

# Sbírka úloh

# A L G E B R Y

pro vyšší třídy středních škol.

Sestavili

**Fr. Hromádko,**

professor při c. k. reálném gymnasiu  
v Táboře.

**Al. Strnad,**

assistant na c. k. české polytechnice  
v Praze.

Dil prvý: Úlohy.



y PRAZE.

Nákladem jednoty českých matematiků.

1870.

činností. V tomto vydání základního souboru matematiky jsem chtěl, aby bylo možné učiteli i žákům využít všechny výhody, které mohou být využity v učebném materiálu. Tento soubor je určen pro žáky středních škol, kteří mají zájem o využití všechny výhody, které mohou být využity v učebném materiálu. Tento soubor je určen pro žáky středních škol, kteří mají zájem o využití všechny výhody, které mohou být využity v učebném materiálu. Tento soubor je určen pro žáky středních škol, kteří mají zájem o využití všechny výhody, které mohou být využity v učebném materiálu.

## Předmluva.

„Vzdělání dělá umění“ a „Cvičení dává umění.“

Věděti a uměti jsou dva rozdílné stupně mající se k sobě asi jako chůze na voditkách k chůzi samostatné. Vědění nabýváme učením, když kteremuž přiměřený ústní výklad a učebné knihy zádoucí příležitosti poskytují; umění docházíme však častým cvičením a samostatnou činností.

Výrok tento platí zejména o vědách mathematických. Má-li tedy vyučování mathematice vůbec a na středních školách zvláště zdárne prospívat, nutno ve všech jeho odvětvích tři věci vždy na zřeteli mít:

1. aby žáci přiměřený soubor mathematických pravd a vět si osvojili;
2. aby vzájemnou souvislost jejich jak náleží poznali;
3. aby na základě tomu k jakési samostatnosti dospěli t. j. vhodné úlohy z oboru mathematicy samostatně a správně řešiti dovedli.

Kdo na dráze této jistě a rychle ku předu kráčeti si přeješ, pracuj postupně ve všech zde naznačených směrech. Příležitosti ku cvičení poskytuje dobré sestavená sbírka úloh, o jejíž důležitosti a potřebě každý učitel mathematicy úplně jest přesvědčen.

Snaže se upřímně potřebě této vyhověti, sestavoval jsem po delší dobu sbírku úloh a příkladů z oboru algebry i měřictví pro vyšší třídy středních škol a zaslal jsem ji „Jednotě českých mathematiců v Praze“ k prozkoumání žádaje, aby po případě pomoci její sbírka tato tiskem vydána byla.

Žádost mou vyřídil ctěný výbor jednoty příznivě s doložením, aby sbírka ta poněkud upravena, rozšířena a četnějšími příklady, kde toho třeba, doplněna byla.

Práci tu převzal ze zvláštní ochoty pan *Alois Strnad*, assistent při české polytechnice Pražské, začež mu zde veřejně zasloužené vzdávám díky. Smluvivše se spolu usnesli jsme se na tom rozděliti sbírku tu na dva díly, z nichž první má obsahovat úlohy algebraické, druhý pak úlohy geometrické. Všude o to bedlivě pečováno, aby též méně pokročilí žáci dosti úloh pro sebe našli, které by samostatně rozhodovati dovedli, anižby zapomenuto bylo žákům pokročilejších. Vůbec lze o sbírce této tvrditi, že většinou vznikla ve škole a že důsledně sestavujícím ji vždy tanulo na myslí, podati žákovstvu našemu úlohy zajímavé, stručné a průhledně sestavené, které by se dobře hodily k tomu, buditi lásku k předmětu, chut a vytrvalost ku práci a poskytovaly též příležitosti k šlechetné duševní zábavě.

Z pomůcek ke sbírce této částečně užitých uvádíme chvalně uznané práce toho druhu od Dra Ant. Majera, Meiera Hirsche, Heise, Bardeye, Emsmanna, Van Svindena, Koppe, Reidta, Wieganda, François, Franka, Terquema, Catalana, Martuse, Mill-Blanda a j.

Ctěných p. t. pp. kollegů a přátel věd mathematických uctivě žádáme, aby sbírku tuto laskavě přijali a na vady, které by v ní snad shledali, laskavě nás upozornili, abychom po případě vše, co závadné jest, odstraniti a co křivého, narovnatí mohli.

Podařilo-li se nám vyplnití mezeru ve školské literatuře naší dosud nemile citěnou, bude obapolná upřímná snaha a společná práce naše hojně odměněna.

V Táboře dne 26. července 1875.

**Fr. Hromádko.**

## DÍL PRVÝ.

### ÚLOHY.

## Oddíl prvý.

### Úvod do počtářských výkonů.

#### §. 1. Pojmy počátečné.

- 1) Co jest veličina, co číslo a jak se rozvrhuji?
- 2) Co jest matematika vůbec a počtověda zvlášť a jak ty se rozvrhuji?
- 3) Jak označujeme čísla zvláštní a jak obecná?
- 4) Které veličiny slovou stejnorodými a které různorodými?
- 5) Které veličiny slovou spojitymi a které rozpojitymi?
- 6) Co rozhoduje o velikosti jednoduché algebraické veličiny?
- 7) Co nazýváme počtářským výkonem?
- 8) Co jest rovnice, co nerovnice? Jak se označují?
- 9) Co jest výměr, co poučka, co věta základní (axiom)?
- 10) Co jest důkaz a jaké důkazy rozeznáváme?
- 11) Jmennu několik základních vět počtářských.
- 12) Co slove zákonem správnosti v algebře?

#### §. 2. Sčítání.

$$\text{I. } m + 0 = m$$

$$\text{II. } a + b = b + a$$

$$\text{III. } a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$$

$$\text{IV. } ma + na = (m + n)a.$$

- 13) Co jest sčítání dvou neb více veličin? Jak se jmenují u výkonu tom veličiny dané, jak výsledek?
- 14) Čti ze stejnín nahoře uvedených věty algebraické v nich obsažené.
- 15) Jaký jest součet veličin  $a$  a  $b$ , jaký yeličin  $m$ ,  $n$  a  $p$ ?
- 16) Třicetiletá válka počala r. 1618; v kterém roce skončila?
- 17) Kolik let uplynulo od smrti Hannibalovy (183 před Kr.) do smrti Žižkovy (1424 po Kr.)?

- 18) Vlak ujede za minutu  $6580^m$ , jiný proti němu jedoucí  $6542^m$ ; jak daleko budou od sebe minutu po setkání se?
- 19) Které celistvé číslo jest v přirozené řadě čísel 15tým za číslem 35?
- 20) Které jest prvním za  $m$ , které  $ntým$ ?
- 21) Jak vysoko jest místo  $A$  nad místem  $B$ , je-li  $A$  nad  $C$  ve výšce  $a^m$ ,  $C$  nad  $B$  pak  $b^m$ ?
- 22) Kupec má u tří dlužníků požadavky  $m$ ,  $n$ ,  $p$  zlatých; kolik to činí dohromady?
- 23) V přímém směru jsou za sebou tří místa  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Z  $A$  do  $B$  jest 72 kilom., z  $B$  do  $C$  58 kilom.; jak jest vzdáleno  $A$  od  $C$ ?
- 24) Těleso volně padající vykoná v 1. sekundě dráhu 4904 millim., v každé následující sekundě pak o 9809 millim. více než v předcházející; jakou dráhu vykoná celkem v 5ti sekundách?
- 25) Vypočti co nejkratší cestou:  $4996 + 347 + 4 + 53$ .
- 26) Podobně:  $2 + (9998 + 6541) + (9 + 50)$ .
- 27) Napíš algebraickým symbolem:  $a$  zvětšeno o součet z veličin  $b$  a  $c$ .
- 28) Podobně: K součtu veličin  $m$  a  $n$  přičten součet veličin  $x$ ,  $y$  a  $z$ .  
Čemu se rovná:
- 29)  $(x + 6) + 4$ ,  $8 + (6 + a)$
- 30)  $6 + (5 + d) + 8$ ,  $3 + (2 + a) + (5 + b)$
- 31) Co jest součinitel?  
Čemu se rovná:

$$\begin{array}{ll} 32) 5x + 7x & 33) 3a + 5a + 8a + 4a \\ 34) 13a_1 + 2a_2 + 5a_3 + 6a_1 + 4a_3 + a_1 + 17a_2 + 9a_3 & \\ 35) (6a + 5) + 8 & 36) 13 + (6 + 7x) \\ 37) (7x + 8) + (5x + 3) & 38) (2a + 3b) + (3a + 2b) \\ 39) 3m + (6n + 5p) + (2m + p) + (p + 8q) & \end{array}$$

Sečti výrazy:

$$\begin{array}{ll} 40) 6a + 7b & 41) 2x + 3y + 4z \\ 3a + 4b & 4x + 5y + 6z \\ \hline 42) 22\alpha + 42\beta + 63\gamma + 58\delta & 43) 12m + 6n + 5p \\ 28\alpha + 18\beta + 7\gamma + 22\delta & 3m + 15n + 4p \\ \hline & 5m + 4n + 21p \end{array}$$

44) Vypočti číselnou hodnotu výrazu

$$(20a + 25b) + (13a + 9b) + (7a + 6b + 26c) + (5b + 24e),$$

pro  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$ .

45) Podobně učí se součtem.

$$\begin{array}{r}
 213x + 425y + 1236z + 517u \\
 325x + 638y \quad \quad \quad + 918u \\
 20x + 530y + 821z \\
 207y + 372z + 854u \\
 442x + 200y + 571z + 1711u \\
 \hline
 \text{pro } x = 4, y = 3, z = 2, u = 1.
 \end{array}$$

### §. 3. Odčítání.

I.  $(a - b) + b = a$

II.  $(a + b) - b = a$

III.  $a - a = 0$

IV.  $a - 0 = a$

V.  $(a - b) + c = (a + c) - b = a - (b - c)$

VI.  $a + (b - c) = (a + b) - c$

VII.  $(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$

VIII.  $(a - b) - c = (a - c) - b = a - (b + c)$

IX.  $a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$

X.  $a - (b - c) = (a - b) + c = (a + c) - b$

XI.  $ma - na = (m - n)a$

46) Co jest odčítání dvou veličin, jak se jmenují u výkonu tom veličiny dané a jak výsledek?

47) Jaké věty o odčítání obsaženy jsou v rovnicích nahoře vyznačených?

48) Jaký jest rozdíl veličin  $x$  a  $y$  a jakou má hodnotu pro  $x = 32$ ,  $y = 17$ ?

49) Které číslo jest v přirozené řadě čísel 53tým před 128ti? které utým před  $m$ ?

50) Kolik musím k 256 přičísti, abych obdržel 500? mnoho-li k  $a$ , bych obdržel  $b$ ?

51) Co obdržíme odečtouce od daného čísla jiné, o  $n$  jednotek menší?

52) Vypočti rychle:  $73528 - 483 + 6483 - 3528$

53) Podobně:  $9992 - 2457 + 8 + 32457$

Čemu se rovná:

54)  $(x - 4) + 5$

55)  $9 + (a - 7)$

56)  $(m + 12) - 6$

57)  $(p - 7) - 3$

58)  $18 - (h + 15)$

59)  $47 - (x - 3)$

- 60)  $3a + (5a - 7)$       61)  $(7m + 5n) - 2m$   
 62)  $(5x + 7y) + (2x - 3y)$       63)  $(2a - 5b) - 4b$   
 64)  $(m - a) + (a - n)$       65)  $(m + a) - (a - m)$   
 66)  $(m + a) - (m - b)$       67)  $(x + h) + (x - h)$   
 68)  $(x + h) - (x - h)$       69)  $(8a_1 + 5a_2) - (6a_1 + 4a_2)$   
 + 70)  $(3x - 5) - (2x - 5)$       + 71)  $(4x - 3y) - (3x - 2y)$

Vypočti číselnou hodnotu výrazů:

- 72)  $8p - (9q + 10r)$ , pro  $p = 23$ ,  $q = 6$ ,  $r = 13$   
 73)  $(6x + 4y) - (2x - 3y)$ , pro  $x = 7$ ,  $y = 4$   
 74)  $(5h - 4k) - (3k - 2h)$ , pro  $h = 12$ ,  $k = 9$   
 75) V trojúhelníku jest jeden úhel  $\alpha^0$ , druhý  $\beta^0$ ; jak velký jest úhel 3<sup>o</sup>?  
 76) Jak se změní rozdíl  $a - (b - c)$ , vložíme-li na místo  $b$  rozdíl  $7m - 8p$  a na místo  $c$  rozdíl  $6m - 7p$ ?  
 77) Co jsou veličiny kladné a co záporné?  
 78) V jakém vztahu jsou čísla kladná a záporná k nulle a jak lze tento vztah znázorniti?  
 79) Uved příklady veličin kladných a záporných.  
 80) Tři místa na zeměkouli  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  mají východní délky od Ferra  $+\varphi_1$ ,  $+\varphi_2$ ,  $-\varphi_3$ . Jaký jest rozdíl délky zeměpisných těchto míst po dvou? Jaké rozdíly naleží místům: Paříž ( $\varphi_1 = 20^0$ ), Praha ( $\varphi_2 = 32^035'39''$ ), Filadelfia ( $\varphi_3 = 57^029'22''$ )?  
 81) Na povrchu zemském jsou čtyry místa  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .  $A$  jest nad  $B$   $m$  metrů vysoko,  $B$  nad  $C$  jest  $-n$  metrů a  $C$  nad  $D$   $p$  metrů. O kolik metrů jest níže  $A$  pod  $B$ ,  $B$  pod  $C$  a  $C$  pod  $D$ ?  
 82) Při podmínkách úlohy předešlé vypočti, jak vysoko jest  $A$  nad  $C$ , jak  $A$  nad  $D$  a jak  $B$  pod  $D$ ?

