Základové

měřictví a kreslení

pro

I. třídu nižších reálních škol.

Sepsal

Dom. Ryšavý.

V PRAZE.
Nákladem kněhkupectví: I. L. Kober.
1866.

1388

Národní knihtiskárna: I. L. Kober v Praze.

Předmluva.

Školská literatura naše není ještě tak bohatá, aby se v ní nalézaly o jednotlivých předmětech spisy několikery, z nichž by vybrati sobě mohl každý spis ten, který dle náhledu a rozumu svého k potřebám žáků za vhodnější uznává.

O důležitosti příhodných kněh školních pro potřebu žáků není třeba šířiti slov, neboť co se týče správnosti a spořádanosti, nemívají písemné poznámky, byť se i žákům diktovaly, nikdy tolik ceny, jako kniha tištěná, nepřipomínaje ani ztráty času, jehož prospěšněji užiti se může.

Z těch příčin sepsal jsem základy měřictví a kreslení pro žáky první třídy škol reálních a doufám, že příznivě budou souzeny a přijaty.

Měřické tvarosloví obmezuje se obyčejně na tvary rovinné, na obrazce přímo- a některé křivočarné. Uváží-li se však, že se má již v prvním ročníku položiti základ ku kreslení tvarů v prostoru vůbec, tedy i těles, a že se má v druhém ročníku dle schopnosti jednotlivých žáků v tom kreslení pokračovati; uváží-li se dále, že k tělesoměrství teprv v druhém běhu druhého ročníku se přistupuje: nedostává se žákům k poznání tvarů prostorových či tělesoměrských v hodinách pro měřictví ustanovených buď žádného aneb jen nedostatečného, předběžného návodu. Za tou příčinou měl jsem za nutné, rozděliti spis tento na dva díly.

První díl obsahuje tvarosloví a základní věty planimetrické, vyložené dle mého zdání spůsobem názorným a tudy vytknutému účelu přiměřeným, k čemuž hojný počet vyobrazení tvarů geometrických nemálo přispívá.

Ku cvičení v kreslení vloženo jest do dílu prvního několik vzorků, složených z tvarů měřických, přímou čárou začínaje. Naznačí-li se kreslení takových vzorků na školní tabuli a přidá-li se k tomu náležitého vysvětlení, budou potom žákové i jiné vzorky vymýšleti a kresliti.

Kromě cvičení v kreslení od ruky nalézají se v prvním dílu některé základní úlohy rýsování měřického pomocí kružidla a pravídka. Ačkoli takovým věcem teprv v druhém ročníku vyučovati se má, nejsou tu zcela od místa, protože se jimi ukazuje upotřebení mnohých vět předešlých a tyto se zároveň při provádění takových úloh opakují a lépe do paměti vštěpují.

Druhý díl obsahuje nauku o tvarech v prostoru, zvláště pak nauku o tělesech, pokud ji názorným spůsobem podati možno. V kreslení pokračuje se tu nápodobováním tvarů tělesoměrských na základě jednoduchých pravidel, z nazírání příhodných předmětů odvozených a ustanovených. Vyloučena jsou však z tohoto kreslení pravidla, vážená z abstrakcí a důvodů přísně mathematických, k jichž náležitému pochopení a upotřebení rozsáhlejší rozhled a dosti důkladná znalost geometrie i konstruktivního rýsování se vyžaduje.

V celém spise šetřeno náležité stručnosti i určitosti, neboť psán jest pro žáky. Zkušený učitel dovede, kde co třeba, obšírněji vyložiti a otázkami i úlohami doplniti.

V Praze, na den sv. Anny 1865.

Spisovatel.

Díl první.

Měřické tvary v rovině.

I.

Body a čáry.

1. O bodu.

1. Dotkneme-li se tužkou nebo perem papíru anebo křídou tabule, vznikne viditelné znaménko, jemuž říkáme bod aneb **tečka** (Punkt).

Aby byl bod viditelný, musí míti jakousi, byť i malou, délku, šířku ano i výšku. Krom toho má na sobě něco té hmoty, kterou byl udělán a z té příčiny sluje bod **hmotný** (materieller oder fisischer P.).

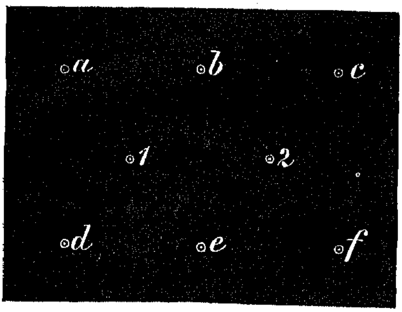
Bod hmotný jest viditelným znamením bodu, kterýž si bez hmoty a tudy i beze vší rozsáhlosti mysliti třeba. Takový myšlený bod sluje **matematický** (mathematischer Punkt).

2. Označování bodu. Na tabuli, na papíře a vůbec na ploše vytknuté body stávají se zřetelnějšími, uděláme-li okolo nich malou závorku aneb kolečko, jako jest uděláno ve vzorci 1. Dvěma čárkama, které se v jednom bodu protínají, bývá také žádoucí zřetelnosti zadost učiněno. Aby pak se mohl jeden bod od druhého rozeznati, jmenujeme každý jedním písmenem obyčejné abecedy anebo číslicí, kteréž vedle bodů se kladou. Tím spůsobem rozeznáváme ve vzorci 1. body *a*, *b*, *c*, *d* *e*, *f*, *1*, *2*.

Při vyměřování pozemků označují se důležitější body dřevěnými, číslovanými kolíky a kameny (mezníky). Při rozsáhlejším vyměřování vyhlídnou se zvláštní místa, z daleka viditelná, jako jsou vrcholy kopců, věže, stromy a p. I těm říká se body a poněvadž místa svého nemění, slovou body pevné či stálé (fixe Punkte).

3. Vzájemné položení bodů. Přihlížejíce k několika bodům a vztahujíce jeden ke druhému nalezáme je buď v jedné řadě (eine Reihe), jako body *a*, *b*, *c* anebo body *a*, *1*, *e* a t. d. Počítáme-li takové body po pořádku, bude vždy jeden první a jeden poslední; ty slovou body koncové (Endpunkte), ostatní pak jsou mezilehlé (Zwischenpunkte). Vycházejíc od prvního bodu, kterýž slove začátkový (Anfangspunkt), může jíti řada bodů buď na pravo aneb na levo, buď přímo vzhůru aneb přímo dolů, buď šikmo na pravo aneb šikmo na levo. Dělání takových řad při stejné vzdálenosti jednotlivých bodů přispívá ku cvičení oka.

Vzorec 1.



Sestavení více bodů kolem bodu určitého sluje skupení (eine Gruppe).

2. Čáry vůbec.

4. Pohybuje-li se bod v prostoru anebo na ploše, bude míti dráha, kterouž prochází, toliko jeden rozměr, jemuž říkáme délka (Länge). Jiného rozměru dráha ta míti nemůže, protože bod sám žádné rozsáhlosti nemá a způsobuje ji teprv svým pohybováním.

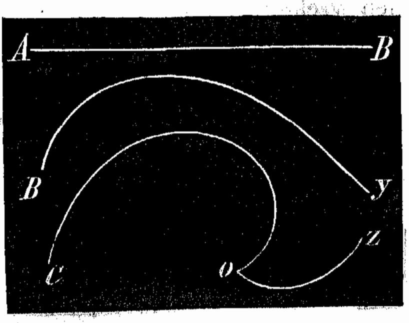
Rozsáhlost do délky jmenuje se v měřictví čárou (Linie).

Vzniká tedy čára vůbec pohybováním bodu, o čemž nabýváme jasného názoru, kdykoli perem neb tužkou na papíře anebo křídou na tabuli pohybujeme. Ovšem má viditelná stopa takového pohybování kromě délky také šířku i výšku, jinak bychom jí ani viděti nemohli. Za tou příčinou jest každá viditelná čára hmotná či fysická (materielle oder fisische Linie). Čáru měřickou čili matematickou můžeme si toliko v mysli představovati.

5. Čáry přímé a křivé. Postupuje-li pohyblivý bod ustavičně v tomže směru přímém, vytvoří čáru přímou (gerade Linie); jinak vytvoří čáru křivou (krumme L.).

Pojmy čáry přímé a čáry křivé jsou nám jako vrozeny. Kráčímeť cestou přímou nejraději, jsouce sobě vědomi, že přímá cesta nejkratší; zíráme na předměty přímo, neboť jsme záhy tomu uvykli; skoumajíce pravídko, hledíme na ně po délce, protože se nám tak nerovnost či křivost jeho nápadněji jeví; závaží padá k zemi přímo a t. d.

Vzorec 2.



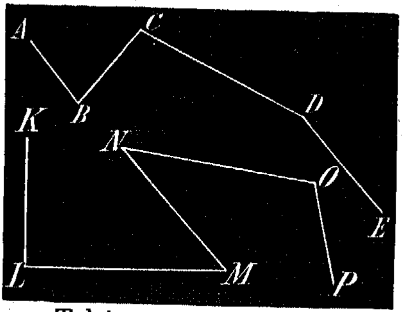
Rozeznáváme tedy čáru přímou a čáru křivou jakmile na ně pohledneme. Ve vzorci 2. jest na př. *AB* čára přímá; *BY*, *COZ* jsou pak čáry křivé.

Každá čára začíná a končí se bodem. Bod, jímž čára začíná, sluje začátkový (Anfangspunkt), bod pak, kde čára končí, sluje koncový (Endpunkt). Ve vzorci 2. jsou *A*, *B*, *C* body začátkové, *B*, *Y*, *Z* jsou pak body koncové.

6. Označování čar. Jako jednotlivé body označujeme a čteme také čáry písmeny, píšíce a vyslovujíce jedno písmeno na začátku, druhé pak na konci a to obyčejně v pořádku abecedním (viz vzorec 2.). Nezáleží-li však na koncových bodech, můžeme také čáru označiti toliko jedním písmenem, kteréž vedle ní, nejlépe u prostřed se klade.

7. Čáry lomené či klikaté. Kromě čar přímých a křivých rozeznáváme ještě čáry lomené či klikaté (gebrochene L.). Čára lomená vznikne, když pohyblivý bod směr svůj náhle změní a pak směrem jiným dále se pohybuje, kterýž pak opět měniti může. Ve vzorci 3. jsou *ABCDE*, potom *KLMNOP* čáry lomené. Každá jest složená z čar přímých, kteréž se jednak svým směrem, jednak svou rozsáhlostí od sebe liší, majíce jeden bod společný. Tyto body, v nichž se pohyblivý bod od svého předešlého směru náhle odchyluje, aby nastoupil směr jiný, zovou se obratníky anebo vrcholy (Wende- oder Scheitelpunkte). Takové vrcholy jsou ve vzorci 3. body *B*, *C*, *D*, *L*, *M*, *N*, *O*.

Vzorec 3.

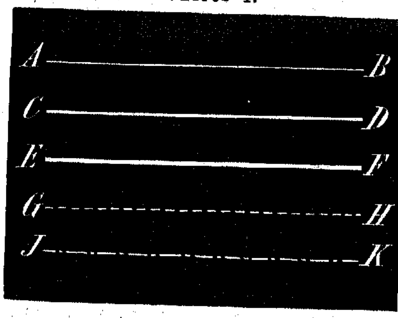


Také na křivých čárách nacházívají se obratníky neb vrcholy, jako je na př. ve vzorci 2. bod *O*.

A. O čáře přímé.

8. Co se týče tvaru, jsou všecky přímé čáry stejné. Jestliže tedy přímou čáru silněji nebo slaběji vytáhneme anebo toliko tečkujeme, jako ve vzorci 4., nemění se tím její tvar, ale čára stává se zřetelnější aneb se ponětí čáry matematické tím více přibližuje. Kromě tvaru nalezáme však na přímých čárách dvě vlastnosti, podle kterých od sebe se rozeznávají. Jsou pak vlastnosti tyto: 1. položení (die Lage) a 2. délka (die Länge).

Vzorec 4.



1. Položení přímých čar.

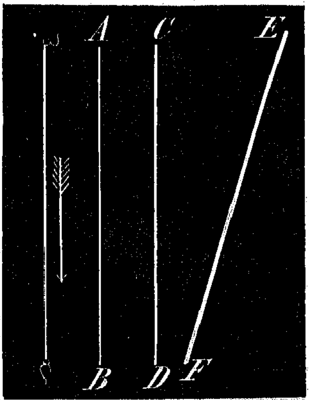
9. Má-li přímka položení tiše stojící vody, říkáme jí přímka vodorovná (wasserrechte oder horizontale L.). Ve vzorci 4. jsou *AB*, *CD*, *EF* přímky vodorovné.

V položení vodorovných přímek objevují se nám hrany stolu, tabule, lavic, římsů, hřebeny na střechách a t. d.

Při každé vodorovné přímce rozeznáváme stranu svrchní a stranu spodní.

Má-li přímka takový směr, jaký na sebe béře volně zavěšené závaží, říkáme jí přímka svislá (lothrechte, senkrechte oder vertikale L.). Ve vzorci 5. jsou *AB*, *CD* přímky svislé. Ve směru přímek svislých objevují se nám závaží u hodin, hrany u oken a u dveří, na pilířích a t. d. Při přímkách svislých rozeznáváme stranu levou a stranu pravou.

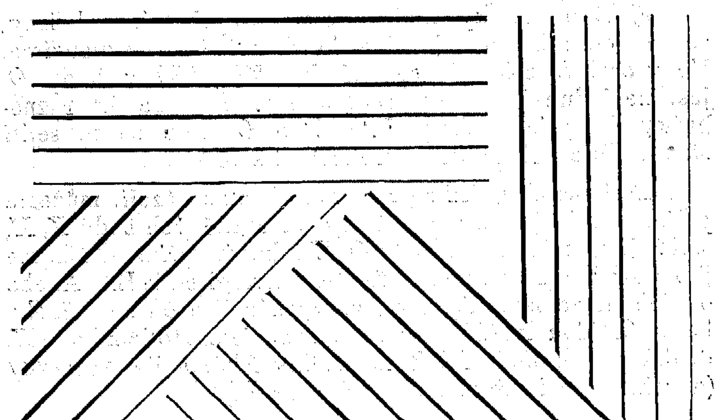
Vzorec 5.



Každá přímka, která není vodorovná ani svislá, jest šikmá či kosá (schief, schräg). Ve vzorci 5. jest přímka *EF* šikmá. V položení šikmých přímek objevují se nám krokve na střechách, ku zdi přistavené žebříky, zábradlí u schodu a t. d.

10. První cvičení v kreslení. Kreslete od ruky přímky vodorovné, svislé a šikmé, podle vzorce 6. Při vytahování perem (tušem) dejte jim rozličnou ale každé stejnou tloušťku. (K vůli rozmanitosti může se také rumělkou anebo pruskou modří vytahovati.)

Vzorec 6.

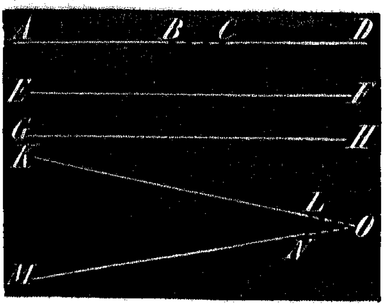


11. Vzájemné položení dvou přímek. Dvě přímky mohou k sobě býti všelijak položeny, rozeznáváme však tyto hlavní případy:

a) Buď se přímky sjednotí, jestliže jednu neb obě dostatečně prodloužíme. Ve vzorci 7. mají na př. přímky *AB*, *CD* takové k sobě položení, že tvoří jedinou přímku *AD*, jestliže *AB* na pravo anebo *DC* na levo prodloužíme.

b) Položení dvou přímek může býti takové, že se spolu nikdy nesejdou, byť bychom jednu i druhou jakkoli prodloužili. Takové přímky zůstávají od sebe ustavičně v stejné vzdálenosti. Říkáme jim přímky rovnoběžné aneb rovnoběžky (parallele L.) Ve vzorci 7. jsou přímky *EF* a *GH* rovnoběžné. Znaménko rovnoběžnosti jsou dvě rovnoběžné, vedle sebe postavené čárky (||). Píšeme tedy *EF* || *GH*.

Vzorec 7.



Netřeba snad ani připomínati, že rovnoběžné přímky musejí být buď obě vodorovné, buď obě svislé anebo obě šikmé.

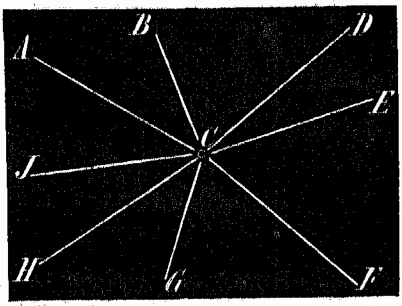
c) Dvě přímky mohou k sobě býti tak položeny, že se spolu sejdou, jestliže je dostatečně prodloužíme. Ve vzorci 7. scházejí se přímky *KL*, *MN* v bodu *O*, jestliže jednu i druhou prodloužíme. Říkáme jim různoběžky (ungleichlaufende L.). Bod *O*, kde se to sejití stává, sluje průsečník (Durchschnittspunkt).

Dvě přímky, jež se v jednom bodu scházejí, můžeme pojímati tak, jakoby vycházely od rozličných bodů *K*, *M*, směřujíce k jednomu bodu *O*. V takovém případu říkáme jim doběžky (zusammenlaufende, convergirende L.). Anebo o nich můžeme míti za to, že vycházejíce od společného bodu *O*, jdou každá jiným směrem, jedna totiž k bodu *K*, druhá pak k bodu *M*. Z té příčiny říkáme jim rozběžky (auseinander laufende, divergirende L.).

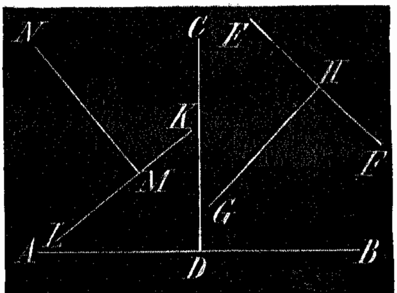
V písmě označujeme různoběžné přímky vůbec znaménkem $\wedge$; píšeme tedy $KL \wedge MN$. Může však k jednomu bodu i více přímek směřovati anebo od něho vycházeti, jako ve vzorci 8.

12. Přímky kolmé. Dvě různoběžné přímky mohou k sobě být tím způsobem položeny, jako přímka *CD* ku přímce *AB* ve vzorci 9. Tyto přímky protínají se v bodu *D*. Položení přímky *CD* ku přímce *AB* je s obou stran stejné, přímka *CD* neklоní se ani k jedné ani k druhé části přímky *AB*. Mimo to je přímka *AB* vodorovná, přímka *CD* pak svislá. V takovém případu říkáme, že stojí přímka *CD* na *AB* kolmo (senkrecht, lothrecht, perpendikulär).

Vzorec 8.



Vzorec 9.



Mohou však se dvě přímky scházeti a jedna k druhé s obou stran stejné položení míti, aniž by musela být jedna vodorovná a druhá svislá, jako se scházejí ve vzorci 9. přímky *EF* a *GH*, potom *KL* a *MN*. Takové přímky slují vůbec normalné (Normalen). Přímky normalné mohou tedy míti v prostoru položení jakékoli; jedna k druhé nalezá se však v takovém položení, jako přímky kolmé. Z té příčiny položení kolmé i normalné zhusta za jedno se považuje.

Že stojí dvě přímky na sobě kolmo anebo že jsou normalné, označuje se v písmě znaménkem $\perp$. Přihlížejíce ku vzorci 9. píšeme tedy: $CD \perp AB$, $GH \perp EF$, $MN \perp KL$.

Přímkou kolmou určuje se vzdálenost bodu od dané přímky.

2. Délka přímých čar.

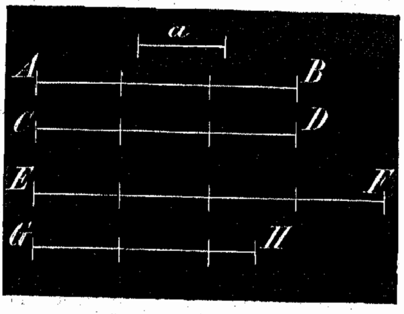
13. Přihlížejíce k rozsáhlosti přímé čáry pravíme někdy, že jest dlouhá, jindy zase, že jest krátká. V tom však není dostatečné určitosti a proto přímky měříme.

Přímku měřiti (messen) jest vyhledávati, kolikrát v ní obsažena jest jiná přímka délky určité, jižto zoveme mírou (das Mass).

Kterak se v skutku měří, známo jest z obecného života. Klademe totiž míru podél přímky a počítáme, kolikrát kladení musí se opakovati, než od začátku přímky dojdeme konce jejího. Nalezený počet zoveme číslem poměrným aneb zkrátka poměrem (Mass- oder Verhältnisszahl). Číslo poměrné udává tedy, kolikrát jest určitá míra v jisté přímce obsažena.

Zřídka bývá míra v měřené přímce několikrát beze zbytku obsažena, t. j. že konec míry posléz položené a konec přímky splývají v jediný bod; obyčejně zbývá část menší než jest míra. Takový zbytek měříme pak několikátou částí míry předešlé.

Vzorec 10.



Mají-li dvě přímky k téže míře poměr stejný, jsou sobě rovny; mají-li však poměr nestejný, jsou si nerovny, a sice jest delší ta, jejíž poměr věčší jest. Znaménko rovnosti jest $=$, znaménko nerovnosti pak $<$ anebo $>$. Znaménko nerovnosti jest vždy špičkou k menší, otvorem pak k delší přímce obráceno.

Považuje-li se na př. ve vzorci 10. přímka a za míru přímek AB, CD, EF, GH, bude $AB = 3a$, $CD = 3a$ a tudy $AB = CD$. Potom bude $EF = 4a$, $GH = 2\frac{1}{2}a$, tudy $EF > GH$ anebo $GH < EF$.

14. K obecným potřebám zákonem ustanovená míra jest sáh (Klafter). Ten se dělí na šest stejných dílů, jimž říkáme stopy (Schuh); stopa pak dělí se na dvanáct stejných dílů, palců (Zoll), tento opět na dvanáct stejných dílů, čárek (Linien), čárka také na dvanáct stejných dílů, bodů (Punkte).

