Měřictví a rejsování

od

Františka Šandy.

Část první.

Rejsování měřických tvarův v ploše a měření v jedním rozměru.

Se **109** vyobrazeními *v dřevotisku* a pěti tabulkami s **49** vyobrazeními *v kamenotisku.*

Cena: Nevázané 72 kr., v tuhé vazbě 80 kr.

V PRAZE.

Nakladatelé: Kober & Markgraf.

1859.

Tiskem Rohlíčka a Sieverse v Praze 1859.

Předmluva.

Měřictví a rejsování jsou klíčem k technickým študiím a obsahují zajisté první stupeň náuk technických; kam koliv se jen ohledneme, všude se musí něco *měřiti* a nebo *rýsovati*. Jmenovitě ale začátečník se musí v obou těchto předmětech dříve poněkud porozhlednouti, chce-li z technické literatury něco praktického pro svůj život získati. S jakým namáháním a pachtěním se n. p. mladíci v měřictví a rýsování necvičení přiučují fysice, mechanice a nebo stavitelství, dobře vědí ti, kteří příležitost měli, předmětům těm vyučovati; tu a onde se musí něco z měřictví vytrhnouti a k lepšímu vysvětlení jiného předmětu použiti, tam se zase něco začalo a pro nedostatečnou přípravu v rýsování se to náležitě ani vysvětliti nemůže, a tak to překáží krok za krokem. Ovšemť že má měřictví i rýsování z počátku něco na pohled nepraktického a proto snad také posud u nás tak zanedbáváno bylo; než co na plat, ono učí technickým náukám rozuměti a ukazuje cestu, jak se má dále jíti: onoť hlavně učí technickou řeč znáti a musí se proto od základu, t. hned od A začíti. Chce-li totiž někdo technické spisy čísti, jakž porozumí mathematickému pojednání, když snad ještě ani té práce nepodstoupil, naučiti se počátkům počtářským, ba ani snad cifry nezná? V naší literatuře jsme až posud bohužel ani jediného takového spisu neměli, který by byl začátečníka aspoň částečně s měřictvím a rýsováním seznámiti a tak mu další technická študia ulehčiti mohl; půda

byla nepřipravena a proto se zdál i sebe lepší technický spis našim mladíkům nesrozumitelným, t. j. těžkým. To mne hlavně pohnulo, že jsem se odhodlal sepsati dílo o měřictví a rýsování, z něhož tuto první, o sobě celek uzavírající část, našemu technickému obecenstvu podávám. Způsob a pořádek, jakého jsem se držel, snad mnohého překvapí, kdo uvykl v měřických spisech jenom suché „Lehrsatz“ a „Beweis“ čísti; já však víceletou skušeností toho přesvědčení nabyl, že se měřictví z počátku nedá od rýsování děliti, má-li realním študiím a jmenovitě řemeslníkovi posloužiti, t. j. tak posloužiti, aby k nějaké rozumné samostatnosti a k jakési obratnosti dospěti mohl.

Učitely, kteří měřictví a rejsování na reálkách a nebo na průmyslových školách vyučují, mohu ubezpečiti, že žáci tímto spůsobem nejen znamenitý pokrok v měřictví a rýsování činí a velmi rádi se učí, nýbrž že se též k mechanice, stavitelství a konstruktivnímu rýsování přirozeně a takřka hravě připravují, poněvadž se jim tu podávají věci ze života a pro život.

Žáci z reálek do praktického života vstupující měliby vůbec tolik technických vědomostí s sebou přinésti, aby těm, kteří reálku študovati příležitosti neměli, poraditi a vzorem býti mohli; k tomu je ale ovšem více třeba, než jednotlivá místa toho a neb jiného předmětu nazpamět a k tomu ještě řečí nesrozumitelnou odříkávati. Pro pouhou formu se nemá a nesmí věc zabíjeti!

Též myslím, že kameník, truhlář, zedník, řezbář, mlynář a mnozí jiní řemeslníci, kteří často ke kružítku a měření své útočiště bráti musí, v spisu tomto upřímného rádce najdou, zvláště budou-li čísti a hned také rýsovati.

V Košicích dne 1. ledna 1859.

František Šanda.

Tvary měřické v ploše.

Body a čáry.

1. Netřebať ani dokazovati, že velmi prospěšné jest, když se stavby, rozličné stroje, ano i lepší nářadí, dříve než-li se k jejich zhotovení přikročí, narýsují a ve výkresu náležitě posoudí, aby se tak všechny míry a podrobnosti již napřed zevrubně udati mohly. Řemeslník se potom může udanými ve výkresu mírami snadno říditi a nemusí teprv zkoumati, t. j. mnoho dříví, kamení, železa atd. zbytečně kaziti a při tom čas zbůhdarma mařiti.

Ode dávna si proto řemeslníci tak zvané plány čili rysy na papíře nebo na plátně dělávali, chtěli-li něco dokonalejšího na jisto, beze všeho bourání a opravování udělati, byloť ale málo těch vyvolených, kteříby takovýmto výkresům byli rozuměli, poněvádž si je zhotovil každý dle svého rozumu, jak sám chtěl a uměl, neohlížeje se při tom na jiné. Teprv v novějším čase, a to jmenovitě přičiněním *francouzských učencův*, byly jisté zákony vyhledány, dle kterých se každý předmět tak narýsovati může, že si pomocí výkresů

každý, má-li v měřictví a rýsování jen nějakých vědomostí, nejen tento předmět představiti, nýbrž i vyměřiti dovede.

Narýsované tvary musí tedy tak zařízeny býti, aby se z nich každé položení a každá velikost předmětu náležitě rozeznati mohla; všechny při tom užívané čárky a puntíky musí proto jakousi oku srozumitelnou řečí býti, poněvadž se z výkresu poznati má, které částky přímo proti nám leží, které zakryté jsou aneb které jen ze strany vidíme.

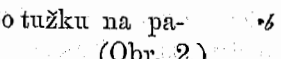
Tak n. p. dotkneme-li se pérem nebo tužkou papíru, křídou tabule, atd., vznikne malé znaménko, které se *bodem* nazývá; takovéto znaménko nám představuje obraz nějaké malinké hmoty, jako n. p. písku*). Má však takto udělaný bod ještě něco hmoty, kterou učiněn byl, na sobě; jest tedy poněkud dlouhý, široký a tlustý, sice bychom ho ani viděti nemohli. Pravíme, že jest to *bod hmotný* čili tečka.

Nejčastěji však takto udělaný bod jen místo nějaké značí, na mapách n. p. místo, kde se město neb nějaká vesnice nachází a jest tedy obrazem jiného bodu, o kterém hlavně v měřictví řeč jest a který se *bodem mathematickým* jmenuje. Čím menší bod hmotný uděláme, tím více se podobá bodu mathematickému a tím přísněji jest také místo vyznačeno.

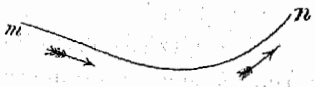
Bod matematický nemá žádné šířky ani délky a tlouštky, nemá tedy žádného rozměru a nemůže se proto zvětšiti ani zmenšiti; z té příčiny se může jeden od druhého jen tím lišiti, že se na jiném místě nachází. Má-li se věděti, o kterém bodu právě řeč jest, obdrží aby se na něj ukazovati nemuselo,

*) Pouště a Písečnatá místa se znamenají na mapách malými body.

každý svou známku; tak n. p. zahradník, nasázev semena do země, dá ke každému kolíček s nápisem. Na silnici se zvláštní místa kamenem aneb nějakým sloupem vyznačí a na papíře se body tím znamenají, že se ku každému buď malé neb velké písmeno naší abecedy napíše Řeknu-li tedy: bod *a* (obraz 1.) byl nejprvé, potom (Obr. 1). bod *b* a konečně bod *c* udělán, jest pořádek, v kterém ty body učiněny byly, úplně znám.



Pohybujeme-li špičku péra nebo tužku na papíře od jednoho bodu k druhému (Obr. 2.) tak, aby všude znatelnou stopu po sobě zůstavila, vzniká *čára* čili linie, n. p. v obraze 2. vedeme-li tužku od bodu *a* až k *b*, nebo od *m* až k *n*. Čára jest tedy naznačení cesty a směru, kudy se nějaký bod pohyboval a má proto jen *jeden rozměr*, do délky totiž.



Ptám-li se na cestu z Prahy do Vídně, myslím na *směr*, kudy ta cesta vede, buď přes Brno aneb přes Budějovice a potom také na její *délku*. Dráha, kterou vystřelená koule až k terči proletěla může se jen *do délky* změřiti.

Tužkou neb jinou látkou udělaná čára má ještě něco hmoty na sobě, která k papíru přilnula; jest to tedy *čára hmotná*. Čím jemněji ji však uděláme, tím více se přiblížíme k čáře *mathematické*, kterou si beze vší hmoty, tedy bez tloušťky a šířky představiti třeba. Patrnoť tedy, že si čáru mathematickou jen mysliti můžeme, viděti jí však a neb něčím udělati ji nelze.

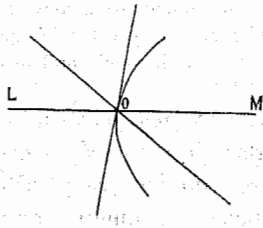
Bod, v kterém jsme čáru začali, slove bod *začátečný* a onen, v kterém jsme ji ukončili, bod *konečný*; oba dohro-

mady jmenujeme *krajními body*. Známe-li oba krajní body, tedy začátek i konec čáry, známe nejen směr ale i celou její délku a tu pravíme, že jest čára *obmezená*; neznáme-li však *obou* krajních bodů, n. p. jenom bod začátečný, konečný ale ne, tu jest čára na jedné straně neukončená čili *neobmezená*, jako jsou n. p. dráhy některých komet.

Aby se čáry pojmenovati mohly, musíme je něčím poznamenati a to se stává nejpohodlněji, když písmena při koncích postavená vyslovíme, n. p. v obr. 2. čára *ab*, nebo čára *mn*. Také se ale čáry jen jedním písmenem znamenati mohou, zvláště nejsou-li oba krajní body dost přísně určené; tu se však musí písmeno na čáru a ne ku krajnímu bodu postaviti.

3. Podrží-li pohybující se bod od začátku až ku konci jeden a tentýž směr čili zaměření, slove čára tak vzniklá *čára rovná*, *přímá* aneb jen z krátka *přímka*, n. p. čára *ab* v obraze 2.

(Obr. 3.)

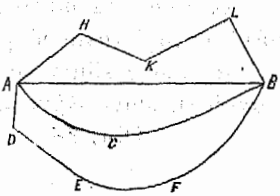


Jedním bodem však není směr ani délka přímky určena, jelikož se skrze jeden bod nesčíslné množství přímek, velkosti i směrů rozličných, vésti může jak to n. p. obr. 3. ukazuje. Dvěma body jest však *směr* přímky úplně dán (od jednoho k druhému) a jsou-li tyto dva body krajními body, jest *směr* i *délka* známa.

Mluví-l se o vzdálenosti dvou bodů, rozumí se vždycky přímka oba body spojující; řekne-li kdo v Praze, že bude cestovati přes Drážďany, známe tu konec jeho cesty, t. j. délku? Zde známe jenom směr; řeknu-li ale, že jest z Prahy do Brna po železné dráze 34 míle, tu znám směr i délku cesty, po kteréž pojedu. Co tu představují Praha a Brno? Poznám tuto vzdálenost, řeknu-li že jest dráha 3 sáhy široká?

Na čáře se může tedy jen délka měřiti).*

Mění-li pohybující se bod směr svůj jen někdy, vznikne čára *lomená* čili *klikatá*, která vlastně nic jiného není než-li z více přímek směru rozličného složená čára n. p. v obr. 4. čára AHKLB. Jestliže ale pohybující se bod směr svůj na pořád mění, opíše *čáru křivou* čili *křivku* n. p. v obr. 2. čára *mn*. (Obr. 4.)



Při pojmenování těchto dvou posledních čar se musí k tomu přihlížeti, aby u každého zvláštního zatočení písmeno postaveno bylo; potom se celá čára pojmenuje, když všechna písmena od začátku počínajíc za sebou vyslovíme. Řeknu tedy: čára AHKLB v obr. 4. jest klikatá, čára ale ACB jest křivá. Jestliže se na takové poznamenání pozor nedá a jen krajní body se vysloví, bude se často přímka oba krajní body spojující vyrozumívati a nikoliv čára klikatá nebo křivá, jak to i z obr. 4. viděti jest.

Každý ví ze zkušenosti, že jest rovná cesta ta nejkratší a protož pohybující se bod, má-li se tou nejkratší cestou ku konci dostati, přímku opsati musí; křivka ACB (obr. 4.) i lomené a smíšené čáry AHKLB a ADEFB jsou delší než přímka AB.

---

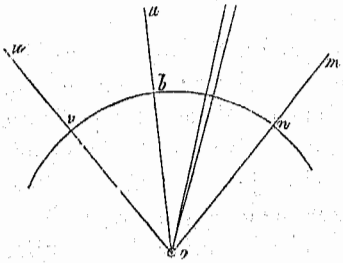
*) Zde jest příležitost v rejsování přímých čar žáky náležitě cvičiti; a) od jednoho bodu k druhému b) skrze daný bod směrem rozličným a asi 4″ dlouhých, nejlépe od ruky.

Přímka jest tedy ta nejkratší čára, která se od jednoho bodu k druhému vésti může; z toho však následuje, že se mezi dvěma body *jen jedna* přímka vésti dá, křivých ale aneb klikatých libovolné množství*).

4. Položení může míti přímka rozličné a dle toho dostává také i rozličné pojmenování; má-li n. p.

α) směr šňůry, na které nějaké závaží visí (tak zvaná olovnice), slove *čára prostopádná* čili *svislá*(vertikální). Taková čára směřuje k středobodu země a proto musí svislé přímky na rozličných místech, zvláště ale na místech od sebe vzdálených, směr rozličný míti, n. p. v obr. 5., představuje-li křivá čára *vbn* část zeměkoule a o její ostředobod. Všechny svislé přímky na celé zemi se tedy v středobodu země sbíhají.

(Obr. 5.)



(Obr. 6).

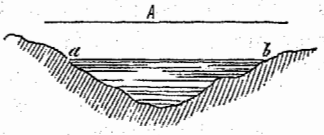
Při stavbě se řídí zedníci skutečnou svislou přímkou, t, j. olovnicí; kámen a každé jiné s hůry dolu hozené těleso se pohybuje následkem své tíže směrem svislým. Na papíře neb tabuli se rejsují svislé přímky zároveň s hranou po šířce dolů a nesmí se ani v levo ani v pravo kloniti, jako n. p. v obraze 6. přímka *ab*.

β) Má-li přímka směr čili polohu tiše ležící vody, slove *vodorovná* čili *horizontální;* poněvádž ale povrch vody svůj směr nezmění třeba i nádoba, v které se nachází, nakloněná byla, nesmí se také vodorovná přímka ani na horu ani dolů kloniti n. p.

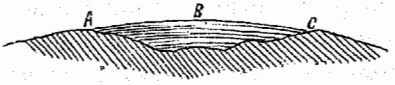
*) Na mapách se znamenají čárami cesty, silnice, dráhy železné a řeky, neboť se tak jejich směr i délka nejlépe vyznačí.

obr. 7. přímka A. Znamenati však sluší, že se povrch vody jen v malé vzdálenosti co rovný považovati může, jako n. p. v rybníce, na talíři, ve sklenici, atd. neb je-li povrch tento příliš rozsáhlý, jako n. p. na jezeru neho v moři, bude míti jako ostatní povrch země polohu křivou, jako to z obr. 8. nahlédnouti lze.

(Obr. 7),



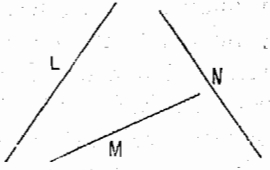
(Obr. 8.)



Na papíře neb na tabuli se rýsují vodorovné přímky zároveň s hořejší nebo se spodní hranou po délce, od levé k pravé straně.

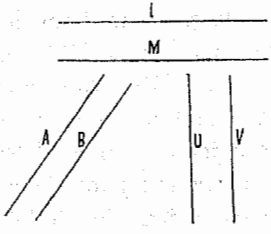
γ) Jestliže se přímka k některé straně kloní, tak že ani svislá ani vodorovná není, tu se jmenuje *přímka šikmá*, jako n. P. v obr. 9. přímky L, M a N.

(Obr. 9.)



δ) Přímky tentýž směr mající běží vedle sebe všude v stejné vzdálenosti a nemohou se tedy nikdy sejíti; takové přímky slovou *rovnoběžné přímky* a neb krátce *rovnoběžky*, n. p. přímka I. obr. X., jest rovnoběžná s M, též řeknem, že jsou A a B rovnoběžky rovněž jako U a V.

(Obr. 10.)



Směr mohou míti rovnoběžky, jak již z obrazu vysvítá, svyslý, vodorovný anebo šikmý, jen když jsou všude od sebe stejně vzdálené; ano i křivé čáry mohou rovnoběžné býti, jak to u kolejí železné dráhy vidíme.

K naznačení rovnoběžnosti se se užívá znaménka ||, které se čte: „jest rovnoběžný"; mohu tedy napsati: A || B, též U = V, a to se vysloví: A jest rovnoběžná s B, U jest rovnoběžná s V.

ε) Dvě přímky směru rozdílného, které se na jedné straně sbíhají, na druhé rozbíhají, jsou nerovnoběžné; dosti prodloužené ale v některém, třeba i dosti vzdáleném bodu se sečí čili protínají obr. 6. Bod tento se jmenuje *bod průsečný* nebo *průsečník* a jest to ten jediný bod, který dvě přímky společně míti mohou; neboť jest patrno, že mají-li dvě přímky více než jeden bod společně, zároveň tentýž směr míti musí, a tu padnou na sebe, t. j. budou se krýti. Čím méně se dvě přímky sbíhají, tím vzdálenější bude také jejich průsečník a bude-li bod tento příliš daleko, budou se i směry obou přímek jen málo od sebe lišiti, takže rozdíl ten ani k pozorování nebude. Totoť jest hlavně příčinou, proč se v praktickém životě svislé přímky, zvláště nejsou-li daleko od sebe jako n. p. na papíře, na tabuli a. t. d., za rovnoběžné považují; ony nejsou více rovnoběžné, jak již vysvětleno, sejdou se ale po 3 millionech sáhův a my tedy rozdíl jejích směru bez pomocí zvláštních nástrojů ani pozorovati nemůžeme.

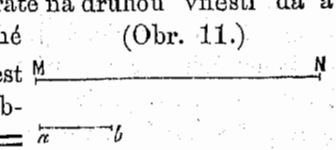
5. *Měření čar.* Porovnáme-li dvě čáry spolu k tomu účelu, zdali stejně nebo nestejně dlouhé jsou, a neb o mnoho-li jedna z nich delší jest než-li druhá, právíme, že je měříme; z toho, co jsme v 3. o čárách pověděli, vysvítá, že se čáry jen do délky měřiti mohou. Jsou-li dvě přímky stejně dlouhé, musí se na sebe položené byvší, krýti, t. j.

jejích krajní body padnou na sebe a na opak řekneme, kryjí-li se dvě přímky, musí býti sobě rovny. Aby se tato stejnost krátce naznačila, užívá se v měřictví znaménka $=$, které se čte: *jest roveň*, a nebo: *rovná se*. Můžeme tedy napsati: A $=$ B, je-li totiž v obr. 10. přímka A rovna přímce B, a to se potom musí čísti: *přímka A se rovná přímce B.*

Má-li se však vyznačiti, že dvě čáry a neb jiné věci ne sice docela, nýbrž jen přibliženě, t. j. s nepatrným rozdílem sobě rovny jsou, dělá se nad znaménko rovnosti ještě tečka; jestliže se tedy v obraze 10. obě přímky L a M jen přibliženě rovnají, musím psáti: L $\doteq$ M a budu čísti: L jest skoro tak velká jako M. Tímž způsobem mohu napsati: $2^0 \doteq 5$ kroků, t. j. délka dvou sáhů jest s malým rozdílem tak velká jako 5 kroků.

Nestejnost se znamená obyčejně znaménkem $>$ tak, že se rozevřením k tomu většímu postaví; ab $>$ cd se bude tedy čísti: *ab jest větší než cd.* Neví-li se však s jistotou která z dvou čar větší jest, tu se postaví znaménko to dvakráte, rozevřením i špičkou ku každé čáře zároveň, n. p. mn $\gtrless$ uv, a to se čte: mn jest *buď menší a nebo větší* než uv.

U nestejných přímek nemohou oba krajní body jedné přímky na krajní body druhé padnouti; může se ale státi, že se délka jedné přímky vícekráte na druhou vnésti dá a tu pravíme, že jest první v druhé (Obr. 11.) obsažena, n. p. v obraze 11. jest přímka ab v MN čtyrykráte obsažena, tak že se může psáti: MN $=$ 4. *ab.* Čára ab se tu vzala takřka za jedničku čili za míru a udalo se, kolik takových jedniček přímka MN obsahuje. Kdybychom porovnávali jinou přímku co jedničku s MN, našli bychom ovšem poměr jiný, a takovéto poro-



vnávání se jmenuje hlavně měřením; přímka MN zde byla n. p. měřena měrou ab.

Rozumí se samo sebou, že můžeme k takovémuto měření jakoukoliv délku za jedničku vzíti, jenom se na to dbáti musí, aby za jedničku vzatá byvši, od počátku až do konce práce měrou zůstala a potom, aby její velkost známá a přísně ustanovena byla.

V obecném životě jest již zákonem jakási délka za *délkomíru* ustanovena a ta slove potom v té zemi, pro kterouž předepsaná jest, *míra zemská;* v této zemi se napotom jen takových měr smí užívati, které se s měrou zemskou úplně shodují, což se na nich buď vypálením anebo vtlačením státního znaku poznamená. V rakouských zemích jest pro menší délky *sáh* (o) za jedničku ustanoven; šestý díl sáhu slove *střevíc* čili *stopa* (′) a dvanactý díl tohoto *palec* (″), který se opět na 12 *čárek* (‴), každá na 12 *bodů* (⁗) rozděluje.

Takovéto rozdělení sáhu a menších jeho dílův slove *rozdělení dvanáctinné* na rozdíl od jiného, v kterémž se sáh na 10 střevíců, střevíc na 10 palců, palec na 10 čárek, a t. d. rozděluje a jenž *rozdělení desitinné* slove*.)

Pro větší délkomíry se užívá *míle,* která opět v rozličných zemích rozličná jest; rakouská míle má 4000 sáhů (rakouských), zeměpisní míle však jen 3905·89°. Ve vědeckých spisech se užívá velmi zhusta *míry metrické* s rozdělením desitinným; 1 metr jest 10,000000vý díl čtverníku a jest o něco delší než půl sáhu **). Pro menší délky se berou

*) Tohoto rozdělení se užívá v praktickém měřictví k vůli pohodlnějšímu počítání.

**) 1 metr = 3·1635 stop.

jeho desitinné částky, což se předkládáním latinských slov vyznačuje, z nichž deci značí 0·1 metru,

centi „ 0·01 „ ,
milli „ 0·001 „ .

Zvětšování metru se děje předkládáním řeckých slov, z nichž

deka značí 10 metrů,
hekto „ 100 „ ,
kilo „ 1000 „ .

Při psaní, vyslovování a počítání poskytuje toto rozdělení mnohých výhod; tak se n. p. 317·84 metrů, může vysloviti: 3 hektometry, 1 dekametr, 7 metrů 8 decimetrů a 4 centimetry, anebo: 317 metrů a 84 centimetrů.

V následující tabulce jsou známější délkomíry s rakouskou porovnány:

1 rakouský střevíc čili stopa má	12·000	palců	rak.
1 pruský „ „ „ „	11·914	„	„
1 anglický „ „ „ „	11·572	„	„
1 metr „ „ „ „	37·961	„	„
1 rakouská míle má „ „ „	4000·00	sáhů	rak.
1 zeměpisná „ „	3912·47	„	„
1 pruská „ „	3971·45	„	„
1 anglická „ à 1760 gardů	848·52	„	„
1 stará franzouzská	2343·30	„	„
1 ruská míle čili verst	562·46	„	„ *)

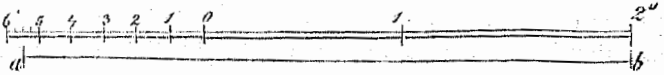
6. V rýsování se však nemohou skutečné délky těchto měr ani na papíře ani na tabuli, leč jen ty menší a to ještě zřídka

*) Výška koňů se počítá na pěstě, a tu jest jedna pěst 4".

upotřebiti; obyčejně se jen jisté jejich částky na papír vnaší a ty se potom jako skutečné míry rozdělují.

Tímto způsobem jest možná i dosti velké předměty n. p. celé státy na malém jen papíře vyobraziti *(mapy)*, poněvadž zde všechny rozměry zmenšené jsou; délka, jenž v takovémto výkresu skutečnou délku n. p. jednoho sáhu představuje, slove *sáh zmenšený* a náležitým rozdělením (buď dvanactinným nebo desitinným) obdržíme z něj snadno i zmenšené střevíce, zmenšené palce, a. t. d. Číslo, které vyjádřuje, kolikátý díl každá délka ve výkresu přináležející skutečné délky jest, slove *poměr zmenšení*; vneseme-li tedy n. p. místo každé skutečné délky jen její 72. díl na papír, tu bude poměr zmenšení $^1/_{72}$ a v té případnosti bude skutečný sáh ve výkresu jen $^1/_{72}$ t. j. jeden palec obnášeti. Říká se tu obyčejně: *zmenšený sáh jest palec dlouhý*, anebo: *jeden palec se vzal za sáh*". Vneseme-li tedy délku jednoho palce na papír, rozdělíme ji na 6 dílů, tu obdržíme zmenšený střevíc a dvanáctý díl tohoto bude zmenšený palec. Rozumí se samo sebou, že i tento zmenšený střevíc a zmenšený palec pouze 72. díl skutečného střevíce a palce bude.

(Obr. 12.)



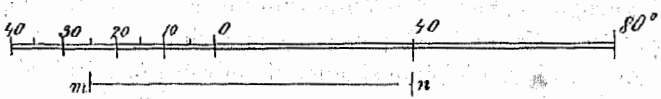
S takovýmto rozdělením opatřena přímka (obraz 12.) slove potom *zmenšené měřídko* neb jen krátce *měřídko* (Massstab) a slouží hlavně k tomu, abychom v rychlosti jakoukoliv délku výkresu v její skutečné délce poznali; přímka *ab* n. p. bude dle právě udaného měřídka v skutečnosti

2° 5′ 6″ dlouhá. — Narýsuj dle tohoto měřídka přímku 4° 2′ 8″! Narýsovati se však měřídko teprv tenkráte může, když je poměr zmenšení dán; ten jest ale dle okolnosti rozličný, Zedníci n. p. musejí tak velké výkresy (stavitelské plány) míti, aby nejen rozměry světnic, chodeb, oken, a t. d., ale i tloušku jednotlivých zdí dokonale z plánu poznati mohli, a tu se nesmí než na nejvýš 10 stop na jeden palec vzíti. Obyčejně se béře 1° na jeden palec, tak že jest potom každá délka v plánu jen 72 díl skutečné délky.

Má-li se však více stavení zároveň, jako n. p. nějaká vesnice nebo město narýsovati (*plan situační*), tu se musejí rozměry více zmenšiti aneb jak se v obecném životě mluví, výkresy takové musí býti v menším měřídku, jelikož by se nám to všechno na jeden list nevešlo. Zde chceme ale ještě všechny rozměry jednotlivých stavení, ulic a náměstí rozeznati a proto se béře nejméně 10 na nejvýš ale 100 sáhů na jeden palec; nejčastěji se brává 40° na 1 palec, tak že každý palec ve výkresu délku 40° = 2880″ představuje.

Poměr zmenšení jest v této případnosti $^1/_{2880}$, a představuje-li obr. 13. takové měřídko, bude n. p. délka ulice *mn* 40° + 20° + 5° = 65°.

(Obr. 13.)



Mapy okolí měst neb menších krajů (tak zvané topografické mapy) mají 200 až i 2000° na jeden palec. Jaký tu bude poměr zmenšení? Zač platí jeden palec na mapě,

je-li tam poměr zmenšení $^1/_{144000}$? a zač, je-li poměr zmenšení $^1/_{288000}$?*)

7. Křivé čáry mohou býti též jen do délky měřené, poněvadž každá čára, buď si již přímá nebo křivá, předce vždycky jen dráhu nějakou naznačuje; mohou býti tedy i dvě křivé čáry sobě rovny, třeba tvar rozličný měly, jen když dráhy jimi naznačené stejně dlouhé jsou.

Pro měřictví a rýsování jsou jen ty křivky důležité, které dle jistých, mathematických zákonův sestaveny byly, jelikož zákony tyto takřka charakter čáry vyjádřují a zároveň udávají, jakým směrem pohybující se bod jíti musí, má-li tu a ne jinou křivku opsati. Známost zákonu tedy, jenž tu neb onu křivku ustanovuje, udává již také i způsob, jak se křivka ta rýsovati má a poznalo-li oko zákon ten, tu již několik bodů postačí, celou čáru si náležitě představiti. Konstrukce křivých čar záleží proto v tom, dle daných zákonův libovolné množství bodů vyhledati, z kterých by se nejen celý běh křivky jasně poznati, nýbrž i spojením jich od ruky křívka sama narýsovati mohla. Předpokládá tedy rýsování křivých čar obratnou a cvičenou ruku, ještě více ale bystré oko, jenž s to jest, již pomocí několika bodův celý tvar křivky si představiti a které také zároveň dovede rýsováním vzniklé chyby, t. j. úchylky od daného zákonu hned poznati a opraviti.

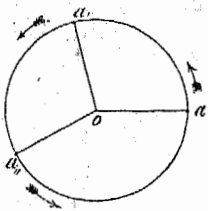
Ze všech měřickému skoumání podrobených křivek jest

*) K skutečnému změření délky se brává *sáhovka*, *loket*, *šňura* nebo *řetěz* a nejedná-li se o velkou přísnost, můžeme i *kroky* délku vyšetřiti, při čemž ovšem kroky co možná stejné býti musí; 5 kroků se brává za 2°.

čára kruhová čili *kruh* nejdůležitější a zároveň nejjednodušší; vyznámenávát se vlastnostmi, které již starým Rekům známé byly a které se v obecném životě nejčastěji upotřebiti dají.

Čára kruhová vznikne, jestli že se jeden bod a (obr. 14) okolo jiného, pevného však bodu o napořád v stejné vzdálenosti tak dlouho pohybuje, až se opět do svého prvního položení navrátí; z toho následuje, že každý bod kruhové čáry od pevného bodu o stejnou vzdálenost míti musí. *„Kruhová čára jest tedy taková uzavřená křivka, jejížto všechny body stejnou vzdálenost mají od jednoho u vnitř ležícího bodu.* Tento pevný bod leží u prostřed kruhu a slove jeho *střed* (Centrum), vzdálenost pak jeho od kruhové čáry jmenujeme *poloměr* (radius) a znamenáme ji obyčejně písmenem r.

(Obr. 14.)



Z toho následuje, že se všechny poloměry jednoho a téhož kruhu mezi sebou rovnají, tak že mužem psati: oa = oa' = oa'' = r, a t. d. (obr. 14.)

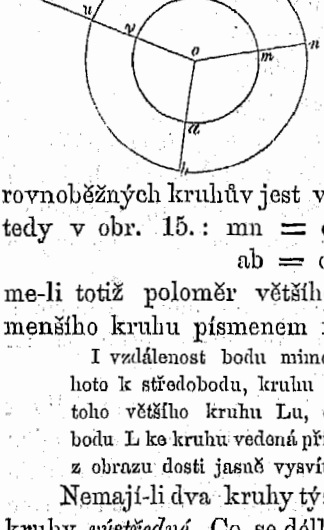
Čím větší jest poloměr, tím větší bude i kruh; velkost kruhu se proto stanoví poloměrem. Má-li však kruh nejen dle velkosti, nýbrž i dle místa určen býti, musíme i středobod znáti, okolo nějž se potom kruh daným poloměrem opíše. Aby se tedy kruh určitě narýsovati mohl, musíme znáti *střed* a *poloměr*; na papíře se potom narýsuje nejrychleji a nejdokonaleji kružítkem, na poli však pomocí šňůry neb nějakého řetězu, jehož jeden konec se ve středobodu kruhu kolíkem upevní a druhým se kruh opíše.

Každou část kruhové čáry jmenujeme *oblouk kruhový*

neb jen krátce oblouk (arcus); půl kruhové čáry slove zvláště *polokruh*, čtvrtý díl *čtvrník* (Quadrant) a šestý díl *šesterník* (Sextant). Ostatní oblouky nemají zvláštního pojmenování.

Kruhy mohou býti rovněž jako přímky rovnoběžné, jest-li že jsou všude od sebe stejně vzdálené a nikdy se nesečí; to se stane, mají-li oba kruhy společný středobod a rozličnými poloměry opsány jsou-li n. p. v (obr. 15.) Z této, příčiny slovou rovnoběžné kruhy také *soustředné kruhy* a vzdálenost jednoho od druhého se měří na poloměru. Vzdálenost rovnoběžných kruhův jest vždy rovná rozdílu obou poloměrů, tedy v obr. 15.: mn = on — om = r — r'

(Obr. 15.)



ab = ob — oa = r — r', poznamenáme-li totiž poloměr většího kruhu pismenem r, a poloměr menšího kruhu písmenem r'.

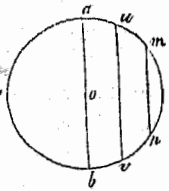
I vzdálenost bodu mimo kruh ležícího se měří na přímce od tohoto k středobodu, kruhu vedené; vzdálenost n. p. bodu L jest od toho většího kruhu Lu, od toho menšího ale Lv. Každá jiná od bodu L ke kruhu vedená přímka jest větší než-li tato vzdálenost, jak to z obrazu dosti jasně vysvítá.

Nemají-li dva kruhy týž střed společně, jmenují se vůbec kruhy *výstředné*. Co se délky kruhové čáry dotýče, musíme podotknouti, že se může tak jako délka přímky známými mírami vyjádřiti, o čemž se snadno každý přesvědčí, když z drátu nebo kostice udělaný kruh na jednom místě rozřízne a natáhne; obdržíť tu přímou hůlku jisté délky, která nic jiného není než délka právě rozříznutého kruhu. Později

ukážeme způsob, jak lze délku kruhu snadno ustanoviti, aniž by třeba bylo jej rozřezávati.

Mimo poloměr jsou v kruhu ještě jiné přímky, které dle své polohy a vlastnosti i rozličná jmena dostávají; tak n. p. slove přímka, která prodloužením poloměru přes středobod vznikla a i na této straně až ke kruhu dosahuje, *průměr*. V obraze 16. jest tedy aob průměrem.

Obr. 16.



Jelikož toto prodloužení poloměru opět poloměr činí (jest to zase přímka od středu až ke kruhové čáře), pravíme, že jest průměr přímkou středobodem kruhu jdoucí a dva body kruhu spojující. Obyčejně se znamená průměr písmenem *d* (od řeckého *diametr*), a tu můžeme tedy psáti: v obraze 15. jest aob = d = ao + ob = r + r = 2r; na opak ale bude r = $d/_2$, t. j. polovice průměru se rovná zrovna poloměru aneb jak se obyčejně mluví průměry jsou v středobodu půleny.