#### §. 4. Složité výrazy.

- I.  $A + (a - b + c - d - e) = A + (a + c) - (b + d + e)$   
 II.  $A - (a - b + c - d - e) = A + (b + d + e) - (a + c)$   
 83) Co nazýváme algebraickým součtem?  
 84) Které výrazy slovou složitými, co jest dvojčlen, trojčlen, mnohočlen?

Zjednoduš výrazy:

85)  $27x + (+ 18x)$

86)  $36a + (- 4a)$

87)  $85h - (+ 69h)$

88)  $63m - (- 7m)$

89)  $13 + (- 5) - (+ 6) + (- 2) - (- 4)$

90)  $(- 21) + (+ 5) - (- 18) + (- 19) - (- 17)$

91)  $15x - 18x + 4x + 20y - 7y - 11y$

92)  $9m - 4n - 10m + 9p + 10n - 8m + 6p$

93)  $a_1 - 2a_2 + 3a_2 - 4a_3 + 5a_3$

94)  $4a - 5b + 3c - 2d + a + b - 4c + 5d + 3a - 7b + 6c + 4d$   
 $\quad \quad \quad + a + 4b - c - 7d$

95)  $12h - 11k + 10l - 9m + 7h - 9k + 11l - 13m - 18h + 21k$   
 $\quad \quad \quad - 21l + 22m$

96)  $10a + 6b - 12x + 17y + 40 - 5a + 4b + 8x - 16y - 15$   
 $\quad \quad \quad + 3a - 15b + 8x - 3y + 27 - 8a + 5b - 4x + 2y + 48$

97)  $24a - 13m - 6n - 23q + 15a + 22p + n - 3p + 16q - 2a$   
 $\quad \quad \quad - 37a + 13m + 5n - 19p + 7q$

98)  $2a + b - (c + d) + a + (b - c) - d + a + b - (c - d) + c$

99) Jak se sčítají a odčítají složité výrazy algebraické (mnohočleny)?  
 Sečti výrazy:

100)  $5x - 3y + 17$   
 $7x + 16y - 3$

101)  $3a - 2b + 7c$   
 $- a + 6b - c$

102)  $8x - 6y + 9z - 8v$   
 $2x + 5y - 3z + v$

103)  $3a - 50b + 48c + d - 20$   
 $4a + 5b - 2c + d + 26$

104)  $3a_1 - 2a_2 + 4a_3 + 15a_4$   
 $- 7a_1 + 8a_2 - 9a_3 + 8a_4$   
 $16a_1 - 23a_2 + 15a_3 - 31a_4$

105)  $13m + 15n - 22p - 64q - 70$   
 $- 81m + 29n - 54p + 31q + 76$   
 $23m - 68n + 45p + 38q - 23$   
 $46m + 25n + 32p - 4q + 18$

Odečti výrazy:

106)  $25a - 37b - 9$   
 $12a + 16b + 24$

107)  $12\alpha + 17\beta - 23\gamma$   
 $6\alpha - 8\beta + 15\gamma$

108)  $3x + 5y - 7z + 8u$   
 $2x - 3y - 4z + 9u$

109)  $15a - 29b + 16c - 30d + 17e$   
 $9a - 15b + 19c - 52d + 13e$

$$110) 48a - 31b + 42d + x - 34y + 435z - 483 \\ 36a - 18 + 28d + 16x - 50y + 452z - 501$$

111) Jaký význam mají závorky? Kdy je lze vynechat? Následující výrazy odzávorkuj a zjednoduš je:

$$112) a + [3b - (6a - 6b)] + 2b - 6a$$

$$113) 7a - [3a - \{4a - (5a - 2a)\}]$$

$$114) a - [b - (c + d)] - [a - \{(b - c) + d\}]$$

$$115) 3a - [a + b - \{a + b + c - (a + b + c + d)\}]$$

$$116) a + b + c - [a + b - c - \{a - b - c - (-a + b - c)\}] \\ - [a + b + c - \{a - b + c - (a + b - c - (a - b - c))\}]$$

$$117) a - [2b + \{3c - 3a - (a + b)\} + 2a - (b + 3c)]$$

$$118) 6m + [4m - \{8n - (2m + 4n) - 22n\} - 7n] - [7n + \{9m \\ - (3n + 4m) + 8n\} + 6m]$$

$$119) 83749 - (225455 - 70839) + [307008 - 149317 - \{169007 \\ - 8764 - 73419\}]$$

$$120) 1000 + 31a + 33b + 32c - [29a - 53b + 45c - \{16a - 64b \\ - (42a + 37b - 14c - [25a + 16b - 357])\} + 643]$$

$$121) \text{Jak se změní rozdíl } a - (b - c), \text{ položíme-li } b = 7m - (8p + 3q), \\ c = 2m - (8p - 3q)?$$

Stanov číselné hodnoty výrazů:

$$122) 2x - [3y - \{4x - (5y - 6x)\}] \quad (\text{pro } x = 3, y = 4)$$

$$123) 5m + 7n - [3p + 8m - 2n - (5n - 6n + 7p)] \\ \text{pro } m = 4, n = 3, p = 2$$

$$124) 3a - 4b + 5c - (6a + 9b + 8c) - [9a - 11b + 13c - \\ (13a + b + 15c)] \quad \text{pro } a = 16, b = 25, c = -12$$

$$125) A + B + C, \text{ když } A = 2457 + 102x - 173y - 524z \\ B = -1325 + 33x + 315y + 1076z \\ C = -1131 - 135x - 142y - 552z$$

pro  $x = 9, y = 2, z = 5$

$$126) A - B, \text{ jestliže } A = 6a + \{4a - [8b - (2a + 4b) - 22b] - 7b\} \\ B = 7b + \{9a - (4a + 11b) + 6a\}$$

pro  $a = 1, b = -2$ .

$$127) \text{Jaký výraz nutno ku } 14x - 2y - [3x + 5y - 7z - \\ (9x - 4y + 3z)] \text{ přičísti, aby vyšlo } x + y + z?$$

$$128) \text{Jaký výraz nutno od } 5a - 3b + 2c - \{10a - [12a + 5b \\ - (4a + 8b - 3c)]\} \text{ odečísti, aby vyšlo } a - b + c?$$

### §. 5. Násobení.

I.  $a \cdot b = b \cdot a$

II.  $abc = acb = bac = bca = cab = cba$

III.  $(ab) \cdot c = (ac) \cdot b = a \cdot (bc)$  IV.  $(a + b) \cdot c = ac + bc$

V.  $(a - b) \cdot c = ac - bc$  VI.  $(+a)(+b) = +ab$

VII.  $(+a)(-b) = -ab$  VIII.  $(-a)(-b) = +ab$

IX.  $a \times 0 = 0$  X.  $a \times 1 = a$

129) Co jest násobení, co činitelé a součin?

130) Které věty algebraické vyznačeny jsou vzorci v čele tohoto odstavce stojícími?

131) Je-li při stejnoměrném pohybu dráha v jedné sekundě vykonalá  $c$ , jaká bude dráha v  $t$  sekundách?

132) Jaká jest vzdálenost země od slunce, jest-li rychlosť světla 41935 zem. mil a potřebuje-li toto 493198 sekund, aby došlo ze slunce k zemi?

133) Jak se změní součin  $ab$ , zvětšíme-li činitele  $b$  o 10?

134) Jak se změní součin  $xy$ , zmenšíme-li činitele  $y$  o  $a$ ?

135) Násob spůsobem co nejvýhodnějším:  $25 \cdot 9 \cdot 4$ ,  $8 \cdot 547 \cdot 125$ ,  $12 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5$

136) Podobně  $288 \cdot 125$ ,  $125 \cdot 48 \cdot 50 \cdot 72$

Znásob:

137)  $5x \cdot y$

138)  $9h \cdot 4k$

139)  $8a \cdot 5b \cdot 2c$

140)  $(x + a) \cdot b$

141)  $(3a + 2) \cdot 5$

142)  $(4x - 5) \cdot 7$

143)  $(-3a) \cdot 5b$

144)  $8x \cdot (-6y)$

145)  $(-15m) \cdot (-2n)$

146)  $(-7x) \cdot 5y \cdot (-4z)$

147)  $(-4ab) \cdot 8c \cdot (-3de)$

148)  $5xy \cdot (-3abz) \cdot 8c \cdot (-5d)$

149)  $(8a - 7) \cdot 3b$

150)  $(2x - 3y + 4z) \cdot 3$

151)  $(7a - 3b + 5c) \cdot d$

152)  $(3x - 4y + 12z) \cdot 2a$

Vypočti číselnou hodnotu součinu:

153)  $(12a - 7b + 5c) \cdot 3ab$  pro  $a = 4$ ,  $b = 5$ ,  $c = -3$

154)  $(125ax - 64by + 35cz) \cdot 5xyz$

pro  $a = 87$ ,  $b = 25$ ,  $c = -51$ ,  $x = 8$ ,  $y = 60$ ,  $z = -5$

155)  $7abcd (16am - 15bn - 197cp)$

pro  $a = -35$ ,  $b = 42$ ,  $c = 16$ ,  $d = 5$ ,  $m = 125$ ,  $n = 64$ ,  $p = -35$ .

Z následujících výrazů vyjmouti se má společný činitel:

156)  $5a + 5b$

157)  $mx - nx$

158)  $16x - 16y + 16z$

159)  $5xy + 7xy$

- 160)  $15abc + 35abc$       161)  $8mn + 7mn - 6mn$   
 162)  $ab + bc$       163)  $xx + x$   
 164)  $xxx - xx - x + 1$       165)  $kx - lx + mx - nx$   
 166)  $(2a + 3b)(m + n) + (3a + 2b)(m + n)$   
 167)  $(7x + 3y)(9a - 7b) - (4x + 13y)(9a - 7b) + (8x - y)(9a - 7b)$   
 168)  $(8a - 3b)(6m + 5n) - (5a + 7b)(6m + 5n) + (3a - 10b)$   
 $(9m - 7n) - (3a - 10b)(13n - 4m)$

V následujících výrazech odstraň závorky a uveděj je na tvar nejjednodušší:

- 169)  $4a + 8(3b - a)$   
 170)  $mn - m(m + n) + n(m - n) + mn$   
 171)  $a - b(c + d) + a(b - c) + c(a + b) + b(b - a)$   
 172)  $27(a - b - c) + 13(a + b - c) - 45(a - b - c) + 5(a + 6b - 10c) + b + c$   
 173)  $12a(5m - 6n + 7) - 9m(8a + 5n - 2) + 5n(3a + 6m - 5)$   
 $+ 12a(m + 5n - 7) + m(a + 15n - 18) - n(2a - 25)$   
 174)  $a(a - 2b) + b(b - 2c) + c(c - 2a) - [a(a - b - c) + b(-a + b - c) + c(-a - b + c)]$   
 175)  $a(x + y + z) - [x(a + y + z) - \{y(x + a + z) - z(x + y + a)\}]$
- 

I.  $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$

II.  $(a + b)(c - d) = ac + bc - ad - bd$

III.  $(a - b)(c - d) = ac - bc - ad + bd$

Znásob:

- 176)  $(x + 5)(a + 2)$       177)  $(m + 7)(n - 8)$   
 178)  $(5a + 6)(4a - 7)$       179)  $(5x + 1)(7y - 2)$   
 180)  $(a + b)(a + b)$       181)  $(a + b)(a - b)$   
 182)  $(10x + y)(10a + b)$       183)  $(ax + b)(cy + d)$   
 184)  $(mn - p)(ab - c)$       185)  $(xy + uv)(ab + cd)$   
 186) Obdélník má strany  $a$ ,  $b$ . Jak se změní obsah jeho, zvětšíme-li stranu  $a$  o  $x$ , stranu  $b$  o  $y$ ?  
 187) Jak se změní obsah téhož obdélníka, zvětší-li se  $a$  o  $x$ , a zmenší-li se  $b$  o  $y$ ? Kdy by v případě tomto zůstal obsah nezměněn?  
 188) Jak vypočteš snadně součin  $4763 \times 5842$  věda, že  $4760 \times 5840 = 27898400$ ?  
 189) Kdosi měl násobiti čísla 35762 a 26438, omylem vynechal

však 3tí místo (4) v násobiteli. Jak může použitím chybného výsledku chybu napravit?