Místo slova sáh píšeme při mírách znaménko (^{0}), místo stopa ($'$), místo palec ($''$), místo čárky ($'''$) a místo bodu ($''''$) anebo (^{IV}). Jest tedy:

$1^0 = 6'$
$1' = 12''$
$1'' = 12'''$
$1''' = 12''''$.

Toto rozdělení sáhu zove se dvanáctinné (Duodecimaleintheilung).

Zeměměřiči rozdělují obyčejný sáh k vůli rychlejšímu počítání na 10 stop, stopu opět na 10 palců a t. d. Takovému rozdělení měr říká se desetinné (Decimaleintheilung).

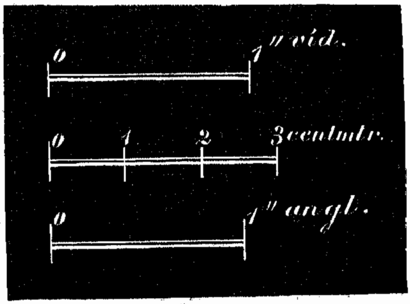
Ve Francii jest základní mírou mètre (čti metr, míra). Jest pak mètre desetmiliontý díl čtverníka (Quadrant) na zeměkouli a rovná se 3·163534 vídeňským stopám anebo sblíženě 38''.

Má pak
1 mètre 10 decimètrů
1 „ = 10 centimètrů
1 „ = millimètrů.

Potom činí
10 mètrů 1 decamètre
10 „ = 1 kilomètre
10 „ = 1 myriamètre.

V Anglii má 1 rod (prut) $5\frac{1}{2}$ yards (loktů), 1 yard má 3 foot (čti fut, stopy) a 1 foot má 12 inches (čti inčes, palců) po desíti line (čárkách). Vzorec 11. ukazuje vídeňský palec, francouzský centimetr a anglický inch (čti inč).

Vzorec 11.

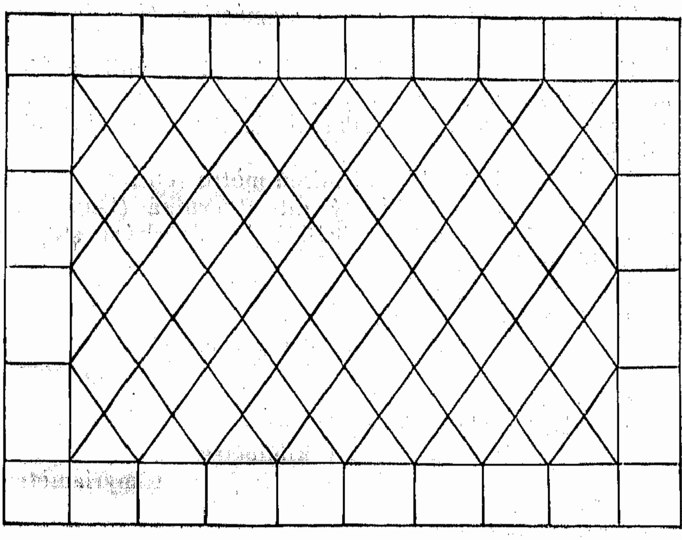


Dlouhé čáry, jako silnice, vzdálenosti míst a t. d. měří se na míle (Meilen). Jedna rak. míle má 4000 víd. sáhů.

Skutečné měření děje se buď palcovým měřítkem (Zollstab) anebo sáhovkou (Klafterstange) anebo řetízkem 10° dlouhým (Messkette).

15. Cvičení v kreslení. Kreslete přímky rovnoběžné v položení vodorovném, svislém a šikmém a dávejte jim určité míry podlé daného měřítka. Složení takových přímek v slušný obraz ukazuje vzorec 12.

Vzorec 12.



B. Kružnice.

16. Ve vzorci 13. budiž bod *A* pohyblivý, bod *C* pak pevný, nepohyblivý. Pohybuje-li se bod *A* okolo bodu *C* tím způsobem, aby se jejich vzdálenost neměnila, vytvoří křivou čáru, kteréž říkáme čára kruhová či kružnice (Kreislinie).

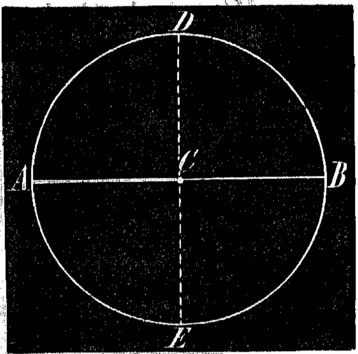
Jest tedy kružnice čára křivá, jejíž každý bod jest od jednoho pevného bodu stejně vzdálen. Ze všech křivých čar jest kružnice nejdůležitější.

Spojíme-li některé body kružnice s bodem *C* přímkami, jako je přímka *AC*, budou všecky stejně dlouhé.

Bod C naležá se tedy uprostřed kružnice a jmenuje se proto bodem středním (Mittelpunkt, Centrum).

Každá přímka, která spojuje některý bod kružnice s bodem středním, nazývá se poloměrem (Halbmesser, radius). Přímka AC jest tedy poloměrem.

Vzorec 13.



Ze spůsobu, jakým byla kružnice vytvořena, vysvítá, že jsou všecky poloměry v kružnici sobě rovny.

Prodlouží-li se poloměr, na př. AC, až k protilehlému bodu kružnice, zove se potom průměrem (Durchmesser, Diameter). Jest tedy AB průměrem.

Co se týče délky, jest každý průměr v téže kružnici rovný dvojnásobnému poloměru a proto jsou také všecky průměry sobě rovny.

Délku poloměru označujeme vůbec písmenem r, délku průměru pak d anebo $2r$. Jest tedy

$$r = \tfrac{1}{2}d$$

$$\text{anebo } d = 2r.$$

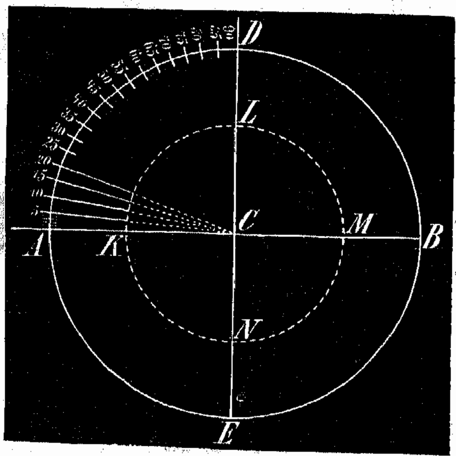
17. Dělení kružnice. Koncové body A, B průměru dělí kružnici na dvě stejné poloviny. Na důkaz toho pomysleme si svrchní část ADB okolo průměru AB tím spůsobem otočenou, aby se položila na spodní část AEB. Že se budou obě části dokonale krýti, vysvítá ze stejné vzdálenosti jejich od středního bodu C. Jest tedy jedna část ADB rovna druhé části AEB a každá z nich jmenuje se proto polokružnicí (Halbkreis).

Rovněž dělí průměr DE (vzorec 14.) celou kružnici na dvě poloviny. Stojí-li pak DE kolmo na AB, bude kružnice koncovými body A, D, B, E na čtyry stejné díly rozdělena. Podobným spůsobem rozdělí se dvěma na sobě kolmými průměry každá kružnice na čtyry stejné díly, nechť jest okolo bodu C jakýmkoli poloměrem vyrýsována. Takovým dílům říkáme čtverníky (Quadranten). Jsou tedy ve vzorci 14. AD, DB, BE, EA

čtverníky kružnice *ADBE*, potom jsou *KL*, *LM*, *MN*, *NK* čtverníky kružnice *KLMN*. Každý jiný díl kružnice zove se oblouk (Bogen, arcus).

Dělí pak se ještě každý čtverník v měřictví na devadesát stejných dílů, kteréž se stupněmi (Grade) zovou. Má tedy každá kružnice $4 \times 90 = 360$ stupňů a proto jest jeden stupeň třistašedesátý díl kružnice.

Vzorec 14.



Vyrýsujeme-li okolo téhož bodu *C* jinou kružnici, větším anebo menším poloměrem, bude nejen tato kružnice průměry *AB* a *DE* na čtyry čtverníky rozdělena, ale také každý čtverník rozdělí se na 90 stejných dílů, stupňů. Na kružnici *ADBE* na př. budou nejen zmíněné čtverníky, ale i jednotlivé stupně větší než na kružnici *KLMN*. Posuzujíce tedy délku jednoho stupně přihlížíme přede vším k tomu, že jest stupeň 360tý díl kružnice, a potom teprv k tomu, jakou délku má každý stupeň.

Rozděluje pak se ještě stupeň na šedesát stejných dílů, minut (Minuten), minuta na šedesát sekund (Sekunden) a sekunda na šedesát tercií (Tercien).

Stupně označujeme znaménkem ^{0}, minuty $'$, sekundy $''$ a tercie $'''$.

Má tedy kružnice 360^0

$$1^0 = 60'$$

$$1' = 60''$$

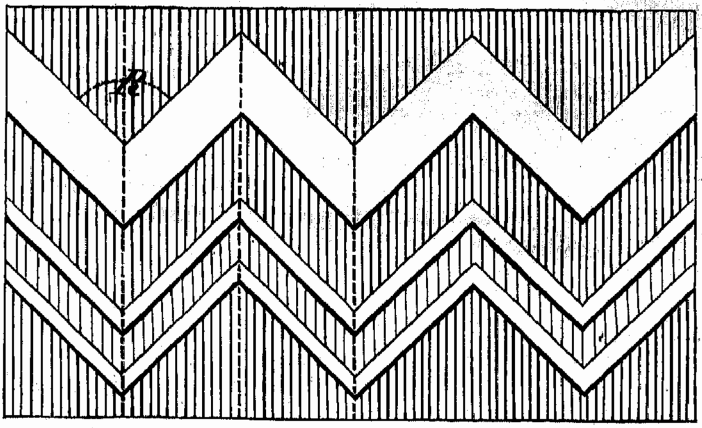
$$1'' = 60'''.$$

Na ciferníku hodinovém jest kružnice rozdělená na čtyry čtvrtě (Viertel), každá čtvrť na tři stejné díly, hodiny (Stunden), hodina pak na pět stejných dílů, minut. Celá kružnice má tedy 12 hodin.

Na povrchu země obmezuje se sám obzor kružnicí, kteráž se podlé čtyr hlavních stran na čtyry stejné díly rozděluje. Mezi těmito hlavními stranami jsou strany pobočné a mezi hlavními a pobočnými jsou strany mezilehlé. Rozeznáváme tedy na obzoru šestnáct stran a za tou příčinou rozděluje še také kružnice na šestnáct stejných dílů. Spojí-li se dělicí body s bodem středním, obdržíme tak zvaný větrojev čili růži větrnou (Windrose). Opatří-li se větrojev jehlicí magnetickou či střelkou, obdržíme kompas, jehož zvláště námořníci užívají, aby poznali, odkud vítr vane.

18. Cvičení v kreslení. Z přímek rovnoběžných a kolmých sestavují se rozličné pásy (Bänder), přímé i lomené, jednoduché i složitější, jak vzorec 15. ukazuje.

Vzorec 15.



Základní rozdělení a úplné provedení může býti velmi rozmanité. Šetření jistých daných rozměrů přispívá ku cvičení oka. Dva pásy stejného tvaru mohou se klásti na sebe a pod sebe, aby se rozmanitě proplétaly.

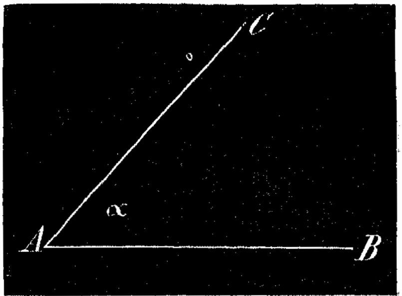
II.

Tvary přímočarné.

A. O úhlech.

19. Pozorujme dvě přímky AB, AC, které vycházejí od bodu A, anebo dvě přímky BA, CA, jež se v bodu A scházejí (vzorec 16.). Těma přímkama vzniká na rovině tvar, k průsečnému bodu A obmezený, naproti bodu A pak otevřený. Takový tvar sluje úhel (Winkel). Tvoří se tedy úhel dvěma přímkama, jež se v jednom bodu scházejí anebo od jednoho bodu po rozličných směrech vycházejí.

Vzorec 16.



Na úhlu jeví se nám tři podstatné částky:

1. přímky AB, AC, jimiž se úhel tvoří; těm říkáme ramena (Schenkel);

2. bod A, v němž se ramena scházejí; ten zove se vrcholem (Scheitel);

3. rozdíl ve směrech obou ramenou AB, AC. Porovnáme-li totiž směr přímky AB se směrem přímky AC, bude mezi nimi rozdíl patrný. Přímka AB směřuje od bodu A na stranu pravou vodorovně; přímka AC směřuje ovšem také v stranu pravou, ale vzhůru, tak že od přímky AB značně se odchyluje.

20. V písmě označujeme a čteme úhel spůsobem několikerým, a sice:

a) označí a vysloví se písmenem toliko vrchol úhlu a k tomu písmenu přidá se místo slova úhel znaménko $\sphericalangle$, na př. $\sphericalangle A$;

b) píše a vyslovuje se písmeno, obyčejně malé, jež mezi ramena úhlu blíže vrcholu se klade, na př. $\sphericalangle a$, $\sphericalangle \alpha$ a t. d.;

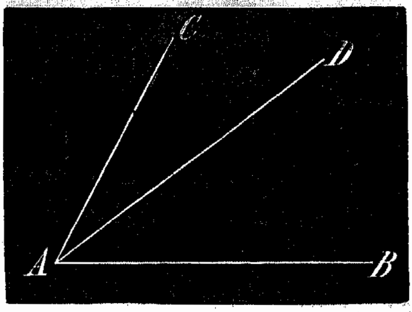
c) označují a čtou se ramena úhlu jako přímky vůbec, při čemž sluší pamatovati, že písmeno při vrcholu stojící u prostřed položeno a prosloveno býti má, na př. $\sphericalangle BAC$ anebo $\sphericalangle CAB$;

d) má-li více úhlů společný vrchol, jako ve vzorci 17. píšeme obě písmena, jimiž jest každé rameno označeno a opatříme je pak závorkou, na př. $\sphericalangle (AB, AD)$, $\sphericalangle (AD, AC)$.

Kterak se úhly vespolek porovnávají.

21. Položíme-li dva úhly DAB a CAB tím spůsobem na sebe, aby měly vrchol A a jedno rameno AB společné, tehdy se buď sjednotí i druhé rameno prvního úhlu s druhým ramenem druhého úhlu, tak že jeden úhel kryje druhý dokonale. Takové úhly slovou sobě rovnými (gleiche W.). Anebo se položí druhé rameno jednoho úhlu mezi ramena úhlu druhého, ty úhly budou sobě nerovny (ungleich), i bude menší ten, jehož rameno se nalezá mezi rameny úhlu druhého.

Vzorec 17.



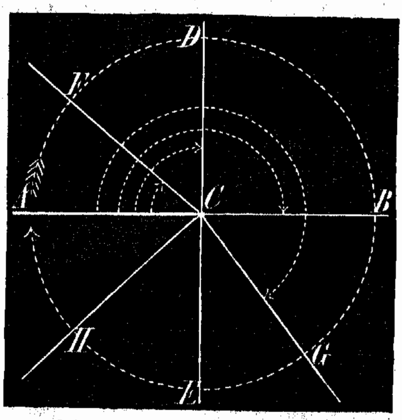
Ve vzorci 17. jest $\sphericalangle DAB < \sphericalangle CAB$, protože se nalezá rameno AD mezi rameny úhlu CAB.

Záleží tedy velikost úhlu na rozevření jeho ramen čili na rozdílu, jenž se jeví ve směru jejich; neboť prodloužíme-li ramena jakkoli, velikost úhlu se nezmění.

22. Ještě jasnějšího názoru o velikosti úhlu čili o rozdílu ve směrech dvou přímek nabudeme točením přímky okolo koncového bodu. Točí-li se na př. přímka AC (vzorec 18.) okolo bodu C, aby na se přijímala položení přímek CF, CD, CB, CG a t. d., bude se od svého původního položení pořád více odchylovati. Velikost každého odchýlení srovnává se s velikostí úhlů ACF, ACD, ACB, ACG a t. d.

Točí-li se přímka AC zmíněným spůsobem tak dlouho, až se položí na přímku CB, kteráž vznikla prodloužením přímky AC, srovnají se obě ramena v přímku jedinou, jen že bude míti každé, vycházejíc z bodu C, protivný směr co se týče ramena druhého.

Vzorec 18.



Úhel ACB, jehož ramena mají směry protivné, spadajíce v čáru přímou, sluje úhel přímý (gerader, gestreckter W.)

Pomyslíme-li si úhel přímý přímkou CD na dva stejné úhly rozdělený, jmenuje se každý z nich úhlem pravým (rechter W.). Jsou tedy ve vzorci 18. úhly ACD a DCB úhly pravé a každý rovná se polovině úhlu přímého.

Místo „úhel přímý“ píše se k vůli krátkosti řecké písmeno π. Z podobné příčiny označuje se úhel pravý písmenem R. Podle toho jest (viz vzorec 18.):

$$\sphericalangle ACD = \sphericalangle DCB = \frac{\pi}{2} = R.$$

Pravý úhel tvoří se přímkama, jež stojí na sobě kolmo anebo jsou normalné (viz str. 7 pod číslem 12.) a proto může se také říci: r a m e n a p r a v é h o ú h l u s t o j í n a s o b ě k o l m o.

Jaký úhel tvoří přímka vodorovná s přímkou svislou? Na čem nalezáme úhly pravé? —

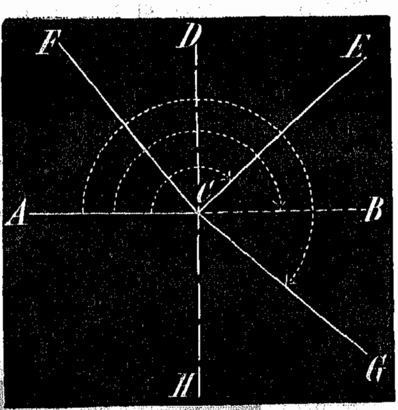
23. Cvičení v kreslení. Kreslí se pravé úhly z ruky a od oka. První rameno může být buď vodorovné anebo šikmé. Dělení pravého úhlu na dva, na tři a na čtyry stejné díly od oka. —

24. Úhlové přímý a pravý mají vždy stejnou velikost a proto se velikosti všech úhlů s jedním anebo s druhým porovnávají.

Každý úhel, který jest menší úhlu pravého, zove se úhel ostrý (spitziger W.). Ve vzorci 19. jest na příklad

$\sphericalangle ACF < \sphericalangle ACD$ a tudy ostrý. Úhel pak, jenž jest věčší úhlu pravého, sluje úhel tupý (stumpfer W.). Ve vzorci 19. jest na př. úhel ACE věčší úhlu pravého a tudy tupý.

Vzorec 19.



Úhlům ostrým a tupým říká se také úhly kosé (schiefe Winkel).

Vůbec nazývá se úhel, který jest menší úhlu přímého, úhlem dutým (hohler Winkel), úhel pak, jenž jest věčší úhlu přímého, slove vypuklý (erhabener W.).

Ve vzorci 19. jest na př. $\sphericalangle ACE < \sphericalangle ACB$ a tudy úhel dutý, naproti tomu jest $\sphericalangle ACG > \sphericalangle ACB$ a tudy vypuklý.

25. Abychom pak všeliké úhly měřiti a čísly vyjadřovati mohli, rozděluje se úhel pravý na 90 rovných úhlů. Každému takovému úhlu, který jest $\frac{1}{90}$ úhlu pravého, říkáme **stupeň** (Grad). Má tedy úhel pravý 90 stupňů.

Potom ještě rozdělujeme stupeň na 60 stejných dílů, minut (Minuten), jednu minutu na 60 sekund (Sekunden) a jednu sekundu na 60 tercií (Terzien).

Místo slova „stupeň" píšeme při číslech kolečko (^{0}), místo minut čárku ($'$), místo sekund dvě čárky ($''$), místo tercií tři čárky ($'''$). Znamenají se tedy stupně, minuty, sekundy a tercie úhlové týmž způsobem jako stupně, minuty, sekundy a tercie kruhové (viz na str. 12). Budeme tedy na př. psáti místo: 80 stupňů, 35 minut, 48 sekund, 15 tercií kratčeji: $80^0\ 35'\ 48''\ 15'''$.

Ve vzorci 18. a 19. jest tedy

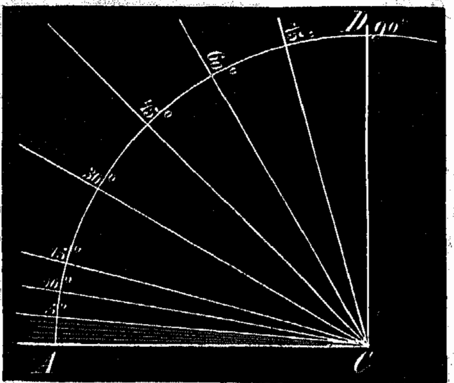
$$\sphericalangle ACD = R = 90^0$$
$$\sphericalangle ACB = 2R = \pi = 180^0.$$

26. Měření úhlů. Máme-li některý úhel měřiti, abychom se dověděli, kolik stupňů obsahuje, museli bychom v něm úhel jednostupňový vedle sebe tím způsobem klásti, aby byl ustavičně vrchol míry ve vrcholu úhlu měřeného a aby jedno rameno míry v každém novém položení pokrývalo jedno rameno položení předešlého. Tento z obecného měření vážený spůsob neposkytuje ale žádoucí přesnosti a dokonalosti. Však se nám vysvětlí příhodnější spůsob k měření úhlů touto úvahou:

Při tvoření kružnice ve vzorci 13. točili jsme přímkou *AC* okolo bodu *C* a sledovali jsme toliko stopu bodu *A*. Přihledněme pak také ku přímce *AC*, kterak se od svého původního položení touže měrou odchyluje, jako bodem *A* vytvořeného oblouku přibývá.

Točí-li se přímka *AC* (vzorec 20.), až se položí svému původnímu směru naproti, vytvořila všecky úhly, které se nalezají mezi úhlem 0^0 a úhlem přímým čili 180^0. Každý její bod, tudy i bod *A*, vytvoří při tom polokruh, jenž má také 180^0 (obloukových).

Vzorec 20.

