frac{7}{12}+\frac{13}{18}$; $\frac{5}{9}+\frac{4}{15}+\frac{11}{18}+\frac{13}{30}$; $\frac{1}{5}+\frac{13}{15}+\frac{20}{21}+\frac{16}{25}+\frac{19}{27}$; $\frac{3}{7}+\frac{5}{9}+\frac{13}{14}+\frac{16}{21}+\frac{23}{28}$.

» 4.

$6+\frac{2}{3}$	$15+\frac{7}{8}$	$16+\frac{1}{5}$	$56+\frac{5}{18}$	$128+\frac{32}{65}$
$8+\frac{3}{7}$	$24+\frac{13}{16}$	$23+\frac{1}{10}$	$62+\frac{7}{26}$	$235+\frac{31}{70}$
$12+\frac{4}{9}$	$27+\frac{5}{6}$	$32+\frac{5}{16}$	$68+\frac{17}{18}$	$384+\frac{53}{80}$
	$30+\frac{1}{12}$	$38+\frac{1}{15}$	$72+\frac{23}{52}$	$465+\frac{69}{85}$
		$40+\frac{8}{25}$	$84+\frac{37}{54}$	$580+\frac{99}{100}$

5. Kdosi potřebuje 1. den $\left(2+\frac{3}{4}\right)$ zl.
2. » $\left(1+\frac{1}{2}\right)$ »
3. » $\left(1+\frac{9}{10}\right)$ »
4. » $\left(3+\frac{1}{20}\right)$ »
5. » $\left(2+\frac{21}{50}\right)$ »

Mnoholi potřebuje dohromady?

6. Kdosi koupí jednou 1 setn. + $83\frac{1}{8}$ lib. cukru;
po druhé 2 » + $52\frac{5}{16}$ » »
po třetí 1 » + $28\frac{7}{8}$ » »
po čtvrté 1 » + $95\frac{1}{4}$ » »

Mnoholi koupil dohromady?

7. Jedna přímka jest dlouhá $1^0 + 3' + 4\frac{1}{2}''$
druhá „ „ „ $5' + 6\frac{3}{4}''$
třetí „ „ „ $1^0 + 1' + 7\frac{5}{8}''$
čtvrtá „ „ „ $1^0 + 1' + 9\frac{1}{2}''$.
Jak dlouhé jsou přímky tyto dohromady?

8. Jaký jest součet čtyř čísel: 1. jest $28 + \frac{3}{7}$
2. „ o $13 + \frac{5}{9}$ větší nežli 1.
3. „ o $16 + \frac{7}{18}$ „ „ 2.
4. „ o $18 + \frac{16}{21}$ „ „ 3.

9. Sečtěte: $\frac{8}{11} + \frac{13}{18} + \frac{5}{9} + \frac{7}{15} + \frac{7}{12} + \frac{9}{13} + \frac{5}{8} + \frac{3}{14}$;
$\frac{7}{8} + 4\frac{5}{6} + \frac{9}{13} + 23\frac{5}{12} + \frac{19}{23} + 4\frac{1}{5} + 10\frac{5}{6}$.

4. Odčítání obyčejných zlomků.

§. 35.

1. Jen stejnorodé (stejnojmenné) zlomky možná odčítati. A sice odečítá se čítatel menšitele od čítatele menšence a stejný jmenovatel se pod zbytek jednou napíše. Na př.
$$\frac{6}{7} - \frac{5}{7} = \frac{6-5}{7} = \frac{1}{7}; \quad \frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{11-5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

2. Nemají-li zlomky, které odčítati máme, stejných jmenovatelů, uvedou se prvé na společného jmenovatele. A sice, jsou-li oba jmenovatelé prvočísla vespolek, násobí se hned čítatel a jmenovatel menšence jmenovatelem menšitele a čítatel a jmenovatel menšitele jmenovatelem menšence, dále se pracuje jako prvé. Na př.
$$\frac{8}{9} - \frac{3}{10} = \frac{8\times10}{9\times10} - \frac{3\times9}{10\times9} = \frac{80-27}{90} = \frac{53}{90};$$
$$\frac{5}{14} - \frac{3}{11} = \frac{5\times11-3\times14}{14\times11} = \frac{55-42}{154} = \frac{13}{14}.$$
Mají-li však jmenovatelé společného činitele, dělí se jím oba a podíly násobí se vespolek a oním činitelem. Součin ten jest nejmenší jmenovatel společný, na kterého se oba zlomky uvedou; dále se pracuje jako prvé. Na př.
$$\frac{7}{12} - \frac{5}{16} = \frac{7.4}{3.4.4} - \frac{5.3}{3.4.4} = \frac{28-15}{48} = \frac{13}{48}.$$
$$\frac{17}{28} - \frac{11}{49} = \frac{17.7}{7.4.7} - \frac{4.11}{7.4.7} = \frac{119-44}{196} = \frac{75}{196}.$$

3. Byl-li by kterýkolivěk jmenovatel násobek jmenovatele druhého, dělme oba, a násobme podílem čítatele a jmenovatele tohoto na př.:

$$\frac{5}{8}-\frac{1}{4},\left(8:4=2\right), \text{ tedy:}$$
$$\frac{5}{8}-\frac{1\times2}{4\times2}=\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}, \text{ nebo:}$$
$$\frac{3}{4}-\frac{7}{24},\left(24:4=6\right), \text{ tedy:}$$
$$\frac{3\times6}{4\times6}-\frac{7}{24}=\frac{18}{24}-\frac{7}{24}=\frac{11}{24} \text{ atd.}$$

4. Jsou-li menšenec a menšitel čísla smíšená, mimo to však zlomky jejich stejnojmenné, tu se buď zlomek menšitele odečte od zlomku menšence (je-li tento větší, není-li však, rozvede se jednička celého čísla v něm na zlomek se stejným jmenovatelem) a podobně se odečtou i čísla celá; anebo se smíšená čísla proměnί na nepravé zlomky a tyto se pak odečtou, na př.

$\left(8+\frac{3}{5}\right)-\left(6+\frac{2}{5}\right)$, buď se odečtou $\frac{2}{5}$ od $\frac{3}{5}$ a 6 od 8, což dá zbytkem

$2+\frac{1}{5}$, anebo se uvedou smíšená čísla na nepravé zlomky:

$$\left.\begin{array}{l}\left(8+\frac{3}{5}\right)=\frac{43}{5}\\ \left(6+\frac{2}{5}\right)=\frac{32}{5}\end{array}\right\}\text{ které zbytkem taktéž dají}$$
$$\frac{11}{5}=2+\frac{1}{5}.$$

Nebo: $\left(16+\frac{3}{7}\right)-\left(4+\frac{6}{7}\right)$, poněvadž jest $\frac{3}{7}<\frac{6}{7}$, vydlužme si od 16ti jedničku, uveďme ji na zlomek s jmenovatelem 7 totiž $1=\frac{7}{7}$,

$\left(15+\frac{10}{7}\right)-\left(4+\frac{6}{7}\right)$ přičtěme tyto ke $\frac{3}{7}$, a bude zbytek

$11+\frac{4}{7}$; anebo, uveďme menšence a menšitele na nepravé zlomky a bude

$$\left(16+\frac{3}{7}\right)-\left(4+\frac{6}{7}\right)=\frac{115}{7}-\frac{34}{7}=\frac{81}{7}=11+\frac{4}{7}.$$

Kdyby však zlomky v menšenci a menšiteli neměly stejného jmenovatele, uvedou se ihned na zlomky nepravé, přivedou se na společného jmenovatele a odečtou se, na př.

$$\left(5+\frac{2}{3}\right)-\left(3+\frac{7}{8}\right)$$
$$\frac{17}{3}-\frac{31}{8}=\frac{17\times8-31\times3}{3\times8}=\frac{136-93}{24}=\frac{43}{24}=1+\frac{19}{24}.$$

$$\text{Nebo: } \frac{\left(12+\frac{4}{9}\right)-\left(6+\frac{3}{5}\right)}{\frac{112}{9}-\frac{33}{5}=\frac{560-297}{45}=\frac{263}{45}=5+\frac{38}{45}} \text{ atd.}$$

5. Byl-li by menšenec číslo celé a menšitel číslo smíšené, uvede se jedna celá z menšence na zlomek s jmenovatelem zlomku v menšiteli (§. 33. 1.), anebo se oba promění na zlomky stejného jmenovatele, načež se odečtou, na př.

$$8-\left(6+\frac{3}{5}\right)=\left(7+\frac{5}{5}\right)-\left(6-\frac{3}{5}\right)=1+\frac{2}{5}, \text{ nebo:}$$

$$8-\left(6+\frac{3}{5}\right)=8-\frac{33}{5}=\frac{40}{5}-\frac{33}{5}=\frac{7}{5}=1+\frac{2}{5};$$

$$12-\left(7+\frac{4}{7}\right)=\left(11+\frac{7}{7}\right)-\left(7+\frac{4}{7}\right)=4+\frac{3}{7}, \text{ nebo:}$$

$$12-\left(7+\frac{4}{7}\right)=12-\frac{53}{7}=\frac{84}{7}-\frac{53}{7}=\frac{31}{7}=4+\frac{3}{7} \text{ atd.}$$

Cvičení.

1. Udejte rozdíl mezi: $\frac{8}{7}-\frac{5}{7}$, $\frac{12}{13}-\frac{10}{13}$, $\frac{16}{21}-\frac{8}{24}$, $\frac{15}{32}-\frac{9}{32}$, $\frac{25}{44}-\frac{17}{44}$, $\frac{36}{53}-\frac{27}{53}$, $\frac{48}{59}-\frac{19}{59}$.

2. Udejte rozdíl mezi: $\frac{2}{5}-\frac{3}{11}$, $\frac{6}{7}-\frac{12}{17}$, $\frac{3}{13}-\frac{1}{19}$, $\frac{4}{9}-\frac{8}{31}$; $\left(3+\frac{1}{2}\right)-\left(1+\frac{5}{6}\right)$, $\left(8+\frac{3}{4}\right)-\left(5+\frac{7}{9}\right)$, $\left(9+\frac{11}{13}\right)-\left(3+\frac{5}{11}\right)$, $\left(107+\frac{14}{15}\right)-\left(76+\frac{13}{25}\right)$, $\left(156+\frac{7}{16}\right)-\left(149+\frac{5}{12}\right)$, $\left(248+\frac{8}{13}\right)-\left(99+\frac{1}{15}\right)$, $\left(124+\frac{17}{24}\right)-\left(11+\frac{5}{6}\right)$, $\left(26+\frac{23}{24}\right)-\left(15+\frac{1}{2}\right)$.

3. Udejte rozdíl mezi: $\frac{8}{9}-\frac{7}{27}$, $\frac{7}{16}-\frac{11}{32}$, $\frac{8}{19}-\frac{4}{57}$, $\frac{14}{15}-\frac{37}{45}$, $\frac{18}{21}-\frac{25}{63}$, $\frac{21}{50}-\frac{2}{75}$, $\frac{41}{93}-\frac{59}{186}$, $\frac{3}{85}-\frac{11}{170}$, $\frac{5}{66}-\frac{7}{99}$.

4. Udejte rozdíl mezi: $6-\left(5+\frac{3}{4}\right)$, $8-\left(7+\frac{9}{10}\right)$,

$12 - \left(4 + \frac{3}{14}\right)$, $15 - \left(7 + \frac{5}{16}\right)$, $18 - \left(9 + \frac{7}{19}\right)$, $20 - \left(4 + \frac{17}{20}\right)$, $\left(6 + \frac{3}{5}\right) - 5$, $\left(4 + \frac{7}{8}\right) - 2$, $\left(12 + \frac{11}{15}\right) - 11$, $\left(16 + \frac{14}{19}\right) - 16$.

5. Kdosi má nashromážděno $\left(25 + \frac{1}{4}\right)$ zl. Od těchto si vezme jednou $\left(3 + \frac{4}{5}\right)$ zl.,

po druhé $\left(8 + \frac{1}{2}\right)$ zl.,

po třetí $\left(6 + \frac{21}{25}\right)$ zl. Mnoholi mu ještě zbyde?

6. Kupec má 2 setn. $+ \left(56 + \frac{13}{16}\right)$ liber cukru; odprodá-li jednou $\left(58 + \frac{7}{8}\right)$ lib., po druhé $\left(64 + \frac{3}{16}\right)$ lib., po třetí $\left(85 + \frac{1}{4}\right)$ lib., mnoholi cukru mu ještě zbyde?

7. Tři pocestní počítají své peníze:

1. má $\left(18 + \frac{3}{5}\right)$ zl.,

2. „ o $\left(4 + \frac{17}{20}\right)$ „ méně než 1.

3. „ o $\left(2 + \frac{9}{10}\right)$ „ méně než 2.

a) Mnoholi má každý z nich, b) mnoholi mají dohromady?

5. Vyvozování z odčítání.

§. 36.

Pomocí odčítání poznáváme, o mnoholi jest zlomek některý větší neb menší nežli jiný, nebo vlastně o mnoholi jest **hodnota** některého zlomku větší neb menší nežli jiného.

Zlomky možná takto porovnati jen pak, mají-li stejného jmenovatele, kdyby takového původně neměly, musil by se prvé společný jich jmenovatel určiti.

Porovnání rozličných zlomků učí nás následujícímu:

1. Ze dvou zlomků téhož jmenovatele má ten větší hodnotu, jehož čítatel jest větší, na př.:

$\frac{8}{9}$ a $\frac{7}{9}$. Jmenovatel 9 praví nám, že jakási vyšší jednička na 9 nižších stejných jedniček rozdělena byla, a čítatelé 8 a 7 nám praví, že takových nižších stejných jedniček v jednom zlomku 8 a v druhém 7 obsaženo jest, poněvadž jest však $8 > 7$, bude i

$\frac{8}{9} > \frac{7}{9}$. Rozdíl obou udává odčítání, totiž:

$\frac{8}{9} - \frac{7}{9} = \frac{8-7}{9} = \frac{1}{9}$, t. j. $\frac{8}{9}$ jest o $\frac{1}{9}$ větší nežli $\frac{7}{9}$, aneb naopak $\frac{7}{9}$ jest o $\frac{1}{9}$ menší nežli $\frac{8}{9}$.

2. Ze dvou zlomků téhož čítatele má ten větší hodnotu, jehož jmenovatel jest menší, na př.

$\frac{5}{7}$ a $\frac{5}{8}$. Jmenovatel 7 praví nám, že jednička jakási vyšší rozdělena byla na 7 stejných nižších jedniček, a jmenovatel 8 ukazuje, že tatáž jednička vyšší na 8 stejných nižších jedniček rozdělena byla; patrno, že každá jednička, jichž 8 se vejde do jedničky vyšší, menší býti musí, než jednička, jichž se pouze 7 do téže jedničky počítá, t. j., že

$\frac{1}{7} > \frac{1}{8}$, tedy i $\frac{2}{7} > \frac{2}{8}$, $\frac{3}{7} > \frac{3}{8}$ proto i

$\frac{5}{7} > \frac{5}{8}$.

Rozdíl obou zlomků udává odčítání, totiž:

$\frac{5}{7} - \frac{5}{8} = \frac{5 \times 8}{7 \times 8} - \frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{40-35}{56} = \frac{5}{56}$, t. j. $\frac{5}{7}$ jest o $\frac{5}{56}$ větší nežli $\frac{5}{8}$, anebo $\frac{5}{8}$ jest o $\frac{5}{56}$ menší nežli $\frac{5}{7}$.

3. Nemají-li dva zlomky ani čítatele ani jmenovatele stejného, nemožno už napřed udati, který z nich, a o mnoho-li jest větší nebo menší druhého, nýbrž se musejí prvé na společného jmenovatele uvesti, na př.:

$\frac{5}{6}$ a $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 9}{6 \times 9} = \frac{45}{54}$,

$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 6}{9 \times 6} = \frac{42}{54}$;

$\frac{45}{54} > \frac{42}{54}$,

tedy jest i $\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$, a sice $\frac{5}{6} - \frac{7}{9} = \frac{45}{54} - \frac{42}{54} = \frac{3}{54}\Big|\frac{1}{18}$, t j. $\frac{5}{6}$ jest o $\frac{1}{18}$ větší nežli $\frac{7}{8}$.

Cvičení.

Který, a o mnoho-li větší jest zlomek z následujících: $\frac{5}{10}$ a $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{11}$ a $\frac{3}{11}$, $\frac{7}{12}$ a $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{17}$ a $\frac{4}{17}$, $\frac{13}{22}$ a $\frac{19}{22}$; $\frac{8}{13}$ a $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{17}$ a $\frac{12}{19}$, $\frac{14}{15}$ a $\frac{14}{21}$, $\frac{17}{20}$ a $\frac{17}{19}$, $\frac{21}{25}$ a $\frac{21}{29}$, $\frac{23}{32}$ a $\frac{23}{27}$; $\frac{5}{8}$ a $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{5}$ a $\frac{8}{11}$, $\frac{3}{7}$ a $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{13}$ a $\frac{7}{15}$, $\frac{9}{14}$ a $\frac{3}{7}$, $\frac{12}{17}$ a $\frac{5}{11}$, $\frac{16}{19}$ a $\frac{23}{28}$, $\frac{13}{18}$ a $\frac{5}{6}$, $\frac{14}{21}$ a $\frac{3}{4}$, $\frac{16}{23}$ a $\frac{13}{28}$.

6. Násobení obyčejných zlomků celými čísly.

§. 37.

1. Zlomek se násobí číslem celým, násobí-li se jím čitatel, a napíše-li se pod součin jmenovatel; na př.:

$$\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}.$$

Příčina toho jest následující: Násobiti znamená součin na tentýž způsob z násobence vyvoditi, jakým násobitel z jedničky vyvoděn byl. Násobitel 5 vznikl z jedničky, an jsme tuto 5krát samu k sobě připočetli, totiž $5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$, a právě tolikrát musíme i násobence k sobě připočísti, abychom dostali součin, tedy $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$. Zlomky téhož jmenovatele mohou se však sečítati, pročež se bude součin $= \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$, a poněvadž každé sečítání stejných sčítanců možná proměniti v násobení (§. 10.), musí se i $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$.

Pravidlo toto vysvítá i z dělení. Zlomek totiž možná považovati za naznačený podíl, a tento bude tolikrát větší, kolikrát dělence (t. j. čitatele) znásobíme (§. 16, 3.). Máme-li na př. zlomek $\frac{3}{4}$ 5krát zvětšiti, zapotřebí pouze, abychom 3 násobili 5ti a jmenovatele pod součin napsali, tedy $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$.

2. Je-li jmenovatel daného zlomku celým číslem dělitelný, dělí se jím, a podíl ten jest jmenovatelem součinu, ku kterémuž se čítatel zlomku za čítatele napíše. Na př. $\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5}{6:3} = \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$.

Příčinu toho udává dělení čísel vůbec. Neboť dělíme-li dělitele (zde jmenovatele) jakýmsi číslem a neproměníme-li dělence (čítatele), bývá podíl tolikrát větší, kolikrát dělitel byl zmenšen (§. 16.).

Mají-li tedy jmenovatel a číslo celé společného dělitele, mohou se před násobením skrátiti, na př.:

$\frac{7}{12} \times 8$; 12 a 8 jsou dělitelné 4mi, tedy možná je 4mi skrátiti a pak násobiti, totiž $\frac{7}{12} \times 8 = \frac{7}{3} \times 2 = \frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$, nebo: $\frac{8}{15} \times 25$; 25 a 15 dají se děliti 5ti, tedy

$$\frac{8}{15} \times 25 = \frac{8}{3} \times 5 = \frac{40}{3} = 13 + \frac{1}{3}.$$

3. Má-li se číslo smíšené násobiti číslem celým, možná ono buď za dvoučlen považovati, nebo je na nepravý zlomek uvesti. Na př.

$$\left(3 + \frac{4}{5}\right) \times 6 = \frac{4 \times 6}{5} + 3 \times 6 = 22 + \frac{4}{5}, \text{ nebo:}$$

$$\left(3 + \frac{4}{5}\right) \times 6 = \frac{19}{5} \times 6 = \frac{114}{5} = 22 + \frac{4}{5}.$$

Cvičení.

Násobte: 1. $\frac{5}{8} \times 7$, $\frac{7}{9} \times 4$, $\frac{12}{13} \times 10$, $\frac{15}{16} \times 9$, $\frac{18}{23} \times 15$, $\frac{26}{29} \times 19$, $\frac{3}{25} \times 28$.

2. $\frac{7}{9} \times 3$, $\frac{5}{12} \times 6$, $\frac{7}{15} \times 5$, $\frac{14}{21} \times 7$, $\frac{13}{27} \times 9$, $\frac{15}{56} \times 8$, $\frac{23}{99} \times 11$, $\frac{26}{125} \times 25$, $\frac{35}{144} \times 36$.

3. $\frac{3}{6} \times 8$, $\frac{5}{9} \times 12$, $\frac{7}{10} \times 15$, $\frac{10}{11} \times 22$, $\frac{13}{16} \times 20$, $\frac{17}{24} \times 36$, $\frac{15}{32} \times 48$, $\frac{19}{45} \times 81$.

4. $\left(3 + \frac{1}{2}\right) \times 5$, $\left(7 + \frac{3}{4}\right) \times 8$, $\left(12 + \frac{1}{2}\right) \times 12$, $\left(13 + \frac{4}{5}\right) \times 20$, $\left(23 + \frac{4}{9}\right) \times 27$, $\left(52 + \frac{4}{15}\right) \times 25$, $\left(64 + \frac{5}{6}\right) \times 24$, $\left(83 + \frac{14}{15}\right) \times 45$, $\left(128 + \frac{11}{16}\right) \times 48$, $\left(135 + \frac{5}{14}\right) \times 56$.

7. Dělení obyčejných zlomků celými čísly.

§. 38.

1. Zlomek se dělí celým číslem, napíše-li se jeho čítatel za čítatele a součin jeho jmenovatele celým číslem za jmenovatele podílu. Na př.

$$\frac{5}{8}:6=\frac{5}{8\times 6}=\frac{5}{48}.$$

Příčinu toho udává porovnání zlomků s dělením. Násobíme-li dělitele (zde jmenovatele), a neproměníme-li dělence (čítatele), bude podíl tolikrát menší, kolikráte jsme dělitele násobili (§. 16.). V uvedeném příkladu $\frac{5}{8}:6$ má se naznačený podíl $\frac{5}{8}$ 6krát zmenšiti, což se tedy stane, když dělitele (jmenovatele) 6krát zvětšíme, tedy: $\frac{5}{8}:6=\frac{5}{6\times 8}=\frac{5}{48}$.

2. Je-li čítatel daného zlomku celým číslem dělitelný, dělí se jím a podíl ten jest čítatelem podílu, ku kterémuž se jmenovatel zlomku za jmenovatele napíše. Na př.

$$\frac{6}{7}:3=\frac{6:3}{7}=\frac{2}{7}.$$

Příčina toho záleží v tom, že dělíme-li dělence (čítatele) jakýmsi číslem a neměníme-li dělitele (jmenovatele), bývá podíl tolikrát menší, kolikrát jsme dělence zmenšili (§ 16.).

Kdyby měl čítatel a číslo celé společného dělitele, možná je před dělením skrátiti, na př.:

$\frac{8}{9}:6$; 8 a 6 mají společného dělitele 2, tedy můžeme je prvé skrátiti a pak jmenovatele skráceným číslem násobiti, totiž:

$\frac{8}{9}:6=\frac{4}{9}:3=\frac{4}{27}$. Kdybychom čítatele a číslo celé nebyli skrátili před dělením, musili bychom to učiniti v podílu, neboť

$$\frac{8}{9}\times 6=\overset{2}{\overline{\frac{8}{54}\Big|\frac{4}{27}}}.\text{ Nebo:}$$

$\frac{16}{19}:24$; 16 a 24 mají společného dělitele 8, tedy:

$\frac{16}{19}:24=\frac{2}{19}:3=\frac{2}{57}$ atd.

3. Má-li se číslo smíšené číslem celým děliti, možná ono buď po-

považovati za dvoučlen a děliti každý jeho díl, anebo je uvésti na nepravý zlomek a děliti obyčejně, na př.:

$$\left(6 + \frac{3}{4}\right) : 3 = 2 + \frac{1}{4}, \text{ nebo:}$$

$$\left(6 + \frac{3}{4}\right) : 3 = \frac{27}{4} : 3 = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4};$$

$\left(5 + \frac{3}{5}\right) : 4 = 1 + \frac{2}{5}$ t. j. $5 : 4 = 1$ zbyde 1, která se rozvede na pětiny, totiž $1 = \frac{5}{5}$, $\frac{3}{5}$ se k ní připočtou $\frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$ a 4mi dělí $\frac{8}{5} : 4 = \frac{2}{5}$; nebo $\left(5 + \frac{3}{5}\right) : 4 = \frac{28}{5} : 4 = \frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$.

Není-li celé číslo v dvoučlenu dělitelem dělitelné, jest způsob poslední prospěšnější.

Poněvadž se každé dělení v podobě zlomku napsati může, tu bychom na př. $\frac{5}{7} : 3$ též mohli napsati $\dfrac{\frac{5}{7}}{3}$.

Takový zlomek se jmenuje s l o ž i t ý, a přivádí se na zlomek jednoduchý buď dělením obyčejným t. j. $\dfrac{\frac{5}{7}}{3} = \frac{5}{7} : 3 = \frac{5}{21}$, nebo se pod číslo celé (3) napíše za jmenovatele jednička $\left(\frac{3}{1}\right)$, a násobí se členy vnější (5×1), jichž součin dá čitatele, a členy vnitřní ($7 + 3$), jichž součin dá jmenovatele zlomku obyčejného, tedy:

$$\dfrac{\frac{5}{7}}{\frac{3}{1}} = \frac{5}{21}.$$

P o z n a m e n á n í. Přímka oddělující zlomek od čísla celého musí býti delší, aby se zmatkům předešlo.

Cvičení.

Dělte: 1. $\frac{7}{8} : 3$, $\frac{5}{9} : 4$, $\frac{12}{13} : 8$, $\frac{11}{15} : 9$, $\frac{12}{23} : 7$, $\frac{4}{17} : 15$, $\frac{7}{18} : 13$, $\frac{15}{22} : 19$, $\frac{23}{24} : 24$.

Dělte 2. $\frac{8}{9} : 4$, $\frac{16}{17} : 8$, $\frac{24}{25} : 6$, $\frac{36}{49} : 9$, $\frac{40}{53} : 10$, $\frac{44}{53} : 11$, $\frac{48}{54} : 12$, $\frac{80}{93} : 20$, $\frac{144}{145} : 24$.

„ 3. $\frac{6}{7} : 9$, $\frac{10}{13} : 15$, $\frac{12}{17} : 16$, $\frac{18}{19} : 27$, $\frac{22}{27} : 32$, $\frac{30}{37} : 45$, $\frac{63}{74} : 81$, $\frac{114}{125} : 72$, $\frac{162}{173} : 90$.

„ 4. $\left(8 + \frac{4}{7}\right) : 4$, $\left(15 + \frac{10}{11}\right) : 5$, $\left(18 + \frac{9}{10}\right) : 9$, $\left(17 + \frac{2}{11}\right) : 8$, $\left(19 + \frac{3}{5}\right) : 9$, $\left(21 + \frac{4}{7}\right) : 10$.

„ 5. $\left(25 + \frac{7}{8}\right) : 12$, $\left(36 + \frac{9}{13}\right) : 9$, $\left(40 + \frac{10}{17}\right) : 20$, $\left(42 + \frac{5}{16}\right) : 23$, $\left(53 + \frac{6}{17}\right) : 26$.

6. Uveďte následující zlomky složité na obyčejné: $\dfrac{\frac{7}{9}}{5}$, $\dfrac{\frac{7}{12}}{5}$, $\dfrac{\frac{4}{7}}{10}$, $\dfrac{\frac{10}{13}}{12}$, $\dfrac{\frac{12}{17}}{11}$, $\dfrac{\frac{23}{24}}{7}$, $\dfrac{\frac{24}{31}}{14}$, $\dfrac{\frac{26}{39}}{15}$, $\dfrac{\frac{28}{41}}{20}$, $\dfrac{\frac{29}{45}}{22}$, $\dfrac{\frac{32}{55}}{30}$, $\dfrac{\frac{31}{50}}{33}$.

8. Násobení zlomkem obyčejným.

§. 39.

Zlomkem se může násobiti buď:
1. číslo celé, nebo
2. zlomek.

1. Celé číslo se násobí zlomkem, násobíme-li je čítatelem a napíšeme-li jmenovatele zlomku k součinu tomu za jmenovatele. Na př.

$$3 \times \frac{5}{8} = \frac{3 \times 5}{8} = \frac{15}{8} = 1 + \frac{7}{8}.$$

Příčinu toho opět hledati nutno v násobení samém. Jakým způsobem násobitel $\frac{5}{8}$ ze zlomkové jedničky $\frac{1}{8}$ vyveden byl, takým se má součin z násobence 3 vyvoditi. Násobitel $\frac{5}{8}$ byl vyvoděn z jedničky zlomkové $\frac{1}{8}$, an se připočetla $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$, a dle téže jedničky má se z násobence 3 součin vyvoditi, což se stane, pakli sečteme

$$\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{15}{8}=1+\frac{7}{8}.$$

Pro dorozumění následující: Kdyby se 3 měly násobiti pouze 5ti, známo, že by se součin právě tak ze 3 vyvodil jako 5 z jedničky vyvoděny byly. Jednička, z které se 5 vyvodilo, jest 1 celá, totiž $5=1+1+1+1+1$, a taktéž by se musil součin vyvoditi ze 3 celých jedniček, totiž součin $=3+3+3+3+3=15$. Kdyby se mělo násobiti $3\times\frac{5}{2}$ byl by násobitel $\frac{5}{2}$ vyvoděn z $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$, a z téže jedničky by se musil vyvoditi součin z násobence (3), tedy součin $=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{15}{2}=7+\frac{1}{2}$. Poněvadž však uvádí se příklad $3\times\frac{5}{8}$, tedy vznikl násobitel $\frac{5}{8}$ z jedničky $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ a pomocí téže jedničky musíme ze 3 součin vyvoditi, pročež bude se součin $=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{15}{8}=1+\frac{7}{8}$. — — Je-li násobitel zlomková jednička, známo, že 1 nenásobí, pročež se bude součin rovnati podílu z čísla celého (z násobence) a jmenovatele, na př. $9\times\frac{1}{4}=\frac{9\times1}{4}=\frac{9}{4}=2+\frac{1}{4}$, nebo $7\times\frac{1}{2}=\frac{7}{2}=3+\frac{1}{2}$, nebo $6\times\frac{1}{5}=\frac{6}{5}=1+\frac{1}{5}$ atd.

Poněvadž se součin z čísla celého a z čítatele dělí jmenovatelem, může se dělení toto (nebo skrácení) možná-li, před násobením vykonati, na př. $6\times\frac{2}{3}=2\times\frac{2}{1}=4$, $16\times\frac{3}{10}=8\times\frac{3}{5}=\frac{24}{5}=4+\frac{4}{5}$; $12\times\frac{3}{4}=3\times\frac{3}{1}=9$ atd.

2. **Zlomek se násobí zlomkem, násobíme-li čítatele čítatelem,** což dá čítatele, **a jmenovatele jmenovatelem,** což dá jmenovatele součinu, na př.:

$$\frac{5}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{5\times2}{7\times3}=\frac{10}{21}.$$

Proč? Z násobence $\frac{5}{7}$ se musí součin tak vyvoditi, jak násobitel

$\frac{2}{3}$ z jedničky $\frac{1}{3}$ vyvoděn byl. Násobitel $\frac{2}{3}$ byl vyvoděn z jedničky zlomkové $\frac{1}{3}$, an se tato dvakráte sama k sobě připočetla, totiž $\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; pomocí téže jedničky vyvodíme součin z násobence $\frac{5}{7}$, totiž součin $= \frac{\frac{5}{7}}{3} + \frac{\frac{5}{7}}{3} = \frac{5}{21} + \frac{5}{21} = \frac{10}{21}$. Nebo: $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$; násobitel $\frac{2}{7}$ vyvoděn byl z jedničky zlomkové totiž $\frac{2}{7}$ $= \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$, z téže jedničky musíme součin vyvoditi násobencem $\frac{3}{5}$, součin $= \frac{\frac{3}{5}}{7} + \frac{\frac{3}{5}}{7}$ t. j. $\frac{3}{5}$ sedmin připočtěme ke $\frac{3}{5}$ sedmin a bude se $= \frac{3}{35} + \frac{3}{35} = \frac{6}{35}$, tedy: $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$.

Poněvadž se součin dvou zlomků, možná-li, skrátí, můžeme si někdy násobení takové usnadniti, skrátíme-li před násobením jednotlivé čítatele a jmenovatele; na př. $\frac{8}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$ neboť naznačíme-li součin $\frac{8}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 8}{9 \times 4}$ (§. 10. 1.), možná 3 a 9, 8 a 4 společnými vzájemně děliteli skrátiti, totiž $\frac{1 \times 2}{3 \times 1} = \frac{2}{3}$.

Má-li se **celé číslo násobiti číslem smíšeným**, násobí se buď nejprvé zlomkem, (součin ten, je-li zlomek nepravý, se převede na číslo smíšené) a pak celým číslem (ku kterému se celé číslo z předešlého násobení připočte); anebo se číslo smíšené převede na nepravý zlomek a násobí se jím číslo celé, součin co nepravý zlomek se uvede na číslo smíšené. Na př.

$7 \times \left(5 + \frac{1}{8}\right) = 35 + \frac{7}{8}$, nebo $7 \times \left(5 + \frac{1}{8}\right) = 7 \times \frac{41}{8} =$ $\frac{287}{8} = 35 + \frac{7}{8}$.

$8 \times \left(3 + \frac{5}{9}\right) = 28 + \frac{4}{9}$, nebo $8 \times \left(3 + \frac{5}{9}\right) = 8 \times \frac{32}{9} =$ $\frac{256}{9} = 28 + \frac{4}{9}$.

Má-li se **zlomek** neb **číslo smíšené násobiti číslem smíšeným** uvede se číslo smíšené na nepravý zlomek (skrátí se

— možná-li — oba činitele před násobením) a násobí se čítatel čítatelem a jmenovatel jmenovatelem, součin se uvede na číslo smíšené. Na př. $\frac{7}{12} \times \left(5 \times \frac{5}{7}\right) = \frac{7}{12} \times \frac{40}{7} = \frac{1}{3} \times \frac{10}{1} = \frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$; $\left(9 + \frac{1}{3}\right) \times \left(4 + \frac{2}{5}\right) = \frac{28}{3} \times \frac{22}{5} = \frac{616}{15} = 41 + \frac{1}{15}$.

Cvičení.

1. Násobte a vysvětlete násobení u: $6 \times \frac{3}{5}$, $8 \times \frac{3}{7}$, $16 \times \frac{2}{3}$, $17 \times \frac{4}{9}$, $18 \times \frac{8}{17}$, $22 \times \frac{10}{13}$, $26 \times \frac{7}{11}$, $29 \times \frac{9}{10}$, $35 \times \frac{3}{16}$, $43 \times \frac{8}{21}$, $40 \times \frac{5}{24}$, $5 \times \frac{3}{28}$, $74 \times \frac{4}{27}$, $69 \times \frac{9}{28}$.

6. Násobte skrátivše před násobením: $6 \times \frac{1}{3}$, $12 \times \frac{1}{4}$, $28 \times \frac{1}{7}$, $32 \times \frac{1}{8}$, $45 \times \frac{1}{9}$, $46 \times \frac{1}{14}$, $48 \times \frac{1}{26}$, $52 \times \frac{1}{12}$, $68 \times \frac{1}{14}$, $72 \times \frac{1}{18}$, $84 \times \frac{1}{24}$, $95 \times \frac{1}{25}$, $102 \times \frac{1}{30}$, $117 \times \frac{1}{36}$, $152 \times \frac{1}{40}$, $386 \times \frac{1}{42}$.

3. Násobte: $5 \times \left(3 + \frac{1}{2}\right)$, $6 \times \left(4 + \frac{3}{7}\right)$, $7 \times \left(5 + \frac{3}{4}\right)$, $8 \times \left(7 + \frac{2}{5}\right)$, $9 \times \left(10 \times \frac{3}{7}\right)$, $19 \times \left(11 + \frac{5}{8}\right)$, $13 \times \left(18 + \frac{4}{9}\right)$, $15 \times \left(21 + \frac{5}{11}\right)$, $29 \times \left(23 + \frac{5}{18}\right)$.

4. Násobte a možná-li před násobením skraťte: $\frac{7}{9} \times \frac{5}{14}$, $\frac{8}{15} \times \frac{5}{12}$, $\frac{6}{13} \times \frac{2}{3}$, $\frac{7}{10} \times \frac{6}{35}$, $\frac{24}{25} \times \frac{15}{16}$, $\frac{27}{35} \times \frac{7}{12}$, $\frac{15}{22} \times \frac{11}{30}$, $\frac{25}{32} \times \frac{16}{45}$, $\frac{24}{49} \times \frac{14}{63}$.