- 190) Jak se násobí dva mnohočleny?

Znásob:

- 191)  $(2a + 3b + 4c)(5m + 6n)$
- 192)  $(5m - 4n + 7)(2m + 3n - 1)$
- 193)  $(xx + xy + yy)(x - y)$
- 194)  $(a_1 x + b_1 y + c_1)(a_2 x + b_2 y + c_2)$
- 195)  $(2a - 3)(5b + 4)(6c - 7)$
- 196)  $(a - 1)(a - 2)(a + 1)(a + 2)$
- 197)  $(7x - 3a)(4y + 2b)(3z - 5c)$
- 198)  $(ax + b)(cy + d)(ez + f)$

- 199) Dokaž spůsobem algebraickým větu následující:

„Jsou-li  $a, b, c, d$  čtyry za sebou následující body přímky, jest  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} + \overline{bc} \cdot \overline{ad} = \overline{ac} \cdot \overline{bd}$ .“

- 200) Těleso  $A$  má tvar pravoúhelného rovnoběžnostěnu, jehož hrany jsou  $a, b, c$ ; oč jest povrch a obsah jeho menší než povrch a obsah rovnoběžnostěnu  $B$ , jehož hrany mají délky  $a+1, b+2, c+3$ , neb obecně  $a+\alpha, b+\beta, c+\gamma$ ?

## §. 6. Mocniny.

$$\text{I. } a \cdot a \cdot a \dots \text{ (mkrát)} = a^m$$

$$\text{II. } ax^n + bx^n = (a+b)x^n \quad \text{III. } ax^n - bx^n = (a-b)x^n$$

$$\text{IV. } a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \text{V. } (ab)^m = a^m b^m$$

- 201) Co jest mocnina, co mocněnec (základ), co mocnitel (exponent)?

- 202) Které mocniny slovou stejnojmenné?

- 203) Co platí o sčítání a odčítání mocnin?

Zjednoduš výrazy:

- 204)  $6a^2 + 4a^2$
- 205)  $18b^4 - 14b^4$
- 206)  $7m^5 - 8m^5 + 6m^5 - 4m^5$
- 207)  $ax^3 + bx^3 + cx^3 + dx^3$
- 208)  $28x^2 - 13x^2 + 15x^2 - 4x^2 + x^2 - 17x^2$
- 209)  $a^6 - 2b^6 + 5a^6 + 8b^6 - 6c^6$
- 210)  $6^4 + 2 \cdot 8^3 + 3^2 - 19 \cdot 6^4 + 5 \cdot 8^3 - 7 \cdot 8^3 + 18 \cdot 6^4 - 3^2$
- 211)  $12 \cdot 2^5 - 3 \cdot 2^4 - 7 \cdot 2^3 - 8 \cdot 2^2 + 2 - 11 \cdot 2^5 + 2 \cdot 2^4 + 6 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2$
- 212)  $5a^4 - 6b^3 + 7a^4 - 3b^3 + c^2 - 11a^4 + 10b^3$
- 213)  $17a^2 b^3 - 14a^2 b^3 + 19a^2 b^3 - 5a^2 b^3 - 16a^2 b^3$
- 214)  $17a^2 b^3 - 15a^2 b^2 + 12a^2 b^2 - 14a^2 b^3 + 13a^2 b^2 - 11a^2 b^2$

$$215) 2a^2b^3c^4 - 6a^2b^3c^4 + 11a^2b^3c^4 - 5a^2b^3c^4$$

$$216) 13a^x - 2b^y - 5a^x b^y + 7a^x - 9b^y + 14a^x b^y - 19a^x + 12b^y - 9a^x b^y$$

$$217) 5a^m b^n c^p - 7a^m b^m c^p + 8a^p b^n c^m - 9a^m b^p c^n + 6a^p b^n c^m - a^m b^n c^p + 3a^n b^m c^p - 2a^m b^p c^n - 3a^m b^n c^p + 4a^n b^m c^p - 14a^p b^n c^m + 11a^m b^p c^n$$

Sečti výrazy:

$$218) \begin{array}{r} a^2 + 2ab + b^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$219) \begin{array}{r} x^2 - ax + a^2 \\ 2x^2 + 3ax - 2a^2 \\ \hline x^2 + ax + 2a^2 \end{array}$$

$$220) \begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \\ 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2 \\ 3x^3 + 4x^2 + 5 \\ 4x^3 - 5x + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$221) \begin{array}{r} a^4 + 2a^3 + 5a^2 \\ 7a^3 - 2a^2 - 2a \\ - 12a^3 + 15a^2 - 3a + 1 \\ 3a^3 - 18a^2 + 5a - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$222) \begin{array}{r} a^3 + a^2b - ab^2 + b^3 \\ a^3 - a^2b + 3ab^2 - 2b^3 \\ 2a^3 - a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ \hline \end{array}$$

$$223) \begin{array}{r} 4ab - x^2 \\ - 2ab + 3x^2 \\ 2ax + ab \\ \hline \end{array}$$

$$224) \begin{array}{r} 11a^3b + 25a^2b^2 - 7ab^3 + b^4 \\ 29a^3b - 215a^2b^2 + 28ab^3 + 75b^4 \\ \hline \end{array}$$

$$225) \begin{array}{r} (a+b+c)x^2 + (a-b+c)x + a-b-c \\ (a-b+c)x^2 - (a+b+c)x + a+2b-c \\ (-a+b-c)x^2 + (a+b-c)x - 2a+b+c \\ -(a+b+c)x^2 - (a-b-c)x + a-b+2c \\ \hline \end{array}$$

Odečti mnohočleny:

$$226) a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$$

$$227) x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 3x - 2 - (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 3x - 1)$$

$$228) 3a^2 - 2ax + x^2 - (a^2 - 2ax + 3x^2)$$

$$229) a^2 - b^2 - c^2 + d^2 - (a^2 + b^2 + c^2 - d^2)$$

$$230) 20a^2x + 5x^3 - 10ax^3 - (20a^2x - 3a^3 - 5ax^2 + 10x^3)$$

$$231) \begin{array}{r} a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ \hline \end{array}$$

$$232) \begin{array}{r} 3a^4 - a^3b + 7a^2b^2 - 6ab^3 + b^4 \\ - a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 7ab^3 + b^4 \\ \hline \end{array}$$

$$233) 9a^m x^2 - 13 + 20ab^8x - 4b^m cx^2 - (3b^m cx^2 + 9a^m x^2 - 6 + 3ab^3x)$$

$$234) 4x^3 - 2x^2 + x + 1 - (3x^3 - x^2 - x - 7) - (x^3 - 4x^2 + 2x + 8)$$

Stanov číselné hodnoty výrazů:

- 235)  $ab^2 - 6bxy - \{-2a^2b + 5a^3 - [2ab^2 + 3bxy - (2a^2b - 5a^3)]\}$   
pro  $a = 1, b = 2, x = 3, y = 5$
- 236)  $2abx - [3a^2b - \{4abx - (5ab^2 - 3a^2b) + 2ab^2 - (abx - 2ab^2 - a^2b)\}]$  pro  $a = -1, b = 2, x = -3$
- 237)  $2a^2b - [3abc + (2abc - a^2c) - 4a^2c + \{2a^2b - (3abc - a^2c - 5abc)\}]$  pro  $a = -1, b = 2, c = -3$
- 238)  $2x^2y - [z^3 - (x^2y - xyz + 2z^3)] - [4xyz - \{3z^3 + 3x^2y - (4x^2y + z^3 - 3xyz)\}]$  pro  $x = 1, y = 2, z = -3$ .

Znásob:

- 239)  $a^n \cdot a^3; b^n \cdot b; c^{n-1} \cdot c$
- 240)  $x^m \cdot x^n; x^{2n} \cdot x^n; x^{m-n} x^{-m+n+1}$
- 241)  $a^{2+x} \cdot a^{x-2}; b^{x+3} \cdot b^{3-x}; c^{x-4} \cdot c^5$
- 242)  $a^{m-n} \cdot a^{m+n}; a^{n+3} \cdot a^{n-5}; a^{r+2} \cdot a^{2r-1}$
- 243)  $x^2 \cdot x^3 \cdot x^5; x^n \cdot x^{n-1} \cdot x^{r-n}; x^m \cdot x^n \cdot x^r$
- 244)  $(x^3 - 2x^2 + 3x - 4)x^3$       245)  $(x^2 - 3xy + 4y^2) \cdot 5xy^2$
- 246)  $(3a^2b^3 - 5a^3b^2 + 7a^2b^2) \cdot 3ab$
- 247)  $(m^5n^4p^3 - m^4n^3p^2 + m^3n^2p) m^4n^5p^6$
- 248)  $(2a - 1)(3a - 2)$       249)  $(3a - 2b)(4a + 5b)$
- 250)  $(5x - 3y)(5x + 3y)$       251)  $(a_1x + b_1)(a_2x + b_2)$
- 252)  $(a + 3b - 4c)(a - 3b + 4c)$
- 253)  $(a^2 + b^2)(a + b); (a^2 + b^2)(a - b)$
- 254)  $(a^2 + a^4 + a^6)(a^2 - 1)$
- 255)  $(a^3 - 1)(a^3 + 1); (a^2 + a^3)(a^3 - a)$
- 256)  $(a^2 + a)(a^2 + 2a^3 + a^4)$       257)  $(a^3 + 3ab + 2b^2)(7a - 5b)$
- 258)  $(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab - b^2)$
- 259)  $(a - bx + cx^2)(a + bx - cx^2)$
- 260)  $(a^2 + 2ax - bx - x^2)(b - x)$
- 261)  $(a^2 + 4ax + 4x^2)(a^2 - 4ax - 4x^2)$
- 262)  $(a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 - b^5)(a + b)$
- 263)  $(x^5 + ax^4 + a^2x^3 + a^3x^2 + a^4x + a^5)(x - a)$
- 264)  $(x^4 + 2ax^3 + 4a^2x^2 + 8a^3x + 16a^4)(3x - 6a)$
- 265)  $(x^6 + 3y^2x^4 + 9y^4x^2 + 27y^6)(x^2 - 3y^2)$
- 266)  $(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)(a + b + c)$
- 267)  $(x^2 - ax + a^2 + x + a + 1)(x + a - 1)$
- 268)  $(x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1)(x + 1)$
- 269)  $(1 + x + x^2 + \dots + x^n)(1 - x); (x^9 + x^6 + x^3 + 1)(x^3 - 1)$

$$270) (1 + a - a^2 - a^3) (1 - a + a^2 - a^3 + a^4)$$

$$271) (a^8 + a^2b + a^4b^2 + b^3) (a^4 - b)$$

$$272) (x^6 + 3x^5y + 6x^4y^2 + 7x^3y^3 + 6x^2y^4 + 3xy^5 + y^6) (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)$$

$$\cancel{273) (512x^9 + 768x^8y + 1152x^7y^2 + 1728x^6y^3 + 2592x^5y^4 + 3888x^4y^5 + 5832x^3y^6 + 11148x^2y^7 + 13722xy^8 + 19683y^9)} \\ (2x - 3y)$$

274) Které věty obsaženy jsou v následujících vzorcích:

$$\text{I. } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{II. } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{III. } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2. \text{ Odůvodni je.}$$

Použitím vět úlohy poslední proved příklady tyto:

$$275) 54^2, 73^2, 94^2,$$

$$276) (a + 1)(a - 1) + (a + 1)^2 + (a - 1)^2$$

$$277) (3x - y)(3x + y)$$

$$278) 25 \cdot 17, 1007 \cdot 993, 67^2 - 33^2$$

$$279) (4a^2 + b^2)(2a + b)(2a - b); (m^2 - mn + n^2)(m^2 - n^2) \\ (m^2 + mn + n^2)$$

$$280) (1 - x)(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8)$$

Dokaž správnost následujících stejnин:

$$281) 1 - a + a^2 = a + (1 - a)^2$$

$$282) (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$283) (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$284) (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 = (ac - bd)^2 \\ + (ad + bc)^2$$

$$285) V \text{ rozdíl dvou čtverců proměn výraz } (2a + b + c)(b - c)$$

$$286) Oč jest obsah čtverce o straně  $a$  větší než obsah obdélníka téhož obvodu, jehož délka jest  $a + b$ ?$$

