MĚŘICKÉ TVARY
v rovině a v prostoře

pro

občanské školy

sepsal

JAKUB JŮZL,
technický učitel na průmyslové škole v Jindřichově Hradci.

(Druhé rozmnožené a opravené vydání).

S 113 vyobrazeními.

V Jindřichově Hradci 1872.
Nákladem knihkupectví G. A. Bibus-a v Jindřichově Hradci.

Předmluva.

Propouštěje knížečku tuto nadepsanou: „**Měřické tvary v rovině a prostoře pro občanské školy**“ do veřejnosti, doufám, že vítanou bude i učitelstvu i žáctvu, ana ač dosti stručná, vše nejpotřebnější v sobě chová, což mimo to dosti bohatě ve 113 obrazcích znázorněno jest.

Při tom za první povinnost si pokládám, tuto díky vřelé vysloviti Pražské učitelské jednotě „Budeč“ za laskavé pokynutí, dle kterého se řídě toto druhé vydání jsem upravil.

S upřímným přáním, aby knížečkou touto při vyučování měřictví úspěchů žádoucích dosaženo bylo, podávám pánům kollegům a mileným žákům malé dílo toto, odporučuje je všestranné přízni.

V Jindřichově Hradci na den sv. Jana Nepom. 1872.

Spisovatel.

Opravy.

Na stránce 6. z dola 11. řádek místo 0·316 čti 0·1316

„ „ 12. „ 7. „ „ + „ =

Část první.

Tvary měřické v rovině.

I. Body.

1. Dotkneme-li se perem neb tužkou papíru neb křídou tabule, vznikne malé znaménko, jež **bodem** čili **tečkou** (Punkt) nazýváme.

2. Bod takto vzniklý slove **hmotný** (materieller Punkt); místo hmotným bodem vyznačené nazýváme bodem **měřickým** (geometrischer Punkt).

3. Bod znamená se písmenem neb číslem. Je-li více bodů, s nimiž nám činiti jest, žádá zřetelnost, postaviti vedle každého bodu nějaké písmeno nebo číslo (obraz 1.), abychom prstem nemuseli ukázati, o kterém bodu se mluví.

Obraz 1.

A	B	C	D
•	•	•	•
a	b	c	d
•	•	•	•
1	2	3	4
•	•	•	•

4. Více bodů vedle sebe postavených činí řadu bodovou, n. p. body *a*, *b*, *c*, *d*. Můžeme tu ještě nějakou bodovou řadu udati?

5. Při práci si řemeslníci vyznačují důležitější body tím, že v ta místa buď hřebík zarazí neb dírku provrtají.

6. Při vyměřování pozemků označujeme vynikající body dřevěnými kolíky nebo kameny (mezníky).

7. Při vyměřování rozsáhlých krajin vyhlídnou se zvláštní místa zdaleka viditelná, jako jsou vrcholy kopců,

věže, stromy atd. I tyto předměty nazýváme body; a poněvadž místa svého nemění, slovou body **pevné** či **stálé** (fixe Punkte); bod své místo měnící slove **pohyblivý** (beweglicher Punkt).

II. Čáry.

1. Pohybujeme-li špičkou pera neb tužky na papíře neb křídou na tabuli od bodu A až k bodu B (obr. 2.), tak že všude cesta pohybu toho znatelná jest, vzniká **čára** (Linie).

2. Čáru takto vzniklou nazýváme **hmotnou** (materielle oder physische Linie).

Mezi body A a B můžeme si též čáru mysliti; taková pak myšlená čára slove **čára měřická** čili **geometrická** (geometrische Linie).

3. Oba body A a B, které čárou spojeny jsou, slovou **krajní body** (Endpunkte) čili konce; zvláště pak slove bod A, kde jsme začali čáru táhnouti, bod **počátečný** (Anfangspunkt), a kde jsme končili, bod **koncový** (Endpunkt).

Který bod jest začátkem a který koncem při čáře A B ?

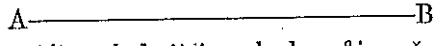
4. Čáru pojmenujeme, vyslovíme-li po sobě písmena při koncích čáry postavená; tak na př. můžeme říci: čára AB neb BA.

Někdy i jedním písmenem neb číslem čáru naznačujeme, na př. čára *m* neb čára 1, 2 atd.

5. Čáru si možno mysliti **neobmezenou** (neukončenou), totiž bez určitého konce, aneb **obmezenou** (ukončenou).

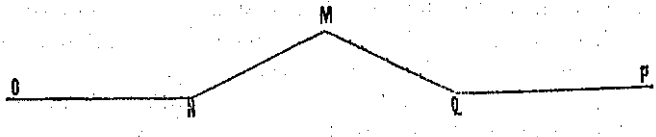
6. Povstane-li čára pohybováním se bodu neustále v stejném směru, slove **čára přímá** (gerade Linie) či **přímka** (Gerade) (obraz 2.).

Obraz 2.



7. Změní-li pohybující se bod svůj směr náhle a jiným-li směrem pak dále přímo se pohybuje, kterýž směr opět měniti může, povstane čára **klikatá** či **lomená** (gebrochene Linie) (obr. 3.).

Obraz 3.



8. Mění-li pohybující se bod směr svůj napořád, popíše **čáru křivou***) (krumme Linie) (obr. 4.).

Obraz 4.

A) Poloha přímky.

1. Přímka může míti polohu rozličnou a dle toho má rozličné pojmenování; má-li na př. směr volně zavěšeného provazce se závažím, slove přímka **svislá** (lothrechte), na př. přímka AB (obr. 5.).

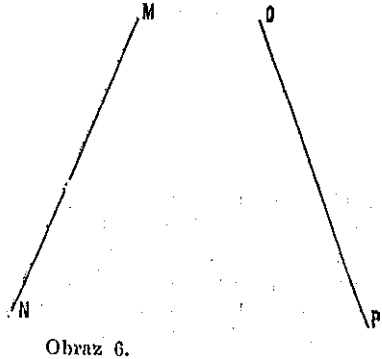
Zedníci a jiní řemeslníci určují svislý směr olovnicí na provazu uvázanou. (Jaký má směr závaží u hodin?)

2. Má-li přímka směr čili polohu tiše stojící vody, slove **vodorovná** (wasserrechte oder horizontale Linie), na př. přímka CD (obr. 6.); obyčejně se ustanovuje vodorovný směr zednickou krokvicí nebo vodní vážkou (libelou).

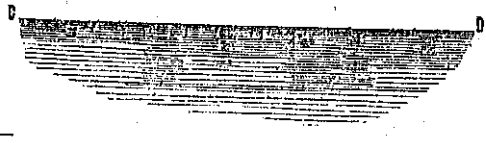
3. Které přímky nemají směru ani vodorovného ani svislého, slovou **šikmé** (schief), n. p. přímky MN, OP. (obr. 7.).**)

Obr. 5.

Obraz 7.



Obraz 6.



*) Žáci ať kreslí přímé, klikaté a křivé čáry, aby poznali rozdíly ve jménech a v podstatě.

**) Žáci ať kreslí od ruky čáry tyto do zvláštního sešitu.

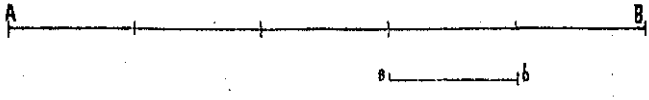
Udejte, na kterých předmětech ve škole vidíte směr svislý, na kterých vodorovný a na kterých šikmý?

B) Měření přímek.

1. Určitou část přímky nazýváme **délkou.**

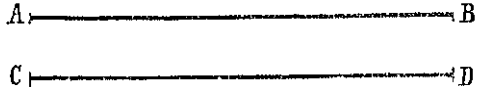
Taková jest na př. omezená přímka AB (obr. 8.) Délku konečnou měřiti můžeme, což tím způsobem se děje, že vyhledáváme, kolikrát v ní obsažena jest jiná délka určitá, kterou zovemo **mírou.**

Obr. 8.



Tak jest (obr. 8.) *ab* mírou, AB pak délkou, jižto měřiti chceme. Zde vidíme, že přímka *ab* jest v AB 5krát obsažena; tudíž se může psáti AB = 5 *ab*. Jsou-li dvě přímky stejně dlouhé, musí se, položíme-li je na sebe, krýti; i pravíme, že jsou sobě rovny. Aby se rovnost krátce naznačila, užívá se v měřictví jakož i v počtářství vůbec znaménka rovnoběžných, vodorovných čárek (=), kteréž se čte: „rovná se," na př. AB = CD (obr. 9.).

Obraz 9.



2. Chceme-li se dozvěděti, jak veliká jest délka, na př. délka silnice, stromořadí, neb jak velká jest vzdálenosť dvou předmětů od sebe, musíme též nějakou míru za základ vzíti, abychom se přesvědčili, kolikrát v jisté délce obsažena jest; takovou pak míru nazýváme **mírou délky.**

V každém státě jest zákonem jakási délka ustanovena, kteráž v té zemi, pro kterou předepsána jest, mírou zemskou sluje. Jaké míry se užívá u nás? Na jakou míru kupujeme dříví?

3. U nás v rakouských zemích jest pro menší délky **sáh** (Klafter) (°) za jedničku ustanoven, a abychom mohli ještě menší rozměry změřiti, rozdělil se sáh na šest dílů, takový díl pak slove **stopa** (Schuh) (′); dále rozděluje se stopa na 12 rovných dílů, **palce** (Zoll) (″) zvaných; palec rozdě-

luje se zase na 12 dílů, které slovou **čárky** (Linie) (‴), a čárka konečně opět na 12 dílů, a ty slovou **body** (Punkte) (⁗).

Tak dělíme tedy:

$$1^0 = 6'$$
$$1' = 12''$$
$$1'' = 12'''$$
$$1''' = 12'''' \text{ (VI)}.$$

Toto rozdělení sáhu na menší díly slove rozdělení **dvanáctinné**.*)

4. Podle délky, kterou měřiti máme, voliti musíme i míru. Tak měříme délku trámu sáhovkou, pokud je možno. Zbude-li ale ještě část menší než sáhovka, užijeme stopy a tak pokračujeme, berouce při každém zbytku míru menší.

5. Kdyby ale nějaký rozměr příliš velký byl, jako n. p. délka silnice neb zahrady, tu bychom si tím neustálým shýbáním a počítáním, kolikrát jsme již sáhovku položili, práci udělali velmi namahavou. Pročež k vyměřování větších rozměrů spojujeme více sáhů dohromady. Tu pak jednotlivé sáhy a stopy jsou článkovitě jako řetěz spojeny, a takové spojení nazýváme **měřickým řetízkem.**

6. Měřický řetízek jest obyčejně 10^0 zdélí a každý sáh se skládá z desíti článků čili měřických stop. Tyto dělí se od sebe menšími, sáhy pak většími mosaznými kroužky.

Také bývá sáh rozdělen na 6 stop a každá stopa a půlstopa od druhé kroužkem oddělena.

7. Někdy se též užívá šňůry na místě řetízku, což sice neposkytuje vždy takové jistoty, poněvadž se šňůra táhne, za to ale mnohem pohodlnější jest, jelikož šňůra na kotouč svinutá v kapse nositi se může.

8. V jiných zemích užívá se velmi často (zvláště ve vědeckých spisech) míry metrické s rozdělením desetinným. Tuto míru ustanovili v předešlém století učenci Francouzští, když měli na mysli vynajíti míru, která by se hodila všem národům. Tito vyměřili čtvrtý díl obvodu naší zeměkoule a vzali pak desítimilionovou část jeho za míru. Proto ji zvláště **metr**, to jest míra, nazvali.

---

*) V čem tyto míry svůj základ mají, ukazuje nám již pouhé pojmenování. Sáh totiž jest rozměr délky, který lze rukama obsáhnouti (až kam se dosáhne), jak se až posud tu a tam na venkově měřívá; také stopa (čili střevíc) a palec již slovem značí původ svůj.

9. Jako jsme v naší míře k měření větších rozměrů více sáhů spojili, tak se to děje i při metrické míře. —

Zvětšování se značí předkládáním řeckých slov. Tu pak značí:

dekametr = 10 metrů,
hektometr = 100 „
kilometr = 1000 „
myriametr = 10.000 „

10. A jako jsme dříve rozdělili sáh na stopy atd., aby se mohly menší rozměry vyměřiti, tak i metr se rozděluje na menší díly; pak povstává předkládáním latinských slov:

decimetr 0·1 čili $^1/_{10}$ metru,
centimetr 0·01 „ $^1/_{100}$ „
millimetr 0·001 „ $^1/_{1000}$ „

Metr rozděluje se na deset dílů a takový díl nazývá se decimetr; decimetr pak rozděluje se opět na 10 dílů, a každý díl, jejž obdržíme, slove centimetr; taktéž centimetr rozděluje se na 10 dílů a každý takový díl slove millimetr.

Při počítání poskytuje toto rozdělení mnohých výhod, jakož i při vyslovování; na př. 216 metrů může se vysloviti: 2 hektometry, 1 dekametr, 6 metrů, anebo 216 metrů.

Jeden metr = 3·1635′ = 3′ 1″ 11$^1/_2$‴ ≐ 38 rak. pal. anebo 1·9 lokte.

Jeden decimetr = 0.31635′ = 3″ 9$^1/_2$‴ ≐ 3$^1/_5$ rak. pal.
„ centimetr = 0·031635′ = 4·555‴ ≐ 4$^1/_2$‴
„ millimetr = 0·0031635′ = 0·456‴ ≐ 5$^1/_2$⁗
„ kilometr = 0·316 rakouské poštovní míle.

Jedna míle tedy 7$^1/_2$ kilometrů, určitěji = 7·586 kilom.
Jedna stopa = 0·316 metru a 1 lok. = 0.779 metru.
Francouzská míle obnáší 10·000 metrů.
Poštovní míle naše jest 4000⁰ dlouhá.
Loket vídeňský = 29·5797″ ≐ 29$^3/_5$″ = $^5/_4$ lokte česk.
Loket český = 1·8753′ ≐ 0·76079 lokt. víd.
21 loktů českých = 16 lokt. víd.*)

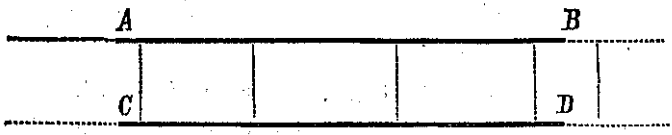
C) Dvé přímek. Úhel.