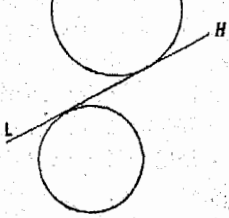
Snadno se přesvědčíme, že *průměr kruhovou čáru na dvě stejné částě rozděluje*; potřebujeme n. p. v obraze 16. jen část *bnma* okolo průměru *ba* otočiti a na druhou stranu položiti. Neboť tu všechny body části *bna* na druhou část bca padnou (žádný nemůže ani ven ani do vnitř kruhu padnouti, poněvadž by se potom jeho vzdálenost od středobodu poloměru nerovnala) a obě části se budou krýti. Čáry ale, které se kryjí, musí býti, jak jsme v 5. vysvětlili, stejně dlouhé. Máme zde tedy skutečně oblouk bma = oblouku *bca*.

β.) Nejde-li přímka, dva body kruhu spojující, skrze středobod, slove *tětiva* (v obraze 16. n. p. *uv*). Tětiv může býti v kruhu rovněž jako i průměrův libovolné množství, nejsou však všecky stejně dlouhé. Čím dále jest tětiva od středu, tím jest také menší, a na opak blíží-li se středu, přibývá i její velikosti, až konečně jdouc skrze něj, největší délky dosáhne, t. j. bude tu rovna průměru. V obraze 16. jest proto ab > uv > mn. *)

Tětiva rozděluje kruh ve dvě nestejné části, a tu se vůbec ustanovilo, že ku každé tětivě ten menší oblouk přináleží; v obraze 16. náleží tedy k tětivě *uv* oblouk *umnv*, nikoliv ale oblouk *uacbv*, leč by to zvláště vysloveno bylo, že se ten větší oblouk vzíti má.

Tyto tři přímky: poloměr, průměr a tětiva jsou všechny u vnitř kruhu a jím úplně obmezeny, tak že se jejich velikost změřiti může, jinak jest to však u dvou následujících přímek u *tečné* a *sečné* totiž.

Obr. 17.

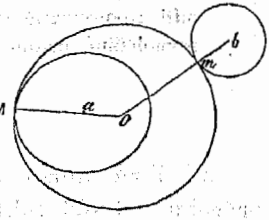


γ.) *Tečná* (tangenta) jest přímka mimo kruh ležící, která se kruhu zevnitř dotéká a třeba i prodloužena s tímto jen jeden bod společný má; n. p. v obr. 17. jest MN tečnou. Bod, v němž se tečná kruhu dotýká a který tedy oběma zároveň náleží, slove *bod tečný*; může se však státi, že se jedna přímka dvou ano i více kruhův na jednou dotýká, a tu ji potom jmenujeme *tečnou pospolnou*, n. p. LH.

*) Každý průměr jest tedy tětivou, ne však na opak každá tětiva průměrem.

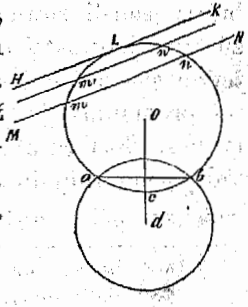
Přímky se nemohou pospolu leč jen krajními body dotýkati, kruhy ale dvojím způsobem: *u vnitř a zevnitř*, což se jistými zákony řídí. Aby se n. p. kruh jiného kruhu u vnitř dotýkal, musí v tomto docela ležeti, a přímka středobody obou kruhův spojující, tak zvaná *obojstřední* (na obr. 18. oa) jest rovna rozdílu obou poloměrův, tedy oa = MO — Ma = r- r'. Mají-li se však kruhy zevnitř dotýkati, musí vedlé sebe ležeti a obojstředná se musí rovnati součtu obou poloměrů, tedy ob = om + mb = r + r'', poznamenáme-li totiž poloměr bm písmenem r''. Tečná jest dle toho, co se o ní povědělo, přímka docela neobmezená, jelikož jejích krajních bodů neznáme; něco podobného má i přímka, jež se

Obr. 18.



δ.) sečná (sekanta) jmenuje. Obdržíme ji, jestliže některou tětivu na jednom aneb i na obou koncích prodloužíme, anebo jestli vedeme přímku tak, aby kruh prosekla, n. p. (v obr. 19.) přímka MN. Sečná má dva body, průsečníky totiž společně; to samé platí o dvou se protínajících kruzích, jejichž středobody n. p. v obr. 19. *o* a *b* jsou. Přímka průsečníky obou kruhů spojující, jest tětivou jednomu i druhému kruhu a jmenuje se proto *tětiva pospolná.*

Obr. 19.

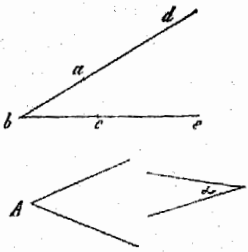


Ostatní vlastnosti kruhu požadují více vědomosti měřických, a protož o kruhu i ostatních křivých čárách později na svém místě podrobněji pojednáme. Čtenář ať zodpovídá následující otázky: Kolik poloměrův se může v kruhu narýsovat? — Který z dvou kruhův jest větší? — Která tětiva jest největší? — Čím se rozeznává průměr od tětivy? — Mohou se rovnoběžné kruhy dotýkati? — Mohou míti rovnoběžné kruhy společnou tečnou? — Může míti kruh dva rovnoběžné průměry? — dvě rovnoběžné tečné? —

Úhly.

9. Dvě nerovnoběžné přímky se chýlí k společnému průseku a tvoří takto *úhel*; úhlem tedy slove naklonění dvou přímek. Bod, v kterém dvě přímky úhel uzavírají, t. j. z něhož obě rozličným směrem vybíhají, slove *vrchol*; a přímky samé jmenujeme potom *ramena úhlu.*

Obr. 20.



Jelikož při slovu „úhel“ pouze na rozdíl směru obou ramen myslíme, nemůžeme na jejich délku žádného ohledu bráti; jsou-li ramena kratší nebo delší, zůstane jednostejné, nezmění-li se jen jejich směr. Co jsem tedy vlastně změnil prodlouživ jedno rameno úhlu n. p. (v obr. 20.) rameno *ba* až k *a* d? K vůli pohodlnějšímu psaní se užívá v měřictví při psaní slova: „úhel“ znaménka $<$ nebo $\sphericalangle$, které

*) Dotýkání se kruhů mezi sebou a s přímkami jest pro praktický život věc nanejvejš důležitá, jelikož se na tom sestrojení našich hodin a libovolná rychlost v pohybování všelikých strojů zakládá, o čemž později některé příklady podáme.

se potom „úhel“ čte; pojmenovati však úhly můžeme trojím spůsobem:

a.) Buď třemi písmeny, tak ale, že nejprvé písmeno na jednom ramenu postavené, potom písmeno při vrcholu a konečně písmeno na druhém ramenu vyslovíme; mohu tedy říci (obr. 20.) úhel abc, nebo: ∢ dbc, aneb i ∢ eba, jen když jest písmeno při vrcholu postavené u prostřed psáno a vysloveno.

Mohu ten úhel také takto pojmenovati: ∢ bae? nebo ∢ cab? proč ne?

b.) Kratší spůsob pojmenování úhlův jest jedním písmenem, které se buď zevnitř aneb i do vnitř vrcholu napíše; n. p. (obr. 20.) úhel A, ∢ α.

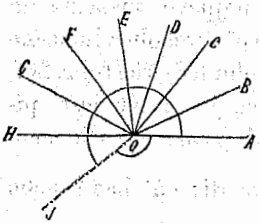
Kterého z těchto tří pojmenování se užíti má, musí vždy okolnost rozhodnouti; v obraze 21. a. n. p. bude lépe úhly písmenem do vnitř vrcholu postaveným jmenovati, tedy ∢ m, ∢ n, ∢ r, atd. V obraze 21. b. však uděláme nejlépe, pojmenujemli každý úhel třemi písmeny, jelikož tu vlastně 10. úhlův máme; a ty by se jedním písmenem ani naznačiti nedaly; jsouť tu totiž následující úhly: ∢ ABC, ∢ CBD, ∢ DBE, ∢ EBF, ∢ ABD, ∢ ABE, ∢ ABF, ∢ CBE, ∢ CBF, a ∢ DBF.

Obr. 21.

Ze všeho toho vysvítá, že úhlové jen tenkráte stejní býti mohou, mají-li ramena jejich stejné naklonění k sobě; takovéto úhly se musí krýti, položíme-li jejich vrcholy tak na sebe, aby zároveň i rameno jednoho úhlu padlo na jedno rameno druhého úhlu. Pomyslíme-li sobě, že obě ra-

mena úhlů nejprvé na sobě ležela, n. p. v obraze 22., tak že obě jen jednu přímku OA tvoří, a potom že se rameno BO okolo vrcholu O neustále otáčí a tudy od ramena OA vzdaluje; spozorujeme snadno, že úhel napořád větší a větší bude, čím více se rameno OB od ramena OA vzdalovati bude, tak že jest ∢ AOB < ∢ COA < ∢ DOA, atd.

Obr. 22.



Přijde-li konečně pohybující se rameno v položení HO, tak že obě ramena úhlu HOA potom přímku tvořiti budou, tu pravíme, že uzavírají ramena HO a OA úhel *přímý*. Dokud jest úhel menší přímého úhlu, slove pořád *úhel dutý* n. p. úhel GOA, FOA atd.; jestližeby se ale rameno AO ještě dále pohybovalo, tu by vznikly úhly větší úhlu přímého a ty jmenujeme *úhly vypuklé*, n. p. v obraze 21. úhel AOJ > AOH. Avšak nedá se ani dutý ani vypuklý úhel sám o sobě narýsovati, jelikož vždy oba zároveň vzniknou, tak že rýsujíce n. p. dutý úhel O, obdržíme také vypuklý úhel JOA.

Dva úhly mající vrchol a jedno rameno společné můžeme vždycky dohromady dáti a obdržíme tak nový úhel, který se co do velikosti daným dvěma úhlům dohromady vyrovná. Mám-li n. p. úhly AOB a ∢ BOC dohromady dáti, t. j. mám-li ∢ AOB o úhel BOC zvětšiti, musím rameno BO nahoru tak dlouho otáčeti, čili úhel AOB tak dlouho rozevírati, až padne BO na rameno CO. Takto nově vzniklý úhel COA jest roven součtu obou prvních úhlův tedy

$\sphericalangle$ COA = $\sphericalangle$ AOB + $\sphericalangle$ BOC. Rovněž tak jest $\sphericalangle$ COA + $\sphericalangle$ DOC = $\sphericalangle$ DOA, a neb dáme-li místo $\sphericalangle$ COA jeho částky, bude také $\sphericalangle$ DOA = $\sphericalangle$ AOB + $\sphericalangle$ BOC $\sphericalangle$ COD. Jaký úhel obdržíme, když dáme následující úhly dohromady; $\sphericalangle$ AOB + BOC + COD + DOE + EOF = ?

Naopak ale mohu také úhel COA o úhel AOB nebo BOC zmenšiti, jestliže buď rameno AO nahoru a nebo rameno CO dolů otočím, ažby v rameno OB padlo; bude tedy

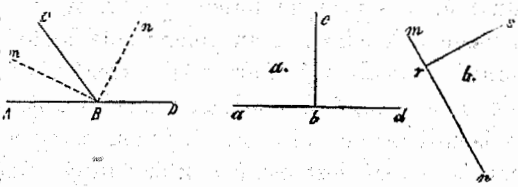
$\sphericalangle$ COA — $\sphericalangle$ AOB = $\sphericalangle$ COB, a

$\sphericalangle$ COA — $\sphericalangle$ BOC = $\sphericalangle$ AOB.

Úhly můžeme tedy sečítati i odčítati, což se, jak zde viděti lze, znaménkami + a — označuje; sečtu-li n. p. $\sphericalangle$ AOC + COD + DOF, obdržím úhel FOA. Který úhel obdržíme, odečte-li se od úhlu EOA úhel AOC? Který úhel nám dá tento výraz: AOC + COF — FOD? atd.

10. Prodlouží-li se rameno nějakého úhlu přes vrchol, n. p. v obraze 23. rameno AB až k D, vznikne nový úhel, jenž s prvním úhlem vrchol a jedno rameno společné má; druhá ramena obou úhlův však tvoří jednu jen přímku.

Obr. 23.



Úhly takové jmenujeme potom *úhly vedlejší;* tak jsou zde n. p. úhly ABC a CBD úhly takové, jeden jest vedlejším druhému. Vedlejší úhly tvoří, ať jsou již mezi sebou stejné nebo ne, vždycky dohromady úhel přímý, neboť jest zde $\sphericalangle$ ABC + $\sphericalangle$ CBD = $\sphericalangle$ ABD. Také ale zároveň vidí-

me, že vedlejší úhly pouze na jedné straně přímky leží, zde n. p. na hořejší straně přímky AD. Jsou-li vedlejší úhly stejně velké, tak že z nich potom každý půl přímého obnáší, tu je jmenujeme *pravé úhly*, n. p. v obraze 23. a. úhly *abc* a *cbd*. Při psaní se to vyjádří, že totiž úhel pravým jest, písmenem R, tak že bude ∢ abc = R rovněž jako ∢ cbd = R. Co se vyjadřilo malým r?

Jelikož ale každý pravý úhel půl přímého obnáší, můžeme tvrditi: 1. *že se všechny pravé úhly sobě rovnají*, 2. *že dva vedlejší úhly vždycky dohromady 2R obnáší*, neboť jest ∢ ABC + ∢ CBD = ∢ ABD = 2 R. O přímkách, jež spolu pravé úhly uzavírají, pravíme, že na sobě *kolmo* stojí, a znamenáme to následovně: ⊥ Že n. p. přímka cb na ad kolmo stojí, vyjádříme krátce takto: cb ⊥ ad*.)

Mohou však i šikmé přímky na sobě kolmo státi, jestliže spolu pravé úhly zavírají, jako n. p. přímky mn a rs.

Pravý úhel náleží k úhlům dutým; obyčejně se ale duté úhly s pravým úhlem porovnávají, jelikož se k tomu zvláště dobře hodí, a tu jmenujeme každý úhel, je-li menší pravého, *úhel ostrý;* úhly však, které větší pravého úhlu jsou, slovou *úhly tupé*. Z toho hned následuje, že z vedlejších úhlův, nejsou-li zrovna oba pravé, jeden ostrý a druhý tupý býti musí. Který jest ostrý a který tupý úhel v obrazci 22.? Které úhly jsou v obrazci 21. ostré a které tupé? Stojí na sobě přímky v obraze 21. také kolmo? proč ne?

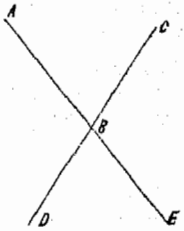
Prodlouží-li se obě ramena úhlu přes vrchol, obdržíme

---

*) Svislé a vodorovné přímky stojí na sobě vždycky kolmo.

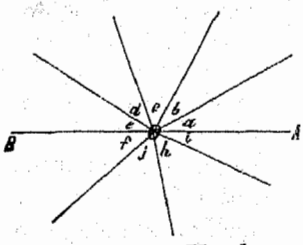
vůbec 4 úhly: n. p. v obrazci 24. ∢ ABD, ∢ ABC, ∢ DBE a ∢ CBE. Dva z těchto úhlův, jež na jedné straně přímky leží, jsou vždycky vedlejší úhly; jsou zde však také úhly, které prodloužením ramen daného úhlu vznikly a jenom vrchol společný mají. Tyto úhly slovou proto *úhly vrcholové*, n. p. ∢ ABC a ∢ DBE, potom ∢ ABD a ∢ CBE.

Obr. 24.



Poněvadž se ale prodloužením ramen pospolné jejich naklonění nezměnilo, musí úhel tak vzniklý roven býti úhlu danému t. j.: „*Vrcholové úhly sobě se rovnají*, n. p. ∢ ABC = DBE, a rovněž i ∢ ABD = CBE. Zároveň z 10. následuje, že všechny úhly na jedné straně přímky, když společný vrchol mají, dohromady 2R obnášeti musí, n. p. v obrazci 25: ∢ a + b + c + d + e = 2R, jelikož tito úhlové přímý úhel AOB tvoří. Na druhé straně, tedy dole, musely by ale též všechny úhly jeden vrchol mající 2R tvořiti, a proto můžeme tvrditi, *že všechny úhly kolem jednoho bodu dohromady 4R obnáší.* V obraze 25. si potřebujeme pouze rameno jednoho úhlu přes vrchol prodloužiti, tak že n. p. AO a OB přímku tvořiti bude, a máme právě předešlou větu. Úhly na levé straně této přímky, tedy

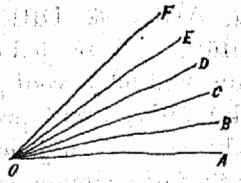
Obr. 25.



∢ a + b + c + d + e = ∢ AOB = 2R, rovněž ale úhly na pravé straně
∢ f + j + h + i = ∢ AOB = 2R; jest proto, sečteme-li obě řádky:
∢ a + b + c + d + e + f + j + h + i = 4R.

V obrazci 26 jsou všechny okolo O narýsované úhly stejné, tak že můžeme psáti:

Obr. 26.



$\sphericalangle COA = COB + BOA = BOA = 2\ BOA,$
$\sphericalangle DOA = COA + DOC = 2\ BOA + BOA = 3\ BOA,$
$\sphericalangle EOA = DOA + EOD = 3\ BOA + BOA = 4\ BOA,$

a tak si můžeme úhly narýsovati, které úhel BOA pětkrát, šestkrát, t. j. vícekrát obsahují. Naopak ale také potom můžeme každý tento úhel ve 2, 3, 4, 5 . . . stejných úhlů rozděliti.

Tímto porovnáváním jsme shledali, že může každý úhel jiný, za jedničku vzatý úhel vícekráte v sobě obsahovati; v 5. jsme ale takovéto porovnávání dvou veličin měřením nazvali. Z toho tedy vidíme, že se úhly též měřiti mohou a sice zase jen úhlem, ovšem ale úhlem známým, kterýžto se potom bude mírou úhlův jmenovati.

Kolikátý díl jest $\sphericalangle$ COA úhlu EOA? kolikrát jest $\sphericalangle$ AOB v úhlu FOA obsažen?

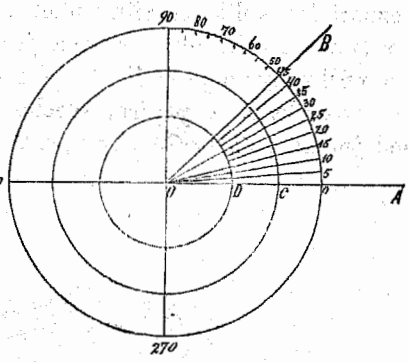
Již od starodávna se béře úhel pravý za míru čili jedničku úhlův, poněvadž má stálou velkost a snadno se narýsovati může; aby se ale i menší úhly pravým úhlem změřiti mohly, rozdělujeme jej v 90. menších úhlův, jež se *stupně* jmenujou. Stupeň (°) se rozděluje v 60 minut (′) a minuta v 60 vteřin (″), tak že má jeden pravý úhel $90^\circ = 60.\ 90$ minut $= 60.\ 60.\ 90$ vteřin t. j. $R = 90^\circ = 5400 = 324000''$. Pravím-li tedy, úhel A má $70^\circ\ 28'\ 51''$, musím tomu takto rozuměti: úhel A obsahuje dohromady jeden

stupeň 70krát, jednu minutu 28krát a jednu vteřinu 51krát; tento úhel jest tedy menší pravého.

Jak se vysloví: ∢ a = 48° 21′ 53″? Jest úhel 128° 14′ 36″ ostrý nebo tupý? Kolik stupňův má vždy úhel přímý? Kolik stupňův obnáší úhly kolem jednoho bodu? Jak velký bude vedlejší úhel k úhlu 128° 18′? Všechny ostré úhly leží proto mezi 0° a 90°
a „ tupé úhly „ „ „ 90° a 180°;
vypuklé úhly mají vždy přes 180°.

12. Rozdělování pravého úhlu na stupně bývá velmi obšírné a požaduje mnoho času; použilo se tedy k tomu kruhu, který beztoho s úhly mnohými vlastnostmi souvisí. Pomysleme si totiž, že jest z vrchole úhlu AOB (obraz 27.) nějakým poloměrem kruh opsán. Kruh tento si snadno průměrem rozpůlíme a obdržíme hned také čtverníky, když polokruhy dále rozpůlíme; jestliže tak konečně kruh ve 360 dílův rozdělíme, přijde jich na jeden čtverník zrovna 90 a tu hned poznáme, že se tohoto rozdělení pohodlně k měření úhlův použíti může.

Obr. 27.

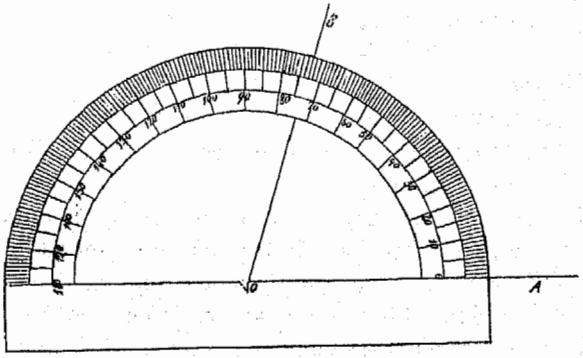


Opíše se totiž z vrcholu úhlu libovolným poloměrem kruh a rozdělí se ve 360 dílův; jelikož ale úhly kolem středu také 360 stupňův mají, musí tu, jestliže ramena všech těch malých úhlův prodloužíme, jeden malý oblouček (360 díl celého kruhu) zrovna mezi ramena jednoho stupně

padnouti, a z té příčiny se také nazval 360tý díl kruhu stupněm. Vidímeť na př. v obraze 27., že ∢ AOB právě tolik stupňův obsahuje, kolik dílkův dotyčným spůsobem rozděleného kruhu mezi jeho rameny leží, tedy ∢ AOB = 45°.

Má-li se proto pravý úhel v 90° rozděliti, uděláme to pomocí kruhu takto: z jeho vrcholu se opíše libovolným poloměrem kruh; čtverník mezi rameny pravého úhlu ležící se rozdělí v 90 dílův a těmito dělícími body se vedou z vrcholu pravého úhlu přímky. Tak obdržíme 90 malých úhlův čili stupně; jejich ramena se ale obyčejně nerýsují, poněvadž jsou dílky na oblouku číslované a snadno hned poznati lze kolik stupňův úhel má, jestliže jen kruh s takovýmto rozdělením při ruce jest. V životě obecném jsou jen půlkruhy, nejčastěji 3″ nebo 4″ v průměru, na 180 dílův rozdělené, z papíru, plechu nebo mosazu vyříznuté a pod jmenem *úhloměru (transportér)* (obraz 28.) známé. Aby

Obr. 28.

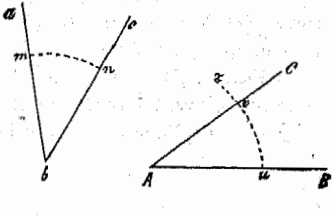


se potom snadno pomocí transportéru nějaký úhel změřil, na př. ∢ AOB, položí se na něj transportér tak, aby jeho střed O na vrchol, a poloměr kruhu, od nějž se stupně počítati začínají a kde obyčejně nula napsaná bývá, na jedno rameno úhlu padl; druhé rameno jde pak skrze jeden dělící bod kruhu, a číslo tam nadepsané ukazuje počet stupňův, tak že při tom ani netřeba počítati. V obraze 28. má podlé toho ∢AOB = 73°.

Počet dílkův na oblouku udává tedy i počet stupňův úhlu, mezi jehož rameny se oblouk ten nachází, a odtud to přijde, že se v rýsování a v praktickém měřictví velikost úhlův obloukem měří. Pravili jsme ale při tom, že může býti kruh ten libovolným poloměrem opsán a předce jest z obrazu 27. viděti, že jsou délky kruhu mnohem menší, byl-li kruh poloměrem OC opsán, a ještě menší, je-li OD jeho poloměr. Velikost těch dílkův nás nesmí másti, jelikož se úhel neměří skutečnou délkou tohoto oblouku, ale počtem stupňův, a těch přijde v malém kruhu jako ve velkém vždy 360 na celý kruh, 90 tedy na čtverník, t. j. na pravý úhel, mezi jehož rameny čtverník leží.

Dle toho bude práce velmi snadná, narýsovati úhel, jenž by se jinému, danému úhlu rovnal; opíše se totiž z vrcholu daného úhlu libovolným poloměrem oblouk mn (obraz 29.) a tímž poloměrem z některého bodu přímky AB neurčitě velký oblouk uz. Z toho oblouku se nyní odejme tak velký kus jako je mn, to jest udělá se oblouk mn = uv a povede se skrze A a v přímka AC.

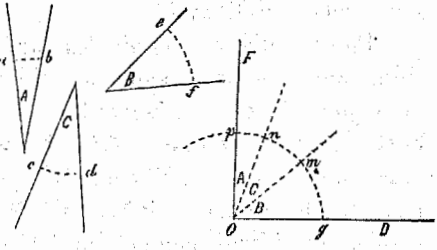
Obr. 29.



Úhel *abc* musí býti roven úhlu CAB, poněvadž mezi jejich rameny stejné oblouky (jednoho a toho samého kruhu) leží.

Tato souvislost kruhu s úhly poskytuje v rýsování nesčíslných výhod, tak že obyčejně nikomu ani nenapadne, bez kruhu nějaké úhly měřiti a rýsovati. Má-li se na př. úhel narýsovat tak veliký, jako je ∢ A, ∢ B a ∢ C dohromady (obraz 30.), opíše se pouze z vrcholu jednoho každého úhlu oblouk, poloměrem sice libovolným ale u všech tří úhlův stejně velkým, a tímtéž rozevřením kružítka se opíše z některého bodu přímky OD oblouk neurčitě dlouhý. Jestliže se nyní oblouky mezi rameny jednotlivých úhlův ležící na tento posledně rýsovaný oblouk, od bodu g počínajíc, jeden po druhém přenesou, tak že bude oblouk ef = gm, *obl.* cd = mn, *obl.* ab. = np., musí býti úhel DOF tak velký jako všechny tři úhly A, B a C dohromady, tedy ∢ DOF = ∢ A + B + C.

Obr. 30.

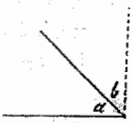


Jak se narýsuje úhel, který jest o úhel A menší nežli úhel B? Narýsuj úhel, jenž jest 4krát tak velký jako ∢ B!*)

---

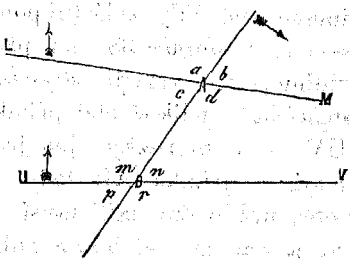
*) Úhel, kterýmž se jiný úhel v 90° doplňuje, (obr. 31.) slove *úhel doplňkový*, na př. ∢ b jest doplňkovým úhlem úhlu a, a naopak; vyplňuje-li se ale nějakým úhlem velkost daného úhlu na 180°, tu jej jmenujeme *úhlem výplňkovým*, a ten jest tedy zároveň i vedlejším úhlem. Má pravý úhel též nějaký úhel doplňkový? Jak veliký jest jeho vedlejší úhel?

Obr. 31.



13. Mimo úhly, které až posud jmenovány byly, máme ještě jiné úhly, které vzniknou, protíná-li přímka jiné dvě přímky zároveň. Budiž v obraze 32. strana u obou sečených přímek LM a UV šípem naznačená strana hořejší a u přímky AB šípem naznačená pravá strana; tu jmenujeme

Obr. 32.



α.) úhly c, d, m, n, kteréž mezi řečenými přímkami leží, *úhly vnitřní*, ostatní ale 4 úhly a, b, p, r, *úhly zevnitřní*.

β.) úhly, kteréž na stejných stranách přímek ML a UV a mimo to na též straně přímky AB leží, *úhly stejnolehlé*, na př. zde

nahoře v levo ∢ *a* a ∢ *m*
dole v levo ∢ *c* a ∢ *p*
nahoře v pravo ∢ *b* a ∢ *n*
dole v pravo ∢ *d* a ∢ *r*
} jsou stejnolehlé úhly.

γ.) úhly, které sice na též straně sečné přímky AB, na protějších ale stranách přímek LM a UV leží, *úhly protilehlé*, na př. zde

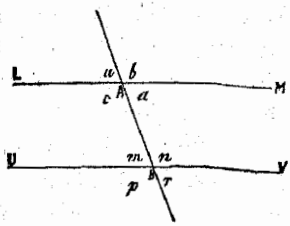
∢ *c* dole a ∢ *m* nahoře
∢ *a* nahoře a ∢ *p* dole
} v levo
∢ *d* dole a ∢ *n* nahoře
∢ *b* nahoře a ∢ *r* dole
} v pravo
} jsou úhly protilehlé.

δ.) úhly, které na rozličných stranách přímek LM a UV a zároveň i na rozličných stranách sečné AB leží, *úhly střídnolehlé* nebo jen *úhly střídné*, na př.

$\left.\begin{matrix}\sphericalangle c \text{ a } \sphericalangle n \\ \sphericalangle d \text{ a } \sphericalangle m\end{matrix}\right\}$ uvnitř, $\left.\begin{matrix}\sphericalangle a \text{ a } \sphericalangle r \\ \sphericalangle b \text{ a } \sphericalangle p\end{matrix}\right\}$ zevnitř.

Jsou-li obě řečené přímky rovnoběžné, tu mají právě jmenované úhly zvláštní poměry mezi sebou; v obraze 33. na př. nejprvé vidíme, že musejí *stejnolehlé úhly stejné býti*, jelikož obě přímky LM a UV co rovnoběžky, jen jeden směr mají, a přímka AB tedy k oběma totéž naklonění míti musí. Je tedy $\sphericalangle$ a $=$ m, $\sphericalangle$ b $=$ n atd.

Obr. 33.



Můžeme se ale o tom také přesvědčiti, když na př. přímku UV nahoru tak postrkovati budeme, aby směru svého neměnila a pořád s LM rovnoběžná zůstala; ona musí konečně na přímku LM padnouti, a úhly stejnolehlé se budou krýti, jak mile bod B na A přilehne. Za druhé ale vidíme, že jsou *i střídnolehlé úhly mezi sebou rovny*, na př. $\sphericalangle$ a $=$ r $\sphericalangle$ c $=$ n atd, neboť máme z předešlého: $\sphericalangle$ r $=$ d; $\sphericalangle$ d jest ale co vrcholový roven úhlu, a tedy : $\sphericalangle$ d $=$ a; musí tedy i $\sphericalangle$ r $=$ a býti.

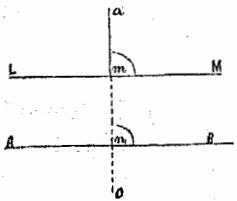
Tímž spůsobem se dokáže, že jest c $=$ n, jelikož se oba úhlu b rovnají, první co vrcholový a druhý co stejnolehlý úhel. Pomocí kterého úhlu se dokáže, že jest $\sphericalangle$ p $=$ b?

Za třetí snadno dokážeme, že *protilehlé úhly vždy dohromady 2 R t. j. 180° tvoří*, na př. $\sphericalangle$ c $+$ m $= 180^0$ $\sphericalangle$ d $+$ n $= 180^0$, atd. Ačkoliv se právě vyslovená věta na první pohled trochu nesnadná býti zdá, přesvědčíme se hned o její pravdivosti, jak mile ji s jinými, známými naukami poro-

vnáme. Skusme jenom následující porovnání: (I) ∢ d + c = 180° co vedlejší úhlové; jelikož ale ∢ d a ∢ m jsou střídnolehlé, můžeme do (I) místo úhlu *d* i úhel *m* dáti, a tu máme hned: ∢ m + c = 180°, t. j. protilehlé úhly *c* a *m* tvoří dohromady 180°. Jak se dokáže, že jest ∢ n + d = 180°? *)

Z těchto zde vysvětlených tří náuk následuje: a.) stojí-li přímka na jedné z dvou rovnoběžek kolmo, musí, jsouc prodloužena, i na druhé kolmo státi. V obraze 34. na př. víme, že jest ac ⊥ LM. a jeli mimo to LM // AB, jsou ∢ *m* a *n* co stejnolehlé stejné; jelikož ale pravíme, že jest ∢ m = R musí také n = R býti. Z 10. však víme, že na sobě přímky kolmo státi musí, mají-li pravé úhly uzavírati; jest tedy ac ⊥ AB. **)

Obr. 34.



b.) Seče-li nějaká přímka dvě jiné přímky tak, že buď dva stejnolehlé nebo dva střídné úhly dohromady 180° činí; tu musí obě sečené přímky rovnoběžné býti, jelikož právě jmenované úhly jenom tenkráte tyto vlastnosti mají, když ramena jejich co rovnoběžky tentýž směr mají.

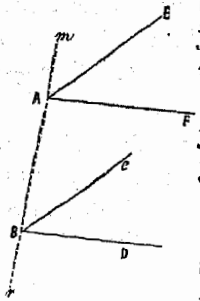
---

*) Takovéto porovnávání známých náuk jest v měřictví velmi důležité, poněvadž tím danou, snad i dosti zapletenou úlohu v samé známé věty rozložíme a nezřídka i shledáme, že na rozluštění jedné věty celá řada nových, posud neznámých vět založená jest.

**) Vzdálenost rovnoběžek představuje přímka na obou kolmo postavená, zde na př. mn.

c) Vedeme-li libovolným bodem A (obraz 35.) rovnoběžky k ramenům úhlu CBD, tedy AE//BC, AF//BD, bude úhel EAF roveň úhlu CBD, aneb jak se krátce mluví: *úhly, jejichžto ramena rovnoběžná jsou, sobě se vespolek rovnají.*

Obr. 35.



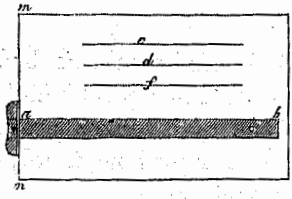
K odůvodnění této věty potřebujeme jen oba vrcholy A a B přímkou mn spojiti, neboť tu obdržíme:

∢ mAF = mBD (stejnolehlé)

∢ EAm = CBm (stejnolehlé); odečteme-li spodní řádek od hořejšího, bude: ∢ mAF — EAm = ∢ mBD — CBm, t. j. ∢ EAF = CBD.

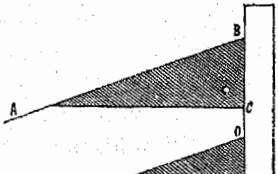
d.) I rýsování rovnoběžek pomocí přiloženého pravídka (obraz 36.) se na těchto větách zakládá; neboť jest, jak z obrazu viděti lze, u desky strana *mn* vždycky kolmo na směr pravídka *ab*. Je-li tedy *mn* na pravé, dle pravídka udělané přímce kolmo, musí i na druhé, na třetí atd. také kolmo býti; přímky c, d, f, atd. mají proto jeden jenom směr a jsou tedy rovnoběžné.

Obr. 36.



Jiný spůsob rýsování rovnoběžek jest pomocí trojúhelníkův dřevěných a pomocí pravídka. Má-li se na př. k AB (viz. obraz 37.) rov-

Obr. 37.



noběžka narýsovati, přiloží se trojúhelník ABC tak, aby jedna jeho hrana s AB dohromady splynula; v zadu se trojúhelník opře o pravídko nebo o jiný trojúhelník, aby se nahoru a dolů pohodlně postrkovati mohl. Každá potom vedle hrany AB vedená přímka na př. LO jest rovnoběžná s AB.

Kdo si všechny tyto náuky o úhlech dobře pamatuje, dovede mnohé úlohy rychle rozluštiti, aniž by mnoho měřiti potřeboval.