V následujících výrazech proveď naznačené násobení a uveď je na tvar nejjednodušší:

$$287) (a + 2b + c)(a - c) + 2(b + c)^2 + (a + b + c)(a - b) \\ - 2a(2a + b + c)$$

$$288) (x^3 + y^3)(x + y) - xy(x^2 + y^2)$$

$$289) (2a - b)[a(4a + b) + b(a + b)]$$

$$290) (3m^3 - 2m^2 + m - 1)(5m^2 - 4m + 1) - (m - 1)(15m^4 - 12m^3 \\ + 3m^2 - m - 1) - m[(m - 1)(5m^3 - 3) - 1]$$

$$291) 4ab^2(b^3 - 8a^3) - [(a^3 - 3b^3)7ab^2 - 8a^4b(3b - 2)]$$

$$292) (8a^3 - x^6)(8a^3 + x^6) - (2a + x^2)(2a - x^2)[2a(2a + x^2) + x^4][4a^2 - x^2(2a^2 - x^2)]$$

$$293) (2a^2b + 3c)(2a^4b - 3c)(4a^4b^2 + 9c^2) - [(2a^2b - 3c)4a^4b^2 - 9c^2(3c - 2a^2b)(2a^3b + 3c)]$$

### §. 7. Dělení.

$$\text{I. } (a : b)m = am : b$$

$$\text{II. } (a : b) : m = a : bm$$

$$\text{III. } a : (b : c) = (a : b)c$$

$$\text{IV. } a : b = am : bn = \frac{a}{n} : \frac{b}{n}$$

$$\text{V. } a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$\text{VI. } \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

294) Co jest dělení, co dělenec, dělitel a podíl? Jak se značí dělení?

295) Které známé pravdy vyznačeny jsou vzorce v čele tohoto odstavce stojícími?

296) Které následujícími:

$$\text{I. } (x : y) \cdot y = x, \text{ II. } a \cdot b : b = a, \text{ III. } x : (x : y) = y, \text{ IV. } a : a = 1 ?$$

297) Kdosi ujde za den  $a$  mil cesty; kdy ujde  $b$  mil?

298) Cent zboží stojí  $m$  zl.; kolik centů bude za  $n$  zlatých a kolik za  $mn$  zlatých?

299) Děl číslo  $a$  číslem  $x$  a výsledek násob opět číslem  $x$ ; co obdržíš?

300) Co obdržím, dělím-li číslo  $a$  číslem  $m$ krát menším?

301) Je-li dělencem  $216x$  a podílem  $27x$ , jaký jest dělitel?

302) Rychlost zvuku ve vzduchu jest 333 metrů, v železe 5127 m. Kdy vykoná zvuk dráhu  $a$  m. ve vzduchu, kdy v železe? Kdy ve vzduchu tutéž dráhu, jakou v železe za  $t$  sekund?

Děl:

$$303) 584a : 73a$$

$$304) 105mn : 15n$$

$$305) 456xyz : 57yz$$

$$306) 2416x^2yz^3 : 302x^2y$$

$$307) \text{Součin } 56 \cdot 13 \text{ má se dělit 14ti.}$$

$$308) \text{Podobně součin } 204 \cdot 144 \text{ součinem } 51 \cdot 16.$$

$$309) \text{Jak lze snadným spůsobem dělit 25ti a 125ti?}$$

$$310) \text{Za } a \text{ zl. obdržím } b \text{ centů jakéhož zboží: kolik liber za 1 zl.?}$$

$$311) \text{Čemu se rovná: } \frac{5ab}{6cd} \cdot 6cd ?$$

$$312) \frac{8xy}{m+n} (m+n)$$

$$313) a - \frac{b}{x+y+z} (x+y+z)$$

$$314) a - 3b + \frac{2a+b}{c} c - \frac{3a-b}{6d} 6d + \frac{a+2b+c}{c+d} (c+d)$$

$$315) 4a - \frac{2a-7b - [2(5a-8b) - 3(4a-3b)]}{(2a-3b+5)} (2a-3b+5)$$

316) Podíl  $\frac{a}{b}$  proměň v jiný stejné hodnoty, jehož dělitelem by bylo  $mb$ ; který bude dělenec?

317) Podíl  $\frac{x}{y}$  proměň v podíl jemu rovný, mající za dělence  $16xyz$ ; který bude dělitel?

318) Odůvodní věty algebraické dané těmito vzorcí:

$$\text{I. } +a:+b=+p$$

$$\text{II. } +a:-b=-p$$

$$\text{III. } -a:+b=-p$$

$$\text{IV. } -a:-b=+p$$

Děl:

$$319) 6a:-2a$$

$$320) -15xy:-5y$$

$$321) -16xyza:8za$$

$$322) 216m^3n^2p:-36m^3n^2$$

$$323) a:\frac{1}{a}, \frac{a}{b}:\frac{a}{c}, \frac{a}{x}:\frac{x}{a}$$

$$324) a^5:a^3, a^5:a^5, a^3:a^5$$

325)  $a^m:a^n$ ; kolik případů sluší tu rozehnávat?

$$326) x^n:x, x^{n+1}:x^{n-1}, x^n:x^{n-m}$$

$$327) a^n b:ab^m, a^n b^2:a^2b^2, a^m b^{m-1}:a^n b^{n-1}$$

$$328) a^{m+1}b^{n+1}:a^m b^n, a^{m+n}b^{m-n}:(m-n) a^n b^m$$

$$329) \frac{a^{m+1}b}{ab^{n+1}}, \frac{a^{m-1}b^{n-1}}{a^m b^n}, \frac{a^m b^{n+1}}{(a+b)ab}$$

$$330) (a^2-b^2)x^{m+1}y^{n+1}:(a-b)x^{m-1}y^{n-1}$$

$$331) -a^{4+n}b^{8+m}c^{2+p}:-a^{n+8}b^{m+2}c^p+1$$

$$332) -5x^4y^3z:\frac{5x^3y}{2y^3z^4} \quad 333) 27x^3y^4z^5:-9x^2y:y^2z^4$$

$$334) 168a^2b^3cd^4:-7a^2b:8b^2c:-3d^4$$

$$335) \frac{12x^2y}{5ab^2}, \frac{6a^2b}{15xy^2}$$

$$336) \frac{2a^3b^7c^3}{3xy^3z^5}, \frac{4a^5b^4c}{5x^4y^3z^2}$$

$$337) \frac{18m^3n^2p^4q^6}{25m^2n^3p^5q^5}, \frac{6m^5n^4p^3q^2}{5m^4n^6p^6q}$$

$$338) \frac{a^{8x-y}b^{2y-3x}}{a^{8y-2x}b^{5x-2y}}, \frac{a^{7x-3y}b^{7y-6x}}{a^{8x+2y}b^{3x+2y}}$$

339) Čemu se rovná:  $o:a$ ,  $a:o$ ,  $o:o$ ?

340) Při které podmínce jest hodnota podílu  $\frac{6(x-y)}{7(a-b)}$  rovna 0, při které  $\infty$ ?

341) Čemu se rovná podíl  $8a^2x:7ax$  pro  $a=63$ ,  $x=0$ ?

$$\text{I. } (a - b + c - d) : m = \frac{a}{m} - \frac{b}{m} + \frac{c}{m} - \frac{d}{m}$$

342) Které pravidlo jest ve vzorci tomto obsaženo?

Děl:

$$343) (4a + 6b) : 2$$

$$344) (xy + ay) : y$$

$$345) (3x + 6y + 9z) : 3$$

$$346) (5a^2 - 4ab) : a$$

$$347) (12m^2n - 15mn^2) : 3mn$$

$$348) (a^x + y b^x - y + a^x - y b^x + y) : a^x - y b^x - y$$

$$349) (18ab - 18ac + 18ad - 18a) : 18a$$

$$350) (6a^2 - 9ab + 12b^2) : (-3)$$

$$351) (-5x^2 + 10x^3 - 15x^4) : (-5x^2)$$

$$352) (3a^2b - 6ab^2 + 9a^2b^2 - 12ab + 9a^3b - 6ab^3) : 3ab$$

$$353) [2(x + y) - 3a(x + y) + 4b(x + y)] : (x + y)$$

$$354) [a(x^2 - y^2) + b(x + y)] : (x + y)$$

$$355) (15a^3b^2m^2 - 18a^2b^3m^2 + 21a^4b^2m^2 - 24a^2b^2m^4) : 3a^2b^2m^2$$

$$356) (ax^{2m} + bx^{2n}) : x^{m+n}$$

$$357) (ax^m + bx^n + cx^{m+n}) : x^{m-n}$$

$$358) (a^{3x-4y} + a^{2y-8x} + a^{3(x-y)}) : a^{4x-5y}$$

$$359) \left( \frac{4ax}{5by} - \frac{5bx}{6ay} + \frac{6ay}{7bx} - \frac{7by}{8ax} \right) : \frac{4ab}{5xy}$$

Spoj v jedno podíly stejných dělitelů ve výrazech následujících:

$$360) \frac{x}{5} + \frac{y}{5}$$

$$361) \frac{a}{8c} - \frac{b}{8c}$$

$$362) \frac{a^2 + b^2}{a+b} + \frac{2ab}{a+b}$$

$$363) \frac{a^2 + b^2}{a-b} - \frac{2ab}{a-b}$$

$$364) \frac{2m}{3n} - \frac{m}{n} + \frac{m}{3n}$$

$$365) \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$$

$$366) \frac{3x-2y}{4z} - \frac{2x+3y}{4z} + \frac{3x+9y}{4z}$$

$$367) \frac{m^2 - n^2 + mn}{mnp} - \frac{m^2 + p^2 - mp}{mnp} + \frac{m^2 + n^2 + p^2}{mnp}$$

$$368) \frac{2a + 4b + 3c}{a+b+c} - \frac{5a - 8b - 3c}{a+b+c} + \frac{4a - 3b + c}{a+b+c}$$

$$369) \frac{2x^2y - 3x^2z}{x^2 + y^2 + z^2} - \frac{3z^3 - 2yz^2}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2y^3 - 3zy^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$370) \frac{2a+bx}{a+b+c} + \frac{x^2 - 5ax + 2by}{x+y+z} - \frac{3b - ax - 5c}{a+b+c}$$

$$+ \frac{xy - 2by + 3cz}{x+y+z} - \frac{3cz - 5ax - xz}{x+y+z} + \frac{cx - 2a + 3b - 5c}{a+b+c}$$

371) Jak se dělí dva složité alg. výrazy?

Děl:

$$372) (m^2 - 2m) : (m - 2)$$

$$373) (am - bm) : (a - b)$$

$$374) (ac - ad + bc - bd) : (c - d)$$

$$375) (x^2 - 25) : (x - 5)$$

$$376) (m^2 - mx - m + x) : (m - 1)$$

$$377) (6am - 9an - 4bm + 6bn) : (3a - 2b)$$

$$378) (6ac - 2ad + 4af - 9bc + 6bd - 6bf) : (2a - 3b)$$

$$379) (2ax - 6bx + 8cx - ay + 3by - 4cy) : (2x - y)$$

$$380) (a^2 - 2ab + b^2) : (a - b), (a^2 + 2ab + b^2) : (a + b)$$

$$381) (x^2 - 2xy + y^2 - z^2) : (x - y + z)$$

$$382) (x^6 - 1) : (x + 1)$$

$$383) (243x^5 - 32y^5) : (3x - 2y)$$

$$384) (35 + x - 10x^2 + 19x^3 - 15x^4) : (5 - 2x + 3x^2)$$

$$385) (12a^3 + 26ab - 36ac + 18ad - 10b^2 + 29bc - 6bd - 21c^2 + 9cd) : (6a - 2b + 3c)$$

$$386) (x^5 - ax^4 + bx^3 - bx^2 + ax - 1) : (x - 1)$$

$$387) (x^3 + a^3 + b^3 - 3abx) : (x + a + b)$$

$$388) \left( \frac{2a^2}{b} - \frac{3ab}{c} + \frac{4ac}{d} + 2a - \frac{3b^2}{c} + \frac{4bc}{d} + \frac{2ac}{b} - 3b + \frac{4c^2}{d} \right) : \left( \frac{2a}{b} - \frac{3b}{c} + \frac{4c}{d} \right)$$