5. Násobte: $6 \times \left(3 + \frac{3}{5}\right)$, $3 \times \left(8 + \frac{1}{4}\right)$, $5 \times \left(4 \times \frac{2}{5}\right)$, $9 \times \left(7 + \frac{3}{7}\right)$, $10 \times \left(12 + \frac{3}{7}\right)$, $12 \times \left(14 + \frac{5}{8}\right)$, $14 \times \left(20 + \frac{3}{11}\right)$, $\left(7 + \frac{1}{2}\right) \times \left(4 + \frac{3}{5}\right)$, $\left(8 + \frac{3}{4}\right)$,

$\left(\times 3 + \frac{5}{8}\right), \left(13 + \frac{3}{8}\right) \times \left(3 + \frac{1}{5}\right), \left(12 \times \frac{5}{9}\right) \times$
$\left(16 + \frac{3}{10}\right), \left(23 + \frac{4}{11}\right) \times \left(43 + \frac{5}{16}\right), \left(8 + \frac{3}{11}\right) \times \frac{15}{16},$
$\left(7 + \frac{1}{2}\right) \times \frac{22}{27}, \left(10 + \frac{4}{9}\right) \times \frac{21}{32}, \left(12 + \frac{3}{7}\right) \times \frac{12}{43},$
$\left(15 + \frac{7}{12}\right) \times \frac{29}{52}, \left(18 + \frac{7}{19}\right) \times \frac{4}{33}.$

9. Dělení zlomkem obyčejným.

§. 13.

U dělení zlomkem rozeznáváme dvou případů, totiž:

1. dělení čísla celého zlomkem, a
2. dělení zlomku zlomkem.

1. U dělení se tážeme, kolikrát dělitel v dělenci obsažen jest, na př.:

$4 : \frac{1}{2}$ znamená, kolikrát jest půl jedničky ve 4 celých jedničkách obsaženo? Každá jednička má dvě půle, tedy v každé jedničce jest $^1/_2$ obsažena 2krát, pročež ve 4 jedničkách $4 \times 2 = 8$krát, t. j. $4 : {}^1/_2 = 8$. Nebo:

$6 : \frac{2}{3}$. Zde se ptáme, kolikrát $^2/_3$ jedničky v 6 celých jedničkách obsaženy jsou; v 1 celé jedničce jsou $^2/_3$ obsaženy jednou, a zbyde ještě $^1/_3$, v druhé jedničce jsou $^2/_3$ opět jednou obsaženy zbyde a opět $^1/_3$, tedy možno říci: ve 2 jedničkách jsou $^2/_3$ 3krát obsaženy.

Poněvadž se však 6 rozvesti dá na $2 + 2 + 2$ a v každých dvou jedničkách $^2/_3$ 3krát obsaženy jsou, tu v 3krát 2 jedničkách jsou $^2/_3$ $3 \times 3 = 9$krát obsaženy, tedy:

$6 : \frac{2}{3} = 9.$

Tohotéhož výsledku však dosíci možná, **násobíme-li číslo celé (dělence) jmenovatelem dělitele, a dělíme-li součin ten čítatelem.** Tedy v prvním příkladě:

$4 : \frac{1}{2} = \frac{4 \times 2}{1} = 8$, a v druhém

$6 : \frac{2}{3} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$ — jako prvé.

Z toho se pro počítání praktické vyvodilo pravidlo:
Celé číslo se dělí zlomkem, násobíme-li je jmenova-

telem a součin ten dělíme-li čítatelem, což jest tolik jako: násobíme-li číslo celé obráceným dělitelem (t. j. čítatel tohoto stane se jmenovatelem a jmenovatel čítatelem) na př.:

$$9 : \frac{4}{5} = 9 \times \frac{5}{4} = \frac{45}{4} = 11 + {}^1\!/_4$$

$$13 : \frac{3}{7} = 13 \times \frac{7}{3} = \frac{91}{3} = 30 + {}^1\!/_3.$$

Každému dělení možná dáti podobu zlomku, v němž, jak známo, jest dělenec čítatelem a dělitel jmenovatelem, tak na př.:

$9 : \frac{4}{5} = \dfrac{9}{\frac{4}{5}}$. Abychom složitý zlomek tento zřídili, mysleme si celé číslo 9 co zlomek s jmenovatelem 1, totiž $\dfrac{\frac{9}{1}}{\frac{4}{5}}$ a pak násobme čísla vnější 5×9 a čísla vnitřní 1×4, součin vnějších čísel dá čítatele a součin vnitřních čísel jmenovatele zlomku, totiž: $\frac{45}{4} = 11 + \frac{1}{4}$ jako prvé.

Že výsledek jest pravý, snadno se přesvědčíme, násobíme-li podíl dělitelem; součin těchto musí se rovnati dělenci.

Poznamenání. Není se čemu diviti, že podíl na př. $11 + {}^1\!/_4$ jest větší nežli dělenec 9; neboť kdybychom 9 byli dělili 1 celou, byl by podíl též 9, ${}^4\!/_5$ ale jest zlomek pravý a co takový vždy menší nežli 1 (§. 34.), tedy musí býti vícekrát obsažen v 9ti, nežli 1 celá v nich obsažena jest. — —

2. Byl-li by dělitel zlomek, na př.:

$\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ tu opět se tážeme, kolikrát $\frac{1}{4}$ jedničky v $\frac{1}{2}$ téže jedničky obsažena jest. Každá půl má 2 čtvrtě, tedy jest $\frac{1}{4}$ v $\frac{1}{2}$ dvakrát obsažena, totiž:

$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$; nebo:

$\frac{3}{5} : \frac{1}{10}$, zde se ptáme, kolikrát jest $\frac{1}{10}$ obsažena v $\frac{3}{5}$? Kdyby $\frac{3}{5}$ a $\frac{1}{10}$ náležely na př. k zlatému, tu známo, že $\frac{1}{5}$ zl. jest 20 kr. nebo 2 desetníky, tedy $\frac{3}{5}$ zl. by bylo 6 desetníků, a $\frac{1}{10}$ byl by 1 desetník, pročež bychom se tázali, kolikrát jest 1 desetník $\left(\frac{1}{10}\right)$ obsažen v 6 desetnících $\left(\frac{3}{5}\right)$? Patrno, že 6krát, pročež:

$$\frac{3}{5} : \frac{1}{10} = 6.$$

Není však vždy dělenec dělitelný dělitelem, jako v uvedených příkladech; pročež podáváme ještě jiné vysvětlení, kdyby snad předešlé v případech, v nichž podíl není číslo celé, nepochopitelným bylo, na př.: $\frac{5}{8} : \frac{3}{7}$. Považujeme-li $\frac{3}{7}$ za číslo celé, budeme jím $\frac{5}{8}$ děliti, násobíme-li jím jmenovatele (§. 38.), tedy:

$$\frac{\frac{5}{8 \times \frac{3}{7}}}{} = \frac{\frac{5}{24}}{7}$$

; v složitém tomto zlomku jest 5 číslo celé, pročež možná si je představiti co zlomek s jmenovatelem 1, součin vnějších čísel dává čítatele a součin čísel vnitřních jmenovatele, tedy:

$$\frac{\frac{5}{1}}{\frac{24}{7}} = \frac{35}{24} = 1 + \frac{11}{24}.$$ Nebo:

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{5} = \frac{\frac{4}{9 \times 2}}{5} = \frac{\frac{4}{18}}{5} = \frac{\frac{\overset{2}{4}}{\underset{}{1}}}{\frac{18}{5}} = \frac{20}{18}\Big|\frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}.$$

Avšak násobení čísel vnějších 4×5 jest násobení čítatele původního dělence (4) jmenovatelem původního dělitele (5), a 18 jest součin z 9×2, t. j. z jmenovatele původního dělence (9) a z čítatele původního dělitele (2). Z toho se může tedy odvoditi všeobecné pravidlo:

Zlomek se dělí zlomkem, násobíme-li čítatele dělence jmenovatelem dělitele, součin ten dá čítatele, a jmenovatele dělence čítatelem dělitele, který součin dá jmenovatele podílu. V praktickém počítání se dělenec obráceným dělitelem násobí.

$$\frac{5}{7} : \frac{6}{11} = \frac{5}{7} \times \frac{11}{6} = \frac{55}{42} = 1 + \frac{13}{42}, \text{ nebo}$$

$$\frac{7}{8} : \frac{3}{10} = \frac{7}{8} \times \frac{10}{3} = \frac{7}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{12} = 2 + \frac{11}{12}.$$

Byl-li by čítatel a jmenovatel dělence dělitelný čítatelem a jmenovatelem dělitele, dělí se čítatel čítatelem a jmenovatel jmenovatelem, na př.

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{4 : 2}{9 : 3} = \frac{2}{3},$$

$$\frac{16}{21} : \frac{4}{7} = \frac{16 : 4}{21 : 7} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \text{ atd.}$$

Kdyby se mělo číslo celé, zlomek, nebo číslo smíšené děliti číslem smíšeným, zřídí se čísla smíšená na nepravé zlomky a dělí se obyčejně, na př.:

$$8 : \left(3 + \frac{1}{2}\right) = 8 : \frac{7}{2} = 8 \times \frac{2}{7} = \frac{16}{7} = 2 + \frac{2}{7} \text{ nebo}$$

$$\frac{7}{9} : \left(1 + \frac{5}{8}\right) = \frac{7}{9} : \frac{13}{8} = \frac{7}{9} \times \frac{8}{13} = \frac{56}{117}, \text{ nebo } \left(3 + \frac{4}{5}\right) :$$

$$\left(1 + \frac{2}{7}\right) = \frac{19}{5} : \frac{9}{7} = \frac{19}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{133}{45} = 2 + \frac{43}{45} \text{ atd.}$$

Cvičení.

1. Dělte a vysvětlete dělení v příkladech: $12 : \frac{1}{6}$, $30 : \frac{1}{10}$, $58 : \frac{1}{12}$, $34 : \frac{3}{5}$, $96 : \frac{5}{32}$, $105 : \frac{7}{15}$, $164 : \frac{45}{94}$, $270 : \frac{65}{99}$, $384 : \frac{71}{152}$, $459 : \frac{73}{126}$, $560 : \frac{83}{160}$.

2. Proměňte v zlomky obyčejné: $\frac{8}{\frac{4}{5}}$, $\frac{12}{\frac{3}{7}}$, $\frac{18}{\frac{4}{9}}$, $\frac{20}{\frac{5}{11}}$, $\frac{26}{\frac{7}{12}}$, $\frac{28}{\frac{11}{14}}$, $\frac{33}{\frac{11}{15}}$, $\frac{38}{\frac{14}{17}}$, $\frac{40}{\frac{16}{19}}$, $\frac{49}{\frac{21}{22}}$, $\frac{56}{\frac{24}{29}}$, $\frac{72}{\frac{36}{41}}$, $\frac{80}{\frac{48}{53}}$.

3. Dělte a vysvětlete dělení u $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$, $\frac{1}{5} : \frac{1}{15}$, $\frac{3}{5} : \frac{1}{10}$, $\frac{7}{8} : \frac{1}{16}$, $\frac{5}{9} : \frac{1}{18}$, $\frac{12}{19} : \frac{1}{38}$.

4. Dělte: $\frac{7}{10} : \frac{3}{8}$, $\frac{12}{13} : \frac{11}{15}$, $\frac{7}{24} : \frac{12}{17}$, $\frac{22}{27} : \frac{15}{26}$, $\frac{23}{31} : \frac{24}{35}$, $\frac{32}{43} : \frac{29}{40}$.

5. Dělte: $9 : \left(2 + \frac{4}{5}\right)$, $15 : \left(4 + \frac{5}{8}\right)$, $16 : \left(5 + \frac{2}{7}\right)$, $21 : \left(4 + \frac{1}{5}\right)$, $23 : \left(8 + \frac{3}{10}\right)$, $32 : \left(15 + \frac{1}{2}\right)$, $40 : \left(16 + \frac{5}{8}\right)$, $46 : \left(18 + \frac{7}{12}\right)$, $52 : \left(19 + \frac{3}{14}\right)$, $64 : \left(21 + \frac{5}{12}\right)$, $68 : \left(22 + \frac{5}{11}\right)$, $\left(1 + \frac{1}{4}\right) : \left(1 + \frac{1}{5}\right)$, $\left(2 + \frac{4}{7}\right) : \left(1 + \frac{7}{11}\right)$, $\left(3 + \frac{7}{10}\right) : \left(1 + \frac{12}{13}\right)$, $\left(8 + \frac{6}{13}\right) : \left(3 + \frac{7}{15}\right)$, $\left(10 + \frac{4}{15}\right) : \left(6 + \frac{3}{8}\right)$,

$\left(5+\frac{3}{4}\right):\frac{7}{8}$, $\left(8+\frac{4}{9}\right):\frac{5}{7}$, $\left(10+\frac{5}{12}\right):\frac{12}{17}$, $\left(15+\frac{8}{13}\right):\frac{19}{26}$, $\left(18+\frac{4}{17}\right):\frac{25}{34}$, $\left(20+\frac{1}{30}\right):\frac{30}{37}$, $\frac{8}{9}:\left(2+\frac{1}{2}\right)$, $\frac{12}{17}:\left(1+\frac{3}{4}\right)$, $\frac{18}{23}:\left(5+\frac{7}{8}\right)$, $\frac{22}{25}:\left(6+\frac{1}{4}\right)$, $\frac{26}{27}:\left(8+\frac{3}{7}\right)$, $\frac{32}{33}:\left(7+\frac{4}{7}\right)$.

6. Proměňte v zlomky obyčejné: $\dfrac{\frac{9}{10}}{5}$, $\dfrac{\frac{7}{8}}{3}$, $\dfrac{\frac{10}{11}}{9}$, $\dfrac{\frac{15}{26}}{13}$, $\dfrac{\frac{31}{37}}{17}$,

$\frac{2+{}^1/_3}{7}$, $\frac{4+{}^5/_9}{16}$, $\frac{8+{}^3/_7}{11}$, $\frac{3}{2+{}^{11}/_{12}}$, $\frac{14}{23+{}^7/_8}$, $\frac{15}{16+{}^9/_{10}}$; $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{9}}$, $\dfrac{\frac{4}{7}}{\frac{8}{11}}$,

$\dfrac{\frac{6}{13}}{\frac{5}{7}}$, $\dfrac{\frac{12}{17}}{\frac{4}{15}}$, $\dfrac{\frac{16}{19}}{\frac{17}{18}}$, $\dfrac{\frac{21}{25}}{\frac{36}{65}}$, $\frac{2+{}^3/_5}{4+{}^5/_7}$, $\frac{8+{}^4/_9}{17+{}^1/_8}$, $\frac{12+{}^{10}/_{11}}{15+{}^{12}/_{23}}$, $\frac{24+{}^{17}/_{14}}{39+{}^{13}/_{51}}$.

10. Cvičení smíšená.

§. 41.

1. Kdosi koupil po sobě 3 lib. + $5^1/_2$ lotu, 2 lib. + $4^1/_2$ lotu, 4 lib. + $2^3/_4$ lotu kávy, platil lot za $2^1/_2$ kr.; a) mnoho-li koupil dohromady, b) co za ni dal?

2. Kdosi koupil 3 knihy rozličného papíru, za 1. knihu dal $^1/_5$ zl., za 2. dal $^3/_{10}$ zl. a za 3. $^7/_{25}$ zl.; a) mnoho-li dal za ty tři knihy, b) za kterou a o mnoho-li dal více v zlatých, a c) o mnoho-li v krejcařích?

3. Parník ujede za hodinu $3^5/_6$ míle; a) mnoho-li ujede za $5^1/_2$, $7^3/_4$, $10^1/_4$ hodiny, b) za kolik hodin by ujel $26^1/_4$, $37^1/_4$, $48^1/_2$ míle?

4. Setnýř kávy jest za $82^4/_5$ zl.; zač jest a) $6^1/_2$ setnýře, b) $8^3/_4$ setn., c) $12^5/_6$ setn., d) $18^4/_{25}$ setn.?

5. Kdosi prodá denně $52^3/_4$ lib. cukru po $43^1/_2$ kr.; a) mnoho-li prodá za 14 dní, b) mnoho-li za něj utrží, c) kdy by prodal 7 setn. + $38^3/_4$ lib.?

6. Jaký jest pátý díl a) 1 zl., b) $^1/_4$ zl., c) $^1/_2$ zl., d) $1^1/_{25}$ zl., e) $1^1/_{50}$ zl., f) $2^3/_5$ zl., g) $3^4/_{25}$ zl.?

7. 4 osobám mělo by se rozděliti $368^1/_2$ zl., tak aby

1\. osoba dostala $^1/_2$ celku
2\. „ „ $^1/_6$ „
3\. „ „ $^2/_7$ „
4\. „ „ zbytek;

a) mnoho-li dostane každá osoba, b) která z nich dostane více a o mnoho-li?

8\. Tři osoby mají se rozděliti o $468^6/_{25}$ zl., a sice

1\. osoba má dostati $^1/_5$ celku,
2\. „ „ „ $^2/_3$ zbytku, a
3\. „ „ „ zbytek;

a) mnoho-li dostane každá osoba, a b) která z nich dostane více a o mnoho-li?

9\. Staročeský sáh rovnal se $5' + 7'' + 6^{18}/_{125}'''$ rakouské míry: mnoho-li by drželo rakouské míry a) $8^3/_4$, b) $12^5/_6$, c) $18^7/_8$ staročeského sáhu?

10\. Staročeský korec se rovnal $1^1/_2$ měřici, kolik staročeských korců bylo a) 32 měřic, b) $46^1/_2$ měřice, c) $82^3/_4$ měřice, d) $102^1/_4$ měřice?

11\. Roku 1589 platil tolar $2^3/_{10}$ zl.; mnoho-li zlatých platilo a) 220 tol., b) 565 tol., c) 480 tol., d) 854 tol., e) $235^1/_4$ tol., f) $528^1/_2$ tol.?

Částka pátá.

Počítání zlomky desetinnými.

---

1. Výklad zlomků desetinných.

§. 42.

Dle zvláštnosti soustavy dekadické platí každá číslice od pravé ruky k levé 10krát více, a tedy nutně i od levé k pravé 10krát méně nežli by platila na místě předcházejícím (v levo); na př. 5432

$2=2$		$5000=5\times10\times10\times10$
$30=3\times10$	a naopak:	$400=4\times10\times10$
$400=4\times10\times10$		$30=3\times10$
$5000=5\times10\times10\times10.$		$2=2$

Desetkráté zvětšování děje se tedy násobením a 10kráté zmenšování dělením 10ti.

Z toho patrno, že by, kdybychom číslu 5432 v pravo jiné číslice přidali, hodnota místná každé z nich desetkrát menší býti musila předcházející. Na př. kdybychom k číslu 5432 přidali v pravo 781 t. j.

5432|781

bylo by 7 10krát menší než-li jednotky, t. j. $\frac{7}{10}$ (7 desetin)

„ „ 8 „ „ „ desetiny, t. j. $\frac{8}{100}$ (8 setin) a

„ „ 1 „ „ „ setiny, t. j. $\frac{1}{1000}$ (1 tisícina).

Takové číslice, které za jednotkami v pravo přicházejí, a z nichž každá 10kráte méně platí nežli by platila na místě v levo předcházejícím, nazýváme číslice zlomku desetinného, a veškerou jejich hodnotu zlomek desetinný.

Zlomek desetinný se dle toho liší od zlomku obyčejného pouze tím, že má za jmenovatele 10, 100, 1000, vůbec 1 s jednou neb několika nickami.

Aby se zlomek desetinný od čísla celého rozeznal, klade se za jednotkami tečka desetinná (.), obyčejně něco výše, a znamená tedy, že v levo před ní jest číslo celé, a v pravo za ní zlomek desetinný, na př. 5432·781. Poněvadž hodnotu každé číslice desetinného zlomku udává její místo (t. j. první, druhé, třetí atd. od tečky v pravo), nepíše se pod žádnou jmenovatel, neboť z uvedeného vysvitá, že na prvním místě za tečkou jsou desetiny, na druhém setiny, na třetím tisíciny atd. Z místa poslední číslice poznáváme jmenovatele, který má, an jest buď 10, nebo 100, 1000 . . , tolik nicek, kolikáté místo čítatel jeho za tečkou v pravo zaujímá. V uvedeném příkladě stojí 1 na třetím místě, pročež musí míti jmenovatel tři nicky a 1, jest tedy 1000ina. A naopak kolik má společný jmenovatel nicek, tolik míst se od pravé k levé odpočítá, a tečkou od ostatních oddělí.

2. Jak se čtou a píšou zlomky desetinné?

§. 43.

Každý zlomek desetinný možná na trojí způsob čísti:

1. Číslo celé se čte obyčejně a každé místo desetinné zvlášť se svým jmenovatelem, na př. 3·574 t. j. 3 celé $+ \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{4}{1000}$; a nebo zkrátka 3 celé $\frac{5}{10}, \frac{7}{100}, \frac{4}{1000}$.

2. Číslo celé se čte obyčejně, a zlomek desetinný jako číslo celé s přidáním posledního jmenovatele, na př.

3·574 t. j. 3 celé 574 tisícin.

3. Nebéře se ohledu na tečku, a celý zlomek se čte jako číslo celé, jen že se jmenovatel poslední číslice přidá, na př.:

3·574 t. j. 3574 tisícin.

Jak se zlomek desetinný čte, tak se i píše, místa, která se nevyslovují, vyplní se nickami, a kdyby nepřicházelo žádné číslo celé, vyplní se jeho místo taktéž 0, za níž se udělá tečka, na př.:

2 celé $+ \frac{3}{10} + \frac{4}{1000}$ by se napsalo 2·304;

568 tisícin $= \frac{568}{1000}$ „ „ „ 0·568;

20576 stotisícin $= \frac{20576}{100000}$ „ „ „ 0·20576;

5368 desetin $= \frac{5368}{10}$ „ „ „ 536·8;

6 setin $= \frac{6}{100}$ „ „ „ 0·06, t. j. žádné celé, žádné desetiny a 6 setin atd.

Za posledním místem zlomku desetinného může se napsati tolik nicek kolik libo, any na celku ničehož nemění, na př. 5.6000 . . . . t. j. 5 celých 6 desetin, žádné setiny, žádné tisíciny atd. Desetinnému zlomku říkáme pravý, má-li na místě celých nicku, má-li tam číslo celé — nepravý.

Cvičení.

Napište ve způsobě zlomku desetinného 1. $32 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{6}{100000}$; $18 + \frac{5}{10} + \frac{7}{1000}$; $22 + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000}$; $42 + \frac{6}{1000} + \frac{8}{10000}$; $54 + \frac{1}{10000}$; $56 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100000}$; $62 + \frac{3}{1000} + \frac{8}{1000000}$, $\frac{3}{10} + \frac{7}{1000} + \frac{1}{100000}$, $\frac{5}{100} + \frac{9}{10000} + \frac{3}{10000} + \frac{4}{10000000}$.

2. 30+2459 desettisícin, 46+3009 desettisícin, 52+7 tisícin, 64+89 stotisícin, 82+3 setiny, 105+203 stotisíciny: 116+48 miliontin.

3. 52 tisícin, 3 desettisíciny, 408 miliontin, 305 stotisícin, 4 setiny, 6785 desettisícin, 13 stotisícin, 6 desetin, 15 setin, 54389 setin, 7359 desetin, 48232 desettisícin, 5830105 miliontin, 4857 tisícin, 523 setin, 36857389 desetmiliontin, 865432901 stomiliontin, 500901 stotisícin, 63005 tisícin.

3. Sečítání a odčítání zlomků desetinných.

§. 44.

Zde platí vše, co u sečítání a odčítání čísel celých praveno bylo, jmenovitě to, že jen stejnorodé k stejnorodému přičítáno, a stejnorodé od stejnorodého odčítáno býti může. Rozhraní čísel celých a desetinných činí tečka, tedy přede vším se musí k tomu hleděti, aby u jednotlivých sčítanců, nebo u menšence a menšitele, tečky zrovna pod sebe kladeny byly; pak se počnou sečítati neb odčítati nejnižší místa stejnorodá zlomku desetinného a pokračuje se jako u čísel celých. Kdyby u některého sčítance, nebo u menšence neb menšitele, to neb ono místo na konci scházelo, vyplní se nickou a počítá se obyčejně. Ve výsledku se udělá tečka pod seřaděné tečky ostatní. Na př. by se měly sečísti:

$$\begin{array}{r} 82{\cdot}060 \\ 3{\cdot}357 \\ 329{\cdot}958 \\ \hline 415{\cdot}375 \end{array}$$

Nejnižší místo jednotlivých sčítanců jsou tisíciny; prvnímu sčítanci se tisícin nedostává, mohou se tyto nickou nahraditi, a počítá se:

$\frac{8}{1000} + \frac{7}{1000} = \frac{15}{1000} = \frac{10}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}$, $\frac{5}{1000}$ se napíše pod stejnorodé a $\frac{1}{100}$ se připočte k setinám, tedy $\frac{1}{100} + \frac{5}{100}$

$+\frac{5}{100}+\frac{6}{100}=\frac{17}{100}=\frac{10}{100}+\frac{7}{100}=\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$, $\frac{7}{100}$ se napíše a $\frac{1}{10}$ připočítá k desetinám, dále $\frac{1}{10}+\frac{9}{10}+\frac{3}{10}=\frac{13}{10}=\frac{10}{10}+\frac{3}{10}$ $=1+\frac{3}{10}$; celé se sečítají známým způsobem.

Nebo:

```
 35·004
  7·3859
 12·304
  7·2
---------
 61·8939
```

Odčítání děje se taktéž jako u čísel celých na př.

```
 48·352     nebo:   65·300
  9·068             13·578
--------           --------
 39·284             51·722 atd.
```

Cvičení.

1. Sečtěte: a) 83·574 + 7·2 + 936·05 + 37·007, b) 36·873 + 12·03 + 7.006 + 8·9, c) 53·48 + 0·306 + 0·0008 + 15·9, d) 0·358 + 42·09 + 123·009 + 75·102 + 1·45867, e) 73·01 + 5·035 + 0·56789 + 145·3 + 7574·04.

2. Odečtěte: a) 8·3568—3·95, b) 123·6—10·00689, c) 245·78—13·5749, d) 234·0006—57·43, e) 6.85—0·936857, f) 53·701—0·7653, g) 0·4573—0·300009, h) 0·753—0·40507, i) 0·6—0·3597.

3. Kdosi měl 36·25 zl., z toho vydal 5·75 zl., 6·135 zl., 2·9 zl., 10·05 zl.; a) mnoho-li vydal dohromady? b) mnoho-li mu ještě zůstalo?

4. Kdosi vydělal 1. den 3·56 zl., z toho protrávil 1. den 1·59 zl.,

„	„	2.	„	4·09 „	„	„	2. „	2·07 „
„	„	3.	„	5·12 „	„	„	3. „	2·43 „
„	„	4.	„	5·8 „	„	„	4. „	1·8 „
„	„	5.	„	2·3 „	„	„	5. „	1·9 „
„	„	6.	„	3·06 „	„	„	6. „	2·14 zl.;

a) mnoho-li vydělal dohromady, b) mnoho-li zachoval za 6 dní, c) mnoho-li zachoval každého dne?

5. Kdosi má půjčeny 4 jistiny, a dostává úroků ročně z první 64·25 zl., z druhé o 5·05 zl. více nežli z první, z třetí o 8·6 zl. méně nežli z první, ze čtvrté o 13·1 zl. více nežli z druhé; a) mnoho-li dostává z každé jistiny, b) mnoho-li ze všech čtyř, c) mnoho-li mu schází do 300 zl.?

6. Kdosi koupí 4 balíky kávy,

1.	balík	váží	z hruba (brutto)	12·92	setnýře,
2.	„	„	„ „	8·84	„
3.	„	„	„ „	10·5	„
4.	„	„	„ „	9·08	„

a) Mnoho-li váží všechny balíky, b) mnoho-li kávy bude z čista (netto), je-li táry při 1 balíku 41·6 libry, při 2. bal. o 6·8 lib. více nežli při 1., při 3. bal. o 19·12 lib. méně nežli při 2., při 4. bal. o 10·25 lib. více než při 1.?

7. Kdosi má na týden 0·45 zl. kapesného, z toho si koupí papír za 0·09 zl., tužky za 0·06 zl., péra za 0·12 zl.; a) mnoho-li mu po týdnu zbylo, b) mnoho-li bude míti příštího týdnu, c) mnoho-li mu schází do 1 zl.?

8. Kdosi má 1 dukát, 1 zlatník a 1 spolkový tolar; mnoho-li má zlatých, a mnoho-li mu schází do 15·05 zl.?

4. Násobení zlomků desetinných.

§. 45.

Zlomky desetinné se násobí jako čísla celá, jen že se v součinu od pravé k levé tolik míst tečkou oddělí, kolik desetinných míst oba činitelé mají; na př.:

$$2{\cdot}35 \times 5 = 11{\cdot}75$$

Proč? — Kdybychom násobence považovali za zlomek obyčejný, tu by se $\frac{235}{100} \times 5 = \frac{235 \times 5}{100} = \frac{1175}{100} = 11{\cdot}75.$

Nebo: $3{\cdot}05 \times 4{\cdot}1 = 305$

$$\begin{array}{r} 3{\cdot}05 \times 4{\cdot}1 = 305 \\ 12\,20 \\ \hline 12{\cdot}505 \end{array}$$

Proč? V podobě zlomků obyčejných by se $\frac{305}{100} \times \frac{41}{10} = \frac{305 \times 41}{100 \times 10}$ $= \frac{12505}{1000} = 12{\cdot}505.$

Za touž příčinou nehleďme při skutečném násobení na desetinnou tečku, a násobme činitele vždy jako čísla celá, jen v součinu oddělme součet míst desetinných v činitelích od pravé k levé tečkou. Všech výhod v §. 11. obsažených možná i zde použiti.

Násobení zlomku desetinného 10ti, 100, 1000 atd. jest samozřejmé, zapotřebí pouze tečku o tolik míst od levé k pravé pomknouti, kolik nicek má násobitel, na př.:

$4{\cdot}589 \times 10 = 45{\cdot}89$, neboť můžeme násobence rozvesti (§. 11.) na $\left(4 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100} + \frac{9}{1000}\right) \times 10 = 4 \times 10 + \frac{5 \times 10}{10} + \frac{8 \times 10}{100} + \frac{9 \times 10}{1000}$ $= 40 + 5 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100} = 45{\cdot}89.$ Taktéž: $4{\cdot}589 \times 100 = 458{\cdot}9$, neboť

$$\begin{array}{l} 4{\cdot}589 \times 100 = (4{\cdot}589 \times 10) \times 10 \\ \hline \text{t. j. } 45{\cdot}89 \times 10 = 458{\cdot}9 \text{ atd.} \end{array}$$

Kdyby měli činitelé mnoho desetinných míst a kdybychom se chtěli dověděti pouze nejvyšších míst desetinných v součinu, násobme skráceně. Při skráceném násobení beřme ohled 1. na ono desetinné místo součinu, které má býti poslední a 2. na nejvyšší pojmenované místo násobitele. Z obou těchto známých udání určíme snadně, do kterého desetinného místa násobence nejvyšší místo pojmenované násobitele věsti se musí, aby jednotky tohoto součinu měly jméno posledního místa součinu konečného. Kdybychom měli na př.

$$87\cdot35468\times2\cdot13695$$

a součin určiti pouze do tisícin, musili bychom nejvyšší místo násobitele — jednotky (2) — vésti do tisícin násobence (4), poněvadž jednotky $\times$ tisíciny dají tisíciny součinem. Kdybychom v tomtémž příkladě chtěli určiti součin do setin, musili bychom jednotky násobitele vésti do setin násobence, poněvadž jednotky $\times$ setiny $=$ setinám atd. Kdybychom měli

$$87\cdot35468\times21\cdot3695$$

a při tom určiti součin na př. do tisícin, vedli bychom nejvyšší místo násobitele — desítky (2) — do 10-tisícin násobence (6), poněvadž desítky $\times$ desettisíciny $=$ tisícinám. Kdybychom v tomtémž příkladě měli určiti součin do setin, veďme desítky násobitele do tisícin násobence, neboť desítky $\times$ tisíciny $=$ setinám atd.

Podobně by se pracovalo, kdyby násobitel neměl žádné celé na př.

$$87\cdot35468\times0\cdot0213695.$$

Kdybychom v případě tomto chtěli určiti součin do tisícin, násobme nejvyšší pojmenované místo násobitele totiž setiny (2) desetinami (3) násobence, neboť setiny $\times$ desetiny $=$ tisícinám atd.

Když jsme podobným rozumováním náležitě byli určili, do kterého desetinného místa násobence nejvyšší místo násobitele vésti se musí, aby měl součin na nejnižším místě žádané jméno, poznamenejme si ono místo v násobenci třeba znaménkem $^{\vee}$ a počněme násobiti k vůli opravě číslici tamtéž na místě nejblíže nižším. Dále se násobí jako v skráceném násobení čísel celých (§. 12.), jen že se v konečném součinu oddělí tečkou tolik míst od pravé k levé, na kolik tento určen býti měl. Na př.

$\hat{8}\hat{7}\cdot\hat{3}\hat{5}\hat{4}68\times2\cdot13695$ do tisícin.

174·709	$2\times6=12$	1
8·735	$1\times4=\ \ 4$	0
2·621	$3\times5=15$	2
524	$6\times3=18$	2
78	$9\times7=63$	6
4	$8\times5=40$	4
186·671		

t. j. Nejvyšší místo násobitele jsou jednotky (2), musíme jimi tedy násobiti číslici na třetím místě čili tisíciny násobence, k vůli opravě však číslici na místě nejblíže nižším, tedy $2\times6=12$, oprava 1 (napsaná stranou), $2\times4=8$, $8+1=9$, které napíšeme pod tisíciny násobence, $2\times5=10$ atd. Dále násobíme 1 desetinu k vůli opravě 4mi tisícinami $1\times4=4$, oprava 0, a pak 1×5 (t. j. $\frac{1}{10}\times\frac{5}{100}$)$=5$ (rozuměj tisícinám, proto je píšeme pod tisíciny), 1×3=3 atd. Potom násobíme k vůli opravě 3×5=15, oprava 2, 3×3=9, 9+2=11 napíšeme 1 pod tisíciny (poněvadž $\frac{3}{100} \times \frac{3}{10} + \frac{2}{1000}$ dají tisíciny) a násobíce dále, 1 (setinu) připočteme. Tak se pracuje dále až se násobí 5 stotisícin 8 desítkami, což dá 40 desettisícin čili 4 tisíciny, které se pod stejnorodé napíšou. Částečné součiny se pak sečtou a dle prvějšího udání tři místa od pravé k levé desetinným bodem oddělí.

Nebo: 3·872541×0·020135 do statisícin.

7745	2×5=10	1
39	0×2=0	
11	1×7=7	1
2	3×8=24	2
0·07797	5×3=15	2

T. j. Poněvadž se má součin určiti do statisícin a nejvyšší pojmenované místo jmenovatele jsou setiny, musejí se tyto násobiti tisícinami násobence, k vůli opravě však počne se násobiti desettisícinami násobence, tedy 2×5 atd. Pak se násobí 0×2=0 a hned na to 1×7, oprava 1 pak 1×8 atd. V konečném součinu oddělí se od pravé k levé 5 míst desetinnou tečkou, jelikož se nám však jednoho místa nedostává, vyplní se toto nickou, na místě celých napíše se též nicka.

Pakli by se začátečník takovým násobením mýlil, nechť si pro lepší přehled napíše násobitele pod násobence tak, aby nejvyšší pojmenované místo v násobiteli přišlo pod ono místo násobence, jímž se (mimo opravu) má začít násobiti a ostatní čísla násobitele nechť postaví vedle v opáčném pořádku. Tak v příkladě 87·35468 × 213695 se napíše:

87·35468		
596 312	a násobí se:	
174 709	2×6=12	1
8 735	1×4=4	0
2 621	3×5=15	2
524	6×3=18	2
78	9×7=63	6
4	5×8=40	4
186·671		

Nebo 3·872541×0·020135 se napíše a násobí:

3·87$\overset{\wedge}{2}$541		
53 102	2×5=10	1
7 745	0×2=0	
39	1×7=7	1
11	3×8=24	2
2	5×3=15	2
0·07797		

Cvičení.

1. Násobte: 64·3 × 8, 73·54 × 6, 83·257 × 12, 30·057 × 16, 64·587 × 22, 5·30683 × 37, 42 × 3·52, 51×78·54, 89·754×111, 5·7326×128, 35·006×231, 53·0601×499, 73·2457×999.

2. Násobte: 32·5×4·101, 23·005×43·01, 56·38×0·006, 85·302 ×1·0003, 12·345×0·32, 0·875×0·43, 0·3506×58·79, 0·5134×19·756, 0·3505×0.00017, 0·458×0·12001, 5·78943×100, 354.321×10000, 7854·97×10000, 0·00048×100000, 30·01×100000.

3. Násobte skráceně:

78·5439	×	71·23586	na	3	desetinná místa.
8·35674	×	0·95648	„	4	„ „
358·7691	×	2·3568	„	4	„ „
86·0001	×	32·56789	„	5	desetinných míst.
3·85496	×	53·4789	„	5	„ „
0·3176	×	0·489743	„	4	„ „
3·89764	×	0·00358	„	3	desetinná místa.
458·3697	×	0·0607865	„	4	„ „
0·0078569	×	1.0009574	„	4	„ „

4. Meter má 3·163446 Víd. stř.; kolik Víd. střevíců bylo by a) 12 metrů, b) 26 metrů, c) 52 metrů, d) 60 metrů, e) 180 metrů, f) 200 metrů?

5. Celná libra = 0·8928 Víd. libry; kolik liber Víd. bylo by a) 11 cel. lib., b) 28 celn. lib., c) 1·28 celn. setnýřů, d) 36·82 celn. setnýřů?