1. Hledíme-li ku vzájemné poloze dvou přímek, vidíme, že mohou míti jako AB a CD (obr. 10.) týž směr, v kte-

*) Porovnání jiných měr s naší mírou viz tech. tabulky od Dra. Ant. Majera. Str. 116. Míry.

rémžto případu slovou **rovnoběžné** (parallele Linie), což se v písmě znamená takto: AB || CD; tyto se nikdy nesejdou, byť bychom je sebe více prodloužili.

Obraz 10.

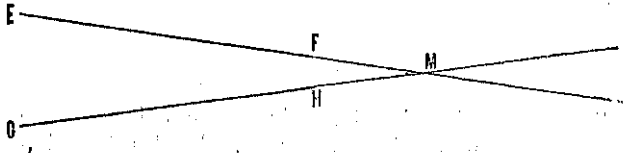


Jaké čáry představují nám koleje? a proč? Když je jedna rovnoběžná čára vodorovná, jaká musí býti druhá? Platí to též o přímkách svislých a šikmých?

Jmenujte rovnoběžné hrany, které na předmětech ve škole vidíte?

2. Dvě přímky mohou míti i směr rozličný, jako EF a GH (obr. 11.) a tu mohou se v bodě jednom M stýkati; tu pak slovou, pokud k tomuto bodu směřují, **sbíhavými**, a pokud z tohoto bodu každá jinam směřuje, **rozbíhavými**; vůbec pak **různoběžnými**; bod M slove **průsečný**.

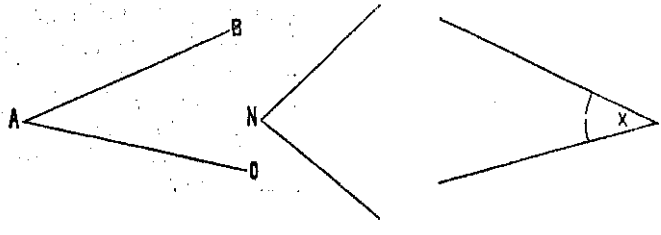
Obraz 11.



Úkol. Kreslete od ruky více rovně dlouhých vodorovných, svislých a šikmých rovnoběžek.

3. Rozdíl směrů dvou přímek rozbíhavých AB a AC (obraz 12.) čili odchylka jedné přímky ode druhé slove úhel (Winkel). Bod průsečný A nazývá se vrcholem (Scheitel), a přímky AB a AC od sebe se odchylující **ramenama** (Schenkel) úhlu.

Obraz 12. Obraz 13. Obraz 14.



4. V písmě znamená se úhel na spůsob několikerý, a sice: Buď se to stává třemi písmeny BAC (obr. 12.), kde se vždy písmeno při vrcholu stojící v prostředku psáti i vysloviti musí, aneb jen jedním písmenem u vrcholu zevně aneb uvnitř úhlu stojícím, na př. N (obr. 13.) a x (obr. 14.).

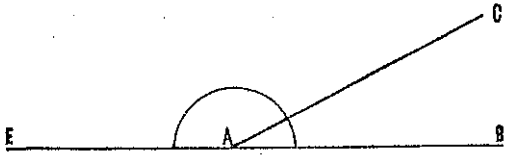
5. Při psaní užívá se místo slova úhel znaménka $\sphericalangle$ na př. $\sphericalangle$ CAB, $\sphericalangle$ N.

Porovnávání a rozvržení úhlů.

1. Dva úhly, které na sebe jsouce položeny jeden druhým pokrýti se dají dokonale slovou sobě **rovnými**, jinak jsou sobě nerovny; a z těchto jest větší ten, jehož část druhým zůstává nepokryta.

2. Pomysleme si při úhlu BAC (obr. 15.) nejprve rameno AC položeno na AB, a pak že se ono z ponenáhla otáčí okolo bodu A. Čím více přímka AC od své původní polohy otáčením se odchyluje, tím více úhlu přibývá.

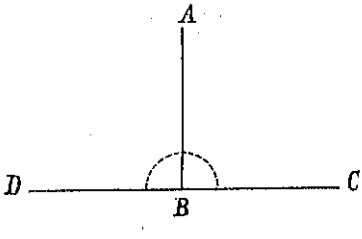
Obraz 15.



3. Takto otáčená přímka AC přibude i do polohy AE, jejíž směr jest původnímu protivný. Úhel EAB, jehož ramena mají směry protivné, slove úhel **přímý** (gerader Winkel). Zároveň vidíme, že pouze na **odchylce** ramenou záleží velikost úhlu, nikoliv však na **délce** ramen.

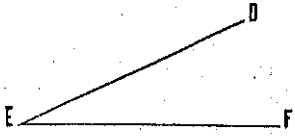
4. Úhel, který jest roveň polovičce přímého, slove **pravým** (rechter Winkel) jako CBA a DBA (obr. 16.), je-li totiž CBA = DBA. Přímka AB od jiné přímky základné v úhel pravý odchylená slove **kolmou** (senkrecht); AB $\perp$ DC. — Které předměty stojí ve škole kolmo? které v přírodě? Kdo zná úhelnici? Kteří řemeslníci jí potřebují a k čemu?

Obraz 16.

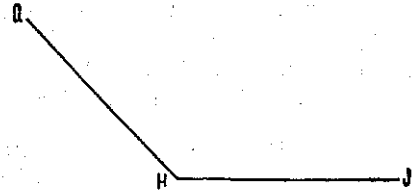


5. Úhel pravého menší slove **ostrým** (spitzig), na př. DEF (obr. 17.); úhel větší pravého, menší však přímého slove **tupým** (stumpf), na př. GHJ (obr. 18.).

Obraz 17.



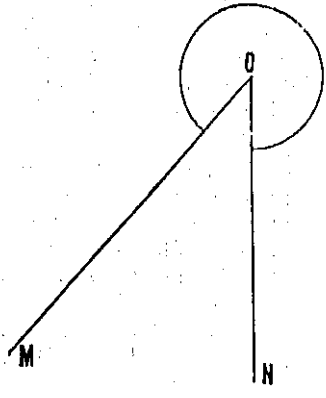
Obraz 18.



Ostrý a tupý úhel též slovou úhly **kosými**; každý úhel přímého menší (ostrý, pravý, tupý) nazývá se **dutým**.

6. Úhel přímého větší slove **vypouklým** (erhabener Winkel) na př. MON (obr. 19.)

Obraz 19.

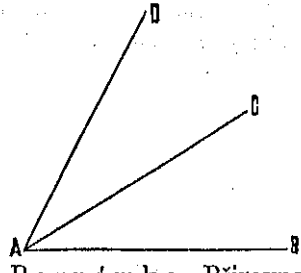


Udejte, na kterých předmětech vidíte tupý, a na kterých ostrý úhel? Rozevřete knihu tak, aby jste dostali pravý, tupý a ostrý úhel?

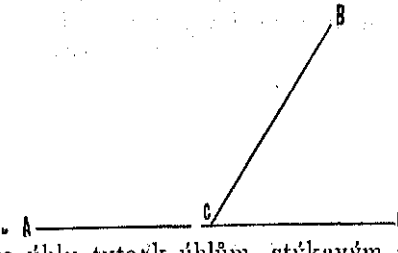
7. Úhly BAC a DAC mající týž vrchol a jedno rameno společné, slovou **stýkavými** (obr. 20.).

8. Prodloužíme-li rameno DC nějakého úhlu BCD v protivném směru, na př. (obr. 21.) až k A, vznikne nový úhel BCA. Takovéto dva úhly, mající týž vrchol C a rameno CB společné, jejichž vlastní ramena CD a CA mají směr protivný, slovou **vedlejšími** (Nebenwinkel).

Obraz 20.



Obraz 21.

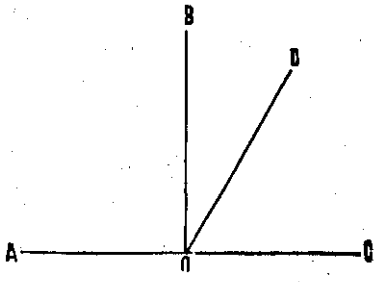


Poznámka. Přirovnejte úhly tyto k úhlům stýkavým a udejte, v čem se s nimi srovnávají, a v čem se od nich rozeznávají?

Jaký úhel jest v obrazci 21. první? Jaký druhý? Které rameno mají společné? Jak se nazývá vrchol prvního, jak druhého úhlu?

9. Dva stýkavé úhly BOD a DOC (obr. 22.), jejichž krajná ramena BO a OC na sobě kolmo stojí, rovnají se v součtu úhlu pravému; jeden doplňuje druhý na úhel pravý a proto nazývá se jeden **doplňkem** druhého.

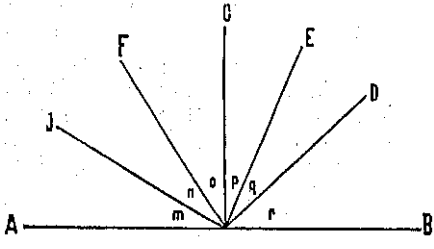
Obraz 22.



10. Vedlejší úhlové dávají úhrnem vždy úhel přímý aneb dva pravé úhly; proto také jeden **výplňkem** druhého slove ∢ AOD + DOC = AOC = 2 R.*)

Zvětšíme-li jeden z dvou vedlejších úhlů, ubude druhému právě tolik, co prvnímu přibylo. Přidáme-li k úhlu AOB úhel BOD jest úhel AOD o úhel BOD větší nežli pravý úhel AOB. Tu jest ∢ AOD = ∢ AOB + ∢ BOD (obr. 22.).

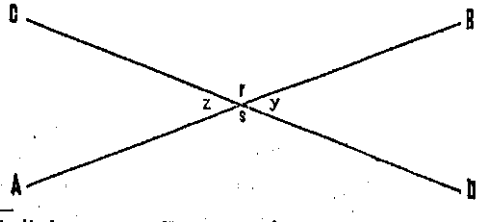
Obraz 23.



11. Všecky úhly stýkavé po jedné straně přímky ležící, mají-li vrchol společný, činí dohromady úhel **přímý** aneb **dva úhly pravé** (obr. 23.).

12. Protínají-li se přímky AB a CD (obr. 24.), tvoří spolu čtyry úhly, z nichž dva a dva protější **úhly vrcholové** (Scheitelwinkel) slovou. Tak na př. úhel *r* jest vrcholovým úhlem úhlu *s*, a úhel *z* jest vrcholovým úhlu *y* a opáčně.

Obraz 24.



*) Pravý úhel se proto R znamená, poněvadž se latinsky angulus rectus nazývá.

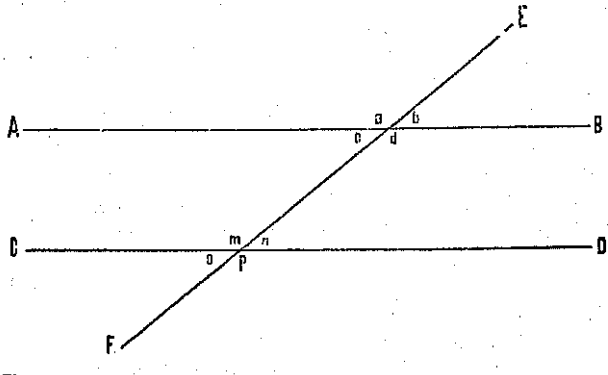
Úhly vrcholové jsou si rovny, poněvadž ramena jejich týž směr mají $\sphericalangle r = \sphericalangle s$, $\sphericalangle y = \sphericalangle z$; zvětšíme-li neb zmenšíme-li jeden vrcholový úhel, bude druhý touž měrou buď zvětšen neb zmenšen. Věc se nám objasní, když dvě pravítka uprostřed v jednom bodu spojíme; svírajíce a rozevírajíce je na jedné straně, shledáme, že i na druhé straně vždy stejnou změnu na se berou.

Položíme-li dvě přímky kolmo přes sebe, kolik pravých úhlův povstane kol průsečného bodu?

Kolik zde máme úhlův vedlejších, kolik vrcholových?

13. Když přímka EF protne dvé přímek AB a CD (obr. 25.), vznikne kolem obou průsečných bodů osm úhlů.

Obraz 25.



Bereme-li z každého čtvera po jednom úhlu a skládáme-li je na dvé, rozeznáváme:

A) I. úhly **přilehlé** (anliegende W.), kteréž na téže straně průsečné přímky EF položeny jsou, na př. $\sphericalangle a$ i $\sphericalangle m$, neb $\sphericalangle d$ i $\sphericalangle n$.

B) II. úhly **střídavé** (Wechselwinkel), které na protivných stranách přímky EF leží; na př. $\sphericalangle b$, $\sphericalangle m$; $\sphericalangle a$, $\sphericalangle p$.

Úhly přilehlé rozvrhujeme opět:

a) na úhly **souhlasné** (correspondirende W.), které jsou na souhlasných stranách přímek protatých; totiž: a, m, b, n; c, o; d, p;

b) na úhly **vnitřní** (innere W.), které na protivných, a to vnitřních stranách přímek protatých leží; totiž: c, m; d, n;

c) na úhly **vnější** (äußere W.), ležící na vnějších stranách přímek protatých; totiž: a, o; b, p.

Rovněž i úhly střídavé jsou buď **souhlasné** (a, n; b, m; c, p; d, o), aneb **vnitřní** (c, n; d, m), aneb **vnější** (a, p; b, o).

Jsou-li přímky protaté rovnoběžné, můžeme tvrditi:

a) Vždy dva **přilehlé** i **souhlasné** úhly sobě jsou rovny; totiž: $\sphericalangle a = \sphericalangle m$; $\sphericalangle b = \sphericalangle n$; $\sphericalangle c = \sphericalangle o$; $\sphericalangle d = \sphericalangle p$.

Rovnost těchto úhlů plyne z toho, že přímky AB i CD jsouce rovnoběžnými mají týž směr, a týž směr majíce musí od přímky EF rovnou měrou odchýleny býti.

b) Vždy dva střídavé úhly buď oba vnitřní ($\sphericalangle c = \sphericalangle n$, $\sphericalangle d = \sphericalangle m$), buď oba vnější ($\sphericalangle a = \sphericalangle p$, $\sphericalangle b = \sphericalangle o$) jsou sobě rovny.

Rovnost těchto úhlů plyne z následujícího porovnání. Na př. $\sphericalangle c = \sphericalangle n$, poněvadž $\sphericalangle c = \sphericalangle b$, ježto jsou vrcholovými a $\sphericalangle b = \sphericalangle n$, ježto jsou přilehlými i souhlasnými. Dosadíce rovné za rovné obdržíme: $\sphericalangle n = \sphericalangle c$.