389) Výraz  $x^6 - 12ax^5 + 60a^2x^4 - 160a^3x^3 + 240a^4x^2 - 192a^5x + 64a^6$  děl na  $x - 2a$ , podíl opět děl na  $x - 2a$  a tak postupně dále, pokud děliti možno.

$$390) a : (1 + a)$$

$$391) a ; (1 - a)$$

$$392) (1 + x) : (1 - x)$$

$$393) (1 - x) : (1 + 2x - 3x^2)$$

Vypočti číselnou hodnotu podílu:

$$394) (16x^6 + 7x^4 - 2x^2 - 1) : (4x^3 + 3x^2 + 2x + 1) \text{ pro } x = 2$$

$$395) (64x^6 + 1) : (32x^5 - 16x^4 + 8x^3 - 4x^2 + 2x - 1) \text{ pro } x = 4$$

$$396) (x^2 - a^2) : (x - a) \text{ pro } x = a$$

$$397) (2x^2 - 7x - 15) : (x - 5) \text{ pro } x = 5$$

- 398)  $(5x^3 + 46x^2 - 41x - 56) : (5x^2 + 6x - 7)$  pro  $x = -8$   
 399)  $(x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36) : (x^4 - 13x^2 + 36)$  pro  $x = 2, -3$   
 400)  $[x^4 + (a - b + c - d)x^3 + (ac - ab - ad - bc + bd - cd)x^2 + (abd - abc - acd - bcd)x + abcd] : [x^3 - (b - c + d)x^2 - (bc - bd + cd)x + bcd]$   
 a) pro  $x = -a$ , b) pro  $x = b$

### §. 8. Soustavy číselné vůbec a desetinná zvlášť.

- 401) Co značíme slovem „soustava čísel“?  
 402) Která čísla jsou hlavními sloupy každé soustavy číselné, jak se označují slovem i písmem?  
 403) Která soustava číselná jest nejvíce rozšířena co do užívání?  
 404) Vyznač obecně v soustavě desetinné čísla jedno-, dvou-, tří-, n-ciferná výrazy algebraickými.  
 405) Vylož ústrojí soustavy *diadicke* (jejíž základ jest číslo 2 a číslice 0, 1); vyměň za číslo diadicke 111010100010 číslo dekadické tomuto rovné.  
 406) Vyznač dovolné číslo soustavy desetinné číslicemi soustavy diadicke a udej pravidlo, kterým převod ten snadno jest prováděti. Vypiš na př. čísla od 1 do 20ti, pak 183 číslicemi soustavy diadicke.  
 407) Vylož základ soustavy *triadicke* (trojkové, základ 3, číslice 0, 1, 2) a napiš prvních 26 členů přirozené řady čísel číslicemi této soustavy.  
 408) Napiš číslo 1875 číslicemi soustavy *tetradicke* (čtyrkové, číslice 0, 1, 2, 3).  
 409) Vylož základ soustavy *pětkové* (pentadicke), jejíž číslice jsou 0, 1, 2, 3, 4 a napiš čísla 1—20 těmito ciframi.  
 410) Podobně soustavy *sedmičkové* (heptadicke), jejíž základ jest 7 a číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, a vyznač čísla 7, 14, 21 . . . 49, 50, 54 číslicemi této soustavy.  
 411) Sečti čísla pětkové soustavy a za součet jich vyměň číslo desetinné. Příklad:  $3412 + 2034 + 1423$ .  
 412) Jak velký jest rozdíl čísel 301203 — 232312 v soustavě čtyrkové a kterému desetinnému číslu se rovná?  
 413) Hledej součin činitelů  $532 \times 243$  v soustavě *šestkové* (hexadicke). Základ = 6, číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5.

- 414) Podobně podíl  $65241 : 1655$  v soustavě sedmičkové.
- 415) Napiš obecný vzorec  $n$  ciferného čísla v soustavě diadické, pak v soustavě, ježíž základ jest  $b$ .
- 416) Co jmenujeme řádem čísla a kterak jej lze určiti?
- 417) Jak velký jest řád součtu dvou čísel  $A + B$  v soustavě desítkové?
- 418) Jak velký jest řád rozdílu dvou čísel  $A - B$ ?
- 419) Jak velký jest řád součinu  $AB$  dvou čísel?
- 420) Jak velký jest řád podílu dvou čísel  $\frac{A}{B}$ ?
- 421) Vypočti, od millionů počínaje, součin  $719854 \times 834719$ .
- 422) Vypočti 3 nejvyšší místa součinu  $8316762 \times 467092$ .
- 423) Která jest cifra v součinu čísel  $27854 \times 80796$  na 6tém místě od pravé strany?
- 424) Najdi 5 nejvyšších míst v podílu  $87349675483 : 9167$ .
- 425) Jaká pravidla platí obecně pro zkrácené násobení a dělení dvou dekadických čísel?

## Oddil druhý.

### Následky dělení.

#### §. 9. Dělitelnost čísel.

- 26) Co nazýváme mírou čísla daného?
- 27) Co jest prvočíslo?
- 28) Která čísla slovou na vzájem prvými?
- 29) Dokaž větu následující: Mají-li dvě čísla  $a$  a  $b$  společnou míru  $m$ , má ji také jich součet i rozdíl, jakož i výběc výraz  $\alpha a + \beta b$ , kdež  $\alpha$  a  $\beta$  jsou čísla celistvá.
- 30) Je-li rozdíl dvou čísel dělitelný číslem třetím, pak jest každé z nich tímto číslem buď beze zbytku aneb se stejným zbytkem dělitelné. Jaký tu důkaz?
- 31) Společná míra dělitele a dělence jest také mírou zbytku. Důkaz?
- 32) Které jsou známky dělitelnosti čísel dekadických čísl 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10?
- 33) Která čísla jsou dělitelná 7mi a 13ti? Odůvodni pravidlo příslušné.
- 34) Každé číslo, psané jedinou, 6krát, 12krát neb 18krát atd. se opakující číslicí, jest dělitelné 7mi i 13ti. Proč?
- 35) Která z čísel 27027, 25638, 415635, 320579, 2153877, jsou dělitelná 3mi, která 9ti a která 11ti?
- 36) Která z čísel 59822, 666666, 71123, 1142050, 56375, 17261514039 jsou dělitelná 7mi, která 13ti a která 25ti?
- 37) Kterak lze všeobecně stanoviti podmínku, kdy dovolné číslo soustavy desetinné jest dělitelné číslem  $k$ ? Z podmínky té mají se vyvinouti znaky dělitelnosti pro  $k = 7, 11, 13$ .
- 38) Vyznač obecným vzorcem čísla sudá a lichá.
- 39) Napiš obecný tvar čísla nedělitelného 2mi ani 3mi, pak čísla nedělitelného 2mi a 5ti.

- 440) Součet, rozdíl i součin dvou sudých čísel jest opět číslo sudé. Jak jest tomu, je-li jedno číslo liché, druhé sudé? Jak, jsou-li obě lichá? Důvody toho?
- 441) Jaké zbytky dává číslo 76543 děleno 4mi, 8mi, 5ti a 10ti?
- 442) Jaké zbytky dává číslo 547805 děleno 25ti a 125ti?
- 443) Číslo nějaké děleno 9ti dává týž zbytek jako součet cifer jeho dělen 9ti. Proč?
- 444) Těleso nějaké pohybuje se rychlostí  $14^m$  v kruhové dráze, jejíž obvod jest  $90^m$ . Jak daleko bude od počátku pohybu vzdáleno za 5 minut?
- 445) Jaký zbytek dává výraz  $ax^2 + bx + c$  dělen rozdílem  $x - \alpha$  aneb součtem  $x + \alpha$ ? Jaký zbytek bude, je-li dělenec mnohočlen  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ? Které pravidlo z toho plyne?
- 446) Aniž bys dělil, ustanov zbytek, jaký dává trojčlen  $3x^2 - 7x + 5$  dělen na  $x - 2$  neb na  $x + 2$ .
- 447) Podobně při dělení  $(x^5 - 3x^4 + 7x^3 + 8x - 9) : (x \mp 1)$
- 448) Který z výrazů  $x^4 - 3x^3 - 70x^2 - 4x + 40$ ,  $x^4 + 2x^3 - 22x^2 - 50x - 75$ ,  $x^3 - x^2 - 70x - 200$  jest dělitelný rozdílem  $x - 10$ , který součtem  $x + 5$ ?
- 449) Jaké pravidlo platí o dělitelnosti dvojčlenu  $x^n + y^n$  dvojčleny  $x \pm y$ ? Jaké o dvojčlenu  $x^n - y^n$ ?
- 450) Rozlož následující čísla v nich prvné činitele: 30030, 50875, 13860, 6756750.
- 451) Podobně čísla: 18915, 511560, 190553, 54360864.
- 452) Najdi všechny míry (dělíteli) těchto výrazů:  $24a^2b$ ,  $15xy^2z$ ,  $36ab^2c^3$ .
- 453) Rozlož v jednoduché činitele výrazy:  $420xyz^2$ ,  $584a^2b^3c^4$ ,  $8948h^3kl^2$ .
- 454) Podobně výrazy:  $2809a^7b^3(a^2 - b^2)$ ;  $50320(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)^2$ ,  $71934(m^4 - n^4)$ .
- 455) Napiš jakékoliv číslo, pod ně jiné téměř ciframi však v dovoleném pořádku psané a odečti menší číslo od většího. Zbytek obdržený jest vždy dělitelný 3mi a 9ti. Proč?
- 456) Dokaž následující věty algebraické: Je-li  $a$  liché číslo, jest rozdíl  $a^2 - 1$  dělitelný 8mi.
- 457) Rozdíl  $a^3 - a$  jest dělitelný 6ti, ať jest  $a$  jakékoliv číslo celistvé.
- 458) Podobně součin  $a(a+1)(a+2)$ , jakož i
- 459) součin  $a(a+1)(2a+1)$  jsou vždy dělitelný 6ti.

- 460) Jaké známky dělitelnosti čísla 1—6 se jeví v soustavě diadicke?
- 461) Kterými čísly jsou v soustavě diadicke dělitelná čísla 11011, 11000, 10011, 100100?
- 462) Je-li v soustavě číselné, jejíž základ jest  $b$ , součet cifer nějakého čísla dělitelný na  $b-1$ , jest i číslo ono rozdílem  $b-1$  dělitelné.
- 463) Jakým spůsobem se pozná, je-li nějaké číslo prvočíslém nebo ne?
- 464) Kolik jest prvočísel menších než 100?
- 465) Vypočti všechna prvočísla menší než 100.
- 466) Proč musí každé prvočíslo (od 5ti počínaje) mít tvar  $6n \pm 1$ ?  
Proč tvar  $10n \pm 1$  neb  $10n \pm 3$ , je-li jen větší než 7.
- 467) Která z následujících čísel jsou prvočísla: 53, 173, 217, 83, 359, 479, 521, 671, 983.

### §. 10. Rozklad mnohočlenů v činitele.

Následující mnohočleny rozlož v činitele:

- |   |                              |
|---|------------------------------|
| 468) $ax - bx$  | 469) $ax + ay$               |
| 470) $ac + ad + bc + bd$                              | 471) $x^2 - xy - xz + yz$    |
| 472) $15a^2b^3 + 21a^3b^2$                            | 473) $18x^3y^4 - 24x^4y^3$   |
| 474) $36a^2 - 25b^2$                                  | 475) $9x^2y^2 - y^2$         |
| 476) $1 - x^4$  | 477) $x^8 - a^8$             |
| 478) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$                          | 479) $a^2 + 2bc - b^2 - c^2$ |
| 480) $18x^3y^4z^2 - 27x^5y^3z^4 + 45x^2y^3z^3$        |                              |
| 481) $12x^8y^4 - 9x^3y^2 + 15x^5y^5 - 21x^7y^6$       |                              |
| 482) $3a^2c^2 + 8b^2d^2 + 6b^2c^2 + 4a^2d^2$          |                              |
| 483) $a^5 - a$  | 484) $x^5y - xy^5$           |
| 485) $x^2 - 5x + 6$                                   | 486) $x^2 - 6x + 8$          |
| 487) $x^3 + 3x^2 + 2x$                                | 488) $x^4 + x^2y^2 + y^4$    |
| 489) $x^2 - x - 12$                                   | 490) $x^4 + x^3 + x + 1$     |
| 491) $2m^2x + nx + 2ny^2 + 3ny^3 + 6m^2y^3 + 4m^2y^2$ |                              |
| 492) $x^2 + 11xy + 28y^2$                             | 493) $6a^2 - 11an + 3n^2$    |
| 494) $a^2 - 6an + 72n^2$                              | 495) $3x^2 + 7x - 6$         |
| 496) $2n^3 + 3mn^2 + 3mn - 2n$                        |                              |
| 497) $4x^2 - 2xy + 12y^2$                             |                              |
| 498) $84m^3n^2 - 175m^2n^3 + 84n^4$                   |                              |
| 499) $x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$                 |                              |
| 500) $a^3 - b^3, a^3 + b^3$                           |                              |
| 501) $27x^3 - 8y^3, 64x^3 + 125y^3$                   |                              |