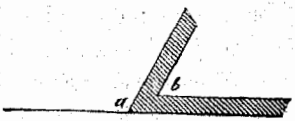
1. V obraze na př. 24. se protínají 2 přímky; chceme-li velkost tam vzniklých úhlův věděti, potřebujeme jenom jeden úhel na př. ∢ ABD změřiti. Ostatní úhly se udají samy: ∢ EBD = 180° — ABD, ∢ CBE = ABD, atd.

2.) Kdyby jeden z těchto 4 úhlův pravým byl, jak volké budou ty ostatní?

3.) V obraze 23. jsou oba vedlejší úhlové rozpoleny; jak velký musí býti úhel těmito dělícími přímkami uzavřený t. j. ∢ mBn? proč?

4.) Má-li se změřiti úhel, jejž spolu dvě zdě uvnitř uzavírají, a nemůže-li se než z venku k zděm přistoupiti, na př. v obraze 38. tu se přiloží k některé zdi lať, a změří se zevnější úhel a; úhel b potom bude 180—a, proč?

Obr. 38.



Obrazcové.

14.) Pozorujeme-li povrch papíru, tabule aneb n. p. nějaké louky, musíme mimo na délku i také na šířku papíru,

tabule a louky ohled bráti, a obdržíme při tom pojem *plochy*. Kdyby ale snad někdo myslel, že jest n. p. čtvrtka papíru anebo lístek pozlátka plochou, mýlil by se, jelikož papír, třeba i sebe tenčí, předce také nějakou tloušťku má, která se všelijakými nástroji i změřiti může. Plochu si tedy jen pomysliti můžeme a to nejlépe, když na hladké předměty, jako n. p. na tabuli skla, na desku politirovaného stolu, na kouli a t. d. patříme a jen ten povrch pozorujeme. Z toho následuje, že plocha dva rozměry míti musí, do délky a do šířky; malíř na př. chce-li stěny pokoje malovati, se nejprve dívá, jak dlouhé a vysoké čili široké jsou. Kdyby se proto řeklo: toto pole jest 40° dlouhé, znám již jeho rozsáhlost?

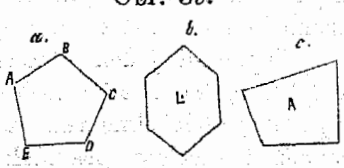
Jestliže přímá čára, na plochu položena byvši, k této úplně přiléhá a na všech stranách v ní ležeti může, pravíme, že jest plocha rovná, jinák ale slove plocha křivá. Obmeziti plochu můžeme jenom čarami rovnými i křivými a obmezíme-li jí na všech stranách tak, že obmezená část od ostatní plochy oddělená bude, obdržíme *obrazec* (figuru). Obrazec je tedy úplně obmezená plocha a dle toho, jakými čarami ji obmezíme, obdržíme obrazce *přímočarné*, *křivočarné* a *smíšenočarné*. Čáry obrazce uzavírající slovou jeho *strany* a délka všech stran dohromady jest *obvod* obrazce. Může se ale státi, že obrazec jen jednou čárou uzavřen jest, křivou totiž, jestliže se tato křivka sama v sobě končí, na př. čára kruhová uzavírá obrazec, jenž se plochou kruhovou neb jen kruhem jmenuje.

K uzavření však přímočarného obrazce potřebujeme nejméně 3 přímky, jelikož dvě plochu jen s jedné strany ob-

mezují a na druhé straně ji neobmezenou nechávají, jak jsme to již při úhlech viděli; může ale obrazec také 4, 5, 6 . . . atd. stran míti, t. j. stran může býti libovolné množství, což se v měřictví písmenem *n* znamená, kteréžto písmeno každé číslo představovati může. Pravíme tedy, že jest obrazec 3, 4, 5, 6 . . . *n* strany, je-li třemi, čtyrmi, atd. vůbec *n* stranami uzavřen.

Při jmenování čar jsme vždycky písmenu při koncích postavenou vyslovili, a poněvadž zde více takových čar máme, musíme opět k tomu hleděti, aby jsme při pojmenování obrazcův všechny při koncích stran postavená písmena vyslovili; zde však mají vždy dvě strany jeden krajní bod společně, kterýžto u obrazcův zevnitř roh slove; potřebujemet tedy jen na každý roh obrazce písmeno postaviti a pak je všechna, jedno po druhém, vysloviti, na př. obrazec ABCDE (obraz 39.) jest pětistraný. Začíti můžeme s kterýmkoli písmenem, jenom se pak pořádku, v jakém rohy obrazce po sobě následují, držeti musíme; mohu tedy obrazec předešlý také následovně pojmenovati: DEABC, BAEDC, atd, ale nikoliv takto: ACBED.

Obr. 39.



Někdy obrazce také jen jedním, do vnitř obrazce postaveným písmenem pojmenujem, na př. jest obrazec L šestistraný, obrazec ale A čtyrstraný.

Každý přímočarný obraz má tolik úhlův, kolik je stran, a proto jmenujeme obrazce 3, 4, 5 . . *n* strané také takto: trojúhelníky, čtyr-, pěti-, šesti- atd. *n* úhelníky; jsou-li ale

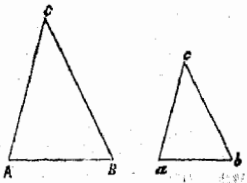
všechny strany obrazce sobě rovné, tu pravíme, že jest obrazec *rovnostranný* (úhly mohou býti jakékoliv.) Jestliže však strany i úhly vespolek stejné jsou, tu slove obrazec *pravidelný* (regulär.)

Porovnávati můžeme obrazce, berouce ohled k jich *velkosti* a *tvaru* čili podobě; mluvíce o velkosti obrazce, rozumíme pouze jeho plochu a tu snadno lze pochopiti, že pole na př. do tří úhlův tak velkou plochu míti může jako jiné do čtyr úhlův. Taktéž může na př. pravidelný desítiúhelník tak velkou plochu míti, jako kterýkoliv jiný obrazec, a z toho tedy jde: „*obrazcové mohou míti stejnou velikost plochy, tvar však rozdílný.*“ V této případnosti pravíme, že jsou obrazcové sobě *rovní* čili *stejní*. Tvar obrazce tedy na velkosti jeho nic nemění a protož se stává, že si hospodářové svá pole, zvláště je-li některé tuze vzdálené, za jiné, stejně však velké vymění, aby potom všechnu polnost pohromadě měli, což se obyčejně *scelováním* nazývá.

Vypadá-li jeden obrazec jako druhý, t. j. mají-li oba *tentýž tvar, jsou-li však co do velkosti rozdílné*, pravíme, že jsou si *podobny*; tak řekneme že jsou všechny kruhy k sobě podobné, rovněž i všechny pravidelné obrazce jednoho druhu, jako na př. pravidelné pětiúhelníky mezi sebou, též šestiúhelníky mezi sebou.

Může býti pravidelný osmiúhelník podoben pravidelnému dvanáctiúhelníku? a mohou si býti oba rovny? mohou míti oba stejný

Obr. 40.



obvod? K naznačení podobnosti dvou obrazcův užívá se znaménka $\sim$, tak že mohu o podobných trojúhelnících obrazů 40. napsati: trojúhelník ABC $\sim$ abc a musím to čísti: trojúhelník ABC jest podoben trojúhelníku abc.

Jsou-li obrazcové zároveň k sobě podobní a stejní, t. j. mají-li týž tvar a velikost plochy stejnou, tu slovou *obrazcové shodní* čili *shodující* (congruent) a to znamenáme, když znaménko rovnosti a podobnosti pospolu napíšem, tedy $\cong$, nebo $\overline{\sim}$ anebo $\approx$.

Když se shodní obrazcové náležitě na sebe položí, tu jejich meze v sebe padnou a pravíme, že se obrazcové kryjí a naopak řekneme: obrazcové, kteréž se kryjí, jsou shodní.

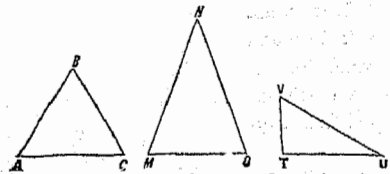
A nyní již přistupme k vlastnostem obrazcův zvláště; zde budiž jenom ještě podotknuto, že v tomto sešitu pouze o oněch vlastnostech pojednáno bude, které se úhlův, obvodu a shodnosti obrazcův týkají, jelikož ty ostatní vlastnosti větších měřických známostí požadují a proto teprv později vysvětleny býti mohou.

A. Trojúhelníky.

15.) Nejjednodušší obrazec přímočarný jest, jak již svrchu vysvětleno, trojúhelník; při psaní slova „trojúhelník“ se užívá obyčejně pro krátkost znaménka $\triangle$.

Co se stran trojúhelníků dotýče, tu rozeznáváme trojúhelníky

Obr. 41.

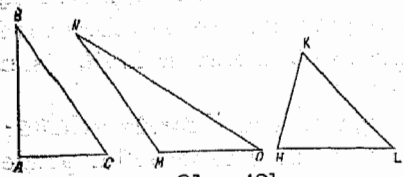


a) rovnostrané, kde všechny tři strany stejné jsou, jako na př. v obrazci 41. △ ABC.

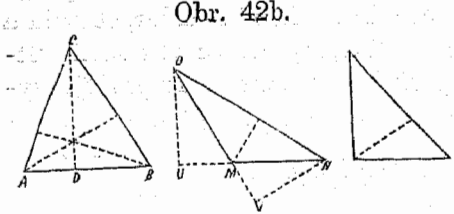
b) rovnoramené, kde jen dvě strany stejné jsou, na př. △ MNO, v kterémž jest MN = NO, třetí strana může býti buď větší nebo i také menší než každá z obou stejných stran.

c) nerovnostrané, kde všechny tři strany velkost rozličnou mají na př. △ TUV. Vzhledem však k úhlům máme trojúhelníky *1) pravoúhelné,* kde jeden úhel pravý jest; ty druhé dva úhly musí býti, jak hned vysvětlíme, ostré. V obraze 42. jest △ABC pravoúhelný, ∢D = R, ∢B < R, rovněž jako ∢ C < R.

Obr. 42a.



Obr. 42b.



2) tupoúhelné, je-li jeden úhel tupý; i zde musí druhé dva úhly ostré býti, na př. △ MNO, v kterémž jest ∢ M > R.

3) ostroúhelné, kde všechny tři úhly ostré jsou; jako na př. △ HKL.

Může býti pravoúhelný trojúhelník podoben trojúhelnému?

Jsou všechny rovnoramené trojúhelníky k sobě podobné?

V každém trojúhelníku mají strany a úhly jakousi vzájemnost mezi sebou, tak že každému úhlu jistá strana naproti leží a naopak. V posledním obraze leží v trojúhel

níku ABC strana BC naproti úhlu A, a rovněž tak jest úhel B protilehlý straně AC. Která strana a který úhel sobě protilehlé jsou, snadno vyhledáme, jelikož mezi nimi po obou stranách stejně mnoho ostatních částek leží; v trojúhelníku MNO musí býti na př. strana MO a úhel N protilehlé částky, poněvadž v pravo i v levo jeden úhel a jedna strana na MO následují. Který úhel leží v trojúhelníku HKL naproti KL?

V pravoúhelném trojúhelníku se jmenuje strana pravému úhlu protilehlá zvláště *přepona* (Hypotenuse); druhé dvě strany však, kteréž pravý úhel uzavírají, slovou *odvěsny* (Kathety.)

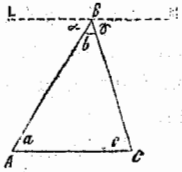
Mimo protilehlý úhel má každá strana v trojúhelníku ještě dva přiléhající úhly, kterýmž jest společným ramenem; v trojúhelníku ABC přiléhají k straně AC oba úhly A a C; úhly A a B jsou přilehající úhly k straně AB.

Každý trojúhelník si můžeme také na kterékoliv straně jako postavený mysliti, a ta strana slove potom *základná* nebo *půdice* (Basis); rozumí se samo sebou, že každá strana trojúhelníku základnou býti může, není-li ale základná zvláště udána, považuje se za ní vždy ta spodní strana. Vrchol potom úhlu základné protilehlého jest v trojúhelníku to nejvyšší místo a slove proto *vrchol trojúhelníka*; kolmá z vrcholu na základnou vedená představuje *výšku* trojúhelníku, na př. v △ ABC (obraz 42.b) jest CD výškou, je-li AB základnou. Jelikož však každý roh trojúhelníka vrcholem býti může dle toho, kterou stranu jsme za základnou vzali, můžeme též tři výšky v trojúhelníku narýsovati. V trojúhelníku ostroúhelném padne výška vždy do vnitra troj-

úhelníku na př. v obraze 42. v trojúhelníku ABC, v tupoúhelném však, jestliže některou z obou, tupý úhel uzavírajících stran za základnou vezmeme, musíme základnou teprv prodloužiti a z vrcholu na toto prodloužení výšku spustiti, na př. v trojúhelníku MNP; zde padne tedy výška mimo trojúhelník. V pravoúhelném trojúhelníku jest vždy jedna odvěsna výškou, je-li druhá základnou, proč asi? *)

„Úhly v trojúhelníku tvoří vždycky dohromady dva pravé čili 180°“. Že tomu skutečně tak jest, přesvědčíme se následovně: vede-li se skrze který koliv vrchol trojúhelníku ABC v (obraze 43.) přímka rovnoběžně k základné, na př. LM ∥ AC, tu obdržíme dle předešlých náuk: $\sphericalangle \alpha + b + \gamma = 180^0$ (I.) (jsouť to úhly na jedné straně přímky); jelikož ale LM s AC rovnoběžná jest, musí střídnolehlé úhly k sobě rovné býti, tedy $\sphericalangle \alpha = a$, a $\sphericalangle \gamma = c$. Můžemeť tedy nahoře (I.) místo úhlu α a γ jim stejné úhly a a c dáti, a obdržíme: $\sphericalangle \alpha + b + \gamma = \sphericalangle a + b + c = 180^0$.

Obr. 43.



Zde jsme dokázali předloženou, na první pohled trochu nesnadnou větu, pomocí již známých náuk; úhly trojúhelníka neleží totiž vedle sebe, aby se jejich velkost dohromady posouditi a ustanoviti mohla. Celá věta se ale dala ve dvě částky rozložiti, které již dokázané jsou a tak se vyvinula nová věta, která opět základem nových náuk jest. Jest to v měřictví obyčejný způsob dokazování, že se každá

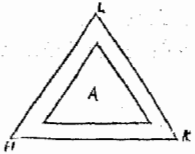
*) Narýsujeme-li všechny tři výšky, tu zpozorujeme, že se všechny 3 v jednom a témž bodu protínají; kde leží asi tento průsečník v trojúhelníku pravoúhelném? —

předložená věta na základě vyvinutých již náuk oddůvodní a pak zase jiným větám za základ položí, tak že o měřictví nelze něčemu se s prospěchem naučiti, byly-li ty nejprvnější náuky vynechány. Tyto základní věty jsou zřídlem všeho dalšího měření a počítání, rovněž jako sečítání a odčítání v celém počtářství.

Z této věty hned následuje:

a) že v každém trojúhelníku dva úhly dohromady menší dvou pravých býti musí, tak že trojúhelník ani dva pravé úhly zároveň a tím méně dva tupé úhly míti nemůže. Toť také bylo příčinou, že se trojúhelníky na pravo-, ostro- a tupoúhelné rozdělily. V pravidelném trojúhelníku, kde nejen všechny strany nýbrž i všechny úhly stejné jsou, má tedy každý úhel $\frac{180^0}{3} = 60^0$ *); nesmíme se však domnívati, že také součet všech tří stran, t. j. obvod trojúhelníku vždy ten samý bude; velikost stran může býti v trojúhelnících, jejichž úhly stejné jsou, předce rozličná, jak to i v obraze 44. viděti lze. Úhly těchto pravidelných trojúhelníkův jsou totiž všechny po 60^0, též strany jednoho každého trojúhelníku jsou mezi sebou stejné, mají ale v každém trojúhelníku velkost jinou.

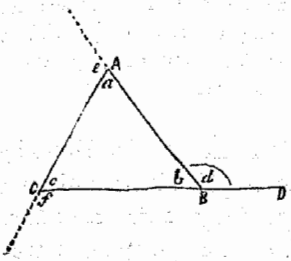
Obr. 44.



b) Prodlouží-li se strana trojúhelníku k některé straně, vznikne vedle trojúhelníku nový úhel, jenž se *úhel zevnitřní*

*) V trojúhelníku se mohou tedy jen dva úhly libovolně vzíti, ten třetí musí potom jejich doplňkem na 180^0 býti, t. j. $\sphericalangle C = 180^0 - (A + B)$; je-li n. p. $\sphericalangle A = 49^0$, $B = 70^0$, musíme součet obou úhlův A a B, tedy $49^0 + 70^0 = 119^0$ od 180 odečísti, a tu obdržíme $\sphericalangle C = 180^0 - 119 = 61^0$.

Obr. 45.



jmenuje, a o tom se hned pomocí předešlých náuk přesvědčíme, *že se rovná dvěma vnitřním protilehlým úhlům.* Budiž na př. v trojúhelníku ABC (obraz 45.) strana CB až k D prodloužena, tu vznikne úhel d; úhel b jest mu vedlejším úhlem a nesmí se tedy k oběma mu protilehlým úhlům připočísti.

Z předešlých náuk víme, že $\sphericalangle a + b + c = 180^0$, rovněž ale jest . . . . . $\sphericalangle d + b = 180^0$; musí tedy $\sphericalangle a + b + c = d + b$ býti, jelikož obě strany 180^0 tvoří.

Vynechá-li se na obou stranách úhel b, zůstanou proto předce obě strany stejné, tak že bude $\sphericalangle a + c = d$, to jest zevnitřní úhel ($\sphericalangle d$) se rovná oběma vnitřním protilehlým úhlům. Tato věta se dá podobným spůsobem o všech třech zevnitřních úhlech dokázati, tak že můžeme napsati:

$$\sphericalangle d = a + c$$
$$\sphericalangle e = c + b$$
$$\sphericalangle f = a + b,$$

a sečteme-li obě strany, obdržíme $\sphericalangle d + e + f = a + b + c + a + b + c$. Protože ale úhly $a + b + c = 180^0$ jsou, máme zde: $\sphericalangle d + e + f = 180^0 + 180^0 = 360^0$, t. j. *všechny tři zevnitřní úhly tvoří dohromady 360 neboli 4 R.*

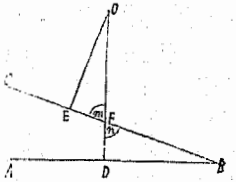
Z toho, co jsme posud o úhlech trojúhelníku pověděli, vysvítá, že má-li trojúhelník dva úhly, kteréž se dvěma úhlům jiného trojúhelníku rovnají, i ty třetí úhly obou

trojúhelníkův mezi sebou stejné býti musí; je-li na př. v trojúhelníku ABC (obraz 40.) ∢ A + B roveň úhlům a + b v trojúhelníku abc, musí i ∢ C = c býti a na tom se zakládá následující náuka:

c) Spustí-li se na ramena úhlu z bodu mimo obou ramen ležícího kolmice, bude úhel kolmými těmito uzavřený roveň úhlu danému.

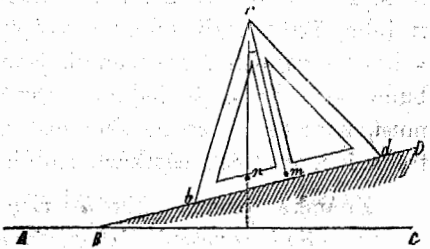
Budiž na př. v obraze 46. OD ⊥ AB a OE ⊥ CB, tu jsou trojúhelníky OEF a FDB pravoúhelné a v těch vidíme, že ∢ E = D = R, a ∢ m = n (co vrcholové); protož musí i třetí úhel prvního trojúhelníku jakožto doplněk obou úhlův E + m k 180° právě tak velký býti, jako třetí úhel v druhém trojúhelníku, jenž zase ∢ D + n na 180° doplňuje, tedy ∢ O = B.

Obr. 46.



V praktickém životě se upotřebuje tato náuka s největším prospěchem a sice při tak zvané krokvici; má-li se totiž nějaká částka pudy vodorovně srovnati, děje se to obyčejně pomocí krokvice, která nic jiného není než rovnostraný nebo rovnoramený trojúhelník bcd (obraz 47.) jehož základná se na zvýšenou plochu BD položí. Ve vrcholu c jest upevněná nit s olověným závažím (olovnice) a mimo to přímka om kolmo na

Obr. 47.



základnou bd vedená. Tato kolmice jest v krokvici vyříznutá a není-li, tedy se aspoň její spodní krajní bod nějak vyznačí. Má-li nyní trojúhelník bcd takové postavení, že jeho základná vodorovně leží, padne olovnice v kolmý směr cm, poněvadž jest směr olovnice vždy svislý a co takový stojí na vodorovném směru kolmo. Není-li ale základná bd vodorovná, tak že s vodorovným směrem AC úhel DBC uzavírá, obdržíme předešlou větu; olovnice totiž stojí vždycky na vodorovném směru AC kolmo, a vříznutá přímka cm na základné BD.

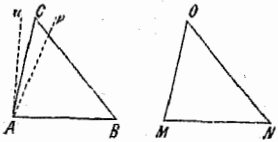
Úhel mcn jest tedy dle předešlé náuky roveň úhlu DBC, a udává úchylku čáry BD od vodorovného směru AC. Když se proto nějaká plocha nebo čára vodorovně srovnati má, postavme na ni krokvici a upravme potom její polohu tak, aby olovnice v přímku cm padla.

16. *Shodnost trojúhelníkův.* Již v 14. byla řeč o shodnosti obrazcův vůbec a vysvětleno tam, že jsou obrazcové shodní, mají-li týž tvar a stejnou velkost plochy; shodnost trojúhelníkův jest zvláště tím důležitá, že se o ní můžeme přesvědčiti, aniž by třeba bylo, trojúhelníky na sebe klásti a teprv skoumati, zdali se kryjí čili nic. Strany a úhly trojúhelníkův mají takovou vzájemnost mezi sebou, že lze velkost ostatních částek udati, jsou-li některé z nich známé; bude se tedy o to jednati, které strany neb úhly to býti musí, z nichž by se na shodnost trojúhelníkův souditi dalo, třeba i o ostatních částkách trojúhelníku nic známo nebylo.

Známka první: *Trojúhelníky jsou shodné, jsou-li dvě strany a jími uzavřený úhel v jednom trojúhelníku rovné dvěma*

stranám a jími uzavřenému úhlu v druhém trojúhelníku. Jsou-li na př. v obraze 48. AB = MN, AC = MO a ∢ A = M, můžeme hned tvrditi, že △ ABC ≅ MNO jest, o čemž se takto přesvědčíme:

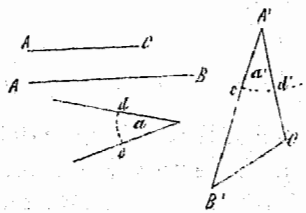
Obr. 48.



Položme v myšlenkách trojúhelník MNO tak na ABC, aby body A a M na sebe padly a obě strany MN a AB aby se kryly; tu nemůže MO ani ven na př. do Au, ani do vnitř na př do Av padnouti, jelikož oba úhlové A a M, jakž se předpokládalo, stejné jsou. Padla-li by totiž MO ven za AC, byl by ∢ OMN > CAB, naopak ale by byl ∢ M < A, kdyby MO do vnitř, tedy v pravo od AC padla, což ale není; když tedy MO ani v levo ani v pravo padnouti nemůže, musí padnout na AC, a pak se musí ramena obou stejných úhlův A a M krýti. Jelikož ale tato ramena stejná jsou, padnou i jejich krajní body na sebe, t. j. bod O na C a nyní leží také krajní body strany NO, t. j. bod N a O v krajních bodech strany CB, musí býti tedy i tyto strany stejné a se úplně krytí. Z toho tedy vidíme, že všechny vrcholy a strany na sebe padly; následovně musí i úhly stejné býti, jejichž ramena se kryji, t. j. ∢ N = B, a O = C, tak že se oba trojúhelníkové všude kryjí a tu pravíme, že se shodují. Víme-li tedy o dvou trojúhelnících, že dvě strany a jími uzavřené úhly stejné mají, můžeme určitě tvrditi, že i ostatní částky stejné býti musí t. j. že oba trojúhelníkové shodní jsou. Ano i rýsováním se o tom přesvědčíme, jestliže délku dvou stran a jími uzavřený úhel udáme, neboť tu vidíme, že se z těch částek jeden jen trojúhelník sestaviti může.

Jsou-li na př. obě strany AB a AC (obraz 49.) dány, tu narýsuj nejprvé přímku a udělej ji roveň buď AB nebo AC; druhá přímka se povede z bodu A, kam ale? Tato druhá přímka se může okolo bodu A otáčeti, tak že by se mohlo nesčíslné množství trojúhelníkův narýsovati, kteréby tyto dvě strany obsahovaly.

Obr. 49.



Jak mile se ale jími uzavřený úhel BAC = *a* udá, přestává hned všechna libovůle, AC musí být jeho druhým ramenem a proto jest její směr přísně určen. Třetí stranou nemůže býti žádná jiná přímka nežli ta, která oba krajní body B a C spojuje. Všechny trojúhelníky proto, ať si již postavení jaké koliv mají, musí býti shodné, jestliže právě tyto dvě strany a jími uzavřený úhel *a* obsahují.

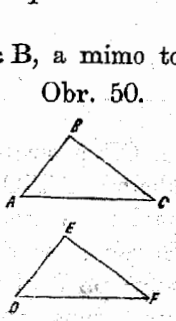
Druhá známka: *Dva trojúhelníky jsou shodné, rovná-li se jedna strana a oba k ní přilehající úhly jednoho trojúhelníku straně a oběma k ní přilehajícím úhlům trojúhelníku druhého.* Víme-li na př. o trojúhelnících ABC a MNO (obr. 48.), že AB = MN a mimo to, že ∢A = M a ∢B = N jest, můžeme si opět v myšlénkách trojúhelník MNO na ABC položiti, tak ale, aby bod M na A a bod N na B padl, t. j. aby se ty stejné strany MN a AB kryly. Zde bude přirozené, že strana MO ani v levo do Au, ani v pravo do Av padnouti nemůže, poněvadž jest ramenem úhlu M, jenž se úhlu A rovná, ramena těchto úhlův musí se krýti, t. j. MO, musí padnout na AC a z té samé příčiny NO na BC. Když ale tyto dvě strany na druhé dvě strany trojúhelníku ABC

padly, musí i jejich průsečník, totiž bod O, který oběma stranám zároveň náleží, na průsečník C padnouti, tak že potom krajní body přímek MO a NO v krajních bodech přímek AC a BC ležeti budou, t. j. bude MO = AC a NO = BC. Z toho ale hned následuje, že ∢ O = C býti musí, poněvadž se jejich ramena kryjí a nyní již vidíme, že se oba trojúhelníkové ABC a MNO jak náleží kryjí, t. j. ve všem shodují. I v této případnosti musí tedy všechny trojúhelníky shodné býti, obsahují-li tutéž stranu a oba k ní přiléhající úhly; neb, myslel-li by někdo, že na př. v obraze 80 jiný trojúhelník obdrží, když úhel α místo v levo na pravou stranu dá, a nebo když oba úhly místo na hoře dole pod AB narýsuje, klamal by se velmi a hned se také rýsováním přesvědčiti může, že vždycky jeden a tentýž trojúhelník obdrží, ovšem vždycky jinak postavený.

Známka třetí: *Dva trojúhelníky jsou shodné, mají-li dva úhly a jednu stranu stejnou, která však proti většímu úhlu leží.*

V obrazci 50. jest tedy ∢ F = C, ∢ E = B, a mimo to DF = AC (poněvadž leží DF úhlu E naproti, který jest větší nežli úhel F). V této případnosti poznáme shodnost obou trojúhelníků, jak mile považíme, že úhly trojúhelníku 180° obsahují; zde se totiž rovnají dva úhly jednoho trojúhelníku dvěma úhlům trojúhelníku druhého a proto musí i jejich doplňky k 180°, t. j. úhel D a A roveň býti. Nyní však vidíme, že mají oba trojúhelníkové jednu stranu a oba k ní přiléhající úhly stejné, totiž DF = AC,

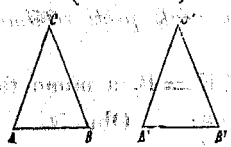
Obr. 50.



$\sphericalangle$ F = C a $\sphericalangle$ D = A, jsou tedy dle předešlé známky shodní. Strana EF tu musí rovna býti k BC, a strana DE = AB, poněvadž by se vespolek kryly, kdybychom $\triangle$ DEF tak na $\triangle$ ABC položili, aby krajní body stejných stran DF a AB na sebe padly.

Ze všech těchto tři známek následuje, že v shodných trojúhelnících proti stejným stranám stejné úhly leží a na opak; zde na př. byl $\sphericalangle$ D = $\sphericalangle$ A a ukázalo se brzo, že i strany jim protilehlé t. j. v trojúhelníku ABC strana BC a v trojúhelníku DEF strana EF, k nim rovné jsou. A však i následující náuka se na těchto známkách shodnosti zakládá: *Má-li trojúhelník dvě strany stejné, musí i jim protilehlé úhly stejné býti.* K odůvodnění toho si pomysleme trojúhelník ABC (obraz 51.), v němž AC = BC jest, ještě jednou, tak že bude AC = A'C', BC = B'C', AB = A'B', atd.

(Obr. 51.)



Tu přede vším vidíme, že trojúhelník A'B'C' první trojúhelník dvojím způsobem krýti může; předně, když vrchol C' na C, a strana A'C na AC jakož i C'B' na CB padne; za druhé, když zase vrchol C' na C, strana ale A'C na CB a strana C'B' na CA padne t. j. převrátí-li se trojúhelník A'B'C' a položí-li se na $\sphericalangle$ ABC. V první případnosti padl následkem stejnosti stran bod A' na A, a bod B' na B, tak že se oba úhly A a A' jakož i $\sphericalangle$ B' a B krýti se musely; po druhé ale byl úhel A úhlem B' a úhel B úhlem A' kryt, musí tedy $\sphericalangle$ A' i $\sphericalangle$ B' úhlu A roveň býti, t. j. A = B' anebo v původním trojúhelníku: $\sphericalangle$ A = B.

Tímtéž způsobem dokáže se i opak této věty, totiž, že

se v trojúhelníku i obě strany, kteréž stejným úhlům naproti leží, rovnati musí; a z toho jde

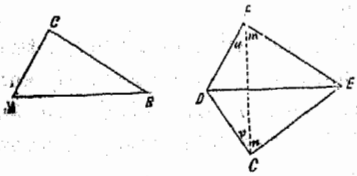
a) že se v rovnorameném trojúhelníku oba úhly, kteréž k té třetí nestejné straně přilehají, k sobě rovnati musí, aneb jak se obyčejně mluví: *v rovnorameném trojúhelníku se úhly na základné k sobě rovnají*, jelikož se tato nestejná strana obyčejně za základnou béře.

b) Má-li trojúhelník všechny tři strany stejné, musí se také i všechny tři úhly k sobě rovnati, jelikož vždycky dva a dva z nich, které těm stejným stranám naproti leží, stejné jsou; *rovnostraný trojúhelník má tedy i všechny úhly stejné a jest proto trojúhelníkem pravidelným.*

c) V rovnorameném trojúhelníku ABC (obr. 54.) jest tedy $\sphericalangle C = 180 - 2A$, a naopak $\sphericalangle A = B = \frac{180 - C}{2}$; n. p. je-li úhel $C = 38^0 26'$, jak velký bude $\sphericalangle B$ a $\sphericalangle A$? Odpověď: odečteme-li od 180^0 úhel $C = 38^0 26'$, zbyde na oba stejné úhly A a B dohromady $141^0 34'$; na jeden přijde z toho tedy polovička, t. j. $\sphericalangle A = \frac{180^0 - (38^0 26')}{2} = \frac{141^0 36'}{2} = 70^0 48'$. Je-li v rovnorameném trojúhelniku jeden úhel na základné 45^0, jak velký bude úhel při vrcholu?

Čtvrtá známka: *Trojúhelníkové jsou shodní, rovnají-li se strany jednoho trojúhelníka stranám druhého trojúhelníka.* Je-li tedy v obraze 52. $AB = DE$, $AC = DF$ a $BC = EF$, položme opět v myšlenkách $\triangle ABC$ na DEF tak, aby AB na DE padla, t. j. aby A bod D, a B bod E kryl, což se následkem stejnosti obou stran státi musí, vrchol C však

(Obr. 52.)

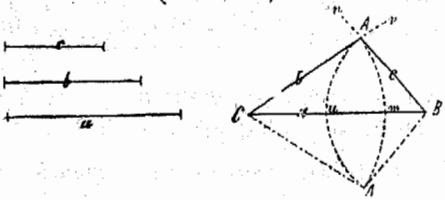


nechme dolů padnouti, na přído C'. Spojíme-li nyní oba vrcholy C' a F přímkou, obdržíme dva rovnoramené trojúhelníky DĆF a FĆE, protože v prvním dle dané výminky DĆ=AC=DF jest, a v druhém zase FE=EĆ. Z předešlé věty ale (a) víme, že se v takovýchto trojúhelnících úhly na základné k sobě rovnají, tedy ∢ u = v,

∢ m = n, sečteme-li oba řádky, obdržíme

∢ u + m = v + n, t. j. ∢ F = Ć, čili ∢ F = C. Nyní však mají oba trojúhelníkové DEF a DĆE dvě strany a jimi uzavřený k sobě úhel rovné, jsou tedy dle první známky shodní. Známe-li proto v trojúhelníku všechny tři strany, můžeme snadno i jeho úhly vyhledati, jestliže z daných stran trojúhelník sestavíme. V obraze 53. jsou n. p. tři strany a, b, c, dány, tu se narýsuje nejprvé přímka CB = a; nyní se vezme druhá strana a položí se jedním koncem do bodu C, okolo něhož se libovolně otáčeti může, tak že její druhý krajní bod oblouk *mu* opíše. To též uděláme i s třetí stranou; jeden krajní bod položíme do B a okolo něho tak otočíme, že druhý konec oblouk *uv* opíše. V průsečníku A se obě strany sejdou a uzavrou

(Obr. 53.)



trojúhelník ABC, v kterémž se úhly A, B a C takto samy ustanovily.

Třemi stranami jest, jak z této věty vysvítá, trojúhelník úplně určen, co do velkosti i co do podoby, nikoliv však třemi úhly, poněvádž se jimi jenom tvar trojúhelníka udá a strany při tom velkost rozličnou míti mohou (obraz 44). Sestavujeme-li však trojúhelník z tří stran, musí vždy dvě dohromady větší býti než ta třetí; zde n. př. musely $c + b > a$ býti, poněvádž by se obloučky *mn* a *uv* ani neprosekly, t. j. strany *c* a *b* by se nesešly a nemohly by trojúhelník uzavříti.