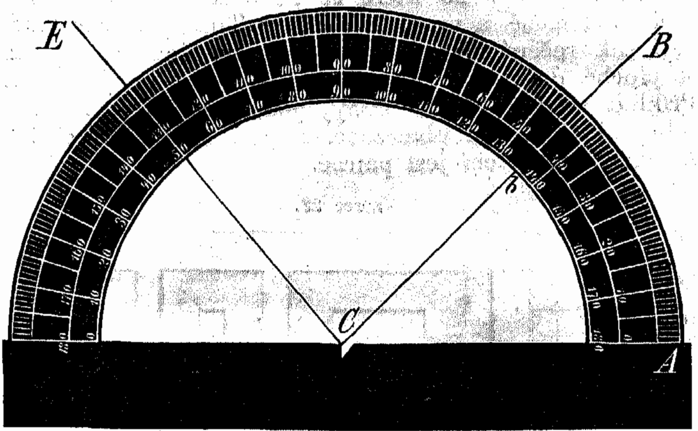


Zastaví-li se však již točená přímka, když tvoří se svým původním položením úhel pravý $= 90^0$, vytvořil bod *A* čtverník, jenž má také 90^0 (obloukových) a t. d. Z toho bude patrno, že tvoří točená přímka, kdykoli se zastavila, se svým původním položením úhel, jenž má právě tolik stupňů úhlových, kolik stupňů obloukových má jistým jejím bodem vytvořený oblouk kruhový. Z toho pochází, že jest oblouk mírou úhlu, ačkoli jsou obě tyto veličiny v podstatě docela rozdílné.

Jde-li pevné rameno začátkovým bodem A kružnice, půjde pohyblivé rameno tím bodem, kterýž odděluje na kružnici jistý počet stupňů.

27. Vyšetříme-li tedy, kolik stupňů má oblouk kruhový, vyrýsovaný mezi rameny z vrcholu toho úhlu, obdržíme zároveň počet stupňů toho úhlu. K tomu užíváme zvláštního nástroje, kterýž slove **úhloměr** čili **přenášeč** (Transporteur). Vzorec 21. nám takový úhloměr znázorňuje. Vidíme v něm v podstatě polokruh, na 180 stejných dílů či stupňů rozdělený, jehož střední bod C

Vzorec 21.



jest zářezem označen. Že by se však takový polokruh přeplnil, kdyby se každý stupeň příslušným číslem označil, nalezáme na úhloměru jen ta čísla, která se 10 anebo 5 beze zbytku děliti dají. Z téže příčiny nalezáme na úhloměru více soustředních kružnic, rozdělených na díly po desíti, po pěti a po jednom stupni.

Má-li se úhloměrem nějaký úhel změřiti, položí se jeho střed C na vrchol, a poloměr, od něhož se stupně počítati začínají, na jedno rameno toho úhlu. Druhé rameno ukáže pak na úhloměru počet stupňů, kterýž jen přečísti a snad i zaznamenati třeba. Ve vzorci 21. má na př. úhel ACB 45^0, úhel $ACE = 130^0$.

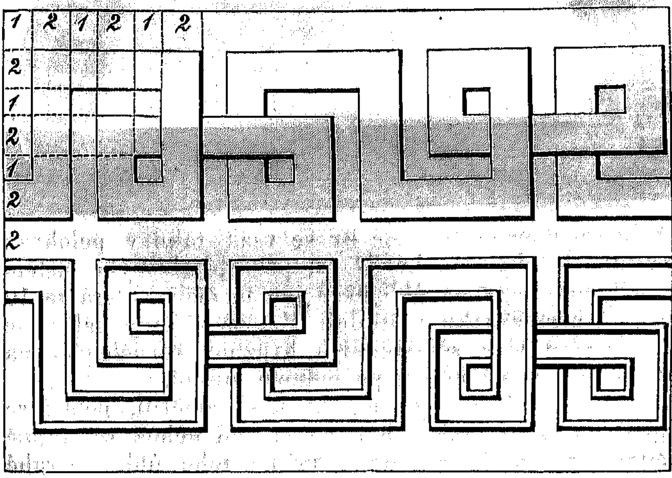
Úhloměru může se také užívati k rýsování úhlů jakékoli velikosti, když je dáno jedno rameno a vrchol.

Máme-li na př. vyrýsovati při daném vrcholu C úhel čtyřicítipětistupňový, jehož jedním ramenem býti má daná přímka AC, položíme střední bod úhloměru na daný vrchol C, aby poloměr AC kryl přímku danou, označíme pak bod b při čísle 45 a vyrýsujeme přímku CB, kteráž jde bodem b k vrcholu C. Podobným spůsobem mohli bychom i jiný úhel vyrýsovati.

Kterak se i bez úhloměru některé úhly přesněji rýsovati mohou, bude doleji vysvětleno.

28. Cvičení v kreslení. Rovnoběžnými přímkami obmezené pásky, o nichž byla již dříve zmínka učiněna, mohou z roviny, na které se nacházejí, vystupovati a všelijak lomené a propletené býti. Tím spůsobem vznikají tak řečené bludné cesty (Irrwege, Mäander), jimiž se ploché desky ozdobují anebo rozličné látky lemují. Příklad takové bludné cesty, jednoduchými i dvojnásobnými přímkami obmezené, nalezá se ve vzorci 22. Začáteční rozdělení jest patrné.

Vzorec 22.

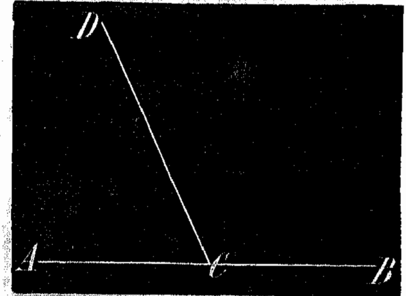


29. Úhly vedlejší. Prodlouží-li se rameno nějakého úhlu za vrchol, vznikne nový úhel, jenž má s původním vrchol a jedno rameno společné. Takovým úhlům říkáme pak úhly vedlejší (Nebenwinkel). Ve vzorci 23. jsou tedy úhly ACD a BCD vedlejší.

Dva vedlejší úhly leží vždy na jedné straně ramena prodlouženého a jejich součet rovná se tudy úhlu přímému. Ve vzorci 23. jest tedy

$$\sphericalangle ACD + \sphericalangle BCD = \pi = 2R = 180^0.$$

Vzorec 23.

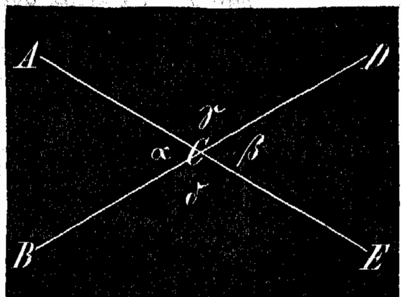


Každý z dvou úhlů vedlejších, jejichž součet jest rovný úhlu přímému čili dvěma úhlům pravým, zove se výplňkem (Ergänzung, Supplement) druhého. Jest tedy ve vzorci 23. úhel *ACD* výplňkem úhlu *DCB* a naopak, $\sphericalangle$ *DCB* jest výplňkem úhlu *ACD*.

Jsou-li dva vedlejší úhlové sobě rovni, jest každý úhlem pravým, neboť se pak rovná polovině úhlu přímého, a tento je vždy rovný dvěma úhlům pravým. Ramena dvou stejných vedlejších úhlů stojí tedy na sobě kolmo; jsou-li ale vedlejší úhlové nestejní, stojí jejich ramena na sobě šikmo.

30. Úhly vrcholové. Prodloužíme-li obě ramena úhlu *ACB* (vzorec 24.) za vrchol *C*, vznikne nový úhel *DCE*, jenž má s původním úhlem vrchol *C* společný. Tito dva úhlové jsou si tím způsobem protilehlí, že prodloužením ramen jednoho způsobují se ramena druhého. Takovým úhlům říká se vrcholové úhly (Scheitelwinkel).

Vzorec 24.



Považuje-li se úhel *ACD* za původní, vznikne prodloužením jeho ramen úhel *BCE*. Tyto dva jsou též spolu úhly vrcholové.

Dva vrcholoví úhlové jsou si vždy rovni. Že je na př. $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$, přesvědčíme se takto:

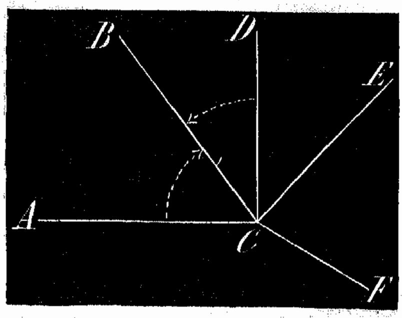
$\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \delta = 2R$, co úhlové vedlejší,
$\sphericalangle \delta + \sphericalangle \beta = 2R$ „ „ „ , tudy

$\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \delta = \sphericalangle \delta + \sphericalangle \beta$ anebo
$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$.

Podobným spůsobem přesvědčíme se o rovnosti úhlu γ a úhlu δ.

31. Úhly stýkavé. Dva úhly, mající týž vrchol a jedno rameno společné, jako ve vzorci 25. úhly ACB a BCE, slovou stýkavými či stečnými (anstossende W.).

Vzorec 25.



O společném vrcholu může býti i více párů úhlů stýkavých, jako jsou ve vzorci 25. při vrcholu C kromě úhlů ACB a BCE ještě úhly BCD a DCE, potom úhly DCE a ECF.

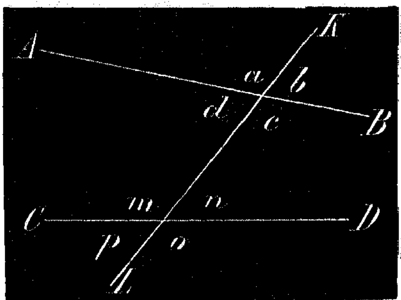
Rovná-li se součet dvou stýkavých úhlů úhlu pravému, sluje každý doplňkem (Complement) druhého. Tak jest na př. ve vzorci 25. $\sphericalangle ACB + BCD = R$ a tudy $\sphericalangle BCD$ doplňkem úhlu ACB jakož i naopak jest $\sphericalangle ACB$ doplňkem úhlu BCD.

32. Sklon a odchylka. Ve vzorci 25. stojí přímka CD kolmo na AC a tvoří s ní úhel pravý. Pomyslíme-li si přímku CD okolo bodu C ku přímce AC skloněnou, aby přišla na př. do položení přímky BC, vytvoří se úhel BCD, kterýmž se stanoví sklon (Neigung, Inclination) přímky BC ku přímce AC. Jestliže se však přímka AC od svého základního položení odchýlí, aby se položila na př. na přímku BC, vytvoří úhel ACB, kterýmž se stanoví odchylka (Abweichung, Elevation) přímky BC od přímky AC.

33. Dvě přímky protnuté přímkou třetí a vzniklé při tom úhly.

Když přímka KL[1] protíná dvě přímky AB, CD na rovině, vznikne kol bodů průsečných dvakrát čtvero úhlů, totiž úhly a, b, c, d a úhly m, n, o, p (viz vzorec 26.). Úhly tyto rozeznáváme a jmenujeme nejprvé podlé toho, jaké položení mají z ohledu přímek protnutých. Úhly c, d, m, n, jež se nalezají mezi přímkama protnutýma, slovou úhly vnitřní (innere W.); ostatní čtyry, totiž a, b, o, p jsou úhly zevnitřní (äussere W.).

Vzorec 26.



Potom přihlížíme ještě k tomu, jaké položení mají ty úhly ku přímce sekoucí. Z té příčiny beřeme z vnitřních a zevnitřních úhlů po jednom a skládajíce je na dvé, jež se nalezá na téže straně přímky sekoucí, říkáme jim úhly souhlasné aneb protilehlé (korrespondirende oder Gegenwinkel). Ve vzorci 26. jsou tedy:

$$\left.\begin{array}{ccc} a & \text{i} & m \\ b & \text{i} & n \\ c & \text{i} & o \\ d & \text{i} & p \end{array}\right\} \text{úhly protilehlé.}$$

Anebo berouce z vnitřních a zevnitřních úhlů po dvou, jež leží na téže straně přímky sekoucí, říkáme jim úhly stejnolehlé (gleichliegende W.). Ve vzorci 26. jsou tedy:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{ccc} a & \text{i} & p \\ b & \text{i} & o \end{array}\right\} \text{zevnitřní} \\ \left.\begin{array}{ccc} d & \text{i} & m \\ c & \text{i} & n \end{array}\right\} \text{vnitřní} \end{array}\right\} \text{úhly stejnolehlé.}$$

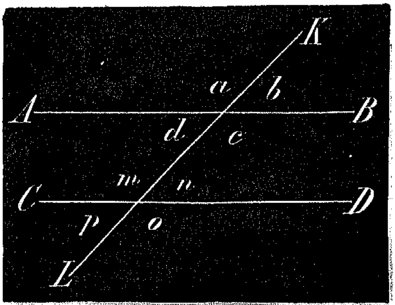
Posléze přihlížíme k vnitřním i zevnitřním úhlům zvlášť, berouce jeden s jedné a druhý s druhé strany přímky sekoucí; říkáme jim úhly střídavé (Wechselwinkel). Jsou tedy ve vzorci 26.:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{ccc} a & \text{i} & o \\ b & \text{i} & p \end{array}\right\} \text{zevnitřní} \\ \left.\begin{array}{ccc} c & \text{i} & m \\ d & \text{i} & n \end{array}\right\} \text{vnitřní} \end{array}\right\} \text{úhly střídavé.}$$

34. Protnou-li se dvě rovnoběžné přímky přímkou třetí (viz vzorec 27., v němž jest $AB \parallel CD$), mají místo tyto věty:

1. úhlové protilehlí jsou si rovni,
2. úhlové střídaví jsou si též rovni.

Vzorec 27.



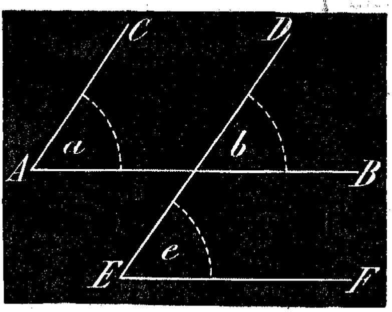
Rovnost těchto úhlů při protnutých rovnoběžkách bude patrná. Neboť přímky rovnoběžné mají týž směr a proto jsou od jiné přímky KL rovnou měrou odchýleny; tato odchylka jest ale úhel, pročež je-li $AB \parallel CD$, musí též býti $\sphericalangle a = m$, $\sphericalangle b = n$ a t. d. co úhly protilehlé, potom $\sphericalangle a = o$, $\sphericalangle b = p$ a t. d. co úhly střídavé.

Rovněž patrný bude těch vět opak, totiž: jsou-li při protnutých přímkách úhly protilehlé anebo úhly střídavé sobě rovny, jsou ty přímky rovnoběžné. Neboť jsou-li přímky AB, CD v tuž stranu od přímky KL rovnou měrou odchýleny (tvoří-li s přímkou KL rovné úhly), nemůže býti rozdílu mezi jejich směroma, přímky mají tedy směr tentýž, jsou rovnoběžné.

3. Součet dvou stejnolehlých úhlů rovná se dvoum úhlům pravým.

Neboť jest na příklad ve vzorci 27.:

Vzorec 28.



$$\sphericalangle a + d = 2R$$
$$\sphericalangle a = m$$
tudy $\sphericalangle m + d = 2R$.

Rovněž jest: $\sphericalangle c + n = 2R$ a t. d.

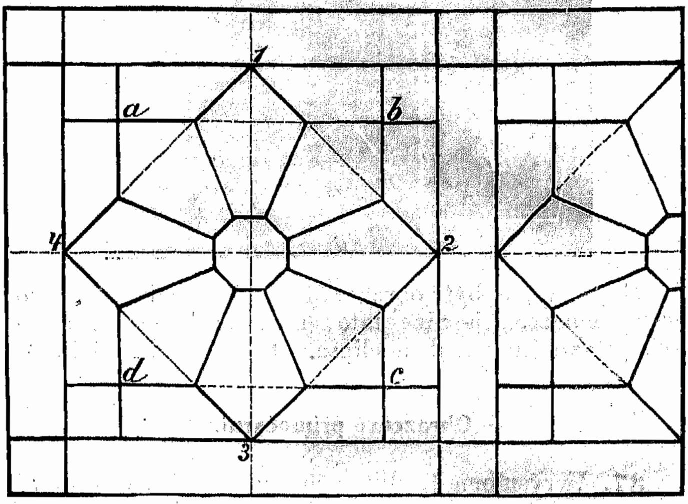
Kdykoli tedy mají dva úhlové v tomž směru ramena rovnoběžná, jsou si rovni. Ve vzorci 28. jest na př. $AC \parallel DE$, $AB \parallel EF$ a tudy

$$\sphericalangle a = \sphericalangle e.$$

Neboť jest $\sphericalangle a = \sphericalangle b$
jako $\sphericalangle b = \sphericalangle e$,
tudy $\sphericalangle a = \sphericalangle e$.

35. Cvičení v kreslení. Z vodorovných, svislých a šikmých přímek mohou se rozmanité obrazy sestavovati, dá-li se jim slušná vzdálenost a přiměřená délka. Ve vzorci 29. představuje se obraz mříží, složený z přímek vodorovných, svislých a šikmých.

Vzorec 29.



B. O obrazcích vůbec.

36. Položíme-li na tabuli, na papíře anebo vůbec na ploše několik čar tím způsobem, aby se jimi část té plochy dokonale obmezila, zove se pak ta část obrazcem (Figur).

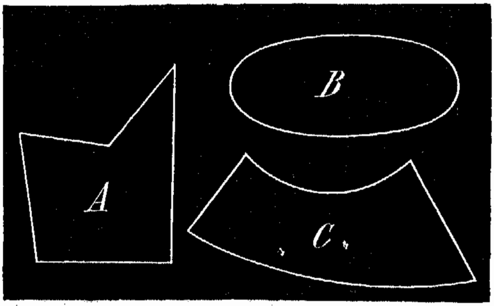
K a ž d á č a r a m i d o k o n a l e o b m e z e n á č á s t p l o c h y j e s t t e d y o b r a z c e m.

Budeme přihlížeti toliko k takovým obrazcům, jež se mohou na tabuli, na papíře anebo vůbec na r o v i n ě vykresliti a těm budeme říkati obrazce rovinné (ebene Figuren).

Čáry, jimiž se obrazec obmezuje čili tvoří, mohou býti buď toliko přímé (vzorec 30. *A*), aneb toliko křivé (vzorec 30. *B*), aneb dílem přímé dílem křivé (vzorec 30. *C*). Z té příčiny budeme míti:

a) obrazce přímočarné (geradlinige Figuren),
b) obrazce křivočarné (krummlinige Figuren),
c) obrazce smíšenočarné (gemischtlinige Figuren).

Vzorec 30.



Může však být obrazec také jen jedinou křivou čárou obmezen, jestliže tato, nemajíc konce, sama se zavírá, jako jsou kruh a elipsa. O těch však doleji.

Obrazcové přímočarní.

37. Vyrýsujeme-li dvě přímky, které se protínají, zůstane rovina po jedné straně neobmezená, otevřená, jakož jsme již při úhlu viděli. Dvěma přímkama nelze tedy obrazec utvořiti, ovšem ale třemi, čtyrmi, pěti a t. d. přímkami, jež jsou různoběžné.

Každá z přímek, jimiž se obrazec obmezuje, začíná a končí obyčejně tam, kde se s jinou protíná a sluje **strana** (Seite). Mají tedy strany obrazců obmezenou rozsáhlost. Úhrn všech stran sluje **obvod** čili **obměr** (Umfang).

V každém obrazci objevuje se právě tolik úhlů, kolik má stran, neboť ačkoli každá strana s dvěma jinýma se schází, jest nicméně společným ramenem dvou úhlů. Za tou příčinou sluje obrazec třemi čárami obmezený **trojúhelník**, obrazec čtyrmi čárami obmezený **čtyrúhelník**, obrazec pěti čárami obmezený **pětiúhelník** a t. d. Vrcholy těch úhlů zovou se také **rohy** (Ecken), odkudž německé názvy Dreieck, Viereck, Fünfeck a t. d.

Obrazcům, jež mají více než čtyry strany, říká se obyčejně mnohoúhelníky (Vielecke, Polygone).

Označuje pak se každý obrazec písmeny (obyčejně velkými), jež píšeme při vrcholech úhlů jeho.

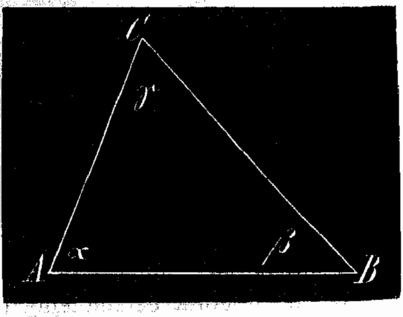
1. Trojúhelníky.

38. Trojúhelník jest obrazec třemi stranami zavřený. Ve vzorci 31. jest tedy ABC trojúhelník.

Místo slova trojúhelník děláme v písmě znaménko $\triangle$, na př. $\triangle ABC$.

V každém trojúhelníku objevuje se šest částek, tři strany a tři úhly. V trojúhelníku ABC jsou AB, AC a BC strany, úhly pak v něm jsou: $\sphericalangle CAB$, $\sphericalangle ABC$ a $\sphericalangle BCA$. Tyto úhly označujeme také jen jedním písmenem, obyčejně řeckým, kteréž píšeme mezi ramena blíže vrcholu, na příklad $\sphericalangle \alpha$, $\sphericalangle \beta$, $\sphericalangle \gamma$.

Vzorec 31.



Každá strana trojúhelníka má dva úhly přilehlé (anliegende W.), jimž jest společným ramenem, a jeden úhel protilehlý (gegenüberliegender W.). Strana AB na př. má úhly α, β přilehlé a úhel γ protilehlý.

Které přilehlé a který protilehlý úhel má strana BC, které strana AC? —

Krom toho jest každý úhel v trojúhelníku dvěma stranama zavřen a třetí strana mu leží naproti. Jestiť na př. úhel α stranami AB a AC zavřen (utvořen) a strana BC mu leží naproti.