502)  $9x^2 - 6xy + y^2 - z^2$   
 503)  $9x^2 - 4y^2 + 4yz - z^2$   
 504)  $2(a^2b + b^2c^2 + c^2a^2) - (a^4 + b^4 + c^4)$   
 505)  $4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$   
 506)  $x^2 + (a+b)x + ab$   
 507)  $x^2 - (c+5)x + 5c$   
 508)  $4x^3y - 4x^2 + 4x^2y - 4x + xy - 1$   
 509)  $2a^{12} - 26a^{10} + 78a^8 - 46a^6 - 80a^4 + 72a^2$   
 510)  $a^2 - b^2 + 2ax + 2by + x^2 - y^2$   
 511)  $52a^2b^3c^3d^4 - 75a^3b^2c^4d^3 + 60a^3b^2c^3d^4 - 65a^2b^3c^4d^3$   
 512)  $77a^6b^7 - 55a^6m^4b^5 + 66a^3b^{12}m^3 - 91a^9b^2m^6 + 65a^{10}m^{10}$   
 513)  $a^3(b^2 - c^2) + b^3(c^2 - a^2) + c^3(a^2 - b^2)$

Najíti všechny dělitele následujících výrazů:

514)  $2a^2 - 8b^4$       515)  $4ab^2 + 4ab - 8a$   
 516)  $81x^4 - 16y^4$       517)  $2a^4x^3 + a^3x^4 - 6a^2x^5$   
 518)  $60x^2 - 30xy + 90y^2$       519)  $a^3 - 3a^2 - 4a + 12$   
 520)  $a^2x - abx + a^3x + ab^2x$

### §. 11. Největší společná míra a nejmenší společný násobek.

521) Jak se stanoví největší společná míra dvou čísel?

Rozložením v činitele stanov největší společnou míru následujících čísel a výrazů:

Postupným dělením najdi největší společnou míru následujících čísel a algebraických výrazů:

534) 278784, 10824                            535) 40157, 188429  
 536) 34727, 35629                            537) 451382, 376589  
 538) 740003, 7503507                        539) 12177, 120540  
 540) 16854184213545, 40129



569)  $x^m y^n - 1, x^{m-1} y^n$

570)  $36x^2y^2z, 24x^3yz^3h, 243xy^2zh$

571)  $28a^{2x+1}b^{3x+2}, 35a^{x+3}b^{4x-2}, 54a^{2x+2}b^8$

572)  $x^2 + y^2, x^2 - y^2$

573)  $a^2 + 2a + 1, a^2 - 1$

574)  $a + 1, a^2 - 1, a^3 + 1, a^4 - 1$

575)  $x - a, x^2 - a^2, x^2 + a^2, x^3 + a^3, x^3 - a^3$

576)  $209a^3b^2x^4, 95a^5b^4x^7, 55a^4x^8, 57b^3x^4, 165ab^2y^3, 399a^2y^4,$   
 $627a^2x^6y^6, 9a^2b^3x^7y^3.$

577) Odůvodni následující poučku algebraickou:

Nejmenší společný násobek dvou čísel rovná se jich součinu dělenému jich největší společnou mísrou. Rozšiř tuto větu na tři neb více ( $n$ ) čísel.

Používaje věty uvedené stanov nejmenší společný násobek těchto čísel a výrazů:

578) 7301, 4517

579) 1479, 1769

580) 560, 620, 760

581) 327, 54, 432

582)  $x^3 - 49x - 120, x^2 + 10x + 25$

583)  $a^3 - a^2 - 23a + 15, a^4 - 725$

584)  $15a^2 + 14ab - 8b^2, 15a^2 - 26ab + 8b^2$

585)  $a^2 - 3a, a^2 - 9, a^3 - 2a^2 - 15a$

Který jest největší společný dělitel a nejmenší společný dělenec výrazů:

586)  $x^2 + x - 2, x^3 - 1$

587)  $4x^4 + 9x^3 + 2x^2 - 2x - 4, 6x^3 + 10x^2 - 2x + 4$

588)  $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1, x^2 - x + 1$

589)  $2x^5 - 11x^2 - 9, 4x^5 + 11x^4 + 81$

590)  $x^4 - 6x^2 + 9, 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 9x - 12$

## Zlomky obyčejné.

### §. 12. Základní úlohy o zlomech.

I.  $\frac{a}{b} = a : b$

II.  $a \pm \frac{b}{c} = \frac{ac \pm b}{c}$

III.  $\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb} = \frac{a : n}{b : n}$

591) Co jest zlomek obyčejný a jaké jeho druhy rozdělujeme?

592) Jaké věty vyjadřují vzorce I., II., III.?

Následující nepravé neb nevlastní zlomky převeď na smíšená čísla:

593)  $\frac{569}{284}$

594)  $\frac{5376}{1024}$

595)  $\frac{6720}{2880}$

596)  $\frac{a+2x}{a+x}$

597)  $\frac{a^2+ab}{a}$

598)  $\frac{x^2-10x+25}{x-5}$

599)  $\frac{x^3+4ax^2-2a^2x-5a^3+a}{x+a}$

600)  $\frac{m^6-n^6}{m^4-n^4}$

601)  $\frac{2+5x+10x^2+12x^3+9x^4}{1+2x+3x^2}$

602)  $\frac{1+2a^2+2a^4-5a^6-16a^8}{a-2a^2+3a^3-4a^4}$

V jediný zlomek spoj výrazy následující:

603)  $1 + \frac{x}{a-x}$

604)  $1 - \frac{x}{a+x}$

605)  $1 + \frac{a-x}{a+x}$

606)  $x \pm \frac{1}{x}$

607)  $\frac{x^2+y^2}{x+y} - (x-y)$

608)  $1 + \frac{(x-y)^2}{4xy}$

609)  $x - 1 + \frac{2}{1+x+x^2}$

610)  $1 - 2x + x^2 + \frac{1-x^4}{1+2x+x^2}$

611)  $a - b + c + \frac{ab^2 + a^2b - ac^2 - a^2c + bc^2 + b^2c}{a^2 - b^2 + c^2}$

612)  $Ax + B - aA + \frac{a^2A - aB + C}{x+a}$

613) Měřítko  $n$  centimetrů dlouhé rozděleno bylo na  $n \pm 1$  dílů.

Oč jest jeden tento díl menší (větší) než 1 cm?

614) K limbusu na půlstupně rozdělenému připojiti se má nonius, jímž by se daly minuty měřiti. Jak musí býti zařízen?

Zkrát následující zlomky:

615)  $\frac{91}{143}$

616)  $\frac{1080}{1320}$

617)  $\frac{53077}{212308}$

618)  $\frac{141240}{176550}$

619)  $\frac{210375}{235125}$

620)  $\frac{ax+ay}{bx+by}$

621)  $\frac{an+bn}{an-bn}$

622)  $\frac{am-bm}{bn-an}$

623)  $\frac{3x-6y}{8y-4x}$

624)  $\frac{5x-5}{7x-7}$

625)  $\frac{ax-a}{b-bx}$

626)  $\frac{a^2+ab}{a^2-ab}$

627)  $\frac{a^2-ab}{b^2-ab}$

628)  $\frac{5a-5b}{8b-8a}$

629)  $\frac{a^2+a}{a+1}$

630)  $\frac{a-a^2}{a-1}$

631)  $\frac{a^2+a}{a^2-a}$

632)  $\frac{(a+1)^2}{a^2-1}$

633)  $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$

634)  $\frac{a^2-b^2}{a^2-ab}$

635)  $\frac{144(a^2-b^2)}{588(a+b)}$

636)  $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2}$

637)  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b}$

638)  $\frac{6x^2-6xy}{3(x-y)^2}$

639)  $\frac{x^2y-xy^2}{x^2-y^2}$

640)  $\frac{a^2-2a+1}{a^2-1}$

641)  $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$

642)  $\frac{x^3-y^3}{x^2-y^2}$

643)  $\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$

644)  $\frac{x^4-y^4}{x^2+y^2}$

645)  $\frac{x^4-y^4}{x^3+y^3}$

646)  $\frac{x^4-y^4}{x^3-y^3}$

647)  $\frac{ax+bx-cx}{az+bx-cz}$

648)  $\frac{2x^2y+2xy^2-2xyz}{3yz^2-3y^2z-3xyz}$

649)  $\frac{ax+a-x-1}{a^2-1}$

650)  $\frac{ax-a-x+1}{(a-1)^2}$

651)  $\frac{a^2-4a+4}{a^2-5a+6}$

652)  $\frac{a^2-3a+2}{a^2-1}$

653)  $\frac{a^2-7a+12}{a^2-8a+15}$

654)  $\frac{a^2-a-20}{a^2+a-30}$

655)  $\frac{x^2-9xy+14y^2}{x^2-xy-2y^2}$

656)  $\frac{2x^2-xy-3y^2}{2x^2-5xy+3y^2}$

657)  $\frac{x^4+4x^3-23x^2-54x+72}{3x^5+6x^4-57x^3-96x^2+144x}$

658)  $\frac{x^2-y^2+z^2+2xz}{x^2-y^2-z^2+2xz}$

659)  $\frac{x^2+y^2-z^2+2xy}{x^2-y^2+z^2+2xz}$

$$660) \frac{(a^2 + ax + a + ay + xy + y)(a^{10} + a^8y^2 + a^6y^4 + a^4y^6 + a^2y^8 + y^{10})}{(a^{12} - y^{12})(a^2 + 2ax + x^2 - 1)}$$

Stanov číselné hodnoty následujících zlomků:

$$661) \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \text{ pro } x = 3$$

$$662) \frac{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}{2x^2 - x - 1} \text{ pro } x = 1$$

$$663) \frac{x^6 - a^6}{x^{10} - a^{10}} \text{ pro } x = a$$

$$664) \frac{4x^3 - 4x^2y - 7xy^2 - 2y^3}{2x^2 - 3xy - 2y^2} \text{ pro } x = 2y$$

$$665) \frac{4x^4 - x^2y^2 + 8x^3 - 2xy^2 + 60x^2 - 15y^2}{8x^3 - 4x^2y - 72x + 36y} \text{ pro } x = 3, y = 6$$

### §. 13. Sčítání a odčítání zlomkův.

$$\text{I. } \frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}$$

$$\text{II. } \frac{a}{m} \pm \frac{b}{n} = \frac{an \pm bm}{mn}$$

- 666) Jak se sčítají a odčítají zlomky, mají-li téhož jmenovatele?  
Jak, jsou-li jmenovatelů různých?