Pomyslí si při tom snad někdo, že se třemi stranami trojúhelník předce nedá přísně ustanoviti, jelikož se ty dvě otáčející strany nahoře i dole sejíti mohou? Ať jenom každý uváží, že ty dvě strany při otáčení délku svou nemění a proto nahoře právě takový trojúhelník uzavříti musí, jako dole, neboť jest dle 4. známky $\triangle ABC \equiv A'BC$. Můžeme tedy tvrditi, že všechny trojúhelníky shodné jsou, když jenom částky těmito čtyrmi známkami vytknuté obsahují; shodní trojúhelníkové se ale od sebe ničím neliší, leč že rozličné postavení mají. Protož se dá vždycky trojúhelník, ale také *jenom jeden*, sestaviti, jsou-li dány: 1. dvě strany a jimi uzavřený úhel, 2. jedna strana a oba k ní přiléhající úhly, 3. dva úhly a tomu většímu protilehlá strana, 4. všechny tři strany.*)

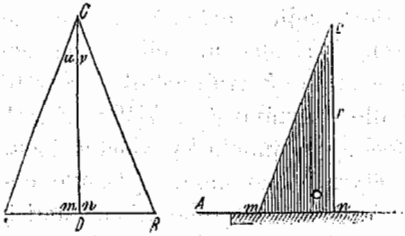
17. Shodnost trojúhelníkův se v měřictví zvláště k tomu

*) Skutečné sestrojení trojúhelníkův z daných částek viz v 19. e.

hodí, nové, neznámé ještě věty skoumati; o stejnosti jistých čar a úhlův se teprv tenkráte neomylný úsudek pronesti může, když byla shodnost některých trojúhelníkův dokázaná a někdy se zase mnoho měření a počítání uspoří, když dle právě uvedených známek shodnost dvou trojúhelníkův poznáme. Podáme zde několik takových důležitějších vět, aby se čtenář se shodností trojúhelníkův jak náleží seznámiti a o důležitosti její se přesvědčiti mohl.

a) *Přímka vrchol rovnoramenného trojúhelníku se středobodem základné spojující stojí na této kolmo a půlí úhel při vrcholu.* Je-li v obrazci 54. trojúhelník ABC rovnoramený, tedy AC = CB, a mimo to základna v bodu D rozpůlená, tak že AD = DB jest, tu máme dokázati předně, že CD ⊥ AB stojí a za druhé, že ∢ u = v jest. Jedno i druhé pochopíme, jakmile o shodnosti trojúhelníkův ADC a DCB přesvědčeni budeme; tato ale následuje dle 4. známky z toho, že jest AC = CB, AD = DB a CD = CD. Víme však, že v shodných trojúhelnících stejným stranám stejné úhly naproti leží, musí tedy ∢ m = n býti (leží na proti AC a CB) a též ∢ $u = v$. Úhel tedy při vrcholu jest skutečně přímkou CD ve dva stejné úhly u a v rozdělen; že ale CD na AB kolmo stojí, jest tím vyjádřeno, že ∢ m = n jest; neboť jsou úhlové tito vedlejší a když se k sobě rovnají, jest každý pravým. Z 10. ale

Obr. 54.

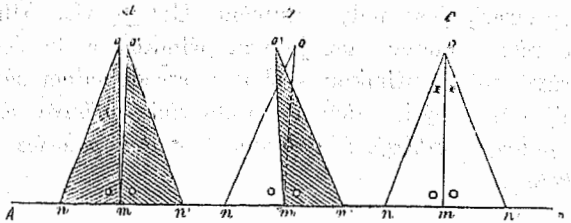


víme, že přímky na sobě kolmo státi musí, mají-li pravé úhly uzavírati, jest tedy skutečně CD ⊥ AB. Úhel při vrcholu však nemůže než jednou přímkou a to sice, jak jsme právě viděli, přímkou vrchol se středobodem základné spojující, půlen býti, můžeme proto říci: *přímka úhel při vrcholu půlící, rozděluje i základnou ve dvě polovice a stojí na ní kolmo.*

Ale i to již jest známo, že se skrze bod C jedna jen přímka kolmo na AB vésti může, a ta jde zde zrovna středem základné; máme tedy ještě následující naučení: *Spustí-li se z vrcholu rovnoramenného trojúhelníku na základnou kolmá, bude jí nejen základná, nýbrž i úhel při vrcholu rozpůlen.*

Strojení kolmic pomocí trojúhelníkův a pravídka jest pouze na těchto větách založeno, ačkoliv se nemůže, jak hned ukážeme, vždycky a bez výminky schvalovati. Má-li se n. p. na AB (obraz 54,) kolmá postaviti, přiloží se k ní nejprve pravídko, nebo nějaký trojúhelník a na to se postaví pravoúhelný trojúhelník *mnc* tak, aby stranou *mn* dohře přilehal; přímka vedle hrany *nc* vedená jest pak kolmo na AB. Rozumí se samo sebou, že tu kolmici v kterémkoliv místě narýsovati a tedy i každým daným bodem n. p. bodem *r* vésti můžeme. Tato konstrukce kolmé může se ale jen tehdáž schváliti, je-li trojúhelník *mnc* skutečně pravoúhelný, t. j. stojí-li *nc* skutečně na *mn* kolmo, o čemž se následovně přesvědčiti můžeme: Narýsujme pomocí troj-

Obr. 55.



úhelníka *mno* (obraz 55.) právě ukázaným způsobem přímku *mo*, která má na AB kolmo státi, a nyní převrátme trojúhelník tak, aby strana *mn* zase k AB přilehala, bod *n* ale aby přišel do *ń* a veďme podél *mo* zase kolmou. Padnou-li obě takto udělané co možná jemně tažené přímky na sebe, jak to obraz c okazuje, jest trojúhelník dobrý; okáží-li se ale tyto přímky jak to v obrazcích *b* a *a* vidíme, jest trojúhelník chybný. V první případnosti jest ∢ *nmo* ostrý, v druhé tupý; v *c* však máme rovnoramený trojúhelník *noń* (*no* = *oń*), přímka *om*, kteráž úhel při vrcholu půlí (úhel *x* zůstal totiž při převrácení trojúhelníku nezměněn), musí tedy na základné kolmo státi.*)

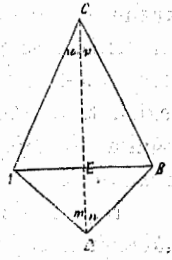
b) Mají-li dva rovnoramené trojúhelníky společnou základnou, jsou: 1. *úhlové při vrcholu v obou trojúhelnících přímkou, vrcholy tyto spojující, půleni*, 2. *přímka tato stojí na společné základné kolmo a půlí ji.*

---

*) Na to ať tedy páni truhláři pozor dají a dobré pravoúhelné trojúhelníky dělají, jelikož se potom jejich nedopatřením mnohému pilnému a svědomitému kreslíři práce zbůhdarma jenom kazí a plete.

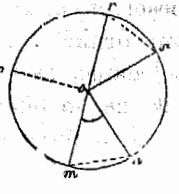
Že úhlové C a D (ebraz 56) přímkou CD půleni jsou, následuje ze shodnosti trojúhelníkův ACD a CDB (4. známka), poněvadž totiž stejným stranám i stejné úhly naproti leží, tedy ∢ u = v (leží na proti stejným stranám AD a DB) a taktéž ∢ m = n (leží naproti stejným stranám AC a CB). Je-li ale toto dokázáno, můžeme hned tvrditi, že △ ACE ≅ CEB jest (mají 2 strany AC = CB, CE = CE a jimi uzavřené úhly *n* a *v* stejné) a tak musí zase stejným úhlům stejné strany na proti ležeti, tedy AE = EB. Zároveň ze shodnosti trojúhelníkův AEC a CEB následuje, že i úhly, které stejným stranám AC a BC na proti leží, k sobě rovné býti musí, tedy ∢ AEC = CEB; tito úhlové jsou ale vedlejší, musí tedy, když oba stejní jsou, přímka CE na AB kolmo státi (10. 2.)

Obr. 56.



18. Již v 12. jsme na to upozornili, že kruh mnohými vlastnostmi s úhly úzce souvisí; nyní můžeme tuto vzájemnost na základě shodnosti trojúhelníkův blíže pozorovati. Zvláště tu ale musíme rozdíl činiti, zdali vrcholy úhlův v kruhu, t. j. v čáře kruhové anebo kdesi jinde leží; nachází-li se a) vrchol úhlu ve středobodu kruhu, jsou jeho ramena poloměry a tu jej pak *úhlem středovým* nazýváme, n. p. ∢ *mon* (obraz 57). Oblouk *mn* byl z vrcholu tohoto úhlu opsán a tu již víme, že úhel *mon* právě tolik stupňův obsahovati musí, kolik dílkův na 360 dílův rozděleného kruhu oblouk *mn* obsahuje, t. j. že se velkost úhlu *mon* obloukem *mn* ustanoviti může;

Obr. 57.



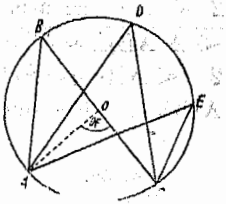
pravíme proto: *středový úhel má co míru onu část kruhové čáry, která mezi jeho rameny obsažená jest.* Má-li tedy n. p. oblouk *mn* 41 dílkův, jejichž velkost rozdělením celého kruhu ve 360 dílův obdržíme, musí také úhel *mon* 41° míti. Čtverník leží proto mezi rameny pravého úhlu a je-li středový úhel roveň 180°, musí i oblouk mezi jeho rameny ležící, t. j. půlkruh též 180 dílův obsahovati. Máme proto náuku: *k stejným středovým úhlům náležejí také stejné oblouky a naopak.*

Nejen ale stejné středové úhly nýbrž i stejné tětivy náležejí k stejným obloukům, o čemž se velmi snadno přesvědčíme. Je-li n. p. oblouk *mn* = oblouku *rs*, musí dle právě vyslovené náuky i ∢ *mon* = *ros* býti, a tu hned vidíme, že oba trojúhelníkové *mon* a *sor* shodní jsou, poněvádž dvě strany (poloměry) a jimi uzavřené úhly stejné mají. Jelikož však stejným úhlům stejné strany na proti leží, musí tetivy *mn* a *rs* k sobě rovné býti. Snadnoť poznáme, že tyto tětivy od středu kruhu stejně vzdálené jsou.

b) Leží-li vrchol úhlu v obvodu kruhu a jsou-li obě jeho ramena tětivami, tu slove úhel *obvodový*, n. p. ∢ ABC v obraze 58. O úhlech obvodových pravíme, že stojí na oblouku, jenž ramena jejich obmezuje; tak stojí n. p. všechny tři úhly ABC, ADC a AEC na oblouku AC. Nemůžeme zde ale říci, že bude oblouk tento úhlům na něm postaveným za míru sloužiti, jelikož nebyl s vrcholu jednoho ani druhého úhlu opsán; pomocí předešlých náuk však shledáme, že i tyto úhly jakousi vzájemnost s kruhem mají, tak že se bude moci předce z velkosti oblouku na úhel na něm postavený souditi.

Abychom vzájemnost tuto lépe poznali, vezmeme si nejprvé takový obvodový úhel, jehož jedno rameno středem kruhu jde, n. p. ∢ABC v obrazce 58; tu obdržíme, jestliže poloměr AO narýsujeme, rovnoramený trojúhelník AOB a zevnitřní úhel x, o kterémž z 15. b. víme, že se rovná dvěma vnitřním protilehlým úhlům, tedy ∢ x = OAB + OBA; poněvádž ale úhly OAB a OBA dle 16. a. stejné jsou, máme ∢ x = 2 ABO. Úhel x co středový má co míru oblouk AC, t. j. ∢ x = oblouku AC, musí tedy také ∢ ABO = *obl.* AC býti, a nebo, když na obou stranách polovici vezmeme: ∢ ABO $= \frac{\textit{obl. } AC}{2}$,

Obr. 58.



t. j. *obvodový úhel ABO = B má jen polovici mezi svými rameny obsaženého oblouku co míru.* Tato věta se nyní může o všech ostatních obvodových úhlech dokázati; vezmeme n. p. takový úhel, jehož obě ramena v témž polokruhu leží, tedy ∢ ABD v obraze 59. Tu z předešlého víme, jestliže si průměr BE ku pomoci narýsujeme, že

∢ 2. DBE = *obl.* DAE,

∢ 2. ABE = *obl.* AE; odečteme-li, obdržíme

∢ 2. DBE — 2. ABE = *obl.* DAE — *obl.* AE, a nebo

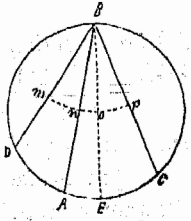
2 (∢ DBE — ABE) = *obl.* DA; t. j. 2 ∢ DBA = *obl.* DA, z čehož zase následuje, že ∢ DBA $= \frac{\textit{obl. } DA}{2}$,*)

*) V měřických spisech se předkládá místo slova: oblouk, latinské slovo arcus, tak že by se vlastně dle způsobu učených význam ten takto psáti měl: ∢ DBA $= \frac{\text{arc. } DA}{2}$.

t. j. úhel DBA má zase jen polovici oblouku DA co míru. Vezmeme-li nyní n. p. ∢ ABC, jehož ramena v rozličných polokruzích leží, máme opět:

2 ∢ ABE = arc. AE
2 ∢ EBC = arc. EC; sečteme-li oba řádky, obdržíme
∢ 2 ABE + 2 EBC = arc. AE + arc. EC, a nebo
2 (∢ ABE + EBC) = arc. AEC, t. j. ∢ 2 ABC = arc. AEC, z čehož opět následuje: ∢ ABC $= \frac{\text{arc. AEC.}}{2}$

Obr. 59.

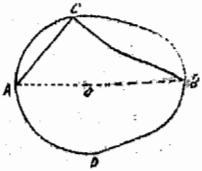


Opíšeme-li s vrcholu B (obraz 59.) poloměrem kruhu oblouk *mn*, tu jest vlastně tento oblouk mírou úhlu DBA; taktéž jest oblouk np. mírou úhlu ABC, a kdyžbychom délku těchto a předešlých obloukův porovnávali, shledáme skutečně, že arc. mn $= \frac{\text{arc. DA}}{2}$, atd. jest.

Ze všeho toho vysvítá, že středový úhel vždycky dvakrát tak velký jest jako na tomže oblouku postavený úhel obvodový; zároveň jest ale patrno, že se všechny obvodové úhly, kteréž na témž oblouku stojí, k sobě rovnati musí. Jest tedy v obrazci 58. ∢ B = D = E, poněvádž všechny tři půl oblouku AC co míru mají. Budeť tedy náuka: *Úhel obvodový má co míru jen půl oblouku, jenž mezi rameny jeho obsažen jest.* Pravým úhlem může obvodový úhel jen tenkráte být, opírají-li se ramena jeho o krajné body průměru, t. j. leží-li celý úhel v polokruhu; neboť jest v obraze 60.

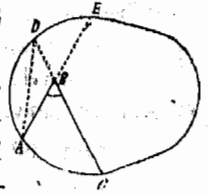
$\sphericalangle ACB = \frac{\text{arc. } ADB}{2} = \frac{180^0}{2} = 90^0$. V této případnosti jmenujeme obvodový úhel *úhel v polokruhu* a pravíme krátce: *úhly v polokruhu jsou pravé úhly.*

Obraz 60.



c) *Úhel, jehož vrchol uvnitř kruhové čáry leží, má za míru půl součtu obou obloukův, které mezi jeho rameny a jejich prodloužením obsažené jsou;* n. p. úhel ABC (obraz 61.). Jeho ramena odříznou oblouk AC, v prodloužení však oblouk DE, a tu máme tedy dokázati, že úhel $ABC = \text{arc. } AC + \frac{\text{arc. } DE}{2}$ jest; na první pohled se to zdá poněkud nesnadné býti, spojíme-li však krajní bod jednoho ramena s krajním bodem prodloužení druhého, n. p. bod A s D, tu obdržíme trojúhelník ABD, jehož úhly D a A úhly obvodové jsou. Máme tedy dle předešlého: $\sphericalangle ADC = \frac{\text{arc. } AC}{2}$,

Obr. 61.



$\sphericalangle DAE = \frac{\text{arc. } DE}{2}$; dohromady

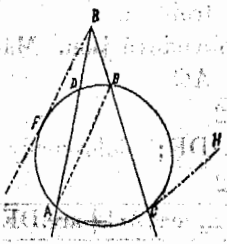
$$\text{edy } \sphericalangle ADC + DAE = \frac{\text{arc. } AC}{2} + \frac{\text{arc. } DE}{2} = \frac{\text{arc. } AC + \text{arc. } DE}{2}.$$

Náš úhel ABC jest však zevnitřním úhlem trojúhelníku ADB, a co takový se rovná oběma úhlům BAD a ADB (15. b.); máme tedy: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DAB + ADB = DAE + ADC = \frac{\text{arc. } AC + \text{arc. } DE}{2}$, t. j. co jsme měli dokázati.

Tato právě dokázaná náuka platí o všech úhlech, které vrcholy uvnitř obvodu kruhu mají, tedy i tehdáž, kdyžby vrchol do středu kruhu přišel; tu by se ale obě ramena průměry staly a úhel by byl úhlem středovým, o němž víme, že míra jeho jest část kruhu mezi rameny ležící. Nezdá se to tedy spolu shodovati; uvážíme-li však, že v této případnosti oba oblouky (oblouk totiž mezi rameny a oblouk mezi jejich prodloužením obsažený) k sobě rovné býti musí, poněvádž k stejným středovým úhlům náležejí, a že tedy součet jejich polovin dohromady jeden celý takový oblouk obsahovati musí, zmizí hned všechny pochybnosti a zároveň se tím náuka první oddílu tohoto nově objasní. Opět nový důkaz, jak úhly bezprostředně s kruhem souvisí!

d) Jinak to ale vypadne, leží-li vrchol úhlu zevnitř kruhové čáry, jako n. p. úhel ABC v obraze 62; ramena tohoto úhlu odříznou také dva oblouky kruhové čáry, jestliže ale spodní průsečník jednoho ramena s hořejším průsečníkem ramena druhého spojíme, n. p. bod A s E, tu vznikne hned trojúhelník ABE a jeho zevnitřní úhel AEC. Máme tedy: $\sphericalangle AEC = \sphericalangle EAB + ABE$; z toho ale vidíme, že $\sphericalangle ABE = \sphericalangle AEC - EAB$ jest. Poněvádž však úhly EAB a AEC úhly vrcholové jsou a co takové poloviny obloukův mezi svými rameny obsažených co míru mají, můžeme také psáti: $\sphericalangle ABE = \frac{\text{arc. } AC - \text{arc. } DE}{2}$, t. j.

Obr. 62.



úhel dvěma sečnými tvořený má co míru půl rozdílu obou obloukův mezi svými rameny obsažených.

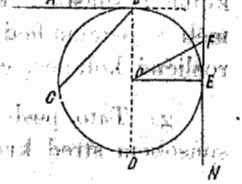
Rozumí se samo sebou, že sečná jakékoliv postavení míti může, a náuka tato že tedy i tenkráte pravdivá zůstane, kdyžby sečná v tečnou přešla; úhel n. p. FBC bude míti předce co míru půl rozdílu obloukův FC a FE, t. j. $\sphericalangle$ FBC $= \frac{\text{arc. FC} - \text{arc. FE}}{2}$.

Někdy se také stane, že i rameno obvodového úhlu, t. j. tětiva v tečnou přejde, n. p. úhel HCE; úhel tento má také jako každý jiný obvodový úhel půl oblouku EC co míru.

Vezmeme-li to všechno dohromady, poznáme, že má 1. úhel, jehož vrchol v středobodu kruhu leží, celý oblouk mezi jeho rameny obsažený co míru, 2. úhel, jehož vrchol v obvodu kruhu leží, má vždycky jen polovici toho oblouku, 3. úhel, jehož vrchol uvnitř kruhové čáry leží (ne však ve středobodu) má půl součtu obloukův a 4. úhel, jehož vrchol zevnitř kruhové čáry leží, jen půl rozdílu obloukův mezi jeho rameny a jejich prodloužením obsažených co míru.

e) Hned z počátku se pravilo (8. γ.) že tečná mimo kruh leží a s tímto jenom jeden bod společný má; nyní však se můžeme přesvědčiti, že každá v krajním bodu některého poloměru kolmo postavená přímka tečnou jest. Budiž n. p. v obraze 63. MN $\perp$ OE, tu nesmí tedy MN, má-li tečnou býti, vyjma bod B žádný jiný bod s kruhem společný míti; že tomu také v skutku tak jest, vidíme z následujícího. Veďme ze středu kruhu ještě jednu přímku n. p. OF, až k MN, tu obdržíme pravoúhelný trojúhelník

Obr. 63.



OEF, v němž OF co přepona největší stranou býti musí, tedy OF > OE, t. j. bod F jest od středu kruhu vzdálenější nežli bod E, a leží tedy mimo kruh. To platí o každém bodu přímky MN, tak že mimo bod E, jehož vzdálenost se od středu zrovna poloměru rovná, žádný jiný bod s kruhem společně míti nemůže a jest proto skutečně tečnou. Naopak ale také pravíme: *spojí-li se tečný bod se středobodem kruhu, stojí takto narýsovaný poloměr na tečné kolmo.*

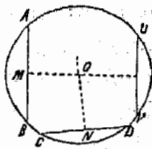
f) *Kolmice ze středu kruhu na tětivu spuštěná půlí tětivu i k ni přináležející oblouk.* Přesvědčímeť se o tom, jestliže krajní body tětivy se středem kruhu spojíme; neboť se tu okamžitě rovnoramený trojúhelník ABC (obraz 64.) objeví, a o tom víme, že přímka z vrcholu kolmo na základnou vedená, nejen úhel při vrcholu, nýbrž i základnou půlí. Jest tedy, když CD ⊥ AB postavíme, AE = EB, a poněvádž i ∢ ACD = ∢ DCB jest, musí se také oblouky k nim přináležející k sobě rovnati, t. j. arc. AD = arc. DB. Z toho také následuje, že přímka ve středobodu tětivy kolmo postavená, středem kruhu jíti musí, neboť bysme mohli, když by nešla, ze středu kruhu na tětivu kolmou spustiti, která by ji půlila, a tu bysme potom měli v jednom bodu přímky, ve středobodu tětivy totiž, dvě rozličné kolmice, což ani možné není.

Obr. 64.

g) Tato poslední náuka ukazuje, jak se dá snadným spůsobem střed kruhu vyhledati. Vezmeme n. p. v obraze

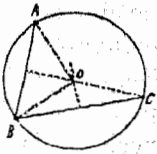
65. dvě tětivy AB a CD, rozpolme je a v bodech M a N na ně kolmice postavme; tu musí, poněvádž jedna i druhá kolmice skrze střed kruhu jde, tento v jejich společném průsečníku *o* ležeti. Musí se však na to hleděti, abychom ty dvě tětivy rovnoběžně nevzali, jelikož by kolmice v jejich středobodech postavené jednu jen přímku činily a my tak žádný průsečník neobdrželi, jak to u tětiv AB a UV viděti jest. Ztratíme-li tedy někdy střed kruhu na papíře nebo na tabuli narýsovaného, nějakého terče, kola, atd. musíme vždy pomocí této náuky k cíli přijíti.

Obr. 65.



h) *Skrze tři body, které však v jedné přímce ležeti nesmí, může se vždycky kruh provésti:* má-li n. p. kruh skrze body A, B a C (obraz 66.) jíti, potřebujeme jen dva a dva z nich přímkou spojiti a máme předešlou úlohu. Každá tato přímka jest totiž tětivou toho kruhu a kolmá v jejím středu sestrojená jde jeho středobodem; v průsečníku dvou takových kolmic jest tedy střed kruhu a poloměrem jeho bude vzdálenost středu od kterého koliv těch tří daných bodův, poněvádž se všechny tyto vzdálenosti k sobě rovnají, z důvodův následujících. Trojúhelník AOB jest dle 17. a) rovnoramený, tedy BO = AO, rovněž jest ale trojúhelník BOC rovnoramený, tedy také BO = OC, proto máme: BO = AO = OC. t. j. vzdálenosti daných bodův od středu *o* jsou všechny stejné.

Obr. 66.



19. Upotřebení náuk týkajících se shodnosti trojúhelníkův, kruhu a úhlův při tom se naskytujících, jest větší

a důležitější, než by se snad na první pohled souditi dalo, a to hlavně v rýsování, poněvádž toto, má-li požádavkům hned z počátku vysloveným náležitě vyhověti, přísně na větách měřických založeno býti musí. Nesmíme při tom jenom zapomenouti, že všechny čáry a body, o nichž v měřictví řeč jest, čáry mathematické, tedy bez tlouštky jsou a proto k docílení větší dokonalosti co možná jemně rýsované a rozličným spůsobem vyobrazené býti musí; nebude tedy od místa, jestliže se několika slovy o provedení výkresův zmíním a i na nářadí, jakéhož se při tom s prospěchem užívá, poukaži. Především záleží mnoho na tom, aby se k rýsování nebral lecjakýs papír a nebo kterákoliv tužka, protože se n. p. psací, třeba výborný papír k rýsování ani nehodí. Papír k rýsování a kreslení je již zvláště k tomu účelu jinak připravený, jest obyčejně tlustší, nežli papír k psaní a nesmí se tak snadno rozedříti nebo rozchlupatiti, když se pružcem (gummi elasticum) na něm šoupe; poněvádž se výkresy také často barvou pokládati musí, nesmí papír k rýsování, byv čistou vodou potřen, rychle schnout a vlhkost hltavě do sebe ssát, jelikož by to při pokládaní mnoho obtíží a nepříjemností způsobilo. Přesvědčíme se o této vlastnosti, když kraj papíru mírně naslíníme; schne-li navlažené místo pozvolna a stejně, byl papír dobře klížen. Dříve však, než se na papíře pracovati počne, musí se na desku napnouti, aby byl rovnější a při práci totéž položení podržel. Napínáť se papír způsobem rozličným, nejlépe takto: celý list se na spodní straně ve vodě namočenou, ale čistou houbou všude stejně natře, aby se tak mírně navlažil a k napnutí spíše povolným učinil;

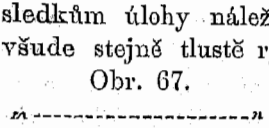
nyní se položí tou pomáčenou stranou na desku (na prkno), která všude rovná a hladká býti musí. Kraje papíru se potom buď rozpuštěnou klovatinou čili tak zvanou arabskou gumou natřou a celý papír se šátkem nebo rukou tak k desce přitlačí, aby žádné velké záhyby při kraji nezůstaly a papír na desku co možná všude stejně přiléhal. Nyní teprv se kraje přilepí. Někdy se však kraje místo klovatinou páskami k tomu cíli zhotovenými přilepí, při čemž se však pozor dáti musí, aby půl pásky k desce a druhá polovice na papír přiléhala. Takto k rýsování připravený papír jest ovšem pln záhybů, nesmí se ale na teplé místo dáti, n. p. ke kamnům nebo na slunce, aby snad dříve uschnul, poněvádž by se státi mohlo, že by se, náhle schna, přetrhl; teprv když se všechny záhyby vytratily a žádná vlhkost na papíře k pozorování není, může se na něm pracovati. Papíry strojové, které již z dílny více klížené a shlazené dostáváme, nepotřebujeme ani máčeti, jestliže se na nich barvou pokládati nebude; tyto papíry se pouze malými řebíčky, kouskem klíhu a nebo jen páskami na sucho přilepují.

Co se tužky čili olůvka dotýče, tu se pracuje nejlépe těmi prostředními, které ani příliš měkké, ani příliš tvrdé býti nesmí, jen když ostrou a hodně dlouhou špičku mají. Měkké tužky se musí pořád ořezávati a čáry jími udělané se rozmazávají a špiní; tvrdé však zase papír škrábou a rozřezávají a dají se nesnadno pružcem vymazati. Dobrá tužka nesmí mít žádné kaminky, a špička se nesmí při práci slíniti; nejlepší tužky k rýsování jsou z Hardtmuthovy dílny v Budějovicích, které již všeobecného rozšíření i za hra-

cemi došly, jmenovitě ale číslo 3 a 4 se k tomu dobře hodí. Též Fabrových tužek se může použíti, jsou ale mnohém dražší. Každý výkres se vypracuje nejprvé tužkou, čárky se dělají všude plně ale tence a raději trochu delší, aby se průseční body tím přísněji ustanovily, a teprv když celý výkres tužkou vyhotoven jest, vytáhne se rýsovacím perem, v tuši neb i v jiné barvě namočeným, vše náležitě, aby se tak všechny čárky dokonale obmezily a snadno nesmazaly.

Poněvádž takto narýsované body a čáry jakousi oku srozumitelnou řeč představovati musí, ustanovilo se vůbec za pravidlo, aby se 1. všechny hlavní, k předmětu nebo k výsledkům úlohy náležející čáry, křivé nebo rovné, plně a všude stejně tlustě rýsovaly, jako jsou n. p. v obraze 67.

Obr. 67.



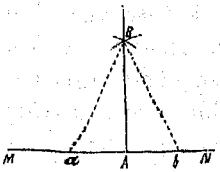
čáry ab, cd. 2. Jsouli však čáry tyto něčím zakryté, tu se musí přetržitě nebo tečkovaně rýsovati, jako jsou ef, gh, mn; 3. všechny ostatní čáry, které k výsledku úlohy sice nenáležejí, ale předce k dokonalejšímu provedení konstrukce potřebné jsou, totiž tak nazvané pomocné čáry vytáhnou se vždy tence a to nejlépe tečkovaně; jako n. p. uv; 4. je-li takovýchto pomocných čar mnoho, tu se některé černou, modrou nebo červenou barvou plně, tence však vytáhnouti mohou; 5. všechny ostatní zbytečné, tužkou udělané čárky se konečně pružcem vymažou a celý výkres se střídkou z housky nebo z chleba vyčistí. Ku konci se potom psacím, v černé tuši namočeným pérem patřičné nápisy připojí; písmo musí být malé a vkusné, nejlépe

latinské. Neúhledným nápisem se celý, třeba dosti dokonalý výkres snadno zohyzdí a pokazí. Že k rýsování jen dobrou tuš vezmeme, rozumí se samo sebou, nesmí se však tuze hustá udělati, poněvádž potom péro spouštěti nechce a hrubé nečisté čárky dělá. Vlastnosti dobré tuše jsou: mdlý, zlatý lesk; jemné zrno, snadno musí spouštět; na vlažném prstě třena, nesmí se mazati; při namáčení z mísky nesmí býti hustá a lepká; rychle musí schnouti a pevně na papíře držeti. Špatná tuš, když v mísce zaschnul, se loupá a drtí; zdali tuš příjemně voní a nebo ošklivě zapáchá, jest lhostejno, jen když právě udané vlastnosti má. Může se však státi, že i vzdor dobrému nářadí předce výkres špatně a nečistě vypadne, jestliže kreslič neobratný jest a neb jestliže se nekonala celá práce v jakémsi pořádku; snadnoť se zde neb onde něco zapomene, něco se neprávě vytáhne a musí být škrábáno, tu se zas něco zapomene a tak se celý výkres pokazí. Potřebať tedy v rýsování jakéhosi cviku a návodu, aby se začátečník naučil i složitější výkresy jistě a dokonale provésti, spis tento začíná proto hned těmi nejprvnějšími konstrukcemi, aby tak, kdo se v rýsování vycvičiti chce, nějakému pořádku navykl a návod k rýsování samému obdržel.

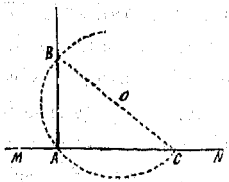
a) Strojení kolmých čar.

1. Na přímku MN (obraz 68.) se má v bodu A kolmice postaviti: Odřízni na obou stranách bodu A libovolné, ale stejné kusy aA a bA, udělej tedy aA = bA,

Obr. 68.



Obr. 69.



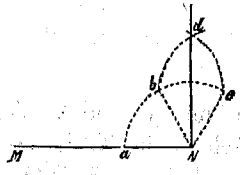
nad *ab* sestroj rovnoramený trojúhelník, t. j. dovolným poloměrem opiš z *a* a *b* oblouky, až se proseknou, tu bude B vrchol toho trojúhelníku a BA stojí na MN kolmo (dle 17. a).

Není-li bod A, kterým kolmice jíti má, určen, vezmou se oba body *a* a *b* zcela libovolné a sestrojí se tímže spůsobem na hoře i dole rovnoramený trojúhelník; přímka jejich vrcholy spojující stojí zase na MN kolmo.

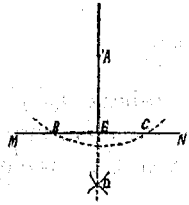
2. Leží-li bod A, kterým kolmice jíti má, blízko u některého kraje a neb snad i v kraji samém, tak že by se v tu stranu onen dílek vnésti nemohl, n. p. v obraze 69., tu opiš z libovolného, mimo danou přímku ležícího bodu, n. p. z bodu *o* poloměrem oA oblouk, který přímku MN v C protíná; veď nyní z průsečníku C středem kruhu přímku CO, až by kruh na hoře v B prosekla, tu bude AB kolmo na MN (18. b).

3. Také se může následující konstrukce použiti, má-li se v krajním bodu N (obraz 70.) kolmá postaviti; opíše se z určeného bodu N poloměrem libovolným oblouk, který v *a* danou přímku seče; od tohoto bodu počínajíc odříznou se

Obr. 70.



Obr. 71.

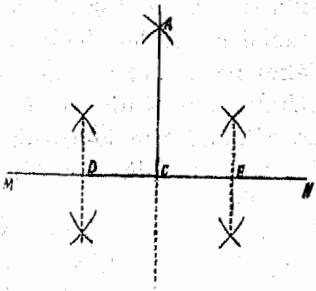


tímž poloměrem oblouky *ab* a *bc*; z bodův *b* a *c* se nyní sestrojí tímže rozevřením kružítka obloučky, které se v *d* protínají. Čára průsečník *d* s bodem N spojující, stojí kolmo na MN.

4. Bod, kterým kolmá jíti má, leží mimo přímku, n. p. v obraze 71. bod A. V této případnosti se opíše z A takovým rozevřením kružítka oblouk, aby přímku MN ve dvou bodech protínal; z těchto průsečníkův B a C se opíší zase dole libovolným poloměrem oblouky, a jejich průsečník D se spojí s bodem A. Přímka AE stojí potom kolmo na MN.

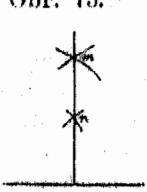
5. Kolmá má jíti zrovna středním bodem přímky MN (obr. 72.) Opiš z obou krajních bodův poloměrem dovolným na hoře i dole oblouky, spoj jejich průsečníky A a B, tu jest dle 17. a. nejen AC ⊥ MN, nýbrž i MC = CN. Poloměr těchto obloukův však musí větší býti než půl MN, jelikož by se jinak ani nesekly a my tedy žádné průsečníky neobdrželi. Zároveň z této konstrukce vysvítá, jak se může daná přímka rychle a dokonale rozpůliti (kolmice AB n. p. MN prochází zrovna středním bodem); jestliže ale tutéž konstrukci s půlkami MC a CN opakujeme, můžeme snadno každou polovici zase rozpoliti a tak celou přímku MN v 4 stejné díly rozděliti. Podobně se rozdělí přímka MN ve 8, 16 atd. dílův. Není-li

Obr. 72.



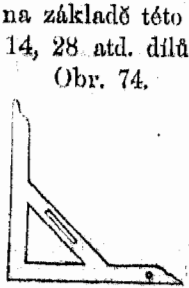
však na některé straně přímky místa, tak že se oblouky jen na jedné straně opsati mohou, jako n. p. v obraze 73., tu se sestrojí, jak obraz okazuje, na též straně dva průsečníky rozličnými poloměry; přímka potom jimi procházející má tu samu vlastnost jako v předešlém obrazci.

Obr. 73.