Kterými stranami jest utvořen úhel β, kterými úhel γ? —

Která strana leží jednomu, která pak druhému naproti? —

39. Tvary trojúhelníků. Přihlížejíce k stranám trojúhelníka, nacházíme je buď vesměs stejně dlouhé, aneb jsou jen dvě stejně dlouhé, třetí pak nestejná (lichá), aneb má každá strana jinou délku.

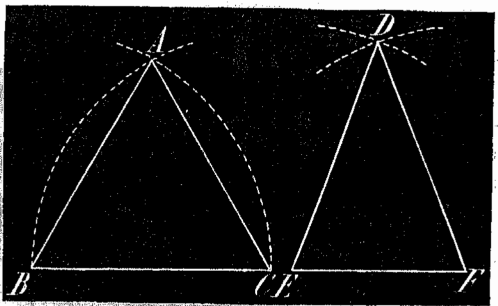
Tedy rozeznáváme:

a) trojúhelník rovnostranný či pravidelný (gleichseitiges D.), který má všecky strany stejně dlouhé, jako je $\triangle ABC$ ve vzorci 32., jenž má $AB = BC = AC$;

b) trojúhelník rovnoramený (gleichschenkliges D.), když má jen dvě strany stejné a třetí nestejnou, jako je ve vzorci 32. $\triangle DEF$, jenž má $DE = DF$;

c) trojúhelník nerovnostranný (ungleichseitiges D.), když má každá strana jinou délku, jako ve vzorci 31. $\triangle ABC$, v kterémž je strana $BC > AB > AC$.

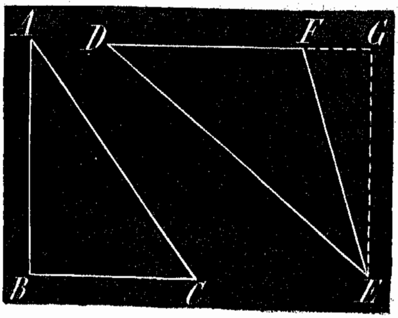
Vzorec 32.



Přihlížejíce k úhlům trojúhelníka rozeznáváme:

a) trojúhelník ostroúhelný (spitzwinkliges D.), když má všecky tři úhly ostré, jako trojúhelníky ABC a DEF ve vzorci 32.;

Vzorec 33.



b) trojúhelník pravoúhelný (rechtwinkliges D.), když je v něm jeden úhel pravý, jako je na př. ve vzorci 33. trojúhelník ABC pravoúhelný, protože je úhel ABC pravý;

c) trojúhelník tupoúhelný (stumpfwinkliges D.), jako je ve vzorci 33. trojúhelník DEF tupoúhelný, protože je úhel EFD tupý.

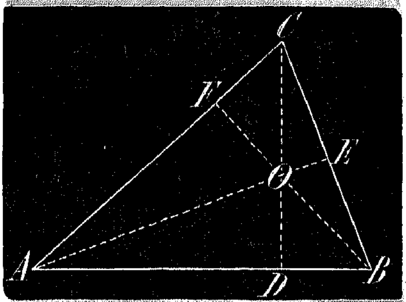
Trojúhelníkům ostro- a tupoúhelným říkáme kosoúhelné (schiefwinklige D.). Jsou tedy ve vzorci 32. trojúhelníky ABC a DEF kosoúhelné, ve vzorci 33. jest pak $\triangle DEF$ kosoúhelný.

40. V trojúhelníku pravoúhelném slovou strany, jimiž se pravý úhel tvoří, odvěsny (Katheten), třetí strana pak, pravému úhlu protilehlá, nazývá se podponou (Hypotenuse). Jsou tedy v trojúhelníku ABC (vzorec 33.) strany AB, BC odvěsny, AC pak je podpona.

Dáme-li trojúhelníku na jedné straně spočívati, říkáme jí základna aneb půdice (Grundlinie, Basis). Může tedy býti základnou která koli strana. Jest však obyčej míti za základnu buď stranu spodní, v rovnoramenném trojúhelníku pak stranu lichou čili nestejnou, v kterémžto případu slovou pak ostatní dvě stejné strany ramena (Schenkel).

Vrchol úhlu, půdici protilehlého, jest také vrcholem (Scheitel) trojúhelníka; přímka pak, vedená od vrcholu kolmo k základné, jest výškou (Höhe) trojúhelníka.

Vzorec 34.



Považujeme-li tedy v trojúhelníku ABC (vzorec 34.) stranu AB za půdici, bude C vrcholem a přímka CD ($\perp AB$) výškou jeho. Považuje-li se strana AC za půdici, bude B vrcholem a přímka BF ($\perp AC$) výškou. Považuje-li se strana BC za půdici, bude A vrcholem a AE ($\perp BC$) výškou. Tyto tři výšky CD, BF a AE protínají se v jednom bodu O uvnitř trojúhelníka.

Považuje-li se v trojúhelníku tupoúhelném za půdici strana, která jest ramenem tupého úhlu, musí se prodloužit, aby se jí výška náležitě obmezila (viz vzorec 33. $\triangle DEF$).

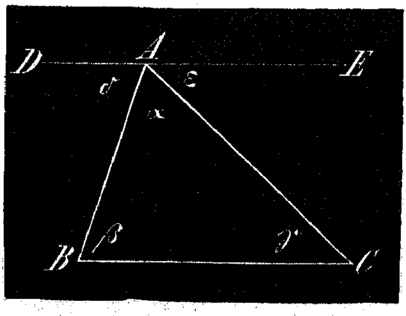
Je-li v trojúhelníku pravoúhelném jedna odvěsna základnou, jest potom druhá odvěsna jeho výškou, proto že odvěsny stojí na sobě kolmo.

41. Vnitřní úhly trojúhelníka. Vede-li se vrcholem některého úhlu trojúhelníka ABC (vzorec 35.) přímka DE rovnoběžně s protilehlou stranou BC, vzniknou po jedné straně přímky DE tři úhly o společném vrcholu. Jsou to úhly α, δ, ε. Tyto úhly rovnají se úhlu přímému čili dvěma pravým úhlům, t. j. $\sphericalangle \alpha + \delta + \varepsilon = 2R$.

Že je ale $\left.\begin{array}{l}\sphericalangle \delta = \sphericalangle \beta \\ \text{a } \sphericalangle \varepsilon = \sphericalangle \gamma\end{array}\right\}$ co úhly střídavé,

jest také $\sphericalangle \alpha + \beta + \gamma = 2R$, t. j. součet vnitřních úhlů trojúhelníka rovná se dvěma úhlům pravým.

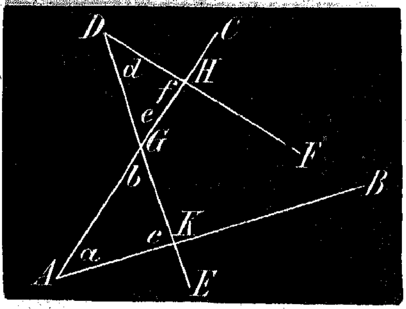
Vzorec 35.



Je-li tedy v trojúhelníku jeden úhel pravý anebo tupý, budou ostatní úhly ostré. Také bude se moci třetí úhel trojúhelníka vypočítat, jsou-li dva úhly dány, neboť bude toliko zapotřebí součet daných dvou úhlů od $2R$ čili od 180^0 odčítat.

Rovněž patrná bude i věta: jsou-li v trojúhelníku všecky tři úhly sobě rovny, má každý $\frac{180}{3} = 60^0$.

Vzorec 36.



Úlohy. 1. Jeden vnitřní úhel v trojúhelníku má 45, druhý pak 65 stupňů, kolik stupňů má třetí úhel? —

2. V pravoúhelném trojúhelníku má jeden ostrý úhel 30^0, kolik stupňů má druhý ostrý úhel? —

3. Dva úhly v trojúhelníku mají dohromady 120^0; mnoho-li má třetí úhel? —

Vedou-li se od některého bodu D k ramenoum daného úhlu BAC přímky kolmé, jako jsou DE i DF (vzorec 36.), vznikne úhel EDF, jehož ramena stojí kolmo na ramenou úhlu BAC.

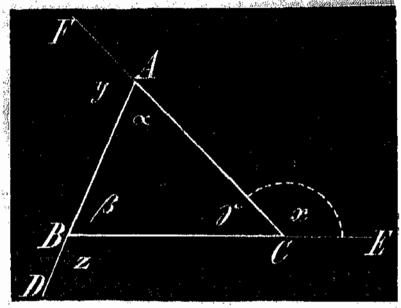
V trojúhelnících AGK, DGH jest:

$$\sphericalangle c = \sphericalangle f = R$$
$$\sphericalangle b = \sphericalangle e \text{ (proč? —), tudy bude také}$$
$$\sphericalangle a = \sphericalangle d,$$ t. j. **stojí-li ramena dvou úhlů na sobě kolmo, jsou ti úhlové sobě rovni.**

Sluší však upozorniti, že má tato věta jen tehdáž místo, když jsou úhly a i d oba ostré aneb oba tupé.

42. Zevnitřní úhly trojúhelníka. Prodlouží-li se některá strana trojúhelníka, na př. strana BC (vzorec 37.), vznikne úhel x, jehož druhým ramenem jest protnutá strana AC. Takový úhel slove **zevnitřní** (äusserer W.). Tomuto úhlu jest vnitřní úhel γ vedlejší, ostatní dva vnitřní úhly α i β jsou mu protilehlé (gegenüberliegend).

Vzorec 37.



Že je

$$\sphericalangle x + \gamma = 2R$$

jakož i úhly

$$\alpha + \beta + \gamma = 2R$$

bude také

$$\sphericalangle x + \gamma = \sphericalangle \alpha + \beta + \gamma$$

anebo

$$\sphericalangle x = \sphericalangle \alpha + \beta,$$

t. j. **zevnitřní úhel trojúhelníka rovná se součtu obou vnitřních úhlů protilehlých.**

Prodlouží-li se všecky tři strany trojúhelníka v souhlasném směru, jako strany trojúhelníka ABC (vzorec 37.), vzniknou tři úhly zevnitřní, totiž: $\sphericalangle x$, $\sphericalangle y$ a $\sphericalangle z$.

Že je
$$\sphericalangle x + \gamma = 2R$$
$$\sphericalangle y + \alpha = 2R$$
$$\sphericalangle z + \beta = 2R,$$ obdržíme sečítáním:

$$\sphericalangle x + y + z + \underbrace{\alpha + \beta + \gamma}_{2R} = 6R$$

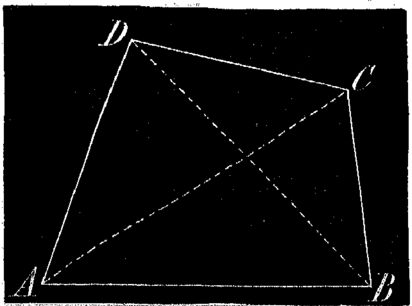
Odečteme-li s každé strany dva pravé úhly čili $2R$, tedy zbyde: $\sphericalangle x + y + z = 4R$, t. j. **součet zevnitřních úhlů trojúhelníka rovná se čtyrem pravým úhlům.**

43. Cvičení v kreslení. Kreslete trojúhelníky rovnostranné, rovnoramenné a pravoúhelné a dávejte jejich stranám určitou míru několika palců. Dělením stran a spojováním dělicích bodů vzniknou opět trojúhelníky.

2. Čtyrúhelníky.

44. Čtyrúhelník jest obrazec čtyrmi stranami obmezený. Ve vzorci 38. jest *ABCD* čtyrúhelník (Viereck).

Vzorec 38.

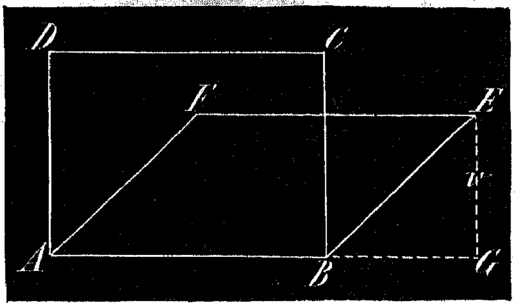


Čtyrúhelník má čtyry strany a čtyry úhly. Každá strana má dva přílehlé úhly a jednu stranu protilehlou. Tak má na př. strana *AB* úhly *A* i *B* přílehlé a stranu *CD* protilehlou. Každému úhlu v čtyrúhelníku leží jeden úhel naproti, jest mu protilehlý. Tak jest úhel *C* protilehlý úhlu *A* a naopak, úhel *A* jest protilehlý úhlu *C*. Rovněž jsou úhly *B* a *D* protilehlé.

Přímka, jež spojuje v čtyrúhelníku vrcholy dvou protilehlých úhlů, slove úhlopříčna (Diagonale). Tedy jsou přímky *AC* i *BD* úhlopříčny.

45. Tvary čtyrúhelníků. Tvar čtyrúhelníka záleží na vzájemném položení i na délce jeho stran. Přihlížejíce totiž ku vzájemnému položení stran čtyrúhelníka shledá-

Vzorec 39.



váme, že jsou buď oboje strany protilehlé rovnoběžné, anebo jsou toliko jedny protilehlé strany rovnoběžné, druhé dvě pak různoběžné, anebo jsou veškeré strany různoběžné. Z té příčiny rozeznáváme:

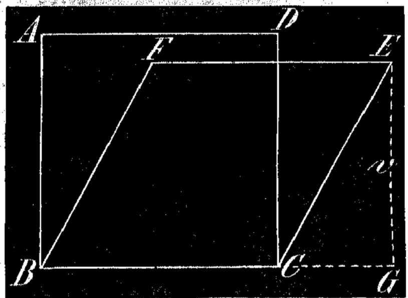
1. **rovnoběžníky** (Parallelogramme), které mají oboje protilehlé strany rovnoběžné, jako jsou ve vzorci 39. $ABCD$ i $ABEF$ rovnoběžníky, protože je $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, potom $AB \parallel EF$, $AF \parallel BE$;

2. **lichoběžníky** (Trapeze), které mají toliko jedny protilehlé strany rovnoběžné, druhé dvě pak různoběžné, jako je ve vzorci 41. $ABCD$ lichoběžník, protože je $AB \parallel CD$, $AD \wedge BC$;

3. **různoběžníky** (Trapezoide), které mají všecky čtyry strany různoběžné, jako je na př. ve vzorci 38. $ABCD$ různoběžník.

Přihlížejíce ku vzájemné velikosti úhlů i k délce stran rovnoběžníků, rozeznáváme:

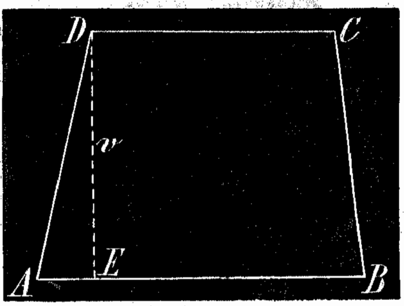
Vzorec 40.



a) čtverec (Quadrat), jenž má všecky čtyry úhly pravé a všecky strany stejně dlouhé, jako je ve vzorci 40. $ABCD$ čtverec;

b) kosočtverec (verschobenes Q., Rhombus, Raute), jenž má všecky strany stejně dlouhé ale úhly kosé, jako je ve vzorci 40. $BCEF$ kosočtverec;

Vzorec 41.



c) obdélník (Rechteck), jenž má všecky úhly pravé, ale jen protilehlé strany stejně dlouhé, jako je ve vzorci 39. $ABCD$ obdélník, protože má kromě pravých úhlů stranu $AB = CD$, $AD = BC$;

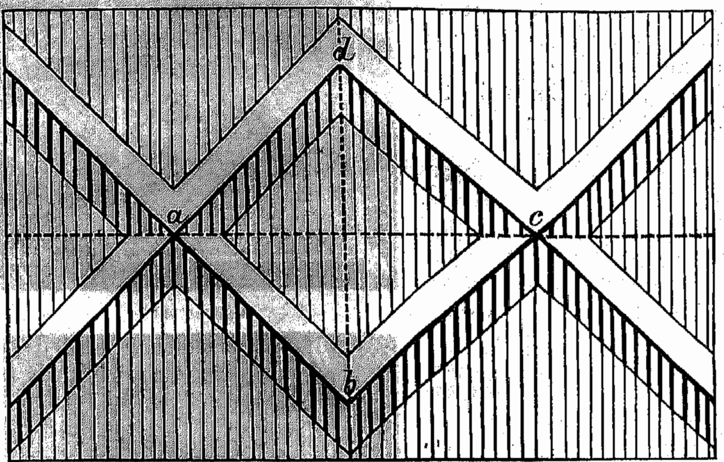
d) kosodélník (verschobenes Rechteck, Rhomboid), jenž má protilehlé strany stejně dlouhé ale úhly kosé, jako je ve vzorci 39. *ABEF* kosodélník.

Jako v trojúhelníku béře se také v čtyrúhelníku jedna strana za půdici; přímka, vedená od protilehlého (někdy nejvyššího) vrcholu k půdici kolmo, jest pak výškou čtyrúhelníka. V rovnoběžnících béře se za půdici obyčejně strana delší, v lichoběžníku pak jedna z rovnoběžných; výškou jest potom kolmá vzdálenost její od strany protilehlé.

Ustanovte a jmenujte půdice a výšky čtyrúhelníků ve vzorcích 39., 40. a 41.

46. Cvičení v kreslení. Když se žákové v kreslení jednoduchých čtverců, jejichž strany mají určitou délku, náležitě vycvičili, přistoupí se ku kreslení rozličných obrazů, jež mají za základ čtverec. Několik příhodných obrazů, na základě čtverce zhotovených, bude nyní následovati.

Vzorec 42.



47. Vnitřní úhly v čtyrúhelnících. Vedeme-li v nějakém čtyrúhelníku *ABCD* (vzorec 43.) úhlopříčnu *AC*, rozdělí se na dva trojúhelníky, totiž: $\triangle ABC$ a $\triangle ACD$.

Že je v každém trojúhelníku součet všech vnitřních úhlů rovný $2R$, bude také:

$$\sphericalangle \alpha + \beta + \gamma = 2R$$
$$\sphericalangle a + b + c = 2R;$$ sečtením pak obdržíme:
$$\sphericalangle \underbrace{\alpha + a} + \beta + b + \underbrace{\gamma + c} = 4R$$

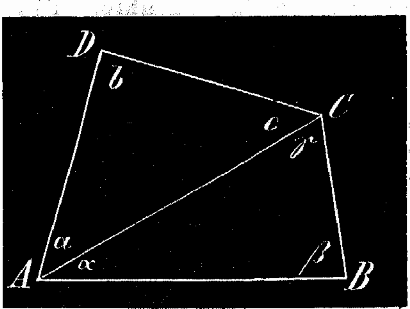
aneb $\sphericalangle A + B + D + C = 4R$, t. j. **součet vnitřních úhlů v čtyrúhelníku vůbec rovná se čtyrem pravým úhlům.**

Přihlížejíc pak k vnitřním úhlům rovnoběžníků zvlášť, odůvodníme snadno tyto věty:

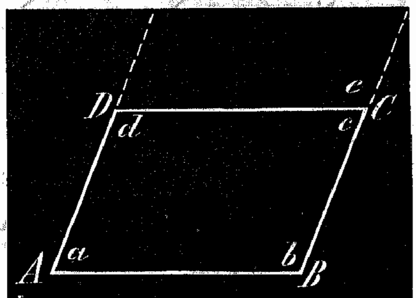
1. **Protilehlé úhly v rovnoběžnících jsou sobě rovny.** Neboť je-li ve vzorci 44. $ABCD$ rovnoběžník, v němž je strana $AB \parallel CD$ a strana $AD \parallel BC$, jest také úhel $BAD = BCD$, protože mají v souhlasném směru rovnoběžná ramena. Z podobné příčiny jest také
$$\sphericalangle ABC = ADC.$$
Jiný důvod rovnosti úhlů protilehlých v rovnoběžnících plyne z rovnosti úhlů při sečených rovnoběžkách. Že je na příklad ve vzorci 44.
$$AB \parallel CD,$$
jest tedy $\sphericalangle e = b$, co úhly protilehlé; potom je $\sphericalangle e + c = 2R$.

Z podobné příčiny je $\sphericalangle c + d = 2R$, tudy $\sphericalangle c + e = \sphericalangle c + d$.

Vzorec 43.



Vzorec 44.



Odečte-li se na obou stranách $\sphericalangle c$, vzejde dosazením úhlu b místo úhlu e: $\sphericalangle b = d$. Podobným spůsobem se ukáže, že jest $\sphericalangle d = c$.

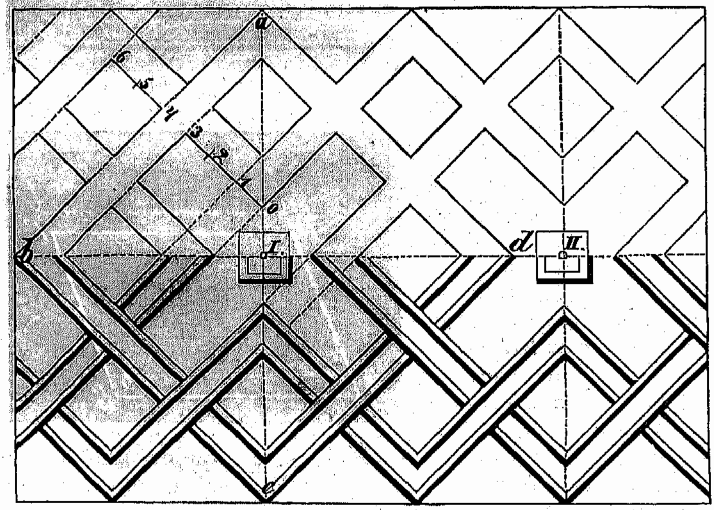
Je-li tedy jeden úhel v rovnoběžníku dán, mohou se všecky ostatní úhly vypočítat. Protilehlý úhel rovná se totiž úhlu danému a ostatní dva sobě protilehlé úhly rovnají se tomu, co zbývá po prvních dvou, když jejich součet od čtyr pravých odečteme. Tohoto zbytku připadá na třetí a na čtvrtý úhel po polovině.

2. Je-li v rovnoběžníku jeden úhel pravý, jsou také ostatní úhly pravé. Neboť úhel protilehlý jest mu rovný a tudy také pravý; na ostatní dva úhly zbývá tedy ještě polovina čtyr pravých čili dva pravé úhly. Že ale jsou i tito co protilehlí úhlové sobě rovni, jest každý úhlem pravým; tudy jsou všecky úhly pravé.