Uveď na společného jmenovatele (nejmenšího) následující zlomky:

$$667) \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{8}{9}, \frac{3}{16}, \frac{5}{36}$$

$$668) \frac{7}{24}, \frac{5}{48}, \frac{3}{16}, \frac{11}{14}$$

$$669) \frac{a}{x}, \frac{b}{2x}, \frac{c}{3x^2}$$

$$670) \frac{a}{a-1}, \frac{b}{a+1}, \frac{a+b}{a^2-1}, \frac{a-b}{(a+1)^2}$$

Slož tyto zlomky u výrazy nejjednodušší:

$$671) \frac{a}{x} \pm \frac{b}{nx}$$

$$672) \frac{x}{15a} \pm \frac{y}{3}$$

$$673) \frac{a}{x} - \frac{a+b}{2x}$$

$$674) \frac{a-b}{2x} - \frac{a+b}{5x}$$

$$675) \frac{3a-2}{5} - \frac{5a-3}{2}$$

$$676) \frac{5a-4}{6} - \frac{7a-6}{9}$$

$$677) \frac{3x-2}{5} - \frac{x+7}{2} + 4$$

- 678)  $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} + \frac{x+7}{6}$       679)  $\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}$
- 680)  $\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a^2-b^2}$       681)  $\frac{a}{a+b} + \frac{a}{a-b}$
- 682)  $\frac{a}{2a-2b} + \frac{b}{2b-2a}$
- 683)  $\frac{2a-3b}{a+b} - \frac{5a-2b}{a-b} - \frac{3a+4b}{a+b} + \frac{7a-6b}{a-b} - \frac{3a-5b}{a-b}$   
 $+ \frac{a+7b}{a+b} + 1$
- 684)  $\frac{n(n-1)+1}{2n^2} + \frac{n-1}{2n} + \frac{n-\frac{1}{2}}{n^2}$
- 685)  $\frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{b(a+b)}$       686)  $\frac{5}{2(x-1)} - \frac{7}{3(x-1)}$
- 687)  $\frac{5}{3x-9} - \frac{8}{5x-15}$
- 688)  $\frac{b^2}{b^2-a^2} - \left( \frac{a+b}{b-a} + \frac{a^2}{a^2-b^2} \right)$
- 689)  $5a + \frac{b}{3c} - (2a + \frac{4b}{c})$
25. 690)  $\frac{x^2+xy+y^2}{x+y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x-y} + \frac{2y^3-y^2+x^2}{x^2-y^2}$
- 691)  $\frac{a^2+b^2}{a} - \frac{a^2-b^2}{b} + \frac{a^3-b^3+(a-b)(a^2+b^2)}{ab} - \frac{a^4-b^4}{a^2}$   
 $+ \frac{a^4+b^4}{ab^2} - \frac{a^5+b^5}{a^2b^2}$
45. 692)  $\frac{x-1}{x+2} - \frac{3x-4}{3x+3} + \frac{2x-1}{6x+6}$
46. 693)  $\frac{2x-3}{3x-3} - \frac{3x-1}{4x+4} - \frac{x+2}{x^2-1}$
- 694)  $\frac{5x+4}{x-2} - \frac{3x-2}{x-3} - \frac{x^2-2x-17}{x^2-5x+6}$
44. 695)  $\frac{5}{2(x+1)} - \frac{1}{10(x-1)} - \frac{24}{5(2x+3)}$
- 696)  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2+1}$       697)  $\frac{2}{x} - \frac{2}{2x-1} + \frac{2x}{4x^2-1}$
- 698)  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} - \frac{3}{(x+2)^2}$       699)  $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} - \frac{5}{x+2}$

$$700) \frac{4}{x-1} - \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-3} \quad 701) \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1+x^2}$$

$$702) \frac{2}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x}$$

$$703) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)^2} - \frac{4}{x^2-1} - \frac{4}{(x^2-1)^2}$$

$$704) \frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{2+x} + \frac{16x-x^2}{x^2-4}$$

$$705) \frac{b-a}{x-b} - \frac{a-2b}{x+b} + \frac{3x(a-b)}{x^2-b^2}$$

$$706) \frac{1}{a+b} + \frac{b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2+b^2}$$

$$707) \frac{1}{x^2-y^2} + \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{1}{(x-y)^2}$$

$$708) \frac{a}{b} - \frac{(a^2-b^2)x}{b^2} + \frac{a(a^2-b^2)x^2}{b^2(b+ax)}$$

$$709) \frac{1}{(a-b)(b+x)} + \frac{1}{(b-a)(a+x)}$$

$$710) \frac{x+y}{y} - \frac{2x}{x+y} + \frac{x^3-x^2y}{y^3-x^2y}$$

$$711) \frac{a^6}{x^3} + \frac{a^4}{x^4} + \frac{a^3}{x^3} + \frac{a^2}{x^2} + \frac{a}{x} + 1$$

$$712) \frac{1}{a} + \frac{1-x}{a^2} + \frac{1-x^2}{a^3} + \frac{1-x^3}{a^4} + \frac{1-x^4}{a^5}$$

$$713) \frac{a+b}{ax+by} + \frac{a-b}{ax-by} + 2 \frac{a^2x+b^2y}{a^2x^2+b^2y^2} - 4 \frac{a^4x^3-b^4y^3}{a^4x^4-b^4y^4}$$

$$714) \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-c)(b-a)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)}$$

$$715) \frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} + \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$$

$$716) \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a} + \frac{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$717) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$718) \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

$$719) \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

55. 720)  $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{a+c}{(a-b)(b-c)}$

56. 721)  $\frac{a^2-bc}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2-ac}{(b+a)(b+c)} + \frac{c^2-ab}{(c+a)(c+b)}$

722)  $\frac{a^2+bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2+ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2+ab}{(c-a)(c-b)}$

723)  $\frac{ab}{(b-c)(c-a)} + \frac{ac}{(a-b)(b-c)} + \frac{bc}{(c-a)(a-b)}$

724)  $\frac{a}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)(x-b)}$   
 $+ \frac{c}{(c-a)(c-b)(x-b)}$

725)  $\frac{1}{x(x+y)(x+y+z)} + \frac{1}{x(x+z)(x+y+z)}$   
 $+ \frac{1}{y(x+y)(x+y+z)} + \frac{1}{y(x+z)(x+y+z)}$   
 $+ \frac{1}{z(x+z)(x+y+z)} + \frac{1}{z(y+z)(x+y+z)}$

726) Jak se změní zlomek, přičte-li se k čitateli i jmenovateli  $x$ ?

727) Jaký jest součet (rozdíl) zlomku  $\frac{a}{b}$  a jeho reciproké hodnoty?

728) Z určitého místa vyšli dva poslové  $A$  a  $B$ ;  $A$  ujde za  $\alpha$  dní  $a$  mil,  $B$  za  $\beta$  dní  $b$  mil; jak daleko budou od sebe vzdáleni za  $n$  dní, jdou-li v přímé dráze za sebou?

#### §. 14. Násobení a dělení zlomkův.

I.  $\frac{a}{b} \cdot m = \frac{am}{b} = \frac{a}{b:m}$  II.  $\frac{a}{b}:m = \frac{a:m}{b} = \frac{a}{bm}$

III.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$  IV.  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} = \frac{a:c}{b:d}$

V.  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

729) Jaká pravidla o násobení, dělení a mocnění zlomků obsažena jsou v předcházejících vzorcích?

Znásob:

730)  $\frac{3a}{4b} \cdot 8c$

731)  $\frac{2a}{b} \cdot \frac{c}{3d}$

$$732) \frac{d}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{g}$$

$$734) \frac{2ah}{3d} - \frac{3dm}{5c} - \frac{2c}{h}$$

$$736) \frac{a^5b^3}{13} \cdot \frac{a^8b^4}{7}$$

$$738) \left( a - \left( 2 + \frac{3b}{4c} \right) + \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{c}{a} \quad 739) (x-y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

$$740) (a^2 - b^2) \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)$$

$$741) \left( \frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{1+a} \right) \left( \frac{3}{4a} - \frac{a}{4} - 1 \right)$$

$$742) \left( \frac{5}{2}a - \frac{3}{4} \right) \left( \frac{4}{5}a + \frac{2}{3} \right) \quad 743) \left( \frac{7a}{2} - \frac{4b}{3} \right) \left( 2a + \frac{9b}{2} \right)$$

$$744) \frac{3ax}{4by} \cdot \frac{a^2 - x^2}{c^2 - x^2} \cdot \frac{bc + bx}{a^2 + ax} \cdot \frac{c - x}{a - x}$$

$$745) \left( \frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2 - 1} \right) \left( \frac{1}{a} - 1 \right)$$

$$16) 746) \left( 1\frac{1}{4}a - 6\frac{2}{3} \right) \left( 1\frac{3}{5}a + 2\frac{1}{10} \right) \quad 747) \left( \frac{3x}{4y} + \frac{4y}{3x} \right) \cdot \left( \frac{x^2}{y^2} - \frac{16}{9} \right)$$

$$748) \left( \frac{3x^2}{2} - \frac{2xy}{3} + \frac{3y^2}{4} \right) \left( \frac{4x}{3} + \frac{3y}{4} \right)$$

$$21. 749) \left( \frac{7}{2}m^2 - \frac{5}{3}mn + n^2 \right) \left( \frac{2}{3}m + \frac{3}{4}n \right)$$

$$22. 750) \left( \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y + \frac{3}{4}z \right) \left( \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y - \frac{1}{2}z \right)$$

$$23. 751) \left( \frac{2}{5}a - \frac{1}{4}b + \frac{1}{2}c \right) \left( 3\frac{1}{6}a + 2\frac{2}{5}b - \frac{4}{6}c \right)$$

$$24. 752) \frac{x(a-x)}{a^2 + 2ax + x^2} \cdot \frac{a(a+x)}{a^2 - 2ax + x^2}$$

$$(25. 753) \left( \frac{x^2}{a^2} - \frac{x}{a} + 1 \right) \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{x}{a} + 1 \right)$$

$$26. 754) \frac{1-x^2}{1+y} \cdot \frac{1-y^2}{x+x^2} \cdot \left( 1 + \frac{x}{1-x} \right)$$

$$27. 755) (x^2 - x + 1) \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 \right)$$

$$28. 756) \left( \frac{5a}{2m} - \frac{4m}{3a} + \frac{5}{4} \right) \left( \frac{3a}{4m} - \frac{4m}{5a} - \frac{2}{5} \right)$$

$$39. 757) \left( \frac{3x}{2y} - \frac{2z}{y} + \frac{4z^2}{3ay} \right) \left( \frac{3x}{2z} + \frac{4z}{3x} + 2 \right)$$

$$40. 758) \left( \frac{2x^2}{3a^2} - \frac{3xy}{4ab} + \frac{4y^2}{5b^2} \right) \left( \frac{3x^2}{4a^2} + \frac{4xy}{5ab} - \frac{2y^2}{3b^2} \right)$$

$$32. 759) (x^2 - y^2 - z^2 + 2yz) \frac{x+y+z}{x+y-z},$$

$$760) (a^2 - b^2 - c^2 - 2bc) \frac{a+b-c}{a+b+c}$$

$$33. 761) \left[ \frac{a^3 - ab^2 + b^3}{(a-b)^3} - \frac{b}{a-b} \right] \left[ \frac{a^3 - 2ab + 2b^2}{a^2 - ab + b^2} - \frac{b}{a} \right]$$

$$35. 762) \left( \frac{x^2}{y^3} \right)^2 \cdot \left( \frac{y^4}{z^3} \right)^3 \cdot \left( \frac{z^3}{x^4} \right)^3 \cdot \left( \frac{x^4}{y^3} \right)^2$$

$$763) \left( \frac{2a^3b^2}{3xy^4} \right)^2 \cdot \frac{3x^2y}{5a^2b} \cdot \left( \frac{5ay^2}{2bx^2} \right)^2$$

$$764) \left( \frac{4a^4b^{n+8}}{3x^2y^{n-1}} \right)^3 \cdot \frac{3x^6y^{8n}}{4(ab)^{10}}$$

$$37. 765) \frac{3}{4} \left( \frac{2a^2b^3}{3x^3y^2} \right)^2 \cdot \left( \frac{3x^2y}{5a^2b} \right)^3$$

766) Čemu se rovná součin, čemu podíl zlomku a jeho reciproké hodnoty?

Děl:

$$39. 767) \left( \frac{4ab^2}{c} \cdot 6bc \right) : \frac{6b^3}{a^3c^3} \quad 40. 768) \left( \frac{2a^2b}{3cd^2} \cdot \frac{bc^2}{b^2d} \right) : \left( \frac{4a}{6c^2} \cdot \frac{c}{8a^2} \right)$$

$$41. 769) \left( \frac{ab^3}{c} : \frac{3c^2}{2ab} \right) : \frac{2a^2c}{b^2} \quad 42. 770) \frac{32(a-b)^2}{45(a^2-b^2)} : \frac{8(a-b)}{9(a+b)}$$

$$43. 771) \left( 1 + \frac{x}{1-x} \right) : \frac{1+x}{1-x}$$

$$45. 772) \frac{14m^5n^4 - 28m^4n^5 + 14m^3n^6}{24a^7b^6 + 48a^6b^7 + 24a^5b^8} : \frac{7m^3n^4}{8a^5b^6}$$

$$773) \frac{2y^2}{x^3 + y^3} : \frac{y}{x+y} \quad 774) \frac{ax - x^2}{(a+x)^2} : \frac{x^2}{a^2 - x^2}$$

$$46. 775) \frac{4(a^2 - ab)}{b(a+b)^2} : \frac{6ab}{a^2 - b^2}$$

$$47. 776) \left( a + \frac{b-a}{1+ab} \right) : \left( 1 - \frac{a(b-a)}{1+ab} \right)$$

$$777) \frac{a^2 - b^2}{2ab} : \left( \frac{a^3}{b^3} - \frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} - 1 \right)$$

$$778) \left( \frac{2x+y}{x+y} + \frac{2y-x}{x-y} - \frac{x^2}{x^2 - y^2} \right) : \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$51.779) \left( \frac{8b^6}{a^3m^3} - \frac{6b^4}{m^2n^2} + \frac{3a^2b^2}{2mn^4} - \frac{a^6}{8n^6} \right) : \frac{2b^2}{am} - \frac{a^2}{2n^2}$$

$$52.780) \left( 1 - \frac{x}{a} - \frac{4x^2}{a^2} + \frac{4x^3}{a^3} \right) : \left( 1 + \frac{x}{a} - \frac{2x^2}{a^2} \right)$$