Měla-li by se přímka v 6, 12, 18, atd. dílův rozděliti, tu jest nejlépe, když ji dříve ve 3 díly skoušením rozdělíme a potom každý tento dílek pomocí předešlé konstrukce rozpůlíme a nebo ve 4, 8 atd. dílův rozdělíme; tímto spůsobem to jde čerstvěji než samým skoušením, poněvádž se kružítko málo kdy zrovna tolik rozevře, aby se jeho rozevření 6krát, 12krát a nebo 18krát vnésti mohlo. Skouší-li se při tom mnoho a dlouho, bude přímka celá rozpíchaná, tak že pro dělící body potom ani místa nezůstane. Podobně se musí přímka skoušením v 5 nebo 7 dílův rozděliti, a pak se na základě této konstrukce snadno v 10, 20 atd. nebo na 14, 28 atd. dílův rozdělí. *)

Obr. 74.



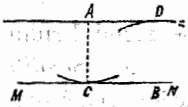
6. Na poli, na prkně, na plechu atd., kde se vůbec o velikou přísnost nejedná, staví se kolmice nejpohodlněji pomocí *úhelnice*, obraz 74., kterou bez toho každý řemeslník zná a s ní zacházeti umí.

*) O všeobecném dělení čar promluvíme na jiném místě, poněvadž k vysvětlení tam se naskytujících úloh posud uvedené náuky nestačí.

b) Rýsování rovnoběžných čar.

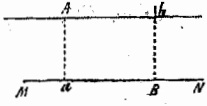
1. Nejpohodlněji a nejrychleji se rýsují rovnoběžky pomocí trojúhelníku a pravidka, jak to již v 13. d. obrazech 35 a 36 vysvětleno bylo. Není-li však než jednoho trojúhelníku při ruce, tak že jej není k čemu přiložiti, pomůžeme si kružítkem, a sice: Opiš z daného bodu, jímž rovnoběžka jíti má, n. p. v obraze 75. z bodu A oblouk, aby se MN dotékal; tím samým poloměrem, opiš potom z libovolného bodu přímky MN n. p. z B zase oblouk. Přilož nyní k oblouku tomuto pravítko, a veď přímku bodem A, aby se ho dotékala, tu bude AD//MN.

Obr. 75.



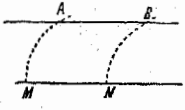
2. Jiný spůsob jest v obraze 76. naznačen; spusť totiž z A kolmou Aa, postav v libovolném bodu B zase kolmou, a udělej ji rovnou Aa, t. j. udělej Aa=Bb, tu bude AB//MN.

Obr. 76.



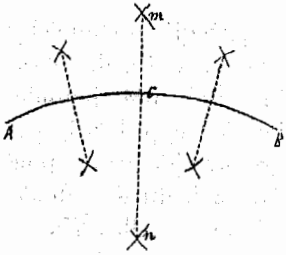
3. Není-li bod, kterým rovnoběžka jíti má, napřed již určen, tak že ji vůbec v kterém koliv místě narýsovati můžeme, tu jest nejpohodlnější konstrukce tato: opiš z dvou libovolných bodův přímky MN (obraz 77.) oblouky poloměry též dovolnými avšak stejnými; odříznou-li se na nich stejné kusy, n. p. MA = NB, bude přímka průsečníky A a B spojující s MN rovnoběžná.

Obr. 77.



c) *Oblouk kruhový se má rozpůliti.* Z krajních bodův A a B (obraz 78.) sestrojí se poloměrem dovolným na hoře i dole oblouky; přímka jejich průsečníky *m* a *n* spojující

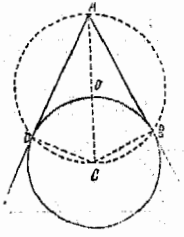
Obr. 78.



zde zrovna středobodem oblouku AB, tak že jest *arc.* AC = *arc.* CB. Opakuje-li se tato konstrukce s každou polovicí, rozdělí se daný oblouk snadno ve 4, 8, atd. stejných dílův. Vůbec platí o dělení obloukův totéž, co jsme právě v 19. a. 5. o dělení přímek pověděli. Jak se kruh třemi body vésti, a neb jak se střed kruhu vyhledati má, bylo v 18. g a h vysvětleno.

d) *Strojiti tečnou.* Má-li se v některém bodu kruhu tečná narýsovati, spojí se daný bod se středem kruhu a na tento poloměr se postaví v kraji kolmá (18. e). Leží-li ale bod, kterým tečná jíti má, mimo kruh n. p. v obraze 79. bod A, tu nevíme, v kterém místě se tečná kruhu dotékati bude. Přiložením pravítka na bod A a kruh najdeme sice brzo tečnou, spojíme-li ale daný bod se středobodem kruhu a považujeme-li přímku CA za průměr nového kruhu, jenž svůj střed v *o* má a daný kruh v B a D seče, tu shledáme, že jsou obě přímky AB a AD, které totiž průsečníky kruhův s daným bodem spojují, tečné daného kruhu. Neboť víme z 18. b, že jsou úhly ABC a ADC úhly v polokruhu a co takové pravé; stojí tedy obě přímky na poloměrech kolmo. Z toho jde zároveň naučení, že se z jednoho, mimo kruh ležícího bodu dvě tečné k témuž kruhu rýsovati mohou. Může-li pak tečná také bodem jíti, který uvnitř kruhu leží?

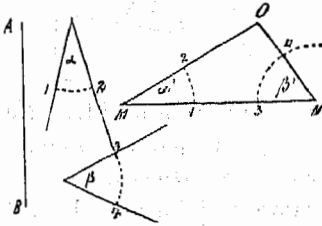
Obr. 79.



e) Strojení trojúhelníkův z daných částek.

1. Jsou dány dvě strany AC a AB, a jimi uzavřený úhel α (obraz 49.). Udělá se přímka rovná jedné z daných stran, n. p. A'B' = AB; nyni se změří úhel α obloukem cd, a tímtéž poloměrem se opíše z oblouk tak velký jako je c, d, t. j. udělá se dle 12. c'd' = cd. Přímka z A' bodem d' vedená udává směr strany A'C', která s A'B' daný úhel a = a' uzavírá. C'A' se udělá rovná k AC, a krajní body B' a C' dají třetí stranu, tak že obdržíme △ A'B'C'.

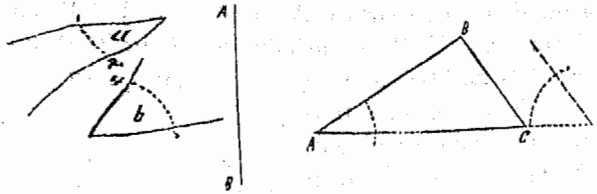
Obr. 80.



2. Jest dána strana AB (obraz 80.) a k ní přilehajíc úhly α a β. Narýsuj přímku a udělej ji rovnou k dané straně tak že bude AB = MN; opiš z vrcholu úhlu α oblouk přenes ho na oblouk z krajního bodu přímky MN timté poloměrem opsaný, t. j. udělej dle 12. ∢ $\alpha = \alpha'$, a takté přenes úhel β na druhou stranu přímky MN. Prodlouží-l se nyni ramena úhlův α' a β', obdržíme v jejich průsečník O třetí vrchol a tím △ MNO. Že se úhly α a β tak opačně přenésti mohly, t. j. úhel α ve vrcholu N a úhel v levo u M, rozumí se samo sebou; obdrželi bychom př tom tentýž trojúhelník ale převráceně postavený.

3. Jsou dány 2 úhly a a b a tomu většímu protilehlá

Obr. 81.

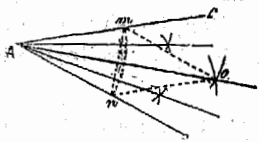


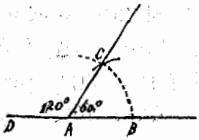
trana AB (obraz 81.) Narýsuje se úhel = a, když jest < b a na jedno rameno se vnese strana AB; v některém místě prodlouženého ramena AC se narýsuje ten větší úhel b, k ramenu jeho se vede z B rovnoběžná, ažby rameno druhé v C prosekla. Tu obdržíme ∢ ABC, v němž naproti straně úhel b = ACB leží.

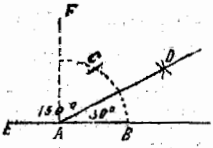
4. Jsou-li všechny tři strany dány, tu se musí, jak již z počátku vysvětleno, na to dbáti, aby dvě z nich dohromady větší byly než ta třetí. Buďtež tedy abc dány (obr. 53.). Udělá se nejprve přímka B roveň jedné dané straně, n. p. CB = a. Z krajního bodu C se opíše oblouk, jehož poloměr se buď straně c nebo b rovná; z druhého krajního bodu B však opsaný oblouk musí mít tu druhou stranu za poloměr. Byl-li tedy první oblouk poloměrem = c opsán, musí míti ten druhý poloměr = b. Spojí-li se průsečník A s krajními body přímky CB, obdržíme žádaný trojúhelník ABC.

f) *Daný úhel se má rozpůliti.* Opíše se z vrcholu daného úhlu oblouk poloměrem libovolným (obraz 82.), z průsečníkův *m* a *n* se sestrojí zase oblouky, poloměrem buď

Obr. 82. Obr. 83. Obr. 84.







tím samým a nebo třeba i jiným. Spojí-li se nyní průsečník O s vrcholem A, tu jest ∢ OAC = OAB. Opakujeme-li tuto konstrukci s každou polovicí, t. j. rozpůlíme-li dále ∢ OAC a ∢ OAB, bude daný úhel na 4 a podobným spůsobem i na 8, 16 atd. dílův rozdělen. Má-li se úhel na 3 nebo na 5, 7 atd. dílův rozděliti, tu není žádná všeobecná, dokonalá konstrukce známá; obyčejně se oblouk z vrcholu opsaný takto rozděluje: rozevře se kružítko tak, aby se velkost rozevření jeho třikrát na oblouk vnésti mohla a není-li to dost dokonale, zmenší se nebo zvětší dle okolnosti, až konečně předce žádaný dílek obdržíme. Pomocí právě udané konstrukce potom se může každý dílek rozpůliti a tak rozdelíme daný úhel v 6, 12 atd. dílův. I na 5 dílův rozdělují praktikové úhel skoušením a pak teprv pomocí této konstrukce na 10, 20 atd. dílův.

g) Rýsování často užívaných úhlův, jako n. p. 15°, 20°, 30°, 45°, 60°, 120°, 150°.

Sestroj rovnostraný trojúhelník ABC, jak přiložený obrazec 83. okazuje, t. j. opiš z některého bodu přímky DB n. p. z A oblouk a odřízni na něm tímtéž polo-

čerm z průsečníku B bod C; tu jest dle 16.b ∢ CAB = 60°. Jeho vedlejší úhel má dle 10. 180° — 60° = 120 upřův. Má-li se úhel 30° narýsovati, potřebuje se jen úhel 0° rozpůliti, tak bude ∢ CAD = 30°. Rovněž jest obraze 84. ∢ DAB = 30°, proč? Rozpůlením pravého hlu FAB obdržíme úhel 45°. Jak velký jest vedlejší úhel 45°, k 30°?

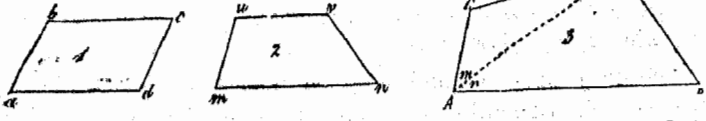
Úlohy. 1. Má se narýsovati rovnostraný trojúhelník, jehož obvod dán jest. 2. Má se narýsovati rovnoramený trojúhelník, jehož obvod a základnou známe. 3. Narýsuj pravoúhelný trojúhelník, jehož přepona a jedna odvěsná známé jsou. 4. Má se narýsovati rovnoramený trojúhelník, jehož základná a výška dány jsou. 5. Kruhový oblouk se má doplniti v kruh. 6. Má se okolo daného trojúhelníku kruh opsati. 7. Narýsuj v daném kruhu dvě stejné tětivy, tak ale, aby byly rovnoběžné a za druhé nerovnoběžné.

B. Čtyrúhelníky.

20. Obrazec čtyrmi stranami uzavřený slove čtyrúhelník; při rozdělování čtyrúhelníkův hledíme nejvíce k položení stran a tu máme čtyrúhelníky trojího spůsobu:

a) rovnoběžníky (Parallelogram), kde vždy dvě a dvě

Obr. 85.



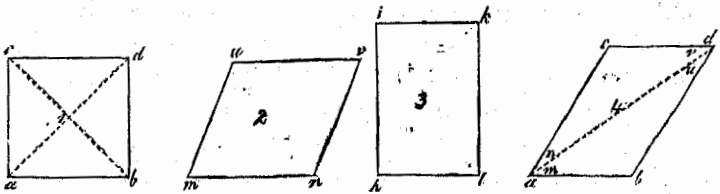
protější strany rovnoběžné jsou, n. p. v obraze 85. 1. ab//cd, bc//ad.

b) lichoběžníky (Trapez), kde jen dvě proti sobě ležící strany rovnoběžné jsou, druhé dvě strany ale směr rozdílný mají, n. p. v obraze 2. jest mn//uv.

c) různoběžníky (Trapezoid), kde má každá strana jiný směr, jako n. p. obraz 3. Nejdůležitější jsou rovnoběžníky a sice nejen z ohledu stran nýbrž i z ohledu úhlův; náležíť k rovnoběžníkům:

α) čtverec čili quadrat, jehož všechny strany stejné a úhly všechny pravé jsou; n. p. obraz 86.1.; můžeme tedy

Obr. 86.



o stranách napsati: ab ‡ cd, ac ‡ db, t. j. ab jest rovnoběžná a stejná se stranou cd atd. Znaménko ‡ tedy vyjádřuje v měřictví rovnoběžnost a stejnost zároveň; místo slova „čtverec“ se užívá při psaní také znamenka □, jakož se n. p. i v počtech psává. 20□°, t. j. 20 čtverečných sáhův.

β) kosočtverec (Rhombus), jehož strany sice všechny stejné jsou, úhly však kosé, t. j. ostré a tupé (obraz 2); které úhly jsou zde ostré a které tupé?

Kosočtverec se již nesmí znaménkem □ poznamenati, jelikož se ho výhradně u čtverce užívá; jaký jest rozdíl tedy mezi čtvercem a kosočtvercem?

γ) *obdélník* (Oblong), při kterémž se jen dvě a dvě strany k sobě rovnají, úhly jsou však všechny pravé (obraz 3); tedy kl ∥ hi, ik ∥ hl, a ∢ h = i = k = l = R.

δ) *kosodélník* (Rhomboid), který má sice též jen dvě a dvě strany stejné, úhly však kosé (obraz 4.). Čím se liší kosodelník od obdélníku? v čem se shoduje s kosočtvercem?*)

Zde se bezděky otázka namítá, zdali úhly čtyrúhelníkův též nějakým zákonům nepodlehají, jako jsme to při trojúhelníku viděli? Ovšem že podlehají, hned to také najdeme, nesmíme jenom z paměti vypustiti, co se až posud o úhlech vůbec povědělo. Přímkou, která vrcholy dvou, ne však po sobě následujících úhlův spojuje, rozdělíme každý čtyrúhelník na dva trojúhelníky, a nyní již víme (v obraze 85. 3.) že ∢ C + m + u = 180, a

∢ B + n + v = 180; sečteme-li oba řádky, obdržíme: ∢ C + m + u + B + n + v = 360° = 4 R.

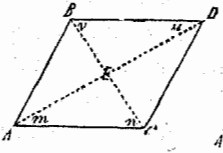
Úhly však m + n dají úhel A, a taktéž jest ∢ u + v = D; máme tedy: ∢ A + B + C + D = 4 R., t. j. *úhly v čtyrúhelníku obsahují dohromady čtyry pravé.* Pomocnou čarou jsme tedy celou úlohu v známé již věty rozložily a přišli jsme tak k novým výsledkům! Přímka tato, vrcholy dvou ne však po sobě následujících úhlův spojující, slove *úhlopříčná* (Diagonale), a patrnoť, že v každém čtyrúhelníku dvě úhlopříčné býti mohou; v trojúhelníku nemohla být žádná, jelikož všechny tři úhly po sobě následovaly a vrcholy vždycky jednou stranou spojené měly.

---

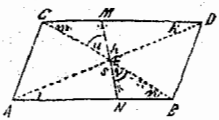
*) Čtverec a obdélník jmenujeme též „pravoúhelné rovnoběžníky," a neb zkrátka „pravoúhelníky."

Úhlopříčna rozděluje každý rovnoběžník ve dva shodné trojúhelníky. V obraze 87. n. p. △ ADB ≅ ADC dle 4. známky (AB = DC, BD = AC, AD = AD); rovněž ale jest △ ABC ≅ BDC. Zároveň z toho také vysvítá, *že se obě úhlopříčné vespolek půlí*;

Obr. 87.



Obr. 88.



dokážemť to pomocí shodnosti trojúhelníkův ACE a BDE. Tyto trojúhelníky mají: BD = AC, ∢ u = m (co střídnolehlé) a rovněž ∢ v = n, jsou tedy dle 2. známky shodné. Jelikož ale v shodných trojúhelnících naproti stejným úhlům i stejné strany leží, jsou AE = ED a BE = EC, t. j. úhlopříčná AD jest v bodu E půlená rovněž jako úhlopříčná BC.

Bod, v němž se obě úhlopříčné rovnoběžníku půlí, má ještě i tu vlastnost, *že každá skrze něj vedená přímka rovnoběžník ve dvě stejné částky rozděluje a sama v něm půlená jest*, a z té příčiny slove také tento bod *střed* rovnoběžníka.

Že tomu skutečně tak jest, dokážeme hned pomocí shodných trojúhelníkův; budiž n. p. bodem E přímka MN (obraz 88.) vedená, tu jest:

△ CME ≅ ENB (majíť CE = EB, ∢ m = n, ∢ u = v)
△ CAE ≅ EBD (dle 4. známky)
△ ANE ≅ EMD (dle 2. známky); sečteme-li to, obdržíme:
△ CME + △CAE + △ANE = △ENB + △EBD + △EMD,
t. j. ACMN = MNDB.

Že přímka MN sama v bodu E půlená jest, následuje ze shodnosti trojúhelníkův CME a ENB, poněvádž se musí strany, které stejným úhlům *m* a *n* naproti leží, rovnati,

jest tedy EM = EN. — Tato právě dokázaná nauka platí o každé průsečníkem obou úhlopříčen vedené přímce, tedy i o takové, která by s některou stranou rovnoběžníku rovnoběžná byla. Můžeme proto každý rovnoběžník nejen po délce, ale i po šířce rozpůliti, jak to v obraze 88. tečkovanými přímkami naznačeno jest.

Ve čtverci mají úhlopříčné mimo to ještě i tu vlastnost, *že na sobě kolmo stojí a obě stejně velké jsou.* Jak se o tom přesvědčíme? (viz obrazec 86. 1.)

V každém rovnoběžníku se protilehlé úhly k sobě rovnají. Dokážemť to pomocí shodných trojúhelníkův abc a acd (obraz 86. 4.); neboť jest v těchto trojúhelnících:

$$ad = ad, \quad \sphericalangle m = v \text{ (střídnolehlý)}$$
$$\sphericalangle n = u \quad \text{„}$$

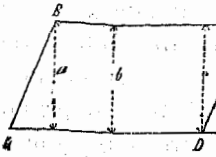
sečteme-li, obdržíme: $\sphericalangle m + n = u + v$, t. j. $\sphericalangle a = d$.

Tímtéž spůsobem se dokáže, že jest $\sphericalangle b = c$, a z toho následuje, že musí, je-li v rovnoběžníku jeden úhel pravým, všechny ostatní úhly také pravé býti. Byl-li by n. p. v obraze 86., 3.) úhel $h = R$, musí dle této náuky i úhel $k = R$ býti; jelikož ale dle 13. d $\sphericalangle h + i = 180^0$ býti musí a $\sphericalangle h$ již 90^0 má, zbyde i pro úhel i 90^0 a následovně bude i jemu rovný úhel $l = 90^0$.

21. V čtyrúhelníku můžeme rovněž jako v trojúhelníku kterou koliv stranu za základnou vzíti; kolmá z nejvyššího bodu na ni a neb na její prodloužení vedená slove potom také výška. V rovnoběžníku však jde výška z protější rovnoběžné strany a může se tedy v kterémkoliv místě narýsovati, poněvádž obě strany všude stejnou vzdálenost mají; v obraze 89. jest n. p. AD základnou, a přímky

$a = b = c = d$ udávají jeho výšku. V lichoběžníku se beře obyčejně, není-li nic zvláštního udáno, některá z obou rovnoběžných stran za základnou a výška se potom jako v rovnoběžníku s protější rovnoběžné strany spustí.

Obr. 89.



Již v 14. jsme pověděli, že délka všech stran do mady „obvod“ slove, a nyní jsme viděli, že nejen str trojúhelníkův, nýbrž i všech rovnoběžníkův jakýmsi z nům podléhají. Udání obvodu bývá v životě praktic věci velmi důležitou a protož nebude od místa, povín něco o jeho vypočítání.

V čtverci a kosočtverci jest obvod roveň čtyrnáso jedné straně, jelikož všechny 4 strany stejné jsou; po mená-li se tedy pro krátkost obvod písmenem *o* a str písmenem *s*, máme obvod čtverce a kosočtverce: $0 =$ a naopak, rozdělíme-li obvod ve 4 díly, obdržíme str tedy: $s = O/_4$. V obdélníku a kosodélníku však, kde dvě a dvě protilehlé strany stejné jsou, jest součet o nestejných stran, šířky a délky totiž, teprv půl obv poněvádž tu dvě strany do délky a taktéž dvě do š jsou. Jest tedy obvod obdélníka a kosodélníka: $0 = (š +$ jestliže totiž šířku a délku písmenami *š* a *d* poznamená Známe-li naopak obvod kosodélníku nebo obdélníku, mus vždy 2 šířky anebo 2 délky z obvodu vzíti, chceme-li dv dvě délky obdržeti, máme tedy: $2š = 0 - 2d$,

$2d = 0 - 2š$,

Příklady. 1. Strana čtverce jest $4^0 5' 6''$; obvod bude tedy $4^0 5' 6'' \times 4 = 19^0 4'$. Je-li však obvod čtverce $287{\cdot}52'$, jaká bude jeho strana?

2. Obvod prkna $3^0 4'$ dlouhého jest $7^0 3' 8''$; jak široké jest to prkno?

Obě délky jsou: $3^0 4' \times 2 = 7^0 2'$, obě šířky obnášejí tedy: $7^0 3' 8'' - (7^0 2')$, a odečteme-li skutečně, bude $2š = 1^0 8''$, tedy šířka $š = \frac{1' 8''}{2} = 10''$.

3. Je-li obvod kosodélníku $7{\cdot}5^0$ dlouhého $28^0 4' 6''$, jaká bude jeho šířka? (odpověď $6^0 5' 3''$).

4. Deska k rýsování jest $18' 5''$ dlouhá a $14{\cdot}05''$ široká, jak velký kus pásky bude k napnutí papíru potřebí? ($5' 5{\cdot}1''$).

5. Pole, které má podobu obdélníku, měří v obvodu $400'$, délka jeho jest však o $3^0 2'$ větší než šířka; jak dlouhé a jak široké jest to pole? Poněvádž obě délky šířku o $3^0 2'$, t. j. o $20'$ převyšují, musíme nejprv $20' \times 2 = 40'$ od celého obvodu odečísti, a pak nám dá čtvrtý díl zbytku šířku; jest tedy $š = \frac{400' - 40'}{4} = \frac{360}{4} = 90' = 15^0$, délka bude tedy $90 + 20 = 110' = 18^0 2'$.

6. Ze železné obruče, která má zrovna podobu čtverce, a jejíž strana $4' 4''$ obnáší, má se udělati jiná obruč, u které jest délka třikrát tak velká jako šířka; jak se to udělá? Délka obruče jest $4' 4'' \times 4 = 17' 4''$. V nové obruči ale jdou na jednu délku 3 šířky, tak že délka a šířka dohromady, t. j. půl obruče šířku 4krát obsahují;

a poněvádž dvě takové polovice máme, musíme délku celé obruče v 8 dílův rozděliti a obdržíme 817′ 4″ = 2′ 2″ pro jednu šířku. Délka obruče jest tedy 2′ 2″ × 3 = 6′ 6″. Narýsuj ty obruče!

7. K zahradě 26° dlouhé a 14° široké se má udělati prkenný plot; kolik kolův musí si hospodář koupiti, chce-li jeden od druhého $2\frac{1}{2}$° daleko zaraziti? 32.

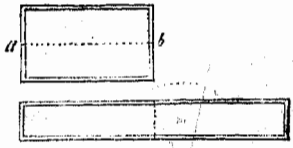
8. Kolik loket železné hole potřebuje kovář, má-li udělati obruč na vanu 1° 1′ dlouhou a 3° 5′ širokou?

9. Okolo zahrady, která jednou kratší stranou na stavení přilehá, při tom 9° 4′ dlouhá a 6° 4′ široká jest, má se vykopati příkop; mnoho-li se musí od vykopání zaplatiti, dostane-li dělník od sáhu 2 groše?

10. Obvod rovnoramenného trojúhelníku jest 15° 2′; když jeho základná 2° 4′ 6″ obnáší, jak velká bude každá z obou stejných stran? $s = \frac{15^\circ\, 2' - (2^\circ\, 4'\, 6'')}{2} = 6^\circ\, 1'\, 9''$

11. Nad skladem železnickým byla tabule s nápisem 4′ 8″ dlouhá a 3′ 6″ široká do pozlaceného kovového rámce zadělaná; nyní se má na jiné místo pověsiti a tu ji dal majitel po délce rozpůliti (v obraze 90. měrem ab) a na šířku zklížiti. Vystačí nyní pozlacený rámec, a neb ho snad bude málo.

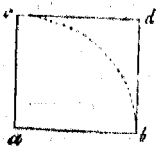
Obr. 90.



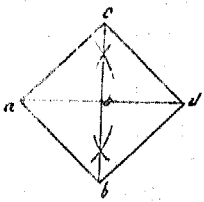
Obvod první tabule byl:
2 (4′ 8″ + 3′ 6″) = 16′ 4″;
obvod druhé tabule jest:
2 (9′ 4″ + 1′ 9″) = 22′ 2″. Na druhou tabuli se tedy musí větší rámec vzíti, a sice o 5′ 10″ delší.

Rýsování čtyrúhelníkův. a) Ze všech čtyrúhelníkův se rýsuje čtverec nejpohodlněji; potřebujeme tu jen délku jeho strany znáti a můžeme potom celý čtverec sestrojiti. Udělá se n. p. ab (obraz 91.) roveň dané straně; v krajních bodech se postaví známým spůsobem kolmé a odřízne se na nich délka ab, t. j. udělá se ac=ab = db. Spojením průsečníkův c a d vznikne čtverec abcd.

Obr. 91.



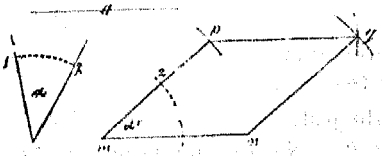
Obr. 92.



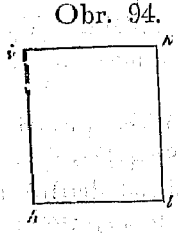
Někdy jest však pouze vzdálenost dvou protilehlých rohův, t. j. úhlopříčná čtverce dána, jak se bude tu čtverec rýsovati? Udělej přímku ad (obraz 92.) rovnu dané úhlopříčné, rozpol ji v bodu *o* a postav tu na ni kolmou. Vnese-li se nyní na každou stranu této kolmé půl úhlopříčné, tak že bude oc=od=ob=oa, tu dají body a,b,c,d náležitým spojením čtverec abcd.

b) Má-li se kosočtverec sestrojiti, musíme mimo jeho stranu ještě i úhel znáti, jejž spolu dvě strany uzavírají. V obraze 93. n. p. uděláme nejprvé přímku *mn* rovnu dané

Obr. 93.



Obr. 94.



straně a; druhá strana, ačkoliv s mn = a stejnou délku má,

není předce dosti určená, poněvádž se může okolo krajního bodu m (jestliže ji v tom bodu narýsovati chceme) libovolně otáčeti. Jak mile ale úhel udáme, jejž obě tyto strany spolu uzavírati musí, přestává všechna libovůle; úhel α se totiž přenese, udělá se tedy $\sphericalangle \alpha = \acute{\alpha}$, a tu musí být obě strany jeho rameny. Odřízni tedy na druhém ramenu úhlu α tak velký kus jako je mn, tak aby byla $mn = mp$, a máš druhou stranu. Bod q se obdrží potom dvojím spůsobem, předně: vezme se do kružítka mn a opíší se z krajních bodův p a n obloučky, spojením průsečníka q s oběma body p a n, vznikne kosočtverec $mnpq$. Za druhé: vede se z bodu n rovnoběžka s mp, t. j. udělá se $ng // mp$, a z bodu p se udělá $pq // mn$; v průsečníku obou rovnoběžek jest kosočtverec ukončen.

c) K sestrojení obdélníku postačuje známost dvou z jednoho rohu vybíhajících stran, t. j. potřebať znáti jen jeho šířku a délku; obě tyto strany stojí na sobě kolmo a mohou se proto snadno narýsovati. Uzavříti pak můžeme obdélník zase dvojím spůsobem, a sice: 1. Jsou-li v obrazci 94. hl a hi již narýsované, veď rovnoběžku z i se stranou hl a postav v l kolmou na hl, tu obdržíš průsečník k. 2. Opiš poloměrem hl z i oblouk a prosekni jej jiným obloukem, který se z l poloměrem hi opsati musí, tu se potom potřebuje průsečník k s body l a i spojiti a obdélník jest hotov.

d) K sestrojení kosodélníku musíme zase mimo dvě k sobě přilehající strany i jimi uzavřený znáti; další konstrukce jest potom jako u předešlých a i tehdáž nebude

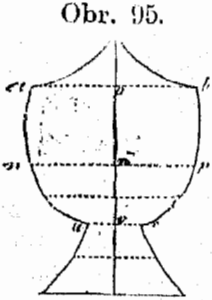
sestavení rovnoběžníkův obtížné, když by snad úhlopříčné a některé úhly nebo i jiné částky dány byly.

C. *Mnohoúhelníky.*

22. Je-li obrazec pěti, šesti, sedmi, atd. *n* stranami obmezen, slove pěti-, šesti-, sedmi- atd. *n*strany úhelník; obyčejně ale všechny přímočarné obrazce, když více než čtyry strany mají, jedním slovem *„mnohoúhelníky“* (Polygon) jmenujeme. Máme tedy mnohoúhelníky pětistrané, šestistrané atd. *n*strané. Již v 14. jsme pravili, že mnohoúhelníky ve *pravidelné* (kde všechny úhly a strany stejné jsou) a *rovnostrané* (kde jen strany stejné jsou, úhly však rozdílné) rozdělujeme; *nepravidelný* (irregulär) slove však každý mnohoúhelník, jehož strany i úhly velkost rozličnou mají.

Mimo to rozeznáváme ještě mnohoúhelníky *souměrné* (symetrisch) a to z příčiny následující: V každém obrazci si můžeme libovolné množství rovnoběžných přímek, tak asi jako v kruhu rovnoběžné tětivy, narýsovati; jsou-li potom všechny tyto rovnoběžky kolmo na ně postavenou přímkou najednou půlené, jako n. p. v obrazci 95. ao = ob, mn = np, uv = vr, atd., tu pravíme, že jest obrazec souměrný, poněvádž ho tato kolmo postavená přímka, jenž *osa souměrní* slove, ve dvě shodující (stejnotvarné), souměrně však položené částky rozděluje. Každý obrazec slove proto, jestliže se osou souměrní ve dvě stejnotvarné části rozložiti může, sou-

Obr. 95.



měrný; někdy se však může více takových os v tomtež obraze udati, jako n. p. v pravidelném 5, 6, 8, atd. úhelníku, nebo také i v kruhu.

Při rýsování obrazcův souměrných se musí nejprvé osa souměrní ustanoviti a pak se vede tolik přímek na ni kolmo, kolik jich vůbec k ustanovení zvláštních míst obrazu potřebujeme. Napotom se vnese na každou tuto rovnoběžku od osy počínajíc v levo i v pravo stejná délka a body tak udané se náležitě spojí.

Jako u čtyrúhelníkův slove i zde každá přímka, která dva vrcholy obrazce spojuje, aniž by ve kterou stranu padla „úhlopřična," a poněvádž z jednoho rohu ke všem, vyjmouc k rohům v pravo a v levo nejblíže následujícím, tedy k (n — 3) rohům úhlopřičny vésti můžeme, pravíme, že se v každém rohu mnohoúhelníku (n — 3) úhlopřičen sbíhá, t. j. právě tolik, kolik má mnohoúhelník stran méně tři; v pětiúhelníku tedy dvě, v desitiúhelníku 7, atd. Narýsujeme-li ale ze všech rohův možné úhlopřičny, bude jich, poněvádž mnohoúhelník n rohův míti může, n (n — 3); při tom by se však musela každá úhlopřična dvojnásobně rýsovati, jako n. p. v obrazci 96. úhlopřičná AD jednou z rohu A k D a po druhé naopak z D k rohu A. Jest proto všech rozličných úhlopřičen jen polovice, tedy $\frac{n\,(n-3)}{2}$;

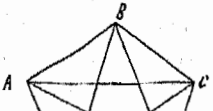
v pětiúhelníku n. p. $\frac{5 \times 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$

v šestiúhelníku n. p. $\frac{6 \times 3}{2} = 9$

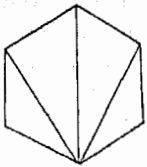
v sedmiúhelníku n. p. $\frac{7 \times 4}{2} = \frac{28}{2} = 14$

v desítiúhelníku n. p. $\frac{10 \times 7}{2} = \frac{70}{2} = 35$ atd.

Obr. 96.



Obr. 97.



Rýsování úhlopříčen jest zvláště v pravidelných mnohoúhelnících zajímavé; jejich pospolné průsečníky dají opět pravidelný mnohoúhelník s tímtéž počtem stran, však převrácený (obraz 96.) a je-li mnohoúhelník n. p. asi 30strany a dosti velký, vznikne tu zvláštního druhu obraz 97.

Úhly mnohoúhelníkův mohou býti ostré, tupé, pravé, ano i vypuklé; tyto poslední pak slovou *do vnitř vbíhající* úhly. Aby se však ustanoviti mohlo, kolik stupňův všechny úhly mnohoúhelníku obnáší, pomůžeme si známými již náukami a to nejlépe, když každý mnohoúhelník úhlopříčnami v samé trojúhelníky rozložíme. Poněvádž úhly v trojúhelníku 2 R obnáší, obdržíme v každém mnohoúhelníku tolikrát 2 R, na kolik trojúhelníkův se mnohoúhelník ten rozložiti může. Z obrazu 97. vidíme, že ku každé straně jeden trojúhelník náleží, vyjma ony dvě, které roh, z nějž úhlopříčny vybíhají, uzavírají; pětiúhelník se dá tedy rozložiti v (5—2) = 3, sedmiúhelník na (7—2) = 5, a vůbec mnohoúhelník nstraný na (n—2) trojúhelníky, t. j. trojúhelníkův obdržíme vždycky tolik, kolik má mnohoúhelník stran, méně dva. Úhly tedy mnohoúhelníku obnášejí tedy (n—2)krát 2 R t. j. n. 2 R — 2. 2 R = n. 2 R — 4 R, což se takto

vysloviti dá: úhly mnohoúhelníku obnášejí tolikrát 2 pravé, kolik je stran, méně 4 R.

V čtyrúhelníku jsou dle toho (4—2) 2R = 2.2R = 4R,
v pětiúhelníku „ „ (5—2) 2R = 3.2R = 6R,
v šestiúhelníku „ „ (6—2) 2R = 4.2R = 8R,
v desítiúhelníku „ „ (10—2) 2R = 8.2R = 16R,
v dvacítiúhelníku „ „ (20—2) 2R = 18.2R = 36R,
v stoúhelníku „ „ (100—2) 2R = 98.2R = 196R.