6. Vídenská hřivna = 280·644 gramu, kolik gramů má a) 6 Víd. hřiven, b) 15 Víd. hřiv., c) 16·5 Víd. hř., d) 28·4 Víd. hř., e) zač by byla Víd. hřivna čistého stříbra, kdyby 1 gram byl za 0.09 zl.?

7. Vídenský střevíc = 0·316111 metru, kolik metrů by bylo a) 18·435 Víd. stř. (na 3 desetinná místa), b) 24·6854 Víd. stř. (na 4 d. místa), c) 30·5678 Víd. stř. (na 5 d. míst)?

8. Staročeský střevíc = 0·9377 Víd. stř., kolik Víd. stř. měl a) staročeský sáh, b) 14·5 staroč. sáhu, c) 28·25 staroč. sáhu?

5. Dělení zlomků desetinných.

§. 46.

U dělení desetinných zlomků béře se zřetel hlavně na dělitele; dle tohoto rozeznáváme dvou případů:

1. buď jest dělitel číslo celé, a dělenec zlomek desetinný, anebo
2. jest dělitel desetinný zlomek, a dělenec buď zlomek desetinný, nebo číslo celé.

1. Je-li dělitel číslo celé, dělí se jím do dělence jako do čísla celého, jen že se, když se v dělenci přijde k desetinám, udělá v podílu tečka. Poněvadž za místy desetinnými nicky ničehož neplatí, možná jich libovolně mnoho připsati, kdyby se v dělení ještě pokračovati mělo, na př.:

35·76 : 6 = 5·96;
57
36
=

132·57 : 9 = 14·73;
42
65
27
=

2652.37 : 25 = 106·0948
152 00
237
120
200
=

Příčiny toho snadno se domysliti.

Je-li dělitel 10, 100 atd., dělí se jím, pomkne-li se v dělenci tečka o tolik míst od pravé k levé, kolik má dělitel nicek, na př.:

564.326 : 10 = 56·4326,
564·326 : 100 = 5·64326 atd.

Příčinu toho udává význam dělení 10ti, 100 atd. vůbec (§. 13. 6).

2. Je-li dělenec i dělitel zlomek desetinný, dělí se nejjistěji, pak-li dělence a dělitele tolikráte po sobě 10ti násobíme, až bude dělitel číslo celé; pak se dělí, jak právě uvedeno, na př.: 68·536 : 0·24.

Aby byl dělitel číslo celé, musíme jej 10×10=100 a taktéž stem (100) dělence násobiti, poněvadž podíl jen potom se nemění, násobí-li se dělenec i dělitel týmže číslem (§. 16. 6.), tedy:

68·536 × 100 : 0·24 × 100
6853·6 : 24 = 285·5...
205
133
136.

Nebo: 75·43157 : 25·73 = 75·43157 × 100 : 25·73 × 100 =
7543·157 : 25 73 = 2·93165 ....
2397 1 00
8145
4267
16940
15020
2155

Kdyby dělenec byl číslo celé a dělitel zlomek desetinný, násobí se oba 10ti tolikrát, až bude i dělitel číslo celé, na př.:

$$345 : 0{\cdot}05 = \frac{345 \times 100 : 0{\cdot}05 \times 100}{34500 : 5 = 6900};\quad 741 : 5{\cdot}7 = 7410 : 57 = 130.$$

Z obou případů patrno, že *se dělitel proměňuje prv v číslo celé a pak že se teprv dělí.*

Násobíme-li podíl původním dělitelem, bude se součin rovnati dělenci.

Kdybychom chtěli v podílu pouze nejvyšší místa desetinná (t. j. desetiny, setiny atd.) určiti, můžeme dělení *skrátiti*, což se děje takto:

1. Připišme dle potřeby buď k dělenci buď k děliteli tolik nicek, aby oba měly stejný počet desetinných míst, což ovšem možná, poněvadž nicky na konci desetinného zlomku ničehož neplatí.

2. Vypusťme desetinnou tečku u obou a položme dělitele pod dělence tak, aby nejvyšší místa stála pod sebou. Je-li nejvyšší místo dělitele větší nežli nejvyšší místo dělence, položí se ono pod nejblíže nižší místo dělence.

3. *Je-li dělitel menší dělence* bude míti podíl číslo celé, a *nejvyšší* místo podílu napíše se *pod jednotky* dělitele, dále pak v pravo položí se ostatní číslice čísla celého, tak že jeho *jednotky* přijdou *pod jednotky* dělence, dále v pravo za desetinným bodem místa desetinná.

4. *Je-li dělitel větší dělence* nebude míti podíl žádných celých, pod *jednotky* dělence napíše se 0 celá s desetinným bodem a teprv *pod jednotky dělitele* přijde *první pojmenované* místo podílu; všechna jeho místa před tímto vyplní se nickami.

5. Ostatně se pracuje jako u čísel celých (§ 15.), vypustí se totiž vždy jedno místo v děliteli (od pravé k levé) na místě aby se z dělence nejblíže nižší místa ke zbytkům přidávala; mimo to béře se ohled na opravu. Na př.

736·43268 : 15·3248 na dvě desetinná místa.
736·43268 : 15·32480 =
736 43268 : 15 32480 =

736 43268			
153 2480			
48·05			
123 4406	8×0=0	0	t. j. 73 : 15 = 4, 4 × 0 = 0,
8422	0×8=0		0+6=6 atd.
760	5×4=20	2	

Jednotky v děliteli (0) se zatrhnou a dělí se 123 : 15 = 8, 8 × 0 = 0 oprava 0, dále 8 × 8 = 64, 64 + 0 = 64 atd. Pak se desítky v děliteli (8) zatrhnou a dělí se 8 : 15 = 0, a hned na to se sta v děliteli zatrhnou dělí se 84 : 15 = 5, 5 × 4 = 20, oprava 2, 5 × 2 = 10, 10 + 2 = 12 atd. Podíl jest na 2 deset. místa 48·05.

Nebo: 37·4869 : 8·35 na 3 desetinná místa,

37·4869 : 8·35 =

37 4869
8 3500

4·489

40869
7469
789 $9 \times 5 = 45$ | 5
37

Nebo: 0·935897 : 748·6325 na 4 desetinná místa.

0·935897 : 748·6325 =

935897
748632500

0·0012

187264 $1 \times 5 = 5$ | 1
37538 $2 \times 2 = 4$ | 0

t. j. 700millionů do 900tisíc jde nickrát, jednotky dělitele (0) se zatrhnou a dělí se 70 millionů do 90 tisíc, což dá opět 0, dále se zatrhnou desítky dělitele (0) a dělí se 7millionů do 900tisíc, což dá zase 0, načež po zatrhnutí set v dělenci (5) dělí se 700tisíc do 900tisíc atd. Poněvadž jsou tedy na nejvyšším místě dělitele 100milliony, musejí se tyto násobiti tisícinami, $\left(100000000 \times \frac{1}{1000}\right)$, aby součinem daly 100tisíce co dělence.

Cvičení.

1. Dělte: 68·45 : 8, 7·3268 : 6, 3·586 : 9, 7·543 : 12, 53·689 : 23, 786·32 : 36, 3·3689 : 52, 7856·74 : 56, 0·5436 : 24, 673·59 : 62, 0·36894 : 20, 0·5643 : 100, 0·657 : 10000, 0·6 : 1000, 235·8 : 100, 0·0003 : 10. 6329·5 : 1000.

2. Dělte: 468 : 0·4, 505 : 0·025, 2637 : 0·0018, 64 : 0·08, 35732 : 6·458, 45879 : 32·567, 69·1005 : 3·6895, 64390 : 32·94, 45873 : 3574·6, 100 : 768·43, 10 : 0·031, 1000 : 2·3005, 1 : 3·257, 1 : 0·0381.

3. Dělte: 6·4 : 0·08, 7·38 : 0·09, 65·391 : 3·25, 76·43 : 23·5, 4·849 : 3·8, 673·5 : 46·75, 0·4536 : 0·0018, 0·00396 : 0·11, 0·3654 : 0·27, 68·573 : 34·57, 543·26 : 0·00235.

4. Skraťte dělení:

863·5978	: 17·5848	na	2	desetinná	místa,
74·587101	: 4·5326	„	3	„	„
0·75364	: 7·23541	„	3	„	„
7·257416	: 3·2548	„	4	„	„
1000	: 4·15781	„	3	„	„
273·568901	: 26·36953	„	4	„	„
0·27368835	: 0·7653478	„	4	„	„
0·000357	: 67·3589	„	6	deset.	míst

0·03581 : 3·695478 na 6 deset. míst
36·451 : 84·8325796 „ 4 „ místa.

5. Kolik metrů jest 3458967 milimetrů?

6. Kolik metrů jest 63870 Víd. střevíců, meter=3·16344625 Víd. stř. (na 4 desetinná místa)?

7. Kolik kilometrů jest 24·5 rak. míle, kilometr=0·1381 rak. míle?

8. Kolik kilometrů jest 125 rak. mil?

9. Anglická míle = 0·212124 rak. míle, kolik anglických mil by bylo 15, 24, 53, 84, 100 mil rakouských?

10. Hektoliter = 1·6259 měřice Vídenské, kolik hektolitrů bylo by 20, 36, 62, 100 měřic Vídenských?

11. Kilogramm = 1·785676 lib. Víd., kolik kilogrammů by bylo 18, 42, 88, 120 lib. Víd. (na 3 desetinná místa)?

6. Jak se promění zlomek obyčejný v desetinný?

§. 47.

Zlomek obyčejný proměniti v desetinný znamená: proměniti jej v jiný téže hodnoty, který by měl na místě původního jmenovatele buď 10, 100, 1000 atd. Proměňování takové není tedy nic jiného, nežli uvádění zlomku obyčejného na zlomek jiný s určitým jmenovatelem, a jmenovatel ten jest vždy buď 10, 100, 1000 atd. Má-li se však zlomek vůbec proměniti na jiný téže hodnoty s určitým jmenovatelem, musí býti tento dělitelný jmenovatelem původním (§. 33. b.) anebo, což také tolik, musí původní jmenovatel býti činitelem jmenovatele nového. Poněvadž však jmenovatel každého zlomku desetinného jest buď 10, 100, 1000 atd., tedy musí býti jmenovatel zlomku obyčejného co činitel obsažen v 10, 100, 1000 atd. Činitelé těchto jmenovatelů se dají snadno určiti (§. 29.), neboť

$$10 = 2 \times 5,$$
$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5,$$
$$1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5,$$
$$10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \text{ atd.}$$

Z toho patrno, že každý zlomek obyčejný, který se má proměniti úplně v zlomek desetinný téže hodnoty, musí míti jmenovatele buď 2, nebo 2×2, $2\times2\times2$ atd., anebo 5, 5×5, $5\times5\times5$ atd., anebo 2×5, čili součin z činitelů samých 2 a 5, poněvadž jen takový jmenovatel obsažen jest co činitel v 10, 100, 1000 atd., na př.:

Kdybychom měli proměniti $\frac{1}{2}$ v zlomek desetinný téže hodnoty, dělme (jako v §. 33. b.) jmenovatele 2 do 10, totiž $10:2=5$, a násobme podílem 5ti čítatele i jmenovatele obyčejného zlomku, tedy: $\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}$, což se píše v podobě zlomku desetinného 0·5, tedy $\frac{1}{2}=0{\cdot}5$. Nebo:

$\frac{3}{4}$; 4 jest činitelem 100; neboť 100 dle uvedeného $= 2 \times 2 \times 5 \times 5$ tedy 100 : 4 = 25, pročež podílem 25ti násobme čítatele i jmenovatele, bude:

$$\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0{\cdot}75.$$

Takový zlomek desetinný, který se rovná úplně hodnotě zlomku obyčejného, nazývá se konečný, a takovým jest vždy, má-li jmenovatel obyčejného zlomku uvedené vlastnosti, t. j. je-li činitelem 10, 100, 1000 atd., čili je-li zejmena 2, 4 ($= 2 \times 2$), 8 ($= 2 \times 2 \times 2$), 16 ($= 2 \times 2 \times 2 \times 2$) . . . nebo 5, 25 ($= 5 \times 5$), 125 ($= 5 \times 5 \times 5$), 625 ($= 5 \times 5 \times 5 \times 5$) . . . nebo 20 ($= 2 \times 2 \times 5$), 40 ($= 2 \times 2 \times 2 \times 5$), 80 ($= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$) . . . 50 ($2 \times 5 \times 5$), 250 ($2 \times 5 \times 5 \times 5$) atd. Každý zlomek obyčejný, jehož jmenovatel jest některé z uvedených čísel, dá konečný zlomek desetinný o tolika místech, kolikrát v onom jmenovateli buď 5 buď 2 naskrz neb ve větším počtu co činitelé obsaženy jsou. Není-li jmenovatel obyčejného zlomku činitelem čísel 10, 100, 1000 atd., jest zlomek desetinný, v nějž se obyčejný promění, nekonečný. Způsob tento však, aby se čítatel i jmenovatel určitým číslem násobil, byl by rozvláčný a nepohodlný, pročež se užívá následujícího prostředku: Každý zlomek obyčejný lze považovati za naznačené dělení, v němž čítatel jest dělencem, jmenovatel dělitelem, aby se z něho stal zlomek desetinný, zapotřebí pouze toto dělení naznačené vyvesti, t. j. čítatele jmenovatelem děliti. Je-li zlomek obyčejný pravý, t. j. menší nežli jednička, bude i zlomek desetinný menší nežli jednička; je-li zlomek obyčejný nepravý, bude jemu rovný zlomek desetinný větší nežli jednička. Dělíme-li u pravého zlomku obyčejného čítatele jmenovatelem, bude v podílu na místě jednotek 0; abychom mohli dále děliti, položme za čítatelem tečku desetinnou, za touto tolik nicek, kolik libo, a položivše podobnou tečku též v podílu za 0, dělme dále. U nepravého zlomku dělejme taktéž jakmile jsme v dělení přišli k jednotkám čítatelovým. Na př.:

$\frac{3}{4} = 3{\cdot}\ : 4 = 0{\cdot}75$, zlomek tento jest konečný o dvou místech, poněvadž jmenovatel $4 = 2 \times 2$.
 00
 20

$\frac{25}{8} = 25{\cdot}\ : 8 = 3{\cdot}125$, zlomek tento jest o třech místech, poněvadž jmenovatel $8 = 2 \times 2 \times 2$.
 00
 10
 20
 40

$\frac{7}{50} = 7{\cdot}\ : 50 = 0{\cdot}14$, zlomek tento jest o dvou místech, poněvadž $50 = 2 \times 5 \times 5$ a činitel 5 ve větším počtu přichází nežli činitel 2.
 00
 200

$\frac{123}{40} = 123 : 40 = 3{\cdot}075$, zlomek o třech místech, poněvadž
300 $40 = \underbrace{2\times2\times2}\times5$ atd.
200

Nekonečný zlomek desetinný může býti dvojí, totiž:

1. buď se opakují jedna, dvě, tři atd. číslice hned za desetinnou tečkou v témže pořádku, anebo:

2. následují po desetinné tečce 1, 2 neb více rozličných číslic, a teprv po nich se opakují 1, 2, 3 atd. číslice v určitém pořádku.

První druh zlomků desetinných nazýváme zlomky naprosto periodické (občíslné) a druhý zlomky smíšeně periodické. Naprosto i smíšeně periodický zlomek může míti 1, 2, 3 neb více číslic, které se v témže pořádku opakují, a nazývá se dle nich jedno-, dvou-, tří- atd. ciferný, nebo perioda (občíslí) o jedné cifře, o dvou, třech atd. cifrách, na př.

$\frac{2}{3} = 2{\cdot} : 3 = 0{\cdot}666\ldots$ jest zlomek naprosto periodický, a sice
000 jednociferný, poněvadž se jedno číslo (6) ustavičně
20 opakuje, a na př.
20

$\frac{5}{12} = 5{\cdot} : 12 = 0{\cdot}41666\ldots$ jest smíšený zlomek periodický, poněvadž periodu 6 předchází 41.
000
20
80
80
80

Na zlomek desetinný převádí se obyčejně jen takový zlomek obyčejný, jehož čítatel a jmenovatel jsou prvočísla vespolek; nejsou-li, musí se prv zlomek skrátiti. Z následujícího patrno, kolika-ciferné občíslí dávají zlomky, jejichž jmenovatelé jsou prvočísla; totiž jmenovatel:

3	udává	občíslí	o	1 cifře,	53	udává	občíslí	o	13 cifrách
7	„	„	„	6 cifrách,	59	„	„	„	58 „
11	„	„	„	2 „	61	„	„	„	60 „
13	„	„	„	6 „	67	„	„	„	33 „
17	„	„	„	16 „	71	„	„	„	35 „
19	„	„	„	18 „	73	„	„	„	8 „
23	„	„	„	22 „	79	„	„	„	13 „
29	„	„	„	28 „	83	„	„	„	41 „
31	„	„	„	15 „	89	„	„	„	44 „
37	„	„	„	3 „	97	„	„	„	96 „
41	„	„	„	5 „	101	„	„	„	4 „
43	„	„	„	21 „	103	„	„	„	34 „
47	„	„	„	46 „		atd. *)			

*) Tabulka tato se skládá na následujícím pravidlu: Z kolika devítek skládá se číslo, v němž některé z prvočísel co činitel obsaže-

O pravdivosti tabulky této možná se pro cvičení přesvědčiti.

Konečně podotýkáme jen, že se perioda zlomků naznačí tečkou nad číslicí nebo nad číslicemi, které se v zlomku desetinném opakují, na př.:

$\frac{2}{3} = 0{\cdot}\dot{6}$, t. j. 0·66666 ... nebo;

$\frac{1}{11} = 0.\dot{0}\dot{9}$, t. j. 0·090909 ...

Cvičení.

Proměňte následující zlomky v desetinné: $\frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{7}{15}, \frac{5}{8}, \frac{13}{16}, \frac{9}{11}, \frac{10}{13}, \frac{17}{20}, \frac{24}{25}, \frac{13}{27}, \frac{4}{37}, \frac{8}{41}, \frac{9}{32}, \frac{15}{64}, \frac{46}{101}, \frac{56}{73}, \frac{64}{85}, \frac{12}{125}, \frac{83}{160}, \frac{92}{237}, \frac{99}{350}, \frac{101}{375}; \frac{1}{53}, \frac{1}{271}, \frac{1}{137}, \frac{1}{239}, \frac{1}{4649}, \frac{1}{1517}$.

7. Jak se promění zlomky desetinné v obyčejné?

§. 48.

Poněvadž proměňování zlomků obyčejných v desetinné nic jiného není, nežli uvádění jich na jmenovatele 10, 100, 1000 atd., můžeme i naopak zlomky desetinné proměniti v obyčejné. Rozeznáváme tří případů:

1. Desetinný zlomek **konečný** proměníme v obyčejný, napíšeme-li jej ve způsobě zlomku obyčejného, a dělíme-li čitatele a jmenovatele společným dělitelem tak dlouho, až budou oba prvočísla vespolek. Poněvadž se tímto dělením (skracováním) hodnota původního zlomku nemění, bude se obyčejný ten zlomek úplně rovnati danému zlomku desetinnému.

Kdyby se měl na př. zlomek 0·48 proměniti v obyčejný, napíše se se svým jmenovatelem a skrátí se, tedy:

$$0{\cdot}48 = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}, \text{ t. j. } 0{\cdot}48 = \frac{12}{25}.$$

$$0{\cdot}072 = \frac{72}{1000} = \frac{9}{125}; \; 0{\cdot}05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}.$$

---

no jest, tolika ciferné jest občíslí zlomku desetinného, v který se zlomek obyčejný s jmenovatelem rovným některému z prvočísel promění, na př.: prvočíslo 3 jest činitelem v (jedné) 9, tedy dá co jmenovatel zlomku občíslí o 1 cifře, prvočíslo 11 jest činitelem v 99, tedy dá co jmenovatel zlomku občíslí o 2 cifrách, a prvočíslo 37 jest činitelem v 999, tedy dá co jmenovatel zlomku občíslí o 3 cifrách atd.

2. Desetinný zlomek periodický naprosto (jehož perioda počíná s desetinami) proměníme v obyčejný téže hodnoty, napíšeme-li jeho periodu za čítatele a dáme-li jí za jmenovatele tolik devítek, o kolika cifrách jest ona perioda; čítatele a jmenovatele — možná-li — skraťme. Na př.

$$0{\cdot}666\ldots = 0{\cdot}\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3},\ \text{nebo:}$$

$$0{\cdot}6363\ldots = 0{\cdot}\dot{6}\dot{3} = \frac{63}{99} = \frac{7}{11},\ \text{nebo:}$$

$$0{\cdot}234234\ldots = 0{\cdot}\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{999} = \frac{26}{111}\ \text{atd.}$$

Příčina toho jest následující:

Proměníme-li obyčejné zlomky $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$ atd. v desetinné, bude se

$$\frac{1}{9} = 0{\cdot}1111\ldots = 0{\cdot}\dot{1}$$

$$\frac{1}{99} = 0{\cdot}0101\ldots = 0{\cdot}\dot{0}\dot{1}$$

$$\frac{1}{999} = 0{\cdot}001001\ldots = 0{\cdot}\dot{0}0\dot{1}\ \text{atd.}$$

První ze zlomků těchto jest desetinný zlomek periodický o jedné cifře, druhý o dvou, třetí o třech cifrách atd.

Poněvadž v každé periodě ($0{\cdot}\dot{1}$, $0{\cdot}\dot{0}\dot{1}$, $0{\cdot}\dot{0}0\dot{1}$ . . .) mimo nicku (nicky) přichází pouze jednička (1), možná kterékoliv číslo touto násobiti (§. 10. 6.), anebo možná každý desetinný zlomek periodický naprosto rozvesti na dva činitele, z nichž jeden jest jeho perioda, a druhý buď $0{\cdot}111\ldots$ (je-li perioda o jedné cifře), nebo $0{\cdot}010101\ldots$ (je-li perioda o dvou cifrách) nebo $0{\cdot}001001001$ (je-li perioda o třech cifrách) atd. Za tou příčinou možná na př.: $\dot{6}$ . . rozvesti na dva činitele, z nichž jeden jest perioda 6, a druhý

$$0{\cdot}\dot{1} = \frac{1}{9},\ \text{tedy}$$

$$0{\cdot}\dot{6} = 0{\cdot}\dot{1} \times 6 = \frac{1}{9} \times 6 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

taktéž možná rozvesti na dva činitele na př.:

$$0{\cdot}\dot{6}\dot{3} = \dot{0}{\cdot}0\dot{1} \times 63 = \frac{1}{99} \times 63 = \frac{63}{99} = \frac{7}{11};\ \text{podobně bude:}$$

$$0{\cdot}\dot{2}3\dot{4} = 0{\cdot}\dot{0}0\dot{1} \times 234 = \frac{1}{999} \times 234 = \frac{234}{999} = \frac{26}{111}\ \text{atd.}$$

3. Desetinný zlomek smíšeně periodický proměníme v obyčejný, vypíšeme-li periodu s číslem ji předcházejícím, jako by bylo vše číslo celé, odečteme-li od tohoto čísla periodu předcházející, a dáme li

zbytku tomu za jmenovatele tolik devítek, o kolika cifrách jest perioda, s tolika nickami v pravo, kolik cifer periodu předchází. Zlomek tento se — možná-li — skrátí; na př.:

Kdyby se měl složitý zlomek periodický $0{\cdot}4\dot{3}\dot{8}$ proměniti v obyčejný téže hodnoty, napíše se 438, od toho se odečte číslo periodu (38) předcházející, totiž 4, tedy:

$438-4=434$, a k tomu se dají za jmenovatele dvě devítky (poněvadž jest perioda o dvou cifrách), ku kterým se v pravo připíše nicka (poněvadž periodu jedno číslo (4) předchází, tedy

$\frac{434}{990}$, nebo: $0.4\dot{3}\dot{8}=\frac{434}{990}=\frac{217}{495}$.

Přirozeným způsobem dělo by se to takto:

na př. $0{\cdot}4\dot{3}\dot{8}$. Kdyby periodu (38) žádné číslo nepředcházelo, proměnila by se tato v zlomek obyčejný, jako naprosto periodický zlomek vůbec. Avšak periodu předcházejí $0{\cdot}4$. Abychom tyto vyloučili, násobme celý zlomek 10ti, a mimo to proměňme pak $\dot{3}\dot{8}$ setin v obyčejný zlomek, tedy:

$0{\cdot}4\dot{3}\dot{8}\times10=4{\cdot}\dot{3}\dot{8}=4+\frac{38}{99}$. Číslo to smíšené seřiďme $\frac{434}{99}$, a poněvadž jsme původní zlomek ($0{\cdot}4\dot{3}\dot{8}$) 10ti násobili, musíme, aby touže hodnotu opět dostal, tento 10ti děliti, tedy:

$0{\cdot}4\dot{3}\dot{8}=\frac{434}{99}:10=\frac{434}{990}=\frac{217}{495}$. Patrno, že jest tentýž, co prvé.

Taktéž na př. $0{\cdot}12\dot{6}$; podle pravidla $\begin{array}{r}126\\-12\\\hline 114\end{array}$, tedy $\frac{114}{900}=\frac{57}{450}$, nebo

$$0{\cdot}12\dot{6}=\frac{126}{900}=\frac{57}{450}=\frac{19}{150}.$$

Podle druhého způsobu musíme jej násobiti stem, poněvadž předcházejí periodu (6) dvě číslice (12), tedy: $0{\cdot}12\dot{6}\times100=12{\cdot}\dot{6}=12+\frac{6}{9}=\frac{114}{9}$ a dělíme-li zlomek tento opět stem, bude $\frac{114}{9}:100=\frac{114}{900}=\frac{57}{450}=\frac{19}{150}$ — jako prvé.

Předchází-li zlomek desetinný číslo celé, nebeřme naň ohledu a proměňme pouze zlomek v obyčejný, číslo celé pak připočtěme k výsledku, na př.: $2{\cdot}3\dot{8}=2+0{\cdot}3\dot{8}=2+\frac{35}{90}=2+\frac{7}{18}$ atd.

Cvičení.

Následující zlomky proměňte v obyčejné:

1. 0·45, 0·745, 0·3675, 3·15, 4·008, 27·24, 32·432, 44·0055, 48·248.

2. $0\cdot\dot{5}$, $0\cdot\dot{1}$, $0\cdot\dot{9}$, $0\cdot\dot{1}\dot{2}$, $0\cdot\dot{2}\dot{5}$, $0\cdot\dot{2}\dot{8}$, $0\cdot\dot{3}\dot{6}$, $0\cdot\dot{3}0\dot{4}$, $0\cdot\dot{2}8\dot{5}$, $0\cdot\dot{3}67\dot{2}$, $2\cdot6874\dot{3}$, $15\cdot\dot{2}35\dot{8}$, $22\cdot\dot{1}2345\dot{3}$, $5\cdot\dot{0}001356\dot{3}$.

3. $0\cdot7\dot{4}$, $0\cdot8\dot{5}$, $0\cdot9\dot{4}\dot{3}$, $0\cdot43\dot{7}$, $0\cdot586\dot{4}$, $0\cdot3\dot{5}6\dot{3}$, $0\cdot43\dot{2}6\dot{7}$, $0\cdot358\dot{4}\dot{9}$, $0\cdot56\dot{3}0\dot{7}$, $0\cdot123\dot{4}5\dot{6}$, $0\cdot23\dot{6}98\dot{7}$, $3\cdot5\dot{6}\dot{8}$, $7\cdot89\dot{5}\dot{4}$, $83\cdot65\dot{4}\dot{9}$, $85\cdot7\dot{5}6\dot{8}$, $0\cdot428\dot{5}3\dot{5}$, $0\cdot3796\dot{4}321\dot{9}$.

8. Cvičení smíšená.

§. 49.

1. Kdosi spotřebuje 1. den 2·45 zl.
2. „ 3·05 „
3. „ 2·68 „
4. „ 1·9 „

a) Mnoho-li spotřebuje dohromady, b) mnoho-li v průměru?

2. Vídenská hřivna čistého stříbra jest za 24·25 zl.: mnoho-li hřiven by se koupilo a) za 145·5 zl., b) za 363·75 zl., c) za 3737·5 zl.?

3. Celná libra čistého stříbra jest za 45 zl.; kolik celných liber čistého stříbra by se koupilo a) za 906·75 zl., b) za 2260·665 zl.?

4. Ze 490 žáků neplatí 162 školné; mnoho-li platí ostatní žáci školného dohromady za rok, platí-li každý 1·26 zl. měsíčně?

5. Vídenská hřivna čistého stříbra platí 24·25 zl.; zač jest a) 6·5 hřivny, b) 12·125 hř., c) 16·25 hř.?

6. Setnýř zboží jest za 16·5 zl.; zač jest a) 8·14 setn., b) 15·9 setn., c) 23·48 setn.?

7. Vynáší-li železná dráha 56·8 míle dlouhá ročně 7563008·75 zlatých, a) mnoho-li vynáší míle, b) mnoho-li 4·5 míle, c) mnoho-li 10·25 míle?

8. Koruna platí 13·85 zl., mnoholi platí a) 15 korun, b) 28·5 korun, c) 43·5 korun?

9. Zvuk vykoná za sekundu 1051·25 stř. cesty; mnoho-li a) za $^1/_2$ minuty, b) za 2 minuty, c) za 5 minut?

10. Jistina nese ročně 235·85 zl. a) mnoho-li za 3 roky + 4 měs. + 10 dní, b) za 6 roků + 3 měs. + 20 dní, c) za 8 roků + 10 měs. + 6 dní?

11. Přímka byla by 2·45 stř. dlouhá; a) jak veliký byl by obvod

trojúhelníku stejnostranného, b) obvod čtverce, c) obvod pravidelného 6tiúhelníku, kdyby přímka ta byla stranou těch obrazců?

12. Přímka jest 4·125″ dlouhá; kolikrát jest menší nežli jiná, která jest a) 2′ + 4·875‴, b) 3′ + 9·375″, c) 6′ + 10·5″ dlouhá? d) jak dlouhé jsou přímky ty dohromady, e) o mnoholi jest jedna delší než druhá?

13. Hledejte součet čtyř čísel, z nichž první jest 876·497, druhé o 75·467 větší, třetí o 174·6705 menší nežli první, a čtvrté o 86·327089 menší nežli druhé?

14. Meter = 3·163446 Víd. stř.; mnoho-li Víd. stř. drží a) dekameter, b) centimeter, c) kilometer, d) decimeter, e) millimeter?

15. Kupec dostal 4 bedny zboží, z hruba vážila 1. 17·35 setn., 2. 16·18 setn., 3. 9·08 setn., 4. 7·97 setn. Srážka na váze byla na 1. 1·56 setn., na 2. 1·9 setn., na 3. 2·04 setn., na 4. 1·95 setn. Co dal za to zboží z čista, platil-li za setnýř z čista a) 84·27 zl., b) 102·15 zl., c) 165·18 zl.?

16. Kdosi koupil 32·75 setnýřů za 168·48 zl., na každém setnýři vydělal 1·42 zl., zač prodal setnýř?

17. Kolik metrů jest a) 325·0625 Víd. sáhu (na 3 desetinná místa), b) 4587·368 Víd. sáhu (na dvě desetinná místa) a c) 73·68594 Víd. sáhu (na čtyři desetinná místa), pakli se meter = 0·527241 Víd. sáhu?

18. Kolik Vídenských sáhů dělá a) 425·3689 metru (na 3 deset. místa), b) 125286·43 metru (na 4 deset. místa), c) 2460·00485 metru? (na 3 deset. místa.)

19. Železná dráha byla by 72·125 rak. míle dlouhá; a) kolik jest to sáhů, a b) kolik metrů (1 míle = 7586·66 met.)? (na 4 deset. místa.)

20. Rakouská míle mořská = míli mořské anglické = 978·09 Víd. sáhu = 1855·11 metru, a) kolik Vídenských sáhů bylo by 126·25 mil mořských a b) kolik metrů; c) kolik mil mořských bylo by 835764·67857 metru? (na 3 deset. místa).

21. Český loket = 0·7665 Víd. lokt., kolik Víd. loket bylo by a) 54, b) 85, c) 112 lok. českých, a kolik českých loket bylo by 675·3489 lok. víd.? (na 3 deset. místa.)

22. Hřivna Vídenská = 0.280644 kilogrammu, kolik kilogrammů bude a) 8 hř., b) 29 hř., c) 36 hř. Vídensk., a kolik hřiven Vídenských bude 37·6895 kilogr.? (na 4 deset. místa.)

23. Vídenská hřivna = 0·561288 celné libry, kolik Vídenských hřiven bude a) 12·4586 celn. lib., b) 263·206 celn. lib., c) 236·4789 celn. lib.? (na 3 deset. místa.)

Částka šestá.

Jednoduché poměry a srovnalosti.

---

1. Poměry.

§. 50.

1. Výklady.

Porovnáním dvou stejnorodých veličin se dovídáme, jsou-li obě buď sobě rovny, aneb nejsou-li sobě rovny. Dvě stejnorodé sobě nerovné veličiny porovnáme vespolek, abychom se dověděli buď:

1. o mnoho-li jest jedna větší (nebo menší) než druhá, anebo
2. kolikrát jest jedna větší (nebo menší) nežli druhá?

Odpověď na první otázku udává odčítání, a na druhou dělení.

Takové porovnání dvou stejnorodých veličin, jímž se chceme dověděti, o mnoho-li aneb kolikrát jedna z nich jest větší (nebo menší) nežli druhá, nazýváme poměr. Tážeme-li se, o mnoho-li (o kolik) jest jedna veličina větší (neb menší) nežli druhá, nazýváme poměr ten arithmetický (počtářský), a tážeme-li se, kolikrát jest jedna větší (nebo menší) nežli druhá — poměr geometrický (měřický); na př. o mnoho-li jest 24 zl. větší nežli 6 zl., a kolikrát jest 24 zl. větší nežli 6 zl.; první otázku rozřešíme odčítáním, neboť patrno, že 24 zl. — 6 zl. = 18 zl., t. j. že 24 zl. jest o 18 zl. větší nežli 6 zl.; a druhou dělením, totiž 6 zl. jest ve 24 zl. obsaženo 4krát nebo 24 zl. jest 4krát větší nežli 6 zl. (tedy 6 zl. jest 4krát menší nežli 24zl.); pročež jest poměr arithmetický naznačené odčítání a poměr geometrický naznačené dělení.

2. Poměr měřický.

§. 51.

Poměr geometrický má mnohem větší důležitost v praktickém počítání nežli arithmetický, pročež jen o prvním budiž zde pojednáno.

Ke každému porovnání vůbec zapotřebí nejméně dvou věcí, taktéž i zde dvou čísel bezejmenných nebo pojmenovaných, avšak v případě druhém vždy stejnorodých (stejnojmenných). Čísla tato nazývají se členy a kromě jména rovnají se ve všem dělení. Co v dělení jest dělenec, jest v poměru člen první, co tam jest dělitel, jest zde člen druhý, a výsledek porovnání, u dělení podíl nazvaný, jmenuje se zde exponent čili udavatel poměru. Geometrický poměr se naznačuje dvojbodem (:), který se vysloví: má se; na př.; 24 : 6 t. j. 24 má se k 6ti; zde tedy porovnáváme 24 a 6, abychom se dověděli, kolikrát jest 24 větší nežli 6? Patrno, že 4krát, neboť 24 : 6 = 4krát; 24 jest první člen, 6 jest druhý člen; 4(krát) jest udavatel poměru. Jako u dělení podíl, rovná se i zde udavatel poměru prvnímu členu dělenému druhým, na př. 10 : 5 = 2, nebo $2 = 10 : 5 = \frac{10}{5}$.

První člen se rovná členu druhému násobenému udavatelem poměru, tedy $10 = 5 \times 2$, a druhý člen se rovná členu prvnímu, děleném u udavatelem, tedy $5 = 10 : 2 = \frac{10}{2}$. Taktéž 12 : 4 = 3, první člen $12 = 4 \times 3$, a druhý člen $4 = 12 : 3 = \frac{12}{3}$ atd.

Je-li první člen roven druhému, na př. 1 : 1, 6 : 6 atd., jmenuje se poměr takový poměr rovnosti; je-li první člen větší druhého, nazývá se poměr ten sestupný; na př. 8 : 4, 12 : 3 atd.; je-li druhý člen větší prvního, jest poměr vzestupný, rostoucí na př. 3 : 6, 5 : 8 atd.

Cvičení.

1. Určete udavatele poměru, a udejte, je-li poměr rostoucí neb sestupný: 9 : 3, 28 : 7, 5 : 8, 14 : 7, 56 : 8, 63 : 9, 7 : 14, 18 : 126, 5 : 40, 12 : 36, 18 : 0·6, 16 : 0·25, 18 : 0·32, 27 : 2·64, 75 : 4·125, 89 : 12·128, 104 : 15·125, 126 : 13·256, 0·861 : 3, 3·42 : 9, 57·6 : 8, 32·76 : 18, 0·624 : 24, 0·342 : 12, 0·0024 : 16, 6·325 : 15, 235·6 : 73, 45·63 : 0·009, 53·648 : 072, 46·875 : 3·75, 8·631 : 0·36, 1·044 : 1·2, 7368·59 : 25·6, 500·31 : 0·00018.