Podobně žák hleď dokázati i rovnost ostatních naznačených úhlů.

c) Vždy dva přilehlé úhly buď vnější ($a + o = 2$ R, $b + p = 2$ R), buď vnitřní $c + m = 2$ R, $d + n = 2$ R rovnají se v součtu dvěma pravým úhlům č. úhlu přímému; pravost vysvítá z následujícího: na př. $\sphericalangle c + \sphericalangle m = 2$ R, poněvadž $c + d = 2$ R, tvoříce úhel přímý; avšak $\sphericalangle d = \sphericalangle m$, jsouce střídavé vnitřní, pročež rovné-li za rovné dosadíme, bude i $c + m = 2$ R.

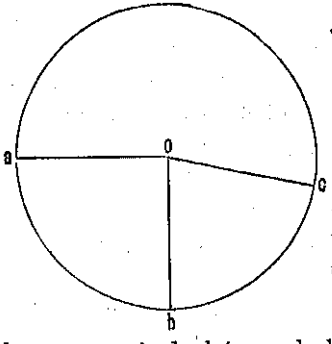
d) Součet vždy dvou úhlů střídavých i souhlasných rovná se též úhlu přímému ($a + n = 2$ R, $b + m = 2$ R, $c + p = 2$ R, $d + o = 2$ R), čehož pravost z následujícího vysvítá: na př. $c + m = 2$ R proto, poněvadž $c + d = 2$ R, a $\sphericalangle d + \sphericalangle m$, proto i $c + m = 2$ R.

III. Kruh (Der Kreis).

1. Pohybuje-li se bod a (obraz 26.) okolo bodu pevného o napořád v stejné vzdálenosti tak dlouho, až se do svého prvního položení navrátí, popisuje křivku, kteráž slove kružnice (Kreislinie).

2. Rovná plocha jí omezená jmenuje se **kruh** *) (Kreis) pevný bod *o*, od kterého veškeří bodové kružnice stejnou mají vzdálenost, leží u prostřed kruhu a slove proto **středem** kruhu (Mittelpunkt, Centrum).

Obraz 26.



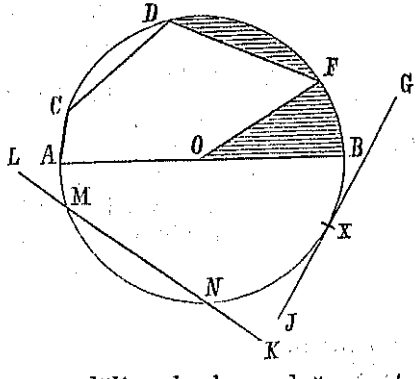
3. Vzdálenost středního bodu od kteréhokoli bodu kružnice jmenuje se **poloměr** (radius, Halbmesser) a znamená se obyčejně písmenem *r*. Z toho následuje, že všechny poloměry téhož kruhu mezi sebou se rovnají; tak se rovná $oa = ob = oc$ (obr. 26.).

4. Aby se kruh určitě narýsovati mohl, musíme znáti střed a poloměr. Na papíře se nejrychleji narýsuje kružítkem, na poli pomocí šňůry, jejíž jeden konec se ve středu kruhu kolíkem upevní, druhým pak koncem se ryje; rejnou, která se tu objeví, jest vyznačen kruh.

5. Přímka středem procházející a dva body kružnice spojující nazývá se **průměr** (Durchmesser, diametr) AB (obr. 27.).

Průměr jest roveň dvojnásobnému poloměru. Značí-li *d* délku jeho, jest $d = AO + OB = r + r = 2r$.

Obraz 27.



6. Průměrem dělí se kruh na dvě rovné části čili dva **polokruhy** (Halbkreise).

*) I kružnici, ale jen tehdy, kdyžby tím nevznikl zmatek, nazýváme také kruhem.

7. Část kružnice (AC) slove **obloukem kruhovým** (Kreisbogen).

8. Přímka, která spojuje konečné body oblouku, slove **tětiva** (Sehne) CD. Nejdelší tětivou jest průměr; čím dále jest tětiva od středu, tím jest kratší.

9. Část kruhu omezená tětivou a obloukem (ku př. DF) slove **úseč** nebo **skrojek** (Kreisabschnitt).

10. Část kruhu omezená dvěma poloměry a obloukem (na př. BOF) slove **výseč** čili **výkrojek** (Kreisausschnitt).

11. Přímka mající s kruhem jediný bod společný, nazývá se **tečna** (Tangente) GJ. Bod, v kterém se kruhu dotýká, slove **dotyčným** (Berührungspunkt) X.

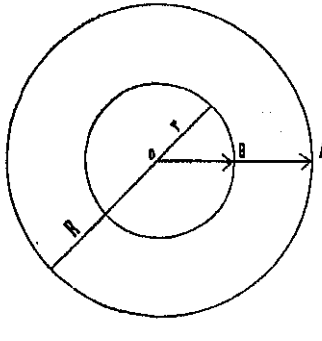
12. Přímka, která kružnici ve dvou bodech (M, N) protíná (KL), nazývá se **sečná** (Sekante).

Body M a N nazýváme **průsečníky** (Durchschnittspunkte).

Dva kruhy.

1. Dva kruhy mohou míti střed buď **společný** neb **různý**. Mají-li dva kruhy společný střed a nestejné poloměry, slovou **soustřednými** (koncentrisch) (obr. 28.).

Obraz 28.



Vedeme-li ze středu *o* poloměr *oB* kruhu menšího a prodloužíme-li tento až ku bodu A, jest *oA* poloměrem kruhu většího.

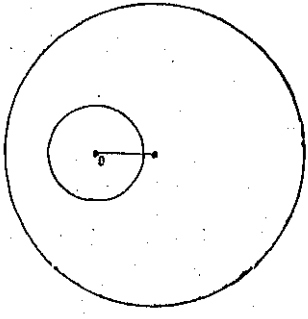
Položíme-li OB = r, OA = R, bude rozdíl obou poloměrů AB = R — r. Za tou příčinou, že rozdíl tento se nemění a kružnice větší vždy od menší o týž rozdíl vzdálena jest, jsou kružnice kruhů soustředných čáry rovnoběžné. Část rovné plochy mezi oběma ležící nazývá se **věnec kruhový** (Kreisring).

2. Mají-li kruhy středy různé, slovou **výstřednými** (exentrisch) (obr. 29.).

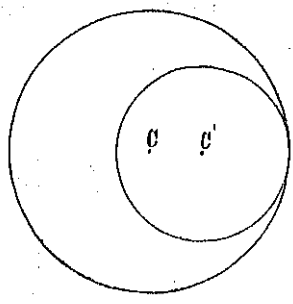
3. Kružnice výstředných kruhů nejsou rovnoběžnými, ano mohou se i dotýkati neb i protínati.

a) Že kružnice výstředných kruhů nejsou rovnoběžnými, vidíme na obr. 29., neb jsou v různých bodech rozličně od sebe vzdáleny.

Obraz 29.

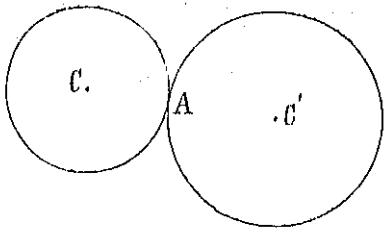


Obraz 30.

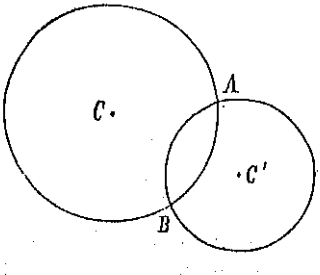


b) Dvě kružnice mohou se dotýkati v bodě jednom; je-li dotýkající se kruh uvnitř (obr. 30.), pravíme, že kruhy

Obraz 31.



Obraz 32.



dotýkají se **uvnitř**; je-li dotýkající se kruh zevnitř (obr. 31.), pravíme, že kruhy **vně** se dotýkají.

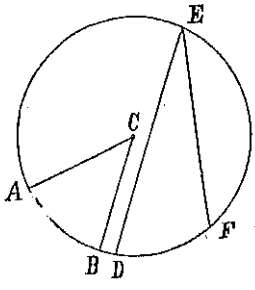
c) Dvě kružnice mohou se protínati (obr. 32.) a to ve dvou bodech (A, B).

Úhel středový a obvodový.

1. Úhel, jehož vrchol jest střed a ramena poloměry, slove **středový** (Centriwinkel), na př. ACB (obr. 33.).

2. Úhel, jehož vrchol leží v kružnici, a jehož ramena jsou tětivami, slove **obvodový** na př. DEF (obr. 33.).

Obraz 33.



Míra úhlů.

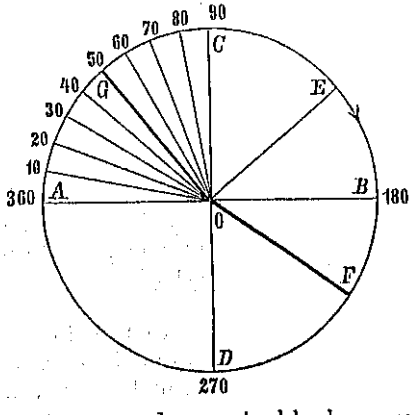
Opíšeme-li z O kruh (obr. 34.) a postavíme-li na průměr AB kolmici CD, vzniknou kolem bodu O čtyry pravé úhly.

Pravý úhel, jelikož má stálou velikost, poskytuje přirozenou míru úhlů. Než abychom úhly i menší pravého měřit mohli, dělíme úhel pravý na 90 dílů, kterýžto devadesátý díl úhlu pravého jedním **stupněm** (°) slove (obr. 34.).

Stupeň dělíme na 60 minut (′) a minutu na 60 sekund (″); tak se čte 30°, 16′, 25″: třicet stupňů, 16 minut a 25 sekund.

Prodloužíme-li ramena veškerých tímto dělením úhlu pravého vzniklých úhlů, rozdělí se i oblouk AC (obr. 34.) na devadesát rovných dílů; při dalším dělení stupně na

Obraz 34.



minuty a sekundy, rozpadne se i oblouk na rovné množství částic. Z toho vidíme, že kolik stupňů má oblouk, tolik stupňů i úhel (středový) a naopak.

Dále vidíme, že pravý úhel čítající 90^0 svírá rameny svými 90^0 obloukových, čili oblouk AC (obr. 34.). Kolem bodu O jsou čtyry úhly pravé, které čítají dohromady $90^0 \times 4 = 360^0$; z toho následuje, že i oblouky mezi rameny těchto čtyr úhlů pravých tvořící v celku celou kružnici 360^0 obloukových mají.

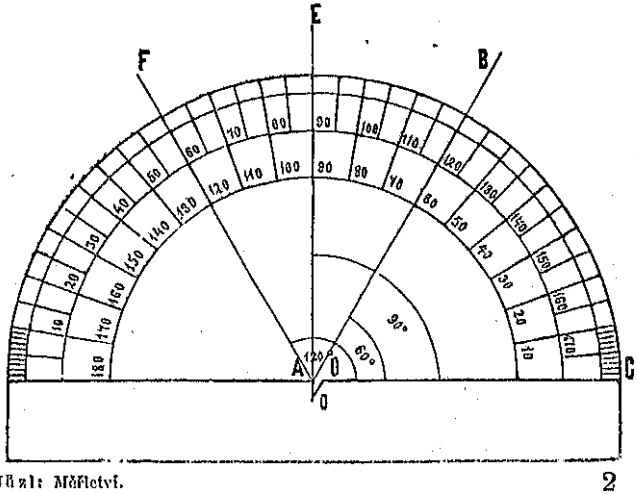
I pravíme: Kružnice dělí se na 360^0, a dvěma na sebe kolmo postavenými poloměry dělí se kružnice na čtyry rovné díly, čítající po 90^0.

Poněvadž obsahuje úhel pravý 90^0, má úhel ostrý ($\sphericalangle$ AOG) menší pravého méně než 90^0; úhel tupý ($\sphericalangle$ AOE) větší pravého více než 90^0, méně však než 180^0; úhel přímý ($\sphericalangle$ AOB) rovnající se dvěma pravým 180^0; úhel vypouklý ($\sphericalangle$ AOF) více než 180^0.

K praktickému změření úhlů užívá se nástroje tak zvaného **úhloměru** či **transporteru**, který nic jiného není, nežli na 180 dílků rozdělený půlkruh.

Chceme-li úhel BAC měřiti úhloměrem, položme výřez O na A a rameno úhloměru na rameno AC (obr. 35.) úhlu BAC. Tu pak rameno AB úhlu BAC ukazuje na polokruhu velikost úhlu, na př. $\sphericalangle$ BAC má 60^0, $\sphericalangle$ CAE má 90^0, $\sphericalangle$ CAF má 120^0.

Obraz 35.



Úlohy.

1. Má-li jeden z úhlů vedlejších 60, 35, 58, 63, 95 stupňů, kolik stupňů má druhý (jeho výplněk na 2 R)?

2. Má-li jeden z úhlů vrcholových 69, 73, 48, 67 stupňů, kolik stupňů má druhý, a kolik každý z druhých dvou úhlů vrcholových?

3. Protíná-li přímka dvě rovnoběžky tak, že jeden z úhlů 45, 56, 62, 74 stupňů má, kolik stupňů obsahuje každý z ostatních sedmi úhlů?

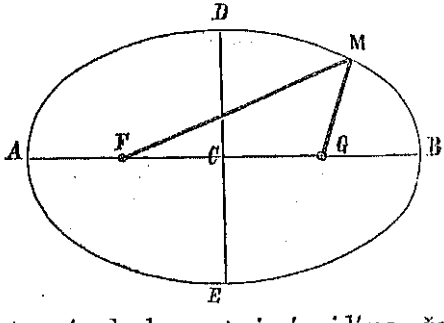
4. Má-li jeden z úhlů stýkavých 20^0, 33^0, 45^0, 60^0, 77^0; $38^0\ 32'$, $17^0\ 30'$, $47^0\ 12'$; $25^0\ 16'\ 22''$, $31^0\ 34'\ 42''$, kolik stupňů má jeho doplněk?

IV. Ellipsa.

Vznik ellipsy.

V určitých bodech F a G (obraz 36.) upevní se **nit**, jejíž délka větší jest než vzdálenost obou těchto bodů. Nit napne se na př. tužkou. Vede-li se tužka kolem bodů F a G, opíše se uzavřená křivka, která slove **ellipsa**.