Úloha. V jistém rovnoběžníku má jeden úhel 60°, vypočítejte ostatní úhly. Takových úloh může se více provésti.

48. Cvičení v kreslení. Složení čtverců v slušný obraz ukazuje vzorec 45. Svrchní část naznačuje jednoduché, spodní část pak složitější provedení. Nebude však od místa, provedou-li se obě poloviny nejprvé jednoduchým a potom složitějším způsobem; obdržíme pak

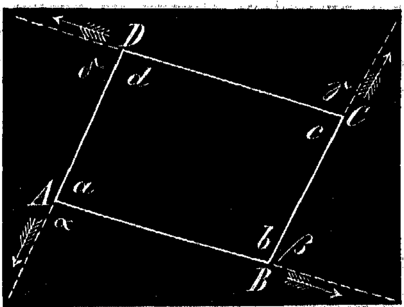
Vzorec 45.



dva obrazy. Základní zařízení a rozdělení snadno se pozná. Oba obrazy mohou se na pravou i na levou stranu volně prodloužiti, jestliže se spojení prvních dvou základních čtverců opakuje.

49. Zevnitřní úhly čtyrúhelníků. Prodloužíme-li všecky čtyry strany čtyrúhelníka $ABCD$ v souhlasném směru, jak to ve vzorci 46. učiněno, vzniknou čtyry úhly zevnitřní, totiž: $\sphericalangle\ \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta$. Každý zevnitřní úhel činí se svým vedlejším vnitřním dva úhly pravé, totiž:

Vzorec 46.

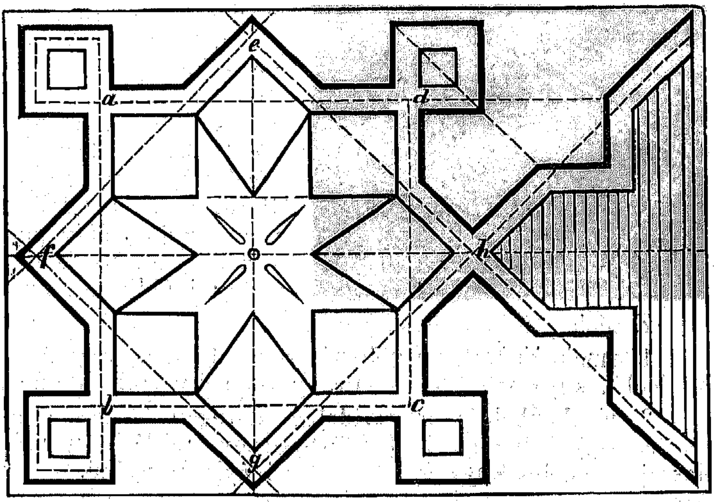


$$\left.\begin{aligned}\sphericalangle\ \alpha + a &= 2R\\ \sphericalangle\ \beta + b &= 2R\\ \sphericalangle\ \gamma + c &= 2R\\ \sphericalangle\ \delta + d &= 2R\end{aligned}\right\}$$; sečtením těchto úhlů obdržíme:

$\sphericalangle\ \alpha + \beta + \gamma + \delta + a + b + c + d = 8R$. Odečteme-li pak na obou stranách úhly vnitřní: $a + b + c + d = 4R$, tehdy zbydou úhly zevnitřní: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 4R$, t. j. **součet zevnitřních úhlů čtyrúhelníka rovná se čtyrem úhlům pravým.**

50. Cvičení v kreslení. Položíme-li dva čtverce stejné velikosti tím spůsobem na sebe, aby se jejich střední

Vzorec 47.



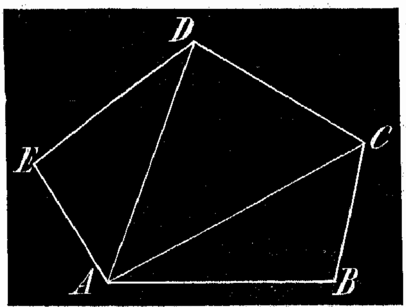
body sjednotily a aby byly úhlopříčny jednoho rovnoběžné se stranama druhého, jako se ukazuje ve vzorci 47., vznikne základní tvar *a b c d, e f g h* rozmanitých obrazů. Ku provedení obrazu ve vzorci 47. netřeba tu obšírného výkladu, toliko sluší připomenouti, že se musí na pravé straně druhou, obrácenou polovinou dokončit, aby se v úplném svém tvaru objevil.

3. Mnohoúhelníky.

51. Každému přímočarnému obrazci, jenž má více než čtyry strany, říkáme mnohoúhelník (Vieleck), jak bylo již v předu pověděno. Mnohoúhelník vůbec může tedy míti pět, šest i více stran, vždy ale má právě tolik vnitřních úhlů, kolik má stran. Ve vzorci 48. má na př. obrazec *ABCDE* pět stran, totiž: *AB, BC, CD, DE, EA* a těmito stranami jest utvořeno patero vnitřních úhlů, totiž: $\sphericalangle$ *ABC, BCD, CDE, DEA, EAB*; jest tedy *ABCDE* pětiúhelník.

Podstatné částky, ku kterým při mnohoúhelnících přihlížeti třeba, budou opět úhly a strany jako při troj- a čtyrúhelnících. Že však mohou míti úhly i strany mnohoúkelníků velikost všelijakou, budeme je moci od sebe rozeznávati netoliko dle počtu, ale také dle velikosti stran i úhlů. Mohou totiž míti v mnohoúhelníku všecky strany a všecky úhly stejnou velikost, aneb jsou toliko strany stejné, úhly pak nestejné, anebo jsou i strany i úhly nestejné.

Vzorec 48.



Z těch příčin rozeznáváme:

1. mnohoúhelník pravidelný (regelmässiges, reguläres Vieleck), když má všecky strany i všecky úhly stejné;

2. mnohoúhelník nepravidelný (unregelmässiges, irreguläres V.), když má buď toliko strany stejné, úhly pak nestejné, anebo když má i strany i úhly nestejné.

Mnohoúhelníky pravidelné souvisí s kružnicí tím spůsobem, že se může okolo anebo uvnitř každého kružnice vyrýsovati anebo naopak. Odkládajíce za touto příčinou nauku o pravidelných mnohoúhelnících na místo příhodnější, promluvíme nyní o mnohoúhelnících vůbec.

52. **Úhlopříčny v mnohoúhelnících.** Každá přímka, jež spojuje v mnohoúhelníku vrcholy dvou úhlů, které nemají jedno rameno společné, sluje úhlopříčna (Diagonale). Jsou tedy ve vzorci 48. přímky AC i AD úhlopříčny.

Počet úhlopřičen, jež se mohou v každém mnohoúhelníku vyrýsovati, dá se napřed ustanoviti. Od každého vrcholu může se vésti tolik úhlopřičen, kolik má mnohoúhelník vrcholů, méně tří: v pětiúhelníku tedy $5 - 3 = 2$, v šestiúhelníku $6 - 3 = 3$ a vůbec v *n*úhelníku $n - 3$. Že tedy od každého vrcholu $n - 3$ úhlopřičen vychází, obdrželi bychom v celku $n - 3$ úhlopříčny *n*krát; při tom byla by však každá úhlopříčna dvojnásobně počítána, jako na př. ve vzorci 48. od bodu A k bodu C a od bodu C k bodu A. Chceme-li tedy počet všech úhlopřičen v *n*úhelníku ustanoviti, musíme vzíti čísla $(n - 3)n$ polovinu. Vyznačí se tedy počet úhlopřičen obecným spůsobem takto: $(n - 3)\frac{n}{2}$.

Podle toho bude

všech úhlopřičen v trojúhelníku $(3 - 3)\frac{3}{2} = \frac{0.3}{2} = 0$

„ „ v čtyrúhelníku $(4 - 3)\frac{4}{2} = \frac{1.4}{2} = 2$

„ „ v pětiúhelníku $(5 - 3)\frac{5}{2} = \frac{2.5}{2} = 5$

„ „ v šestiúhelníku $(6 - 3)\frac{6}{2} = \frac{3.6}{2} = 9$

a t. d.

53. **Vnitřní úhly v mnohoúhelnících.** Vedeme-li od některého vrcholu v mnohoúhelníku všecky možné úhlopříčny, rozdělí se na trojúhelníky, jichž bude vždy o dva méně než má mnohoúhelník stran. Obdržíme tedy v *n*úhelníku $n - 2$ trojúhelníky. V každém trojúhelníku rovnají se vnitřní úhly dvoum pravým a tudy bude velikost všech vnitřních úhlů $= 2R(n - 2)$.

Podle toho budou

vnitřní úhly v čtyrúhelníku $2R(4 - 2) = 2R . 2 = 4R$,

„ „ v pětiúhelníku $2R(5 - 2) = 2R . 3 = 6R$,

„ „ v šestiúhelníku $2R(6 - 2) = 2R . 4 = 8R$

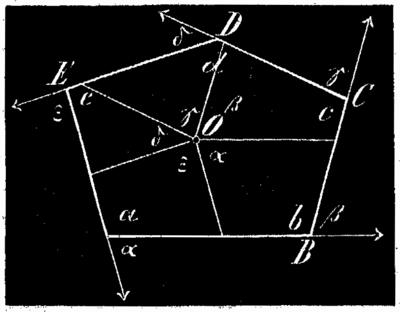
a t. d.

Z toho bude patrno, že se rovná součet vnitřních úhlů v mnohoúhelníku tolikrát dvoum pravým, kolik má stran, méně čtyr pravých.

Úloha. Vypočítejte velikost vnitřních úhlů v sedmi-, osmi-, devíti-, desítiúhelníku a t. d.

54. Zevnitřní úhly mnohoúhelníků. Prodloužíme-li všecky strany mnohoúhelníka v souhlasném směru, jako se stalo ve vzorci 49., vznikne tolik úhlů zevnitřních, kolik je vnitřních aneb kolik je stran.

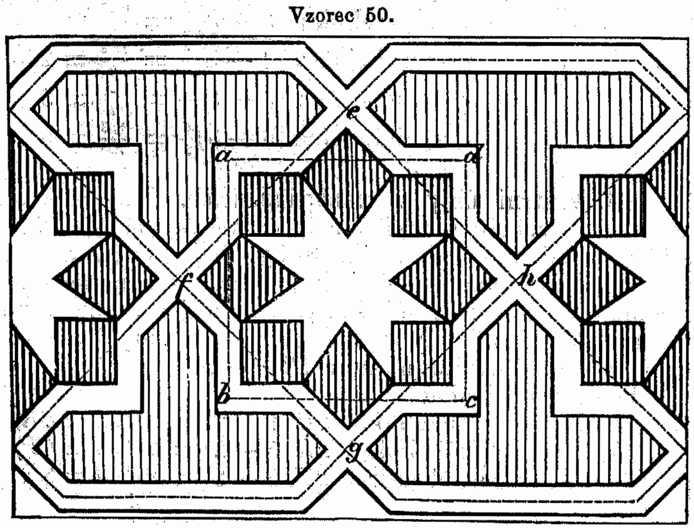
Vzorec 49.



Součet zevnitřních úhlů lze snadno vyšetřiti. Vedeme-li totiž některým bodem O přímky rovnoběžné se stranami mnohoúhelníka, vzniknou kolem bodu O úhly α, β, γ, δ, ε, které se po jednom rovnají zevnitřním úhlům α, β, γ, δ, ε (proč? —). Jest však součet úhlů kolem bodu O rovný čtyrem úhlům pravým a tudy jest také součet zevnitřních úhlů mnohoúhelníka rovný čtyrem pravým.

Čím se může tato věta ještě jinak odůvodnit? —

Vzorec 50.



55. Cvičení v kreslení. Vzorec 50. podává opět na základě dvou na sebe položených čtverců sestavený obraz, kterýž se může na pravo i na levo opakováním základních tvarů volně prodloužiti.

III.

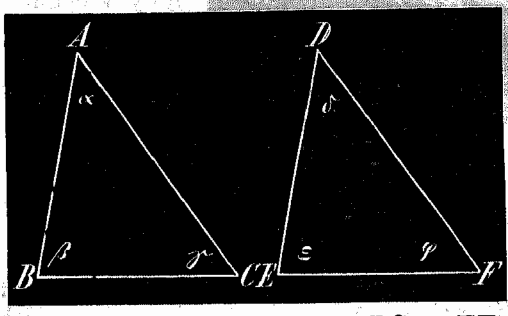
Shodnost obrazců vůbec, trojúhelníků zvlášť.

56. Mají-li obrazcové všecky strany a úhly po pořádku stejné, budou se krýti dokonale, jestliže je náležitě na sebe položíme. Říkáme jim pak shodné obrazce (kongruente Figuren), protože se shodují ve všech částkách. Mají tedy shodní obrazcové i stejný tvar i stejnou velikost a rozeznávají se toliko tím, že jest každý na jiném místě.

Znamení shodnosti jest $\cong$ nebo $\overline{\overline{\sim}}$.

Přihleďněme na př. k trojúhelníkům ABC i DEF ve vzorci 51.

Vzorec 51.



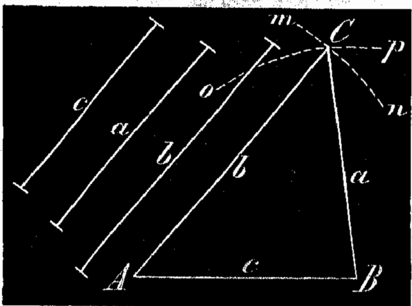
Je-li strana $AB = DE$, strana $BC = EF$ a strana $AC = DF$, potom $\sphericalangle \alpha = \delta$, $\sphericalangle \beta = \varepsilon$, $\sphericalangle \gamma = \varphi$, budou se ty trojúhelníky dokonale kryti, jestliže vrchol i ramena jednoho úhlu položíme na vrchol i na ramena úhlu jemu rovného. Bude tedy $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

Strany, které leží v shodných trojúhelnících naproti stejným úhlům, slovou stejnolehlé (homolog). Že pak každé dvě stejnolehlé strany na sebe připadnou a se kryjí, když se dva shodné trojúhelníky na sebe položí, tedy si pamatujme: *v shodných trojúhelnících leží naproti stejným úhlům stejné strany a naproti stejným stranám stejné úhly.*

Majíce rozhodnouti o shodnosti dvou trojúhelníků, není třeba, abychom napřed měli vědomost o rovnosti všech jejich úhlů a stran, nýbrž postačuje věděti o rovnosti těch částí, jimiž trojúhelník dokonale jest určen. Tehdy musíme vyšetřiti, kolika a kterými částkami trojúhelník určen bývá.

57. Kdybychom měli sestrojiti trojúhelník, jehož strany by měly mít dané délky a, b, c (vzorec 52.), položíme nejprvé přímku $AB = c$; potom přiložíme jeden konec přímky b k bodu A a vytvoříme druhým koncem oblouk mn; posléze přiložíme jeden konec přímky a k bodu B a vytvoříme druhým koncem oblouk op, kterýž protne oblouk předešlý v bodu C. Spojením bodu C s body A i B vznikne trojúhelník ABC, jehož úhly se utvořily beze všeho přičinění. Kdyby tehdy byly dány kromě stran i všecky úhly k sestrojení trojúhelníka, nemohlo by se i těmto zadost učiniti, leč by jim náhodou zadost učiněno bylo.

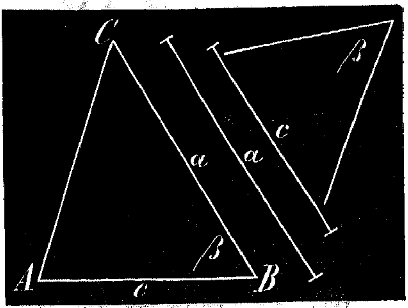
Vzorec 52.



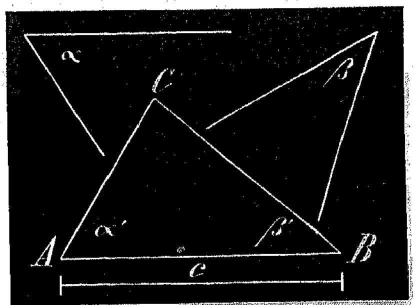
Třemi stranami jest tedy trojúhelník dokonale určen. Sestrojíme-li pak z těch daných stran více trojúhelníků, budou mít nejen strany ale i úhly stejné či shodné a proto pravíme: *trojúhelníky jsou shodné, když mají všecky tři strany střídavě sobě rovny.*

58. K sestrojení trojúhelníka byly by dány dvě strany a, c i jimi uzavřený úhel β (vzorec 53.). Utvoří-li se úhel $ABC = \beta$, potom rameno $BA = c$, rameno $BC = a$, bude jen ještě třeba spojiti bod A s bodem C a žádaný trojúhelník ABC bude hotov. Kdyby byly dány k se strojení toho trojúhelníka i ostatní tři částky, nemohlo by jim leč náhodou zadost učiněno býti, jako v případu předešlém. Dvouma stranama a jimi uzavřeným úhlem jest tedy trojúhelník dostatečně určen a proto jsou dva trojúhelníky shodné, když mají dvě strany a jimi uzavřený úhel střídavě sobě rovný.

Vzorec 53.



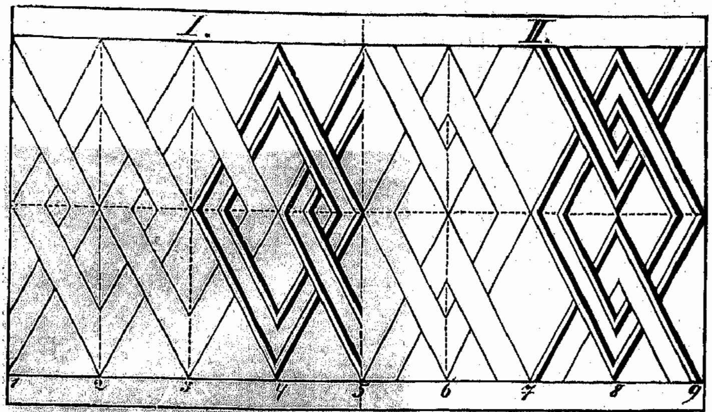
Vzorec 54.



59. K sestrojení trojúhelníka byla by dána jedna strana c a k ní přílehlé úhly α i β (vzorec 54.). Udělá-li se přímka $AB = a$, potom na její koncích úhel $\alpha' = \alpha$, $\sphericalangle \beta' = \beta$, bude třeba jen ještě ramena těch úhlů prodloužit, až se protnou v bodu C. Tím způsobem obdržíme trojúhelník ABC a sice na straně AB jediný, protože se dvě přímky nemohou protnouti než v bodu jediném. Jest tehdy jednou stranou a k ní přilehlýma úhloma trojúhelník dokonale určen. Sestrojí-li se z těch daných částek opět a opět trojúhelník, budou všecky jednostejné či shodné. Jsou tehdy trojúhelníky shodné, mají-li jednu stranu a k ní přílehlé úhly střídavě sobě rovny.

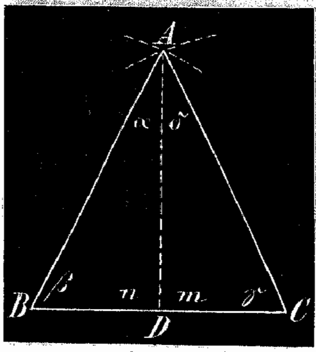
60. Cvičení v kreslení. Vzorec 55. ukazuje pod číslem I. a II. dvoje sestavení kosodélníků spůsobem jednoduchým i složitějším. Každé sestavení ať se kreslí zvlášť a může se vícekrát opakovati. Začáteční zařízení a rozdělení jest patrné.

Vzorec 55.



61. Ve vzorci 56. budiž strana $AB = AC$ a tudy trojúhelník ABC rovnoramený. Pomyslíme-li si půdici BC bodem D rozpůlenou, aby bylo $BD = CD$, a spojíme-li pak bod D s vrcholem A, bude $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, protože mají všecky tři strany po pořádku stejné. Že pak leží v shodných trojúhelnících naproti stejným stranám stejné úhly, bude $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACD$, t. j. v rovnoramenném trojúhelníku jsou úhly při půdici sobě rovny.

Vzorec 56.



Z této věty vychází, že jsou v trojúhelníku rovnostranném všecky tři úhly stejné a tudy každý $= \frac{2}{3}R = 60^0$.

O kterých částkách musíme věděti, že jsou stejné, když chceme rozhodnouti o shodnosti trojúhelníků rovnoramenných anebo rovnostranných? — Kdy jsou dva pravoúhelné trojúhelníky shodné? —

62. O trojúhelníku rovnoramenném (vzorec 56.) mohou se i tyto věty snadno odůvodniti:

1. Přímka AD, která spojuje rozpolovací bod půdice s vrcholem A, stojí na půdici kolmo

a rozpoluje úhel při vrcholu. Neboť je strana $AB = AC$, $BD = CD$ a $AD = AD$, tudy $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, pročež také $\sphericalangle n = m = R$, jakož $\sphericalangle \alpha = \delta = \frac{1}{2}A$.

2. Přímka AD, kterou vedeme od vrcholu kolmo k půdici, rozpoluje úhel A při vrcholu. Je-li totiž $AD \perp BC$, jest $\sphericalangle n = m = R$; mimo to jest $\sphericalangle \beta = \gamma$ a strana $AD = AD$, tudy $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, pročež $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \delta = \frac{1}{2}A$.

3. Rozpolíme-li v rovnoramenném trojúhelníku úhel při vrcholu, stojí rozpolovací přímka AD kolmo na půdici a rozpoluje ji. Neboť krom toho, že je $\sphericalangle \alpha = \delta$, jest též strana $AB = AC$, $AD = AD$, tudy $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, pročež $\sphericalangle n = m = R$ a strana $BD = CD = \frac{1}{2}BC$.

4. Postaví-li se v rozpolovacím bodu D přímka $DA \perp BC$, půjde tato kolmice vrcholem A a rozpolí úhel A při vrcholu. Důvod je snadný.