2. Určete první člen naznačený x u následujících poměrů: x : 7 = 5, x : 6 = 4, x : 12 = 4, x : 18 = 8, x : 19 = 7, x : 15 = 9, x : 10 = 14, x : 1·2 = 5, x : 3·24 = 8, x : 5·457 = 15, x : 6·102 = 18, x : 14 = 5·08, x : 23 = 0·06, x : 29 = 4·75, x : 38 = 4·6, x : 5·7 = 3·006, x : 18·6 = 0·004, x : 2·57 = 3·001, x : 45·8 = 0·004, x : 1·56 = 7·86, x : 2·8 = 0·03, x : $2^1/_2$ = $7^3/_4$, x : $4^3/_5$ = $3^1/_4$, x : $5^1/_6$ = $4^3/_7$, x : $8^3/_7$ = $10^5/_8$, x : $9^1/_2$ = $12^3/_8$, x : $1^1/_{13}$ = $2^3/_{14}$.

3. Určete druhý člen naznačený x u následujících poměrů:

$7 : x = 5$, $18 : x = 13$, $22 : x = 15$, $64 : x = 13$, $89 : x = 23$, $112 : x = 26$, $13\frac{1}{2} : x = 6$, $25\frac{1}{3} : x = 8$, $32\frac{1}{4} : x = 9$, $64\frac{5}{6} : x = 10$, $75\frac{1}{6} : x = 12$, $64\frac{3}{7} : x = 15$, $87\frac{5}{9} : x = 7$, $34\frac{1}{3} : x = \frac{1}{2}$, $56\frac{1}{7} : x = \frac{2}{5}$, $27\frac{5}{8} : x = 2\frac{4}{5}$, $32\frac{4}{7} : x = 4\frac{5}{6}$, $36\frac{5}{8} : x$ $= 1\frac{11}{14}$ — $34\frac{5}{9} : x = 7\frac{1}{2}$, $39\frac{4}{9} : x = 6\frac{2}{3}$, $56\frac{3}{7} : x = 1\frac{11}{14}$, $36\frac{5}{8} : x = 4\frac{1}{2}$, $5\cdot88 : x = 0\cdot7$, $3\cdot51 : x = 9$, $42\cdot4 : x = 0\cdot8$, $35\cdot36 : x = 0\cdot018$, $0\cdot006 : x = 2\cdot5$, $0\cdot016 : x = 0\cdot4$, $0\cdot874 : x = 0\cdot9$, $0\cdot3146 : x = 0\cdot11$, $1\cdot43 : x = 13$, $3\cdot36 : x = 1\cdot6$, $5\cdot88 : x = 2\cdot8$.

3. Vyvozování z porovnání poměrů s dělením.

§. 52.

Tentýž podíl, tedy i tentýž udavatel poměru, dá se naznačiti rozličnými čísly, na př. $12 : 3 = 4$,
$20 : 5 = 4$,
$28 : 7 = 4$ atd.

Za tou příčinou jsou poměry mající téhož udavatele sobě rovny, tedy $12 : 3 = 20 : 5 = 28 : 7$ atd.

Zásada tato platí i u čísel pojmenovaných, na př.:

15 zl. : 3 zl. = 5
20 kor. : 4 kor. = 5
50 rok. : 10 rok = 5 atd.

pročež bude 15 zl. : 3 zl. = 20 kor. : 4 kor. = 50 rok. : 10 rok. atd.

Rovnost dvou neb více poměrů nezáleží tedy na rovnosti nebo na stejném jméně jednotlivých členů, nýbrž na rovnosti udavatelů, z čehož vysvitá, že dva neb více poměrů může býti sobě rovných, třeba členy jednoho poměru rozdílny byly i co do čísel i co do jména členů poměru druhého, třetího atd.

Poněvadž se takto poměr úplně shoduje s dělením, platí u něho vše, co se u dělení pravilo (§. 16.), jmenovitě:

1. Hodnota poměru (udavatel poměru) se nemění, skrátíme-li oba členy společným jejich dělitelem, na př.:

$16 : 8 = 2$, poněvadž jsou oba členy dělitelny 8mi, bude též $(16 : 8) : (8 : 8)$, t. j.:

$2 : 1 = 2$.

$36 : 24 = 1\frac{1}{2}$, poněvadž společný dělitel obou členů jest 12, bude též $(36 : 12) : (24 : 12)$, t. j.

$3 : 2 = 1\frac{1}{2}$ atd.

Za tou příčinou skracuje se poměr vždy, kdykoli možná, aby se počítání usnadnilo.

2. Udavatel poměru se nemění, násobíme-li oba členy týmže číslem, na př.:

$4 : 3 = 1\frac{1}{3}$, násobíme-li oba členy: na př. 2ma, bude $4 \times 2 : 3 \times 2$, t. j.:

$8 : 6 = 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$.

$9 : 5 = 1\frac{4}{5}$, násobíme-li oba členy, na př. 7mi, bude $9 \times 7 : 5 \times 7$, t. j.:

$63 : 35 = 1\frac{28}{35} = 1\frac{4}{5}$. atd.

Poměry, jejichž členy jsou čísla celá, nenásobí se v praktickém počítání, je-li však jeden člen nebo jsou-li oba členové zlomky, užívá se takové proměny poměru v celá čísla s velkým prospěchem. Je-li pouze jeden člen poměru zlomek, odstraníme jej, násobíme-li oba členy jeho jmenovatelem, na př. $4 : \frac{3}{5}$. Jelikož se udavatel poměru nemění, násobíme-li oba členy týmž číslem zde jmenovatelem členu druhého, bude se

$4 \times 5 : \frac{3}{5} \times 5$, t. j.:

$20 : 3 = 6\frac{2}{3}$. Kdybychom byli udavatele obyčejným způsobem určili, bylo by taktéž:

$4 : \frac{3}{5} = 4 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$. Nebo

$\frac{5}{7} : 2$ možná podobně vyjádřiti celými čísly, násobíme-li oba členy jmenovatelem členu prvního, t. j. 7mi, pak bude:

$\frac{5 \times 7}{7} : 2 \times 7$, nebo

$5 : 14 = \frac{5}{14}$.

Jsou-li oba členy zlomky a jmenovatelé jejich prvočísla vespolek, násobme oba nejprvé jmenovatelem jednoho a pak nový poměr jmenovatelem druhého členu; nejsou-li jejich jmenovatelé prvočísla vespolek, určeme nejmenší jejich společný násobek a násobme jím oba členy. Na př.

$\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$; násobíme-li nejprvé oba členy jmenovatelem členu prvního, bude:

$5 : \frac{16}{3}$, a oba členy jmenovatelem členu druhého, bude

$15 : 16 = \frac{15}{16}$. Nebo se násobí najednou (křížem) na př.

$\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$ dá $15 : 16$.

Podobně $2\frac{1}{3} : 1\frac{4}{7}$ na nepravé zlomky převedeno dá:

$\frac{7}{3} : \frac{11}{7}$, násobíme-li nejprv 3mi, bude:

$7 : \frac{33}{7}$, a pak 7mi, bude:

$49 : 33 = 1\frac{16}{33}$; neb násobíme-li u $\frac{7}{3} : \frac{11}{7}$ křížem, dostaneme ihned $49 : 33$.

V příkladě $\frac{9}{16} : \frac{5}{12}$ mají jmenovatelé společného dělitele 4 a nejmenší jejich násobek jest 48; násobíme-li tímto oba členy berouce ohled na dělení jmenovateli, dostaneme poměr

$27 : 20$.

Podobně $\frac{7}{15} : \frac{11}{20}$ dá $28 : 33$ atd. Ostatně se čítatelé, kdykoli možná, nejprvé skrátí.

Je-li jeden člen číslo celé a druhý zlomek desetinný, násobí se oba členové jmenovatelem zlomku desetinného, na př.

$8 : 0{\cdot}5 = 80 : 5 = 16$; $0{\cdot}32 : 700 = 8 : 175 = \frac{8}{175}$ atd.

A jsou-li oba členové zlomky desetinné, násobí se oba jmenovatelem větším na př.

$0{\cdot}36 : 0{\cdot}7 = 36 : 70 = 18 : 35 = \frac{18}{35}$, $5{\cdot}345 : 25{\cdot}3 = 5345 : 25300$
$= 1069 : 5060 = \frac{1069}{5060}$ atd.

Z toho patrno, že možná **každý poměr celými čísly** vyjádřiti.

3. **Jsou-li jmenovatelé obou členů sobě rovni, rovná se udavatel podílu čítatelů**, na př.:

$\frac{5}{8} : \frac{3}{8}$, násobíme-li oba členy 8mi, což se stane, dělíme-li jmenovatele, bude:

$5 : 3 = 1\frac{2}{3}$; nebo:

$3\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}$, na zlomky nepravé převedeno:

$\frac{13}{4} : \frac{7}{4}$, a násobíme-li oba členy 4mi, bude:

$13 : 7 = 1\frac{6}{7}$.

Mají-li tedy oba členy sobě rovného jmenovatele, možná tohoto vynechati, jest tedy udavatel tentýž, nechť píšeme na př. buď $\frac{6}{7} : \frac{2}{7}$ nebo $6 : 3$; $\frac{16}{27} : \frac{8}{27}$ nebo $16 : 8$ atd.

4. Je-li jeden člen zlomek obyčejný, druhý však zlomek desetinný, promění se buď zlomek obyčejný v desetinný (je-li jmenovatel buď 2×2, $2\times2\times2$ atd., anebo 5×5, $5\times5\times5$ atd., anebo 2×5, $2\times2\times5$, $2\times5\times5$ atd.), aneb desetinný v obyčejný (§. 48), na př.

$$0{\cdot}6 : \frac{2}{7} = \frac{6}{10} : \frac{2}{7} = \frac{3}{5} : \frac{2}{7} = 21 : 10 = 2{\cdot}1;$$

$$\frac{3}{4} : 0{\cdot}68 = 0{\cdot}75 : 0{\cdot}68 = 75 : 68, \text{ atd.}$$

Cvičení.

1. Skraťte následující poměry: 62 : 14, 45 : 50, 72 : 27, 48 : 84, 25 : 75, 126 : 108, 732 : 468, 644 : 364, 385 : 165, 123 : 402, 606 : 444, 854 : 112, 984 : 736, 1026 : 936.

2. Proměňte následujíci poměry v jiné jim rovné s čísly celými, a skraťte je kde možná: $^3/_4 : 6$, $^2/_5 : 8$, $^5/_6 : 12$, $^7/_8 : 7$, $^{11}/_{12} : 88$, $^5/_7 : 40$, $^7/_9 : 49$, $^{13}/_{15} : 26$, $^{10}/_{17} : 25$, $^{13}/_{16} : 26$, $^{14}/_{16} : 46$, $^{16}/_{17} : 36$, $15 : {}^5/_6$, $14 : {}^5/_7$, $40 : {}^5/_6$, $10 : {}^4/_7$, $12 : {}^{12}/_{13}$, $16 : {}^8/_{11}$, $17 : {}^{34}/_{39}$, $18 : {}^4/_9$, $26 : {}^8/_{15}$, $7^1/_2 : 4^1/_5$, $8^3/_4 : 7^1/_2$, $14^3/_4 : 6^3/_5$, $3^5/_9 : 2^1/_6$, $4^4/_{21} : 5^3/_{14}$, $12^1/_2 : 8^3/_7$, $34^4/_7 : 6^1/_2$, $38^5/_9 : 3^5/_{11}$, $24^1/_2 : 14^1/_5$, $48^3/_{10} : 15^7/_9$, $10^6/_{25} : 11^4/_{15}$, $52^4/_7 : 13^5/_{14}$, 25 : 0·5, 128 : 0·08, 351 : 0·009, 62·1 : 0·18, 7·36 : 16, 14·4 : 0·12, 2·025 : 4·5, 302·5 : 0·55, 562·5 : 0·75.

3. Určete udavatele u následujících poměrů: $^4/_5 : 0{\cdot}8$, $^7/_8 : 0{\cdot}45$, $^9/_{25} : 0{\cdot}36$, $^{17}/_{20} : 2{\cdot}14$, $^{13}/_{16} : 3{\cdot}126$, $456 : {}^{23}/_{40}$, $23{\cdot}5 : {}^{17}/_{32}$, $^4/_9 : 0{\cdot}14$, $^5/_6 : 0{\cdot}357$, $^7/_{11} : 0{\cdot}36$, $^{11}/_{25} : 2{\cdot}46$, $^5/_{16} : 3{\cdot}12$, $^{13}/_{15} : 0{\cdot}14$, $0{\cdot}35 : {}^8/_9$, $3^3/_8 : 0{\cdot}468$, $7^{15}/_{19} : 3{\cdot}15$, $6^{14}/_{25} : 2{\cdot}305$, $8^9/_{11} : 3{\cdot}15$, $4^5/_{12} : 2{\cdot}005$, $7^4/_9 : 0{\cdot}015$.

II. Srovnalosti.

§. 53.

Mají-li dva poměry rozličných členů téhož udavatele, jsou si rovny (§. 52.), a srovnání dvou sobě rovných geometrických poměrů nazýváme srovnalosť geometrickou, na př.:

$8 : 4 = 2$,

$6 : 3 = 2$, tedy i (dle §. 7. 4.)

$8 : 4 = 6 : 3$, což se vypoví: 8 má se ke 4 jako 6 se má ke 3.

Srovnalosť vysvitá z dělení úplně, neboť naznačené dělení udává podíl, a je-li tento u dvou naznačených dělení tentýž, musejí tato dělení úplně sobě rovna býti, je li tedy u dvou poměrů rozličných členů udavatel tentýž, musejí i poměry ty sobě rovny býti.

Každá srovnalosť skládá se tedy ze 4 členů, a sice z prvního, druhého, třetího a čtvrtého členu, tak že se první člen má k druhému, jako třetí k čtvrtému. První a čtvrtý člen nazýváme vnější, druhý a třetí vnitřní. V uvedeném příkladě $8 : 4 = 6 : 3$ jsou tedy 8 a 3 členy vnější, 4 a 6 členy vnitřní.

Cvičení.

Jak se vyjádří srovnalostí s rozličnými členy udavatelé 2, 3, 4 5 . . . . . 15?

1. Jak se pozná, je-li srovnalosť pravá?

§. 54.

Pravá srovnalosť se pozná buď z udavatelů jednotlivých poměrů, nebo ze součinu členů vnějších a vnitřních. Neboť srovnalosť se skládá ze dvou sobě rovných poměrů. Dva poměry jsou si však rovny, jsou-li udavatelé jejich sobě rovni, pročež bude srovnalosť pravou, jsou-li udavatelé obou poměrů sobě rovni, na př.:

$12 : 4 = 9 : 3$; $12 : 4 = 3$, $9 : 3 = 3$, pročež jest srovnalosť ta pravá.

Poněvadž se poměr ve všem srovnává s dělením (§. 52.), možná na př.:

$12 : 4 = 9 : 3$ též naznačiti:

$\frac{12}{4} = \frac{9}{3}$. Rovné rovným násobeno dává rovné (§. 10. 3.), násobíme-li tedy oba tyto poměry jmenovatelem 3, bude:

$\frac{12 \times 3}{4} = \frac{9 \times 3}{3}$, t. j.:

$\frac{12 \times 3}{4} = 9$, a násobíme-li oba jmenovatelem 4, bude

$$\frac{12\times3\times4}{4} = 9\times4, \text{ nebo}$$

$$12\times3 = 9\times4.$$

Porovnáme-li činitele tyto s uvedenou srovnalostí, uvidíme, že 12 jest první člen, 3 jest čtvrtý člen, oba jsou členy vnější: 9 jest třetí člen, 4 jest druhý člen, oba jsou členy vnitřní.

Součin $12\times3=36$, právě jako se $9\times4=36$, z čehož následuje, že se *u pravé srovnalosti součin členů vnějších rovná součinu členů vnitřních.*

Za tou příčinou se může i naopak souditi, že *každá srovnalosť jest pravá, rovná-li se součin členů vnějších součinu členů vnitřních.* Na př.

$8:2 = 24:6$, udavatel u obou poměrů jest 4, a součin členů vnějších (8×6) se rovná součinu členů vnitřních (2×24), t. j.

$8\times6 = 2\times24 = 48$, pročež jest

$8:2 = 24:6$ srovnalosť pravá.

Z toho následuje, že možná ze dvou sobě rovných součinů sestaviti srovnalosť, pak-li se dají činitelé jednoho součinu za vnější a činitelé druhého součinu za vnitřní členy, na př.:

$5\times6=3\times10$, z toho $5:3 = 10:6$, taktéž:

$6\times7=3\times14$, „ „ $6:3 = 14:7$ atd.

Cvičení.

1. Které z následujících poměrů daly by se uvesti v srovnalosť, a proč? (Nejprvé se určí udavatelé u všech.)

1.	6: 4,	7.	16: 8,	13.	32:48,	19.	126:27,
2.	10: 5,	8.	4:12,	14.	28: 4,	20.	65:13,
3.	12: 3,	9.	45: 9,	15.	45:25,	21.	13:78,
4.	5:15,	10.	3: 8,	16.	12:84,	22.	70:15.
5.	2:14,	11.	44:66,	17.	100:25,		
6.	18:10,	12.	15:10,	18.	77:11,		

2. Udělejte srovnalosti z následujících součinů naznačených: $8\times3=2\times12$, $5\times8=4\times10$, $7\times8=4\times14$, $8\times9=18\times4$, $3\times12=4\times9$, $6\times8=24\times2$, $11\times6=22\times3$, $27\times4=36\times3$, $31\times12=93\times4$, $38\times8=76\times4$, $45\times14=35\times18$, $49\times16=56\times14$.

2. Jak možná srovnalosť proměniti, aby na pravosti netratila?

§. 55.

1. Praveno, že v každé pravé srovnalosti součin členů vnějších se rovná součinu členů vnitřních, a že tedy ze dvou naznačených součinů sobě rovných možná srovnalosť sestaviti, na př.:

$16 \times 2 = 4 \times 8$ dá srovnalosť 1. $16 : 4 = 8 : 2$; činitelé, v kterémkoli-věk pořádku násobení byvše, dávají tentýž součin, tedy:

$16 \times 2 = 8 \times 4$ „ „ 2. $16 : 8 = 4 : 2$,
$2 \times 16 = 4 \times 8$ „ „ 3. $2 : 4 = 8 : 16$,
$2 \times 16 = 8 \times 4$ „ „ 4. $2 : 8 = 4 : 16$, a proměníme-li místa naznačených součinů:

$4 \times 8 = 16 \times 2$ „ „ 5. $4 : 16 = 2 : 8$,
$4 \times 8 = 2 \times 16$ „ „ 6. $4 : 2 = 16 : 8$,
$8 \times 4 = 16 \times 2$ „ „ 7. $8 : 16 = 2 : 4$,
$8 \times 4 = 2 \times 16$ „ „ 8. $8 : 2 = 16 : 4$.

Poněvadž se součiny naznačené v hodnotě neproměnily, jest každá z těchto srovnalostí pravá, z čehož patrno, že možná každou srovnalosť 8kráte proměniti, a že na pravosti ničehož neutrpí. Porovnáme-li osm těchto srovnalostí, uvidíme:

a) že každý člen přichází dvakrát co první, co druhý, co třetí a co čtvrtý;
b) že ve 3. a 4. srovnalosti mění vnější členy svá místa, v 5. a 6. srovnalosti že se stanou vnější členy vnitřními a vnitřní členy vnějšími, které mění v 7. a 8. srovnalosti svá místa;
c) že členy vnitřní v každé následující srovnalosti mění místa.

2. Jako poměry samy o sobě (§. 52.), možná je i v srovnalosti bez ublížení její pravosti buď skrátiti neb jmenovatele toho neb onoho členu vyloučiti. Poněvadž však, jak jsme právě byli viděli, třetí člen druhým a druhý třetím bez ublížení pravosti (srovnalosti) býti může, možná tedy

a) první a druhý,
b) první a třetí,
c) třetí a čtvrtý,
d) druhý a čtvrtý,

nebo vůbec **jeden vnitřní a jeden vnější člen buď skrátiti neb násobiti**, na př.:

$20 : 8 = 15 : 6$; 20 a 8 mají společného dělitele 4, tedy:
$(20 : 4) : (8 : 4) = 15 : 6$; 15 a 6 „ „ „ 3, „
$5 : 2 = (15 : 3) : (6 : 3)$, t. j.
$5 : 2 = 5 : 2$; první a třetí člen mají společného dělitele 5, tedy:
$1 : 2 = 1 : 2$; druhý a čtvrtý člen mají společného dělitele 2, tedy:
$1 : 1 = 1 : 1$, t. j.
$1 = 1$.

Každá pravá srovnalosť musí se až na 1 dáti skrátiti, jako dvě sobě rovná čísla vůbec.

$7 : \frac{3}{4} = 8 : \frac{6}{7}$, abychom jmenovatele 4 odstranili, násobme jím, jelikož jest člen vnitřní, jiný vnější, tedy (dle §. 52. 2.):

$7 \times 4 : 3 = 8 : \frac{6}{7}$, abychom jmenovatele 7 odstranili, násobme jím, jelikož jest člen vnější, jiný vnitřní (§. 52. 2.):

$28 : 3 \times 7 = 8 : 6$, nebo:

$28 : 21 = 8 : 6$, skraťme první a druhý člen 7mi (dle §. 52, 1.), bude:

$4 : 3 = 8 : 6$, skraťme první a třetí člen 4mi;

$1 : 3 = 2 : 6$, „ druhý a čtvrtý „ 3mi;

$1 : 1 = 2 : 2$, „ třetí a „ „ 2ma; bude:

$1 = 1$. Nebo:

$2\frac{1}{3} : 7\frac{1}{2} = 1\frac{3}{5} : 5\frac{1}{7}$, proměňme smíšená čísla na nepravé zlomky:

$\frac{7}{3} : \frac{15}{2} = \frac{8}{5} : \frac{36}{7}$, odstraňme jmenovatele 3:

$7 : \frac{15 \times 3}{2} = \frac{8}{5} : \frac{36}{7}$, odstraňme jmenovatele 2:

$2 \times 7 : 45 = \frac{8}{5} : \frac{36}{7}$, „ „ 5 a 7:

$14 : 45 = 8 \times 7 : 36 \times 5$, t. j.:

$14 : 45 = 56 : 180$, skraťme 2. a 4. člen 45ti

$14 : 45 = 56 : 4$, „ 1. a 3. „ 14ti;

$1 : 1 = 4 : 4$, „ 3. a 4. „ 4mi;

$1 : 1 = 1 : 1$, t. j.

$1 = 1$.

3. Jak se určí ze tří známých členů čtvrtý neznámý?

§. 56.

Ze tří známých členů čtvrtý neznámý určiti jmenujeme **srovnalosť rozřešiti**.

Neznámý tento člen zove se obyčejně x a může býti buď člen vnější, nebo vnitřní.

1. **Je-li x člen vnější, násobí se členy vnitřní a součin ten se dělí známým členem vnějším, výsledek dá hodnotu neznámého členu (x)**; (prvé však se patřičné členy, možná-li, skrátí, nebo zlomky — jsou-li jaké — v celá čísla promění) na př.

$x : 6 = 10 : 5$; 3. a 4. člen skraťme 5ti, bude:

$x : 6 = 2 : 1$, z toho:

$x = \frac{6 \times 2}{1} = 12$.

Příčinu toho hledati dlužno v tom, že se součin vnějších členů rovná součinu členů vnitřních (§. 55.), tedy v uvedeném příkladě

$x : 6 = 10 : 5$ bude:
$x \times 5 = 6 \times 10$ nebo:
$x \times 5 = 60$; 60 jest součin dvou činitelů, z nichž známý jest 5 a neznámý x, avšak každý činitel se rovná součinu dělenému druhým činitelem (§. 16. 1.), tedy $x = \frac{60}{5} = 12$.

Taktéž by se stalo, kdyby byl čtvrtý člen neznámý, na př.:
$6 : 3 = 8 : x$,
$x \times 6 = 3 \times 8$, nebo:
$x \times 6 = 24$ a

$$x = \frac{24}{6} = 4.$$

Kdybychom se chtěli přesvědčiti, zda-li x dobře určeno jest, vložme hodnotu jeho na původní jeho místo v srovnalosti, a zkusme, je-li srovnalosť pravá.

V prvním příkladě $x : 6 = 10 : 5$ bylo $x = 12$, tedy $12 : 6 = 10 : 5$ součin členů zevnějších se má rovnati součinu členů vnitřních:

$12 \times 5 = 6 \times 10 = 60$; a v druhém příkladě:
$6 : 3 = 8 : x$ bylo $x = 4$, tedy:
$6 : 3 = 8 : 4$, z čehož:
$6 \times 4 = 3 \times 8 = 24$. Tedy obě srovnalosti pravé.

2. Je-li x člen vnitřní, násobí se členy vnější a součin ten se dělí známým členem vnitřním; podíl ten jest hodnota neznámého členu (dříve se však, co možná, patřičné členy skrátí a zlomky v celá čísla promění), na př.

$\frac{2}{3} : x = \frac{4}{5} : 6$; odstraňme jmenovatele 5:
$\frac{2}{3} : x = 4 : 5 \times 6$; odstraňme jmenovatele 3:
$2 : x = 3 \times 4 : 30$, nebo:
$2 : x = 12 : 30$; skraťme 12 a 30 společným dělitelem 6ti:
$2 : x = 2 : 5$; skraťme 2 a 2,
$1 : x = 1 : 5$, bude:

$$x = \frac{1 \times 5}{1} = 5.$$

Příčinu toho udává opět rovnosť součinů členů vnějších a vnitřních, tedy
$\frac{2}{3} : x = \frac{4}{5} : 6$. Odstraníme-li pro snadnější počet jmenovatele, bude:
$2 : x = 12 : 30$ a
$2 \times 30 = x \times 12$, nebo:

$60 = x \times 12$; každý činitel se rovná součinu dělenému činitelem druhým (§. 16. 1.), tedy

$\frac{60}{12} = x$, t. j.

$x = 5$.

O pravdivosti toho se opět přesvědčíme, dáme-li hodnotu x v původní srovnalosť, tedy:

$\frac{2}{3} : 5 = \frac{4}{5} : 6$; z toho:

$\frac{2}{3} \times 6 = 5 \times \frac{4}{5}$, t. j.

$4 = 4$ (nebo: $1 = 1$).

Totéž platí o druhém členu vnitřním, t. j. členu třetím, na př.:

$8 : 6 = x : \frac{1}{2}$;

$8 : 12 = x : 1$

$x = \frac{1 \times 8}{12} = \frac{2}{3}$, neboť z $8 : 6 = \frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ následuje:

$8 \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{2}{3}$, t. j.

$4 = 4$ (nebo: $1 = 1$).

Poznamenání. Zkouší-li se, je-li hodnota neznámého členu (x) pravá, může se, jsou-li v původní srovnalosti zlomky, kterékolivěk z následujících srovnalostí, v číslech celých vyvinuté (ač-li dobře pracováno), k tomu použiti; rovnalo-li by se však x smíšenému číslu, nechá se při zkoušce lépe zlomek nepravý, z něhož smíšené číslo vzniklo, na př.:

$3\frac{1}{2} : x = 6 : 3\frac{1}{3}$, na zlomky nepravé převedeno:

$\frac{7}{2} : x = 6 : \frac{10}{3}$, odstraňme jmenovatele:

$7 : x = 36 : 10$, skraťme 3. a 4. člen 2ma,

$7 : x = 18 : 5$.

$x = \frac{7 \times 5}{18} = \frac{35}{18} = 1\frac{17}{18}$.

O tom se přesvědčíme, vložíme-li hodnotu x (zde nepravý zlomek $\frac{35}{18}$) v srovnalosť z původní vyvinutou, avšak vyjádřenou celými čísly, totiž

$7 : \frac{35}{18} = 36 : 10$,

$7 : 35 = 36 : 18 \times 10$,

$7 \times 180 = 35 \times 36$,

$1260 = 1260$.

Jinak se přesvědčíme zda-li dobře pracováno, vložíme-li hodnotu x v srovnalosť původní a určíme-li udavatele poměru 1. a 2. Totiž

$$3^1/_2 : \frac{35}{18} = \frac{7}{2} : \frac{35}{18} = 63 : 35 = 9 : 5 = 1^4/_5, \text{ a}$$

$$6 : 3^1/_3 = 6 : \frac{10}{3} = 18 : 10 = 9 : 5 = 1^4/_5.$$

Udavatelé ($1^4/_5$) jsou si rovni, pročež bylo dobře pracováno.

Byl-li by v srovnalosti zlomek obyčejný a zlomek desetinný, promění se buď zlomek obyčejný v desetinný (§. 47.), aneb zlomek desetinný v obyčejný (§. 48.), aneb se zlomek desetinný promění násobením v číslo celé.

Cvičení.

Určete x v následujících srovnalostech:

1. $x : 15 = 18 : 6.$
2. $14 : 7 = 6 : x.$
3. $25 : x = 20 : 4.$
4. $16 : 8 = x : 32.$
5. $x : \frac{4}{5} = 10 : 2.$
6. $\frac{1}{2} : x = 8 : 12.$
7. $\frac{3}{4} : 6 = x : 16.$
8. $\frac{7}{8} : 3 = 7 : x.$
9. $x : 3\frac{1}{2} = 4 : \frac{5}{6}.$
10. $2\frac{8}{9} : x = \frac{7}{10} : 12.$
11. $4\frac{1}{5} : 8 = x : 24.$
12. $5\frac{3}{7} : 12 = \frac{5}{6} : x.$
13. $2\frac{1}{2} : x = \frac{3}{4} : \frac{5}{8}.$
14. $3\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = x : 2\frac{1}{3}.$
15. $12 : \frac{5}{6} = 7\frac{2}{3} : x.$
16. $x : 2\frac{1}{5} = 3\frac{1}{4} : 8\frac{1}{8}.$
17. $3\frac{2}{5} : x = 7\frac{1}{2} : 4\frac{3}{8}.$
18. $5\frac{2}{3} : 4\frac{1}{3} = x : 10\frac{5}{6}.$
19. $6{\cdot}5 : x = 3{\cdot}15 : 62{\cdot}4.$
20. $3{\cdot}46 : 0{\cdot}82 = x : 6{\cdot}24.$
21. $3\frac{1}{5} : x = 7{\cdot}2 : 12{\cdot}4.$
22. $9\frac{3}{8} : 0{\cdot}4 = x : 1\frac{1}{4}.$
23. $3\frac{5}{16} : 1{\cdot}45 = 4{\cdot}6 : x.$
24. $8\frac{3}{25} : 7{\cdot}15 = x : 10\frac{5}{8}.$
25. $4{\cdot}55 : 7\frac{1}{9} = x : 0{\cdot}64.$

4. Poměry čísel pojmenovaných.

§. 57.

Poněvadž jest poměr porovnání dvou veličin, patrno, že tyto dvě veličiny musejí býti stejnorodé, na př.

8 zlatých: 4 zl., 12 lib. : 6 lib., 15 lot. : 5 lot. atd.

A poněvadž jest srovnalosť srovnání dvou sobě rovných poměrů, musejí členy každého poměru býti stejnorodé, na př.

8 zl. : 4 zl. = 12 lib. : 6 lib., nebo:

30 kr. : 10 kr. = 15 lot. : 5 lot. atd.

Pravosť takových srovnalostí udává taktéž udavatel poměru, anebo součin členů vnějších a vnitřních. Že členy vnější a vnitřní jsou různojmenné aneb vůbec pojmenované, to ničeho na pravosti srovnalosti nemění, poněvadž k pravosti této jméno ničímž nepřispívá, a srovnalosť beze jmen též pravou zůstává, na př.

8 zl. : 4 zl. = 12 lib. : 6 lib., zůstává též beze jmen pravou, totiž:

$8 : 4 = 12 : 6$, neboť jest udavatel vždy 2 a

$8 \times 6 = 4 \times 12 = 48$.

Podobně x zl. : 4 zl. = 12 lib. : 6 lib. můžeme napsati

x zl. : 4 zl. = 12 : 6, z čehož

$$x \text{ zl.} = \frac{4 \text{ zl.} \times 12}{6} = 8 \text{ zl. atd.}$$

Byl-li by v srovnalosti některý člen vícejmenný, možná buď jedničky jména vyššího proměniti v jedničky patřičného jména nižšího, aneb jedničky jména nižšího uvesti na zlomek s jménem jedničky vyšší, na př.:

1 set. 40 lib. : 7 setn. = 20 zl. : 100 zl., tu možná buď 1 set. 40 lib. a 7 setn. na libry proměniti, totiž:

140 lib. : 700 lib. = 20 zl. : 100 zl.; aneb lib. na zlomek setn., totiž:

$$40 \text{ lib.} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ setn., tedy:}$$

$$1\frac{2}{5} \text{ setn.} : 7 \text{ setn.} = 20 \text{ zl.} : 100 \text{ zl. anebo pomocí zlomku}$$

desetinného:

1·4 setn. : 7 setn. = 20 zl. : 100 zl.

V praktickém počítání se s výhodou užívá proměňování druhého, totiž jedniček nižšího jména na zlomek jedničky jména vyššího. Že při srovnalosti s členy pojmenovanými tatáž pravidla ohledně skracování a vylučování zlomků platí, jako při srovnalosti s členy bezejmennými, snadno se domysliti.

5. Přímé a obrácené poměry.

§. 58.

Veličiny obou poměrů v srovnalosti mohou na dvojí způsob na sebe účinkovati, a sice buď:

1. tak, že veličin jednoho poměru s veličinami poměru druhého stejně přibývá nebo ubývá, na př. dle množství zboží řídí se jeho cena; za více zboží platí se více, za méně zboží téhož druhu platí se méně; tedy ceny přibývá aneb ubývá s množstvím zboží; o takových veličinách říkáme, že jsou k sobě v poměru přímém; aneb
2. tak, že veličin jednoho poměru stejně přibývá, jak veličin druhého poměru ubývá, na př. pracuje-li více dělníků na téže věci, bude věc ta v kratším čase hotova, a pracuje-li jich méně, musí se na ukončení jejím déle pracovati; o takových veličinách říkáme, že jsou k sobě v obráceném poměru.

Tážeme-li se tedy: čím více veličin jednoho poměru? a odpovíme-li: tím více veličin poměru druhého, anebo: čím méně veličin jednoho poměru? — tím méně veličin poměru druhého (při jinak stejných okolnostech), jsou poměry ty přímy, na př.:

Čím více zboží, tím více peněz; čím méně zboží, tím méně peněz;
čím více práce, tím více platu, čím méně práce, tím méně platu;
čím více zásoby přípravné, tím více výrobků, čím méně zásoby přípravné, tím méně výrobků;
čím větší jistina (nebo čím více ze sta), tím více úroků, čím menší jistina (nebo čím méně ze sta) tím méně úroků;
čím více dělníků, tím více práce, čím méně dělníků, tím méně práce;
čím rychleji se pohybuje loď, lokomotiva atd., tím delší cestu vykoná, a čím volněji, tím kratší;
} v témže čase
čím více strávníků, tím více potravy zapotřebí, čím méně strávníků, tím méně potravy;
na čím delší čas jest jistina půjčena (na tytéž %), tím více vynáší; na čím kratší čas, tím méně vynáší atd.

Tážeme-li se však: čím více veličin jednoho poměru? a odpovíme-li: tím méně veličin druhého poměru (při jinak stejných okolnostech), jsou poměry ty obráceny, na př.:

čím větší jistina, tím v menším čase dá určité úroky;
čím více dělníků, tím kratší čas zapotřebí k ukončení téže práce;

čím větší spěch, tím kratší čas zapotřebí k vykonání téže cesty ;
čím více strávníků, tím kratší čas stačí tatáž zásoba;
čím delší látka, příkop, zeď atd., tím užší (kratší) může býti;
čím větší cena, tím méně zboží za téže peníze,
čím větší dělitel (jmenovatel), tím menší podíl (hodnota zlomku) při témž dělenci (čítateli) atd.

III. Užívání srovnalostí u pravidla nazvaného „regula de tri."

§. 59.

Pravidlo nazvané „regula de tri" (regula de tribus numeris, nebo pro svou výbornost „pravidlo zlaté") učí, jak se neznámý člen (x) v geometrické srovnalosti ze tří členů známých (čísel pojmenovaných) určuje.

Má-li se jakýsi příklad tímto pravidlem řešiti, musejí v něm býti dva známé členy podmínečné a dva členy v otázce, z nichž jeden jest známý a druhý neznámý (x), tak že má vždy jeden člen podmínečný stejné jméno s jedním členem v otázce. Na př. Je-li 18 lib. za 25 zl., kolik liber jest za 15 zl.? K sobě náležející členy podmínečné jsou zde 18 lib. a 25 zl., členy v otázce x lib. a 15 zl., a členy stejnojmenné 18 lib. x lib., a 25 zl. 15 zl.

Abychom příklad tento a všechny podobné pomocí srovnalosti řešili, pozorujme oba druhy stejnojmenných členů (totiž 18 lib. x lib. a 25 zl. 15 zl.) a hleďme k tomu, v jakém poměru se má jeden druh k druhému. Poměr tento může (dle §. 58) býti vůbec dvojí, totiž buď přímý, pakli zvětšením (nebo zmenšením) stejnojmenných členů druhu jednoho (s x) se zvětšují (nebo zmenšují) stejnojmenní členové ostatní; aneb obrácený, pak-li zvětšením (nebo zmenšením) oněch se zmenšují (nebo zvětšují) tito. V uvedeném příkladě patrno, že čím více liber koupíme, tím více zlatých za ně dáti musíme, pročež se mají oba druhy členů stejnojmenných k sobě v poměru přímém t. j. x lib. se má k 18 librám jako se má cena náležející x librám totiž 15 zl. k ceně náležející 18 lib. t. j. k 25 zl., nebo

x lib. : 18 lib. = 15 zl. : 25 zl. Skrátíme-li tuto srovnalosť, bude se

$$x : 18 = 3 : 5, \text{ a z toho}$$

$$x = \frac{18 \times 3}{5} = \frac{54}{5} = 10^4/_5 \text{ libry t. j.}$$

je-li 18 lib. za 25 zl., bude za 15 zl. $10^4/_5$ libry.