Obraz 36.



Z tohoto návodu ku sestrojení vidíme, že vzdálenost každého bodu F a G jest délkou stálou, rovnající se délce nitě FM a MG.

I pravíme: Ellipsa jest křivka, jejíž každý bod za součet svých vzdáleností ode dvou pevných bodů má délku stálou. Oba pevné body F a G nazýváme **ohniska**; bodu C, jímž vzdálenost FG se rozpuluje, díme **střed**; přímce FM a GM z ohniska k některému bodu na ellipse vedené prů-

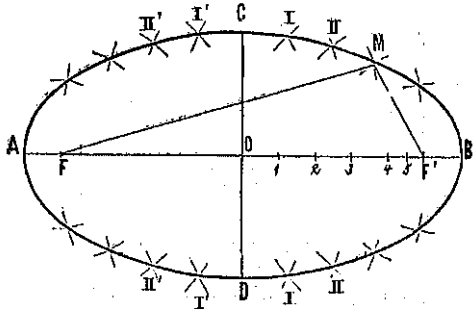
vodič; přímce CF a CG **výstřednost**. Prodloužíme-li přímku FG oběma směry, protíná tato ellipsu v bodech A a B. Přímce AB díme **hlavní osa**; přímce na hlavní ose ve středu kolmo vztýčené **pobočná osa** ED. Body, jimiž se křivka se svými osami protíná, slovou **vrcholy** (A, B, D, E).

Úlohy ku cvičení:

1. Sestroj ellipsu, jejíž hlavní osa a obě ohniska jsou dány.

Sestrojení. Budiž AB (obr. 37.) určená osa a buďtež ohniska F a F'.

Obraz 37.



Mezi body F a F' volme body 1, 2, 3 . . . a opišme poloměry A1 a B1, A2 a B2, A3 a B3, z obou ohnisek nad a pod osou průsečné obloučky. Průsečné body II', II', II, II, I', I', I, I . . . dají spojením ellipsu.

2. Sestroj ellipsu, jejíž ohniska a pobočná osa jsou dány.

3. Sestroj ellipsu, jejíž ohniska a jeden bod na ellipse jsou dány.

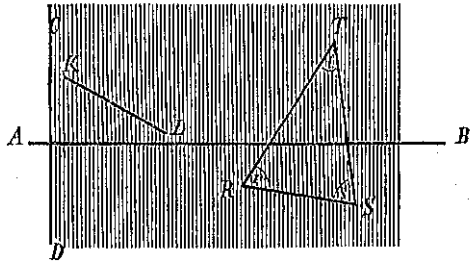
V. O obrazcích přímočarých.

Pohybuje-li se přímka CD (obr. 38.) přímku AB protínající vždy rovnoběžně po přímce AB, ostavuje po sobě stopu, na kteréž se dá kterýmkoliv směrem položiti hrana pravítka neb přímka (na př. KL). Tuto stopu nazýváme **rovinu**. Nepřiléhá-li hrana pravítka ve všech směrech a na všech místech k ploše dokonale, jest **plocha křivá**, jako na př. povrch kotle. Rovina má dvojí rozměr *a*) délku, *b*) šířku; scházíť jí tloušťka. Poněkud můžeme si rovinu představiti

jako napiatý papír tenounký, při kterémž délku a šířku, ale nepatrnou tlouštku pozorujeme.

Obmezíme-li část této roviny přímkami, vznikne **přímočarý obrazec** na př. RST (obr. 38.). Přímky RS, ST, TR, jimiž se obrazec obmezuje, slovou **stranami**. Úhly uvnitř roviny *r*, *s*, *t* těmito stranami sevřené nazývají se **vnitřními**. Dle počtu vnitřních úhlů rozeznáváme troj-, čtyr-, pětiúhelník a t. d. Zároveň jest patrno: kolik v obrazci jest úhlů, tolik jest tam i vrcholů (hran) i stran.

Obraz 38.

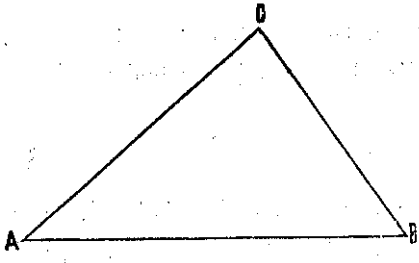


A) Trojúhelník.

1. Obrazec třemi přímkami omezený slove trojúhelník (obr. 39.).

Jaký mají směr strany tohoto trojúhelníka?

Obraz 39.



2. Každá strana má dva úhly přiléhající (anliegende W.) a jeden protější (gegenüberliegende W.), na př. strana AB má oba úhly A a B přiléhající a úhel C protější.

3. Každý úhel jest pak dvěma stranama sevřen, třetí strana leží mu naproti, na př. úhel B (obr. 39.) jest sevřen stranami AB a CB a naproti němu leží strana AC.

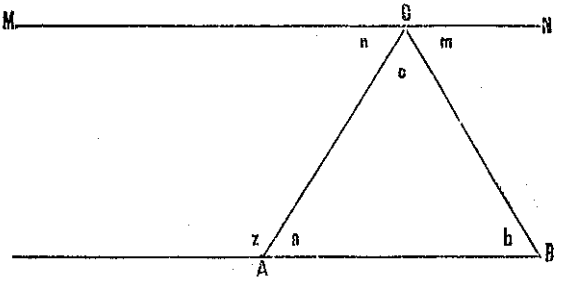
4. Při psaní užíváme znaménka △ místo slova: trojúhelník.

Kolik tu máme úhlů v △ ABC a jaké jsou? Jmenujte je?

5. Prodloužíme-li u ∢ ABC (obr. 40.) jednu stranu na př. AB, povstane nový úhel *z*, jejž úhlem **vnějším** jmenujeme.

Kolik jest tu úhlů vnitřních a kolik vnějších?

Obraz 40.



6. V trojúhelníku rovná se součet vnitřních úhlů dvěma pravým úhlům.

Vedeme-li vrcholem C přímku MN rovnoběžně s AB, obdržíme tři úhly, které se rovnají dvěma pravým, ∢ m + ∢ c + ∢ n = 2 R.

Jelikož jest MN ∥ AB, jsou ∢ n = ∢ a, ∢ m = ∢ b co střídnolehlé vnitřní; dáme-li na místě úhlů m a n úhly jim rovné, obdržíme ∢ a + ∢ c + ∢ b = 2 R.

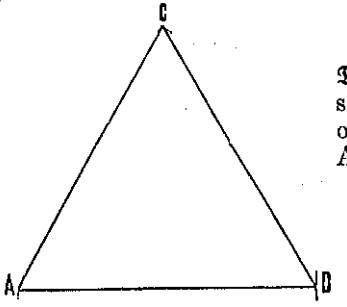
7. Vnější úhel trojúhelníka jest tak velký, jako jeho dva vnitřní protější úhly dohromady.

Víme z obrazu 40., že ∢ z + ∢ a = 2 R, a že ∢ a + ∢ b + ∢ c = 2 R, tedy i ∢ z = ∢ b + ∢ c.

Jací jsou to úhlové z a a? a proč?

8. Přihlížíme-li ke stranám trojúhelníka, rozeznáváme trojúhelník:

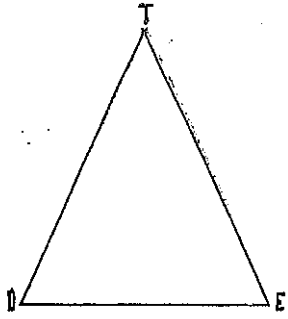
Obraz 41.



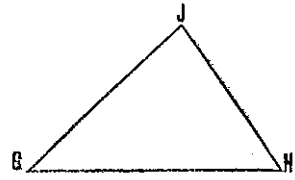
a) **rovnostranný** (gleichseitiges Dreieck), který má všechny tři strany stejně dlouhé, jako je v obraze 41. △ ACB, v němž AB = AC = BC;

b) **rovnoramenný** (gleichschenkliges D.), který má jen dvě strany stejné délky, třetí lichou jako △ DET (obr. 42.), v němž DT = ET.

Obraz 42.



Obraz 43.



c) **nerovnostranný** (ungleichseitiges D.), jehož strany mají rozličnou délku, jako △ GHJ (obr. 43.).

Změříme-li jednotlivé úhly v uvedených trojúhelnících úhloměrem, obdržíme tyto výsledky:

a) V rovnostranném trojúhelníku jsou si všechny tři úhly rovny; každý má 60°.

b) V rovnoramenném trojúhelníku rovnají se úhly rovným stranám protilehlé.

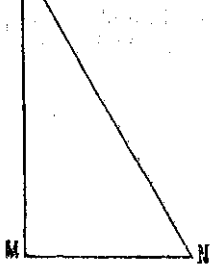
c) V nerovnostranném trojúhelníku mají úhly rozdílnou velikost.

9. Přihlížíme-li k úhlům, rozeznáváme dle velikosti největšího úhlu trojúhelníky:

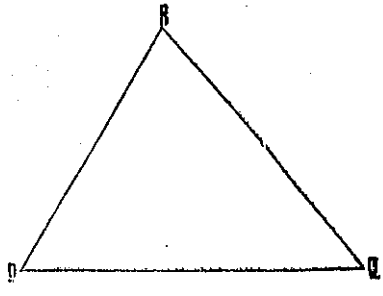
a) **pravoúhly** (rechtwinkliges D.) (obr. 44.) OMN, v němž jeden úhel pravý jest a dva ostré.

b) **ostroúhly** (spitzwinkliges D.) (obr. 45.) PQR, má-li všecky tři úhly ostré.

Obraz 44.

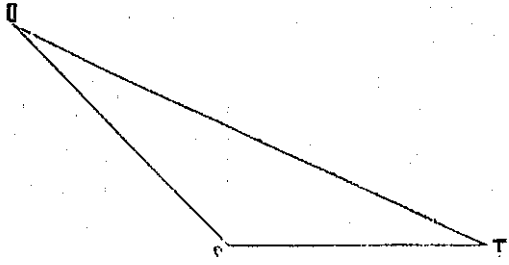


Obraz 45.



c) **tupoúhly** (stumpfwinkliges D.) (obr. 46) UST, v němž jest jeden tupý a dva ostré úhly.

Obraz 46.



Trojúhelník ostroúhlý, pravoúhlý, nazýváme též krátce trojúhelníkem **ostrým, pravým, tupým.**

V pravoúhlém trojúhelníku (obr. 44.) slove strana NO, která naproti pravému úhlu leží, **podpona** (Hypothenuse), obě ostatní strany MN a MO slovou **odvěsny** (Katheten).

10. Trojúhelník si mysliti můžeme na jednu stranu postavený; tato strana nazývá se **podstava** neb **základna** (Grundlinie, Basis), protější hraně díme vrchol (Scheitel des △).

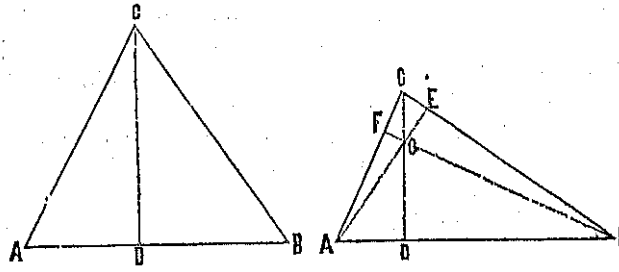
Přímka s vrcholu trojúhelníka kolmo na podstavu spuštěná slove **výška** (Höhe) trojúhelníka.

Při každém trojúhelníku můžeme udati tři podstavy tři vrcholy, tři výšky.

Při trojúhelníku rovnoramenném pokládá se obyčejně lichá strana za podstavu.

Myslíme-li si trojúhelník ABC (obr. 47.) na straně AB postavený, jest přímka AB podstava, C vrchol a CD výška jeho.

Obraz 47. a 48.

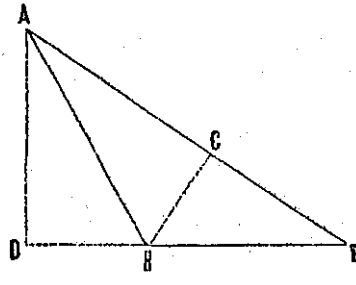


V trojúhelníku ostroúhlém padne každá výška do vnitra trojúhelníka (obr. 48).

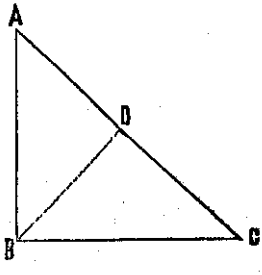
V tupoúhlém trojúhelníku padnou výšky z ostrých úhlů spuštěné mimo trojúhelník, totiž na prodlouženou protější stranu, jako AD (obr. 49.). Výška z úhlu tupého spuštěná, běží uvnitř trojúhelníka, jako BC.

Postavíme-li pravoúhlý trojúhelník na jednu odvěsnu co podstavu, jest druhá odvěsna výškou jeho, protože odvěsny stojí na sobě kolmo. Výška ale z pravého úhlu spuštěná leží uvnitř trojúhelníka, jako BD (obr. 50). Jak leží výška, vezme-li se čára BC neb čára BA za podstavu?

Obraz 49.



Obraz 50.



Kolikeré známe trojúhelníky přihlížejíce k jejich úhlům? Mohou býti v trojúhelníku dva pravé úhly nebo tupý a pravý pohromadě?

Jak velký jest v pravoúhlém trojúhelníku součet obou ostrých úhlů?

Úlohy.

1. Obnáší-li jeden úhel v trojúhelníku nerovnostranném 49°, druhý 57°, kolik stupňů má třetí úhel?

2. V rovnoramenném trojúhelníku má úhel u vrchole 74°, kolik stupňů má každý k podstavě přiléhající úhel?

3. Má-li v trojúhelníku zevnitřní úhel 122°, a jeden z úhlů protějších vnitřních 46°, kolik stupňů má každý z ostatních vnitřních i vnějších úhlů?

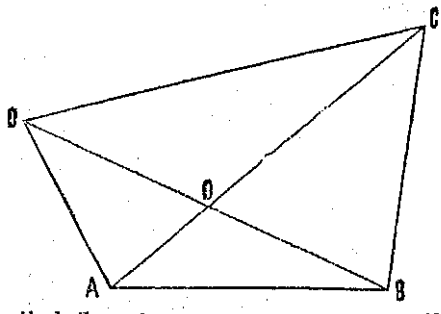
4. Má-li jeden z úhlů v rovnoramenném trojúhelníku k podstavě přiléhající 46°, kolik stupňů má každý z ostatních dvou úhlů?