Toto platí o všech mnohoúhelnících vůbec, tedy i o pravidelných, a jelikož úhly pravidelných mnohoúhelníkův všechny stejné jsou, bude snadno velkost jednoho úhlu v kterém koliv pr. mnohoúhelníku ustanoviti; potřebať jen číslo (n—2) 2 R v tolik dílův rozděliti, kolik má mnohoúhelník úhlův.

V pravidelném čtyrúhelníku má tedy jeden úhel $\frac{4\ R}{4} = R = 90^0$,

„ pětiúhelníku má tedy jeden úhel $\frac{6\ R}{5} = \frac{6.90^0}{5} = 108^0$,

„ šestiúhelníku má tedy jeden úhel $\frac{8\ R}{6} = \frac{8.90^0}{6} = 120^0$,

„ sedmiúhelníku má tedy jeden úhel $\frac{10\ R}{7} = \frac{10.90^0}{7} = 128^4/_7{}^0$,

V pravidelném osmiúhelníku má tedy jeden úhel $\frac{12 \cdot R}{8} =$

$$\frac{12 \cdot 90^0}{8} = 135^0.$$

Z toho tedy vidíme, že se úhel pravidelného mnohoúhelníku tím více k 180^0 blíží, čím větší jest počet jeho stran, nemůžeť je však nikdy dosáhnouti, neboť jest n. p.:

v 100 úhelníku jeden úhel $\frac{98.2R}{100} = \frac{196.R}{100} = 176 \cdot 4^0$,

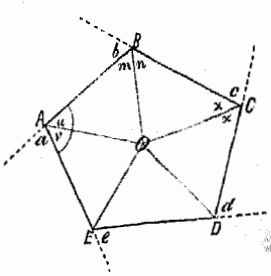
v 1.000 úhelníku jeden úhel $\frac{998.2R}{1000} = \frac{1996.90^0}{1000} = 179 \cdot 64^0$,

v 10.000 úhelníku jeden úhel $\frac{9998.2R}{10.000} = \frac{19996.90^0}{10.000} = 179 \cdot 964^0$,

v 100.000 úhelníku jeden úhel $\frac{99998.2R}{100.000} = \frac{199996 \cdot 90^0}{100.000} =$

$179 \cdot 9964^0$., a tím tedy, že se úhly prav. mnohoúhelníkův k přímému úhlu blíží, t. j. že se dvě vedlejší strany napořád přímce přibližují, stává se, že prav. mnohoúhelníky čím dále, tím více tvar kruhu dostávají, tak že i někdy pravíme: kruh jest prav. mnohoúhelník s nesčíslným počtem stran.

Obr. 98.



Mimo n vnitřních úhlův má každý mnohoúhelník n také zevnitřních úhlův; k těmto posledním náleží každý úhel, jejž některá strana s prodlouženou vedlejší stranou uzavírá, n. p. v obraze 98. ∢ a, b, c, atd. Mnoho-li obnášejí asi tyto úhly dohromady? Snadnoť to vypočítáme, když uvážíme, že každý zevnitřní úhel s jeho přináležejícím

vedlejším (vnitřním) úhlem 2 R tvoří. Ohdržíme tedy souče zevnitřních úhlův, vezmeme-li 2 R *n*krát a od toho-li souče vnitřních úhlův odečteme; v čtyrúhelníku n. p. obdržím 4. 2 R — 4 R = 4 R, v pětiúhelníku ale také 5. 2 R — 6 R = 4 R, a vůbec shledáme, že *zevnitřní úhly každého přímočarného obrazce 4 R obnášejí.*

Pro měřictví a rýsování jsou zvláště mnohoúhelníky pravidelné důležité, poněvádž na jejich pravidelnosti všeli jaké měřické věty založené jsou, mimo to poskytují tak i zvláštní příležitost k skladání rozmanitých přímočarných obrazův. Každý prav. mnohoúhelník má n. př. uvnitř bod který ode všech jeho rohův stejně vzdálen jest, a prot *střed* mnohoúhelníku slove; má však bod tento ještě i t vlastnost, že přímka z některého rohu mnohoúhelníku k ně mu vedená úhel v tomtéž rohu půlí. Pozorujme to n. p v obraze 98., kde tedy AO = BO = CO = OD = OE jest tu vidíme především, že trojúhelníky AOB, BOC, COI atd. shodné jsou (mají všechny 3 strany stejné), musí prot stejným stranám i stejné úhly na proti ležeti, tak že bud ∢ m = n (leží naproti AO = OC), ∢ u = v atd. Zároveı jest tu ale také každý trojúhelník rovnoramený, a tu víme že úhly na základné stejné býti musí; máme tedy ještě ∢ u = m = n = x = z atd., t. j. úhly tohoto prav. obrazc jsou tedy skutečně přímkami AO, BO, CO atd. půlené.

Přímky právě jmenované uzavírají kolem středobodu O tolik úhlův, kolik má mnohoúhelník stran (n) a úhly ty jmenujeme jako v kruhu *úhly středové*; ze shodnosti trojúhel níkův AOB, BOC, atd. však následuje, že všechny stejne býti musí (ležíť naproti stejným stranám). Budeť proto

snadno jeden středový úhel kteréhokoliv prav. mnohoúhelníku vypočítati, a sice: všech úhlův kolem středu jest n, dohromady obnášejí ale dle 11. 4R; na jeden přijde tedy $\frac{4R}{n}$.

Jeden středový úhel prav. 4úhelníku má tedy $\frac{4R}{4} = 90^0$,

" " " 5úhelníku " $\frac{4R}{5} = 72^0$,

" " " 6úhelníku " $\frac{4R}{6} = 60^0$,

" " " 7úhelníku " $\frac{4R}{7} = 51^3/_7{}^0$,

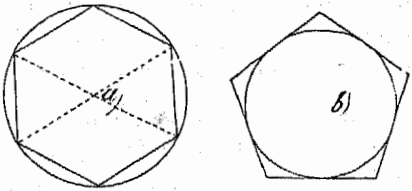
" " " 8úhelníku " $\frac{4R}{8} = 45^0$, atd.

Z toho všeho následuje, že prav. *mnohoúhelníky jednoho druhu k sobě podobné jsou*, t. j. prav. pětiúhelníky mezi sebou, rovněž jako prav. šestiúhelníky; velkost mohou míti ovšem rozličnou. Může býti prav. osmiúhelník podoben prav. desitiúhelníku? Mohouliž ale obrazcové tito stejní býti? Kdy budou prav. mnohoúhelníky shodující? Jak se vypočítá obvod pravidelného pěti-, šesti-, sedmi- atd. úhelníku? Naopak ale obdržíme délku strany, když obvod na tolik dílův rozdělíme, kolik stran mnohoúhelník má, jest tedy $s = O/n$. Může míti čtverec takový obvod, jako pravidelný desitiúhelník? Bude čtverec ten také shodný s tím desitiúhelníkem, když se jejich k sobě obvody rovnati budou?

23. Spočívají-li rohy prav. mnohoúhelníka v obvodu kruhu, pravíme, že jest mnohoúhelník *do kruhu vepsán* a nebo naopak, že jest *kruh kolem mnohoúhelníku opsán* n. p. v obr. 99. a; strany mnohoúhelníku jsou potom tětivy kruhu. Jestliže se ale strany kruhu dotýkají, tak že každá tečnou

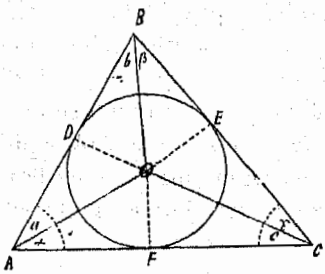
jest, tu pravíme, že jest *mnohoúhelník kolem kruhu opsán* anebo že jest *kruh do mnohoúhelníku* vepsán, jak to obraz 99. b okazuje. Totéž platí o troj- a čtyrúhelnicích, tak že můžeme říci: přímočarný obrazec jest buď do kruhu vepsán a nebo kolem kruhu opsán, dle toho, jsou-li jeho strany tětivy nebo tečné kruhu. Trojúhelník jest tu především důležitý, poněvadž se může kruh do každého libovolného trojúhelníku nejen vepsati, nýbrž i kolem každého trojúhelníku opsati, což se u ostatních přímočarných obrazcův nemůže bez výminky státi. Vznikne tedy otázka, jak se opíše kolem daného trojúhelníku kruh, a za druhé, jak se kruh do trojúhelníku vpíše.

Obr. 99.



Co se první otázky dotýče, tu již z 18. h. vidíme, (dané 3 body jsou totiž rohy trojúhelníku) že jen každou stranu rozpůliti a v dělícím bodu kolmou postaviti potřebujeme; průsečník obou kolmic udává střed kruhu, který skrze všechny 3 rohy trojúhelníku projiti musí. Jinak jest to však s otázkou druhou. V obraze 100. se má n. p. do trojúhelníku ABC kruh vepsati; tu musíme především jeho střed vyhledati. K účelu tomu se rozpůlí dva úhly trojúhelníku, n. p. ∢ A a C přímkami OA a OC, které se v bodu O protínají; bod tento jest, jak hned dokážeme, středem

Obr. 100.



našeho kruhu, a poněvádž strany trojúhelníku tečnými býti musí, které na poloměru kolmo stojí, potřebujeme jen z O na každou stranu kolmici postaviti. Délka, kterékoliv těchto kolmic jest poloměrem kruhu, jenž skrze body D, E a F prochází a každé strany se dotýká.

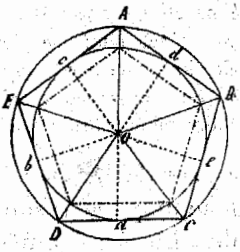
Máme tedy nyní dokázati, že ty kolmice OD, OE a OF skutečně všechny stejné jsou, t. j. že každá z nich poloměrem jest. K účelu tomu pozorujme jenom oba pravoúhelné trojúhelníky AOF a AOD; tyto trojúhelníky se shodují, poněvádž jest $\sphericalangle a = \alpha$ (úhel A byl rozpůlen), $\sphericalangle ABO = ADO = R$ a strana $AO = AO$. Mají tedy oba trojúhelníky dva úhly a tomu většímu protilehlou stranu rovné, musí proto i $OF = OD$ býti, poněvádž stejným úhlům a a α naproti leží. Ze shodnosti trojúhelníkův FOC a COE, o kteréž se tímtéž spůsobem přesvědčiti můžem, však následuje, že i $OF = OE$ jest, máme tedy: $OD = OF = OE$, t. j. body D, E a F mají od středu stejnou vzdálenost a proto jsou $OD = OF = OE$ poloměry kruhu.

U ostatních mnohoúhelníkův se nemůže kruh bez výminky ani opsati ani vepsati, potřebať tu, aby byl mnohoúhelník pravidelný, nemá-li jinak úloha příliš zamotána býti. U pravidelných mnohoúhelníkův jsou, jak již vysvětleno, všechny rohy od středu stejně vzdálené, musí tedy všechny v obvodu kruhu ležeti, který se ze středu O (obr. 99.a) poloměrem OA opíše. Kruh tento bude následkem toho prav. mnohoúhelníku opsán. Mohla by však otázka vzniknout, jak se tento střed O najde, když pouze pravid.

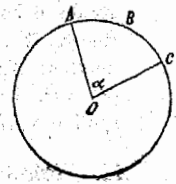
mnohoúhelník známe? Na to nám odpoví 22., poněvadž tam dokázáno, že přímka střed s rohem pravid. mnohoúhelníku spojující i úhel v rohu půlí, rozpolme tedy dva úhly daného prav. mnohoúhelníka a obdržíme hned v průsečníku obou přímek střed O. Má-li ale prav. mnohoúhelník rovný počet stran, jako n. p. v obraze 99. a., potřebujeme jen dva protilehlé rohy spolu spojiti; přímka ta prochází středem a jest zároveň osou souměrní. Přímka jiné dva rohy spojující jde též středem daného obrazu, který proto v průsečníku obou těchto úhlopřičen býti musí.

Aby se nyní kruh do prav. mnohoúhelníku vepsal, musíme zase nejprvé jeho střed a potom poloměr vyhledati; obé jest snadné, uvážíme-li, že tu strany mnohoúhelníku tečnými býti musí a že na poloměru kolmo stojí. Rozpolí se tedy v obraze 101. některá strana n. p. CD v bodu *a* a postaví se tu kolmá, která středem kruhu jíti musí. Postaví-li se nyní tímtéž spůsobem u prostřed ED kolmá, bude v průsečníku O střed kruhu a Oa = Ob jeho poloměr. Kdyby se více takovýchto kolmic narýsovalo, musí všechny středem O jíti a k sobě se rovnati, tak že jejich krajní body a, b, c, d, e v obvodu kruhu ležeti budou. Že tomu skutečně tak jest, následuje ze shodnosti trojúhelníkův OaD a ObD (mají ∢ ODb = ODa, ∢ ObD = OaD = R,

Obr. 101.



Obr. 108.



OD = OD); musí tedy i Ob = Oa býti, poněvádž naproti stejným úhlům leží. Ze shodnosti trojúhelníkův ObE a OEc však následuje, že i Ob = Oc jest, atd., bude tedy Oc = Od = Oe = Oa = Ob, t. j. všechny tyto kolmice se k sobě rovnají a jejich krajní body a, b, c, d, e leží proto v obvodu kruhu.

Z obého tu vidíme, že oba kruhy, o nichž právě řeč byla, soustředné jsou, a snadno se každý přesvědčiti může, že to u všech ostatních pravidelných mnohoúhelníkův též tak vypadne, tak že to, co se na pravidelném pětiúhelníku okázalo, vůbec o všech pravid. mnohoúhelnících říci můžeme.

Též tu pozorujeme, že opsaný kruh v tolik stejných obloukův rozdělen byl, kolik stran mnohoúhelník obsahoval; každý tento oblouk má $\frac{360^0}{n}$, proč asi? Je-li vepsaný mnohoúhelník dán, potřebujeme jen k jeho stranám rovnoběžky tak vésti, aby se kruhu dotýkaly a obdržíme kolem kruhu opsaný, vepsanému podobný mnohoúhelník. K pohodlnějšímu sestrojení těch rovnoběžek se mohou ze středu O kolmé na strany vepsaného obrazce vésti, ažby kruh protínaly. V těchto bodech musí se strany opsaného obrazce kruhu dotýkati. Naopak ale najdeme vepsaný obrazec, kdyžby totiž opsaný dán byl, jestliže rohy opsaného mnohoúhelníku se středem kruhu spojíme a průsečníky takto v kruhu vzniklé, jeden po druhém spojíme.

24. *Rýsování pravidelných mnohoúhelníkův.* Tabulka I. Pravidelné mnohoúhelníky se rýsují nejčastěji a také nejdokonaleji do kruhu, který se k účelu tomu zvláštním spůsobem na 3, 4, 5, 6, 7, atd. stejných dílův rozděliti musí; u některých prav. mnohoúhelníkův stojí ovšem úhly k stranám v tak jednoduchém poměru, že je v rychlosti i bez kruhu sestrojiti můžeme, než těch jest příliš málo. Hlavní

úlohou naší tedy bude vyhledati spůsob, jak se kruh beze všeho hledání a zkoušení na jistý počet dílův dobře rozděliti dá; k tomu není než dobrého pravítka, špičaté tužky a kružítka zapotřebí.

a) Nejsnadnější jest *konstrukce prav. šestiúhelníku* a sice: poloměr daného kruhu se dá na obvod šestkrát vnesti; spojí-li se tedy vytknuté tak průsečníky A, B, C, D, E, F, (na I. tabulce obraz 1.), vznikne pravidelný šestiúhelník. Neboť z konstrukce této následuje, že dělením kruhu vzniklé oblouky po $\frac{360}{6} = 60^0$ mají, což zrovna dle 22. se středovým úhlem α souhlasí. Spojíme-li však tyto průsečníky *ob jeden*, vznikne *pravidelný trojúhelník*; poněvádž musí, když stejné částky dohromady dáme, i součty obloukův stejné býti, tedy arc. AB + arc. CB = arc. CD + arc. DE = arc. EF + arc. FA, t. j. arc. ABC = arc. CDE = arc. EFA (obraz 1.) Z dřívějších náuk však víme, že k stejným obloukům i stejné tětivy náleží, tak že tedy strana AC = CE = EA jest; a jelikož i úhly ACE = CEA = EAC po 60^0 mají ($\sphericalangle$ ACE jest n. p. $= \frac{\text{arc. AFE}}{2} = \frac{120^0}{2} = 60^0$) jest trojúhelník ACE skutečně pravidelný.

Když jest ale velkost strany prav. trojúhelníku již napřed určena, tu by se musel teprv kruh hledati, t. j. jeho poloměr; lépe jest tu tedy, pravid. trojúhelník bezprostředně z dané strany sestrojiti, a sice následovně: Z krajních bodův dané strany opíší se poloměrem AC (obraz 2.) oblouky, jejichžto průsečník B jen s body A a C spojiti potřebujeme a máme pravid. trojúhelník ABC.

b) *Konstrukce pravidelného čtyrúhelníku.* Postaví se dva průměry na sebe kolmo, n. p. tab. I. v obraze 3. AC ⊥ BD, tu jest přímka AB, která krajní body A a B spojuje, stranicí čtverce ABCD. Oblouky totiž AB, BC, CD a DA leží mezi rameny pravých úhlův, jsou tedy všechny stejné a následovně i k ním přináležející tětivy. Úhly ABC, BCD atd. jsou úhly v polokruhu, tedy pravé; obrazec ABCD jest proto skutečně čtverec. — Je-li však strana jeho dána, tu se rýsuje čtverec jak v 21. a. udáno. Kdyžby však někomu strojení dvou kolmých zdlouhavé bylo, ten ať postaví jenom jednu, v kterém koliv konci; n. p. v obraze 4. v A se udělá AC ⊥ AB a odřízne se na ní velkost dané strany AB. Nyní se opíší poloměrom AB z bodův C a B oblouky, jejich průsečník D se spojí s C a D a máme zase čtverec ABCD.

c) *Pravidelný pětiúhelník* se rýsuje do kruhu takto: Na průměr *ab* (obraz 5.) se postaví poloměr *c*A kolmo; poloměr *cb* se v bodu *d* rozpůlí a z *d* se opíše poloměrem *d*A oblouk, tak že bude *ed* = dA = *r*. Tětiva k oblouku tomuto přináležející má velkost strany pravidelného pětiúhelníka, který se do kruhu vepsati může. Vnese se tedy Ae na obvod kruhu pětkrát a průsečníky se spojí. Slušnoť však připomenouti, že se tu snadno chybiti může; jestliže totiž poloměr *cb* dobře rozpůlen nebyl a nebo nestojí-li *cA* přísně kolmo na *ab*, vypadne *eA* buď menší nebo větší, než skutečná strana prav. pětiúhelníka. Z počátku se liší *eA* jen nepatrně od strany prav. pětiúhelníka; ku konci se však objeví předce chyba dosti znamenitá, a z toho jde, že sestrojení právě jmenovaného obrazce

hlavně v tom záleží, aby všechny k tomu pomocné
strukce kružítkem a pravítkem *přísně* provedeny byly.
jimavé jest při tom, že úseč *ce* velkost strany pravidel
desítiúhelníka a *ae* stranu prav. šestnáctiúhelníka ud
kteréžto oba mnohoúhelníky do téhož kruhu vepsány
mohou.

Následovně se rýsuje prav. pětiúhelník, dána-li
strana: opiš poloměrem, jenž se dané straně *ab* (obraz
rovná, z krajních bodův *a* a *b* kruhy, a spoj jejích
sečníky *c* a *d*; nyní opiš tímtéž rozevřením kružítka
oblouk, ažby předešlé dva kruhy v *e* a *f*, jakož i přím
cd v bodu *g* prosekl. Veď přímky *eg* a *fg* tak daleko,
průsečníky *h* a *k* obdržíš, z nichžto se tímtéž rozevře
(t. ab) obloučky opíší, které se v *l* protínají. Spoje
bodův *a*, *h*, *l*, *k*, *b* vznikne prav. pětiúhelník.

d) *Rýsování prav. šestiúhelníku* bylo již v a) vysvětle
má-li se však obrazec ten bez kruhu sestaviti, když je
strana dána jest, bude konstrukce následující: udělá
přímka rovna dané straně n. p. *mn* (obraz 7.) nyní se
rozpůlí v bodu *o* a jedna polovice se přenese v prav
v levo na její prodloužení, t. udělá se Am = Dn =
tak že bude AD 4 stejné díly obsahovati. V *m* a *n* se post
kolmice na horu i dolů, poloměrem *mn* se opíšou z
obloučky, jenž bodem *o* procházející kolmou nahoře v
a dole v F proseknou, tak že bude AB = AF =
Vedou-li se potom z B a z F rovnoběžky s *mn*, obdrž
průsečníky C a E, které jen s D spojiti potřebujeme, a
držíme pravid. šestiúhelník ABCDEF. Obrazce *BCm*

FEmn však nejsou čtverce, nýbrž jen obdélníky, poněvádž jest mB < AB, a tedy také i menší nežli přímka mn.

e) *Má se rýsovati prav. sedmiúhelník.* Z libovolného bodu kruhu, n. p. z *a* (obraz 8.) se opíše poloměrem téhož kruhu oblouk *bcd*, který středem *c* prochází. Spojí-li se nyní bod *a* se středem c, bude tětiva *bd* v bodu *e* půlená, a tato polovina *be* = *ed* jest stranou prav. sedmiúhelníka. — Má-li ale tětiva *bc* (obraz 9.) velkost poloměru *ab*, dá se také kolmice *ad*, která se ze středu kruhu na ni spustí, sedmkrát na obvod kruhu položiti, t. j. *ad* bude také stranou pravidelného sedmiúhelníku. Jestliže ale velkost strany dána jest, tu si ovšem teprv kruh vyhledati musíme, na nějž by se potom daná strana sedmkrát vnésti mohla. Kruh tento se takto najde: Prodluž danou stranu *ab* (obraz 10.) a udělej *ac* = *ab*; z krajních bodův *c* a *b* opiš poloměrem *cb* oblouky, které se v *d* protínají; tímtéž rozevřením kružítka se sestrojí z *b* a *d* oblouky, jejichžto průsečník *e* se s bodem *c* spojí. Vede-li se nyní přímka *ad*, která *ce* v *f* protíná, bude *cf* zrovna velkost poloměru míti, kterýmž se žádaný kruh opsati musí. Vezme se tedy *cf* do kružítka a sestrojí se z bodův *a* a *b* oblouky; jejich průsečník *o* udává střed onoho kruhu. Opíše-li se nyní z *o* poloměrem *cf* kruh, dá se na jeho obvod *ab* sedmkrát vnésti.

f) *Konstrukce prav. osmiúhelníku.* Kruh se rozdělí dle b) na 4 stejné díly (pomocí dvou kolmo na sebe postavených průměrův) a potom se každý tento oblouk rozpůlí, t. j. z A a B (obraz 3.), jakož i z B a C se opíší oblouky poloměrem dovolným a jejich průsečníky m a n spojí se středem kruhu; prodlouží-li se tyto přímky za střed, pro-

seknou i na druhé straně oblouky AD a DC a celý kruh bude tak na 8 dílův rozdělen. AEBFCGDH jest proto prav. osmiúhelník. Někdy se rýsuje tento obrazec na základě čtverce docela bez kruhu a to hlavně tehdáž, je-li vzdálenost dvou jeho rovnoběžných stran dána, jako n. p. v obraze 11., kde ab $= \alpha\beta$ tuto stranu představuje. Zde neznáme tedy ani poloměr kruhu, ani stranu osmiúhelníku, sestavíme ho ale následovně: ze strany ab sestrojí se známým již způsobem čtverec abcd; v průsečníku obou jeho úhlopříčen se postaví přímky rovnoběžně se stranami, tedy qn//ac, a pm//ab, a odřízne se na nich z bodu *o* půl úhlopříčny, tak že bude oa = om = on = op = oq. Spojením bodův *m*, *n*, *p* a *q* vznikne zase čtverec, jehož strany první čtverec protínají, a body 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 dají prav. osmiúhelník. I následující konstrukcí se tato úloha rozluští: Půl úhlopříčny čtverce abcd (obraz 12.) se vezme za poloměr a opíší se tím rozevřením ze všech čtyr rohův oblouky, které strany čtverce v bodech A, B, C, D, E, F, G, H protínají. Spojí-li se průsečníky u rohův ležící, povstanou stranice pravid. osmiúhelníku AB, CD, EF a GH; vybylé části stranic čtverce, BC, DE, FG, HA tvoří ty ostatní čtyry jeho strany.

Dána-li však strana prav. osmiúhelníku n. p. ab (obr. 13.), tu se rozdělí nejprv ab na 7 stejných dílův a pět se jich vnese v levo i v pravo na prodloužení přímky ab, tak že celá přímka mn $5 + 7 + 5 = 17$ dílkův takových obsahovati bude, mn jest již ale stranou čtverce, který se snadno sestrojiti dá, a odříznou-li se z každého jeho rohu kusy jako jest *ma*, povstane prav. osmiúhelník abpqsgkh.

g) *Rýsovati prav. devítiúhelník.* Opíše se kruh a tímtéž poloměrem z dovolného bodu *a* (obraz 14.) v obvodu ležícího oblouk *bcd*. Poloměr *ca* půlí, jak známo, tětivu bd v bodu *e*; opíší-li se nyní z *b* a *e* poloměrem *be* oblouky a spojí-li se jejich průsečník *f* i *c*, odřízne přímka *cf* oblouk *bg*, jehož tětiva se devětkrát na obvod toho kruhu položiti dá. Je-li však strana dána, tu se vyhledá kruh, na jehož obvodu se *ab* (obraz 15.) devětkrát vnésti má, následovně: opíšou se z krajních bodův *a* a *b* oblouky poloměrem *ab*; jejich průsečníky *c* a *d* se spojí. Vnese-li se nyní na prodlouženou tuto přímku půl dané strany, t. j. udělá-li se *cf* = *ae*, tu jest v *f* střed a *fa* poloměr žádaného kruhu.

h) *Prav. desítiúhelník* se rýsuje zrovna jako prav. pětiúhelník; úseč *ec* (obraz 5.) jak již v c) podotknuto, se dá na obvod kruhu 10krát vnésti.

i) *Prav. dvanáctiúhelník* se sestrojí nejrychleji pomocí prav. šestiúhelníku, t. j. poloměr kruhu se vnese na obvod šestkrát a jeden takový oblouk se rozpůlí, tu bude tětiva k tomuto malému oblouku náležející stranou prav. dvanáctiúhelníku. Jinák to ale vypadne, je-li velkost strany napřed určena. Sestrojí se totiž z krajních bodův dané strany *ab* (obraz 16.) oblouky poloměrem *ab* a spojí se jejich průsečníky *c* a *d*. Opíše-li se tímtéž poloměrem z *c* oblouk *ae*, který přímku *cd* v *e* protíná, bude v *e* střed a *ae* poloměr kruhu, na jehož obvod se *ab* dvanáctkrát vnésti dá.

Více konstrukcí zde uváděti, bylo by zbytečné, poněvadž rozpůlením oblouku k straně pravid. mnohoúhelníku náležejícího zase stranu jiného pravid. mnohoúhelníka obdržíme, který však ještě jednou tolik stran má co předešlý,

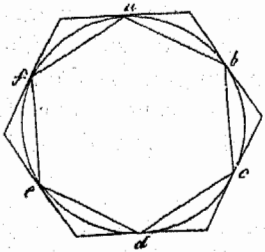
t. j. půlením obloukův se dá počet stran mnohoúhelníka zdvojnásobiti. Viděli jsme to již v obraze pravid. trojúhelníku (*a*), osmiúhelníku (*f*) a můžeme se o tom snadno u pravid. pětiúhelníku přesvědčiti. Naopak ale spojováním rohův mnohoúhelníku *ob jeden*, obdržíme nový mnohoúhelník, který jen polovic stran obsahuje. Tak povstane v obr. 1. z pravid. šestiúhelníku prav. trojúhelník, z pravid. osmiúhelníku (obraz 3.) čtyrúhelník atd.

Těmito zde uvedenými konstrukcemi dovedeme tedy snadno pravidelné 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18 20 atd. úhelníky narýsovati: neužívát se ale než některých, a to nejčastěji prav. 3, 4, 5, 6, 8 úhelníkův, řidčeji již se potřebují pravid. 10 a 12 úhelníky. Jmenovitě ve fabrikaci skla, železa, parketův, koberců, jakož i ve stavitelství a v ornamentice se jich často užívá.

Dříve, než pravidelné mnohoúhelníky skončíme, musíme na některé jejich zvláštnosti poukázati, které se především k tomu hodí, vkusné tvary č. obrazy z nich sestavovati, jakých s prospěchem v odvětvích průmyslu právě jmenovaných užíti lze. — Především tu věděti musíme, že každý mnohoúhelník tak jako do kruhu rovněž i do jiného mnohoúhelníku vepsán býti může, jestliže totiž jeho rohy v obvodu daného mnohoúhelníku spočívají. Jevíť se tu následující vlastnosti: *a*.) Když na každé straně prav. mnohoúhelníku body od přináležejících rohův stejně vzdálené spojíme, objeví se opět pravidelný, původnímu podobný a s ním soustředný mnohoúheluík. V obraze 17. tab. I. jest n. p. na každé straně čtverce stejná délka odříznuta,

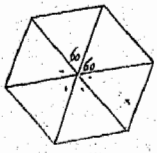
tedy Aa = Bb = Cc = Dd a obrazec abcd jest opět čtverec.*)

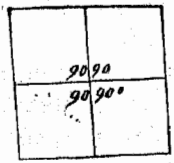
Obr. 102.

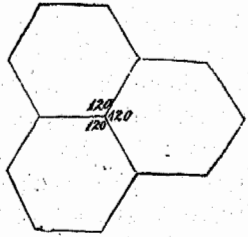


V obraze 102. leží rohy mnohoúhelníků abcdef zrovna v středobodech stran pravidelného šestiúhelníku a již na první pohled poznati lze, že i abcdef pravidelný šestiúhelník býti musí. O takto na sobě ležících obrazcích pravíme, že jest *jeden do druhého na příč položen* a zároveň z toho také vidíme, jakým způsobem se může ještě pravid. mnohoúhelník do kruhu vepsati, když jest opsaný dán; potřebať tu jenom totiž tečné body spolu spojiti.**) β) Pravidelné troj-, čtyr- a šestiúhelníky, *ale také jen tyto,* mají tu vlastnost, že, kolem jednoho bodu položeny jsouce, plochu úplně uzavírají, anižby mezi sebou nějakou nevyplněnou mezeru nechaly; stane se to nejméně šesti prav. trojúhelníky, čtyrmi čtverci a třemi prav. šestiúhelníky (obraz 103.) neboť jest v případnosti

Obr. 103.







*) Můžeme se o tom snadno pomocí shodných trojúhelníkův aAd, dDc, cCb, bBa přesvědčiti.

**) Srovnej s tím 23.

první 6 úhlův po 60°, v druhé jsou 4 úhly po 90° a v případnosti třetí 3 úhly po 120°, tedy vždycky plný úhel č. 360°.

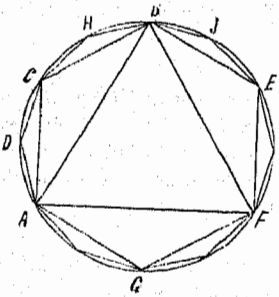
Skládáním těchto obrazův na sebe a vedle sebe, zvláště použije-li se také úhlopřičen a nebo ornamentiky, vznikají překrásné obrazy. Zajímavé jest při tom, že se skládáním pr. osmiúhelníkův mezery čtvercové objeví, jelikož dva stranou na sebe přilehající osmiúhelníky po obou stranách úhel 90° uzavírají.

25. *Obvod prav. mnohoúhelníkův* se snadno vypočitá, když je strana dána; vezme se totiž strana tolikrát, kolik úhlův nebo stran mnohoúhelník obsahuje, a O bude $= ns$, při čemž s stranu, a n počet jejich znamená. Naopak obdržíme stranu, když obvod na n dílův rozdělíme, tedy $s = O/n$. Důležité jsou však následující dvě náuky o obvodu pravidelných mnohoúhelníkův, jelikož jiné, velmi důležité náuce o obvodu kruhu za základ slouží.

Náuka 1. „Vpíšeme-li do kruhu n straný prav. mnohoúhelník a pomocí tohoto jiný prav. mnohoúhelník, který dvakrát tolik stran má, tedy 2n, potom zase jiný prav. mnohoúhelník s dvojnásobným počtem stran, který 2. 2n = 4n atd. stran obsahuje; tu bude a) obvod každého následujícího mnohoúhelníku větší než obvod předešlého; b) obvod však každého takového mnohoúhelníku zůstává menší, nežli obvod opsaného kruhu.“

V obrazci 104. jest n. p. AB strana prav. do kruhu vepsaného trojúhelníků, tak že obvod celého trojúhelníku

Obr. 104.



$O_3 = 3AB$ bude *); rozpůlíme-li oblouk AB v bodu C, jsou dle 24, i. AC a CB strany pravidelného šestiúhelníku, jehož obvod bude; $O_6 = 6.AC$. Poněvádž ale v každém trojúhelníku dvě strany dohromady větší jsou, než třetí strana, jest i zde

$AC + CB > AB$,
$BE + EF > BF$,
$FG + GA > FA$; sečteme-li to na obou stranách, musíme zase tam větší součet obdržeti, kde jsme větší částky sečítaly. Jest tedy

$AC + CB + BE + EF + FG + GA > AB + BF + FA$, a nebo: $O_6 > O_3$, t. j. obvod prav. šestiúhelníku jest větší, nežli obvod trojúhelníku.

Rozpůlením oblouku AC obdržíme AD a CD co strany prav. dvanáctiúhelníku, jehož obvod bude: $O_{12} = 12.AD$. Jelikož ale zase máme:

$AD + DC > AC$
$CH + HB > CB$
$BI + IE > BE$, obdržíme zase, když na obou stranách sečteme:

$$\begin{array}{l} \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \hline AD + DC + HC + HB + BI + IE + \ldots > AC + CB + BE \ldots, \end{array}$$

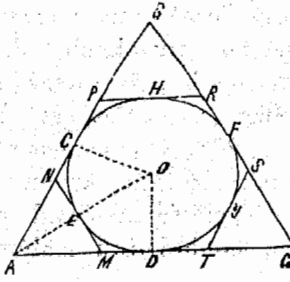
t. j. $O_{12} > O_6$.

*) Číslice nebo i písmena dole k O postavená jmenujem „ukazovatelé," jelikož na něco poukazují: zde n. p. poukazují na počet stran daného mnohoúhelníku.

Obvod pravid. dvanáctiúhelníku jest tedy zase větší, nežl obvod prav. šestiúhelníku. Podobným spůsobem se může pokračovati se čtyradvacítiúhelníkem, a kdyžby se i dále šlo, shledáme zase ten samý výsledek, totiž, že vždycky obvod následujícího, 2*n*straného mnohoúhelníku větší jest obvodu prvního, *n*straného mnohoúhelníku, což se vůbec takto naznačí: $O_{2n} > O_n$. Také z obrazu viděti lze, že, ačkoliv se obvod každého následujícího mnohoúhelníku k obvodu kruhu tím více blíží, čím větší počet jeho stran, předce jen menší obvodu kruhu zůstává, poněvádž i sebe menší oblouček předce delší jest, než jeho tětiva (přímka jest ta nejkratší cesta). Pravíme proto: *obvody pravidelných mnohoúhelníkův se blíží tím více obvodu opsaného kruhu, čím větší jest počet jejích stran, avšak nikdy nemohou ho dosáhnouti.*

Náuka 2. „Opíšeme-li kolem kruhu pravid. *n*straný mnohoúhelník a pomocí tohoto jiné prav. mnohoúhelníky s dvoj-, čtyr- atd. násobným počtem stran, tu bude a) obvod každého následujícího mnohoúhelníku menší, nežli obvod předešlého obrazce, b) obvody těchto mnohoúhelníkův zůstávají předce, ačkoliv se kruhu přibližují, menší, nežli obvod kruhu.“

Obr. 105.