Kdosi má odvesti 450 sáhů dříví $^7/_4$-loketního, kolik sáhů (x) by musil odvesti, kdyby dříví to bylo $^9/_4$-loketní?

Podmínečné členy jsou zde 450 sáhů $^7/_4$-loket. a členy v otázce x sáhů $^9/_4$-loket., a členy stejnojmenné 450 sáhů a x sáhů, jako i $^7/_4$-loket. a $^9/_4$-loket. Abychom se dověděli poměru obou druhů stejnojmenných členů, tažme se ohledně na x, t. j. čím více sáhů se má odvesti, tím kratší může dříví to býti, z čehož patrno, že poměr obou druhů jest obrácený. Za tou příčinou má se x sáhů k 450 sáhům, jako se má délka tohoto $^7/_4$-lok. k délce onoho $^9/_4$-lok., nebo

x sáhů : 450 sáhům $=$ $^7/_4$-loket. : $^9/_4$-loket. Skrátíme-li tuto srovnalosť, bude se

$x : 50 = 7 : 1$, z čehož se

$x = 50 \times 7 = 350$ sáhům, t. j.

na místě 450 sáhů $^7/_4$-loketního dříví může se odvesti 350 sáhů $^9/_4$-loketního.

Z pozorování těchto příkladů možná pro „regula de tri" vyvoditi následující pravidla:

1. Členy podmínečné napiš vedle sebe a pod každého z nich stejnojmenný člen z otázky.

2. Polož do prvního poměru člen x a s ním stejnojmenný.

3. Taž se ohledně na x, a je-li poměr druhý přímý, polož členy jeho v témže pořádku jako v poměru prvním, je-li však obrácený, polož je v pořádku opáčném.

4. Ze srovnalosti té urči x známým způsobem (§. 56). Na př. 36 liber jest za 24 zl., zač 90 lib.?

36 lib. 24 zl. 90 lib. x zl.	Započni první poměr členem neznámým a s ním stejnojmenným; čím více zlatých tím více liber, pročež v témže pořádku sestav poměr druhý, skrať a urči x, totiž

x zl. : 24 zl. $=$ 90 lib. : 36 lib.

$x : 24 = 10 : 4$

$x : 6 = 10 : 1$

$x = 6 \times 10 = 60$ zl. t. j.? —

32 zedníků vystaví zeď za 40 dní, za kolik dní by ji vystavělo 20 zedníků?

32 zedn. 40 dní 20 zedn. x dní	Čím více dní se může tatáž zeď stavěti, tím méně zedníků k tomu zapotřebí, tedy poměr obrácený, za kterouž příčinou postav ostatní členy v poměr v opáčném pořádku.

x dní : 40 dn. $=$ 32 zed. : 20 zed.

$x : 2 = 32 : 1$

$x = 64$ dní t. j.? —

Poznamenání 1. Při každém rozřešení podobného příkladu předpokládá se, že jsou veškeré neuvedené okolnosti sobě úplně rovny, že tedy na př. pracovitosť jedněch dělníků taková jest jako druhých, že každý den pracují právě tolik hodin, že zeď v obou případech jest ze stejného staviva, téže výšky, šířky a tloušťě atd.

— Jiný způsob jakým se srovnalosť taková sestaví, jest tento: Nebeř ohledu na členy podmínečné a v otázce, nýbrž polož *stejnojmenné udané členy v poměr první*, a dle toho, má-li býti x buď větší nebo menší než-li *stejnojmenný s ním člen, udělej druhý poměr rostoucí, je-li první rostoucí, nebo sestupný je-li první sestupný*. V každém případě musejí býti *oba* poměry buď rostoucí nebo sestupny. Na př. Někdo vymění 120 korců pšenice za žito, je-li korec pšenice za 6·2 zl. a korec žita za 4·8 zl., mnoho-li dá žita? Patrno, že dá žita *více* než-li dostal pšenice, pročež, tvoří-li stejnojmenné členy 6·2 zl., a 4·8 zl. poměr na př. sestupný, musejí i ostatní dva stejnojmenné v sestupný poměr položeny býti, tedy

$6·8$ zl. : $4·8$ zl. $=$ x kor. : 120 kor., nebo

$68 : 2 = x : 5$

$34 : 1 = x : 5$

$x = 170$ korců žita, t. j.?

Poznamenání 2. Podobné úlohy řeší se ještě tímto způsobem

a) Jsou-li *oba poměry přímy*, považme, že dáme na př.

za 8 lib. 8krát více nežli za 1 libru, tedy i naopak

„ 1 „ „ méně „ „ 8 liber,

$\left.\begin{array}{l} „\ 2\ „\ \text{2krát} \\ „\ 3\ „\ \text{3krát} \\ \quad\quad\ \text{atd.} \end{array}\right\}$ tolik co za 1 libru.

Dle toho řešili bychom na př. úlohu: 40. lib. za 12 zl. zač 7 lib.? takto:

Je-li 40 lib. za 12 zl.

jest 1 lib. „ $\frac{12}{40}$ zl. t. j. za 40. díl toho zač jest 40 lib.

tedy 7 lib. „ $\frac{12}{40}$ zl. $\times 7 = \frac{3}{10} \times 7 = 2·1$ zl. $=$ 2 zl. 10 kr. t. j. 7 lib. jest za 2 zl. 10 kr.

Nebo: kopa plátna za 32 zl. zač 25 loket?

kopa $= 60$ lok. za 32 zl.

1 „ „ $\frac{32}{60}$ zl.

25 „ „ $\frac{32}{60}$ zl. $\times 25 = 13\frac{1}{3}$ zl. — t. j.?

b) Jsou-li *poměry obráceny*, považme že na př.

12 dělníků vykoná práci v určitém čase, že by však

6 „ 2krát tolik času zapotřebí mělo nežli 12 děln.

3 dělníci 4krát „ „ „ měli „ „ „ a

1 dělník 12krát „ „ „ měl „ „ „

Tedy i naopak

3 děln. by v $\frac{1}{3}$ času tolik vykonali co 1 dělník

6 „ „ „ $\frac{1}{6}$ „ „ vykonalo „ „ „

12 „ „ „ $\frac{1}{12}$ „ „ „ „ „ „ atd.

Dle toho řešili bychom na př. úlohu: 12 zedníků vystaví zeď za 15 dní, za kolik dní ji vystaví 20 zedníků? takto:

12 zed. za 15 dní
1 „ „ 15 dní $\times$ 12
20 „ „ $\frac{15 \text{ dní} \times 12}{20} = 9$ dní t. j.?

Nebo: Urazí-li pocestný denně 5 mil dojde svého cíle za 8 dní, za kolik dní by ho došel, kdyby denně 4 míle urazil?

5 mil 8 dní
1 míli 8 dní $\times$ 5
$\frac{4 \text{ míle } 8 \text{ dní} \times 5}{4} = 10$ dní atd. — t. j.?

Cvičení.

1. 12 liber jest za 17 zl., zač a) 36 lib., b) 54 lib., c) 66 lib., d) 84 lib.? (a. 51 zl., b. 76 zl. 50 kr., c. 93 zl. 50 kr., d. 119 zl.)

2. Kopa plátna jest za 26 zl., zač a) 42 lok., b) 51 lok., c) 24 lok., d) 18 lok.? (a. 18 zl. 20 kr., b. 22 zl. 10 kr., c. 10 zl. 40 kr., d. 7 zl. 80 kr.)

3. 100 franků = 40·5 zl., kolik franků jest a) 648 zl., b) 740 zl., c) 886 zl., d) 1240 zl.? (a. 1600 fr., b. $1827^{13}/_{81}$ fr., c. $2187^{53}/_{81}$ fr., d. $3061^{59}/_{81}$ fr.)

4. 76 lib. jest za 152 zl., zač a) 6 setn. 50 lib., b) 10 setn. 14 lib., c) 22 setn. 56 lib.? (a. 1300 zl., b. 2028 zl., c. 4512 zl.)

5. Za 1995 zl. dostaneme 105 setnýřů zboží, mnoho-li za a) 3857 zl., b) 4389 zl., c) 5491 zl.? (a. 203 setn., b. 231 setn., c. 289 setn.)

6. 162 zl. = 400 fr.; kolik zlatých jest a) 1250 fr., b) 2464 fr., c) 3080 fr., d) 4385 fr.? (a. 506 zl. 25 kr., b. 997 zl. 92 kr., c. 1247 zl. 40 kr., d. 1775 zl. $92^1/_4$ kr.)

7. V továrně se spotřebuje do roka 187 sáhů 36-palcového dříví; mnoho-li sáhů by dříví téhož bylo zapotřebí, kdyby bylo a) 30-palcové, b) 32-palcové, c) 34 palcové? (a. $224^2/_5$ sáhu, b. $210^3/_8$ sáhu, c. 198 sáhů).

8. Za 80 dní (den = 10 hod.) ukončí práci 18 dělníků, kdy ji ukončí a) 25 děln., b) 36 děln., d) 100 děln.? (a. $57^3/_5$ dne, b. 40 dní, c. 32 dní, d. $14^2/_5$ d.)

9. Parní stroj síly 24 koní ukončí jakousi práci za 4 dny (den = 14 hodin), za kolik dní ji ukončí jiný stroj parní síly a) 16 koní, b) 14 koní, c) 20 koní? (a. 6 dní, b. $6^6/_7$ dne, c. $4^4/_5$ dne.)

10. 8mi pluhy zorá se pole za 21 dní; kdy se zorá a) 12ti pluhy, b) 14ti pluhy, c. 7mi pluhy? (a. 14 dní, b. 12 dní, c. 24 dní.)

11. Kdosi vykoná cestu za 12 dní, jede-li denně 7 mil; kdy by ji vykonal, kdyby denně jel a) 6 mil, b) 8 mil? (a. 14 dní, b. $10^1/_2$ dne.)

12. 15-loketních trámů jest 60 kusů zapotřebí: kolik bylo by zapotřebí trámů a) 12-loketních, b) 10-loketn., c) 18-loketn.? (a. 75 kusů, b. 90 kusů, c. 50 kusů.)

13. V továrně pracuje 140 lidí a dostanou dohromady 10360 zl.; kolik lidí, kdyby každý stejným dílem dostal, musilo by pracovati, kdyby se jim ročně a) 7400 zl., b) 11100 zl., c) 14800 zl. dalo? (a. 100 lidí, b. 150 lidí, c. 200 lidí.)

14. Sud vína jest za 38 zl.; zač a) 8 věder, b) 3 vědra, c) 10 pinet, d) 24 pinet? (a. 30 zl. 40 kr., b. 11 zl. 40 kr., c. 95 kr., d. 2 zl. 28 kr.)

15. 50 spolkových tolarů = 75 zl. r. č.: kolik zl. r. č. jest a) 380 spolk. tol., b) 635 spolk. tol., c) 1320 spolk. tol., d) 2685 spolk. tol.? (a. 570 zl., b. 952 zl. 50 kr., c. 1980 zl., d. 4027 zl. 50 kr.)

16. Menší kolo u vozu se otočí v témže čase 8krát, v kterém větší 6kráte; kolikrát se otočí kolo větší, když se bylo menší a) 48krát, b) 144krát, c) 200krát, d) 272krát otočilo? (a. 36kráte, b. 108kráte, c. 150kráte, d. 204kráte.)

17. $3^3/_4$ libry jest za $12^1/_2$ zl.; zač bude a) 15 liber, b) 36 lib., c) 82 lib., d) 100 lib? (a. 50 zl., b. 120 zl., c. $273^1/_3$ zl., d. $333^1/_3$ zl.)

18. $12^2/_3$ lib. jest za 28 zl.; zač bude a) 1 setn. 36 lib., b) 3 setn. 80 lib., c) 7 setn. 41 lib., d) 10 setn. 7 lib.? (a. 294 zl., b. 840 zl., c. 1638 zl., d. 2226 zl.)

19. $14^1/_2$ setn. jest za 84 zl. 39 kr.; kolik setnýřů bude za a) 116 zl. 40 kr., b) 291 zl., c) 368 zl. 51 kr., d) 567 zl. 45 kr.? (a. 20 setn., b. 50 setn., c. 63·318 setn., d. 97·5 setn.)

20. $3^1/_2$ lotu jest za $7^1/_2$ kr.; zač bude a) $12^1/_4$ lot., b) $17^1/_2$ lot., c) $29^3/_4$ lot.? (a. $26^1/_4$ kr., b. $37^1/_2$ kr., c. 63 $^3/_4$ kr.)

21. $17^3/_4$ lokte jest za $27^3/_4$ zl.; zač bude a) kopa a 11 loket, b) kopa a $46^1/_2$ lok., c) 4 kopy 44 lok., d) 6 kop $30^1/_2$ lokte? (a. 111 zl., b. 166 zl. 50 kr., c. 444 zl., d. 610 zl. 50 kr.)

22. $1^1/_2$ mandele slámy za 4 zl. 20 kr.; zač bude a) $5^1/_2$ mandele, b) $7^1/_5$ mand., c) $12^3/_5$ mand.? (a. 15·4 zl., b. 20·16 zl. c. 34·72 zl.)

23. Od 25 setn. dá kdosi dovozného 16 zl. 40 kr.; mnoho-li by dal od a) 32 setn., b) $48^1/_2$ setn, c) 54 setn.? (a. 20·992 zl., b. 31·816 zl., c. 35·424 zl.)

24. 5 dělníků vydělá týdně 41 zl. 30 kr.; mnoho-li vydělá a) 8 děln., b) 14 děln., c) 22 děln.? (a. 66·08 zl., b. 115·64 zl., c. 181·72.)

25. Kdosi potřebuje 10 loket $1^1/_2$-loketního plátna; kolik loket by musil míti, kdyby plátno to bylo a) $1^1/_4$-loketní, b) $1^1/_3$-loketní, c) $2^1/_4$-loketní? (a. 12 lok., b. $11^1/_4$ lok., c. $6^2/_3$ lok.)

26. Po železnici nechá kdosi dovezti 25 setn. $16^1/_2$ míle za určitou cenu; jak daleko by za touže cenu mohl dát dovezti a) 30 setn.,

b) 49 setn. 50 lib., c) 82 setn. 50 lib., d) 165 setn.? (a. $13^3/_4$ míle, b. $8^1/_3$ míle, c. 5 mil, d. $2^1/_2$ míle.)

27. 18 dělníků dohotoví práci za 3 měs. 8 dní (den = 11 hod.); kdy by touže práci dohotovilo a) 22 děln., b) 28 děln., c) 42 děln.? (a. 2 měs. $20^2/_{11}$ dne, b. 2 měs. 3 dni, c. 1 měs. 12 d.)

28. Kdosi nechá dovezti po železnici 28 setn. 80 lib. 24 mil.; mnoho-li setnýřů by byl mohl nechati dovezti za touže cenu a) 30 mil, b) 48 mil, c) 72 mil? (a. 23·04 setn., b. 14·4 setn., c. 9·6 setn.)

29. Loď jest zásobena stravou na $3^1/_2$ měsíce, pakli se na každou osobu 24 lotů chleba a pinta vody denně počítá; kolik lotů chleba a mnoho-li vody může každý denně obdržeti, mají-li a) 4 měsíce, b) $4^1/_2$ měsíce, c) $5^1/_4$ měsíce vystačiti? (a. 21 lotů, $^7/_8$ p., b. $18^2/_3$ lotu, $^7/_9$ p., c. 16 lotů, $^2/_3$ p.)

30. Dva hospodáři vymění si obilí, první dá druhému 36 korců pšenice po 6 zl. 30 kr., a druhý mu dá žito, korec po 4 zl. 20 kr., mnoho-li žita musí druhý prvnímu dáti? (54 kor. žita.)

31. 100 rublů = 161·92 zl. r. č.; kolik zlatých r. č. bylo by a) 465 rublů, b) 625 rublů, c) 842 rublů, 50 kopejek, d) 1482 rub. 75 kop., e) 2657 rub. 50 kop.? (Rubl = 100 kopejek. a. 752·928 zl., b. 1012 zl., c. 1364·176 zl., d. 2400·8688 zl., e. 4303·024 zl.)

32. 100 rublů = 161·92 zl. r. č.; kolik rublů bude a) 24935·68 zl. r. č., b) 32384 zl. r. č.? (a. 15400 rub. b. 20000 rub.)

33. 100 piastrů = 8·99 zl. r. č., kolik zl. r. č. jest a) 3680 piastrů, b) 8690 piastrů, c) 9645 piastr. 20 para, d) 10685 piastrů 10 para? (Piast. = 40 para. a. 330·832 zl., b. 781·231 zl., c. 867·13045 zl., d. 960·603975 zl.)

34. 100 lib. šterlinků = 1010·51 zl. r. č.; kolik liber šterlinků bude a) 8675 zl. r. č., b) 14690·65 zl. r. č., c) 23685·5 zl. r. č., d) 46485·18 zl. r. č.? (a. 858·47 zl., b. 1453·78 zl., c. 2343·91 zl., d. 4600·17 zl.)

35. Staročeský sud = 172·8 pint. Víd.; kolik Vídenských pinet by bylo a) $2^1/_2$ věd. staroč., b) $1^1/_4$ věd. staroč., c) $3^5/_8$ věd. staroč.? (a. 108 Víd. pin., b. 54 Víd. pin., c. 156·6 Víd. pin.)

36. Kupec vymění 2 setn. 40 lib. cukru za kávu, je-li libra cukru za 42 kr. a libra kávy za 72 kr., kolik liber kávy dostane? (140 lib. kávy.)

37. Dukát = 3·490598 grammu = 60 granům dukátovým, kolik granů dukátových bude a) 68·52 grammu, b) 78·4 grammu, c) 92·625 grammu? (a. 1177·79 granu, b. 1347·62 granu, c. 1592·13 gran.)

38. $9^1/_2$ vědra vody váží 960·26 lib.; kolik věder drží nádobí vodou naplněné, váží-li (po odrážce váhy nádobí) a) 48 setn. 01·3 lib., b) 57 setn. 61·56 lib. (a. 47·5 věder, b. 57 věd.)

39. Dvě osoby najmou si vůz, za který denně platí $4^1/_2$ zl.; mnoho-li bude každá platiti, kdyby byly a) 3 osoby, b) 5 osob, c) 6 osob? (a 3 zl., b. 1 zl. 80 kr., c. $1^1/_2$ zl.)

IV. Počet setinný nebo procentový.

§. 60.

Pro cento nebo *per centum* (%) znamená *ze sta* nebo lépe *z každého sta* bez ohledu na jeho jméno, tak že, kdyby řeč byla o zlatých, by na př. 5% znamenalo 5 zl. ze 100 zl., byla-li by řeč o librách, by 5% znamenalo 5 liber ze 100 lib. atd.

U počtu setinného možná se tázati buď po *výnosu* čili *úrocích*, které v určitém čase z určité sumy v celku vyplývají, nebo po této *sumě, jistině* čili *kapitálu*, anebo konečně po *setině* čili *úrocích ze sta*, které, ač není-li výslovně jinak určeno, u jistiny vždy *na rok* se vyrozumívají. Tyto tři otázky možná na dvojí způsob zodpovídati, a sice buď pouhým rozumováním, nebo pomocí „regula de tri".

1. *Výnos čili úroky ze sumy určité* dají se pouhým rozumováním takto vypočítati:

Dá-li na př. 100 zl. buď 4% nebo 5% nebo 6% atd., t. j. dá-li 100 zl. ročně buď 4 zl., nebo 5 zl., nebo 6 zl. atd., dají dle toho:

200 zl. ročně buď 4 zl. × 2, nebo 5 zl. × 2, nebo 6 zl. × 2 atd.
300 zl. „ „ 4 zl. × 3, „ 5 zl. × 3, „ 6 zl. × 3 atd.
400 zl. „ „ 4 zl. × 4, „ 5 zl. × 4, „ 6 zl. × 4 atd.,

z čehož patrno, že *kolik set drží v sobě jistina, tolikrát ze sta bude výnos*, na př.:

Mnoho-li vynáší ročně jistina 1600 zl. zapůjčená na 5%?

100 zl. dá 5 zl.,
200 zl. „ 5 zl. × 2,
300 zl. „ 5 zl. × 3, tedy
1600 zl. „ 5 zl. × 16 = 80 zl., t. j.

jistina 1600 zl. půjčená na 5% dá ročně 80 zl. výnosu nebo úroků.

Avšak není každá jistina úplný násobek sta (100), abychom tedy i *z každého zlatého* výnos určili, rozumujme takto:

Dá-li 100 zl. ročně 4 zl., nebo 5 zl., nebo 6 zl. atd.,
dá 1 zl. „ 0·04 zl. „ 0·05 zl. „ 0·06 zl. atd., t. j.
4 kr. „ 5 kr. „ 6 kr. atd.,

tedy dají 2 zl. 0·04 zl. × 2, nebo 0·05 zl. × 2, nebo 0·06 zl. × 2 atd.,
3 zl. 0·04 zl. × 3, „ 0·05 zl. × 3, „ 0·06 zl. × 3 atd.,

z čehož patrno, že *kolik zlatých drží jistina, tolikrát stý díl úroků ze sta bude výnos*, na př.

Mnoho-li vynáší ročně jistina 745 zl. na 6%?

700 zl. vynáší na 6% 6 zl. × 7 = 42 zl.
45 zl. „ „ 6% 0·06 zl. × 45 = 2·7,

tedy vynáší 745 zl. na 6% ročně 44·7 zl. nebo 44 zl. 70 kr.

Pomocí „regula de tri" vypočítá se výnos čili úroky z určité jistiny známým způsobem, totiž na př.

Mnoho-li vynáší ročně jistina 1463 na 3%?

3% znamená 3 zl. ze 100 zl., pročež by se příklad ten (a podobné) úplně vypověděl:

Dá-li 100 zl. ročně 3 zl., mnoho-li (x zl.) dá 1463 zl.?

Podmíneční členové jsou zde 100 zl. a 3 zl.
členové v otázce 1463 zl. a x zl. Čím více úroků určitá jistina vynésti má, tím větší musí býti (při týchže %), tedy jsou poměry tyto, jako všechny podobné, přímy a bude:

$x : 3 = 1463 : 100$, z čehož

$x = \frac{3 \times 1463}{100} = 43{\cdot}89$ zl.

Avšak 3 jsou %, 1463 jest jistina, a x úroky z celé jistiny, pročež bychom to slovy vyjádřili:

Úroky z celé jistiny se rovnají součinu z úroků ze sta a z jistiny samé, dělenému 100.

2. Suma nebo jistina dá se pouhým rozumováním takto určiti:

Kdybychom dostali ročně 4 zl., nebo 5 zl., nebo 6 zl. atd. ze 100 zl., patrno, že bychom dostali

4 zl. $\times$ 2 neb 5 zl. $\times$ 2 nebo 6 zl. $\times$ 2 atd. ze 100 zl. $\times$ 2, a
4 zl. $\times$ 3 „ 5 zl. $\times$ 3 „ 6 zl. $\times$ 3 atd. ze 100 zl. $\times$ 3, a
4 zl. $\times$ 4 „ 5 zl. $\times$ 4 „ 6 zl. $\times$ 4 atd. ze 100 zl. $\times$ 4 atd.

Avšak 4 zl. $\times$ 2, 4 zl. $\times$3, 4 zl. $\times$ 4, nebo 5 zl. $\times$ 2, 5 zl. $\times$ 3, 5 zl. $\times$ 4 atd. jsou úroky z celé určité jistiny; kolikráte tedy v udaných úrocích z jistiny celé obsaženy jsou úroky ze sta, tolik set musí držeti jistina sama, na př.

Která jistina vynáší ročně 32 zl., je li půjčena na 4%?

Úroky z jistiny celé jsou 32 zl.; poněvadž každé sto této neznámé jistiny vynáší 4 zl., tedy musí jistina ta držeti v sobě tolikrát 100, kolikrát 4 zl. v 32 zl. obsaženy jsou: 32 zl. : 4 zl. = 8krát, tedy jest ona jistina, která na 4% 32 zl. ročně vynáší = 100 zl. $\times$ 8, t. j. 800 zl.

Kdyby úroky z jistiny celé nebyly dělitelny úroky ze sta, mohlo by se snadně dle % určiti, jaký díl ze 100 zl. by ročně vynášel 1 zl.; a tedy též jaký díl by vynášel 2 zl., 3 zl. atd. totiž tolik zlatých, kolik by jich při dělení úroků z celé jistiny úroky ze sta zbylo, na př.:

Jaká jistina vynáší 43 zl., je-li půjčena na 4%?

Kolikrát 4 zl. v 43 zl. obsaženy jsou, tolikrát 100 zl. obnáší jistina neznámá, tedy:

43 zl. : 4 zl. = 10krát, t. j. jistina ta = 100 zl. $\times$10 = 1000 zl.;
3 zl.

avšak zbyly 3 zl. a proto musíme se dověděti, jaký díl ze 100 zl. vynáší při 4% 3 zl.; 100 : 4 = 25 zl. t. j. jistina 25 zl. vynáší ročně na 4% 1 zl. úroků; pročež 3 zl. úroků bude vynášeti jistina 25 zl. $\times$ 3 = 75 zl. Tedy se rovná neznámá jistina 1000 zl. + 75 zl.

$= 1075$ zl. Pomocí „regula de tri" se jistina snadně vypočítá takto na př.: Jaká jistina vynáší na 6% ročně 361 zl.? t. j.:

Dá-li 100 zl. ročně 6 zl., jak veliká musí býti jistina (x), aby (též ročně) dala 361 zl. úroků?

Členové podmíneční jsou 100 zl. a 6%.

Členové v otázce x zl. a 361 zl. Čím větší jistina, tím více dá úroků (při týchže %), tedy jsou poměry v tomto a v každém podobném příkladě přímy, pročež:

$$x : 100 = 361 : 6$$

$$x = \frac{100 \times 361}{6} = 6016^2/_3 \text{ zl.};$$

x jest jistina neznámá, 361 jsou úroky z jistiny celé, 6 jsou %, tedy bychom totéž slovy vyjádřili:

Jistina se rovná součinu ze 100 a z úroků téže jistiny, dělenému úroky ze sta.

3. Setina nebo úroky ze sta dají se rozumováním takto určiti:

Jistina jakási dala by v celku ročně na př. 24 zl. úroků. Kdyby jistina tato byla 100 zl., tedy by 100 zl. vyneslo ročně 24 zl.; kdyby však jistina tato byla 200 zl., nevynášelo by každé 100 zl. z ní 24 zl., nýbrž pouze 12 zl. $\left(= \frac{24}{2} \text{ zl.}\right)$; kdyby jistina ta byla 300 zl., nevynášelo by každé 100 zl. z ní ani již 12 zl., nýbrž 8 zl. $\left(= \frac{24}{3} \text{ zl.}\right)$, kdyby jistina ta byla 400 zl., nevynášelo by každé 100 zl. z ní ani už 8 zl., nýbrž 6 zl. $\left(= \frac{24}{4} \text{ zl.}\right)$ atd., tedy: kdyby 200 zl. vynášely ročně 24 zl., vynášelo by každé 100 zl.

$\frac{24}{2}$ zl., t. j. 12 zl. $= 12\%$;

kdyby 300 zl. vynášely ročně 24 zl., vynášelo by každé 100 zl.

$\frac{24}{3}$ zl., t. j. 8 zl. $= 8\%$;

kdyby 400 zl. vynášely ročně 24 zl., vynášelo by každé 100 zl.

$\frac{24}{4}$ zl. t. j. 6 zl. $= 6\%$ atd.

24 zl. jsou však úroky z celé jistiny; jmenovatelé 2, 3, 4 atd. naznačují počet set, které drží jistina vynášející ročně 24 zl.; 12%, 8%, 6% atd. jsou úroky ze sta čili setiny, po kterých se tážeme, pročež budou se úroky ze sta (%) rovnati úrokům vůbec děleným počtem set, z nichž sestává celá jistina, na př.:

Na kolik % půjčil kdosi jistinu 900 zl., vynáší-li mu ročně 54 zl.?

Úroky v celku jsou 54 zl., počet set v jistině jest 9, tedy $\% = \frac{54}{9} = 6\%$, t. j. jistinu tu půjčil na 6%.

Kdyby však mimo sta plná měla jistina i desítky a jednotky, musily by se tyto považovati za díly sta, t. j. vyjádřily by se setinami na př.:

Na kolik % půjčil kdosi jistinu 3968 zl., vynáší-li mu ročně 198·4 zl. úroků?

Vyjádříme-li 3968 sty, bude = 39·68 set, tedy:

$$\frac{198{\cdot}4}{39{\cdot}68} = \frac{19840}{3968} = 5\%.$$

Pomocí „regula de tri" se úroky ze sta (%) vypočítají takto, na př.: Na kolik % měl kdosi 6475 zl. půjčených, dostal-li z nich ročně 259 zl. úroků?

Členové podmíneční jsou zde: ze 6475 zl. dostal 259 zl.
členové v otázce: „ 100 „ „ $x\%$;

čím více úroků dostaneme ze 100, tím více ze 200, ze 300 atd., tedy tím více z celé jistiny; pročež jsou zde a ve všech podobných příkladech poměry přímy, tedy:

$$x : 259 = 100 : 6475,$$

$$x = \frac{259 \times 100}{6475} = \frac{25900}{6475} = \frac{5180}{1295} = \frac{1036}{259} = 4\%,$$ t. j. 6475 zl. půjčil na 4%.

x jsou %, 259 jsou úroky z celé jistiny, 6475 jest jistina sama, tedy bychom to vyjádřili slovy:

Úroky ze sta se rovnají stokrátým úrokům vůbec, děleným jistinou.

Cvičení. *)

1. Mnoho-li vynáší ročně jistina a) 865 zl. na 4%, b) 1240 zl. na 5%, c) 3268 zl. na 6%? (a. 34·6 zl., b. 62 zl., c. 196·08 zl.)

2. Kdosi má na rok 540 zl.; jaká jistina by vynášela tyto úroky, kdyby uložena byla a) na $4\frac{1}{2}\%$, b) na 5%, c) na $5\frac{3}{4}\%$? (a. 12000 zl., b. 10800 zl., c. 9391·304 zl.)

3. Kolik % by kdosi bral, kdyby mu 4260 zl. vynášelo a) 213 zl., b) 319·5 zl., c) 255·6 zl.? (a. 5%, b. $7{\cdot}5\%$, c. 6%)

4. Učeliště navštěvuje 540 žáků; kolik % neplatí z nich školné, je-li jich a) 108, b) 135, c) 162 školného sproštěno? (a. 20%, b. 25%, c. 30%).

5. Dlužník se vyrovnává se svými věřiteli, jednomu jest dlužen 6480 zl. a dá mu 75%, druhému jest dlužen 10650 zl. a dá mu 68%,

*) Snadnější příklady nechť se rozluští rozumováním.

třetímu dluží 12456 zl. a dá mu 65%; mnoho-li dá každému? (1. 4860 zl., 2. 7242 zl., 3. 8096·4 zl.)

6. Kupec koupí 3 setnýře kávy, 1. setnýř platí za 70 zl., 2. setn. za 80 zl., 3. setn. za 84 zl., při 1. setn. vydělá 14 zl., při 2. setn. 16 zl. a při 3. setn. 18 zl.; kolik % vydělá při každém setnýři? (1. 20%, 2. 20%, 3. $21\frac{3}{7}$%.)

7. 10 sudů angl. skalice (vitriolu) váží zhruba 115 setn., mnoho-li váží tyto z čista, je-li povoleno a) 9%, b) 11%, c) 12% srážky na váze? *) (a. 104·65 setn., b. 102·35 setn., c. 101·2 setn.)

8. Kdosi koupí olej, který váží z hruba 15 set. a 30 lib.; dostane-li na něj buď a) 16%, neb b) 18%, neb c) 21% táry, mnoho-li váží z čista? (a. 12·852 setn., b. 12·546 setn., c. 12·087 setn.)

9. Kdosi koupí 125 loket plátna za 250 zl.; kolik % by na něm vydělal, kdyby je prodal a) za 284 zl., b) za 315 zl., c) za 324 zl.? (a. $13\frac{3}{5}$%, b. 26%, c. $29\frac{3}{5}$%.)

10. Dům v ceně 12690 zl. jest pojištěn proti ohni na $\frac{1}{9}$%, jak veliké jest pojistné? **) (14·1 zl.)

11. Která jistina vynáší ročně 855 zl., je-li a) na $4\frac{1}{2}$%, b) na $5\frac{1}{4}$%, c) na 6% zapůjčena? (a. 19000 zl., b. 16285·71 zl., c. 14250 zl.)

12. Dům vynáší ročně 656 zl. 60 kr. na 7%; jakou má cenu? (9380 zl.)

13. Kdosi pojistil zboží na železnici s $\frac{1}{20}$%; na mnoho-li jest pojištěn, platí-li a) 1 zl. 26 kr., b) 1 zl. 64 kr., c) 2 zl. 15 kr., d) 2 zl. 72 kr.? (a. 2520 zl., b. 3280 zl., c. 4300 zl., d. 5440 zl.)

14. Kdosi pojistil úrodu proti krupobití na $\frac{1}{10}$%; platí-li ročně a) 5 zl. 42 kr., b) 8 zl. 12 kr., c) 10 zl. 40 kr., d) 12 zl. 5 kr., na mnoho-li jest pojištěn? (a. 5420 zl., b. 8120 zl., c. 10400 zl., d. 12050 zl.)

15. Město by mělo 15000 obyvatelů; navštěvuje-li školu a) 630 dětí, b) 765 dětí, c) 810 dětí; kolik % celého obyvatelstva navštěvuje školu? (a. $4\frac{1}{5}$%, b. 5·1%, c. $5\frac{2}{5}$%.)

16. Kdosi koupí věc za 26 zl. 50 kr.; kolik % na ní vydělá, prodá-li ji za a) 31 zl. 80 kr., nebo b) za 34 zl. 45 kr., nebo c) za 39 zl. 75 kr.? (a. 20%, b. 30%, c. 50%.)

17. Kupec koupil 4 setn. cukru, 1 setn. za 39 zl., 2. setn. za 41 zl., 3. setn. za 45 zl., a 4. setn. za 464 zl.; vydělá-li na 1 setn. 8%, na 2. setn. 11%, na 3. setn. 14% a na 4. setn. 15%, mnoho-li

---

*) Váha hrubá (brutto nebo sporco = nečistý) jest váha zboží i nádoby nebo obálky; váha nádoby nebo obálky nazývá se tara, tato se vynahražuje tím, že se na váze jednotlivého zboží (collo) sráží buď několik liber anebo několik setin (%); odečte-li se od váhy z hruba tara, nazývá ve zbytek netto = čistý.

**) Pojistné čili prémie dává se společnosti pojišťovací proti ohni, krupobití atd. a dle toho řídí se náhrada, kterou obdrží pojištěný v pádu ohně, krupobití atd. od pojišťovací společnosti.

vydělá na každém setnýři? (1. 3·12 zl., 2. 4·51 zl., 3. 6·3 zl., 4. 6·96 zl.)

18. Kdosi koupil 350 lib. za 48 zl.; kolik % by vydělal, prodával-li by libru za a) 15 kr., b) 18 kr., c) 20 kr.? (a. $9\frac{3}{8}$%, b. $31\frac{1}{4}$%, c. $45\frac{5}{6}$%.)

19. Podstata konkursová dělá 13362 zl. na místo 15720 zl., kolik % by ztratili věřitelé? (15%.)

20. Dohazovač dostal za to, že zprostředkoval koupi v ceně 1635 zl., ½ %; mnoho-li dostal v celku?*) (8·175 zl. čili 8·18 zl.)

21. Kdosi obstaral jinému zboží v ceně 968 zl. 50 kr. a dostal za to odměny (provise) $1\frac{1}{2}$%, mnoho-li dostal v celku?**) (14·5275 zl. čili 14·53 zl.)

22. Kdosi dohodil jinému zboží za 2448 zl., kolik % dostal dohodného, obnášelo-li toto v celku a) 12·24 zl., b) 16·32 zl., c) 14·688 zl.? (a. ½ %, b. ⅔ %, c. ⅗ %.)

23. Chtěl-li by někdo $12\frac{1}{2}$% na zboží koupeném za 368 zl. 24 kr. vydělati, zač by je musil prodati? (414·27 zl.)

24. Kdosi koupil 80 loket sukna za 175 zl.; mnoho-li zaň utržil prodělal-li a) $4\frac{1}{2}$%, b) $5\frac{1}{2}$%, c) $6\frac{2}{3}$%? (a. 167·125 zl., b. 165·375 zl., c. $163\frac{1}{3}$ zl.)

25. Věřitel sleví dlužníku 30%; dostal-li po této srážce a) 644 zl., b) 763 zl., c) 815·5 zl., d) 1246 zl., mnoho-li měl u něho vlastně k pohledávání? (a. 920 zl., b. 1090 zl., c. 1165 zl., d. 1780 zl.)

26. Kdosi chce zapraviti 768 zl., které jsou splatny teprv po 3 měsících, hned, s úrokovou srážkou 8 %, kolik zl. zaplatí?***) (752·64 zl.)