5. Kolik stupňů má každý úhel v trojúhelníku rovnostranném?

B) O čtyrúhelnících.

1. Obrazec čtyrmi přímkami obmezený slove **čtyrúhelník** (Viereck), jako (obr. 51.) ABCD.

Obraz 51.



2. Čtyrúhelník má čtyry strany a čtyry úhly.

3. Každá strana má dva přilehlé úhly a jednu protější stranu. Tak má na př. (obr. 51.) strana CD úhly C a D přilehlé a stranu AB protilehlou.

4. V čtyrúhelníku leží též každému úhlu jiný naproti, jest mu tedy protějším, jako úhlu A jest ∢ C protějším.

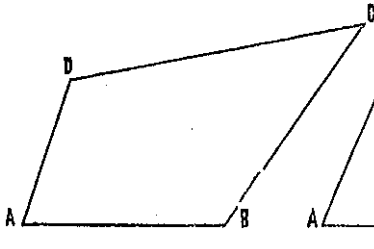
5. Přímka, která dvě protější hrany spojuje, slove **úhlopříčná** (Diagonale). V čtyrúhelníku jsou tedy dvě úhlopříčny možny. Přímky AC a BD (obr. 51.) jsou úhlopříčny čtyrúhelníka ABCD.

6. Každý čtyrúhelník lze úhlopříčnou na dva trojúhelníky rozděliti. V každém trojúhelníku obnáší součet úhlů vnitřních dva pravé; pročež obnáší v čtyrúhelníku součet úhlů vnitřních 4 pravé úhly.

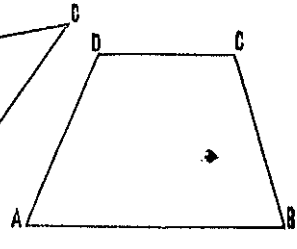
7. Přihlížíme-li ku vzájemné poloze stran, rozeznáváme čtyrúhelníky:

a) **různoběžníky** (Trapezoide), jejichž veškeré strany jsou různoběžné (obr. 52. ABCD);

Obraz 52.



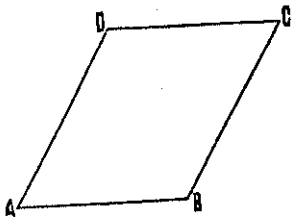
Obraz 53.



b) **lichoběžníky** (Trapeze), jejichž jedny dvě protější strany jsou rovnoběžné, a druhé dvě různoběžné (obr. 53.) ABCD je lichoběžník, protože AB || CD.

c) **rovnoběžníky** (Parallelogramme), jichž oboje protější strany jsou rovnoběžné; jako je obr. 54. ABCD rovnoběžník, protože AB || CD a AD || BC.

Obraz 54.



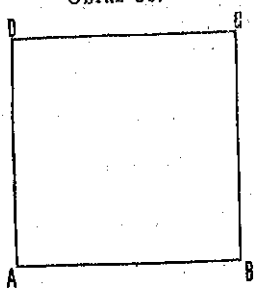
8. Dle velikosti úhlů i poměru stran rozeznáváme rovnoběžníky:

a) **čtverec** (Quadrat), jehož všecky úhly pravé jsou a všechny strany stejně dlouhé, jako v obr. 55. ABCD.

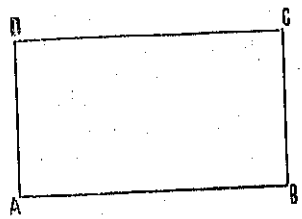
b) **obdélník** (Rechteck), jehož všecky úhly pravé jsou, ale jen dvě a dvě protější strany stejně dlouhé, jako AB a CD, AD a BC (obr. 56.);

c) **kosočtverec** (verschobenes Quadrat, Rhombus), jehož všecky strany jsou sobě rovny, úhly pak kosé (totiž ostré a tupé), jako ABCD (obr. 57.);

Obraz 55.

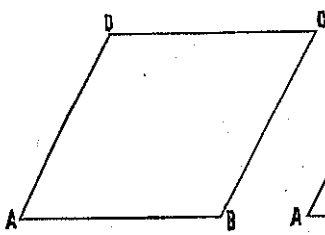


Obraz 56.

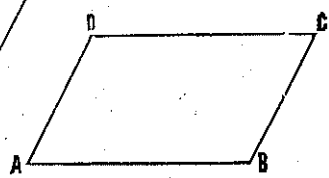


d) **kosodélník** (verschobenes Rechteck, Rhomboid), jehož dvě a dvě protější strany stejně dlouhé, úhly pak kosé jsou, jako ABCD (obr. 58.).

Obraz 57.



Obraz 58.



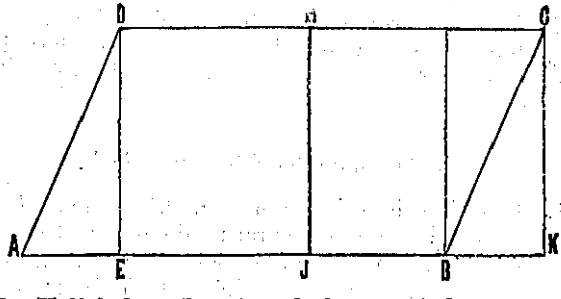
Které z úhlů kosodélníka se sobě rovnají a proč?

9. Ve čtverúhelníku bere se též jedna strana za podstavu neb základnu; přímka z některého bodu protější strany kolmo na podstavu (třeba-li, prodlouženou) spuštěná nazývá se výška čtyrúhelníka.

10. V rovnoběžníku můžeme kteroukoli stranu za podstavu vzíti; obyčejně se ale pokládá za podstavu strana delší. Kolmice DE nebo HJ, CK (obr. 59.), je-li AB podstavou představující výšku.

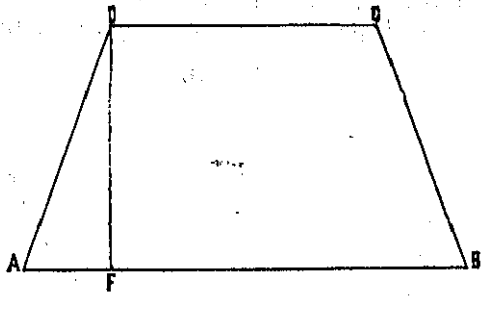
11. Při čtverci a obdélníku jest jedna ze stran k sobě přiléhajících podstavou a druhá výškou, poněvadž zde stojí strany na sobě kolmo. Ve čtverci, jenž má strany stejně dlouhé, rovná se výška délkou podstavě.

Obraz 59.



12. V lichoběžníku jest kolmá, s jedné rovnoběžky na druhou spuštěná, výškou jeho (jest to vzdálenost rovnoběžných stran), jako (obr. 60.) přímka DF.*)

Obraz 60.



*) žáci ať kreslí čtyrúhelníky, udají úhlopříčné a jich výšky.

Úlohy.

1. Obnáší-li v rovnoběžníku jeden úhel 57°, druhý 83° a třetí 75°; kolik stupňů činí úhel čtvrtý?

2. Činí-li v kosočtverci jeden úhel 59°, kolik stupňů obnáší každý z úhlův ostatních?

3. Činí-li v kosodelníku jeden úhel 92°, kolik stupňů obnáší každý z úhlův ostatních?

4. Obnáší-li v lichoběžníku jeden z ostrých úhlů 68°, druhý 80°, kolik činí každý z ostatních?

5. Obnáší-li v kosočtverci součet dvou úhlů ostrých 120°, kolik činí každý úhel?

6. Jeden úhel rovnoběžníka obnáší 90°; kolik činí každý z ostatních?

7. Veďte úhlopříčnou ve čtverci; jaké povstanou trojúhelníky, a mnoho-li stupňů činí každý z povstalých úhlů?

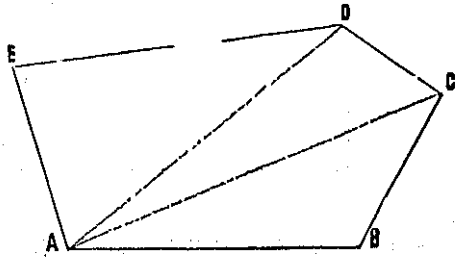
8. Veďte v rovnostranném trojúhelníku z některého bodu jedné strany rovnoběžku ku straně druhé; jaké povstanou obrazce? Kolik stupňů obnáší každý z úhlů povstalých?

C) O mnohoúhelnících.

1. Každý přímočárý obrazec, který má více než-li 4 strany, jmenuje se mnohostran; dle počtu stran rozeznáváme mnohostrany pětistranné, šestistranné a t. d. Má-li mnohostran 5, 6, 7 stran, má také 5, 6, 7 úhlů; dle počtu stran rozeznáváme mnohostrany, dle počtu úhlů rozeznáváme mnohoúhelníky, jako: pětiúhelník, šestiúhelník a t. d.

2. Dva úhly neb dvě hrany (vrchole), které v mnohoúhelníku jednou stranou jsou spojeny, nazýváme **sousedné**; na př. A i B (obr. 61). Rovněž **sousednými** nazývají se strany, které mají společnou hranu; na př. AB a BC (obr. 61.).

Obraz 61.



3. Hrany, úhly a strany, které nejsou sousedné, nazýváme **protější.**

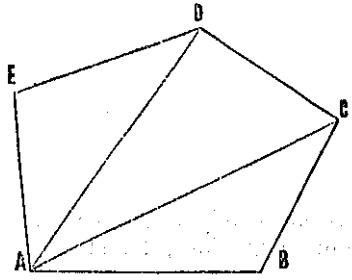
4. Přímka, která spojuje dvě protější hrany, slove **úhlopříčna**; ku př. AC i AD (obr. 61.).

5. Jak z obrazců 62. a 63. vysvítá, lze od jedné hrany vésti úhlopříčny, při pětiúhelníku dvě, při šestiúhelníku tři, při sedmiúhelníku čtyry; tedy vždy o tři úhlopříčny méně než má mnohoúhelník stran.

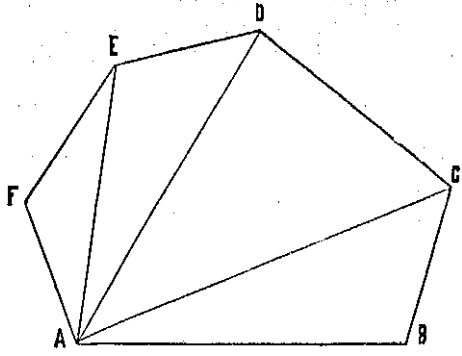
Mnoho-li můžeme vésti úhlopříčen v 8-, 9-úhelníku?

6. Každý mnohoúhelník rozkládá se úhlopříčnami od jedné hrany vedenými v trojúhelníky, jichž počet rovná se počtu stran mnohoúhelníka méně dvou (viz obr. 62. a 63.).

Obraz 62.



Obraz 63.



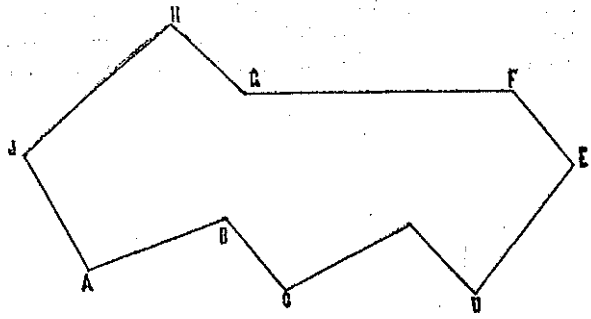
7. Poněvadž v trojúhelníku součet úhlů dva pravé obnáší, vypočítáme lehce, mnoho-li obnáší součet úhlů v libovolném mnohoúhelníku.

V pětiúhelníku $3 \times 2\,R = 540^0$
V šestiúhelníku $4 \times 2\,R = 720^0$
V sedmiúhelníku $5 \times 2\,R = 900^0$ a t. d.

Úloha. Mnoho-li činí součet úhlů v mnohoúhelnících 8, 9, 10, 12, 15 stranami omezených?

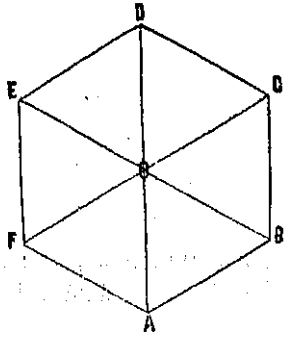
8. V mnohoúhelnících mohou míti úhly a strany rozličnou velikost, a mnohoúhelníky takové nazýváme **nepravidelné**; na př. obr. 64.

Obraz 64.

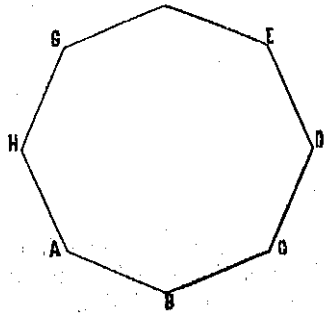


9. Jsou-li veškeré úhly a veškeré strany sobě rovny, slove mnohoúhelník **pravidelný** (regulär); na př. obr. 65. a 66. — V každém pravidelném mnohoúhelníku nalezá se bod, který ode všech hran má rovnou vzdálenost. Bod tento nazývá se střed pravidelného obrazce; na př. O (obr. 65.). Střed obrazce pravidelného určíme, vedeme-li dvě úhlopříčny; bod, v kterém se protínají, jest hledaný střed.

Obraz 65.



Obraz 66.



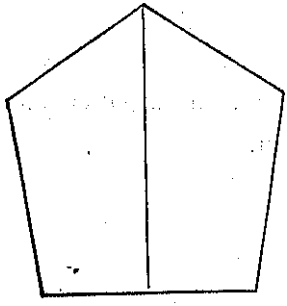
Vypočítáme-li dle známého návodu (strana 30) součet úhlů v pravidelném mnohoúhelníku, určíme dělením i velikost jednoho úhlu; tak na př.:

Počet stran:	Součet úhlů:	Jeden úhel:
5	$3 \times 2\,R = 540^0$	$^{540}/_5 = 108^0$
6	$4 \times 2\,R = 720^0$	$^{720}/_6 = 120^0$ atd.

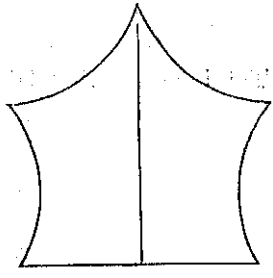
Úkol. Mnoho-li obnáší každý úhel v pravidelném 7, 8, 9 a 10 úhelníku.