V obraze 105. n. p. jest zase kolem AB strana prav. kruhu opsaného trojúhelníku, jehož strany se kruhu v bodech C, D, F dotýkají; dle 23. jsou tedy AC = CB, AD = DG, GF = FB, a obvod trojúhelníku ABC: $O_3 = 3.$ AB. Rozpůlíme-li oblouk CED v bodu E a narýsujeme-li tu

tečnou MN, obdržíme stranu prav. kruhu opsaného šestiúhelníku, jehož strany se kruhu v bodech C, D, E, F atd. dotýkají. $ME = EN = NC = CP = PH$ atd. jsou poloviny těchto stran a obvod celého šestiúhelníku bude: $O_6 = 6.MN$. Nyní jest ale v trojúhelníku AMN:
$AM + AN > MN$, a rovněž i v trojúhelnících BPR a GST:
$PB + BR > PR$,
$GT + GS > ST$; přidají-li se na obou stranách ty vynechané částky stran trojúhelníku, totiž NP, MT a RS, bude zase tam větší součet, kde již dříve více bylo, tedy:
$AM+AN+PB+BR+GT+GS+NP+MT+RS > MN+PR+ST+NP+MT+RS$.

Dáme-li v těchto součtech náležité částky skutečně dohromady, obdržíme:
$AG+GB+AB > MN+NP+PR+RS+ST+TM$, t. j.
$O_3 > O_6$.

Podobným spůsobem se dokáže, že obvod prav. šestiúhelníku větší jest, nežli obvod opsaného prav. dvanáctiúhelníku a vůbec že $O_n > O_{2n}$. Obvody opsaných mnohoúhelníkův jsou tedy pořád menší, čím větší počet jejich stran jest, a blíží se tak neustále k obvodu kruhu, aniž ho kdy dosáhnouti mohou, poněvádž i tehdáž, kdyžby se byl některý mnohoúhelník dosti blízko ke kruhu přiblížil, jiný mnohoúhelník, který ještě jednou tolik stran má, kruhu ještě blíže státi může, pročež toto přibližování tedy ani konce nemá.

26. Poznamenáme-li obvod kruhu písmenem P, obvod prav. kolem kruhu opsaného *n*straného mnohoúhelníku velkým O a obvod prav. *n*straného do kruhu vepsaného mnohoúhelníku malým o, tu můžeme dle předešlých dvou

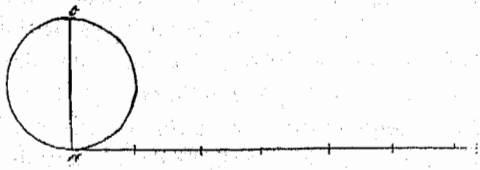
náuk psáti: $O_n > P > o_n$ t. j. obvod kruhu jest menší než obvod opsaného, větší však než obvod vepsaného prav. mnohoúhelníku; první obvod se blíží ke kruhu ubýváním, druhý přibýváním, jestliže n, t. j. počet jejích stran, napořád zdvojnásobujeme.

Obvody mnohoúhelníkův se dají snadno vypočísti, jelikož jen jednu stranu, přímku totiž, změřiti potřebujeme, jinak jest to však s kruhem. V předešlém jsme viděli, že se délka poloměru na obvod kruhu šestkrát položiti může, nesmíme však říci, že obvod kruhu 6 poloměrův obsahuje, jelikož jsme vždycky, buď si již kružídkem neb čímkoliv, jen tětivu, nejkratší tedy cestu mezi dvěma body a nikoliv oblouk tětivě náležející měřiti mohli. Obvod kruhu musí proto zajisté delší býti než 6 poloměrův, poněvádž oblouk vždycky delší jest nežli přímka krajní, jeho body spojující. Staří mathematikové vypočítali obvody kruhů vepsaných i opsaných prav. šesti-, dvanácti-, 24úhelníkův, atd., jen aby je s obvodem kruhu na základě obou náuk v 25. vysvětlených porovnávati mohli. Při tom se shledalo, že se obvody obou těch mnohoúhelníkův až na 6 desitiných míst úplně shodují, je-li počet stran, tedy $n = 12288$, a sice obvod opsaného i vepsaného mnohoúhelníku obnáší 6·283185 . . poloměrův č. 3·141592.. průměrův kruhu. Jelikož ale obvod kruhu mezi oběma leží, tak že musí: $3{\cdot}141592d > P > 3{\cdot}141592d$ býti, jest přirozené, že P zároveň větší a menší než $3{\cdot}141592d$ býti nemůže, leč že také až na 6 desitiných 3·141592 průměrův obnáší.

Obvod kruhu se tedy vypočítá, když jeho průměr 3·141592 anebo poloměr 6·283185 znásobíme.

Zde se naznačila křivá čára v délkomíře, a sice vzal se tu poloměr za míru: že to vůbec možná, křivou čáru do délky přímkou změřiti, hned každý uzná, pomyslí-li si jen kruh n. p. z drátu udělaný a nebo nějakou železnou obruč v kterémkoliv místě prořízutou. Obruč se může potom narovnati a tak obdržíme přímku délky daného kruhu. V obraze 106. jest obvod kruhu roveň přímce ab; kdyžby ab nit byla v *a* jedním koncem upevněná, mohla by se kolem kruhu ovinouti, až by přišel konec *b* do *a*. Vyjádření kruhové čáry v délkomíře (poloměrem) slove obyčejně *zpřímění* č. *rektifikace kruhu.*

Obr. 106.



V učených spisech se znamená číslo 3·141592 znamenkem π a slove obyčejně *Ludolfovské číslo,* pročež můžeme krátce psáti: obvod kruhu jest πd anebo $2\pi r$. Je-li n. p. průměr kruhu 4″, bude jeho obvod π 4″ = 3·141592 × 4″ = 12·566368″ = $1\frac{1}{2}$′.

V životě obecném se ale málo kdy až na 6 desitiných míst počítá, poněvádž obyčejně již dvě nebo 3 taková místa dost přísně počet udávají; brává se tu proto místo Ludolfovského čísla přibliženě jen 3·14 = $\frac{22}{7}$ = $3\frac{1}{7}$ = $3+\frac{1}{7}$, což někdy při počítání úlohu znamenitě ulehčuje. Je-li n. p. průměr kruhu 4′ 7″, bude obvod:

$$3\ d = 2^0\,1'\,9''$$
$$\frac{1}{7}\ d = 0^0\,0'\,7\tfrac{6}{7}'', \text{ dohromady}$$
$$\text{Obvod} = 2^0\,2'\,4\tfrac{6}{7}''.$$

Naopak ale se najde průměr kruhu, když jeho obvod Ludolfovským číslem odnásobíme, tedy: $d = \frac{o}{\pi}$ a chceme-li potom poloměr míti, musíme z toho polovici vzít, tak že bude: $r = \frac{o}{2\pi}$.

Úlohy. 1. Poloměr kruhu obnáší 2·98′, jaký bude obvod?

$O = 2r\pi = 2 \times 2{\cdot}98' \times 3{\cdot}1415 \ldots = 18{\cdot}723'$.

2. Kovář má udělati železnou obruč v průměru 5′ 4″, jak dlouhý prut železa k tomu vzíti musí?

$3\ d = 16'$

$\frac{1}{7}\ d = 0'\ 9\frac{1}{7}''$

Obvod $= 16'\ 9\frac{1}{7}'' = 2^0\ 4'\ 9\frac{1}{7}''$. Kovář vezme tedy o něco více než $2^0\ 4'\ 9\frac{1}{7}''$, jelikož se prut svařením a spojením obou konců poněkud zkrátí.

3. Průměr předních kol u vozu jest 3′; mnoho-li ujel vůz, otočilo-li se každé přední kolo 1500krát? — odpověď 14136′ = 2356°.

4. Zámečník má udělati železný kruh 1′ v průměru, mnoho-li drátu železného si musí k tomu useknouti?

5. K jednomu stroji se má zhotoviti kolo, aby mělo 24 zubův $1\frac{1}{2}''$ od sebe vzdálených, jak se to kolo udělá, mají-li zuby 1″ široké býti?

24 zubův po 1 palci dá 24″

24 mezer po $1\frac{1}{2}''$ . . . 36″

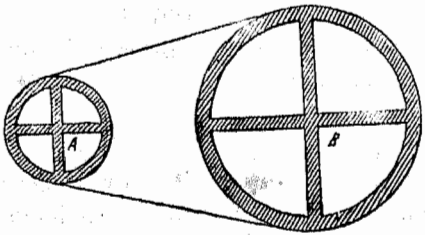
obvod celého kola bude tedy 60″; jeho průměr obdržíme dle: $d = \frac{o}{\pi}$, a shledáme že jest 1′ 7·09″.

6. Jak daleko budou od sebe zuby kola 4′ 3″ v průměru majícího, když je na něm 65 zubův po palci širokých?

Obvod kola jest 4′ 3″ × 3·1415 = 160·2165″
65 zubův po 1″ . . . . . 65, odečtem-li to
přijde . . . . . 95·2165″ na 65 mezer.
Musí tedy každá 95·2165 : 65 = 1·311024″ míti.

7. Mnoho-li musí míti kolo A (obraz 107.) v průměru, aby se, řemenem s kolem B spojeno, 34krát otočilo, když se kolo B, které 3′ 8″ v průměru má, 6krát otočí?

Obr. 107.



Obvod kola B jest 3′ 8″ × $3^1/_7$ = 11′ $6^2/_7$″, a když se šestkrát otočí, dá to dráhu 69′ $1^5/_7$ dlouhou. Na kole A se musí ta samá délka řemenu ovinouti, a poněvádž se má 34krát otočit, přijde na jedno otočení (69′ $1^5/_7$″): 34 = 2′ $^8/_{19}$″; jeho průměr bude tedy 7·58″.*)

8. Truhlář má udělati kulatý stůl, aby u něj mohlo 6 osob pohodlně seděti; jaký stůl to musí být, počítá-li se na jednu osobu u stolu 2′ 10″ místa; (stůl bude 54·9″ v průměru.)

9. Mnoho-li musí míti kulatý stůl v průměru, aby si k němu tolik osob sednouti mohlo, jako k jinému stolu, který jest 1° 2′ 4″ dlouhý a 3′ 5″ široký? (d = 1° 1′ 5′ 7″).

---

*) Kdo se o takovémto pohybování kol obšírněji poučiti chce, ať si přečte v *naukách technických od Dr. Antonína Majera, „o rovnováze,“* stránka 192 až 211.

10. Mnoho-li má rybník podobu kruhu mající v průměru, jestliže kdosi 845 krokův udělati musel, když jej obejíti chtěl? Počítá-li se 5 kroků = 2^0, tedy bude d = $107{\cdot}50^0$).

11. Je-li průměr kruhu 5krát nebo desetkrát zvětšen, bude i jeho obvod 5krát nebo desetkrát tak velký jako dříve; a vůbec budou obvody kruhův, jenž mají n, 2n, 3n atd. v průměru, $n\pi$, $2n\pi$, $3n\pi$ atd.

12. Průměr naší země obnáší 1719 (dokonaleji 1718·834) zeměpisných mil; jak velký jest její obvod, t. j. obvod na rovníku? a jelikož se zem za 24 hodin jednou kolem osy otočí, kolik mil urazí jeden bod rovníku za hodinu? S jakou rychlostí se pohybuje ten bod?

27. *Délka oblouku.* Je-li průměr kruhu dán, můžeme snadno nejen jeho obvod, nýbrž i každou libovolnou část obvodu, t. j. *oblouk kruhový* v délkomíře vyjádřiti; potřebujeme jen mimo průměr ještě úhel středový znáti, ku kterému oblouk ten náleží. Je-li totiž průměr kruhu dán, známe již také obvod a rozdělíme-li tento na 360 dílův, obdržíme délku oblouku, jenž k jednomu stupni náleží; protož píšem: arc. $1^0 = \frac{d\pi}{360}$. Má-li tedy v obraze 101. (str. 97) středový úhel AOC n. p. α stupňův, obdržíme délku oblouku ABC k němu přináležejícího, když délku jednoho stupně αkrát vezmeme, tedy arc. $\alpha^\circ = \frac{d\pi}{360} \times \alpha$. (I.)

Naopak ale známe někdy délku oblouku i úhel středový a máme tedy poloměr kruhu vyhledati, t. j. má se

udati, v jakém kruhu k úhlu α oblouk ten náleží. Počet jest tu opět snadný; známe-li totiž délku oblouku a počet stupňův, obdržíme okamžitě délku jednoho stupně, když arc. α počtem α rozdělíme. Znásobí-li se nyní délka jednoho stupně, tedy $\frac{\text{arc. } \alpha}{\alpha}$, třistašedesáti, obdržíme obvod celého kruhu a z toho se již známým spůsobem poloměr vyhledati může.

Bude tedy dle toho vzorec: $d = \frac{\frac{\text{arc. } \alpha}{\alpha} \times 360}{\pi} = \frac{\text{arc. } \alpha \times 360}{\alpha \times \pi}$. (II.)

Kdyby však byla mimo poloměr i délka oblouku dána, tu se musí úhel středový vyhledati. Ačkoliv se tato úloha poněkud nesnadná býti zdá, není předce tak těžká; neboť můžeme, když poloměr známe, hned obvod celého kruhu udati a nyní leží na bíledni, že délka arc. α právě tolikrát v obvodu kruhu obsažena býti musí jako úhel α v 360°. Rozdělí se tedy $d\pi$ číslem arc. α, a takto vzniklé číslo: $\frac{d\pi}{\text{arc. } \alpha}$ udává, kolikátý díl celého obvodu jest oblouk arc. α; poněvádž ale i úhel α tolikátý díl 360° býti musí, potřebujeme jen tento díl skutečně vzíti, a obdržíme:

$$\alpha = 360 : \frac{d\pi}{\text{arc. } \alpha} = \frac{360 \times \text{arc. } \alpha}{d\pi} \quad \text{(III.)}$$

Máme tedy při vypočítávání oblouku tři úlohy, a sice:

1. buď se hledá délka oblouku, 2. buď poloměr, a 3. buď počet stupňův středového úhlu; rozluštění těchto úloh jest naznačeno ve vzorcích I, II a III.

Úlohy. 1. Jakou délku má oblouk 15° 20′ v kruhu, jehož poloměr $3^2/_5{}'$ obnáší?

$$\text{arc. } \alpha = \text{arc. } (15^0\ 20') = \frac{6^4/_5{}' \times {}^{22}/_7}{360} \times 15^1/_3 = 0{\cdot}901' = 10{\cdot}8''.$$

2. Jak velký jest oblouk jednoho stupně na poledníku, když poloměr země $859^1/_2$ míle obnáší?

$$\text{Arc. } 1^0 = \frac{2 \times 859^1/_2 \times {}^{22}/_7}{360} = 15{\cdot}007 \text{ míle.}$$

3. V jakém kruhu obdržíme oblouk 7′ dlouhý, k úhlu 48° přináležející?

$$d = \frac{360 \times 7}{{}^{22}/_7 \times 48} = \frac{2520 \times 7}{22 \times 48} = \frac{630 \times 3}{22 \times 12} = \frac{105 \times 7}{22 \times 2} = \frac{735}{44} =$$

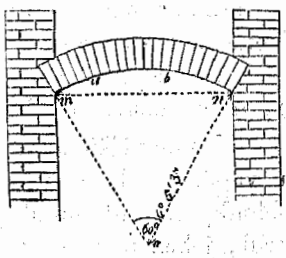
16·704′; poloměr kruhu musí tedy 8·352′ obnášeti.

4. Kolik cihel bude na šestidílový oblouk *mabn* (v obr. 108.) v klenutí potřebí, je-li oblouk poloměrem $5^1/_4{}'$ opsán a počítá-li se mimo to na každou cihlu s maltou 3″ do šířky? Délka oblouku *mabn* jest:

$$\frac{2 \times 5^1/_4 \times {}^{22}/_7}{360} \times 60,$$

poněvádž má 60°; vypočítá-li se to, obdržíme arc. *mabn* $= 5^1/_2{}' = 66''$. Cihel bude tedy $^{66}/_3 = 22$.

Obr. 108.



5. Kolik stupňův musí míti oblouk, aby se jeho délka poloměru vyrovnala?

Dle: $\alpha = \frac{360 \times \text{arc.}\,\alpha}{2r\pi}$ obdržíme, když místo arc. α s ním stejně dlouhý poloměr dáme: $\alpha = \frac{360 \times r}{2r\pi} = \frac{180}{\pi} = \frac{180}{3{\cdot}1415}$ $= 57{\cdot}297^0$, což přibliženě $57^0\ 17{\cdot}8'$ dá.

Dle toho obdržíme také oblouk, jehož délka se průměru rovnati má, když totiž místo arc. α nyni $2r$ dáme: oblouk ten má zrovna ještě jednou tolik stupňův, poněvádž je také ještě jednou tak dlouhý.

Ve všech posud uvedených příkladech jsme počitali jen stupně a nebo na nejvýš minuty vynechávajíce při tom všechny vteřiny; mohlo by se tedy mysliti, že výsledky právě vypočítaných úloh nedokonale a nebo jen snad přibliženě dobře jsou. Tomu není tak. Oblouk jedné vteřiny jest tak malinký, že jej i umělými nástroji sotva rozeznati dovedem a v životě obecném, kde bez toho jen tužkou, pravítkem a kružítkem a to ještě ne příliš jemným, pracujeme, ani nikomu nenapadne, na vteřiny ohled bráti. Jsouť již minuty tak malinké, že se temeř jen *počítati* mohou (poněvádž zmnožením jich i počet stupňův roste) rýsovati však se nedají, leč pomocí umělých měřítek, o nichž teprv na jiném místě promluvíme.

K snadnějšímu počítání zde ale předce oblouky minut a vteřin vyhledáme a okážeme, jak potom s tabulkami, oblouky minut obsahujícími, počítati lze. Představme si kruh, jehož poloměr za jedničku vzat jest (1 palec, 1 sáh, 1 míle atd.) průměr tedy $= 2$, tu bude jeho obvod $= 2\pi$; písmenem π bude tedy půl obvodu vyjádřeno a z té pří-

činy také někdy pravíme, že má půlkruh π jednotek (palcův, střevicův, atd.) Vypočítáme-li nyní délku jednoho stupně pro poloměr = 1, obdržíme arc. $1^0 = \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180}$ = 0·017453; rozdělí-li se tento oblouk na 60 dílův, obdržíme délku jedné minuty, tedy arc. $1' = \frac{\pi}{180 \cdot 60}$ = 0·000290. Dále máme, když to zase na 60 dílův rozdělíme, arc. $1'' = \frac{A}{180.60.60}$ = 0·000004. Známe-li nyní délku jedné minuty a nebo 1 vteřiny, obdržíme snadno délky 2, 3 atd minut nebo vteřin, když délky právě vypočitané 2, 3, 4 atd. znásobíme, a podle toho jsou délky stupňův, minut a vteřin v následující tabulce sestavené:

Délka oblouku měřená poloměrem = 1.

oblouk			
	1^0 = 0·01745329	$1'$ = 0·00029089	$1''$ = 0·00000485
	2^0 = 0·03490659	$2'$ = 0·00058178	$2''$ = 0·00000970
	3^0 = 0·05235988	$3'$ = 0·00087266	$3''$ = 0·00001454
	4^0 = 0·06981317	$4'$ = 0·00116355	$4''$ = 0·00001939
	5^0 = 0·08726646	$5'$ = 0.00145444	$5''$ = 0·00002424
	6^0 = 0·10471976	$6'$ = 0·00174533	$6''$ = 0·00002909
	7^0 = 0·12217305	$7'$ = 0·00203622	$7''$ = 0·00003394
	8^0 = 0·13962634	$8'$ = 0·00232711	$8''$ = 0·00003879
	9^0 = 0·15707963	$9'$ = 0·00261799	$9''$ = 0.00004363 *)

*) Více takových, pro měřictví velmi důležitých tabulek obsahují „*Tabulky technické od Dr. Antonína Majera;*“ kdo s měřictvím jen trochu co dělati má, použije spisu tohoto s největším prospěchem.

Dále tabulka ta jíti nemusí, poněvádž oblouk n. p. desíti stupňův, 10′, 10″ desetkrát tak velký jest, jako oblouk jednoho stupně, jedné minuty nebo jedné vteřiny. Potřebujeme jen v čísle délku oblouku 1°, 1′ nebo 1″ vyjádřujícím desítiný bod o jedno místo v pravo dáti a máme číslo desíti znásobené. Oblouk n. p. 50° jest desetkrát tak velký jako oblouk 5°, podle tabulky tedy:
0·08726646×10=0·8726646, oblouk 47′ obdržíme: vezmeme-li:

arc. 40′ = 0·011635,5 a
arc. 7′ = 0·002036,2, tedy dohromady
arc. 47′ = 0·013671.

Tímto spůsobem se najde každý oblouk kruhu, jehož poloměr = 1 jest; kdyby ale poloměr n takových jednotek měl, vezmeme i oblouk v této tabulce vyhledaný nkrát, protože se oblouk dle 26. právě tolikrát znásobí, kolikrát poloměr znásoben byl. N. p. má se vyhledati délka oblouku 124° 38′ 18″, je-li poloměr a) jeden palec, b) 14″.

a) 100° = 1·745329
20° = 0·349065
4° = 0·069813
30′ = 0·008726
8′ = 0·002327
10″ = 0·000048
8″ = 0·000038, dohromady
arc. (124° 38′ 18″) = 2·175346.“

b) 2·175346″ × 14

2′ 6·454844″ jest délka oblouku 124° 38′ 18″ poloměrem r = 14″ opsaného.

Zároveň z tabulky té vysvítá, jak malý skutečný oblouk jedné vteřiny jest (4 milliontiny poloměru) a tím hlavně se potvrzuje, co jsme hned před tím o vteřinách pověděli. Chtěl-li by snad někdo takový nástroj, n. p. úhloměr zhotoviti, aby na jeho okraji ještě obloučky jedné vteřiny pouhým okem k rozeznání byly, t. j. aby oblouk jedné vteřiny aspoň $^1/_{10}$ čárky dlouhý byl, musel by kruh poloměrem 23·87° opsati*); takovýto nástroj by byl ale v obecném životě věcí věru směšnou.

Rýsování obloukův kruhových ve spojení s pravidelnými mnohoúhelníky.

28. Již v 24. jsme viděli, že se skládáním pravid. mnohoúhelníkův rozmanité obrazy sestavovati mohou; na tom však není dosti, prav. mnohoúhelníky jsou pro mnohá umění a řemesla zvláště i tím důležité, že se z nich konstrukce *základních tvarův gotického a románského slohu* vyvinují. Všechny formy gotického a románského slohu, ať jsou to již podstatné částky a nebo náhodné, vedlejší okrasy, mají svůj základ vždy v měřických tvarech, hlavně tedy v přísných měřictvím odůvodněných konstrukcích. Pravidelné mnohoúhelníky kladou se totiž zvláštním spůsobem

*) Podle $2r = \frac{^1/_{10}'' \times 360 \times 60 \times 60}{\pi} = \frac{3600 \times 18}{3{\cdot}1415} = \frac{64800}{3{\cdot}1415} = 20627{\cdot}8''$ $\doteq 23°$.

na sebe i do sebe, čímž jakési průsečníky vznikají, z kterých se potom rozličné, jmenovaným slohům přináležející konstrukce samy udají.

Tyto průsečníky a z nich vyvinuté konstrukce tvoří v gotickém a románském slohu jádro všech okras, jak měřických tak i rostlinných; zkoušením a hledáním se tu nic nesmí dělat a také se nic nepořídí, všechny míry a body se musí na základě měřických daných tvarův samy ustanoviti. Kameníci, zedníci, truhláři, zámečníci, řezbáři, sochaři a všichni ostatní umělci, kteří svá díla často v gotickém nebo románském slohu zhotoviti musí, se bez těchto konstrukcí ani obejíti nemohou; žel však! že se v nich u nás jen někteří a to ještě jen dozorcové nebo správcové takových dílen (nazvíce cizinci) vyznati dovedou. Proč by se nemohl takovýmto správcem č. tak zvaným verkmístrem i který koliv vtipnější tovaryš státi? Vždyť jest vůbec známo, že v středověku, kde tato umění a řemesla v Čechách více pěstována byla, i v cizině čeští řemeslníci a umělci slavného jména měli a hledáni bývali **). Nyní jest ovšem země naše chudá na výtečné toho druhu řeme-

---

*) Ředitel stavby hlavního chrámu v Řezně, Matěj Roritzer, který první obšírnější dílo o konstrukcích tak zvaných fialek (Fialen) sepsal, praví: „daß er solche nicht allein aus sich selbst geschafft habe," odvolává se ale při tom „auf die alten der kunste wissenden und nehmlichen junkhrn von prage (die Junker von Prag), welche mit Johann Hülitz von Köln dem Baue des im Jahre 1439 vollendeten Straßburger Münsterthurms vorstanden." (Das gothische A. B. C. von Friedrich Hoffstadt.)

slníky, ačkoliv lid český zajisté posud mnoho nadání ku krásným uměním má a přístupný jest pro všechno šlechetné, krásné a užitečné. Příčinu této vady třeba v tom hledati, že se posud nikdo necvičil a také ani příležitosti a vzorův neměl, vkus svůj vyvinouti. Lid náš pracovný se musí proto k činnosti, t. j. k činnosti ducha povznésti, jelikož mu každým dnem nové a nové nebezpečenství cizího vlivu hrozí; potřebať tu zajisté den co den všech svých sil i prostředkův napínati, jen aby se přítomnost před cizím návalem uchránila. V následujícím budou proto ty nejhlavnější konstrukce základních tvarův got. a rom. slohu vysvětlené; musíme ale připomenouti, že se tu nikoliv do podrobných architektonických a stavitelských pravidel pouštěti nebudeme, jelikož o dílu tom na jiném místě průmyslové školy obšírně pojednáno bude.

A. Strojení špičatého oblouku.

α) Špičatých obloukův se užívá nejvíce v okrasách a formách slohu gotického a ačkoliv tu poměr výšky oblouku k jeho světlosti rozmanitý býti může, vyvinuje se předce vždycky celá jeho konstrukce buď z trojúhelníka nebo ze čtverce. Nejkrásnější, jelikož nejjednodušší a nejvážnější takovýto spičatý oblouk obdržíme z trojúhelníka *pravidelného* a sice; nad základnou ab (tabulka II. obraz 8.), která zároveň světlost čili šířku oblouku udává, se opíší z krajních bodův *a* a *b* poloměrem *ab* oblouky až se v *c* (ve vrcholu oblouku) prosecknou. Takto sestrojený špičatý

oblouk *acb* se hodí zvláště k oknům a dveřím chrámovým, jelikož tu předně jakási důstojnost v této pravidelnosti trojúhelníka spočívá, a za druhé se hodí tento tvar více než který koliv jiný k zhotovení tak zvané gotické růže, zvláštní to stavitelské ozdoby (tab. III.) — Na základě čtverce se rýsuje oblouk ten následovně: světlost *ab* (obraz 18.) považuj za stranu čtverce, který se ale ostatně ani rýsovati nemusí. Rozděl *ab* na 4 stejné díly a vnes jeden takový dílek v pravo i v levo na její prodloužení t. j. udělej ma = bn = $\frac{ab}{4}$. Nyní se opíší z bodův *m* a *n* oblouky poloměrem mb = an (přibliženě jest to úhlopřična čtverce), které se v *d* proseknou. Výška tohoto oblouku jest rovna jeho světlosti a jak z obrazu viděti lze, stojí takový oblouk volněji, a směleji se vzhůru vypíná.

Jinák než na základě prav. trojúhelníku a čtverce sestrojené špičaté oblouky platí vůbec za méně vkusné, poněvádž buď příliš štíhlé (vysoké) jako n. p. v obraze 19. oblouk *acb*, nebo *adb*, a nebo zase tuze stlačené (v obr. 19. oblouk aob) vyhlíží, a v žádné z obou těchto případností se již tak snadno vnitřek oblouku nějakou ozdobou architektonickou vyplniti nedá. V obraze 2. n. p. byl oblouk *acb* ze středobodův *m* a *n* poloměrem mb opsán, kteréžto body obdržíme, když půl světlosti ab v pravo a v levo přeneseme. Jestliže se ale celá světlost ven přenese, tak že bude au = ab = bv, a opíší-li se potom z bodův *u* a *v* poloměrem ub, t. j. dvojnásobnou světlostí oblouky, objeví se špičatý oblouk adb, jakéhož se jen tenkráte užívá, když by to zvláštní okolnosti s sebou přinesly a kdyžby výška

stavby ničím, tedy ani nákladem ani prostorem obmezená nebyla. Že oblouk aob, jenž z bodů i, í poloměrem aí opsán byl, žádného vkusu nemá, viděti již z obrazu lze, porovnáme-li ho mimo to s obrazem 18.

β) Oblouk špičatý, na konci vykroužený se rýsuje také buď na základě prav. trojúhelníka nebo čtverce, nejčastěji ale záleží sestrojení takového oblouku v tom, že se k ostrým v *α*) rýsovaným obloukům, ano i k půlkruhu výkružek všelijakým spůsobem přidělá. Oblouky tyto jsou tím důležité, že se jim může dle okolnosti libovolný, nízký i vysoký tvar dáti, aniž by se světlost oblouku měniti musela.

Nejstarší spůsob vykroužené špičky jest tento: světlost *ab* (obraz 20.) se rozdělí na 4 stejné díly; v bodech c a *d* se postaví kolmice tak dlouhé, jako jest půl *ab*, tedy cm = dn = $\frac{ab}{2}$ = ao, tak že bude cdmn čtverec. Z bodu c se opíše nyní poloměrem ac čtverník af a tímtéž rozevřením kružítka čtverník gb: oba čtverníky se konečně z bodův *m* a *n* tímtéž poloměrem ukončí, t. j. opíší se oblouky if a ig. Oblouk tento se hodí pro zvláštní jeho tvar k dveřím domovním, poněvádž jeho výška oi jen půl světlosti obnáší.

V obraze 23. jest výkružek k oblouku špičatému, v obrazech ale 21 a 22 k půlkruhu připojen; sestrojení obloukův těchto jest následující: V obraze 4. opiš nad světlostí ab půlkruh a vnes na něj poloměr třikrát; z bodův takto vzniklých (*c* a *d*) se sestrojí obloučky, jenž průsečník f ustanoví. Z bodův *f* a *c* se nyní tím samým poloměrem průsečník *g*, a z bodův *f* a *d* průsečník h vyhledá, z kterýchžto průsečníkův se konečně oblouky *cf* a *df* opíší.

Konstrukce tato spočívá tedy, jestliže si přímky go, oh a gh vedeme, na pravidelném trojúhelníku a výška jeho jest zrovna rovna výšce prav. trojúhelníka fab.

Kdyby se špička tohoto oblouku *o* zdála příliš vykroužená, tu se může její prohnutí zmírniti a sice, jestliže průsečníky *g* a *h*, z nichž se výkružky cf a df opsati mají, větším poloměrem ustanovíme. V obraze 22. n. p. se opsaly z bodův *c* a *f* obloučky celou světlostí, t. j. poloměrem ab, a teprv z průsečníku g se výkružek cf doplnil. Na druhé straně se ustanoví průsečník h podobným spůsobem a z něj se opíše výkružek df.

K ostrému oblouku se dělá špička následovně: nad světlostí ab (obraz 23.) se sestrojí oblouky poloměrem ab, tedy na základě prav. trojúhelníku; na tyto oblouky se přenese půl světlosti, t. j. udělá se ad = ac = bc = be. Z bodův *d* a *e* se opíší poloměrem do obloučky, které se v f proseknou.

Nyní musí ale průsečníky, které z bodův *d* a *f* na jedné a z bodův *e* a f na druhé straně ustanovíme, hodně daleko býti, aby výkružky, jenž z nich opsané býti mají, ostré oblouky ag a bg neprotínaly. Z té příčiny musí poloměr obloukův, jimiž se průsečníky *h* a *k* ustanoví, nejméně pětkrát tak velký býti jako ac, může býti ale také větší. Vůbec se dá tato konstrukce tak změniti, že jí ve všech možných případech vykrouženou špičku náležitě sestaviti lze. Nejprvé se musí vždy ostré oblouky na základě prav. trojúhelníku sestrojiti a potom se na nich může výkružek v kterém koliv místě začíti, n. p. v obraze 24. v bodech *d* a *e*, které ovšem v stejné výšce ležeti musí. Přímky ae a bd mají potom

tu zvláštnost, že na nich všechny členy úplně provedeného oblouku, t. j. všechny s hlavním obloukem rovnoběžné čáry, své zakroužení skončiti musí, jelikož tu jejich vykroužení počíná, jak to i z obrazu viděti lze.*) Jsou-li nyní oba body *d* a *e*, jakož i přímky ae a bd narýsované, ustanoví se dle toho jak oblouk vysoký býti má, vrchol; dejme tomu, že padne vrchol do f, tak že bude výška celého oblouku of (může se libovolně vzíti), tu máme hned zase úlohu předešlou. Opíší se totiž na levé straně z *d* a *f* libovolným, dosti ale velkým poloměrem oblouky a tímtéž poloměrem se sestrojí z jejich průseku g výkružek df. Tento výkružek však protíná, jak obraz okazuje, hořejší částku oblouku ac; bod g jest tedy tuze blízko a musí se proto větším rozevřením kružítka z bodův *d* a *f* na novo udati. Najde-li se konečně bod n. p. *i*, z nějž se všechny vykroužené částky na levé straně poloměrem if opsati mohou, potřebujeme jen to samé na pravé straně (tímtéž poloměrem) opakovati, až oblouk náležitě sestrojen bude.

B. Konstrukce růží gotických.

29. Kladou-li se pravid. mnohoúhelníky na přič do sebe, udají se středobody a poloměry rozličných kruhův a obloukův, které zvláštním spůsobem spojený kruh, do

*) Tyto přímky se musí vždycky narýsovat, ať již přijdou body *d* a *e* výše a nebo níž, poněvádž se prohnutí všech rovnoběžných obloukův jen právě zde změniti může.

nějž prav. obrazec vepsán byl, rozmanitě vyplňují. Obrazy takto vzniklé obsahují hlavní tahy růží gotických, které buď ze tří, 4, 5 a i více obloukův složené býti mohou.

1. *Růže tříoblonkové.* Do kruhu se vpíše pravid. trojúhelník abc (obraz 27. tab. III.) a ze všech jeho rohův se spustí na protější strany výšky kolmá, tak že budou všechny strany trojúhelníka v bodech *m, n, o* půlené. Středy tyto tvoří opět prav. trojúhelník, z jehožto vrcholův se nyní kruhy tak opíší, aby středem daného kruhu procházely, tedy poloměrem *mi*. Obyčejně se ale tyto tři kruhy jen tak daleko rýsují, až se vespolek proseknou, vnitřek pak zůstává prázdný. Jejich průsečníky x, x, x slovou *nosy* a bývají buď ostré, jako právě zde, a nebo tupé. Tupý nos obdržíme, jestliže do vnitra těchto kruhův jiné tři kruhy, soustředně, však vpíšeme, a stranami druhého trojúhelníka obmezíme, jak to obr. 28. okazuje. Ostrých nosův se užívalo v starších časech, tupé přicházejí teprv později.