27. Kdosi má zaplatiti směnku na 1260 zl. teprv dne 10. června, on ji však vyplatí už 10. dubna s úrokovou srážkou 6%; mnoho-li za ni dá? (Od 10. dubna do 10. června 2 měs. = ⅙ roku, 6% znamená na rok, tedy na ⅙ roku přijde $\frac{6}{6}$ = 1 zl. ze sta čili 1% srážky — 1247·4 zl.)

---

*) Dohodné (franc. courtage, angl. bokerage a vlas. senseria) dostává dohazovač, který zprostředkuje koupi buď zboží nebo směnky mezi prodavačem a kupcem; při zboží dostává ¼ %, při směnkách $\frac{1}{10}$ %, obyčejně od obou účastníků.

**) Obstará-li kdosi jinému zboží, nebo jeho dovoz, výplatu směnky, placení hotovými atd., dostává od onoho určitou odměnu (provisi nebo komise), a sice při zboží buď 1%, $1\frac{1}{2}$% nebo 2%, při směnkách neb penězích vůbec ⅙ %, ¼ % a ⅓ %.

***) Zaplatí-li kdosi zboží hned, nebo splatí-li směnku dřívo než byla dospěla k zaplacení, povoluje se mu určitá srážka úroková (disconto, sconto nebo franc. escompte), která se od obyčejných úroků liší tím, že se tyto platí po uplynutí určitého času, ona však hned při placení se sráží.

28. Zač se musí setnýř zboží prodávati, pakli se až dosud prodával za 24 zl. se ztrátou 8%, a má-li se na něm budoucně 7% vydělati? (Tedy v celku se má na setnýři 8% + 7% = 15% přiraziti) (27·6 zl.)

29. Kdosi objedná v Terstu zboží za 2485 zl., musí však dáti dohodného $\frac{1}{2}$%, za obstarání dovozu $1\frac{1}{2}$%, za dovoz 9%; a) co dá se vším za zboží, b) zač by je musil prodati, aby 10%, nebo $12\frac{1}{2}$% nebo $13\frac{1}{4}$% vydělal? (a. 2758·35 zl., b. 3034·185 zl., 3103·14375 zl., 3123·84 zl.)

30. Kdosi koupil 216 loket sukna, dal za loket $3\frac{1}{2}$ zl.; kolik % by vydělal, kdyby sukno to prodal za a) 819 zl., b) 850·5 zl., c) 861 zl., d) 882 zl.? (a. $8\frac{1}{3}$%, b. 12·5%, c. $13\frac{8}{9}$%, d. $16\frac{2}{3}$%.)

V. Vlaská praktika čili počty rozkladné.

§. 61.

Každou jedničku jména vyššího možná rozvesti na jedničky jména nižšího (§. 18.). Každá takováto jednička, jsouc částí jedničky vyšší, nazývá se, jak známo, zlomková (§. 32.) a naznačuje se též zlomkem. Čitatelem zlomku takového jest jedna neb více stejných částí, na které jednička jména vyššího rozvedena byla, a jmenovatelem úplný počet těchto stejných částí čili nižších jedniček. Na př. 1 kr. $= \frac{1}{100}$ zl., 2 kr. $= \frac{2}{100}$ zl., 3 kr. $= \frac{3}{100}$ zl. atd. Je-li počet jedniček jména nižšího úplně obsažen 2krát, 3krát atd. v jedničce vyšší, říká se, že počet ten jest několiký díl jedničky vyšší, na př. 2 kr. jsou úplně obsaženy v 100 kr., a sice 50kráte, tedy budou 2 kr. $= \frac{1}{50}$ zl., nebo 2 kr. jsou padesátý díl zlatého; 10 kr. jest ve 100 kr. obsaženo úplně 10kráte, pročež jest 10 kr. $= \frac{1}{10}$ zl., 20 kr. $= \frac{1}{5}$ zl., 25 kr. $= \frac{1}{4}$ zl. atd., pročež jest i 10 kr., 20 kr., 25 kr. atd. několiký, totiž 10tý, 5tý, 4tý atd. díl zlatého.

Je-li počet jedniček nižších takový, že není několiký díl jedničky vyšší, může se vždy na několiké díly rozvesti. Toto se stane buď: a) rozvedením počtu jedniček nižších na takové sčítance, z nichž každý by byl několiký díl celku (jednička zlomková), aneb b) nedostává-li se jediný pouze díl několiký daným jedničkám nižším k celku, mohou se jedničky ty považovati za rozdíl celku a scházejícího dílu několikého, na př.:

a) 55 kr. $= \frac{55}{100}$ zl. není několiký díl zlatého, ale možná je rozvesti na $\frac{50}{100} + \frac{5}{100} = \frac{1}{2}$ zl. $+ \frac{1}{20}$ zl.; taktéž:

75 kr. $= \frac{75}{100} = \frac{50}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{2}$ zl. $+ \frac{1}{4}$ zl.,

45 lib. $=$ 20 lib. $+$ 25 lib. $= \frac{20}{100}$ setn. $+ \frac{25}{100}$ setn. $=$
$\frac{1}{5}$ setn. $+ \frac{1}{5}$ setn.,

8 měsíců $=$ 6 měs. $+$ 2 měs. $= \frac{1}{2}$ roku $+ \frac{1}{6}$ roku,

20 lotů $=$ 16 lot. $+$ 4 loty $= \frac{1}{2}$ lib. $+ \frac{1}{8}$ lib.,

26 dní $=$ 10 dní $+$ 10 dní $+$ 6 dní $= \frac{1}{3}$ měs. $+ \frac{1}{3}$ měs.
$+ \frac{1}{5}$ měs. atd.

b) 75 lib. $=$ 1 setn. $-$ 25 lib. $=$ 1 setn. $- \frac{1}{4}$ setn.

10 měs. $=$ 1 rok $-$ 2 měs. $=$ 1 rok $- \frac{1}{6}$ roku,

80 krejc. $=$ 1 zl. $-$ 20 kr. $=$ 1 zl. $- \frac{1}{5}$ zl.

25 dní $=$ 1 měs. $-$ 5 dní $=$ 1 měs. $- \frac{1}{6}$ měs.

24 lotů $=$ 1 lib. $-$ 8 lotů $=$ 1 lib. $- \frac{1}{4}$ lib. atd.

Takové jedničky jména nižšího, proměněné v několiké díly celku, užívají se v jistém druhu počítání nazvaném vlaská praktika: vlaská, — poněvadž prý se jí ve Vlaších nejprvé užívalo — a praktika, poněvadž v počítání praktickém, jmenovitě kupeckém, velikých výhod poskytuje.

Cvičení.

Uveďte na několiké díly jedničky vyšší, a sice:

1. zlatého: 35, 48, 72, 29, 15, 40, 85, 72, 79, 99 krejcarů;
2. setnýře: 16, 28, 33, 42, 76, 40, 8, 24, 86, 92, 80, 32 liber;
3. libry: 15, 8, 12, 24, 28, 30, 20, 18, 26, 31, 19 lotů;
4. roku: 6, 8, 10, 5, 7, 11, 2, 4, 3, 9 měsíců;
5. měsíce: 15, 5, 8, 23, 24, 25 dní;
6. sáhu: 1, 2, 3, 4, 5 střevíců.

§. 62.

Jako při každém počtu, jmenovitě při tak nazvaném „regula de tri“, skládá se i při vlaské praktice každý příklad ze dvou částek, a sice: z podmínky nebo čísel udaných a z otázky. Dle těchto se řídí rozličné úlohy, totiž v jedněch se rozvede známý člen v otázce, v jiných opět člen podmínečný na několiké díly buďjedničky vyšší nebo určitého počtu jedniček nižších.

I. Příklady, v nichž se rozvádí známý člen v otázce.

1. Kdosi má na rok 450 zl., mnoho-li má na 8 měsíců? 8 měs. jest známý člen v otázce, pročež:

na 1 rok má 450 zl., na 8 měs., 8 měs. = 12 měs. — 4 měs. = 1 rok $-\frac{1}{3}$ roku, tedy 450 zl. $\times\left(1-\frac{1}{3}\right)$ = 450 zl. — 150 zl. = 300 zl. má na 8 měsíců.

2. Setnýř zboží jest za 46 zl. + 30 kr., zač 30 lib.? 30 lib. = 20 lib. + 10 lib. $= \frac{1}{5}$ setn. $+ \frac{1}{10}$ setn., tedy

(46 zl. + 30 kr.) $\times\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right)$

9 zl. + 26 kr. za $\frac{1}{5}$ setn.

4 „ + 63 „ „ $\frac{1}{10}$ setn.

tedy: 13 zl. + 89 kr. za $\frac{1}{5}$ set. $+ \frac{1}{10}$ setn. nebo za 30 lib.

3. 40 liber jest za 8 zl. + 56 kr., zač 15 lib.? Zde se 15 lib. nerozvede na několiké díly jedničky vyšší, totiž setnýře, nýbrž na několiké díly 40ti liber. Ohledně na 40 liber dá se 15 liber rozvesti na 10 lib. + 5 lib., 10 lib. jest od 40 lib. 4tý díl,

t. j. $\frac{1}{4}$, a 5 lib. $= \frac{1}{8}$, tedy:

40 lib. za 8 zl. + 56 kr., zač 15 lib.; 15 lib. = 10 lib. + 5 lib. $= \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, pročež:

(8 zl. + 56 kr.) $\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)$ = 2 zl. + 14 kr.

1 zl. + 7 kr.,

tedy za 3 zl. + 21 kr. bude 15 lib.

Příklad ten dal by se ještě jinak provesti, totiž:

15 lib. $=$ 10 lib. $+$ 5 lib., 10 lib. jest ohledně na 40 lib. $\frac{1}{4}$, a 5 lib. jest ohledně na 10 lib. $\frac{1}{2}$, pročež bý:

(8 zl. $+$ 56 kr.) $\times \frac{1}{4} =$ 2 zl. $+$ 14 kr., a polovic těchto:

(2 zl. $+$ 14 kr.) $\times \frac{1}{2} =$ 1 zl. $+$ 7 kr.,

tedy 3 zl. $+$ 21 kr., jako prvé.

4. Libra jest za 85 kr., zač 8, 10, 24, 30 lotů?

5. Jistina dává ročně 850 zl. úroků, mnoho-li za $3^1/_4$, $2^1/_6$, $1^1/_3$, roku, a mnoho-li za 5, 8, 10 měsíců?

6. Loket zboží jest za 6 zl. $+$ 50 kr.; zač $8^1/_2$, $4^1/_8$, $5^1/_4$, $7^1/_8$ lokte?

7. Zač bude 24 lib., je-li setnýř za a) 3 zl. $+$ 58 kr., b) 8 zl. $+$ 70 kr., c) 10 zl. $+$ 16 kr., d) 15 zl. $+$ 10 kr.?

8. Dům nese ročně 253 zl. $+$ 80 kr., mnoho-li a) za 3 leta $+$ 4 měs., b) za 4 leta $+$ 8 měs., c) za 5 let $+$ 10 měs. $+$ 15 dní?

9. Kdosi má na rok 315 zl.; mnoho-li má a) na rok $+$ 2 měs., b) na 2 roky $+$ 3 měs. $+$ 10 dní, c) na 2 roky $+$ 7 měs. $+$ 18 dní?

10. Vědro piva jest za 8 zl. $+$ 24 kr., zač jest a) 1 sud $+$ 3 věd., b) 2 sudy $+$ 2 věd. $+$ 20 pinet, c) 3 sudy $+$ 1 věd. $+$ 35 pinet, d) 5 sudů $+$ 2 věd. 36 pinet?

11. Celná libra ryzého zlata jest za 687·915 zl., zač by byly a) 3 lib. $+$ 18 lotů (celná libra $=$ 30 lotům), b) 4 lib. $+$ 20 lotů, c) 12 lib. $+$ 29 lotů, d) 20 lib. $+$ 25 lotů?

12. Celná libra čistého stříbra jest za 45 zl., zač by bylo a) 6 lib. $+$ 12 lotů, b) 23 lib. $+$ 23 lotů, c) 50 lib. $+$ 17 lotů?

13. Zač bude 26 lib. zboží, je li 60 lib. a) za 9 zl. $+$ 45 kr., b) za 10 zl. $+$ 65 kr., c) za 11 zl. $+$ 12 kr.?

14. Zač bude 5 setnýřů $+$ 30 lib. zboží, je-li 15 setnýřů a) za 62 zl. $+$ 56 kr., b) 102 zl. $+$ 4 kr., c) 114 zl. $+$ 25 kr.?

15. 12 sáhů dříví jest za 84 zl. $+$ 20 kr., zač jest a) $6^1/_2$ sáhu, b) $8^1/_3$ sáhu, c) $10^1/_5$ sáhu?

16. Dům nese ročně na 6% 482 zl. 50 kr.; mnoho-li by nesl a) na 4%, b) na $5^1/_2\%$, c) na $7^1/_2\%$?

17. Setnýř zboží jest za 68 zl. $+$ 72 kr.; zač jsou a) 2 setn. $+$ 80 lib., b) 3 setn. $+$ 30 lib. $+$ 15 lotů, c) 4 setn. $+$ 60 lib. $+$ 16 lotů?

18. Jistina nese ročně na 6% 240 zl. užitku; mnoho-li nese a) za 4 měs. $+$ 15 dní, b) za 5 měs. $+$ 10 dní, c) za 9 měs. $+$ 20 dní, d) za 10 měs. $+$ 18 dní, e) za 2 leta $+$ 3 měs. $+$ 3 dni, f) za 4 leta $+$ 8 měs. $+$ 6 dní?

19. 100 franků = 40·5 zl. rak. čísla; kolik zlatých rak. čísla jest a) 520·25 fr., b) 750·625 fr., c) 1202·5 fr., d) 1324 fr.?

20. Lib. šterlinků = 20 šilinkům po 12 pence, 100 lib. šterl. = 1010·51 zl. rak. č.; kolik zlatých rak. čísla bude a) 20 lib. šterl., b) 15 lib. + 10 šil., c) 75 lib. 4 šil. + 6 pence, d) 60 lib. + 12 šil. + 4 pence, e) 145 lib. + 5 šil. + 10 pence?

II. Příklady, v nichž se rozvádí člen podmínečný na několiké díly jedničky vyšší.

1. Zač bude 46 lib. po 20 kr. $= \frac{1}{5}$ zl., tedy:

$$46 \text{ lib.} \times \frac{1}{5} = 9\cdot2 \text{ zl.}$$

2. Mnoho-li v rakouském čísle dělá a) 60 franků, b) 82 fr., c) 94 fr., d) 98 fr. po 40·5 kr.?

a) 40·5 kr. = 20 kr. + 20 kr. + 0·5 kr.

$$\begin{array}{llll} 20 \text{ kr.} = \frac{1}{5} & & \text{tedy } 60\times\frac{1}{5} & = 12 \text{ zl.} \\ 20 \text{ kr.} = \frac{1}{5} & & \text{,, } \quad 60\times\frac{1}{5} & = 12 \text{ zl.} \\ 0\cdot5 \text{ kr.} = \frac{1}{40} & \text{od 20 k.,} & \text{,, } \quad 12\times\frac{1}{40} & = 0\cdot3 \text{ zl.} \\ \hline & & \text{dohromady} & 24\cdot3 \text{ zl.} = 60 \text{ fr.;} \end{array}$$

b), c), d) taktéž.

3. Zač bude 72 lib. a) po 1 zl. + 10 kr., b) po 1 zl. + 25 kr., c) po 1 zl. + 55 kr., d) po 1 zl. + 74 kr.?

4. Měřice pšenice jest za 5 zl. + 12 kr.; zač bude: a) 22 měř., b) 38 měř., d) 88 měř., c) 92 měřic?

5. Vědro vína jest za 32 zl. + 60 kr.; zač a) 6 věd., b) 14 věd., c) 23 věder?

6. Dukát platí 4 zl. + 90 kr.; mnoho-li platí a) 26 dukátů, b) 83 duk., c) 112 duk., d) 184 duk.?

7. Loket sukna jest za 2 zl. + 80 kr., zač a) 8 lok., b) 14 lok., c) 25 lok., d) 85 lok., c) 146 lok.?

8. Libra šterl. = 10·1015 zl. r. č., kolik zlatých r. č. bude a) 6 lib., b) 15 lib., c) 28 lib., d) 44 lib., e) 57 lib.?

9. Mark courant (v Hamburgu) = 60 kr. r. č.; mnoho-li v r. č. by bylo a) $16\frac{1}{2}$ mar., b) $24\frac{1}{3}$ m., c) $82\frac{1}{6}$ m., d) $165\frac{5}{6}$ m., e) $276\frac{1}{12}$ m.?

10. Kupec koupil setnýř kávy za 78 zl. + 90 kr., zač koupil a) 5 setn. 50 lib., b) 16 setn. 25 lib.. c) 19 setn. 60 lib., d) 28 setn. 75 lib.?

11. Kdosi dostane z jistiny ročně 124 zl. + 26 kr., mnoho-li za 3 leta + 4 měs. + 15 dní? V takových úlohách rozveď člen podmínečný buď na jedničky nižšího jména anebo na desetinný zlomek, ostatně pracuj jako obyčejně, totiž:

124 zl. + 26 kr. = 124·26 zl.
3 leta + 4 měs. + 15 dní = 3 + $^1/_3$ + $^1/_8$, t. j. $^1/_8$ od 4 měsíců;
124·26 × 3 = 372·78
124·26 × $^1/_3$ = 41·42, a od toho $^1/_8$, bude
41·42 × $^1/_8$ = 5·1775
419·3775 zl.

12. Setnýř zboží jest za 14 zl. + 80 kr.; zač a) 5 setn. + 40 lib., b) 8 setn. + 30 lib., c) 10 setn. + 65 lib.?

13. Frank = 40·5 krejc. rak. čísl.; kolik v r. č. dělá a) 165 fr. + 40 setin, 3) 362 fr. + 20 setin, c) 663 fr. + 52 setin, d) 1364 fr. + 64 setin?

14. Dům nese ročně 864 zl. + 52 kr.; mnoho-li a) za 3 léta + 7 měs., b) za 5 let + 8 měs., c) za 7 let + 2 měs.?

15. Zač bude 6 setnýřů + 25 lib. + 8 lotů cukru, je-li setn. a) za 42 zl. + 40 kr., b) za 41 zl. + 64 kr., c) za 40 zl. + 90 kr.?

16. Libra šterl. = 10·1015 zl. r. č.; mnoho-li bude a) 6 lib. šterl. + 3 šil., b) 25 lib. šterl. + 8 šil., c) 33 lib. šterl. + 10 šil. + 6 pence, d) 63 lib. šterl. + 2 šil. + 8 pence?

Smíšená cvičení o poměrech a srovnalostech.

§. 63.

1. Kdosi koupil 135 loket sukna za 337·5 zl.; zač by je musil prodati, kdyby chtěl vydělati a) 14 %, b) 22 %, c) 32 %? (a. 384·75 zl., b. 411·75 zl., c. 445·5 zl.)

2. Kdosi koupil prsten za 16 zl. + 50 kr.; a) kolik % by prodělal, kdyby jej prodal za 14 zl., a b) kolik % by vydělal, kdyby jej prodal za 18 zl. + 10 kr.? (a. 15$^5/_{33}$ %, b. 9$^{23}/_{33}$ %.)

3. Jak dlouho by musila jistina 360 zl. ležeti, aby tytéž úroky nesla jako jistina a) 468 zl. ve 4 měsících, b) 540 zl. v 5$^1/_2$ měs., c) 320 zl. v 6$^3/_4$ měs.? (a. 5$^1/_5$ měs., b. 8$^1/_4$ měs., c. 6 měs.)

4. 54 dělníků vystavělo most za 7 měsíců; kolik dělníků by tentýž most bylo vystavělo a) za 4$^1/_2$ měs., b) za 5$^1/_4$ měs., c) za 10$^4/_5$ měs.? (a. 84 děln., b. 72 děln., c. 35 děln.)

5. Kdosi dostane z jistiny zúročené na 5% za 2 roky tolik úroků, jako z jiné za 2 roky + 2 měs. + 20 dní, a jako opět z jiné

za 3 roky + 4 měs. Na kolik % měl druhou a třetí jistinu půjčenu? ($4\frac{1}{2}$ %; 3 %.)

6. 3 setnýře jsou za 51 zl. + 60 kr.; zač a) 8 setn. + 50 liber, b) 26 setn. + 25 lib. + 8 lotů? (a. 146·2 zl., b. 451·543 zl.)

7. Jak mnoho přísady jest do 32 hřiven 14-lotového stříbra zapotřebí, aby se z něho stalo a) 10-lotové, b) 12-lotové, c) 13-lotové? (a. $89\frac{3}{5}$ lotu, b. $74\frac{2}{3}$ lotu, c. $68\frac{12}{13}$ lotu.)

8. Továrník zaměstnává 300 pracovníků, kterým ročně dá 19932 zl. + 60 kr.; obchod se zastavil, a on jest přinucen 45 jich pustiti; mnoho-li tím ušetří, platil-li jednomu tak jak druhému? (2989·89 zl.)

9. Pocestný by došel svého cíle za 12 dní, kdyby denně urazil $5\frac{3}{5}$ míle; kolik mil by urazil denně, kdyby přišel teprv a) za 14 dní, b) za 16 dní, c) za 21 dní na místo? (a. 4·8 míle, b. 4·2 míle, c. 3·2 míle.)

10. Která jistina zúročená na $4\frac{1}{2}$ % nese v témže čase tytéž úroky jako a) 1900 zl. na 6%, b) 2100 zl. na $5\frac{1}{2}$ %, c) 2700 zl. na $4\frac{3}{4}$ %? (a. $2533\frac{1}{3}$ zl., b. $2566\frac{2}{3}$ zl., c. 2850 zl.)

11. A. půjčil B. 280 tolarů spolkových, když se za tolar platilo 1 zl. + 50 kr., bez úroků na 6 měsíců; mnoho-li by musil B. půjčiti A. na tentýž čas bez úroků, kdyby spolkový tolar platil a) 1 zl. + 75 kr., b) 1 zl. + 80 kr., c) 2 zl. + 10 kr. (a. 240 tol., b. $233\frac{1}{3}$ tol., c. 200 tol.)

12. Kdosi koupil 24 štípků po 40 kr., všechny se mu však neujaly; kolik štípků se mu ujalo, byl-li každý z těchto a) za 48 kr., b) za 60 kr.? (a. 20 štíp., b. 16 štíp.)

13. Kdosi drží 10 ovcí, které mu dávají kámen vlny. Libru vlny prodává za 78 kr.; zač by musil libru vlny prodati, aby stejně utržil, kdyby dostal jednou 19 lib. + 16 lotů, po druhé 18 lib. + 24 lotů a po třetí 16 lib. + 8 lotů vlny? (a. 80 kr., b. 83·2 kr., c. 96 kr.)

14. Kdosi má odvesti 570 loket sukna 2 lokte širokého; kolik loket by musil odvesti, kdyby bylo a) $1\frac{7}{8}$ lokte, b) $1\frac{4}{5}$ lokte, c) $2\frac{1}{4}$ lokte široké? (a. 608 lok., b. $633\frac{1}{3}$ lokte, c. $506\frac{2}{3}$ lok.)

15. Kdosi má dvě rovné jistiny zapůjčeny, jednu na 5 %, a druhou na $4\frac{1}{2}$ %. Kdy mu ponese druhá tolik jako první a) ve 2 rocích, b) ve 2 roc. + 3 měs., c) ve 3 roc. + 9 měs.? (a. 2 rok. 2 měs. 20 dní, b. $2\frac{1}{2}$ roku, c. 4 rok. 2 měs.)

16. Jak veliký byl odhad domu, z něhož se na $\frac{1}{12}$ % platí ročně 16 zl. + 40 kr. zjištění? (19680 zl.)

17. Navštěvuje-li učeliště 500 žáků, a je-li z nich 160 od školného osvobozeno, a) mnoho-li % z nich platí školné, b) mnoho-li % jest osvobozeno? (a. 68%, b. 32%.)

18. Česká země měla r. 1780 2,561·794 obyvatelů a r. 1857 4,720·313 obyv.; o kolik % přibylo v čase tom obyvatelstva? (84·3 %.)

19. Kdosi koupí 12 setnýřů + 65 lib. zboží z hruba, povolí-li se mu srážky na celé váze 1 setnýř + 15 lib.; a) mnoho-li % jest táry, b) zač musí prodávati libru, dal-li za ni 55 kr., a chtěl-li by 10 % vydělati? (a. $9\frac{1}{11}$ %, b. 60·5 krejc.)

20. Dohazovač zaopatřil jinému zboží za 6450 zl. Mnoho-li by dostal dohodného v celku, kdyby dostal a) $1\frac{1}{2}$ %, b) $3\frac{1}{3}$ %, c) $3\frac{1}{5}$ %? (a. 96·75 zl., b. 215 zl., c. 206·4 zl.)

21. Při mletí žita se počítá 84 % mouky a 4 % otrub; mnoho-li mouky a mnoho-li otrub by dalo a) 548 liber, b) $659\frac{1}{2}$ lib., c) $873\frac{1}{5}$ lib. žita téže jakosti? (a. 460·32 lib. mouky, 21·92 lib. otrub; b. 553·98 lib. mouky, 26.38 lib. otrub; c. 733·53 lib. mouky, 34·93 lib. otrub.)

22. Kupec koupí 3 setnýře + 65 lib. kávy, a dá za setnýř 72 zl.; kolik % by vydělal, prodal-li by setnýř a) za 84 zl., b) za $87\frac{1}{2}$ zl., c) za $89\frac{2}{5}$ zl.? (a. $16\frac{2}{3}$ %, b. $21\frac{19}{36}$, c. $24\frac{1}{6}$ %.)

23. Směnka na 6300 zl. by byla splatná 15. května, majitel by ji však prodal 10. dubna se srážkou 8 % (na rok); a) jaká by byla úroková srážka, b) mnoho-li by za směnku tu dostal, kdyby se uvolil, že 10 %, anebo $12\frac{1}{2}$ % sleví? (a. 49 zl., b. 6238·75 zl., c. 6223·4375 zl.)

24. Zboží vážilo z hruba 64 setn. + 58 lib., a bylo za 740 zl. + 50 kr.; zač byl setnýř z čista, byla-li srážka na váze a) $13\frac{1}{2}$ %, b) $15\frac{4}{5}$ %? (a. 13·023 zl., b. 13·62 zl.)

25. Kdosi koupí 3 sudy + 8 věd. + 20 pinet vína téže jakosti, platí za 1 sud + 6 věd. + 8 pinet 183·5 zl.; a) mnoho-li platí za to ostatní, b) mnoho-li dohromady? (a. 252·6 zl., b. 436·1 zl.)

26. Kdosi má odvesti 647 loket sukna zšíří $1\frac{3}{4}$ lokte, odvede této šířky 296 loket, ostatní odvádí $2\frac{1}{4}$ lokte široké; kolik loket této šířky musí odvesti? (273 lok.)

27. Kdosi se vydluží na 3 neděle 5 zl., a dá za to 20 kr. náhrady; na kolik % měl peníze ty vydluženy? ($69\frac{1}{3}$ %.)

28. Kupec koupí 10 setnýřů + 40 lib. cukru, platí hotovými za setnýř 45 zl. + 50 kr.; mnoho-li dělá odměna (provise), kdyby se mu povolilo a) $1\frac{1}{2}$ %, b) 2 %, c) $2\frac{1}{4}$ %, d) $2\frac{4}{5}$ %; (a. 7·098 zl., b. 9·464 zl., c. 10·647 zl., d. 13·25 zl.)

29. Kdosi půjčí jinému 7560 zl. na 6 %, avšak tyto nejsou z úplna jeho, nýbrž má v nich 2600 zl. vydlužených, z nichž platí $4\frac{1}{2}$ %; a) mnoho-li dostane úroků v celku, b) mnoho-li patří jemu, c) mnoho-li platí úroků sám? (a. 453·6 zl., b. 336·6 zl., c. 117 zl.)

30. Kdosi se vydlužil 8340 zl. na $5\frac{1}{4}$ %, z toho půjčil 3480 zl. na $5\frac{3}{4}$ %; na kolik % musil by ostatní peníze půjčiti, chtěl-li by

z nich míti po zaplacení úroků cizích užitku a) 53 zl. + 85 kr., b) 78 zl. + 15 kr.? (a. 6%, b. $6\frac{1}{2}$%.)

31. Kupec koupí ve Vídni zboží za 6370 zl.; a) zač je musí prodati, dá-li za přivežení 95 zl. + 55 kr., a chce-li $11\frac{1}{2}$% na něm vydělati, b) mnoho-li % by prodělal, kdyby je za 6206·928 zl. prodati musil? (a. 7198·1 zl., b. 4%.)

32. Je-li teplo dříví smrkového = 0·78 a dříví březového = 0·8 kolik sáhů prvního rovná se a) 117 sáhům, b) 156 sáh., c) 195 sáhům druhého? (a. 120 sáhů, b. 160 sáhů, c. 200 sáhů.)

33. Kdyby kdosi denně vydal 1 zl. + 40 kr., vystačil by měsíc; jak dlouho by vystačil, kdyby vydal denně a) 1 zl., b) 1 zl. + 50 kr.? (a. 42 dní, b. 28 dní.)

34. V Terstu si kupec z Prahy objedná 36 set. + 80 lib. kávy, setnýř po 62 zl. + 40 kr.; dá-li 12 zl. + 38 kr. za útraty, $\frac{2}{3}$ % dohodného a $2\frac{1}{2}$ % odměny (provise): a) mnoho-li musí do Terstu zaplatiti, b) zač musí v Praze setnýř zboží toho prodati, chce-li 10% vydělati? (a. 2381·42 zl., b. 71·18 zl.)

Částka sedmá.

Míry, váhy a mince.

I. Nauka o míře a váze (metrognosie).

§. 64.

Každá věc se určuje v praktickém životě trojím způsobem, a sice buď se měří, neb váží, nebo počítá. U mnohé věci béřeme ohled pouze na její délku, a tuto určujeme mírou délky, u jiné na délku a šíř, a měříme tuto mírou plošnou, prostírá-li se však věc ta ve 3 směry, totiž v délku, šíř a výšku, měříme ji mírou krychlenou, nebo kostkovou. Mimo to jest ještě čtvrtá míra, která se od uvedených značně liší, totiž míra úhlů (úhelná) nebo oblouků. Touto mírou měříme obvod kruhový a jeho částky. Základní jednička míry úhlů jmenuje se stupeň (°), který se rovná 360tému dílu celého obvodu kruhového, a poněvadž se stupňové tito počítají okolo středu kruhového dle velikosti úhlu, jehož ramena jsou dva poloměry, nazývá se proto míra ta úhelná. Každý takový stupeň (°) rozděluje se na 60 minut (') po 60 sekundách ("). Každá věc se musí měřiti, vážiti a počítati dle určité známé jedničky, která však dosavade u rozličných národů jest rozličná. Nejdůležitější jedničky takové a na nich se zakládající soustavy zde uvádíme.

A. Soustava metrická.

§. 65.

Rozdílné míry a váhy rozličných národů byly jmenovitě při obchodu a rozmanitých vzájemnostech společných velikým nepohodlím, nechť nedíme závadou, a v dějepisu míry a váhy nalezáme rozličné zámysly a zkoušky, jimiž se vadě této odpomoci mělo. Hlavní zřetel při tom obrácen byl k tomu, aby se míra, a dle této i váha zakládala normální svou jedničkou na věci, která by se ani časem, ani místem, ani jinými okolnostmi neměnila. Prostorný obsah země, tedy i její objem a každá na tomto neb onom vedená (v mysli) čára, nemůže se nikdy přirozeností svou změniti. Za touto příčinou se vláda francouzská (dne 1. srpna roku 1793) na tom ustanovila, aby mathematikové francouzští vypočítali částku oblouku poledníkova, která by za základní jedničku všem mírám, a dle těchto i váhám, ano i mincím v celé Francii sloužila. Za tímto rozkazem vypočítali mathematikové francouzští pomocí nejvýbornějších nástrojů část oblouku poledníkova 10ti stupňů, od Dünkirchen k Formentera, z toho udali délku oblouku toho od pólu až k rovníku, t. j. délku celého kvadrantu poledníkova, rozdělili celou tuto délku na 10 milionů stejných částek, a jednu desetmiliontinu ($^1/_{10000000}$) délky této nazvali metr (métre), který 7. dubna r. 1795 v celé Francii zaveden byl za základní jedničku míry, váhy a mincí. Tato nová francouzská soustava míry a váhy nazývá se metrická.

Metr jest tedy základní jednička míry délky, a rozděluje se úplně dle soustavy dekadické na částky, které se buď latinskými neb řeckými jmény naznačily, a sice

$\frac{1}{10}$	metru nazývá se	decimetr,	obyčejně se píše	d. m.
$\frac{1}{100}$	" " "	centimetr,	" " "	c. m.
$\frac{1}{1000}$	" " "	millimetr,	" " "	m. m.

Metr se taktéž 10kráte, 100kráte atd. znásobil a

10	metrů nazváno bylo	dekametr,	obyčejně se píše	dek. m.
100	" " "	hektometr,	" " "	hek. m.
1000	" " "	kilometr,	" " "	kil. m.
10000	" " "	myriametr,	" " "	myr. m.

Za jedničku míry plošné přijat byl čtverec, jehož strana se rovná dekametru (tedy 10□m.), a nazván are, částky tohoto čtverce jmenují se jako přiměřené částky metru, jmenovitě: deciare a centiare, dekare, hektare, kilare a myriare.

Za jedničku míry krychlené, zvlášť pro tekuté a jiné věci suté, přijata byla krychle, jejíž strana se rovná decimetru, a nazvala se litre; pro míru na dříví se užívá kilometru = 1000 litrům, a nazývá se stere.

Za jedničku váhy přijata byla váha čisté vody největší hutnosti v duté krychli, jejíž strana se rovná centimetru a nazvala se gramme; 1000 grammů, t. j. kilogramm, jmenuje se metrická libra.

B. Rakouské míry a váhy.

1. *Míra délky.*

§. 66.

Míru délky rozdělujeme na míru stopnou, loketní a cestnou.

a) Míra stopná.

Základní jednička rakouské míry stopné jest Vídenský neb dolnorakouský sáh = 1·8966657 metru.

Sáh (°) má 6 střevíců (stop ') po 12 palcích ('') po 12 čárkách (''') po 12 bodech (''''). Míra ta nazývá se dvanáctinná nebo stavitelská. Vídenský střevíc = 0·31611095 metru.

U vyměřování polí užívá se často míry desetinné, dle níž se dělí střevíc na 10'', a palec na 10'''.

Koně se měří na pěstě, pěsť = 4'' po 4 čárkách (= 1/4'').

Mimo tyto užívá se dosud:

Staročeského	střevíce	= 0·9377 Víd. stř.
Krakovského	„	= 0·9428 „ „

b) Míra loketní.

V obchodu ve zboží střížném jest loket základní jedničkou. Loket dolnorak. = 2·465 Víd. stř. = 0·7792136 metru; částky jeho jsou půl, čtvrt, osmina, šestnáctina, třetina a šestina lokte.

Užívá se	Českého	lokte	= 0·7638 Víd. lok.
	Krakovského	„	= 0·7665 „ „
	Haličského	„	= 0·7638 „ „

c) Míra cestná.

Rakouská míle poštovní = 4000 Víd. sáhům = 7586·6628 met.; míle mořská na pomoří se rovná anglické = 978·09 Víd. sáh. = 1855·110 metru.

Německá nebo zeměpisná míle = 1/15 stupně zemního rovníku = 7420·438 met. = 3912·3604 víd. sáh. = 0·978091 rak. míle, tedy rakouská míle = 1·022401 zeměpis. míle.

V Dalmacii počítá se cesta dle miglio = 1/75 stupně poledníkova = 781·12 Víd. sáh. = 1481·48 metru; úřední míle čili miglio graduato = 1/4 rakouské míle poštov. = 1000 víd. sáh. = 1896·67 metru.

2. *Míra plošná.*

§. 67.

Plochy vůbec se měří mírou čtvercovou, jejíž jedničkou základní jest čtverec, buďsi jeho strana 1 míle, neb 1 sáh, 1 stř. atd., což se pak nazývá míle čtvercová ($\square$míle) nebo sáh čtvercový ($\square^0$) nebo střevíc čtvercový ($\square'$) atd. Známo, že plocha čtvercová se rovná zdvojmocněné délce strany, tedy bude se

$$\begin{aligned} \square \text{ míle} &= 4000^0 \times 4000 = 16000000\square^0 \\ \square^0 &= 6' \times 6 = 36\square' \\ \square' &= 12'' \times 12 = 144\square'' \\ \square'' &= 12''' \times 12 = 144\square''' \end{aligned}$$

Zeměpisná $\square$míle $= 0{\cdot}9566602$ rak. $\square$míle, nebo rakouská $\square$míle $= 1{\cdot}0453033$ zeměp. $\square$míle.

Pole, luka, lesy atd. měří se dle zvláštních měr, jako jsou: hony, jitro, campi atd. Dolnorakouský hon drží 3 měřice výsevku a rovná se $1600\square^0 = 0{\cdot}5755745$ hectare; měřice co míra polní $= {}^1/_3$ honu.

3. *Míra krychlená.*

§. 68.

Tělesa se měří mírou tělesnou, krychlenou nebo kostkovou, která má za základ krychli (kostku), a sice mílí krychlenou, sáhem krychleným atd., což záleží na tom, je-li hrana takové krychle buď míle, nebo sáh, střevíc atd.