10. Mimo to rozeznáváme ještě mnohoúhelníky **souměrné (symetrické)**, t. j. takové, které přímkou ve dva sobě rovné a stejnotvarné díly rozložiti lze, a které, když se na sebe položí, úplně se kryjí (obr. 67. a 68.).

Obraz 67.



Obraz 68.

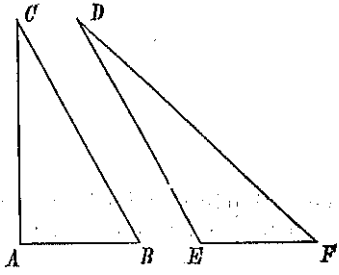


D) Rovnost, podobnost a shodnost obrazců.

1. Pozorujeme-li nějaký obrazec, jedná se nám buď o jeho velikost anebo o jeho tvar či podobu.

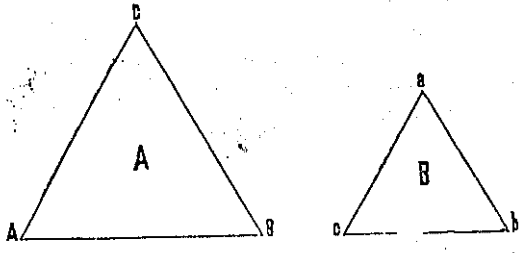
Tak lze na př. snadno pochopiti, že louka do tří úhlů vybíhající stejnou plochu míti může s jinou, do čtyr úhlů se rozprostírající; podobně trojúhelník může býti stejné velikosti s pětiúhelníkem. Z toho vysvítá, že dva obrazcové mohou míti rovnou velikost, avšak tvar rozdílný; tu pravíme, že jsou obrazcové sobě rovni. Napíšeme-li na př. $\triangle$ ABC = $\triangle$ DEF, značí to, že jsou si trojúhelníky ABC a DEF rovny, totiž, že zaujímají stejně velkou plochu (obr. 69.).

Obraz 69.



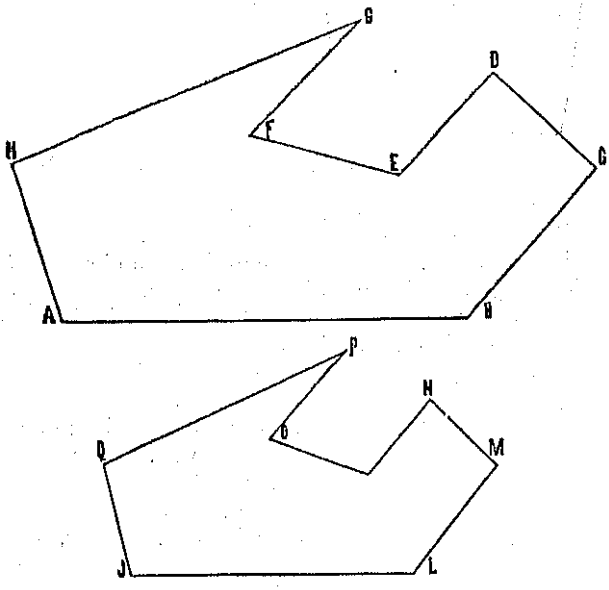
2. Vypadá-li jeden obrazec jako druhý, t. j. mají-li týž tvar, avšak jsou-li rozdílné velikosti, pravíme, že obrazce ty jsou si **podobny**. Znaménko podobnosti jest: $\backsim$. Napíšeme-li tedy $\triangle$ *abc* $\backsim$ $\triangle$ ABC neb $\triangle$ A $\backsim$ $\triangle$ B, tu čteme trojúhelník *abc* jest podoben trojúhelníku ABC (obr. 70.), neb trojúhelník A jest podoben trojúhelníku B.

Obraz 70.



Tak i obrazec ABCDEFGH $\backsim$ JLMNOPQ (obr. 71).

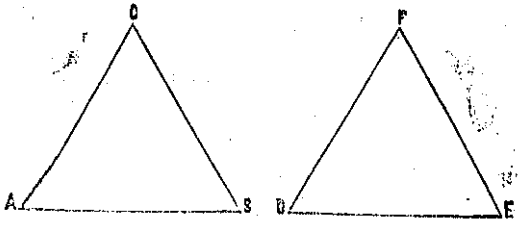
Obraz 71.



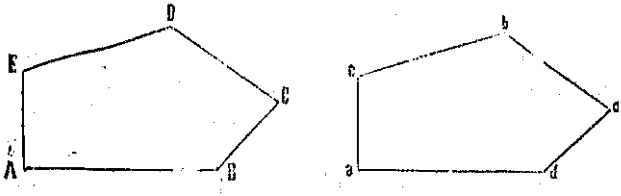
3. Mají-li však obrazcové rovné plochy i týž tvar, tak že si rovni i podobni jsou, tu pravíme, že jsou

shodni (kongruent). Znaménko shodnosti jest $\cong$; tak $\triangle$ ABC $\cong$ DEF znamená, že trojúhelník ABC shoduje se s trojúhelníkem DEF (obr. 72.); tak i ABCDE $\cong$ *abcde* (obr. 73.).

Obraz 72.



Obraz 73.



4. Položíme-li shodné obrazce náležitě na sebe, meze jich v sebe padnou, t. j. obrazce se kryjí; i pravíme o obrazcích, které se kryjí, že jsou shodny.

5. V obrazcích shodných rovnají se vzájemně vždy nejméně dvě a dvě strany a dva a dva úhly, to jest ty, které se kryjí, když obrazce na sebe položíme.

Úlohy.

1. Veď úhlopříčnu ve čtverci; jsou povstalé trojúhelníky shodny a proč?

2. Spusť v rovnoramenném trojúhelníku s vrchole kolmici na podstavu; na jaké trojúhelníky dělí tato daný trojúhelník?

3. Veď v kosočtverci obě úhlopříčny; mnoho-li povstane trojúhelníků, jsou shodny a proč?

VI. O obvodu mnohoúhelníků.

Obvodem mnohoúhelníka nazýváme součet délek veškerých stran. Obnáší-li na př. v nepravidelném pětiúhelníku

ABCDE délky stran: AB = 6″, BC = 8″, CD = 4″, DE = 7″, EA = 10″, bude obvod O = 6 + 8 + 4 + 7 + 10 = 35″.

Úlohy.*)

1. Najdi obvod rovnostranného trojúhelníka ABC; délka jedné strany AB = 8″.

2. Najdi obvod rovnoramenného trojúhelníka ABC; délka ramena AC = 12″, podstavy AB = 8″.

3. Obnáší-li obvod rovnoramenného trojúhelníka ABC 40″ a podstava jeho 10″; mnoho-li obnáší každá z ostatních stran?

4. Louka má podobu nepravidelného trojúhelníka ABC. Délky stran obnášejí AB = 20° 8′, BC = 17° 3′, CA = 23° 1′; najdi obvod její.

5. Najdi obvod čtverce, jehož strana jest 8″ dlouhá.

6. Najdi stranu čtverce, jehož obvod obnáší 48″.

7. Najdi obvod kosočtverce, jehož strany délka 11″ obnáší.

8. Tabule má podobu obdélníka; délka (podstava) obnáší 5′ 7″ a šířka (výška) 3′ 4″, mnoho-li obnáší její obvod?

Návod. Sečti délku a šířku a násob dvěma.

9. Obvod pole, jež má podobu obdélníka, obnáší 86°, a jeho délka 28°; mnoho-li obnáší šířka?

10. K zahradě, mající podobu obdélníka chce hospodář udělati plot. Kolik kolův musí hospodář koupiti, chce-li jeden od druhého 2° daleko zaraziti, když délka zahrady 24°, šířka 16° obnáší?

11. Pole má podobu nepravidelného čtyrúhelníka ABCD, jehož strany mají následující délky: AB = 18° 5′, BC = 11° 3′, CD = 25° 4′, DA = 22°. Kolem pole chce hospodář sázeti stromky, a sice jeden od druhého 2° daleko; mnoho-li stromků se vysází?

12. Strana pravidelného pětiúhelníka obnáší 1′ 5″, strana pravidelného šestiúhelníka 1′ 3″, strana pravidelného sedmiúhelníka 9″; který z těchto mnohoúhelníků má nejdelší, a který nejkratší obvod?

---

*) Při vypracování naznačí žák obrazec v úloze uvedený výkresem.

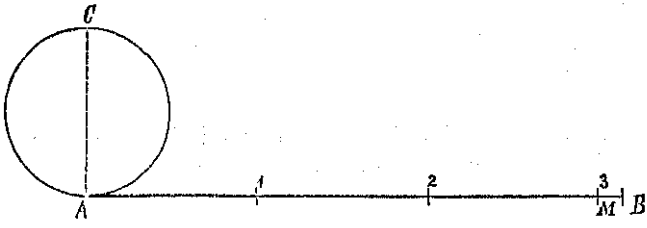
Návod. Obvod pravidelného mnohoúhelníka určíme, násobíme-li délku jedné strany počtem stran.

13. Ze stran čtverce, jehož strany délka 8″ obnáší, dále ze stran rovnostranného trojúhelníka, jehož strany délka 11″ obnáší, a konečně ze stran obdélníka, jehož délka 1′.4″ a šířka 10″ obnáší, sestaví se nepravidelný jedenáctiúhelník; mnoho-li obnáší jeho obvod?

O obvodu kruhu.

1. Myslíme-li si kruh do přímé čáry rozvinutý (obr. 74.) a zkoumáme-li, kolikrát průměr kruhu v délce této přímky AB obsažen jest, shledáme, že 3krát, a že část MB zbývá. Měříme-li mírou kratší, shledáme dále, že MB rovná se $^1/_{10} + {}^4/_{100} + {}^1/_{1000}$ . . . průměru.

Obr. 74.



Z toho následuje, že jest průměr v délce obvodu kruhu obsažen 3·141 . . . Toto číslo, které značí, kolikrát průměr kruhu v délce obvodu obsažen jest, nazývá se číslem **Ludolfským**, a znamená se řeckým písmenem π (čti „pí“). Značí-li O délku obvodu kruhu, jehož průměr má délku d, bude $O : d = \pi$, z čehož patrno, že $O = \pi \times d$, t. j. obvod kruhu rovná se průměru (aneb dvojnásobnému poloměru) znásobenému číslem Ludolfským.

Poznamenání. Místo 3·14 můžeme užíti i obecného zlomku $^{22}/_7$, neboť hodnoty obou skorem stejné jsou.

Úlohy.

1. Najdi délku obvodu kruhu, dán-li průměr kruhu 8″.

Rozřešení. Nehledíme-li k veliké přesnosti, dostačuje položiti $\pi = 3·14$; i obdržíme $O = 3·14 \times 8$, kdež nám O znamená obvod kruhu; pročež $O = 25·12''$.

2. Najdi délku obvodu kruhu, dán-li poloměr kruhu 5″

Rozřešení. Poněvadž průměr rovná se dvojnásobnému poloměru, bude obvod $O = 3{\cdot}14 \times 2 \times 5 = 31{\cdot}4''$.

3. Najdi délku obvodu kruhu, dán-li průměr *a)* 7″, *b)* 2′ 3″, *c)* 1′ 5″, *d)* 1° 2′.

4. Najdi délku obvodu kruhu, dán-li poloměr *a)* 3″, *b)* 8″, *c)* 2′, *d)* 1′ 2″, *e)* 1° 2′.

5. Kotlář má udělati měděnou obruč kruhovou v průměru 4′ 4″; jak dlouhý prut mědě musí k tomu vzíti?

6. Průměr hřídele má 10″; jak dlouhý jest provaz, který 15krát kolem toho hřídele jest otočen?

7. Mnoho-li bude státi kamenné zábradlí kolem studně, jejíž průměr obnáší 1° 2′, platí-li se za sáh 17 zl. r. m.

8. Jak dlouhá musí být železná tyč na obruč, jehož průměr 4′ 2″ měří?

9. Kolikrát se otočí provaz okova okolo hřídele rumpálu, je-li tento 9″ tlustý a studně 18° 3′ hluboká?

10. Jak dlouhý jest rovník na zeměkouli, měří-li jeho průměr 1719 mil?

11. Jak hluboká jest šachta, na jejímž rumpále jest drátěný provaz 30krát otočen a průměr hřídele 3′ 4″ měří?

12. Kolikráte se otočí kolo, ujede-li míli cesty, má-li 4′ v průměru.

2. Najdi průměr kruhu, dán-li obvod jeho.

Rozřešení. Značí-li opět O obvod, d průměr kruhu, jest $O = \pi \times d$; pročež $O : \pi = d$, t. j. průměr kruhu určíme, dělíme-li daný obvod Ludolfským číslem.

Úlohy.

1. Obvod kruhu obnáší 21·98″; jak dlouhý jest průměr?

Rozřešení. $21{\cdot}98 : 3{\cdot}14 = 7$. Odpověď 7″.

2. Truhlář má zhotoviti okrouhlý stůl pro deset osob, tak aby na každou osobu z obvodu 2·5′ připadlo; jak dlouhý bude průměr kruhové desky?

Rozřešení. Potřebuje-li jedna osoba 2·5′ místa, potřebovati bude 10 osob $2{\cdot}5 \times 10 = 25$, t. j. 25ti stopovou desku v obvodu. Průměr té desky $d = 25 : 3{\cdot}14$ aneb

$$d = 2500 : 314 = 7{\cdot}96$$
$$\begin{array}{r} 3020 \\ \hline 1940 \\ \hline 56 \end{array} \text{ atd.}$$

Odpověď: Průměr desky této obnáší 7·96′ (skoro 8′).

3. Obvod hřídele obnáší 3′ 8″; najdi průměr jeho.

4. Najdi průměr kruhu, jehož obvod obnáší a) 2° 3′, b) 5° 2′, c) 3° 3′ 8″.

5. Jak velký jest průměr kruhu, jehož obvod 10·99′ měří?

6. Objem kmenu dubu měří 1° 2′, jak široká bude z něho nejširší fošna?

7. Obvod země měří 5400 mil; jak velký jest její průměr?

3. Najdi poloměr kruhu, dán-li jest obvod jeho.

Rozřešení. Poněvadž poloměr polovici průměru se rovná, položíme do počtu místo průměru d dvojnásobný poloměr r a obdržíme obvod $O = \pi \times 2 \times r$, pročež $r = O : 2 \times \pi$, t. j. poloměr kruhu rovná se obvodu dělenému dvojnásobným Ludolfským číslem. Jest pak $2\pi = 2 \times 3{\cdot}14 = 6{\cdot}28$, i bude $r = O : 6{\cdot}28$.