63. V trojúhelníku ABC (vzorec 57.) budiž strana $BC > AC$. Uděláme-li $CD = AC$ a spojíme-li bod D s bodem A, vznikne rovnoramenný trojúhelník ACD, v kterémž bude podlé předešlé věty $\sphericalangle CAD = CDA$. Že ale je

$\sphericalangle CAB > \sphericalangle CAD$

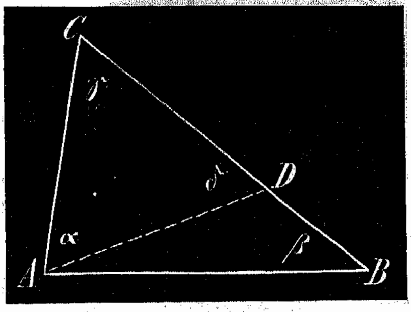
a $\sphericalangle ADC > \sphericalangle ABC$,

pročež tím více

$\sphericalangle CAB > \sphericalangle ABC$,

t. j. v trojúhelníku leží proti věčší straně též věčší úhel.

Vzorec 57.



Podobným spůsobem odůvodní se tato věta: v trojúhelníku leží proti věčšímu úhlu též věčší strana. Budiž na př. v $\triangle ABC$ (vzorec 57.) $\sphericalangle CAB > \sphericalangle ACB$ čili $\sphericalangle CAB > \sphericalangle \gamma$, tehdy může se úhel CAB přímkou AD rozděliti, aby byl $\sphericalangle \alpha = \gamma$; potom bude $AD = CD$ (viz 61.).

Jestliže pak ku stejnému stejné přidáme, vyjde opět stejné; jest tedy $AD + DB = CD + DB = CB$.

Že pak jest $AD + DB > AB$, pročež jest $CB > AB$.

Z této věty vychází:

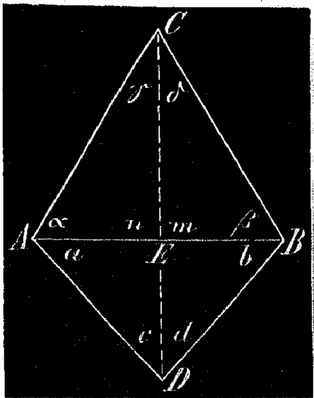
a) V trojúhelníku pravoúhelném jest podpona stranou nejdelší.

b) V trojúhelníku tupoúhelném leží nejdelší strana proti úhlu tupému.

c) Mezi přímkami, které z některého bodu na danou přímku vedeme, jest kolmice nejkratší; ostatní pak jsou tím delší, čím více od kolmice jsou odchýleny. Proto určuje se vzdálenost bodu od dané přímky kolmicí.

64. Ve vzorci 58. budiž $AC = BC$, $AD = BD$; trojúhelníky ABC, ABD jsou tedy rovnoramenné a mají společnou půdici AB. Spojíme-li vrchol C s vrcholem D, vzniknou trojúhelníky CDA, CDB, kteréž jsou za tou příčinou shodné, že mají všecky tři strany na vzájem rovné, totiž: $CD = CD, AC = BC, AD = BD$. Stejnolehlé úhly těchto trojúhelníků jsou tedy také sobě rovny, totiž: $\sphericalangle A = \sphericalangle B$, $\sphericalangle c = \sphericalangle d$, $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle \delta$. Ale také trojúhelníky ACE, BCE jsou shodné, protože je strana $AC = BC$, $CE = CE$ a $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle \delta$; tudy je také strana $AE = EB$, $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$, $\sphericalangle n = \sphericalangle m = R$.

Vzorec 58.



Rovněž jest $\triangle AED \cong \triangle BED$ a tudy $\sphericalangle c = \sphericalangle d$.

Mají-li tedy dva rovnoramenné trojúhelníky společnou půdici, způsobí přímka CD, která spojuje jejich vrcholy:

a) rozpůlení úhlů při vrcholech,

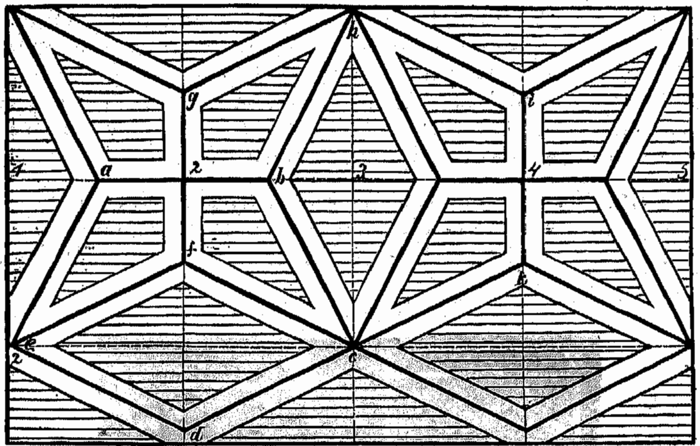
b) rozpůlení těch trojúhelníků,

c) rozpoluje též společnou půdici a

d) stojí na této půdici kolmo.

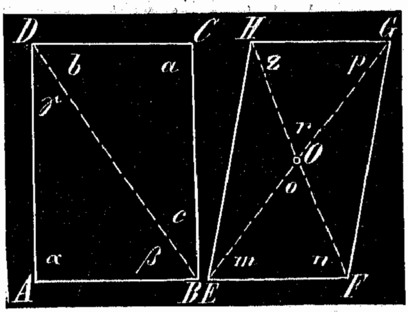
65. Cvičení v kreslení. Základní tvar obrazu ve vzorci 59. jest pětiúhelník *abcde*, kterýž se může vícekrát vedle sebe vykresliti. Při tom objeví se i jiné obrazce, jako je na př. šestiúhelník *ghikcf* a t. d.

Vzorec 59.



66. Ve vzorci 60. budiž $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, potom $EF \parallel GH$ a $EH \parallel FG$; jsou tehdy $ABCD$ i $EFGH$ rovnoběžníky. První má všecky úhly pravé, jest tedy obdélníkem, druhý pak jest kosodélníkem.

Vzorec 60.



Vedeme-li v obdélníku $ABCD$ úhlopříčnu BD, bude

$\triangle ABD \cong \triangle BCD$,

protože mají stranu BD společnou a k ní přílehlé úhly $\beta = b$, $\gamma = c$, co úhly střídavé. Rozděluje tedy úhlopříčna obdélník na shodné trojúhelníky čili na dvě stejné poloviny.

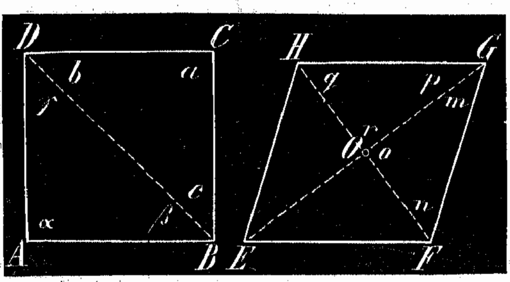
Že však leží v shodných trojúhelnících proti stejným úhlům stejné strany, jest $AB = CD$, jako $AD = BC$, t. j. rovnoběžné přímky mezi rovnoběžkama jsou si rovny.

Tyto dvě věty mají také platnost v rovnoběžnících vůbec, neboť úhlopříčna EG rozděluje rovnoběžník $EFGH$ na dva shodné trojúhelníky EFG i EGH a t. d.

Vedeme-li pak v rovnoběžníku $EFGH$ také druhou úhlopříčnu FH, rozdělí se na čtyry trojúhelníky, z nichž budou ty dva spolu shodné, které přiléhají k rovnoběžným stranám. Jestiť na př. $\triangle EFO \cong GHO$, protože je $EF = GH$ a přílehlý úhel $m = p$, $\sphericalangle n = q$. Tudy jest také strana $EO = GO$, $FO = HO$, t. j. v rovnoběžníku se úhlopříčny vzájemně rozpolují.

67. Všecky tři prvé vyložené věty platí také o čtvercích i kosočtvercích (viz vzorec 61.). Přihledneme-li pak v kosočtverci $EFGH$ k trojúhelníkům FGO i GHO, jsou

Vzoec 61.



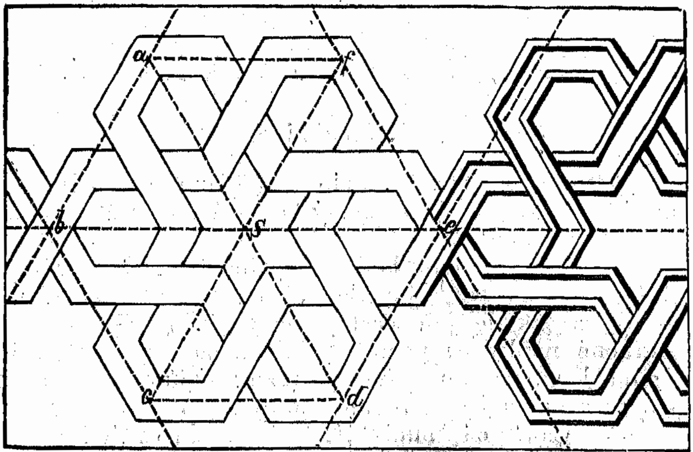
i tyto shodné, protože je strana $GO = GO$, $FO = HO$ a $FG = GH$, tudy jest také $\sphericalangle o = r = R$, t. j. v kosočtverci stojí úhlopříčny na sobě kolmo.

Podobným spůsobem se ukáže, že i ve čtverci pravoúhelném stojí úhlopříčny na sobě kolmo.

Připomenutí. Čtyrúhelníky a mnohoúhelníky vůbec jsou shodné, když mají stejný počet stran a když se mohou úhlopříčnami rozděliti na trojúhelníky, které jsou střídavě spolu shodny.

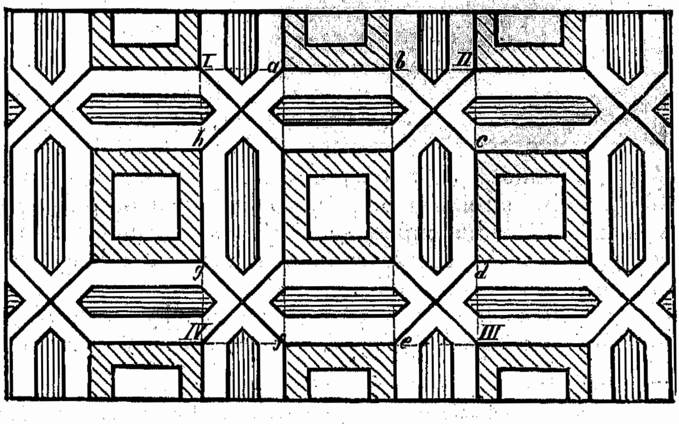
68. Cvičení v kreslení. Základní tvar ve vzorci 62. jest pravidelný šestiúhelník $a\,b\,c\,d\,e\,f$. Nejprvé vykreslí se kolem bodu s šest stejných úhlů po šedesáti stupních, ramena těch úhlů udělají se stejně dlouhá a koncové body spojí se přímkami ab, bc, cd . . .; těmi vznikne zmíněný šestiúhelník. Ostatní čáry jsou pak dílem se stranami, dílem s úhlopříčnami toho šestiúhelníka rovnoběžné.

Vzorec 62.



69. Cvičení v kreslení. Ve vzorci 63. jest základním tvarem osmiúhelník *a b c d e f g h*, kterýž se může utvořiti ze čtverce I II III IV. Rozpolovacími body šikmých stran základního osmiúhelníku jdou šikmé strany ostatních osmiúhelníků, jejichž vodorovné a svislé strany tvoří čtverce.

Vzorec 63.



IV.

Čáry křivé a obrazcové křivočarní.

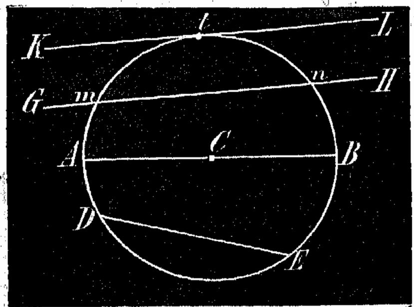
I. Kružnice.

70. Již na str. 10. bylo vysvětleno, že se kružnicí nazývá ta křivka, jejíž každý bod má od jistého bodu *C* stejnou vzdálenost.

Kromě středního bodu *C*, poloměru *AC* a průměru *AB* bylo tam též vysvětleno, kterak se kružnice rozděluje a jak se její částky nazývají.*) Uvedše sobě zmíněné nauky na paměť, přihledneme nyní ještě, jak se má kružnice ku přímým čárám, úhlům a obrazcům, jež se s ní na jedné rovině nalezají.

Ve vzorci 64. budiž *ADEBt* kružnice, její střední bod *C*, poloměr $AC = CB$, průměr $AB = AC + CB$.

Vzorec 64.



Část roviny, kružnicí obmezená, slove plocha kruhová či kruh (Kreisfläche). Jest tedy kruh obrazec křivočarný, jehož obvodem (Umfang, Periferie) jest kružnice. Střední bod kružnice jest také středním bodem kruhu.

Každá přímka v kruhu, která spojuje dva body kružnice, sluje tětiva (Sehne). Jest tedy na př. přímka *DE* tětivou. Jde-li tětiva středním bodem, nazývá se pak průměrem. V každém kruhu může se vyrýsovati průměrů i tětiv množství volné, protože se mohou každé dva body kružnice přímou čárou spojiti.

Prodlouží-li se některá tětiva z plochy kruhové přes kružnici, říkáme jí pak sečna (Sekante). Ve vzorci 64.

---

*) Nebude od místa, opakuje-li se nyní ještě zevrubně, co na str. 10. a 11. pod číslem 16. a 17. o kružnici bylo pověděno.

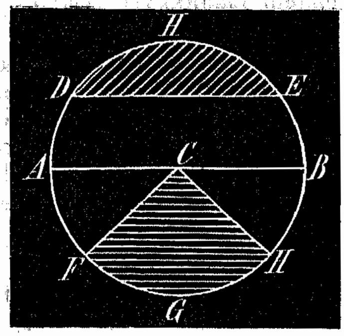
jest na př. přímka GH sečnou. Ta protíná kružnici ve dvou bodech m, n.

Pomyslíme-li si, že se sečna GH od středního bodu vzdaluje, zůstávajíc se svým původním položením rovnoběžná, budou se body m, n sobě blížiti, až se posléze v bodu t sjednotí. Řečená přímka má potom s kružnicí jediný bod t společný, v kterémž se jí dotýká a sluje tečna (Berührungslinie, Tangente). Jest tedy ve vzorci 64. přímka KL tečnou. Bod t, v kterém se přímka kružnice dotýká, sluje bod tečný (Berührungspunkt).

Ze sečny povstane tečna také tím spůsobem, když se sečna točí okolo jednoho průsečného bodu, na př. okolo bodu n. Při tom točení bude se druhý průsečný bod m bodu n pořád přibližovati, až se s ním posléze sjednotí a ze sečny stane pak tečna.

71. Částky kruhu. Jako dělí koncové body každého průměru kružnici na dvě stejné poloviny, polokružnice, dělí se také kruh každým průměrem na dvě stejné poloviny, polokruhy (Halbkreisflächen). Ve vzorci 65. vznikají na př. průměrem AB dva stejné polokruhy AGB i AHB.

Vzorec 65.



Každá část kruhu, obmezená tětivou a k ní příslušným obloukem, sluje kruhová úseč (Kreisabschnitt, Segment). Ve vzorci 65. tvoří tětiva DE s obloukem DHE kruhovou úseč.

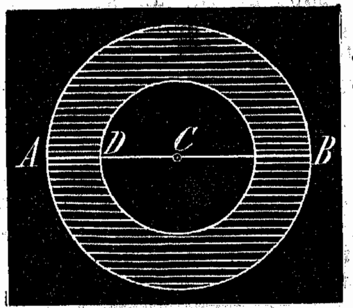
Je-li ale část kruhu obmezená dvouma poloměry a obloukem, zove se kruhová výseč (Kreisausschnitt, Sector). Ve vzorci 65. jest $FCHG$ kruhová výseč, obmezená poloměry CF i CH a obloukem FGH.

72. Kruhy soustředné. Mají-li dva anebo více kruhů společný střední bod, ale nestejné poloměry, říkáme jim soustředné kruhy (concentrische K.). Ve vzorci 66. mají dva kruhy společný střed C, poloměry jsou však nestejné, a sice jest $AC > CD$; jsou tedy ty kruhy soustředné.

4*

Obrazec, obmezený dvěma soustřednýma kružnicema, sluje kruhový věnec aneb mezikruží (Kreisring). Ve vzorci 66. jest čárkovaný obrazec mezikruží. Kruhy, které mají různé středy, slovou výstřednými (excentrisch) a přímka od jednoho středu jejich ku druhému vedená jmenuje se obojstředná (Centrilinie).

Vzorec 66.



73. Délka kruhového obvodu. Pohlížejíce na dva kruhy, které nemají stejný poloměr, přicházíme k poznání, že má věčší obvod ten kruh, jehož poloměr věčší jest. Z té příčiny bylo záhy k tomu přihlíženo, aby se poměr poloměru k obvodu kruhu náležitě vyšetřil. Shledáno však i nejdůkladnějšími počty, že není nikdy poloměr v obvodu několikrát beze zbytku obsažen. Přestáváme tedy na poměru sblíženém, kterýž záleží v tom, že jest obvod kruhu 3·14159 .....krát delší průměru. Toto číslo, jímž se musí průměr násobit, aby se délka obvodu vypočítala, zove se číslem ludolfským (Ludolfische Zahl). V počtech obecných nahražuje se obyčejně písmenem π.

Označíme-li tedy délku kružnice vůbec písmenem K, průměr pak $d = 2r$, budeme počítati obvod kruhu čili délku kružnice podle vzorce:

$$K = d\pi = 2r\pi.$$

Sluší však ještě podotknouti, že místo bezkonečného zlomku 3·14159..... béřeme sblíženě $\pi = 3·14$ anebo $\pi = 3\frac{1}{7}$.

Příklady. 1. Je-li poloměr kruhu $= 1'$; jak dlouhý jest jeho obvod? Podle předešlého vzorce bude:

$$\text{Obvod} = 2 . 1 . 3·14 = 6·28'.$$

2. Je-li poloměr $r = 5\frac{3}{4}'$; jak dlouhá jest kružnice?

$$K = 2 . 5\tfrac{3}{4} . 3·14 = 36·11'.$$

Úlohy. 1. Je-li poloměr $r = 9\frac{1}{2}'$; jak dlouhá jest kružnice? —

2. Poloměr mlýnského kola má 9′ 4″; jak dlouhý jest jeho obvod? —

3. Přední kolo u vozu jest $3\frac{1}{2}'$, zadní kolo $5\frac{1}{2}'$ vysoké; kolikrát se musí každé otočit na dráze 2 míli? —

4. Poloměr hřídele má být $9''$; jaký obvod musí mít kmen, z něhož se má ten hřídel zhotovit? —

5. Průměr rovníka na zeměkouli má 1719 zeměp. mil; jak dlouhý jest rovník? —

74. Délka kruhového oblouku. Jako celý obvod, může se také vypočítati délka každé jeho části čili délka oblouku, když jest dán počet stupňů a poloměr. Každý kruh dělí se na 360 stupňů; že však je celý obvod $= 2r\pi$, připadá na každý stupeň 360tý díl celého obvodu. Jest tedy délka jednoho obloukového stupně $=$

$$\frac{2r\pi}{360} = \frac{r\pi}{180}.$$

Příklady. 1. Je-li poloměr $r = 6''$, bude délka jednoho stupně $= \frac{6 \,.\, 3{\cdot}14}{180} = 0{\cdot}1046''$.

2. Je-li poloměr $r = 2^0\ 4'$, bude délka stupně obloukového $= \frac{16' \,.\, 3{\cdot}14}{180} = 3{\cdot}35''$.

Má-li ale kruhový oblouk více stupňů, znásobíme délku jednoho stupně počtem stupňů. Označí-li se počet stupňů vůbec písmenem n, budeme počítati délku kruhového oblouku podle vzorce:

$$\text{oblouk} = \frac{r\pi}{180} \,.\, n$$

Příklady. 1. Má-li kruhový oblouk 60^0 a jeho poloměr $5'$, tehdy bude délka toho oblouku $=$

$$\frac{5 \,.\, 3{\cdot}14}{180} \,.\, 60 = 5{\cdot}23'.$$

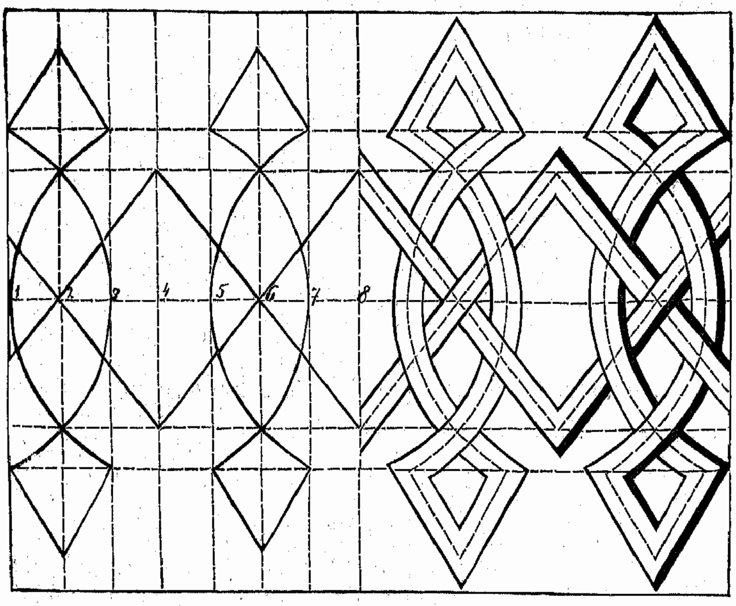
2 Má-li kruhový oblouk 130^0, jeho poloměr pak $8\frac{1}{2}'$, tehdy jest délka toho oblouku $=$

$$\frac{8{\cdot}5 \,.\, 3{\cdot}14}{180} \,.\, 130 = 19{\cdot}276'.$$

75. Cvičení v kreslení. 1. Kreslete od ruky kruhy jednotlivé i soustředné, jejichž průměry jsou $1''$, $1\frac{1}{2}''$, $2''$, $2\frac{1}{2}''$, $3''$ a t. d.

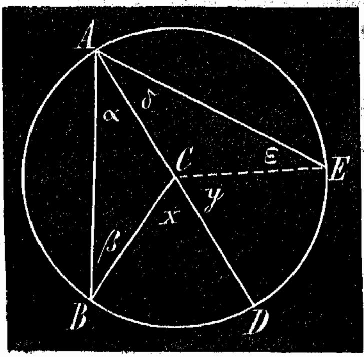
2. Z kruhových oblouků sestavený obraz podává se ve vzorci 67., v kterémž jest na levé straně základní rozdělení, k pravé straně pak další provedení naznačeno.