Obsah každé krychle se rovná ztrojmocněné délce hrany, tedy bude se

krychl. míle $= 4000 \times 4000 \times 4000 = 64000000000$ krychl. sáhům.
krychl. sáh $= 6 \times 6 \times 6 = 216$ kr. stř.
krychl. stř. $= 12 \times 12 \times 12 = 1728$ kr. pal.
krychl. pal. $= 12 \times 12 \times 12 = 1728$ kr. čár.

Mimo tuto míru užívá se v praktickém životě ještě míry duté, kterouž se suté a tekuté měřívá.

a) Dutá míra sutého.

Met zrna drží 30 měřic po 2 půlměřicích $=$ 8 čtvrtcím.

Dolnorakouská měřice jest zákonitá míra a drží $1{\cdot}9471$ krychl. stř. $= 0{\cdot}615045$ hektolitru.

Jiné míry na obilí jsou:

Český korec $= 1{\cdot}5184$ dol. rak. měř., má 4 věrtele po 4 čtvrtcích po 4 záměrách po 4 žejdlících.

Krakovský korec = 2·0005 dol. rak. měř.
Lvovský korec = 2·0012 dol. rak. měř.
Staromoravská měřice = 1·5 dol. rak. měř.
Břetislavská měřice = 1·0162 dol. rak. měř.
Staroslezský korec = 1·2419 dol. rak. měř.

b) Dutá míra tekutého.

Tekutiny jako víno, pivo a j. měří se na sudy, vědra atd.

Sud vína má 10 věd. po 40 pintách po 4 žejdlících, sud piva má 4 věd. po 40 pin. po 4 žejdl.; 32 věder vína nazývá se náklad.

Dolnorakouské vědro = 1·792 krychl. stř. = 56·605239 litru.

Jiné míry tekutého jsou:

Staročeské vědro = 32 pintám = 43·2 dol. rak. pin.
Krakovská a Lvovská čtverka = 0·6795 dol. rak. pinty.
Uherské vědro = 64 půlpintám = 38·2668 dol. rak. pin.
Staroslezské vědro = 80 čtverkám, kvartům = 64·7504 dol. rak. pin.
Terstská barila = 46·667 dol. rak. pin.

4. *Váhy.*

§. 69.

Těleso vážiti jest tolik jako udati tlak, jímž působí na podložku.

V Rakousích platí po zákonu následující váhy:

a) Váha kupecká.

Setnýř má 100 liber po 32 lotech po 4 kventlících. Setnýř = 56·001199 kilogram.

Mimo tyto se dosud ještě užívá:

Staročeské libry = 0·9185 Víd. lib.,
Krakovské libry = 0·7241 Víd. lib.,
Haličské libry = 0·7232 Víd. lib.

V Terstu váží se též na libbra grossa = 0·8517 Víd. lib. a dle libbra sottile = 0·5379 Víd. lib.

b) Váha na peníze a na stříbro.

Jednička váhy této jest Vídenská hřivna = 280·644 grammu. Hřivna drží 16 lotů po 4 kventlících po 4 penízích (denari) po

2 halířích po 128 správných cetách*), tedy se hřivna = 65536 správným cetám.

V Rakousku se jako v Německu váží dosud peníze na Rýnokolínskou hřivnu**) = 233·86 grammu, která jest tedy o 46.78 grammu lehčí než-li hřivna Vídenská, tak že 5 hřiv. Vídenských = 6 hřiv. Rýnokol. Mimo tuto hřivnu určovala se váha peněz často holandským asem,***) jichž se 4864·68 počítalo na Rýnokolínskou hřivnu.

Nyní se dle nové smlouvy mincovné od 24. ledna 1857 (uzavřené na 10 let) klade za základ ražených peněz nová libra mincovná = 500 grammům.

Libra mincovná se rovná libře celné, a dělí se na 1000 tisících dílů, tisící díl na 10 asů (půl decigrammu); as na 10 desetin asu nebo na 100 setin asu atd. Celná libra = 2·13808 Rýnokol. hřivny a 10000 nových asů = 10400 asům holandským, tedy nový as = 1·04 hol. asu.

Hřivna Vídenská = 0·561288 libry celné, a libra celná = 1·781616 Víd. hřivny.

c) Váha na dukáty. †)

Zlato a zlaté věcí určují se váhou na dukáty. Dukát = $815^{25}/_{201}$. Víd. správ. cet. = 3·490598 grammu, a dělí se na 60 dukátových granů.

*) Správných cet se užívalo v mincovnách k dokonalému určení váhy toho neb onoho peníze. Mincmistr ručil za správnost váhy každého peníze, pročež jej dříve odvážil sám těmito cetami, a lehké z nich vylučoval, udávaje spolu, o kolik cet mají býti těžší.

**) Na Rýnokolínskou hřivnu se vážilo dříve mimo v Německých zemích též v Polsku, v Dánsku a Norvéžsku, avšak se v našem století naskytla pochybnost, je-li váha prvotní, chovaná v archivu Rýnokolínské radnice ta pravá, za kterouž pochybností se hřivna Rýnokolínská v novějším čase od mnohých znovu vyšetřovala. Chelius klade ve zvláštním spise o tom (r. 1820) váhu hřivny Rýnokolínské = 233·75 gram.; dne 30. července r. 1833 byla váha hřivny té nebo vlastně váha spolkové hřivny Pruské udána na 233·855 gram.

***) As jest vedlejší druh holandské váhy na zlato, stříbro a peníze, a byl až do nedávné doby v Německu základní jedničkou; as = 0·048063 gram.

†) Dukáty se někdy razily skoro ve všech státech Evropských, teď se pouze razí v Rakousích, v Holandsku, v Bavořích a v Rusku. — Roku 1140 dal Rogerius II., první král Sicilianský, raziti zlatý peníz pro vévodství Apulianské s nápisem „Sit tibi Christe datus, quem tu regis, iste ducatus" (t. j. budiž tobě Kriste dáno vévodství toto, které říditi račiž), a později každý zlatý peníz, kterého cena se poněkud onomu rovnala, nazýval se prý dle toho ducatus. V Čechách se razily první dukáty za Jana Lucemburského a staly se r. 1559 mincí říše Německé. Cena dukátů v Čechách byla velmi rozdílná, na př. r. 1500 platil dle nynějších peněz dukát 1 zl. 43½ kr.; r. 1616 už 2 zl. 37½ kr. a cena jeho vystoupila v následujících nepokojích až na 20 zl., avšak r. 1624 platil opět 2 zl. 37½ kr.

Víd. hřiv. = 80·4 duk. = 4824 duk. granům; 5 dukátů jde tedy na lot váhy obchodní.

Poznamenání. Libra ryzého zlata platí tolik co 15 až $15\frac{1}{2}$ lib. stříbra.

d) Váha na drahokamy.

Drahokamy se váží na karaty, karát = 48·125 Víd. správ. cet. = 0·206085 grammu, a dělí se na 4 graeny.

e) Váha lékárnická.

Libra lékárnická dělí se na 24 lotů Víd. váhy kupecké = 420·009 grammu, anebo na 12 uncí (℥) po 8 drachmách (ʒ) po 3 skrupllích (℈) po 20 granech lékárnických (gr.). Unce tedy = 2 lot. váhy kupecké.

f) Váha smyšlená ke zkoušení zlata a stříbra.

Nežli se ze zlata nebo ze stříbra razí peníze a nebo se z nich rozličné jiné věci vyrábějí, musejí se oba kovy jiným kovem smísiti. Dříve se směsovalo buď s stříbrem nebo s mědí anebo s oběma; první směs se jmenovala bílá, druhá červená a třetí sloučená. Teď se však zlato i stříbro směsuje pouze s mědí, a jakost obou se zkouší dle zmenšené hřivny co jedničky rovné 1 denáru = 256 správ. cet. = 0·0936 grammu.

Tato zmenšená hřivna zkoušební dělí se u zlata na 24 stejných částek čili karátů po 12 zrnech (graenech) zlata; pročež jest zlato 24ti-karátové ryzé čili pouhé; dají-li se k zlatu 1, 2, 3 . . . karáty přísady (mědi, což se u peněz a všech jiných věcí zlatých stává, aby se příliš brzo neošoupaly,*) nazývá se zlato takové 23ti-, 22ti-, 21ti- atd. karátové.

U stříbra se dělí tato zmenšená hřivna na 16 lotů po 18 zrnech (graenech) stříbra, pročež jest 16ti-lotové stříbro čisté čili pouhé; dají-li se k němu 1, 2, 3 . . . loty přísady (mědi), nazývá se 15ti-, 14ti-, 13ti- atd. lotové.

Hřivna ryzého zlata nebo čistého stříbra jmenuje se čistá, a hřivna zlata nebo stříbra s mědí smíšená — hrubá.

Jakost peněz zlatých a stříbrných, ražených dle rakouského čísla, vyjádřuje se tisícovými částkami. Tak na př. sestává rakouský zlaták z 900 takových tisícových částek čistého stříbra a ze 100 částek mědi.

---

*) Toskánské cechiny z první polovice tohoto století a starší jsou, prý, z ryzého zlata, avšak nejsou více v oběhu, nýbrž chovají se co vzácnost ve sbírkách. Mimo tyto jsou dukáty 23 kar. 8 až 9 graenů nejčistší.

5. *Jak se počítá na kusy?*

§. 70.

Kopa má 60, půl kopa 30, mandel 15 a ducet 12 kusů.

Balík papíru má 10 rysů po 20 knihách po 24 arších je-li papír na psaní; je-li tiskový, počítá se na knihu 25 archů. Svazek per = 25 kouskům.

Véba plátna drží 54, kus sukna, flanelu, plátna atd. drží 30, a kus batistu 15 loket; 10 kusů sukna dá balík.

C. Nejznamenitější míry a váhy v cizích zemích.

§. 71.

Byloby pravda k přání, aby veškeré země stejné míry a váhy měly, avšak dosavádc, ačkoliv se více z nich pro metrickou soustavu vyjádřilo, nedosáhlo se úplné sjednocenosti, a za tou příčinou míru délky, míru plošnou, míru krychlenou a váhu v rozličných zemích zde uvádíme.

1. *Anglické království.*

Míry délky. Prut (pole nebo perth) = $16\frac{1}{2}$ stř. po 0·3048 metru = 0·9642 Víd. stř.; yard = 3 stř. = 0·9144 metru = 2·8926 Víd. stř. = 1·1735 Víd. lokt. Zákonní míle = 5280 stř. = 1·609315 kilometru = 0·212124 rak. míle. Mořská míle = 1·8551 kilomet. = 0·24452 rak. míle.

Míra polní. Acre = 160 □ prut. = 0·4047 hektar. = 0·7031 dol. r. honu (Joch).

Míra obilní. Quarter = 8 bushels po 8 gallons. Quarter = 2·9078 hektolit. = 4·7278 dol. r. měř. Gallon jest základní míra tekutého a sutého = 4·54346 litru = 0·07287 dol. r. měř.

Míra tekutého. Tůně na víno drží 252, na pivo 216, na ale 192 gallonů. Gallon = 4·54346 litru = 3·21063 dolnorak. pin.

Váha. Troy-libra po 12 uncích po 20 penny weigths, po 24 graen = 0·37325 kilogrammu = 0·6665 Víd. lib. Váha kupecká avoir-du-pois (adp) jest: tůně, t. j. 20 setnýřů po 4 quarters nebo 8 kamenech nebo 112 lib. Libra = 16 uncím po 16 drachmách. Libra adp = 7000 Troy-graenům = 0·4536 kilogram. = 0.81 Víd. libry.

2. *Badenské velkovévodství.*

Míry délky. Prut = 10 stř. po 10 pal. po 10 čárkách; střevíc = 0·3 metru = 0·949 Víd. stř. — Loket = 2 stř. = 0·6 metru.

= 077 Víd. lokt. — Míle = 2 hod. cesty = 29629.63 stř. = 8·8889 kilom. = 1·1716 rak. míle.

Míra polní. Jitro = 400 □prutům = 36 aren = 0·6255 doln. rak. honu.

Míra obilní. Malter = 10 sester. po 10 meslein = 1·5 hektolitru = 2·4388 doln. rak. měř.

Míra tekutého. Ohm = 100 pintám po 10 sklenicích. Pinta = 1·5 litru = 1·06 doln rak. měř.

Váha. Setnýř = 10 kamenům = 100 lib. = 1000 zehnlingům; též se rozděluje libra na 2 hřivny po čtverčatech (vierlinge) aneb po 8 uncích po 2 lotech. Libra = 0·5 kilogrammu = 0·8928 Víd. libr.

3. *Bavorské království.*

Míry délky. Střevíc = 12 palcům po 12 čár.; prut geometrický = 10 stř. po 0·2919 metru = 0·9233 Víd. stř. Loket = 0·833 metr. = 1·069 Víd. lokt.

Míra polní. Tagewerk = 400 □ prutům = 0·3407 hectares = 0·592 dol. r. honu.

Míra obilní. Korčák (Scheffel) drží 6 měřic = 2·2236 hektolit. = 3·6153 dol. r. měř.

Míra tekutého. Vědro hospodské drží 60, a vědro nazvané visir 64 pinet. Pinta = 1·069 litru = 0·7554 dol. r. pinty.

Váha. Setnýř má 100 liber po 32 lotech; libra = 0·56 kilogrammu = 0·999979 Víd. lib.

4. *Belgické království.*

V Belgii se měří a váží mírou a váhou francouzskou, jen že má jiné jméno.

Míra délky. Aune = metr, perche = dekametr, mille = kilom., palme = decim., pouce = centim., ligne = millimetr.

Míra polní. Bonnier = hektare, perche carée = are, aune carrée = □metr.

Míra dutá. Corde = ster, last = hektolitr, boisseau = dekalitr. litron = litr na obilí; baril = hektolitr, litron = litr na tekutiny.

Váha. Livre = kilogramm, once = hektogramm, gross = dekagramm, esterlin = gramm, grain = decigramm.

5. *Bremy, svobodné město.*

Míry délky. Prut má 16 stř. po 12 palc. Střevíc = 0·2894 metru = 0·9153 Víd. stř. — Loket = 2 stř. = 0·5787 metru = 0·7427 Víd. lok. Loket brabantský = $1^1/_5$ lokte Bremského.

Míra obilní. Tíha (last) má 40 korčáků (Scheffel) po 4 věrtelích. Korčák = 0·741 hektolit. = 1·2048 dol. r. měř.

Míra tekutého. Oxhoft = $1\frac{1}{2}$ ohm-u po 4 anker-ech = 170 čtvrtkám (kvart), kvart = 0·8054 litru = 0·5691 dol. rak. pinty.

Váha. Setnýř má 100 liber po 10 nových lotech = 100 quintům = 1000 pologrammům. Libra = 0·5 kilogrammu = 0·8928 Víd. lib.

6. *Brunšvické vévodství.*

Míry délky. Prut má 16 stř. po 12 palc. po 12 čárk. Střevíc = 0·2854 metru = 0·9027 Víd. stř. Loket = 2 stř. = 0·5707 metru = 0·7324 Víd. lokte.

Míra polní. Jitro má 120 □prutů = 0·2502 hektar. = 0·4346 doln. rak. honu.

Míra obilní. Vispel má 4 korčáky (Scheffel) po 10 himten. Himten = 2316 krych. pal. = 0·3114 hektolit. = 0·5064 doln. r. měř.

Míra tekutého. Náklad (fuder) vína drží 4 oxhoft-y neb 6 ohm-ů; ohm = 4 anker-ům po 10 stübchen nebo 20 pintách, pinta drží 2 quartier-y po 0·9368 litru = 0·662 doln. r. míry.

Váha jako v Bremách.

7. *Celná jednota.*

Celný setnýř = 100 celných lib. po 30 lotech. Celná lib. = 0·5 kilogr. = 0·8928 Víd. lib.

8. *Církevní stát.*

Míry délky. Piede = 0·2976 metru = 0·9418 Víd. stř.; palmo má 12 once po 5 minuti = 0·2234 metru = 0·7068 Víd. stř. — Braccio (loket) má 4 palmi = 0·8482 metru = 1·0885 Víd. lok.

Míra polní. Rubbio = 4 quarte = 1·8484 hektare = 3·2115 doln. r. hon.

Míra obilní. Rubbio = 22 scorzi = 2·9447 hektolit. = 4·7877 doln. r. měřice.

Míra tekutého. Sud drží 16 barili po 32 boccali po 4 fogliette. Boccale = 1·8232 litru = 1·2883 doln. r. měř.

Váha. Libbra má 12 once po 24 denari po 24 grani. Libbra = 0·3391 kilogram. = 0·6055 Víd. lib.

9. *Dánské království.*

Míry délky. Prut = 10 stř. po 12 pal. po 12 čár. Střevíc = 0·3139 metru = 0·9929 víd. stř. Loket = 2 stř. = 0·6277 metru = 0·8056 Víd. lokt. Míle = 7·5325 kilometrů = 0·9929 rak. míle.

Míra polní. Bečka (tonne) výsevku = 560 □ prutů = 0·5516 hektar. = 0·9584 dol. r. honu.

Míra obilní. Bečka na žito drží 8 korčáků, které se dělí na věrtele, čtvrtce a záměry. Bečka na žito = 1·3912 hektolitru = 2·262 dol. rak. měř.

Míra tekutého. Náklad (fuder) drží 9 ohmů po 4 ankerech = 155 pottů po 54 krych. pal. = 0·9661 litru = 0·6827 dol. rak. měřice.

Váha. Setnýř = 100 lib. po 32 lotech po 4 kvintl. Libra = 0·5 kilogram. = 0·8928 Víd. lib.

10. *Francouzské císařství.*

Míry délky. Metr = 3·16344624 Víd. stř. = 1·283345 Víd. lok. Stará toise má 6 stř., Pařížský střevíc má 12 palců po 12 čárkách = 0·3248394 metru = 1·027612 víd. stř., kilometr = 0·13181 rak. míle, Lieue, jichž 25 se počítá na stupeň, jest = 4444·8 metru = 0·59897 rak. míle. Aune (loket) = 1·1884 metru = 1·5251 Víd. lokt.

Míra polní. Hektare = 2779·98 Víd. □° = 1·737895 Víd. honu. Starý arpent d'ordonnance = 0·51072 hektar. = 0·8873 dol. rak. honu; arpent Pařížský = 0·34189 hektar. = 0·594 dol. r. honu.

Míra obilní. Hektolitr = 1·6259 Víd. měř. Starý korčák (boisseau), který se dělil na půle, čtvrtě a osminy, má 0·130083 hektolit. = 0·2115 dol. r. měř.

Míra tekutého. Litr = 0·7066484 dol. r. pinty. Stará pinte = 2 chopines drží 0·93132 litru = 0·65812 dol. r. pinty.

Váha. Kilogramm = 1·785676 Víd. lib. Quintal měl 100 livres po 16 oncech po 8 gros. Livre = 0·489505 kilogram. = 0·8741 Víd. lib.

11. *Frankfurt na M., (bývalé) svobodné město.*

Míry délky. Prut (ruthe) = 12½ stavitelského stř. = 10 polním stř. Střevíc má 12 palců po 12 čár. Stavitelský střevíc = 0·2846 metru = 0·9004 Víd. stř. Loket = 0·5473 metru = 0·7024 Víd. lokte.

Frankfurtsko-brabantský loket = 0·6992 metru = 0·8973 Víd. lokte.

Frankfurtský prut (stab) = 1·182 metru = 1·5169 Víd. lokt.

Míra polní. Jitro = 160 □ prutům = 0·2025 hektar. = 0·3518 dol. r. honu. 30 jiter jmenuje se zvor (hube) nebo láno (Hufeland).

Míra obilní. Malter = 4 simmerům po 4 sechter-ech. Malter = 1·1473 hektolitr. = 1·8654 dol. r. měř.

Míra tekutého. Ohm má 20 čtvrtní po 4 starých pintách, 6 ohmů = fuder-u, stará pinta = 1·7926 litru = 1·2668 dol. rak. pinty.

Váha. Setnýř má 100 liber po 32 lot. po 4 kventl. po 4 správných cetách. Libra = 0·5 kilogram = 0·8928 Víd. lib.

12. Hamburk, svobodné město.

Míry délky. Střevíc má 12 palců = 0·2866 metru = 0·9065 Víd. stř. Marschruthe = 14, geestruthe = 16 stř. Loket = 2 stř. = 0·5731 metru = 0·7355 Víd. lok. Hambursko-brabantský loket = 0·6914 metru = 0·8873 Víd. lok.

Míra polní. Jitro = 600 □ marschruthen = 0·9658 hektar. = 1·6679 dol. r. honu.

Míra obilní. Wispel drží 10 korčáků (Scheffel) po 3 sudech po 2 himten-ech po 4 spint-ech. Nový sud = 0·5496 hektolit. = 0·8936 dol. r. měř.

Míra tekutého. Fudr = 6 ohm-ům po 4 anker-ech nebo 5 věd. nebo 20 čtvrtních; čtvrtně má dvě stübchen po 2 konvicích po 1·81 lit. = 1·28 dol. r. pinty.

Váha. Nová váha od r. 1858 jako v Brunšvicku. — Dříve byl setnýř = 112 lib. po 32 lot. po 4 kvint. Stará libra = 0·4846 kilogram. = 0·8654 Víd. libry.

13. Hanoveránské království.

Míry délky. Střevíc = 12 palců = 144 čár. = 0·2921 metr. = 0·924 Víd. stř. Prut (ruthe) má 16 stř. Loket = 2 stř. = 0·5842 metru = 0·7497 Víd. lok.

Míra polní. Jitro = 120 □ prutům = 0·2621 hektar. = 0·4554 dol. r. hon.

Míra obilní. Wispel = 8 malter-ům po 6 himten po 0.3115 hektolit. = 0·5065 dol. r. měř.

Míra tekutého. Fudr = 6 ohm-ům = 30 věd. Ohm = 4 anker-ům po 10 stübchen po 2 konvicích po 1·947 litru = 1·3758 dol. r. pinty.

Váha jako v Bremách.

14. Holandské království.

Míry a váhy jsou metrické avšak jinak jim říkají.

Míry délky. Mýl (mile) = kilometer, roede (prut) = dekameter, elle = metr, palm = decimetr, duim (palec) = centimetr, strepp (čárka) = millimetr.

Míra plošná. Bunder = hektare.

Míra obilní. Mudde (met) aneb zak (pytel) = hektolitr, schepel (korčák) = dekalitr, kop (hlava) = litr, maatje (mírka) = decilitr.

Míra tekutého. Vat (sud) = hektolitr, kan (konvice) = litr, maatje = decilitr, vingerhoed (náprstek) = centilitr.

Váha. Pound (libra) = kilogram, uns (unce) = hektogram., lood (lot) = dekagram, vigtie = gram., korrel = decigram.

15. Italské království.

Nové míry a váhy jsou metrické jako ve Francii.

16. Neapolské (bývalé) království.

Starší míry a váhy:

Míry délky. Palmo = 0·26455 metru = 0·8369 Víd. stř. Canna po 10 palmi = 2·6455 metru = 3·3951 Víd. lok.

Míra polní. Moggio = 10000 □ palmi = 0·06998 hektar. = 0·1216 dol. r. honu.

Míra obilní. Tomolo = 3 krychl. palmi, dělí se na půle a čtvrtiny anebo na 24 pinet. Tomolo = 0·5555 hektolitru = 0·9031 dol. r. měř.

Míra tekutého. Botte = 12 barili po 60 caraffe po 0·7271 litru = 0·5138 dol. r. pinty.

Váha. Cantaro = 100 rottoli po 0·891 kilogram. = 1·591 Víd. lib.

17. Portugalské království.

Míry délky. Braca = 2 varas po 5 palmos po 0·22 metru = 0·6959 Víd. stř. Pé (střevíc) = $1\frac{1}{2}$ palmos po 0·33 metru = 1·0439 Víd. stř.

Vara (loket) = 1·1 metru = 1·4117 víd. lok.

Míra polní. Geira = 4840 □ varas = 0·5856 hektar. 1·0175 dol. r. honu.

Míra obilní. Moyo = 15 fanegas po 4 alguciras. Fanega = 0·5536 hektolitru = 0·9001 dol. r. měř.

Míra tekutého. Pipa = 26 almudas po 2 potas po 6 canados po 4 mejos. Canada = 1·395 litru = 0·9858 dolnorakouské pin.

Váha. Quintal = 4 arobas po 32 libras po 0·4591 kilogramu = 0·8198 Víd. lib.

18. Pruské království.

Míry délky. Střevíc má 12 palců po 12 čár., prut 12 stř. po 0·3139 metru = 0·9929 Víd. stř. Loket = 0·6669 metru = 0·8559

Víd. lok. Míle = 2000 prutů = 7532·5 metrů = 0·9929 rakouské míle.

Míra polní. Jitro = 180 □ prutů = 0·2553 hektar. = 0·4436 dol. r. honu.

Míra obilní. Wispel má 24 korčáků po 16 čtvrtcích; korčák (Scheffel) = 3072 krych. palců = 0·5496 hektolit. = 0·8936 dol. r. m.

Míra tekutého. Oxhoft = 1·5 ohmu = 3 vědra = 6 anker-ů = 180 quartů po 1·145 litru = 0·8091 dol. r. měř.

Váha. Zákonem od 17. května r. 1856 byla v Prusích zavedena libra celná za základní jedničku váhy. Setnýř = 100 lib. po 30 lot. po 10 kventl. po 10 zent-ech po 10 zrnech. Nová libra = 0·5 kilogram. = 0·8928 Víd. lib. Starý setnýř měl 100 lib. po 0·4676 kilogram. = 0·8352 Víden. lib. Nová libra = 1 lib. 2·209 lot.

19. Ruské císařství.

Míry délky. Sašen = 3 aršinám = 7 stř. po 0·3048 metru = 0·9642 Víd. stř. Aršina (loket) = 0·7112 metru = 0·9127 Víd. lokt. Versta (míle) = 1·0668 kilometru = 0·1406 rak. míle.

Míra polní. Desetina = 2400 □ sašen = 1·0925 hektar. = 1·8981 dol. r. honu.

Míra obilní. Četvert = 8 četverníkům po 4 četverkách po 9 garnecích. Četvert = 2·099 hektolit. = 3.4128 dol. r. měř.

Míra tekutého. Sud má 40 věder po 10 kruškách po 1·2299 litru = 0·8691 dol. r. pinty.

Váha. Pud = 40 lib. po 96 solotníkách po 96 dolech (dílech). Libra = 0·4095 kilogram. = 0·7313 Víd. lib.

20. Řecké království.

Nové míry a váhy jsou metrické, jen že mají stará jména a nazývají se pro rozdíl od starých královské.

Míry délky. Královská piki (loket) = metr; míle = 10 stadiím = 1 myriametru. Stadion = kilometr.

Míra polní. Královská stremma = dekare.

Míra dutá. Královský kilo = hektolitr; liter = 10 kotylis = franc. litr.

Váha. Královská drachme = grammu po 10 obolech po 10 granech. 1500 drachem = mina.

21. Saské království.

Míry délky. Sáh = 6 stř. po 12 palc. Střevíc = 0·2832 metru = 0·8959 Víd. stř. Lipský loket = 2 stř. = 0·5664 metru = 0·7269 Víd. lok. Míle = 7·5 kilometru = 0·9886 rak. míle.

Míra polní. Role (acker) = 300 □ prutů = 0·5534 hektar. = 0·9615 dol. r. honu.

Míra obilní. Wispel má 2 malter-y po 12 korčákách (Scheffel) po 16 čtvrcích. Korčák = 1·0383 hektolit. = 1·692 dol. r. měř.

Míra tekutého. Fuder (náklad) má 12 věder po 48 visirovaných nebo 72 Drážďanských konvicích, tyto po 0·9356 litru = 0·6611 dol. r. pinty.

Váha. Setnýř = 100 lib. po 30 lotech po 10 kventl. po 10 zent-ech po 10 zrnech. Nová libra 0·5 kilogrammu = 0·8928 Víd. libry.

22. *Sardinské (bývalé) království.*

Starší míry a váhy:

Míry délky. Trabucco = 6 piedi po 12 once po 12 punti Piede = 0·5138 metru = 1·6254 Víd. stř. Tesa = 1·7126 metru = 2·1979 Víd. lok.

Míra polní. Giornata po 100 tavole = 0·3801 hektar. = 0·6604 dol. r. honu.

Míra obilní. Sacco = 5 emine = 400 coppi. Emine = 0·2301 hektolit. = 0·3741 dol. r. měř.

Míra tekutého. Brenta = 36 pinte = 72 boccali po 0·6845 litru = 0·4837 dol. r. měř.

Váha. Rubbo = 25 libre po 12 once. Libbra = 0·3688 kilogr. = 0·6586 Víd. lib.

23. *Severoamerické soustátí.*

Míry délky, plošné a váhy jako v Anglicku.

Míra obilní. Quarter má 8 winchestr bushels = 2·819 hektolit. = 4·594 dol. r. měř.

Míra tekutého. Staroanglický gallon na víno = 3·7852 litr. = 1·9264 dol. r. pinty. Staroanglický gallon na pivo = 4·6209 litr. = 2·3517 dol. r. pinty.

24. *Španělské království.*

Nové míry a váhy jsou metrické, staré jsou:

Míry délky. Střevíc kastilský má 12 pulgadas = 0·2783 met. = 0·8804 V. st. Lega = 5555·56 met. = 0·73228 rak. míle.

Míra polní. Fanega = 9400 □ varas = 0·6426 hektar. = 1·1164 dol. r. honu.

Míra obilní. Cahiz = 12 fanegas = 144 celemines; fanega = 0·548 hektolit. = 0·891 dol. r. měř.

Míra tekutého. Moyo = 16 arrobas mayores nebo cantaras;

arroba mayor = 4 cuartillas = 8 azumbraz po 2·0171 litru = 1·4254 dol. r. pinty.

Váha. Quintal = 4 arrobas po 25 libras po 0·4601 kilogr. = 0·8261 Víd. lib.

25. Švédské království.

Míry délky. Prut = 16 stř. po 12 pal. Faden = 6 stř. po 0·2969 met. = 0·9392 Víd. stř. Loket = 0·5938 met. = 0·7621 Víd. lokte. Míle = 6000 faden = 10·6884 kilom. = 1·4088 rak. míle.

Míra polní. Čtvereční provazec (quadratschnur) = 10000 □ stř. = 0·08815 hektar. = 0·1532 dol. r. honu.

Míra obilní. Krychlený střevíc = 10 konvic. (kanne) = 0·2617 hektolit. = 0·4255 dol. r. měř.

Míra tekutého. Krychl. střevíc = 100 konvicím po 2·6172 lit. = 1·8494 dol. r. pinty.

Váha. Setnýř = 100 lib. po 32 lotech. Skal, libra kupecká = 0·4251 kilogr. = 0·7591 Víd. lib.

26. Švýcary.

Míry délky. Prut (ruthe) = 10 stř., sáh = 6 stř. po 10 pal. po 10 čár. Střevíc = 0·3 metru = 0·949 Víd. stř. — Loket = 2 stř. = 0·6 met. = 0·77 Víd. lok. Nová hodina cesty = 16000 stř. = 4·8 kilomet. = 0·6327 rak. míle.

Míra polní. Juchart = 400 □ prut. = 0·36 hektar. = 0·6255 Víd. honu.

Míra obilní. Malter = 10 věrtelů = 100 immi = 160 mirek. Malter = 1·5 hektolit. = 2·4388 dol. r. měř.

Míra tekutého. Ohm = 100 pint. po 1·5 litru = 1·06 dol. r. pinty.

Váha. Setnýř má 100 lib. po 32 lot. po 4 kventl. Nová libra = 0·5 kilogr. = 0·8928 Víd. lib.

27. Toskánské (bývalé) velkovévodství.

Starší míry a váhy:

Míry délky. Canna = 5 braccia po 20 soldi; braccio = 0·5836 met. = 1·8463 víd. stř. = 0·749 Víd. lok.

Míra polní. Quadrato = 100 tavole po 100 □ braccia. Quadrato = 0·3406 hektar. = 0·5918 dol. ř. honu.

Míra obilní. Moggio = 8 sacca po 3 staja. Sacco = 0·7309 hektolit. = 1·3883 dol. r. měř.

Míra tekutého. Barile da vino = 20 fiaschi po 2 boccali po

1·1396 lit. = 0.8053 dol. r. pin. Barile da olio = 16 fiaschi po 2 boccali po 1·0446 lit. = 0·7782 dol. r. pinty.

Váha. Tonnellata=2000 libbre po 12 once. Libbra = 0·3395 kilogram. = 0·6063 Víd. lib.

28. *Turecké císařství.*

Míry délky. Halebi = 0·7087 met. = 2·2418 Víd. stř. — Pik = 0·6831 met. = 0·8766 víd. lok. Endasch 0·6528 met. = 0·8378 Víd. lok.

Míra obilní. Kilo = 0·3527 hektolit. = 0·5734 dol. r. měř.

Míra tekutého. Oka = 1·2817 lit. = 0·9057 dol. r. pinty.

Váha. Kantar = 44 oke=100 rottel; oka = 1·2809 kilogr. = 2·2873 Víd. lib.

29. *Würtemberské království.*

Míry délky. Prut (ruthe) má 10 stř. po 10 pal. po 10 čár. Střevíc = 0·2685 met. = 0·9063 Víd. stř. Loket = 0·6142 met. = 0·7883 Víd. lok.

Míra polní. Jitro = 384 □ prutů = 0·3152 hektar. = 0.5426 dol. r. honu.

Míra obilní. Korčák (Scheffel) = 8 simri = 32 čtvrtcím (vierling) po 4 mírkách (Maesslein). Korčák = 1·7723 hektolit. = 2·8815 dol. r. měř.

Míra tekutého. Fudr = 6 věd. = 86 imi po 10 pintách. Helleichmass = 1·837 lit. = 1·2981 dol. r. pinet.

Váhy jako ve Frankfurtě na M.

D. Jak se převedou míry a váhy na jiné?

§. 72.

Z uvedeného možná rozličné míry a váhy, užívané v zemi jedné, proměniti ve míry a váhy téže hodnoty, jichž se užívá v zemi jiné, neboť zapotřebí k tomu pouze patřičného měnitele, kterého v předešlém §. možná vynajíti. Na př.:

a) Kolika Vídenským střevícům rovná se 248 metrů?

Metr = 3.16344 Víd. střevíce, tedy:

2 metry = 3·16344 Víd. stř. × 2,
3 „ = 3·16344 „ „ × 3,
: :
: :
248 metrů = 3·16344 × 248, t. j. dle skráceného násobení na jedno místo desetinné

$= 3 \cdot 16344$
248

6327
1265
253

784·5

b) Kolik hektolitrů jest 645 Víd. měřic? (hektolitr = 1·6259 Víd. měř. — na jedno desetinné místo)

645 : 1·6259 = 645·00
1.6259

396·7 hektolitru

1572
109
12
1

c) Kolik loket českých jest 14 francouzských?

Poněvadž v předešlém §. není loket český bezprostředně porovnán s loktem franc., nýbrž s loktem Vídenským, a teprv tento s lok. franc., proměníme nejprv dané lokte francouzské ve Vídenské (loket francouzský = 1·5251 lok. Víden.), a tyto lokte Vídenské teprv na lokte české (loket český = 0·7638 lok. Víd.), tedy:

14 loket franc. = 1·5251 × 14 lok. Víd., t. j.
1·5251
14

153
61

21·4 lok. Víd.

a 21·4 : 0·7638 = loktům českým, t. j.:
21·400
0·7638

28·01 českého lokte

6124
14
6

Tedy se 14 loket franc. = 28·01 lok. českého.

Cvičení.

1. Kolik českých loket dělá a) 34 loket Víd., b) 62 lok. Víd., c) 113 lok. Víd.?

2. Kolik loket Víd. dělá a) 27 lok. Hambur., b) 44 lok. Hamb., c) 73 lok. Hamb.?

3. Kolik mil rakouských dělá a) 50 verst, b) 107 verst, c) 136 verst, d) 18 mil saských, e) 39 mil pruských, f) 35 mil anglických, g) 85 mil francouzských, h) 74 mil Hamburgských, i) 22 mil švedských, k) 46 mil španělských?

4. Kolik dolnorakouských měřic dělá a) 15 českých korců, b) 26 česk. korců, c) 47 českých korců, d) 52 Krakovských korců, e) 38 staromoravských korců, f) 94 slezských korčáků, g) 116 Lvovských korců, h) bavorských korčáků, i) 64 badenských malter-ů, k) 98 dánských tun, l) 124 hektolitrů, m) 264 hektolitr-ů, n) 366 hektolit., o) 150 pruských korčáků, p) 87 ruských čtvrtí, r) 114 saských korčáků?

5. Kolik dolnorakouských pinet dělá a) 5 staročeských věder, b) 13 staročes. věd., c) 18 Krakovských čtverek, d) 23 uherských věder, e) 42 staroslezských věder, f) 53 Terstských barilla?

6. Mnoho-li dělá 3 setn. a 26 lib. Víd. váhy a) na váze staročeské, b) Krakovské, c) haličské, d) badenské, e) bavorské, f) belgické, g) anglické, h) francouzské, i) Hamburgské, k) holandské, l) ruské, m) würtembergské?

7. Kolik liber celných dělá a) 50 lib. Víd., b) 69 lib. Víd., c) 75 lib. Víd., d) 84 lib. Víd., e) 91 lib. Víd.?

8. Kolik střevíců Víden. jest a) 462 metrů, b) 748 metr., c) 16 stř. bavorských, d) 28 stř. brunšvických, e) 37 stř. dánských, f) 48 stř. hanoverských?