Úlohy.

1. Najdi poloměr kruhu, jehož obvod obnáší 69·08″.

Rozřešení. Poloměr $r = 69{\cdot}08 : 6{\cdot}28 = 11$. Odpověď $r = 11''$.

2. Najdi poloměr kruhu, jehož obvod obnáší: a) 62.8″, b) 31·4″, c) 75·36″.

3. Obvod válcové nádoby obnáší 43·96″; mnoho-li obnáší poloměr její?

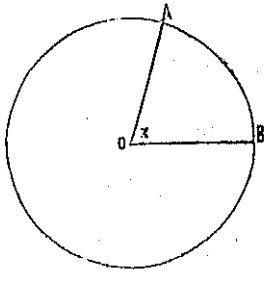
4. Najdi délku oblouku kruhového, dán-li příslušný úhel středový a poloměr kruhu.

Rozřešení. Naznačíme-li poloměr písmenem r a středový úhel $\sphericalangle AoB = \sphericalangle z$ (obr. 75.), vypočteme nejprve obvod $O = \pi \times 2 \times r$ aneb $O = 6{\cdot}28 \times r$. Oblouk AB, jehož příslušný

úhel středový ∢ z jest, bude tolikátou částí obvodu kruhu, kolikrát ∢ z obsažen jest ve 360°.

Úlohy.

Obraz 75.



1. Poloměr kruhu obnáší 11″; jakou délku bude míti oblouk, obnáší-li příslušný úhel středový 30°?

Rozřeš. Obvod kruhu O = 6·28 × 11 = 69·08, a hledaný oblouk obnáší dvanáctou část, poněvadž je 30° dvanáctou částí 360°. I bude oblouk ten 69·08 : 12 = 5·75″

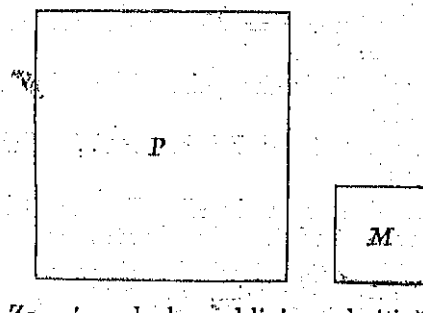
2. Poloměr kruhu obnáší a) 2″, b) 2′ 4″, c) 3′ 5″; jakou délku bude míti oblouk, obnáší-li příslušný úhel středový 20°?

3. Jak dlouhé jsou oblouky, které přepínají stranu pravidelného troj-, čtyr-, pěti-, šesti, sedmi-, osmiúhelníka, jejíž poloměr 1° 2′ měří?

VIII. Vypočítávání ploského obsahu mnohoúhelníků.

1. Porovnáme-li velikosti dvou mnohoúhelníků, na př. P a M (obr. 76.), shledáváme vlastně, kolikrát plocha M v ploše P obsažena jest. Plochu M považujeme za míru

Obraz 76.



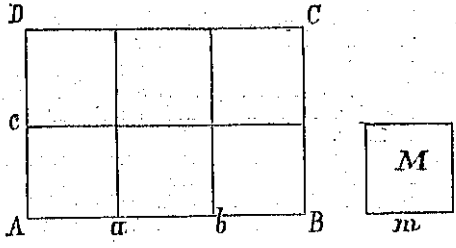
plochy P. Za míru ploch zvykli jsme bráti čtverec, jehož strana má určitou délku. Dle jména této délky dáváme

název i čtverci, jejž za míru pojímáme, čtvercového palce (□″), čtvercové stopy (□′) atd. Číslo, které udává, kolikrát jest míra M obsažena v ploše P, nazýváme **„ploským obsahem“** aneb k vůli krátkosti **„plochou“** mnohoúhelníka P.

2. Ustanov ploský obsah pravoúhelníka.

Rozřešení. Buď M čtverec za míru pojatý a ABCD pravoúhelník, jehož ploský obsah ustanoviti máme (obr. 77.). Ustanovme, kolikrát délka strany míry *m* v podstavě a výšce pravoúhelníka obsažena jest. I shledáme, že na

Obraz 77.



př. AB : $m = 3$ a AD : $m = 2$. Vedeme-li v dělicích bodech *a*, *b*, *c* rovnoběžky ku příslušným stranám (obr. 77), rozdělí se pravoúhelník na tolik čtverců, které velikostí míře se rovnají, kolik jednotek obsahuje součin čísel $3 \times 2 = 6$. Číslo 6 značí, že míra M obsažena jest v ploše pravoúhelníka 6krát, i bude ploský obsah pravoúhelníka ABCD $= 6 \times$ M.

Chtějíce tedy najíti ploský obsah pravoúhelníka, změřme jeho podstavu i výšku touž měrou délkovou *m*; nalezená měřením čísla znásobme, i udává součin, kolikrát čtvercová míra v obsahu pravoúhelníka obsažena jest, čili plochu pravoúhelníka.

Pročež pravíme: „Ploský obsah pravoúhelníka rovná se součinu z jeho podstavy a výšky.“ Znamená-li Z podstavu, V výšku, P plochu pravoúhelníka, bude ploský obsah $P = Z \times V$.

Úlohy.

1. Ustanov ploský obsah P pravoúhelníka, jehož podstava $Z = 18''$, výška $V = 10''$. (Měrou jest čtvercový palec).

Rozřešení. $P = 18 \times 10 = 180$, či plocha obsah obnáší 180 □″.

2. Ustanov plochý obsah P pravoúhelníka, jehož podstava $Z = 4' 3''$, výška $V = 2' 4''$.

Rozřešení. $Z = 4' 3'' = 51''$ a $V = 2' 4'' = 28''$; i bude $P = 51 \times 28 = 1428$ □″.

Poznámka. Ve skutečnosti sluší míti pozor, aby se míry nemátly.

3. Ustanov plochý obsah P pravoúhelníka, jehož podstava i výška se rovnají 12″.

Rozřešení. $P = 12 \times 12 = 144$ □″.

1. Poznámka. Daný pravoúhelník jest čtverec a obsah jeho ustanovíme násobením strany stranou.

2. Poznámka. V dané úloze můžeme místo 12″ položiti též 1′, i bude $P = 1 \times 1 = 1$ □′. Z toho následuje, že 1 □′ = 144 □″. Podobně obdržíme 1 □⁰ = 36 □′, poněvadž $1^0 = 6'$.

3. Poznámka. Plocha tak veliká jako čtverec, jehož strana má 40⁰ zdélí, slove jitro. Výměr (plocha) jitra jest tedy $40 \times 40 = 1600$ □⁰. Čtverečná míle drží $4000 \times 4000 = 16{,}000.000$ □⁰ = 10000 jiter. Jitro se rovná 2 korcům aneb třem měrám výsevku, tak že 800 □⁰ na korec a $533\frac{1}{3}$ □⁰ na míru připadají.

4. Poznámka. Při metrické míře bere se za míru plošnou čtverec měr délkových, tedy čtverečný metr, čtverečný decimetr atd., avšak při vypočítávání půdy bere se ar (franc. are), t. j, čtverec, jež má stranu dekametr čili 10 metrů dlouhou, má tedy 100 □ metrů; pak hektar (strana čtverce 100 metrů), jenž má 100 ar neb 10.000 □ metrů. 1 □ miriametr (čtvercová metrická míle) má 100,000.000 □ metrů. 1 □ metr ≐ 10 □′; 1 hektar = $1\frac{3}{4}$ jitra, 1 jitro = 0.575 hektaru; jedna rak. □ míle = 0.575 miriametrů.

4. Pole pravoúhelné jest 23⁰ 5′ široké a 450⁰ 4′ dlouhé; jak veliký jest plochý obsah jeho?

5. Zahrada má podobu obdélníka, a jest 21⁰ 4′ dlouhá a 13⁰ 5′ široká; jak veliký jest plochý obsah její?

6. Deska skleněná má podobu čtverce, a jest 1′ 8″ široká; jak veliká jest plocha její?

7. Podlaha má podobu čtverce, a její strana obnáší 8⁰. I má se pokrýti prkny pravoúhelnými, jichž délka 3⁰, šířka 1′ 3″ obnáší; mnoho-li prken bude zapotřebí? —

3. Znamená-li Z podstavu, V výšku, P plochu pravoúhelníka, jest $P = Z \times V$. Pročež bude $Z = P : V$ a $V = P : Z$. Chtějíce tedy najíti podstavu, dělíme

plochu výškou, a chtějíce najíti výšku, dělíme plochu podstavou.

Úlohy.

1. Jak široká by musela býti tabule, aby, jsouc 4′ dlouhá, měla 12 □′ obsahu ploského?

Rozřešení. 12 : 4 = 3; odpověď: 3′ obnáší šířka.

2. Jak dlouhá jest pravoúhelná deska, která, jsouc 2′ 3″ široká, má 12 □′ 108 □″ obsahu ploského?

Rozřešení. 12 □′ 108 □″ = 1836 □″ a 2′ 3″ = 27″, i bude 1836 : 27 = 68; odpověď: 68″ neb 5′ 8″ obnáší délka.

3. Někdo chce sestaviti na pravoúhelné desce 1′ široké 300 čtverců, jichž strana jest 4″ dlouhá; jak dlouhá musí býti deska?

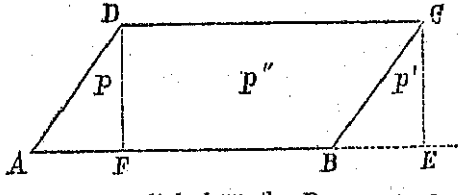
4. Jak široké by muselo býti pole pravoúhelné, aby, jsouc 312⁰ dlouhé, mělo 14 jiter 500 □⁰ obsahu ploského?

5. Dvě louky mají ploské obsahy rovné velikosti 12 jiter 208 □⁰. Jedna z nich jest 280⁰, druhá 300⁰ široká; jak dlouhá jest každá?

4. Ustanov ploský obsah rovnoběžníka kosoúhelného.

Rozřešení. Spustíme-li s bodů D a C (obr. 78.) kolmice na prodlouženou podstavu AB, obdržíme dva trojúhelníky △ AFD a △ BEC, které na sebe položeny úplně se kryjí (proč?) Pročež mají i rovné plochy $p = p'$ (značí-li p plochu △ AFD a p' plochu △ BEC). Značí-li p''

Obraz 78.



plochu lichoběžníka BCDF bude $p + p'' = p' + p''$. Jest ale $p + p''$ plocha rovnoběžníka kosoúhelného ABCD a $p' + p''$ plocha pravoúhelníka ECDF, pročež ABCD = ECDF. Plocha pravoúhelníka ECDF =

DC × DF, tedy i ABCD = DC × DF, neb poněvadž DC = AB, bude ABCD = AB × DF. Než AB jest podstavou, DF výškou rovnoběžníka kosoúhelného, pročež pravíme: „Ploský obsah rovnoběžníka jest roveň součinu podstavy a výšky jeho.“

Úlohy.

1. Pole má podobu kosodélníka, jehož podstava 40⁰ zdélí a výška 22⁰ obnáší; jak veliký jest ploský obsah jeho?

Rozřešení. Obsah P = 40 × 22 = 880 □⁰.

2. V zahradě nalezá se místo kosočtverci podobné, jehož strana 8⁰ a výška 6⁰ 2′ obnáší. Celé toto místo posázeti se má stromky, tak aby každému připadly 4 □′ půdy; mnoho-li stromků vysází se na toto místo?

3. Podlaha mající podobu kosodélníka, jejíž podstava 12⁰ 3′ a výška 7⁰ 2′ zdélí má, pokrýti se má malými deskami mramorovými. Každá deska jsouc podoby kosočtverce obnáší 48 □″ a stojí průměrně 57 kr. r. č.; mnoho-li bude státi celá pokrývka?

Poznámka. Podobně jako u pravoúhelníka najdeme i podstavu kosoúhelného rovnoběžníka, rozdělíme-li obsah výměrem výšky, a výšku, rozdělíme-li obsah výměrem podstavy.

Úlohy.

1. Kosočtverec a kosodélník rovnají se ploským obsahem majíce výměru 30 □″. Podstava kosočtverce má 6″, výška kosodélníka 3″ zdélí; jak dlouhá jest výška prvého, a podstava druhého obrazce?

Pozřešení. 30 : 6 = 5, i jest výška kosočtverce 5″,
30 : 3 = 10, a podstava kosodélníka 10″.

2. Jak dlouhá musí býti podstava kosodélníka, jehož výška má 1′ 2″ zdélí, má-li rovnati se ploše čtverce, jehož strana 2′ 4″ dlouhá jest?

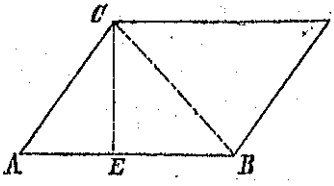
3. Obdélník, jehož podstava třikrát tak dlouhá jest jako výška, jejíž délka 2′ 3″ výměru má, jest o 128 □″ větší než plocha kosočtverce, jehož strana 3′ 9″ obnáší; jakou délku má výška tohoto kosočtverce?

5. Ustanov ploský obsah trojúhelníka.

Rozřešení. Každý rovnoběžník dělí se úhlopříčnou CB (obr. 79.) na dva shodné trojúhelníky; neb

položíme-li △ BCD na △ ABC, budou se úplně kryti. Pročež „ploský obsah trojúhelníka roveň jest **polovičce** součinu podstavy a příslušné výšky.“

Obraz 79.



Znamenáme-li podstavu AB = Z a výšku CE = V, bude plocha kosodélníka ABCD = P = Z × V, polovice pak této plochy rovná se ploše trojúhelníka ABC = $p = \frac{Z \times V}{2}$.

Poznámka. Poněvadž $p = \frac{Z \times V}{2}$ bude $2p = Z \times V$ a z toho $Z = 2p : V$ a podobně $V = 2p : Z$, t. j. „základnu trojúhelníka najdeme, dělíme-li dvojnásobný výměr jeho obsahu výměrem výšky“ a „výšku trojúhelníka najdeme, dělíme-li dvojnásobný výměr obsahu jeho výměrem příslušné podstavy.“

Úlohy.