Vzorec 67.



76. Úhly v kruhu. Úhly v kruhu mohou míti rozličné položení. Buď nalezá se vrchol úhlu v středním bodu kruhu a jeho ramena jsou poloměry, jako ve vzorci 68. úhel BCD. Takový úhel sluje středový (Mittelpunkts- oder Centriwinkel). Anebo nalezá se vrchol úhlu v obvodu kruhu a jeho ramena jsou tětivy, jako ve vzorci 68. úhel BAE. Takový úhel slove obvodový (Umfangs- oder Periferiewinkel). Anebo nalezá se vrchol úhlu mimo střední bod a mimo obvod a jeho ramena jsou buď tětivy buď sečny.

Vzorec 68.



Co se týče úhlu středového, jako je úhel BCD, o tom bylo již vysvětleno, že jest jeho mírou oblouk BD, vyrýsovaný z vrcholu C mezi jeho ramenama. Avšak jinak se to má s obvodovými úhly, jako jsou $\sphericalangle BAD$, $\sphericalangle DAE$ i $\sphericalangle BAE$.

Přihledněme nejprvé k úhlu BAD, kterýž stojí na oblouku BD, jako středový úhel BCD. I jeví se $\sphericalangle x$ co zevnitřní úhel trojúhelníka ABC a co takový jest $\sphericalangle x = \alpha + \beta$.

Že však jest $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$ (proč? —),
tudy jest $\sphericalangle x = 2\alpha$,
anebo $\sphericalangle \alpha = \frac{x}{2}$.

Rovněž bude také $\sphericalangle \delta = \frac{y}{2}$, neboť jest $\sphericalangle y$ zevnitřní úhel trojúhelníku ACE a t. d.

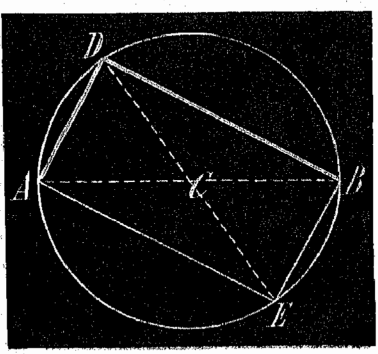
Že je $\sphericalangle \alpha = \frac{x}{2}$ a $\sphericalangle \delta = \frac{y}{2}$,

jest také $\sphericalangle \alpha + \delta = \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$

anebo $\sphericalangle BAE = \frac{BCE}{2}$. Každý úhel obvodový rovná se tedy polovině úhlu středového, s kterým stojí na jednom oblouku.

Je-li středový úhel přímý, jako je ve vzorci 69. úhel $ACB = 2R$, bude každý úhel obvodový, jehož ramena jdou koncovými body průměru AB, rovný $\frac{2R}{2} = R$, t. j. obvodový úhel, stojící na polokruhu, rovná se úhlu pravému.

Vzorec 69.



Jest tedy ve vzorci 69. úhel $ADB = R$.

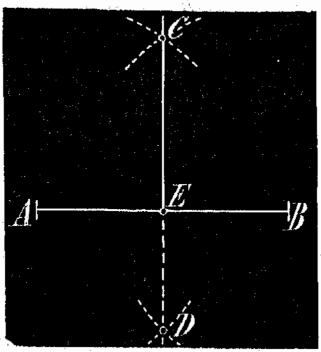
Z té příčiny jest také
$\sphericalangle AEB = R$,
$\sphericalangle DAE = R$
i $\sphericalangle DBE = R$
anebo $\sphericalangle ADB = DAE = AEB = DBE = R$, t. j.

čtyrúhelník $ADBE$, jehož vrcholy se nalezají v obvodu kruhu a úhlopříčny jsou průměry, jest obdélník pravoúhelný.

77. Některé základní úlohy, provedené pomocí kruhových oblouků.

Aby se následující úlohy s náležitou přesností provedly, rýsují se k tomu potřebné oblouky pomocí kružidla, přímky pak pomocí pravídka.

Vzorec 70.



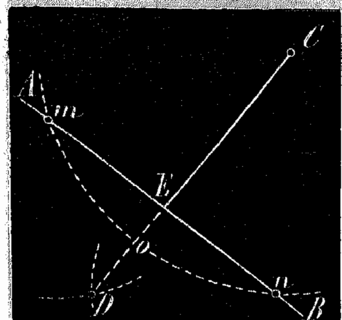
1. Kterak se daná přímka rozpůluje.

Daná přímka budiž AB (vzorec 70.). Vyrýsujeme-li z koncových bodů A, B volným, ale stejným poloměrem oblouky, které se po obou stranách přímky AB v bodech C i D protínají, rozpolí přímka CD přímku AB v bodu E.

2. Kterak se u prostřed dané přímky postaví přímka kolmá.

Učiníme-li podobně jako prvé, bude přímkou CE zadost učiněno, i jest $AE = EB$, $CE \perp AB$. Neboť spojíme-li bod C s body A i B, vzniknou dva trojúhelníky, jejichž shodnost bude na snadě a z té vychází pak, že je $AE = EB$ a $\sphericalangle AEC = BEC = R$.

Vzorec 71.



3. Kterak od daného bodu k dané přímce lze vésti přímku normalnou.

Ve vzorci 71. budiž C daný bod, AB přímka daná. Kolem daného bodu C vyrýsuje se volným poloměrem oblouk mon, aby protnul přímku AB v bodech m, n. Vyrýsují-li se potom z bodů m, n volným, ale stejným poloměrem oblouky, které se protnou v bodu D, bude přímkou CD zadost učiněno. Neboť spojením bodu C

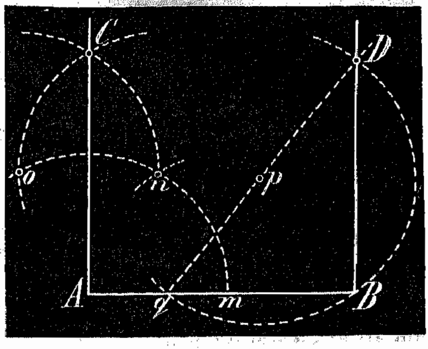
s body m, n vznikly by opět dva shodné trojúhelníky, v nichž jest $\sphericalangle mEC = nEC = R$.

Při této úloze snadno se vysvětlí, kterak se daný oblouk mon rozpůlí, aby byl arc. mo = arc. no.

4. **Kterak se staví na konci dané přímky kolmice.**

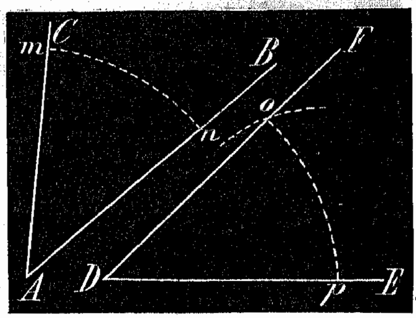
K provedení této úlohy jest spůsob několikerý. V bodu A (vzorec 72.) jest kolmice AC tím spůsobem postavena, že byl vyrýsován z bodu A volným poloměrem oblouk $m\,n\,o$, kterýž protnul přímku AB v bodu m; z bodu m jest protnut řečený oblouk týmž poloměrem v bodu n a z tohoto bodu opět v bodu o. Konečně vyrýsovány jsou ještě z bodů n, o stejným poloměrem oblouky, kteréž se protnuly v bodu C, odkudž vedena jest přímka k bodu A. Jest pak $CA \perp AB$.

Vzorec 72.



Jiným spůsobem určena jest přímka DB. Vyrýsován totiž z volného bodu p oblouk, kterýž prochází bodem B a protíná přímku AB v bodu q. Přímka pq, dostatečně prodloužena, protíná řečený oblouk v bodu D, kterýž s bodem B přímkou DB jest spojen. Že je $\sphericalangle ABD$ pravý a tudy $DB \perp AB$ vysvětluje se tím, že je obvodový a že jdou jeho ramena koncovými body q, D průměru.

Vzorec 73.



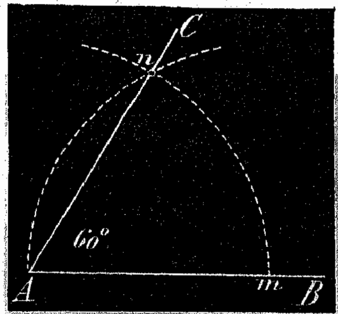
5. **Kterak se rýsuje úhel, rovný úhlu danému.**

Ve vzorci 73. buď BAC úhel daný; D vrchol, DE jedno rameno úhlu žádaného. Oblouk

mn, vyrýsovaný z vrcholu A volným poloměrem, bude mírou úhlu BAC. Vyrýsuje-li se z bodu D týmž poloměrem oblouk op, jenž protíná rameno DE v bodu p, a udělá-li se $po = mn$, půjde rameno DF bodem o i bude $\sphericalangle EDF = \sphericalangle BAC$.

6. Kterak vyrýsuje se úhel šedesátistupňový.

Vzorec 74.

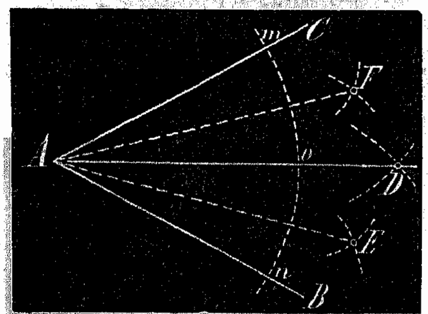


Má-li být A vrcholem, AB pak jedním ramenem toho úhlu (vzorec 74.), vyrýsuje se z bodu A volným poloměrem oblouk mn, kterýž protíná AB v bodu m; z tohoto bodu vyrýsuje se pak týmž poloměrem oblouk An, kterýž protíná se s předešlým v bodu n. Vede-li se přímka AC bodem n, jest $\sphericalangle BAC = 60^0$. Neboť kdyby se spojil bod n s bodem m, vznikl by trojúhelník rovnostranný a v tom je každý úhel rovný 60^0.

7. Kterak se daný úhel rozpůlí.

Aby se daný úhel rozpůlil, třeba jen rozpůlit oblouk, na němž ten úhel stojí, a rozpolovací bod spojit s vrcholem.

Vzorec 75.



Je-li ve vzorci 75. daný úhel BAC, přepneme ho obloukem mn, kterýž se z vrcholu A volným poloměrem vyrýsuje. Z bodů m i n stejným poloměrem vyrýsované oblouky protínají se v bodu D a přímkou DA jest úhel BAC rozpůlen, t. j. $\sphericalangle BAD = CAD = \frac{1}{2} BAC$. Rozpůlením úhlů BAD i CAD rozdělí se daný úhel BAC na čtyry stejné úhly, totiž: $\sphericalangle BAE = EAD = DAF = FAC = \frac{1}{4} BAC$.

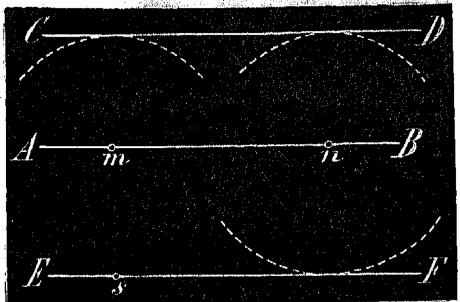
Rozpůlením úhlu pravého obdržíme úhly $= 45^0$ a dalším rozpůlením těchto, úhly $= 22\frac{1}{2}^0$.

Rozpůlením úhlu šedesátistupňového vzniknou úhly třicetistupňové a t. d.

8. **Kterak se k dané přímce vyrýsuje rovnoběžná.**

Ve vzorci 76. buď AB daná přímka. Může-li mít rovnoběžka volnou vzdálenost od přímky AB, vyrýsujeme ze dvou bodů m, n, jež na AB volně vytkneme, týmž poloměrem kruhové oblouky a vedeme potom přímku CD, aby se jich dotknula; i bude $CD \parallel AB$.

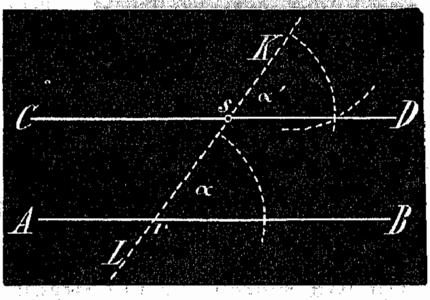
Vzorec 76.



Má-li mít rovnoběžka od AB danou vzdálenost, vyrýsují se zmíněné oblouky poloměrem, jenž se dané vzdálenosti rovná.

Má-li jít rovnoběžka daným bodem s, odměříme kružidlem vzdálenost bodu s od AB a vyrýsujeme tím poloměrem z volného bodu n oblouk. Přímka EF, jdoucí bodem s a dotýkající se toho oblouku, jest rovnoběžná AB.

Vzorec 77.

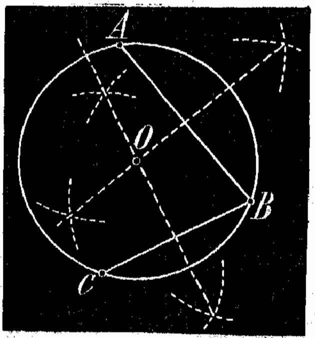


Jiným spůsobem vyrýsována jest přímka $CD \parallel AB$ ve vzorci 77. Přímka KL protíná danou přímku AB v bodu r a tvoří s ní ostrý $\sphericalangle \alpha$. Vyrýsuje-li se na přímce KL při vrcholu s úhel $\alpha' = \alpha$, bude jeho prodloužené rameno $CD \parallel AB$.

9. **Kterak se vyrýsuje kruh, aby procházel třemi danými body.**

Ve vzorci 78. buďtež A, B, C dané body. Přímky AB i BC mohou se považovat za tětivy kruhu žádaného.

Vzorec 78.

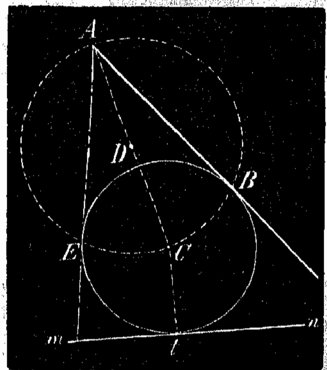


Postaví-li se u prostřed těch tětiv přímky kolmé, protnou se v bodu O, kterýž jest středním bodem kruhu žádaného.

Má-li se ustanovit střední bod daného kruhu, vyrýsujeme v něm dvě tětivy AB, BC, postavíme u prostřed nich přímky kolmé a ty protnou se v bodu středním.

10. **Kterak se určitým bodem v obvodu kruhu k témuž kruhu vede tečna.**

Vzorec 79.

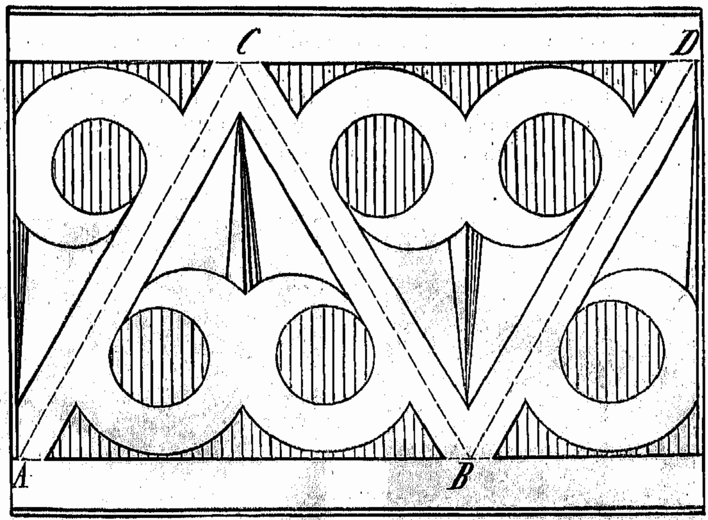


Je-li ve vzorci 79. daný bod t, spojíme ho s bodem středním C a vyrýsujeme pak v bodu t přímku $mn \perp tC$.

Má-li vycházet žádaná tečna od bodu A, jenž se nalezá mimo kruh, spojíme ho s středním bodem C, rozpolíme přímku AC bodem D a vyrýsujeme z bodu D poloměrem $DC = AD$ kružnici AEB. Přímky AB i AE jsou dvě tečny, jež se mohou vésti od bodu A k danému kruhu.

78. Cvičení v kreslení. Ve vzorci 80. podává se obraz, utvořený z přímých čar, kruhů a oblouků. Základní tvary jsou shodné, rovnostranné trojúhelníky ABC, BCD a t. d. Tyto trojúhelníky stojí střídavě na straně a na vrcholu, jsouce tím způsobem spojeny, že mají dva sousední jednu stranu společnou. Se stranami těch trojúhelníků vedeny jsou přímky rovnoběžné, jimiž tvoří se přímočarné pruhy, a z těchto vycházejí záhyby do vnitř každého trojúhelníka.

Vzorec 80.



Pravidelní obrazcové v kruhu.

79. Nalezají-li se vrcholy přímočarného obrazce v obvodu kruhu, jsou jeho strany tětivami a ten obrazec jest kruhu vepsán (dem Kreise eingeschrieben). Jsou-li ale strany obrazce tečnami kruhu, nalezají se pak jeho vrcholy mimo kruh a ten obrazec jest kruhu obepsán (d. K. umgeschrieben).

Obrazcové, jež jsou kruhu vepsáni aneb obepsáni, mohou míti strany i úhly stejné, jsou pravidelní anebo mají strany i úhly nestejné, jsou nepravidelní. Důležitější jsou obrazcové pravidelní.

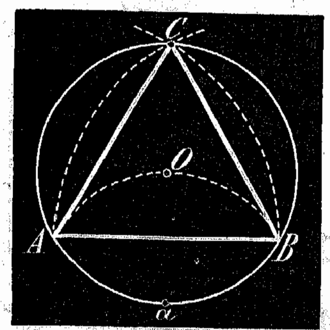
1. Kterak se do kruhu vpisuje pravidelný trojúhelník.

Poloměrem daného kruhu vyrýsuj z některého obvodového bodu *a* (vzorec 81.) oblouk *AOB*, kterýž protne kruh v bodech *A*, *B*. Přímka *AB* jest jedna strana trojúhelníku. Vyrýsují-li se potom poloměrem *AB* z bodů *A* i *B* oblouky, kteréž se protnou v bodu *C*, bude *AC* druhá a *BC* třetí strana trojúhelníku.

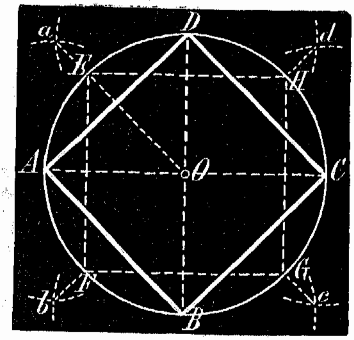
2. **Kterak se do kruhu rýsuje pravidelný čtyrúhelník čili čtverec.**

Čtverec stojí buď na vrcholu aneb na straně aneb šikmo (viz vzorec 82.). Má-li státi čtverec na vrcholu, vyrýsuj průměr vodorovný *AC* i průměr svislý *DB*. Tyto průměry dělí obvod kruhu na čtyry stejné díly a spojením dělících bodů vznikne čtverec *ABCD*.

Vzorec 81.



Vzorec 82.

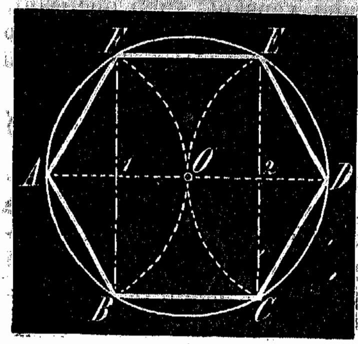


Má-li stát žádaný čtverec na jedné straně, rozpůl pravé úhly *AOB*, *BOC*, *COD*, *AOD*. Rozpolovací přímky protínají obvod kruku v bodech, jichž náležitým spojením vznikne čtverec *EFGH*.

Spojením bodů *A*, *F*, *B*, *G*, *C*, *H*, *D*, *E* vznikne **pravidelný osmiúhelník** v kruhu.

3. **Kterak se do kruhu vpisuje pravidelný šestiúhelník.**

Vzorec 83.



Strana pravidelného šestiúhelníku rovná se poloměru. Má-li stát šestiúhelník na straně, vyrýsuj průměr vodorovný *AD* (vzorec 83.) potom okolo bodu *A* oblouk *BOF*, okolo bodu *D* oblouk *COE*. Tyto oblouky protínají obvod v bodech *B*, *C*, *E*, *F*, jež jsou vrcholy prav. šestiúhelníku. Tyto body se také obdrží, rozdělí-li se průměr *AD* na čtyry stejné díly a postaví-li se v bodech dělících přímky kolmé na AD.

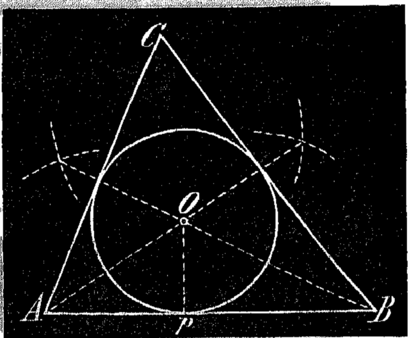
Má-li stát šestiúhelník na vrcholu, vyrýsuje se místo vodorovného průměru AD průměr svislý a t. d.

4. Má-li se danému kruhu pravidelný obrazec obepsat, rozdělíme jeho obvod podobným spůsobem jako v předešlých úlohách na tolik stejných dílů, kolik má mít žádaný obrazec stran a vyrýsujeme potom v každém dělícím bodu přímku tečnou. Průsečné body těch tečných jsou pak vrcholy žádaného obrazce.

5. **Kterak se v trojúhelníku vyrýsuje kružnice.**

Ve vzorci 84. budiž ABC daný trojúhelník. Nejprvé třeba ustanovit střední bod toho kruhu. Za tou příčinou rozpolíme dva úhly daného trojúhelníka a prodloužíme rozpolovací přímky až se protnou v bodu O, i jest pak tento středním bodem. Vede-li se od bodu O k některé straně přímka kolmá, bude poloměrem kruhu žádaného, kterýž pak snadno se vyrýsuje.

Vzorec 84.