Jiný spůsob: Sestrojí se pravidelný trojúhelník abc (obr. 29.) třeba i bez kruhu, když se z obou krajních bodův přímky ab oblouky opíší, a na každou stranu se spustí s protějšího vrcholu kolmá. Rozdělí-li se nyní oblouk, který z některého vrcholu n. p. z *c* poloměrem *ca* opsán byl a jemuž tedy strana *ab* tětivou jest, na 4 díly a vnese-li se jeden takový díl ze středobodu *o* na každou výšku trojúhelníku, t. j. udělá-li se $ad = \frac{arc.\ ab}{4} = om = on = op$, obdržíme zase prav. trojúhelník *mnp*, z jehožto vrcholův oblouky (poloměrem *mo*) opsati můžeme.

Třetí spůsob: z vrcholův prav. trojúhelníka *abc* (obraz 30.) se opíší oblouky poloměrem *ab* a mimo to se spustí zase na každou protější stranu kolmá. Opíše-li se nyní z *o* kruh, který se stran trojúhelníka dotýká a všechny tři kolmice protíná, obdržíme v průsečnících *m*, *n*, *p* vrcholy nového pravid. trojúhelníka, z nichž se opět kruhy poloměrem $mr = \frac{mn}{2}$ sestrojiti mohou. Kruhy tyto, jak obraz okazuje, se neprotínají, dotýkají se ale vespolek v středních bodech stran trojúhelníka *mnp*. Snadno z obrazův těchto nahlédnouti lze, že každá z uvedených zde růží svůj zvláštní charakter má, ačkoliv všem tentýž pravid. trojúhelník za základ položen byl; zvláštnosti této se ale musí také šetřiti, aby růže s celým předmětem, jemuž pouze okrasou býti má, dobře souhlasila. *)

Tak zvaný *jetelový list* náleží též k tomuto druhu a sestrojí se následovně: Z vrcholův pravid. trojúhelníka *abc* (obraz 31.) se opíší poloměrem *ab* oblouky; postaví-li se nyní všechny tři výšky a opíše-li se z jejich společného průsečníku *o* kruh, který by se stran trojúhelníka dotýkal, vzniknou nové tři průsečníky *m*, *n*, *p*, z nichžto se poloměrem $mr = rp$ kruhy opsati mohou. Kruhy tyto se dotýkají obloukův *ab*, *bc* a *ca*, tak že náležitým jich spojením špičatě ukončené oblouky obdržíme, které pro svou podobnost k listu jetelovému také *list jetelový* na-

---

* Užívá se okras takových v sinich sloupových, u zábradlí, pavilonů a arkyřů, na zdích pod okny atd. Němci je jmenují: Dreipass.

zvány jsou. Nejčastěji se vyřezává tento list ze dřeva a nebo se leje ze sádry.

Jiná jeho konstrukce: Opíší se zase z vrcholův prav. trojúhelníka *abc* (obraz 32.) oblouky poloměrem *ab* a postaví se všechny tři výšky; každá strana trojúhelníka se nyní rozdělí na 3 stejné díly, a ty se spolu tak spojí, že obdržíme prav. šestiúhelník. Strany tohoto šestiúhelníku protínají výšky trojúhelníka v bodech m, n, p, kteréžto body se nyní s protějšími vrcholy trojúhelníka spojí, t. j. vedou se přímky s vrcholu a k bodům m a n, z b k bodům p a n, z c k bodům p a m. Takto vzniknou nové průsečníky u a v, z nichž se poloměrem $ua = va$ oblouky opsati mohou. V rohu b a c jest ta samá konstrukce.

Třetí spůsob: Z vrcholův prav. trojúhelníka *abc* (obraz 33.) se spustí zase kolmice na protější strany; krajní body těchto kolmic tvoří nový prav. trojúhelník *mnp*, při čemž hned spozorujeme, že celý trojúhelník *abc* na 4 menší prav. trojúhelníky rozložen jest. Rozpůlí-li se nyní výška jednoho takového malého trojúhelníka, n. p. *ad* v bodu *e*, a vnesé-li se tato polovice ze středu *o* na každou výšku, t. j. udělá-li se $\frac{ad}{2} = ae = o\alpha = o\beta = o\gamma$, vznikne opět prav. trojúhelník $\alpha\beta\gamma$, z jehožto rohův se poloměrem $\frac{\alpha\beta}{2}$ kruhy opsati mohou. Kruhy tyto se dotýkají stran *ab*, *bc* a *ac* a spojí-li se vše náležitě, jak obraz okazuje, obdržíme zase list jetelový, který však na koncích špičatější jest, než oba předešlé.

2. *Růže čtyrobloukové* se rýsují ze tří na přič do sebe položených čtverců a sice a) z oblouků okrouhlých: Sestrojí se čtverec *abcd* (obraz 34.) i obě jeho úhlopříčny; středobodem *o* se vedou přímky rovnoběžně s jeho stranami, tak že budou tyto v bodech *m, n, p, q* půleny. Spojením těchto 4 bodův vznikne druhý čtverec, jenž úhlopříčny předešlého čtverce v bodech α, β, γ, δ protíná a tak třetí čtverec udává. Z rohův tohoto posledního čtverce se nyní opíšou poloměry $\alpha a = \alpha m = \alpha o$ kruhy, jenž všechny středem *o* procházejí a se vespolek protínají.

Jiný spůsob: Položí se do kruhu dva čtverce na přič, n. p. *abcd* a *mnpq* (obraz 35.), tak že budou úseky *ai, im, me* atd. stejné. Jeden takovýto dílek se vnese z rohův čtverce *abcd* na jeho úhlopříčny, t. j. udělá se $ai = a\alpha = b\beta = c\gamma = d\delta$, tu se hned zase třetí čtverec $\alpha\beta\gamma\delta$ objeví. Rohy právě jmenovaného čtverce udávají středy kruhův, které poloměrem $\alpha a = \beta b$ atd. opsati můžeme a které se v středobodech stran téhož čtverce dotýkají. Ve stavitelských okrasách se spojuje růže čtyrobloukovа často s tříobloukovou, t. j. do každého totiž oblouku čtyrobloukové růže se vpíše dle 29. 1, ještě růže tříobloukovа, jak to v obraze 36. viděti lze.

b) *Z obloukův špičatých.* Středobodem čtverce *abcd* (obraz 37.) se vedou přičky rovnoběžně s jeho stranami, tak že bude *mnpq* druhý čtverec; vnese-li se nyní šestina úhlopříčny *ac* ze středu *o* na úhlopříčny druhého čtverce, t. udělá-li se $\frac{co}{3} = \frac{ac}{6} = o\alpha = o\beta = o\gamma = o\delta$, objeví se

rohy třetího čtverce, z nichžto se poloměrem $o\alpha = o\beta$ atd. kruhy opsati mohou. Nyní se sestrojí z rohu a oblouk pn, z rohu b oblouk pq, atd., kteréžto oblouky se předešlých kruhův dotýkají a tak špičaté oblouky uzavírají.

Za druhé: Do kruhu se položí dva čtverce na přič (obraz 38. tab. IV.) a úsek $ai = im$ se vnese z každého rohu čtverce $abcd$ na jeho úhlopříčnu, t. udělá se $ai = a\alpha = b\beta = c\gamma = d\delta$. Tím obdržíme třetí čtverec $\alpha\beta\gamma\delta$. Z rohův téhož čtverce se opíší kruhy, jejichžto poloměr se polovině strany $\alpha\beta$ rovná a které se vespolek dotýkají. Sestrojí-li se nyní zase z rohův prvního čtverce $mnpq$ oblouky cd, da, ab, bc vzniknou náležitým spojením lupeny špičatě ukončené.

Za třetí: Podobným spůsobem se položí do kruhu dva čtverce na přič (obraz 39.) a průsečníky α, β, γ, δ dají třetí čtverec, jehožto každá strana se na čtyry díly rozdělí. Z bodu u se opíše nyní poloměrem um oblouk, a tímtéž rozevřením i z v, kteréžto oblouky se zrovna v úhlopříčně prvního čtverce protínají. Konstrukce v obraze 40. vysvětlené se užívá nejčastěji, poněvádž v ní tvar čtverce nejlépe k poznání jest, ano zdá se to na první pohled skutečně jen čtverec býti, jehož strany u prostřed do špičatého oblouku zahnuté jsou; sluší však pozor dáti, aby se toto zahnutí libovolně a tedy nepravidelně nestalo, což se někdy v rychlosti ovšem dost nejapně děje. Sestrojení tohoto obrazu nepodlehá dle předešlých konstrukcí žádným obtížem.

Jsouť ještě růže z více obloukův složené a ty se zakládají vždy na prav. pěti-, šesti- atd. úhelníku, kteréžto

obrazce jen napořád na přič dohromady skládati třeba, jak to v obraze 41. viděti lze. Neužívá se jich ale již tak často, poněvádž ani tu jednoduchost nemají a ani ten snadný přehled neposkytují jako růže z tří a čtyr obloukův. Tyto jsou zvláště i tím důležité, že se jejich poloviny někdy zvláštní, od uvedených zde konstrukcí docela rozdílnou konstrukcí sestaviti a i rozmanitě upotřebiti mohou, jak to jmenovitě u oken a dveří slohu gotického i románského shledáváme. Následující n. p. dva obrazy jsou velmi jednoduše sestrojené a mají mimo to i oblouky zvláštní velikosti. 1. Sestroj nad šířkou ab (obraz 25. tab. III.) oblouky poloměrem ab a rovněž i půlkruh adb (ze středobodu *o*); poloměrem $ad = db$ se opíší z krajních bodův *a* a *b* oblouky *dn* a *dm* a nyní se sestrojí poloměrem $ma = nb$ ze všech třech bodův *m*, *n*, a *d* oblouky, až se okno náležitě uzavře. 2. Sestroj opět nad šířkou *ab* (obraz 26. tab. III.) půlkruh a oblouky *ac* a *bc*; světlost *ab* se nyní rozdělí na 3 stejné díly a vedou se přímky *mc* a *nc*. Opíší-li se konečně z bodův *m*, *n*, *o*, *p* oblouky poloměrem *am*, obdržíme zase obraz předešlému podobný.

C. Strojení čar haditých.

30. Oblouky posud uvedené byly svou *vykrouženou* stranou k středu mnohoúhelníka obráceny, tak že se všechny částky obrazu k středu tomuto chýlily; užívá se ale v architektonických pracích také obrazův, jejichž oblouky *ze středu* mnohoúhelníka vybíhati se zdají a k němu svou

zakrouženou stranu obracejí. Obrazy takovéto mají docela jiný ráz a slovou obyčejně obrazy *hadité* nebo jen *hadice**).

a) Průměr kruhu *ab* (obraz 42. tab. V.) se rozdělí na 4 díly a nad každým poloměrem *oa* a *ob* se opíše půlkruh, tak ale, aby jeden na pravé a druhý na levé straně průměru *ab* ležel. Takto vzniklou hadicí jest celý kruh na 2 shodné, obráceně položené částky rozdělen; aby ale obraz příliš jednoduchý a holý nezůstal, vedou se ještě, jak z obrazu viděti lze, oblouky rovnoběžné, t. j. z těch samých středobodův.

Často se také vnitřek těchto menších půlkruhův vyplňuje a sice následovně: půlkruh *aco* (obraz 43.) se rozdělí na 6 dílův a jeden takový dílek se přenese na velký kruh, tak že bude arc. au = af $= \frac{\text{arc. aco}}{6}$. Nyní se vede průměr uov, aby se jím i dole dílek by odříznul a vyplnění obou těch kruhů se provede potom na základě průměru uov takto: Poloměr uo se rozdělí na 4 díly a v středobodu se postaví hc ⊥ uo; nad uh se sestrojí půlkruh a rovněž i nad ho. Tímtéž poloměrem se opíše konečně z *k* oblouk, ažby oba poslední, ze středův *i*, *i* opsané půlkruhy prosekl. Kdyby někdo vyplnění hlav těchto hadic na základě průměru ab provésti chtěl, shledal by, že jmenovitě nosy vyplňujících obloukův kolem středu velkého kruhu nahromaděně, nevkusně a stlačeně vypadnou.

b) Tak jak se v předešlém obraze, v hadici dvou-

*) Německy: Schwellung.

obloukové kruh na 2 stejné díly rozděliti musel, rovněž tak se rýsuje hadice tří-, čtyr- i víceoblouková na základě pravidelného, do kruhu vepsaného troj-, čtyr- atd. mnohoúhelníku. V obraze 44. n. p. jsou dva pravid. trojúhelníky abc a mnp na přič do sebe položené; z rohův *m*, *n* a *p* se potom opíšou poloměrem $n\beta = \beta m$ oblouky tak, aby každý z nich na jedné straně výšku trojúhelníku středobodem jeho vedenou protínal a druhých dvou výšek se dotékal, t. z bodu *n* se sestrojí oblouk $i\alpha\beta$, z *m* oblouk $u\gamma\beta$ a z *p* oblouk $v\gamma\alpha$. Kruh z *o* poloměrem *oi* opsaný se musí všech tří obloukův dotýkati a tak celou hadici uzavříti. I zde se může vnitřek těch 3 malých obloukův na spůsob obrazu 45. vyplniti, jenom se musí, jak obraz okazuje, přímky *mn* vyplnění tomu za základ položit.

c) Hadici čtyróblouková slouží 3 na přič do sebe položené čtverce za základ n. p. v obraze 46. Z rohův toho třetího čtverce, tedy z *a*, *b*, *c*, *d* se sestrojí oblouky, jejichž poloměr se polovině strany téhož čtverce rovná, t. j. poloměrem *am*. Oblouky ty jsou větší půlkruhu a jdou od středních bodův stran třetího čtverce až k úhlopřičnám prvního čtverce, t. j. z *a* se opíšou oblouk *mn1*, z *d* oblouk *np2*, z *c* oblouk *pq3* a z *b* oblouk *qm4*. Posleze se opíše z *o* kruh poloměrem *o1*, jímž se opět celý obraz náležitě uzavře. K vyplnění jednotlivých hlav této hadice se použije jak z obrazu viděti lze, úhlopřičen velkého čtverce; někdy však se rýsuje hadice čtyroblouková s hlavami špičatými, jak to obraz 47. okazuje. Její konstrukce jest následující. Sestroj opět 3 na přič položené čtverce, nasaď kružítko do některého rohu posledního čtverce n. p. do j,

a rozevři až k nejbližšímu rohu velkého čtverce, tedy z *i* až do *k*. Tímto poloměrem opiš z *i* oblouk *khn*, z druhého rohu *e* oblouk *lqr*, z *b* oblouk *fvp* a konečně z *c* oblouk *dtm*.

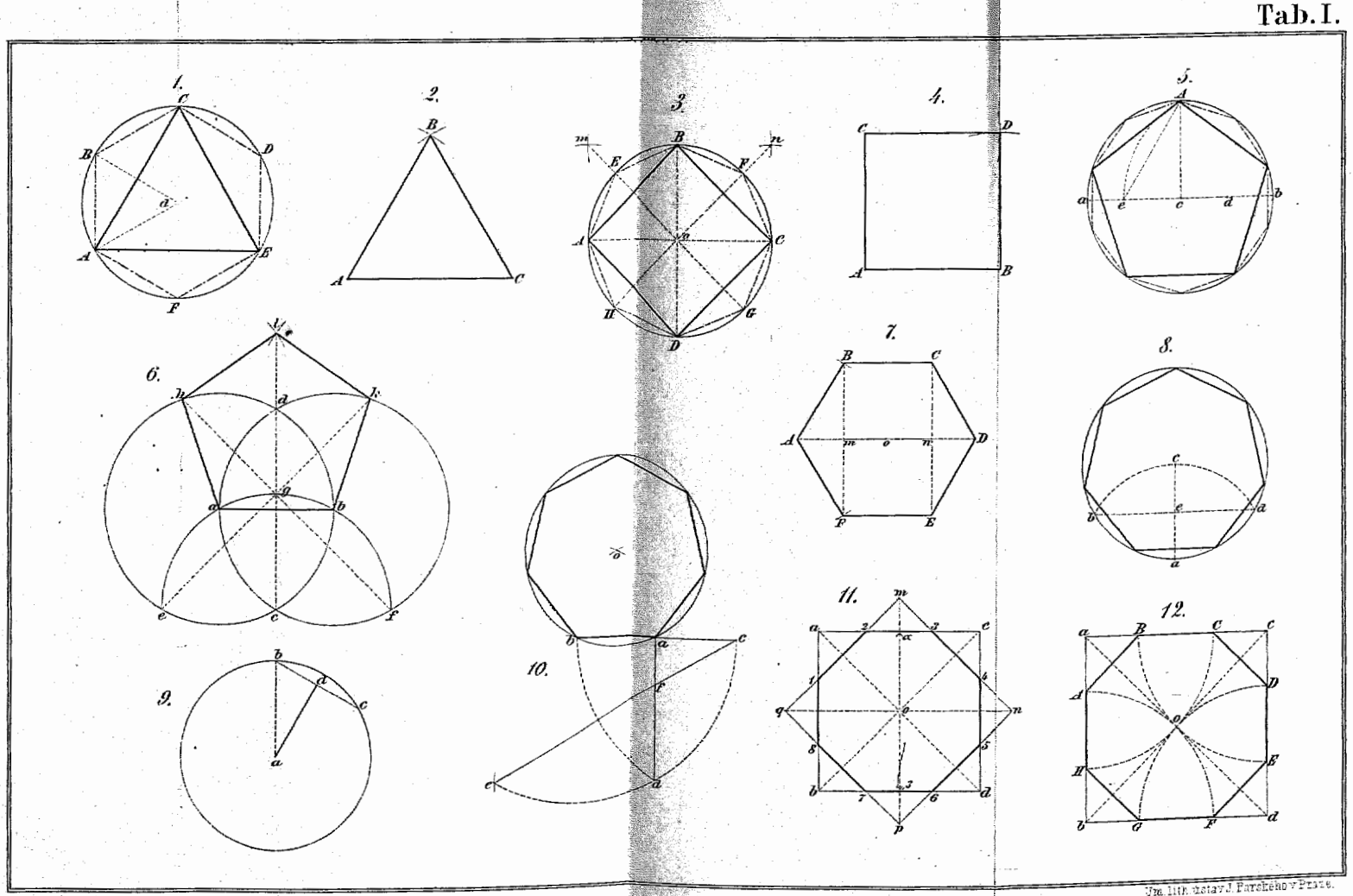
Opíší-li se nyní tímtéž rozevřením kružítka z rohův druhého čtverce a z krajních bodův právě opsaných obloukův, n. p. tedy z *h* a *m* malé obloučky, obdržíme průsečník *ř*; rovněž tak ustanovíme týmž poloměrem průsečník *s* z bodův *q* a *n*, průsečník *u* z bodův *v* a *r*, a průsečník *z* z bodův *t* a *p*. Z těchto průsečníkův se nyní zase tímže poloměrem sestrojí oblouky a sice z bodu *ř* oblouk *hm*, z *s* oblouk *nq*, z *u* oblouk *rv* a z *z* oblouk *tp*. Konečně se opíše z *o* velký kruh poloměrem *od* a k větší úhlednosti i malý kruh poloměrem *oa*. K vyplnění jednotlivých se tu béře přímka, průsečník posleze udaný s rohem třetího čtverce spojující, tedy přímky *ři*, *es*, *bn* a *cz*, ostatní pak konstrukce jest jako v předešlých obrazech.

d) Hadici pětiobloukovou sestrojíme pomocí 4 na příč do sebe položených prav. pětiúhelníkův. V obraze 48. byly všechny výšky prvního pětiúhelníku úmyslně vynechány, aby obraz zbytečně nepřeplňovaly, za druhé ale, aby se souvislost sestrojení těchto obloukův s pravid. mnohoúhelníky tím jasnější objevila. Provedení tohoto obrazu nebude dle posud daného návodu s žádnými obtížemi spojeno a sloužiž tedy za úlohu.

e) Hadice šestiobloukovà má obyčejně hlavy špičaté a vyvine se z dvou shodných na příč přes sebe položených trojúhelníkův. Sestrojí se totiž, jak obrzz 49. okazuje, dva prav., stejně velké trojúhelníky *abc* a *mnp*, jimiž se pravid. šestiúhelník *defghi* obmezí. Oblouky jednotlivých hlav se

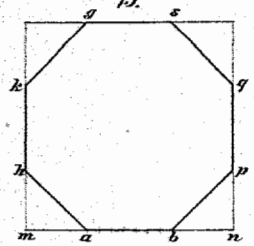
nyní sestrojí z oných šesti prav. trojúhelníkův, které skřížováním prvních dvou trojúhelníkův vznikly a kolem prav. šestiúhelníka *defghi* leží. Nasaď totiž kružítko do *a*, rozevři ho až k *e* a opiš oblouk *ed* a tímtéž poloměrem z *e* oblouk *da*, který se ale trochu delší udělati musí. Tím samým spůsobem se sestrojí oblouky okolo trojúhelníkův *dip*, *ihb*, *hgn*, *gfc* a *fem*. Opíše-li se nyní z *o* kruh, aby se těchto obloukův dotékal, bude celá hadice uzavřena. Při vyplňování však jednotlivých hlav se tu musí zvláště na to ohled vzíti, aby se přímka *ae* ne na dva, nýbrž na tři díly rozdělila, poněvádž zde zrovna šesterníky máme. Opíše se totiž z *a* poloměrem *1a* oblouček a taktéž z *e* oblouk *2 3*; tím obdržíme potřebné body k sestrojení nosův, jelikož jen z *1*, *2* a *3* poloměrem *a1* obloučky opsati potřebujem. I vnitřek této hadice se může nosy opatřiti, ty se však musí poloměrem *tu* z rohův malého šestiúhelníku *tuvxyz* opsati, který obdržíme, když vrcholy šestiúhelníku *fghide* přímkami ob jeden spojíme. Ostatní hadice, mělo-li by se jich předce někdy použiti, což se ale ovšem málo kdy přihodí, se musí podobným spůsobem z měřických tvarův vyvinouti, neboť jenom tak mohou potom všem požadavkům zadost učiniti.

Obsah.

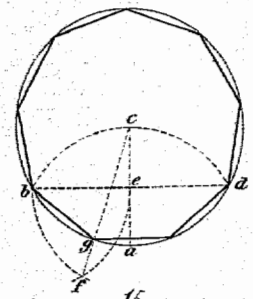


Ung. Lith. Anstalt J. Pavchenko v Prag.

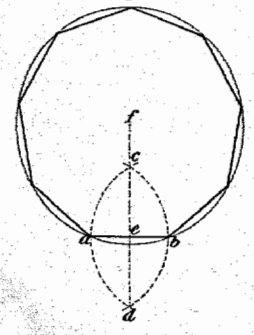
13.



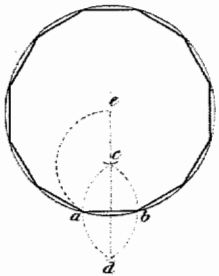
14.



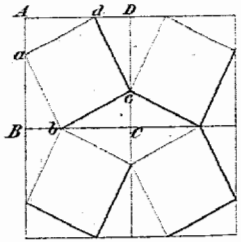
15.



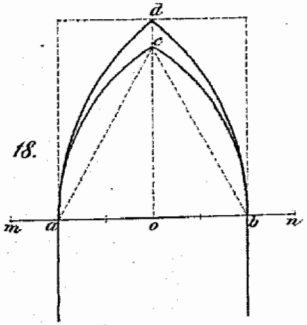
16.



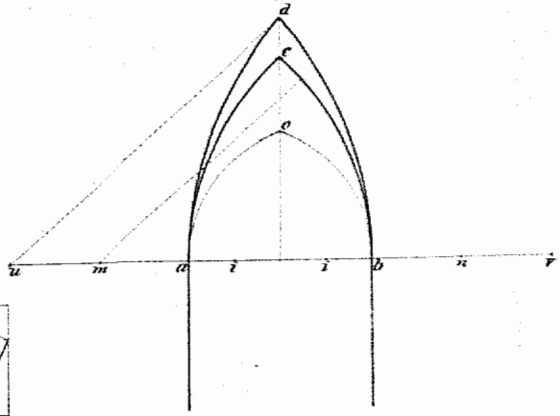
17.



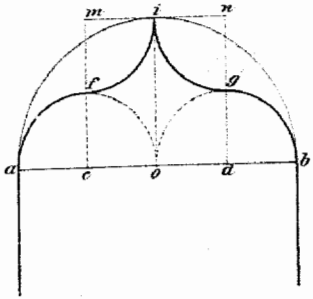
18.



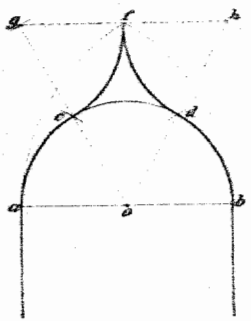
19.



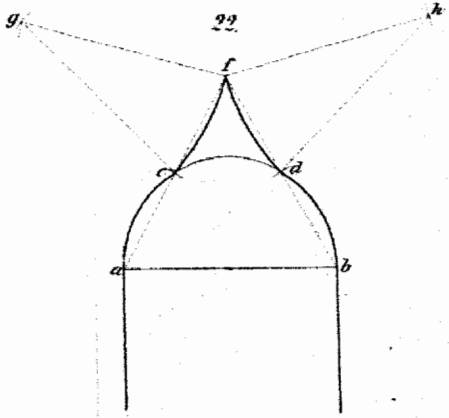
20

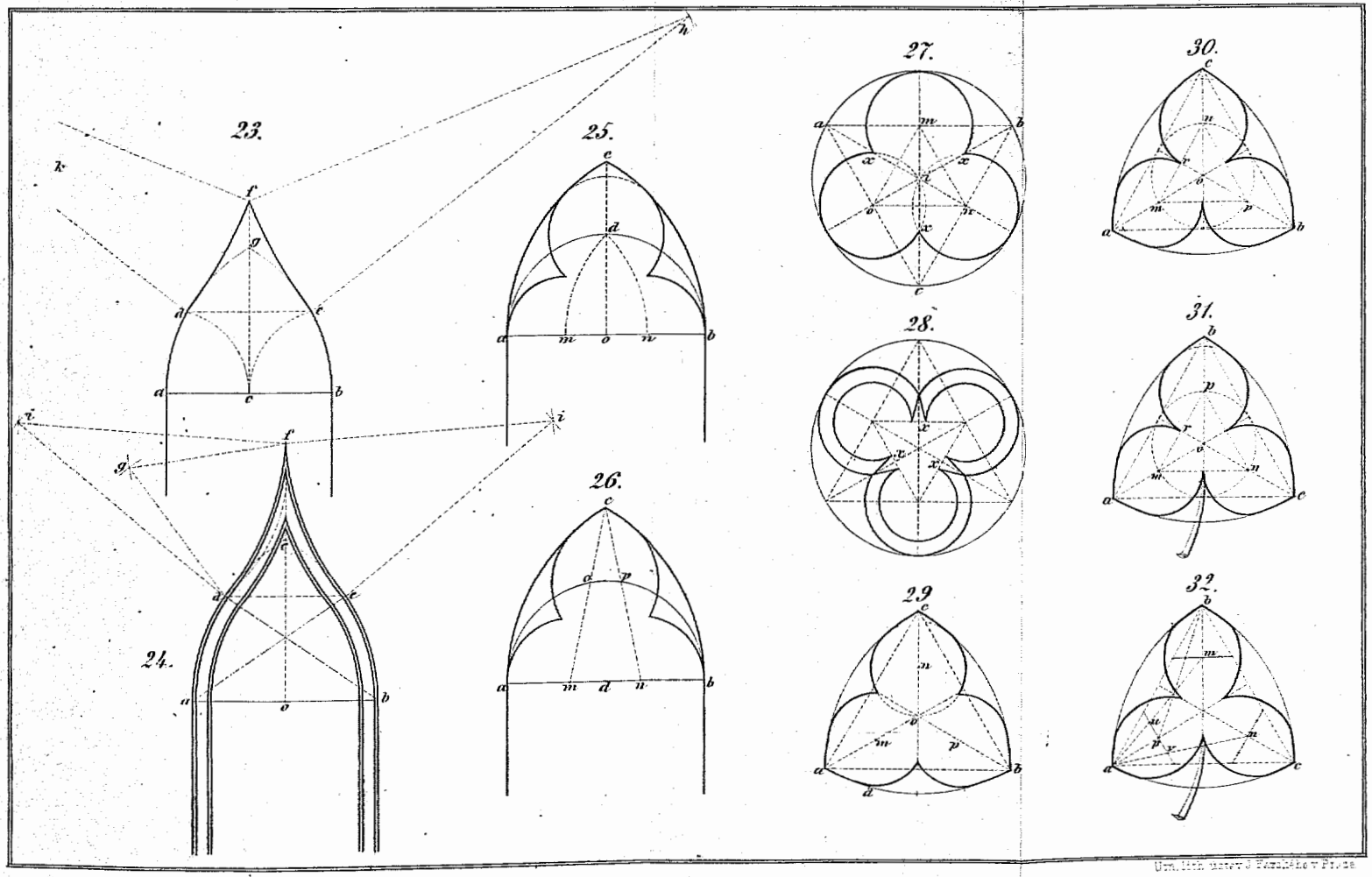


21.



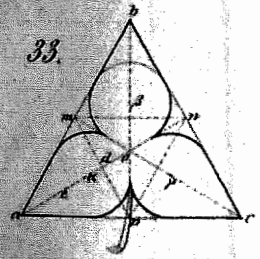
22.



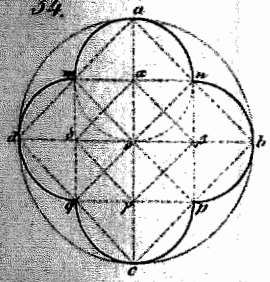


Um. lith. anst. v. Hanschild & Prade

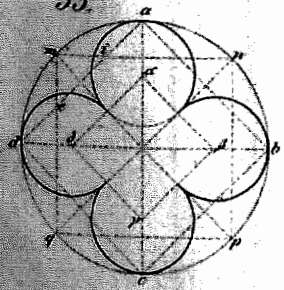
33.



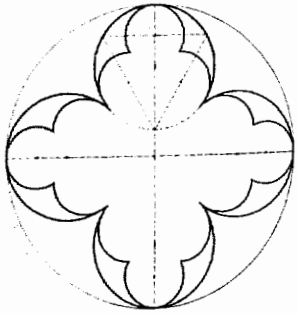
34.



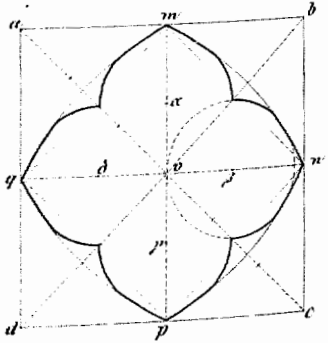
35.



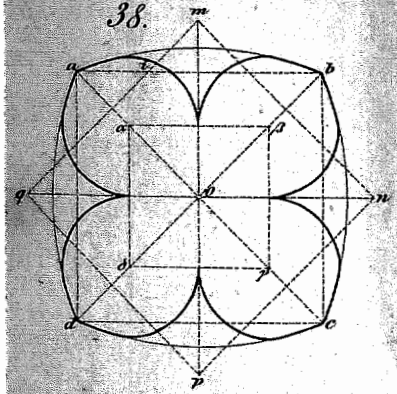
36.



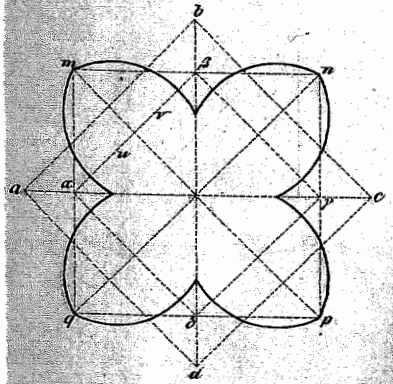
37.



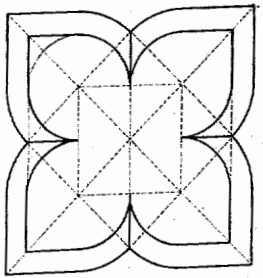
38.



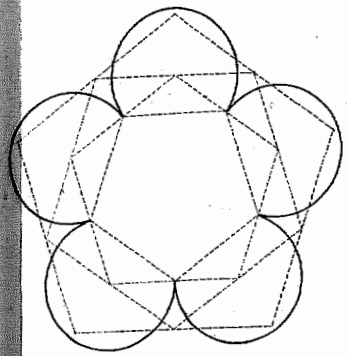
39.



40.

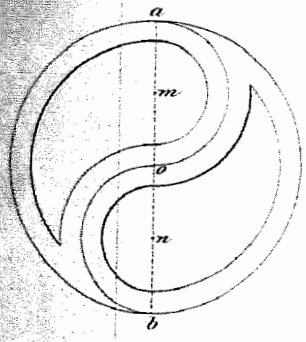


41.

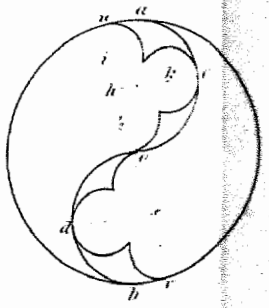


Vlastislav Zavřel v Praze

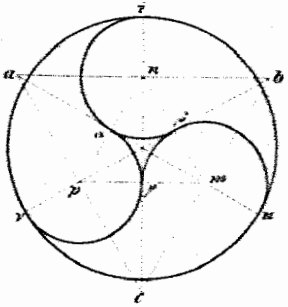
42.



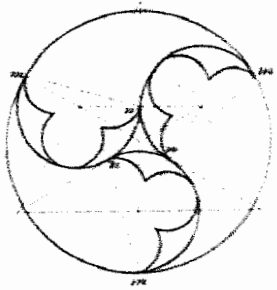
43.



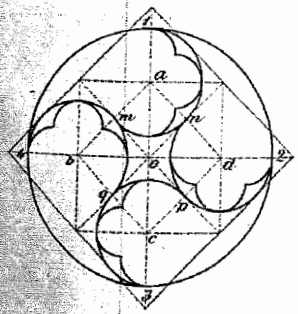
44.



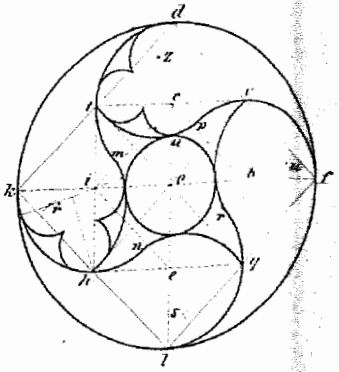
45.



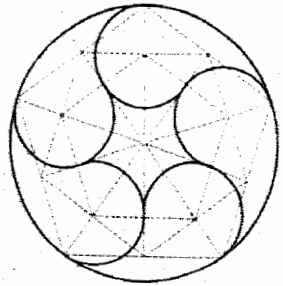
46.



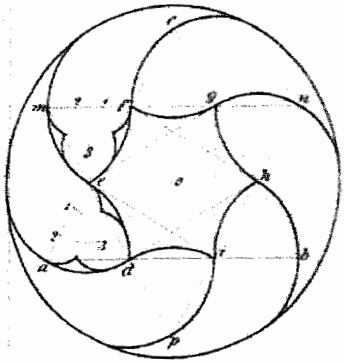
47.



48.



49.



Tiskárna ústavu J. Pacháčka v Praze