1. Hospodář ptá se syna svého, jaký výměr má louka za domem, mající podobu trojúhelníka. Syn vyjde na louku a hledaje výměr podstavy a výměr výšky, najde, že podstava $6^0\ 2'$ a výška $4^0\ 5'$ zdélí má. I počítá takto: $6^0\ 2' = 38'$, $4^0\ 5' = 29'$, pročež výměr louky $p = \frac{38 \times 29}{2}$ aneb $p = 19 \times 29 = 551\ \square'$, čili $15\ \square^0\ 11\ \square'$

2. Ploské obsahy čtverce, jehož strana $3'$ zdélí má, a trojúhelníka, jehož podstava 1^0 obnáší, se rovnají; jak dlouhá bude výška trojúhelníka?

Rozřešení. Plocha čtverce jest $3 \times 3 = 9\ \square'$, a výška trojúhelníka $(2 \times 9) : 6 = 18 : 6 = 3'$.

3. Zahrada mající podobu trojúhelníka, jehož podstava $22^0\ 4'$ a výška $12^0\ 3'$ zdélí má, jest naprodej za 141 zl. $44\frac{1}{2}$ kr.; zač přijde $1\ \square^0$?

4. Dva hospodáři vyměnili si louky mající podoby trojúhelníků. Louka jednoho hospodáře měla 24^0 zdélí, druhého 18^0; výšky se rovnaly a každá byla $15^0\ 3'$ dlouhá. O mnoho-li byla jedna louka větší druhé a mnoho-li musel hospodář menší louky doplatiti, doplácel-li za $1\ \square^0$ 70 kr. r. č.?

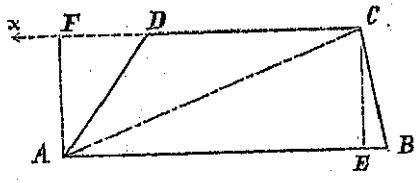
5. Kosodélník, jehož podstava 2′ 3″ a výška 8″ zdélí má, rovnati se má plochou trojúhelníku, jehož výška 1′ 9″ obnáší; jak dlouhá bude podstava tohoto trojúhelníka?

6. Čtverec, obdélník a trojúhelník rovnají se plochou; jak dlouhé budou jich podstavy, rovnají-li se výšky jejich straně daného čtverce mající 8″ zdélí?

6. Ustanov ploský obsah lichoběžníka.

Rozřešení. Daný lichoběžník rozdělíme úhlopříčnou AC (obr. 80.) na dva trojúhelníky: △ ABC a CDA, jichž plochy takto vypočítáme.

Obraz 80.



V trojúhelníku ABC jest AB = Z podstavou, a kolmice CE = V výškou; pročež ploský jeho obsah $p = \frac{Z \times V}{2}$.

V trojúhelníku CDA bereme CD = Z za podstavu a kolmice AF na tuto (ovšem o Dx prodlouženou) s vrchole protějšího A spuštěná, jest výškou jeho. Známo nám, že přímka Cx || AB (jest to lichoběžník), pročež mají tyto ve všech bodech od sebe rovnou vzdálenost, a bude AF = CE čili AF = V. Pročež plocha △ ACD = p' bude $p' = \frac{Z \times V}{2}$. Sečteme-li obě tyto plochy, obdržíme $p + p' = \frac{Z \times V}{2} + \frac{Z \times V}{2}$ I bude plocha lichoběžníka (P) rovnati se $P = \frac{Z \times V}{2} + \frac{Z \times V}{2}$

Úkol. Budiž AB = 9″, DC = 5″, AF = CE = 4″, i obdržíme plochu lichoběžníka ABCD čili $P = \frac{9 \times 4}{2} + \frac{5 \times 4}{2}$. Tyto dva zlomky mají společného jmenovatele 2 a mohou se sečísti; i bude $P = \frac{36 + 20}{2} = \frac{56}{2} = 28 \square''$.

Týž výsledek obržíme, když utvoříme součet základných $9 + 5 = 14$, a tento znásobíme výškou a pak dělíme 2, čili $\frac{14 \times 4}{2} = \frac{56}{2} = 28 \square''$. Pročež pravíme: „Ploský obsah lichoběžníka rovná se součinu ze součtu rovnoběžných stran a vzdálenosti obou dělenému na dvě.“

Úlohy.

1. Jak rozsáhlá jest louka podobná lichoběžníku, má-li jedna z rovnoběžných stran této louky $40^0\ 5'$, druhá $28^0\ 3'$ a vzdálenost obou $25^0\ 2'$?

Rozřešení. Jestiť $40^0\ 5' = 245'$, $28^0\ 3' = 171'$, $25^0\ 2' = 152'$, dále $245 + 171 = 416'$, pročež výměr louky: $P = \frac{416 \times 152}{2} = 31616 \square'$ $= 878 \square^0\ 8 \square'$

2. Dán jest rovnoramenný trojúhelník, jehož výška 8″ a podstava 1′ 1″ obnáší. Vedeme-li rovnoběžku k podstavě, která půlí výšku a 7″ dlouhá jest, rozdělí se trojúhelník daný touto rovnoběžkou na trojúhelník (jaký?) a lichoběžník. Jak veliké jsou ploské obsahy obou posledních? Jak byste se přesvědčili, že jste dobře počítali?

3. Střecha má podobu lichoběžníka. Jedna z rovnoběžných stran této střechy má $5^0\ 2'$, druhá 7^0 a vzdálenost obou $4^0\ 3'$ zdélí; jak veliký jest ploský obsah její?

4. Lichoběžník a trojúhelník rovnají se plochou. Podstava trojúhelníka má 1′ 4″ zdélí, jedna z rovnoběžných stran lichoběžníka této se rovná, druhá pak 11″ a vzdálenost obou 10″ obnáší; jak dlouhá jest výška tohoto trojúhelníka?

5. Jedna strana valbové střechy se má plechem pokrýt. Kolik tabul plechu à $1^0\ 3'$ dlouhých a 9″ širokých bude zapotřebí, když jest střecha v hřebenu $8^0\ 4'\ 6''$, v okapu $14^0\ 4'\ 6''$ dlouhá a šířka této střechy $3^0\ 3'\ 6''$ měří?

7. Ustanov ploský obsah různoběžníka a mnohoúhelníka vůbec.

Rozřešení. Různoběžník rozdělíme jednou, a mnohoúhelník vůbec více úhlopříčnami na samé trojúhelníky, jejichž ploské obsahy vypočítáme a sečteme.

Úlohy.

1. Nakresli různoběžník, jehož jedna úhlopříčna má 8″ zdélí, spusť s vrcholů této protějších na ni kolmice, z nichž jedna 5″, druhá 3″ obnáší; jak veliký jest obsah tohoto různoběžníka.

Rozřešení. Vzniklé trojúhelníky nechť mají plochy p a p', i bude $p = \frac{8 \times 5}{2} = 20 \square''$ a $p' = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \square''$; pročež plocha různoběžníka

$$P = p + p' = 20 \square'' + 12 \square'' = 32 \square''.$$

2. Ustanov plochu různoběžníka, jehož jedna úhlopříčna 1′ 3″ a vzdálenost této od jednoho protějšího vrchole 9″, od druhého 7″ zdélí má.

3. Najdi plochu různoběžníka, jehož úhlopříčna rovná se dvojnásobnému součtu obou vzdáleností od protějších jí vrcholů, z nichž jedna 7″, druhá 1′ 5″ obnáší.

4. Mnohoúhelník skládá se ze tří trojúhelníků vzniklých vedením úhlopříčen. (Kolika-úhelník jest to?) Za podstavy pojímáme úhlopříčny, z nichž prvá 10″ a druhá 1′ 4″ zdélí má; výškami jsou pak kolmice s vrcholů úhlopříčnám protějších, z nichž prvá 5″, druhá 7″ a třetí 3″ obnáší. Dvěma posledním jest druhá základna společnou. Jak veliký jest obsah mnohoúhelníka toho? (Žák naznač si úlohu výkresem (hleď obr. 61.) a pak počítej.)

8. Ustanov ploský obsah pravidelného mnohoúhelníka.

Rozřešení. Je-li mnohoúhelník, na př. šestiúhelník, pravidelný, vedeme ze středu (hleď obr. 65.) přímky k vrcholům všech úhlů, čímž rozdělí se šestiúhelník pravidelný na 6 shodných, pročež i sobě rovných trojúhelníků, z nichž každý má za podstavu stranu šestiúhelníka, a za příslušnou výšku kolmici ze středu na tuto spuštěnou; pročež třeba vypočítati toliko obsah jednoho trojúhelníka a násobit počtem stran šestiúhelníka.

Co zde pověděno, platí, nechť jest mnohoúhelník pravidelný jakýmkoli počtem stran omezen. (Žák nechť probere úvahu na pěti- a osmiúhelníku pravidelném). Pročež pravíme:

„Ploský obsah pravidelného mnohoúhelníka se najde, vypočítáme-li obsah jednoho ze vznik-

lých trojúhelníků a násobíme tento počtem stran mnohoúhelníka" — aneb, což totéž jest, „utvoříme-li součin z polovičného obvodu mnohoúhelníka a vzdálenosti strany jeho od středu."

Úlohy.

1. Dán jest pravidelný šestiúhelník, jehož strana 3′ 4″ a vzdálenost strany od středu 2′ 10½″ obnáší; jak veliký jest obsah jeho?

Rozřešení. Dělením obdržíme 6 trojúhelníků, z nichž jeden má plochu $p = \frac{40 \times 34\frac{1}{2}}{2} = 690$ □″;

pročež celá plocha $P = 6 \times 690 = 4140$ □″ neb 28 □′ 108 □″.

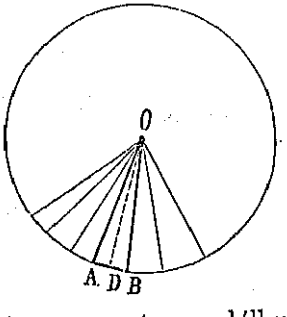
Druhý spůsob. Strana jest 40″, celý obvod $40 \times 6 = 240''$, polovička 120″; pročež $P = 120 \times 34\frac{1}{2} = 4140$ □″ neb 28 □′ 108 □″.

2. V pravidelném desetiúhelníku jest strana 2° 1′ 3″, a vzdálenost její od středu 2° 5′ 7″ dlouhá; jak veliký jest ploský obsah jeho?

9. Ustanov ploský obsah kruhu.

Rozřešení. Vedeme-li ze středu kruhu poloměry tak blizounko u sebe (obraz 81.), že obloučky jimi sevřené jsou velmi malé, můžeme tyto za přímky (AB) a výkrojky (AOB) za trojúhelníky pokládati, jichž výškou jest OD, poloměr (r) kruhu. I bude pak ploský obsah jednoho výkrojku $AOB = \frac{AB \times r}{2}$

Obraz 81.



Myslíme-li si rozdělený celý kruh na samé výkrojky rovné výkrojku AOB, lze jej považovati za rozdělený pravidelný mnohoúhelník, jehož strany nepatrnou délku AB mají. Tu pak dle předešlého vypočítáme plochu jeho, utvoříme-li součin z polovičného obvodu a výšky jednoho výkrojku; jestiť ale poloviční obvod $= \frac{2 \times \pi \times r}{2} = \pi \times r$ a výška $= r$, pročež plocha kruhu $K = \pi \times r \times r$, t. j. „obsah kruhu se vypočítá, když se poloměr poloměrem znásobí a tento součin opět Ludolfským číslem."

Úlohy.

1. Poloměr kruhu $r = 5'$; jak veliká jest plocha K?

Rozřešení. $K = 3{\cdot}14 \times 5 \times 5 = 3{\cdot}14 \times 25 = 78{\cdot}5\ \square'$.

2. Poloměr kruhu obnáší $1'\ 2''$; jak veliký je obvod a jak veliká je plocha tohoto kruhu?

3. Kolo má v průměru $5'$; jak velikou má plochu?

4. Kruhovitý rybník má v průměru $15^0\ 5'$; jak veliký jest povrch hladiny vodní?

5. Kulatý ciferník se má pozlatit. Mnoho-li pozlátkových lístků bude třeba, když průměr $5'\ 3''$ měří a každý lístek (čtverec) $2''$ dlouhou stranu má?

6. Kol kolem kulaté zahrady, která má $125^0\ 3'\ 6''$ v průměru, má se založit cestička 1^0 široká? mnoho-li výsevku zůstane?

7. Polokruhové náměstí, které má $52^0\ 4$ v průměru, se má vydláždit; mnoho-li to bude stát, když se za $1\ \square^0$ i s prací 7 zl. 20 kr. zaplatí?

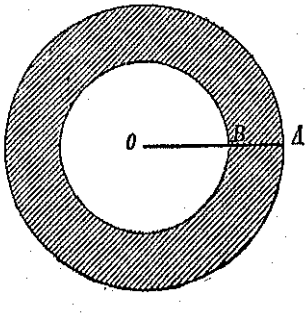
Poznámka. Položíme-li místo jednoho poloměru r polovici hlavní osy (na př. a) a místo druhého r polovici pobočné osy (na př. b), obdržíme plochu ellipsy $E = \pi \times a \times b$.

Dodatek. Ustanov obsah mezikruží.

Rozřešení. Sestrojíme li dva soustředné kruhy (obr. 82.), nazývá se plocha mezi oběma obvody mezikruží (Kreisring) neb věnec. Plocha mezikružná rovná se rozdílu obou ploch kruhových. Jest pak mezikruží M, jsou-li poloměry soustředných kruhů $OA = R$, $OB = r$:

$M = \pi \times R \times R - \pi \times r \times r$.

Obraz 82.



Úlohy.

1. Mnoho-li obnáší mezikruží, když jsou poloměry soustředných kruhů: $R = 5'$, $r = 3'$?

Rozřešení. Mezikruží $M = 3{\cdot}14 \times 5 \times 5 - 3{\cdot}14 \times 3 \times 3$ čili $M = 3{\cdot}14 \times 25 - 3{\cdot}14 \times 9$, neb $M = 78{\cdot}5\ \square' - 28{\cdot}26\ \square'$, pročež $M = 50{\cdot}24\ \square'$.

2. Kolem okrouhlého jezera, ježto má v průměru 100°, jde cesta 2° 5′ široká. Mnoho-li obnáší plocha této cesty?

3. Obvody dvou soustředných kruhů obnášejí 50·24″ a 12·84″; jak veliká jest plocha mezikruží?

4. Okrouhlá zahrada má v průměru 15° 3′; kol kolem se má založit cestička 4′ 3″ široká; mnoho-li plochy zaujme tato cestička?

5. Okolo kulaté věže má se vykopat příkop. Jak velká bude jeho plocha, když objem věže 14·13° a šířka příkopu 1° 2′ měří?