9. Pověstný sud Heidelbergský drží 6620 dol. rak. věder; kolik drží a) věder staročeských, b) čtverek Krakovských, c) věder uherských, d) baril Terstských?

10. Kolik drží 162 dol. r. měřic a) anglických gallons-ů, b) hektolitrů, c) dánských tun, d) Bremských korčáků, e) Frakfurtských malter-ů, f) Hamburgských sudů nových, g) portugiských fanega, h) tureckých kilo, i) španělských fanega, k) würtembergských korčáků?

11. Království české má 904 □ zeměpisní míle; kolik jest to dol. rak. □ mil?

12. Kolik liber celných jest a) 345 lib. bavorských, b) 1368 lib. ruských, c) 2368 lib. švédských, d) 4352 troy-liber anglických, e) 5302 lib. dánských, f) 4586 kilogrammů, g) 3625 starých lib. Hamburgských, h) 5328 lib. pruských, i) 7685 oka tureckých?

13. Sněžka jest 4980 střev. vysoká; kolik to dělá a) metrů, b) yardů, c) střevíců ruských, d) střevíců pruských?

14. Dle vypočítání francouzského mathematika Delambre-a má průměr rovníku 6543624 tois, a osa země 6533154 tois; jaký jest rozdíl obou a) v metrech, b) v rakous. sázích, c) v yardech?

II. Náuka o penězích ražených.

§. 73.

Zlato a stříbro vyměňovali lidé od pradávna za rozličné potřeby, jmenovitě za zboží nejrozmanitějších druhů, neboť kovy mají samy v sobě všeobecně uznanou hodnotu, zakládající se na tom, že zřídka jich příroda poskytuje, že jich člověk v potu tváří z útrob matky země vydobývati musí, že mají pěkný, stálý lesk, že jsou trvanlivy atd. Hodnota zlata a stříbra jest stálá, a mění-li se zdánlivě, jsou toho jiné příčiny, jako výdatnost hutí, opotřebování částek v oběhu obchodním, větší neb menší potřeba aneb zásoba obou těchto kovů a j.

Ze zlata, stříbra a mědi (dříve též platiny) razí se rozličné p e n í z e (mince), které, jak známo, jsou kulaté, mají určitou váhu, písmo, znak nebo jméno, a obyčejně podobiznu toho, kdo je raziti dal. Strana peníze, na které se nalezá podobizna (hlava), jmenuje se s t r a n a l í c n í (avers), a strana, na níž se nalezá buď písmo nebo znak, s t r a n a r u b o v á (revers). Mnohdy jest znak na lícní straně a kolem něho jméno, kdo peníz ten raziti dal, nebo které zemi náleží (nápis, legenda); na straně rubové jest obyčejně udána hodnota peníze, pod touto oddělen přímkou (z á k l a d n i c í) letočet a znaménko mincovné, t. j. v kterém místě peníz tento ražen byl. *)

§. 74.

Hodnota mince záleží na tom, z jakého kovu ražena jest, a jakou má váhu. Váhu mince bez ohledu na to, je-li v ní více nebo méně ryzého zlata, nebo čistého stříbra, tedy váhu mince z hruba jmenujeme s t ř í ž.

Z ryzého zlata aneb z čistého stříbra, jak prvé podotknuto, nerazí se mince, nýbrž se k zlatu přisazuje stříbro a měď, nebo pouze měď jako k stříbru (p ř í s a d a), a sice proto, aby byly větší, tím k obchodu způsobilejší a trvanlivější. Na tom, mnoho-li ryzého zlata nebo čistého stříbra se nalezá v h ř i v n ě, nebo v základní jedničce vůbec (na př.

*) Znaménko mincovné jest jediná písmena na místě celého jména města, v kterém peníz ražen byl. Taková znaménka v mocnářství rakouském jsou:
A na místo: Vídeň.
B „ „ Křemnice.
C „ „ Praha.
D „ „ Štýrský Hradec.
E „ „ Karlův Hrad (Carlsburg).
F „ „ Hall (v Tyrolech).
G „ „ Nagy-Baňya (v Uhřích).

Do roku 1763 razilo se též v Praze. Poslední peníze v Praze ražené jsou krejcary Marie Teresie s letopočtem 1763 a písmenem P.

v celné libře), z níž se mince ty razí, záleží jakost mince. Zrno mince nazývá se váha ryzého zlata nebo čistého stříbra v určité minci. Zrno udává tedy rozdíl stříže a přísady v určité minci. Mincovný ráz nebo mincovné číslo jest zákonem určená váha kovu vyššího, mnoho-li ho totiž v mincovné jedničce (na př. v hřivně, v celné libře) býti musí, kolik peněz se z takové jedničky raziti, a jakou hodnotu jmenovitou každý takový peníz míti má.

Peníze ražené dle rázu mincovného, po zákonu v té neb oné zemi určeného, nazývají se berné nebo mince oběžná (kurant). Mince drobná slouží k vyrovnání mince oběžné při rozličném placení; jest buď stříbrná nebo měděná, avšak hodnota její vnitřní jest vždy menší nežli hodnota jmenovitá.

Základem každé mincovné soustavy jest buď zlato nebo stříbro, t. j. veškeré peníze té neb oné země, nechť jsou z jakéhokoliv kovu, porovnávají se buď se zlatem nebo se stříbrem, což nazýváme ráz zlatý nebo stříbrný. Zlatého rázu se dosud užívá v Anglicku, v Portugalech, v Bremách, v soustátí Severoamerickém, v Brasilii a v Persii, stříbrného všude jinde, jen ve Francouzsku se vedle stříbrného čísla i zlatého a sice v nejnovější době velmi zhusta užívá.

§. 75.

Rozličné země se dosud řídí rozličným rázem mincovným i co do zlatých i co do stříbrných mincí.

Až dosud užívalo se v Německu tří rázů pro zlaté a čtyř pro stříbrné peníze. Na zlaté peníze byl:

1. Ráz dukátový. Tento se zakládal na Rýnokolínské hřivně, (§. 69. Poznamenání) rovnající se 4020 dukátovým as-ům (pro Vídeň), a razilo se z ní 67 dukátů $23^2/_3$-karátových, tedy byl dukát = 60 asům. Dle tohoto rázu se dosud razí císařské dukáty ve Vídni.

2. Ráz pistolový**) se zakládal taktéž na Rýnokolínské hřivně nebo 260 granech ryzého zlata, z níž se 35 kusů razilo. Dosud se ho užívá v Prusích, v Sasích, v Hanoversku a v Dánsku.

3. Ráz Severinův nebo Souverainův*). Severind'or nebo Souveraind'or držel v někdejším království Benátském dle váhy me-

---

*) Piastola jest slovo španělské a znamená kousek, plátek. Piastola jmenovala se zlatá mince španělská rozličné podoby a platila asi 5 tolarů ve zlatě, dle ní se nazvaly později všechny peníze, které platily o málo více nebo méně nežli 5 tolarů, a přidalo se obyčejně jméno toho, kdo je raziti dal, na př.: ve Francii Louisd'or nebo Napoleond'or, v Prusích Friedrichd'or, v Sasích Augustd'or atd. Mimo to jsou dvě-pistoly = 10 tolar.

**) Jméno to pochází prý od sv. Severa. Severind'ory razilo Rakousko jmenovitě pro Brabant v době, když Nizozemsko bylo pod souverainitou rakouskou, tedy v druhé polovici věku 18tého.

trické 113 granů a $32^{10}/_{146}$ setin granu zlata; co do jakosti jest v každém 9 částek zlata a 1 částka přísady.

Na stříbrné peníze byl v Německu dosud:

1. Ráz 20ti-zlatový. Za základ sloužila tomuto Rýnokolínská hřivna čistého stříbra, z níž se razilo 20 zlaťáků. Ráz ten nazývá se též konvenční nebo kurantový. *)

2. Ráz 14ti-tolarový nebo $24^1/_2$-zlatový, dle něhož z Rýnokolínské hřivny čistého stříbra se razilo 14 tolarů po $1^3/_4$ zlatého, anebo $24^1/_2$ zlatého po $^4/_7$ tolaru. **)

3. Ráz Lübekský nebo Hamburko-kurantový. Dle toho se počítá 35 mark-kurant na Rýnokolínskou hřivnu čistého stříbra. ***)

4. Ráz 24ti-zlatový. Dle tohoto se nikdy peníze nerazily, nýbrž jen počítaly; nazýval se též mincovný ráz rýnský a měl tu zvláštnosť, že se dle něho 20 zl. konvenční mince počítalo za 24 zl. V Německu byl ráz ten dosti rozšířen, avšak ustoupil skoro všude $24^1/_2$-zlatovému rázu.

§. 76.

Dne 24. ledna 1857 uzavřela se ve Vídni nová smlouva mincovná na 10 let, ve které na místě hřivny Rýnokolínské uznána byla za jedničku mincovnou libra celná = 500 grammům, její desettisící díl nazván byl as. K této smlouvě přistoupily všechny země německé mimo Meklenburg, Holštýn a Lauenburg, Luxemburg a Limburg, Hamburg, Lübeck a Bremy. Při této změně však bylo podrženo číslo stříbrné, a uzavřeno, aby se z libry celné čistého stříbra razilo 30 tolarů, nebo 45 zlatých, nebo $52^1/_2$ zlatých.

Dle mincovného rázu 30ti-tolarového nebo tak zvaného čísla tolarového razí peníze: království Pruské (mimo zemi Hohenzollernskou), Saské a Hanoverské, kurfürstství Hessenské, velkovévodství Sasko-Weimarské, vévodství: Sasko-Altenburské, Sasko-Gotha, Brunšvík,

*) Ráz tento se zakládal na smlouvě mezi Rakouskem a Bavorskem v rocích 1748—1753 uzavřené. Později k smlouvě té přistoupilo i Sasko, Brunšvicko, Hessensko a svobodné město Frankfurt. Od 30. července 1838 až do 24. ledna 1857 podrželo však pouze Rakousko tento ráz.

**) Ráz 14ti-tolarový stal se v Prusích zákonným od 29. září 1764, dle něho se razilo z Rýnokolínské hřivny čistého stříbra 14 tolarů nebo 21 zlaťáků. Více zemí jihoněmeckých uzavřelo dne 25. srpna 1837 smlouvu, v níž uznaly za mincovný ráz $24^1/_2$-zlatový, avšak už r. 1838 dne 30. července smluvily se severní a jižní země německé a sloučivše ráz 14ti-tolarový se $24^1/_2$-zlatovým prohlásily jej za mincovný ráz německé jednoty celné. Severoněmecké země, jako Prusko, Sasko, Hessen-Kasselsko počítají na tolary, a jihoněmecké země, jako Bavorsko, Würtemberg, Badensko . . . na zlaté.

***) Ráz ten byl zákonem ustanoven r. 1726 pro svobodná města Lübek a Hamburk.

Oldenburg s Birkenfeldem, Anhalt-Dessau-Koethen a Anhalt-Bernburg, knížectví Schwarzburg-Sondershausen a dolejší panství knížectví Schwarzburg-Rudolstadtu, pak knížectví Valdek, Pyrmont, Reuss starší a mladší větev, Schaumburg-Lippe a Lippe-Detmold.

Dle rázu 45ti-zlatového nebo tak nazvaného čísla rakouského razí peníze; císařství Rakouské a knížectví Lichtensteinské. Dle rázu $52\frac{1}{2}$ zlatového č. tak zvaného čísla jihoněmeckého razí peníze: království Bavorské a Würtembergské, velkovévodství Badenské a Hessenské, vévodství Sasko-Meiningen, knížectví Sasko-Koburgské, země Prusko-Hohěnzollernské; vévodství Nassavské, vrchní panství knížectví Schwarzburg-Rudolstadtu, landgrafství Hessen-Homburgské a svobodné město Frankfurt.

Jakosť peníző zlatých a stříbrných, ražených dle uvedených čísel, vyjádřuje se tisícími díly. Ryzé zlato a čisté stříbro se $=$ 1000 tisícdílům ($^{1000}/_{1000}$), 21-karátové zlato nebo 14lotové stříbro rovná se tedy 875 tisícdílům ($^{875}/_{1000}$) atd. *) Za příčinou snadnějšího počítání ve vzájemném obchodě rozličných zemí, které k smlouvě té přistoupily, razí se dva peníze stříbrné spolkové, totiž:

1. Spolkový tolar $= \frac{1}{30}$ celné libry $= 16\frac{2}{3}$ gram. čistého stříbra, platí tolar dle čísla tolarového, nebo $1\frac{1}{2}$ zlatého dle čísla rakouského, anebo $1\frac{3}{4}$ zl. dle čísla jihoněmeckého.

2. Spolkový dvoutolar $= \frac{1}{15}$ celné libry $= 33\frac{1}{3}$ grammu čistého stříbra, platí 2 tolary dle čísla tolarového, 3 zl. dle čísla rakouského a $3\frac{1}{2}$ zl. dle čísla jihoněmeckého.

Ve smlouvě této jest též určeno, že mají takové mince spolkové míti 900tisícdílů ($^{900}/_{1000}$) stříbra a 100 tisícdílů ($^{100}/_{1000}$) mědi. Mimo tyto dva stříbrné peníze spolkové razí se též dva zlaté peníze spolkové, jichž se taktéž v obchodu užívá, a z nichž každý drží 900 tisícdílů zlata a 100 tisícdílů mědi, jsou to:

1. Koruna $= \frac{1}{50}$ lib. celné $= 10$ gram. ryzého zlata, a

2. Půlkoruna $= \frac{1}{100}$ lib. celné $= 5$ gram. ryzého zlata. Počítáme-li zlato 15- až $15\frac{1}{2}$-kráte dráže než-li stříbro, platí koruna 13·50 až 13·95 zl. rak. čís. $=$ 9 až 9 tol. 9 groš. tolar. čís. $=$ 15·45 až 16·16 zl. jihon. čís. Obyčejně se 50 korun $=$ libře zlata.

---

*) Udání taková se zakládají na následujícím: Zlato ryzé má 24 karátů a čisté stříbro 16 lotů, každé z nich $= \frac{1000}{1000}$, tedy 1 karát $= \frac{1000}{1000} : 24 = 41\frac{2}{3}$ tisícdílů, t. j. $\frac{41^2/_3}{1000}$ (pročež 21 karátů $= 41^2/_3 \times 21 = 875$ tisícdílů $= \frac{875}{1000}$). Lot stříbra $= \frac{1000}{1000} : 16 = 62^1/_2$ tisícdílů, t. j. $\frac{62^1/_2}{1000}$ (pročež 14 lotů $= 62^1/_2 \times 14 = 875$ tisícdílů $= \frac{875}{1000}$).

1. Rakouské peněžnictví.

§. 77.

1. Do 1. listopadu 1858 počítalo se v císařství rakouském na zlaté, krejcary a vídenské čísla konvenčního. Zlatý měl 60 kr. po 4 vídenských. Z hřivny Rýnokolínské čistého stříbra se razilo 20 zlaťáků. Mimo to se razily:

a) Zlaté peníze, totiž:
Souveraind'or po 13 zl. 20 kr. konv. čísla,
půl souveraind'oru po 6 zl. 40 kr. konv. čísla,
císařský dukát po 4 zl. 30 kr. konv. čísla,
dvoudukát po 9 zl. konv. čísla.

b) Peníze stříbrné:
lážový tolar po 2 zl. 12 kr. konv. čísla,
lážový půltolar po 1 zl. 6 kr. konv. čísla,
tvrdý tolar po 2 zl. konv. čísla.

Mimo to byly zlaťáky, dvacetníky, desetníky, šestáčky, pětníky a grošíčky.

c) Peníze měděné:
tří- a dvoukrejcar, krejcar, trojník a vídenský.

V zemích rakouských se mimo na číslo konvenční počítalo též až do 1. července 1858 na číslo Vídenské, dle něhož 5 zl. čísla Víd. = 2 zl. čísla konv.

2. Na základě mincovné smlouvy, uzavřené dne 24. ledna 1857, a císařských patentů, vydaných 19. září 1857 a 27. dubna 1858, byla uznána zákonem za mincovnou jedničku libra celná čistého stříbra, z níž se razí 45 zlaťáků, kteréž číslo mincovné v celém mocnářství rakouském 1. listopadu 1858 po zákonu zavedeno bylo. Nový zlatý má 100 stejných dílů (krejcarů, setin) a číslo mincovné se zove číslo rakouské; dle toho se:

100 zl. konv. čísla	=	105 zl. čís. rak.
100 „ Víd. čísla	=	42 „ „ „
100 „ říšského čísla	=	$87^1/_2$ „ „ „
100 „ polského čís. pro Krakov	=	25 „ „ „

Dle čísla rakouského se razí:

a) Peníze zlaté, jako:
koruny, 50 z celné libry $23^2/_3$-karatového zlata,
půlkoruny, 100 „ „ „ „ „ a
dukáty, 144·72 „ „ „ „ „.

Peníze tyto jsou obchodní, podlehají tedy jako každé zboží proměně ceny (na počátku října r. 1867 platilo se za dukát 5 zl. 88 kr. rak. čís. v bankovkách).

b) Peníze stříbrné. K těmto náležejí: peníze zemské, totiž: dvouzlaťák, zlaťák a čtvrtzlaťák čís. rak.; peníze spolkové, totiž: dvoutolar spolkový po 3 zlat. a tolar spolkový po $1^1/_2$ zl. čís. rak.; peníze drobné, totiž: 10ti- a 5ti-krejcar.

Mimo tyto platí za peníz obchodní tak zvaný tolar Levantinský s podobiznou císařovny Marie Terezie, ražený r. 1780.

Následující tabulka udává jakosť, váhu stříže a váhu zrna uvedených peněz zlatých i stříbrných.

Jméno peníze	Jakosť v 1000 dílech	Váh. stříže v nových asech	Váha zrna v nových asech
a) Zlaté peníze:			
Koruna	900	222·222	200
půlkoruna	900	111·111	100
b) Stříbrné peníze kurantové:			
Dvoutolar spolkový	900	740·741	666·667
tolar „	900	370·370	333·333
dvouzlaťák	900	493·827	444·444
zlaťák	900	246·913	222·222
$^1/_4$zlaťák	520	106·838	55·555
c) Stříbrné peníze drobné:			
10-krejcar	500	40·000	20·000
5-krejcar	375	26·667	10.000

c) Peníze měděné: čtyř-, jeden- a půl-krejcar.

Mimo peníze čísla rakouského jsou dosud v oběhu peníze čísla konvenčního, které mají po zákonu následující ceny:

lážový tolar (s korunou)	platí 2 zl.	30 kr.	rak.	čísla,
dvouzlaťák aneb scudo	„ 2 „	10 „	„	„
zlaťák aneb půl scudo	„ 1 „	5 „	„	„
dvacetník rázu novějšího aneb lira austr.	„ — „	35 „	„	„
dvacetník rázu staršího z $9^1/_2$-lotového stříbra	„ — „	34 „	„	„
desetník aneb půl-lira	„ — „	17 „	„	„
pětník aneb čtvrt-lira	„ — „	8·5 „	„	„
grošíček	„ — „	5 „	„	„
šesták	„ — „	10 „	„	„
starý krejcar aneb 5 centesimi .	„ — „	1·5 „	„	„
starý trojník aneb centesimo . .	„ — „	0·5 „	„	„

3. Peníze papírové neboli bankovky platí 1, 5, 10, 100 a 1000 zl. rak. čísla.

2. Peníze zahraničné.

§. 78.

Z následující tabulky patrno, jakých peněz se v rozličných zemích užívá, v jakém poměru jest jejich váha zrna k libře celné, a jakou hodnotu mají dle čísla rakouského:

Jména zemí a běžné tam mince	Kolik kusů na libru mincovnou čistého stříbra?	Hodnota kusu v rak. čísle	
		zl.	kr.
Anglicko[1]): libra šterlinků po 20 šilincích po 12 pence		10	10·51
Badensko, Bavorsko, Frankfurt a Würtemberg, zlatý po 60 kr., po 4 pfennigách	52·5		85·71
Belgicko a Francouzsko[2]): frank po 100 centimes	111·111		40·50
Bremy[3]): tolar Louisd'or po 72 grotech, po 5 svarenech		1	64·29
Církevní stát, scudo po 10 paoli po 10 bajocchi	20·654	2	17·87
Dánsko[4]): říšský tolar po 6 markách po 16 šilincích	39·554	1	13·77
Hamburg[5]) a Lübeck: mark po 16 šilincích po 12 pfennigách mark-kurant . .	75		60
mark-banko . .			75·84
Hanoveransko: tolar po 24 dobrých groších po 12 pfennigách	30	1	50
Holandsko[6]): zlatý po 100 cents.	52·910		85·05
Neapolsko[7]) a Sicilie: ducato po 100 grana, po 100 cavalli	26·152	1	72·07

[1]) V celém britanském království počítá se dle čísla zlatého a mincovnou jedničkou jest pound nebo livre (libra) šterlinků; dříve byla váha ta pouze symbolická, od r. 1816 ale razí se skutečně zlatý peníz v ceně lib., šterlin., totiž sovereigns $=$10 zl. 10·51 kr. r. č.

[2]) Na franky počítá se od r. 1796, nejvyšší jakost zlata i stříbra jest taktéž $^{1000}/_{1000}$.

[3]) Počítají dle čísla zlatého od r. 1763. Piastola, t. j. Louisd'or, Friedrichs-d'or atd. $=$5 tolarům. Stříbro se považuje za minci drobnou.

[4]) Počítá se tak od r. 1814.

[5]) V obchodu menším se počítá od r. 1619 podle mark-kurant, mark-banko jest pouze peníze počítací, nikoliv však ražený, 100 mark-banko $= 126^2/_5$ mark-kurant, nebo 100 mark-kurant $= 79^9/_{79}$ mark-banko.

[6]) Počítá se tak od r. 1816.

[7]) Počítá se tak od r. 1818.

Jména zemí a běžné tam mince	Kolik kusů na libru mincovnou čistého stříbra?	Hodnota kusu v rak. čísle	
		zl.	kr.
Portugalsko[1]: millereis po 1000 reis .		2	24·35
Prusko: tolar po 30 stříb. groších po 12 pfennigách	30	1	50
Rusko[2]: rubl po 100 kopejkách . . .	27·792	1	61·92
Řecko: drachma po 100 leptách . . .	124·091		36·26
Sasko: tolar po 30 nových groších po 10 pfennigách	30	1	50
Sardinsko: lira nuova po 100 centesimi.	111·111		40·5
Severo-americké soustátí[3]: dolar po			7·64
100 cent.		2	7·64
Španělsko: duro (piastr) po 20 real.	21·129	2	12·90
Švédsko: říšský tolar, říšská mince po 100 oere	78·416		57·39
Švýcarsko: frank po 100 rappen . . .	111·111		40·5
Toskansko, lira toskana po 20 soldi po 12 denari	132·187		34·04
Turecko: piastr po 40 para	501.173		8·99

3. Jak se určuje hodnota rozličných peněz dle rázu mincovního?

§. 79.

V praktickém životě se velmi často porovnává hodnota peníze země jedné s hodnotou peníze země jiné; k tomu však vždy zapotřebí věděti, kolik kusů takových peníz se razí z určité jedničky mincovné, a jak se jednička tato má k jedničce jiné, z níž ražené peníze se s oněmi porovnávají.

Při takovémto porovnání se nebéře ohledu ani na výlohy způsobené ražením, ani na cenu přísady (mědi), nýbrž pouze na jakosť zlata neb stříbra, a na to, kolik kusů se z určité jedničky mincovné razí. Je-li dvojí neb vícerá mince téže vnitřní hodnoty, říká se, že mince ty jsou na rovni (pari). Na př.: Z libry celné čistého stříbra = 500 grammům se razí (§. 76.) 45 zl. rak. čís. nebo 30 tolarů neb $52^1/_2$ zl. jihoněm. čísla; za tou příčinou jest v 45 zl. právě tolik čistého stříbra jako v 30 tolarech, nebo jako v $52^1/_2$ zl. jihoněm. čís., t. j. 45 zl. jest na rovni s 30 tolary nebo s $52^1/_2$ zl. jihoněmeckého čísla.

V předešlých §§. udané porovnání peníz rozličných zemí sloužiž zde za měřítko.

[1]) Jelikož jest reis velmi nepatrný peníz, počítá se v obchodu na cruzado nuovo = 480 reis.

[2]) Počítá se tak od r. 1840. První ruble stříbrné dal raziti Alexin Michaelovič a první měděné kopejky Petr Veliký.

[3]) Počítá se dle čísla zlatého, stříbro se považuje za drobné.

Na př. Kolik zlatých rak. čís. jest 118 spolkových tolarů? Spolkový tolar $= 1^1/_2$ zl. rak. čís., tedy:

$$118 \times \left(1 \times \frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{array}{r} 118 \\ 59 \\ \hline 177 \text{ zl. rak. čísla.} \end{array}$$

Kolik spolkových tolarů by bylo 216 zl. r. č.?

$$\left.\begin{array}{l} \text{Spolk. tolar} = 1{\cdot}5 \text{ zl. r. č.} \\ \frac{1}{1{\cdot}5}\text{tol.} = \frac{1{\cdot}5}{1{\cdot}5}\text{ zl.} \\ \frac{10}{15}\text{tol.} = \frac{2}{3}\text{ tol.} = 1 \text{ zl.} \end{array}\right\} \text{tedy } 216 \times \frac{2}{3} = 144 \text{ sp. tolarů.}$$

Cvičení.

1. Kolik zlatých r. č. dělá a) 368 tol. spol., b) 4695 tol. spol., c) 5006 tol. spol., d) 6478 tol. spol.?

2. Kolik tolarů spolkových dělá a) 54 zl. r. č., b) 68 zl. r. č., c) 85 zl. r. č., d) 90 zl. r. č.?

3. Nechť se vyjádří v jihoněmeckém čísle a) 768 zl. r. č., b) 892 zl. r. č., c) 1020 zl. r. č., d) 2686 zl. r. č., e) 362 tol. spol., f) 486 tol. spol., g) 678 tol. spol., h) 742 tol. spol.? (52·5 zl. jihoněm. čísla = 30 tol. spol. = 45 zl. r. č., tedy 1 zl. jihon. č. = $^{300}/_{525} = {}^4/_7$ tol. spol. $= {}^{450}/_{525} = {}^6/_7$ zl. r. č.)

4. Jaké zrno má francouzský 20ti-frank, váží-li $172^2/_9$ 20ti-franku kilogramm ryzého zlata?*)

5. Kolik grammů čistého stříbra jest v spol. dvoutolaru, když jich $13^1/_2$ váží libru (= 500 gram. čistého stříbra)?

6. Z Rýnokolínské hřivny zlata $23^2/_3$-karátového razilo se 67 kusů císařských dukátů; jakého zrna byly ty dukáty, pak-li hřivna Rýnokolínská = 4677 asům nové mincovné váhy?**)

7. Jaké zrno mají pruské Friedrichd'ory, razí-li se jich 35 z Rýnokolínské hřivny zlata $23^2/_3$-karátového?

8. Jaké zrno mají franky, razí-li se jich z 1000 liber celných = 500 gr. × 1000) čistého stříbra 111111 kusů?

---

*) Zrno = váze normalné čistého kovu dělené počtem kusů, tedy zde 1000: $172^2/_9$.

**) Kdyby Rýnokolínská hřivna byla zlata 24-karátového, dělilo by se 67ti do 4677 asů, že však zlato to jest pouze $23\frac{2}{3}$ karátové $\left(\frac{71}{3}\text{ karátů}\right)$, musí se $\frac{4677}{24} \cdot \frac{71}{3} : 67$.

9. Jaké zrno mají řecké drachmy, razí-li se jich z 1000 liber celných čistého stříbra 124091 kusů?

10. Jaké zrno mají dánské říšské tolary, pak-li se jich z 500 liber celných čistého stříbra razí 19777 kusů?

11. Jaké stříže jest pruský tolar v tisícdílech celné libry, razí-li se z této 27 kusů?*)

12. Jakou stříž má anglický sovereign v troygraenech, váží-li 1869 sovereigns 40 lib. (lib. = 5760 troygraenům)?

13. Kolik grammů váží zlaťák 45ti-zlatového rázu, pak-li 49.5 kusů váží libru celnou?

14. Kolik zlatých $52^1/_2$-zlatového čísla vejde se na libru celnou hrubého stříbra, pak-li takový zlatý váží 10·582 gram.?**)

15. Kolik severoněmeckých tolarů se vejde do libry celné hrubého stříbra, pak-li váží tolar 37·03 tisícdílů celné libry?

$$\left(1 : \frac{37{\cdot}03}{1000} = 1000 : 37{\cdot}03\right)$$

16. Španělský piastr má (od r. 1848) vážiti 26·2934 gram. kolik se jich vejde na hřivnu kastilskou? (kastil. hř. = 230·071 gram.)

17. Jak čisté jest stříbro, z něhož se razí tolary spolkové, pak-li se z celné libry hrubého stříbra razí 27 tol. a z téže libry čistého stříbra 30 tol.?***)

18. Váží-li toskánská ruspone (= 40 lire) 10·468 grammu a je-li v ní 10·46 grammu zlata, jak čisté jest to v tisíc-dílech?

$$\left(\frac{10{\cdot}46}{10{\cdot}468} \times 100.\right)$$

19. Z Rýnokolínské hřivny $23^2/_3$-karátového zlata razilo se 67 císařských duk., a) jak čisté jest toto zlato dle tisíc-dílů, b) kolik kusů se vejde do hřivny a kolik do celné libry ryzého zlata?

20. Kolik a) grains troy, b) grammů váží rakouský souveraind'or ve stříži, pak-li 44·1253 souver. váží celnou libru?

21. Jak čisté jest stříbro dvoutolarů spolk., počítá-li se jich 15 kusů na libru celnou čistého a $13^1/_2$ na lib. celnou hrubého stříbra?

22. Mnoho-li platí gramm čistého stříbra v rakouském čísle, platí-li 500 grammů čistého stříbra 45 zl. r. č.?

23. Anglický šilink váží 5·231 gram. čistého stříbra, mnoho-li platí v rak. čísle?

---

*) Stříž = váze normálné hrubého kovu dělené počtem kusů, tedy zde 1000 : 27.

**) Počet kusů = počtu grammů, graenů atd., kolik jich jeden kus váží, dělenému střížem, tedy zde 500 : 10·582.)

***) Jakosť kovu = zlomku, jehož čitatel jest buď zrno mince nebo počet kusů, které se razí z hrubé hřivny, a jehož jmenovatel jest buď stříž nebo počet kusů, které se razí z čisté hřivny, zlomek ten se pak násobí číslem, jímž se obyčejně čistý kov vyjádřuje, tedy zde $^{27}/_{30} \times 1000$.

24. Mnoho-li platí gramm ryzého zlata, pakli 50 korun váží 500 grammů čistého zlata? (koruna = $13^4/_5$ zl.)

25. Kolik zlatých rak. čísla platí a) 25, 64, 100 badenských zlatých, b) 12, 16, 28, 65 drachem, b) 100, 264, 385, 569, 713 franků, d) 126, 500, 684, 915 severoamerických dolarů, c) 14, 32, 56, 100 holandských zlatých, f) 365, 894, 1000, 1680 hamburských markobank a mnoho-li marko kurant, g) 10, 23, 48 švédských tolarů říšských, h) 1320, 6385, 7649 tureckých piastrů, i) 16, 45, 60, 84 rublů, k) 48, 95, 23 lib. šterlinků?

26. Kolik franků platí a) 56, 100, 240, 786, 1000 zl. r. č., b) 32, 68, 93, 115 rublů, c) 18, 29, 76 lib. šterlinků; d) 360, 485, 500 pruských tolarů, e) 34, 86, 268, 506 Bremských Louisd'orů; f) 46, 53, 91, 105 portugalských millereis, g) 368, 535, 769, 1000 španělských duro?

4. Jak se určuje hodnota peněz dle měny (kursu)?

§. 80.

Peníze zlaté a stříbrné jsou zboží, a hodnota jejich se mění jako hodnota každého zboží. Měnitelná hodnota těchto peněz nazývá se též měna nebo kurs, který jest tím větší, čím větší jest buď poptávka po oněch penězích, anebo čím více klesly v hodnotě peníze ty, za které se zlato neb stříbro vyměňuje (bankovky). Mimo tyto měny peněžné jsou známy ještě měny směnečné, t. j. měny papírů hodnotu peněz majících, jako jsou směnky (státní papíry, akcie a j.).

Při měně směnečné rozeznáváme dvojí peníze, jedny jsou stálé a druhé měnitelné. V Rakousích se od 2. listopadu 1858 považuje 100 n. př. jihoněm. zlatých, franků atd., vůbec peněz cizího čísla, za číslo stálé, a naproti tomu se hodnota rak. čísla mění, jen pro Londýn se béře 10 liber šterlinků za číslo stálé. Na př. za 100 Hamburských mark banko platí se ve Vídni jednou 80, po druhé 82, po třetí $84^1/_2$ atd. zlatých rak. čísl., 100 mark-banko jest číslo stálé, a 80, 82, $84^1/_2$ zl. r. č., t. j. rakouské číslo měnitelné.

Vyměňují-li se peníze stříbrné za peníze papírové, anebo zlaté za stříbrné neb papírové, t. j. peníze hodnoty vyšší za peníze hodnoty nižší, dává se na peníze hodnoty nižší nádavek čili láže.*) Tato se udává buď na kusu nebo ze sta, na př.: Spolkový tolar platí 1 zl. 50 kr. r. č., dá-li se však za něj 1 zl. 70 kr. r. č., patrno, že 20 kr. se dá nádavkem. Ze sta by se taková láže určila pomocí násobení, totiž: na 1 tolar se přidává 20 kr., tedy na 100 tolarů 20 kr. $\times$ 100 = 20 zl., tedy $20^0/_0$.

*) Láže = agio znamená „pohodlí", a vzala svůj počátek ve Vlaších, kde si penězoměnci od cestujících nechali dávati nádavek na vlaské peníze zlaté, které cestujícím byly pohodlnější nežli přinešené tam peníze buď zlaté, buď stříbrné, ale cizé.

Cvičení.

1. Kdosi půjčil druhému 256 zl. ve stříbře; mnoho-li musí od něho dostati v penězích papírových, pak-li 100 zl. ve stříbře = 118 zl. v bankovkách?

2. Kdosi koupí v Berlíně zboží za 3584 pruských tolarů; mnoho-li musí za ně platiti v bankovkách r. č., pak-li 100 tolarů = 170 zl. r. č.?

3. Kdosi vyplácí ve Vídni zboží Hamburskými marko-banko, má za ně dáti 3480 zl.; mnoho-li marko-banko musí dáti, pak-li 100 marko-banko = 78 zl. r. č.?

4. Na kolik % koupil kdosi císařské dukáty (po 4 zl. 30 kr. konv. čísl.), dal-li za dukát a) 4 zl. 56 kr. konv. čísla, b) 5 zl. konv. čísl., c) 6 zl. 10 kr. r. č., d) 6 zl. 22 kr. r. č.?

5. Kdosi má zaplatiti 368 kusů císařských dukátů; mnoho-li musí dáti a) Napoleond'orů (Napol. = 8 zl. 70 kr. r. č.), b) Friedrichd'orů (po 9 zl. 10 kr. r. č.), c) anglických souvereign-ů (po 10 zl. 10·5 kr. r. č.), d) rakouských korun (po 13 zl. 60 kr. r. č.)?

6. Platí-li se za 4220 lire sardinských 1709 zl. 48 kr. r. č., jaký jest kurs mezi Vídní a Turinem (t. j. kolik zlatých rak. čísla = 100 lire)?

7. Jaká byla láže, platilo-li se za 567 zl. ve stříbře $659\frac{1}{2}$ zl. v bankovkách?

8. Kdosi koupil v Paříži zboží za 4362 franků 28 centimes-ů; jaký byl kurs mezi Paříží a Vídní, platil-li za ně 1893 zl. 50 kr. rak. čísla?

9. Kdosi koupil v Lipsku zboží za 3568 tolarů; dá-li 8% láže, mnoho-li musí zaplatiti v bankovkách rak. čísla?

10. Kdosi má zaplatiti 825 lib. šterlinků, dá za to 352 kusů císařských dukátů po 5 zl. 16 kr. r. č., 634 tolarů spolk. po 1 zl. 72 kr. r. č.; mnoho-li má ještě platiti a) v librách šterl., b) v bankovkách r. č.?

11. Kdosi zaplatil za 12 lib. šterl. 123 zl. ve stříbře, mnoho-li by musil dáti v bankovkách, mělo-liby stříbro $14\frac{1}{2}$% láže?

12. Do Stuttgartu prodal Vídenský kupec zboží za 6782 zl. r. č., mnoho-li zlatých jihoněmeckých za ně dostal?

Obsah.

Částka třetí.

Dělitelnost čísel.

Částka čtvrtá.

Počítání zlomky obyčejnými.

Částka pátá.

Počítání čísly desetinnými.

Částka šestá.

Jednoduché poměry a srovnalosti.

Částka sedmá.

Míry, váhy a mince.

Omyly.

Na stránce:	řádek:		na místě:	má býti:
1.	6.	shora	č.	t. č.
24.	16.17.	zdola	26389 6534	26389 6534
79.	1.	shora	(*	*(
—	6.	"	§ 13.	§ 40.
100.	4.	zdola	0·234	0·234.