6. **Kterak se ve čtverci vyrýsuje kružnice.**

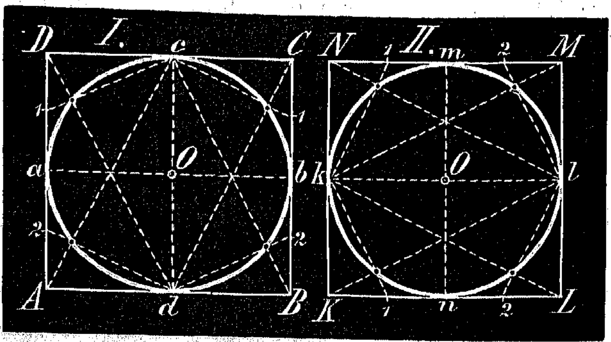
I tu třeba ustanoviti nejprvé střední bod a k tomu konci vyrýsují se ve čtverci obě úhlopříčny; jejich průsečník jest středním bodem kruhu, kterýž se danému čtverci vepsati aneb obepsati má.

Má-li se ve čtverci vykresliti kružnice od ruky, tehdy záleží na tom, aby se ustanovilo několik bodů, jimiž ta kružnice prochází, protože se potom náležitým spojením těch bodů kružnice lehčeji a správněji vykreslí.

Ve vzorcích 85. a 86. ukazuje se čtvero spůsobů, kterak lze jednotlivé body kružnice ustanoviti průsekem čar přímých.

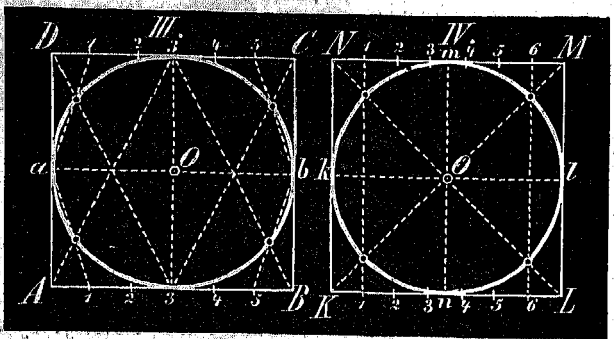
Nejprvé ustanoví se střední bod O, v kterémž se protínají úhlopříčny daného čtverce a tímto bodem vedou se dva průměry na sobě kolmé, jako jsou $ab \perp cd$, $kl \perp mn$. Tyto průměry rozdělí daný čtverec na čtyry menší čtverce. Strany těch čtverců rozdělí se pak na

Vzorec 85.



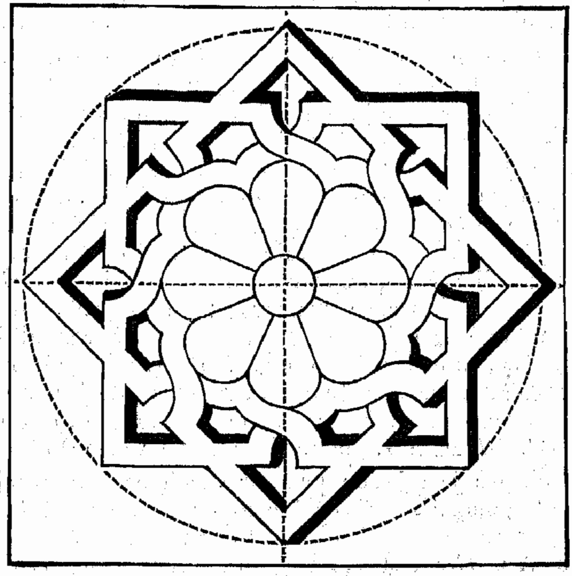
jistý počet stejných dílů, jak ve vzorcích jest naznačeno, a dělící body spojí se buď vespolek anebo s koncovými body prvé zmíněných průměrů. Některé z těch pomocných přímek jsou úhlopříčny obdélníků, na které buď jeden, buď druhý průměr daný čtverec rozděluje.

Vzorec 86.



80. **Cvičení v kreslení.** Základní tvary vzorce 87. jsou dva kruhu vepsané čtverce, z nichž jeden stojí na straně, druhý pak na vrcholu.

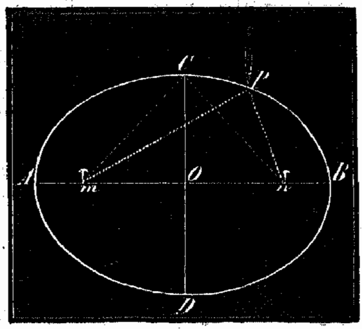
Vzorec 87.



2. Ellipsa.

81. Ve vzorci 88. budiž přímka AB, na které se nalezají dva body m, n, z nichž první jest od A tak vzdálen jako druhý od B. Mimo přímku AB nalezá se bod p v takovém položení, že je součet jeho vzdáleností od bodů m, n rovný přímce AB, t. j. $mp + np = AB$. Pohybuje-li se bod p tím spůsobem, aby zůstal součet jeho vzdáleností od bodů m, n napořád rovný přímce AB, vytvoří křivou čáru, která sluje ellipsa (Ellipse). J e s t t e h d y e l l i p s a k ř i v k a z a v ř e n á (jako kružnice), v n í ž t o s o u č e t v z d á l e n o s t í k a ž d é h o b o d u o d d v o u p e v n ý c h b o d ů r o v n ý j e s t j i s t é p ř í m c e.

Vzorec 88.



Jako v kruhu, jsou také v ellipse některé body a přímky obzvlášť důležité a proto se tu zejmena uvádějí.

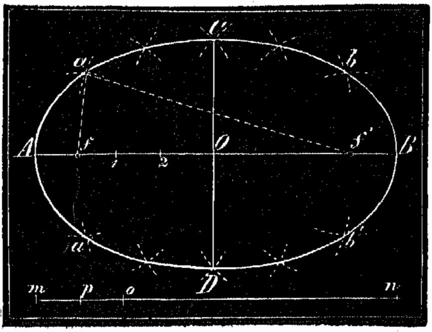
Body m, n, od nichž se měří vzdálenosti jednotlivých bodů ellipsy, slovou ohniska (Brennpunkte); přímky mp, np, jimiž se spojuje některý bod ellipsy s ohnisky, jmenují se paprsky (Leitstrahlen); bod O, kterýž rozpoluje vespolnou vzdálenost ohnisek, jest středním bodem (Mittelpunkt); vzdálenost každého ohniska od středního bodu, jako je $Om = On$, sluje výstřednost (Excentricität); každá přímka, která spojuje dva body ellipsy, sluje tětiva; jde-li ale tětiva středním bodem, jako AB nebo CD a t. d., jmenuje se průměrem; mají-li dva průměry ellipsy takové k sobě položení, že každý rozpoluje veškeré tětivy, které jsou s druhým rovnoběžné, říkáme jim průměry sdružené (conjugirte D.); stojí-li konečně dva sdružené průměry na sobě kolmo, jako stojí ve vzorci 88. $CD \perp AB$, jmenují se osy (Achsen).

V ellipse jest jeden průměr všech ostatních největší a jeden nejmenší. Největší průměr jest osa AB a nejmenší jest osa CD. Za tou příčinou jest AB osa velká (grosse A.), CD osa malá (kleine A.). Koncové body A, B, C, D, velké i malé osy slovou vrcholy (Scheitel). Každá osa rozděluje ellipsu na dvě stejné poloviny.

82. Kterak se ellipsa rýsuje. Je-li kreslení kruhu od ruky a od oka dosti nesnadné, jest kreslení ellipsy ještě obtížnější, má-li se svrchu položené vlastnosti ellipsy jen poněkud zadost učiniti. Z té příčiny užívá se k vyrýsování pravé ellipsy buď šňury anebo kružidla. Pomocí šňury rýsuje se ellipsa, když má míti větší rozměry, jako na př. v zahradách k obmezení záhonů anebo na sbitých prknách k rozličným potřebám řemeslnickým. K tomu konci udělá se délka šňury rovná velké ose AB, její konce upevní se v ohniskách m, n, načež se šňura kolíkem anebo tužkou napne, jako se to ve vzorci 88. ukazuje. Vede-li se potom špička kolíku anebo tužky kolem bodu O tím spůsobem, aby byla šňura pořád stejně napnuta, vytvoří se ellipsa, neboť jest ustavičně $mp + np = AB$.

Na papíře stanoví se nejprvé pomocí kružidla jednotlivé body ellipsy a ty se potom od ruky náležitě spojí. Aby se to vysvětlilo, budiž ve vzorci 89. AB osa velká, *CD* malá osa, *f*, *f'* ohniska ellipsy. Rozdělí-li se velká osa bodem 1 na dva díly, vezme se nejprvé jedna část *A* 1 za poloměr, kterým se vyrýsují okolo bodu *f*, *f'* kruhové oblouky; potom vezme se druhá část 1 *B* za poloměr a tím vyrýsuje se opět kolem bodů *f*, *f'* oblouky, které se s předešlými v bodech *a*, *a'*, *b*, *b'*, protínají. Tyto body náleží ellipse.

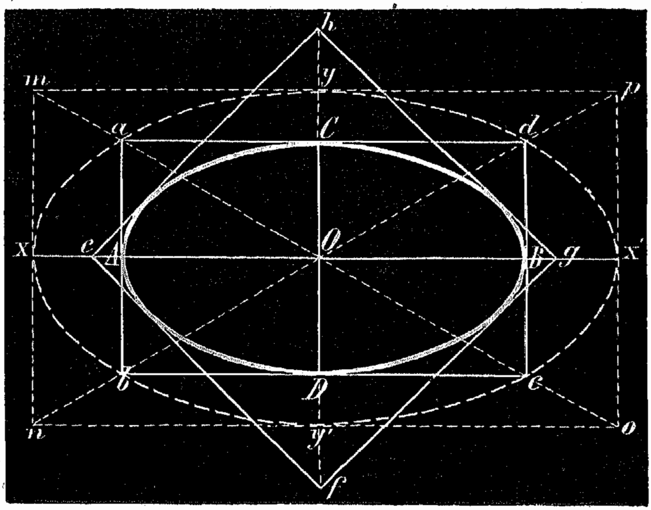
Vzorec 89.



Rozdělí-li se *AB* bodem 2 opět na dva díly *A* 2, *B* 2 a vyrýsují-li se těmato poloměry okolo bodů *f*, *f'* opět oblouky, vzniknou opět 4 body ellipsy. Takovým způsobem může se ustanovit jednotlivých bodů ellipsy kolikkoli. Náležitým jich spojením obdržíme ellipsu v pravém tvaru.

Chceme-li nakreslit ellipčitou čáru od ruky, tehdy nakreslíme nejprvé obdélník *a b c d* (vzorec 90.), jehož

Vzorec 90.



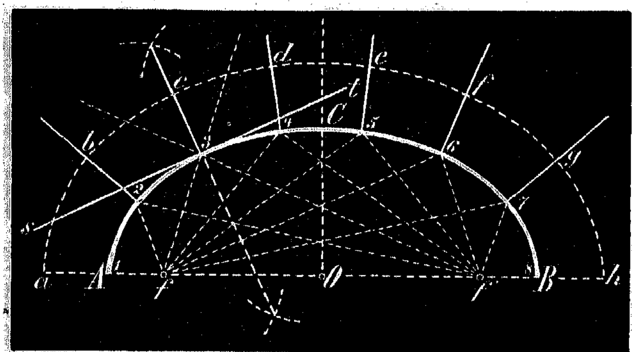
strany jsou rovnoběžné s danýma osama a jdou koncovými body A, B, C, D; potom nakreslíme čtverec $efgh$, jehož strany se rovnají polovině úhlopříčny řečeného obdélníka. Ellipsa jde potom body A, B, C, D a dotýká se stran toho čtverce.

Má-li se od ruky nakresliti ellipsa v obdélníku, v kosodélníku aneb v kosočtverci, mohou se její jednotlivé body ustanoviti podobným spůsobem, jako se ustanovily jednotlivé body kruhu, jenž se měl vyrýsovati ve čtverci (viz vzorce 85. a 86.). Ty body se potom od ruky náležitě spojí. Proveďte takové výkresy!

Mají-li dvě ellipsy společný střední bod, nejsou rovnoběžné, jako dvě soustředné kružnice, nýbrž jsou na koncích velké osy od sebe vzdálenější, nežli na koncích malé osy, jako se to vidí ve vzorci 90.

83. Přímky normálné a tečné při ellipse. Spojí-li se některý bod ellipsy s ohnisky, tvoří se spojovacíma přímkama rozličné úhly. Rozpolovací přímka každého takového úhlu jest normálou ellipsy. Ve vzorci 91. rozpoluje přímka $c3$ úhel $f3f'$ a jest tudy normálou ellipsy v bodu 3. Může se tedy v každém bodu ellipsy přímka normálná snadno vyrýsovati.

Vzorec 91.



Rýsování normálných přímek na ellipse naskytuje se zhusta v stavitelství, když je klenbová čára ellipčitá. Jest totiž v takových případech pravidlem, že stojí spáry, t. j. přímky, podle nichž se dva vedle sebe položené klenáky k sobě kladou, kolmo na čáře klenbové. Takové přímky jsou ve vzorci 91. *a* 1, *b* 2, *c* 3, *d* 4, *e* 5, *f* 6, *g* 7, *h* 8. Každá rozpoluje úhel, jenž se tvoří přímkama, které spojují body 1, 2, 3, 4 . . . . . s ohnisky *f*, *f'*.

Má-li se vyrýsovati v některém bodu ellipsy přímka tečná, vyrýsuje se nejprvé v tom bodu přímka normálná; tečna položí se pak týmž bodem kolmo k přímce normálné. Tím způsobem jest vyrýsována ve vzorci 91. přímka *s t*, která se dotýká ellipsy v bodu 3.

Pomocí normálných přímek může se také vykresliti čára s ellipsou rovnoběžná. Vyrýsuje-li se totiž několik přímek normálných a udělají-li se stejně dlouhé, vznikne spojením jejich koncových bodů křivka *a b c d e f g h*, kteráž je s ellipsou rovnoběžná. Tato křivka, ačkoli se zdá býti ellipse podobná, není ellipsou, protože nemá takových vlastností, které na ellipse se nalezají.

84. Cvičení v kreslení. Jako obrazcové přímočarní, jsou také kružnice a ellipsa základními tvary celých předmětů i jednotlivých částek jejich. Velmi zhusta činí také jednotlivé, věčší nebo menší částky kružnice a ellipsy v rozmanitém spojení základní tvar nějakého předmětu. Jsou to zejména listy rozličných rostlin, na nichž určité tvary měřické snadno se poznávají, nehledí-li se na všeliké drobnosti, jež se na koncích a v záhybech nalezají. Připomeňme sobě na př. tvar listu dubového, kterýž se dvouma kruhovými oblouky obvésti může, anebo listu bobkového, lípového, jetelového, břečtanového a j. v. Měřický tvar těch listů jest buď hned patrný anebo se buď přímo- buď křivočarným spojením některých vynikajících bodů patrný učiniti může.

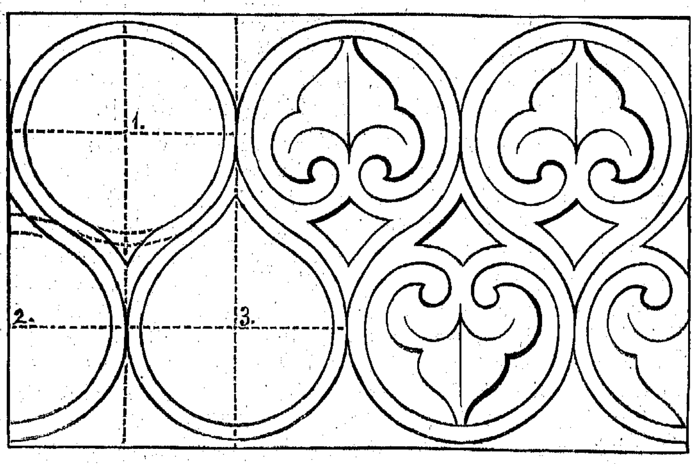
Při kreslení takových tvarů podlé přírody jest důležité, abychom nejprvé k tomu přihlíželi, může-li se tomu tvaru nějaký měřický tvar vepsati aneb obepsati, protože nám lépe v paměti utkví a také ho snáze a přesněji na základě tvaru měřického nakreslíme.

Rozmanité výrobky umělecké a průmyslové ozdobují se kresbami, malbami a řezbami, jimiž se rozličné tvary dle přírody nápodobují. Jest to zvláště říše rostlinstva, která k takovým ozdobám hojnost rozmanitých tvarů nabízí. Tyto tvary se však umělou rukou účelu svému přispůsobují a slují pak ornamenty.

Vynikají-li z nich tvary měřické a šetřeno-li u provádění jich rázu celého předmětu, jemuž jsou ozdobou, říkáme jim ornamenty stylisované.

Ve vzorci 92. nalezá se jednoduchými čarami naznačený ornament, jehož měřický tvar základní jest kružnice. Nejprvé nakreslí se několik kružnic stejné velikosti vedle sebe. Přechod z jedné kružnice do druhé utvořen jest kruhovým obloukem. V každém kruhu nalezá se list, z obvodu kruhu vyvinutý.

Vzorec 92.

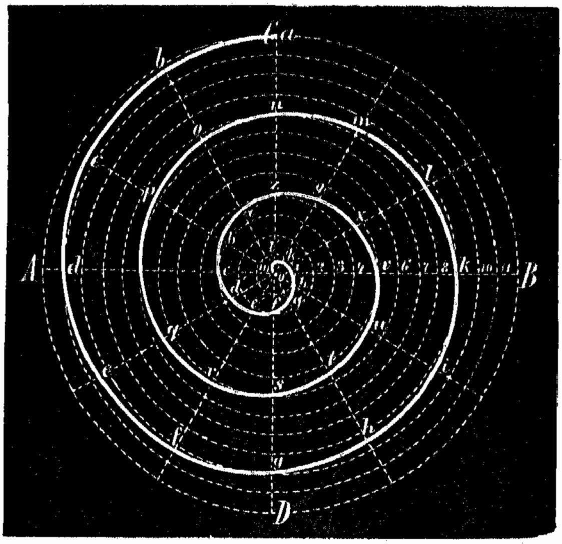


3. Čáry spirálné.

85. Točí-li se bod okolo pevného bodu tím způsobem, že se od něho jistou měrou pořád více vzdaluje anebo se mu přibližuje, vytvoří křivku, jíž říkáme spirálka, čára zavitková aneb závitnice (Spiral- oder Schneckenlinie). Ve vzorci 93. budiž na př. střední bod kruhu *ABCD* zmíněný bod pevný; v obvodu tohoto kruhu nalezá se bod *a*, kterýž se kolem středního bodu tím způsobem otáčí, že se mu pořád více přibližuje, tehdy jest křivka *a b c d e f* . . . . . *z*, *a′ b′ c′* . . . . . spirálka.

Aby se tato spirálka náležitě vykreslila, rozdělí se kružnice *ABCD* na několik stejných dílů, na př. na dvanáct a každý dělicí bod spojí se s bodem středním. Na tolikéž stejných dílů rozdělí se poloměr $o' B$, načež provedou se těmito dělicími body kružnice soustředné. Potom vede se od bodu *a* křivá čára tím způsobem, jak to vzorec ukazuje. Spirálka tímto způsobem vytvořená sluje podle svého vynálezce spirálka Archimedova (Archimedische Spirale).

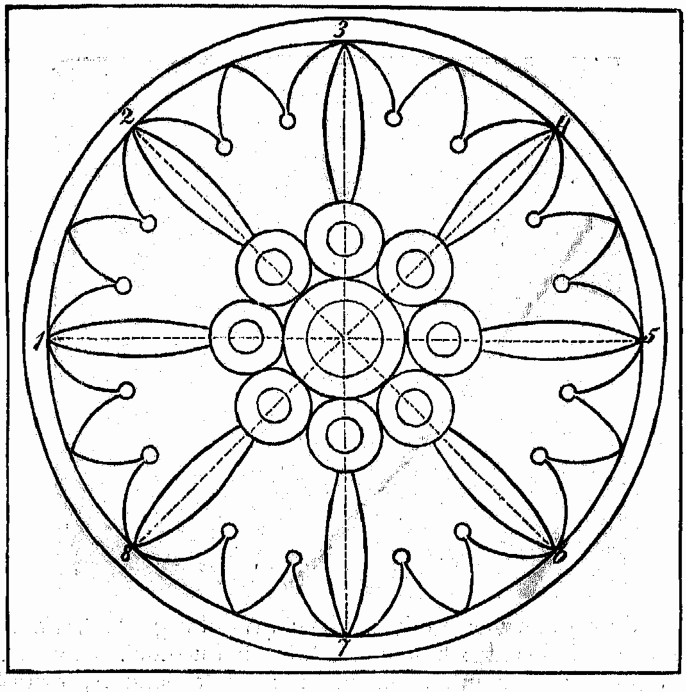
Vzorec 93.



Spirálka tvoří tolik závitků (Windungen), kolikrát se pohyblivý bod *a* kolem středního bodu otočí. Ve vzorci 93. jde první závitek od bodu *a* až k bodu *n*, druhý od bodu *n* až k bodu *z*, třetí od bodu *z* až k bodu *o'*, kde spirálka končí. Tyto závitky jsou ve spirálce Archimedově rovnoběžné. Jsou však také spirálky, jejichž závitky rovnoběžné nejsou. Některé spirálky skládají se z kruhových oblouků. Nevidí se toho potřeba, aby se tu o všech posud známých spirálkách jednalo. K poznání jejich tvaru stačuje vzorec 93. a to, co tu o nich vůbec pověděno.

86. Cvičení v kreslení. Má-li se vyplnit plocha kruhová nějakou kresbou, rozdělí se obyčejně její obvod na několik stejných dílů a dělicími body provedou se poloměry. Tyto poloměry tvoří s příslušnými oblouky kruhové výseče. V jedné výseči nakreslí se pak nějaký list buď dle přírody anebo vymyšlený, kterýžto tvar se i v ostatních výsečích opakuje.

Vzorec 94.



Ve vzorci 94. rozdělena jest kružnice na osm stejných dílů; vedením poloměrů vznikne tedy osm výsečí. V každé výseči nalezá se výkres v podobě kalíšku. Každým průměrem rozděluje se celý výkres na dvě souměrné poloviny.