$$53.781) \left( 2y^2 + z^2 - 6x^2 + \frac{13}{5}xy + \frac{19}{6}xz - \frac{257}{60}yz \right) :$$

$$\left( 2x - \frac{3}{2}z + \frac{4}{5}y \right)$$

$$782) \left( yz - \frac{z^2}{9} + \frac{16}{25}x^2 - \frac{9}{4}y^2 \right) : \left( \frac{4x}{5} + \frac{z}{3} - \frac{3y}{2} \right)$$

$$783) \left( \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} \right) : \left( \frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$$

$$784) \left( \frac{8x^6}{27y^3} - \frac{27a^3}{8b^6} \right) : \left( \frac{4x^4}{9y^2} + \frac{ax^2}{b^2y} + \frac{9a^2}{4b^4} \right)$$

$$785) \left( a+2 + \frac{5(a+5)}{2(a+2)} \right) : \left( 2a+10 + \frac{15}{a+2} \right)$$

$$786) \left( \frac{1875}{x^{12}} - \frac{2375}{x^{10}y} + \frac{1250}{x^8y^2} - \frac{340}{x^6y^3} + \frac{35}{x^4y^4} - \frac{1}{x^2y^5} \right) : \\ \left( \frac{15}{x^5} - \frac{10}{x^3y} + \frac{1}{xy^2} \right)$$

$$787) \left( x^4 - \frac{1}{x^4} \right) : \left( x + \frac{1}{x} \right)$$

$$788) (1 - a^2 : [(1 + ax)^2 - (a + x)^2]$$

$$789) 1 : \left( x + \frac{1}{1 + \frac{x+1}{3-x}} \right)$$

$$790) \left[ \frac{a^x+y}{b^x-y} - \frac{2a^x+y-1}{b^x-y-1} + \frac{a^x+y-2}{b^x-y-2} - \frac{a^x+y-3}{b^x-y-3} + \frac{a^x+y-5}{b^x-y-5} \right] : \\ \left[ \frac{ay}{b^x} - \frac{a^y-1}{b^{x-1}} + \frac{a^y-2}{b^{x-2}} + \frac{a^y-3}{b^{x-3}} \right]$$

791) Vyřiď  $y = \frac{1}{1+x}$  v nekonečnou řadu a stanov hodnotu její

$$\text{pro } x = \frac{1}{2}$$

$$792) \text{Též } z = \frac{1}{1-x^2} \text{ pro } x = \frac{1}{3}$$

### §. 15. Zlomky desetinné.

- 811) Který zlomek slove desetinným a jak se označuje?
- 812) Kterak se mění hodnota desetinného zlomku, pošineme-li desetinnou tečku o několik míst v pravo nebo v levo?
- 813) Jak se převádějí obyčejné zlomky na desetinné?
- 814) Kterak lze napřed určiti, zdali desetinný zlomek z obyčejného zlomku vznikající bude mít formu zakončenou neb nezakončenou (periodickou)?
- 815) Převádíme-li obyčejný zlomek na desetinný, kolik číslic může na nejvýše obsahovati občislí čili perioda jeho?  
Následující zlomky obyčejné uvedě na desetinné:
- 816)  $\frac{13}{16}, \frac{17}{20}, \frac{3}{40}, \frac{111}{200}$
- 817)  $\frac{17}{125}, \frac{7}{800}, \frac{372}{1250}, \frac{3476}{15625}$
- 818)  $\frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{15}{17}, \frac{3}{35}$
- 819) Napiš obecný vzorec desetinného zlomku občiselného, jehož předčislí  $a$  obsahuje  $\alpha$  cifer a občislí  $b$  obsahuje  $\beta$  cifer.
- 820) Jak se převádí občiselný zlomek desetinný na obyčejný?  
Následující zlomky desetinné uvedě na obyčejné:
- 821) 0·3888, 0·5837, 0·760416, 0·01171875
- 822) 0·6, 0·428571, 0·63, 0·345, 0·1234
- 823) Jak se sčítají a odčítají zlomky desetinné? K čemu sluší zde mítí zřetel při neúplných zlomcích desetinných?
- 824) Určitá délka měřena byla po částech, kteréž shledány (rozdílnou přesností) rovny: 9·<sup>m</sup>804, 17·<sup>m</sup>62, 6·<sup>m</sup>8975, 18·<sup>m</sup>521; jaká jest ona délka?
- V následujících výrazech uvedě zlomky obyčejné na desetinné a vypočti součet algebraicky na 5 deset. míst:
- 825)  $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{3}{5}$
- 826)  $\frac{4}{7} - \frac{3}{4} + \frac{5}{11} - \frac{7}{16} + \frac{2}{9}$
- 827)  $1\frac{3}{5} - 0\cdot21 + \frac{7}{9} - \left\{ 0\cdot420953 + \frac{3}{4} - \left( \frac{7}{12} - \frac{5}{8} \right) \right\}$
- 828) Vypočti hodnotu rozdílu  $3\cdot14159265 - \frac{355}{113}$  na 7 deset. míst.
- 829) Jak se násobí a dělí zlomky desetinné a v čem záležejí výhody zkráceného násobení a dělení?

Znásob:

830)  $0.43 \times 0.65, 0.576 \times 0.3854$

831)  $0.005 \times 0.017, 0.007853 \times 0.00476$

832)  $113.5 \times 0.072, 256.652 \times 0.00037$

Děl:

833)  $7.5832 : 8, 0.357642 : 6$

834)  $75 : 16, 3.54 : 7$

835)  $400 : 0.25, 1 : 0.24$

836)  $56.4 : 0.00015, 0.0001 : 0.02$

Vypočti hodnoty následujících výrazů:

837)  $1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \dots + \frac{x^{10}}{1.2.3\dots 10}$

na 6 deset. míst pro  $\alpha) x = 1, \beta) x = 0.5$

838)  $16 \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{3.5^3} + \frac{1}{5.5^5} - \frac{1}{7.5^7} \right) - 4 \left( \frac{1}{239} - \frac{1}{3.239^3} + \frac{1}{5.239^5} \right)$

na 5 deset. míst.

839)  $\frac{a}{x} - \frac{ab}{x^2} + \frac{ab^2}{x^3} - \frac{ab^3}{x^4} + \frac{ab^4}{x^5}$

pro  $a = 3, b = 7, x = 100$  na 6 deset. míst

840)  $1.9956352 + 0.86858896 \left( \frac{1}{199} + \frac{1}{3.199^3} + \frac{1}{5.199^5} \right)$

na 6 deset. míst

Skrácené násobení na 5 desetinných míst:

841)  $15.735678 \times 2.5647 \quad 842) 0.7653478 \times 0.3576$

843)  $7.653409 \times 2.563 \quad 844) 8.56794 \times 0.52847$

845) 1 krychl. palec čisté vody váží 1.04423 lotů; mnoho-li váží 1<sup>oz</sup> zlata, je-li toto 19.258012krát těžší vody? (na 5 deset. míst)

846) Jak velký jest obvod rovníka, je-li poloměr jeho 6377400 metrů? ( $\pi = 3.141592654$ ; na 2 deset. místa).

847) Úhlopříčna čtverce rovná se 1.414214násobné straně jeho; jak dlouhá jest úhlopříčna čtverce o straně 1.414214 metrů? (na 5 deset. míst).

848) Čemu se rovná  $(2.4a - 3.5b + 6.3c)(2.4a + 3.5b - 6.3c)$ , je-li  $a = 1.7320508, b = 51.944, c = 0.76560085$  (na 6 deset. míst).

849) Jaký jest obsah krychle, jejíž strana jest 3.9149 m.? (na 4 deset. místa).

Zkrácené dělení na 5 deset. míst:

850)  $7.632035 : 3.716048 \quad 851) 2 : 15.314865$

852)  $10.926954 : 0.3547808 \quad 853) 3 : 0.0085843297$

- 854)  $\frac{74 \cdot 2039 \cdot 0 \cdot 07809 \cdot 14 \cdot 089}{0 \cdot 469876 \cdot 409 \cdot 269}$  na 3 deset. místa.
- 855) Čemu se rovná  $\frac{(3x-5)(2y-3)}{(2x-3)(3y-5)}$ , je-li  $x = 3 \cdot 96$ ,  $y = 3 \cdot 76$   
(na 5 deset. míst).
- 856) Najdi zvratnou (reciprokou) hodnotu veličiny  $\pi = 3 \cdot 14159265$   
na 6 desetinných míst.
- 857) Vypočti úhel, k němuž příslušný oblouk se rovná poloměru,  
až na tisícniny sekund.
- 858) Poloměr rovníka  $a = 6377400$  m., polovina osy zemské  
 $b = 6356080$  m. (dle Bessela); vyjádři sploštění země  $\frac{a-b}{a}$   
desetinným zlomkem (na 5 deset. míst).
- 859) Obdobně jako zlomky desetinné mohli bychom mít též zlomky  
jiných soustav, ku př. čtyrkové, sedmičkové atd., jichž jmeno-  
vatelé jsou mocnosti ze 4, 7 atd.
- Proměň ku př. zlomek  $\frac{11}{13}$  v zlomek soustavy sedmičkové.
- 860) Zlomek  $0 \cdot 213423$  psaný ciframi soustavy pětkové proměň na  
zlomek obyčejný a na zlomek desetinný.

### §. 16. Zlomky řetězové.

- 861) Který zlomek nazýváme řetězovým (řetězcem)?
- 862) Kterak se převádí zlomek obyčejný na řetězec?
- Převeď na řetězce tyto zlomky:
- 863)  $\frac{3}{5}, \frac{4}{11}$       864)  $\frac{8}{31}, \frac{11}{82}$       865)  $\frac{13}{97}, \frac{67}{437}, \frac{112}{153}$
- 866)  $\frac{x^3 + 2x}{x^4 + 3x^2 + 1}, \frac{ax^2 + 2x}{a^2x^2 + 3ax + 1}$
- 867)  $\frac{a^2 + 2a + 2}{a^3 + 3a^2 + 3a + 1}, \frac{xyz + x + z}{axyz + yz + ax + az + 1}$
- 868)  $\frac{a^4 + 6a^3 + 14a^2 + 15a + 7}{a^3 + 6a^2 + 13a + 10}$ ,
- 869) Které zlomky nazýváme hodnotami sblíženými?
- 870) Které vlastnosti mají zlomky sblížené?
- 871) Jak se vyvíjejí z daného řetězce sblížené zlomky?
- 872) Kterak lze ze dvou přímo po sobě jdoucích sblížených zlomků  
vyvinouti následující třetí?

873) Jak se mohou z daného řetězce snadno sestavovat všecky po sobě jdoucí sbližené jeho hodnoty?

Stanov sbližené hodnoty zlomků:

$$874) \frac{1}{2} + \frac{1}{2+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}}$$

$$875) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{2}}}$$

$$876) \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$877) x-1 + \frac{1}{2x-3} + \frac{1}{4x-5} + \frac{1}{6x-7}$$

$$878) \frac{100}{137}$$

$$879) \frac{408}{985}$$

$$880) \frac{1500}{2149}$$

881) Jedén sáh má 1·8965 metrů; stanov poměr obou měr v menších číslech.

882) Český loket se rovná 0·59367 metrům; stanov poměr jejich v menších číslech.

883) Průměr země na rovníku má 39264926, osa zemská však 39133668 pař. stop. Vyznač poměr jich čísla menšími.

884) Číslo  $\pi = 3\cdot14159265$ ; kterak se vyjádří poměr ten čísla menšími, jak dalece se liší druhá a čtvrtá sbližená hodnota jeho od pravé hodnoty?

885) Základ soustavy přirozených logarithmů  $e = 2\cdot718281828$

Stanov prvních 6 sbližených jeho hodnot.

886) Rozdíl zlomků

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}}}}}}} \text{ proměň v řetězec.}$$

887) Podobně součin a podíl zlomků:

$$1 + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4}}} \quad \text{a} \quad 1 - \frac{1}{2+\frac{1}{3-\frac{1}{4}}}$$

$$888) \text{Zlomek } \frac{1}{2+\frac{3}{4+\frac{5}{6+\frac{7}{8+\frac{9}{10}}}} \quad \text{proměň v obyčejný zlomek}$$

řetězový a ustanov 5tou sbliženou hodnotu.

889) Přetvoř  $\frac{1}{a-\frac{1}{b}} + \frac{1}{c-\frac{1}{d}}$  v zlomek obyčejný.

890) Dokaž, že jest

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots = \frac{1}{a} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{abc} + \dots$$

### §. 17. Poměry, úměry a jich upotřebení.

891) Co jest poměr dvou veličin a jaké poměry rozeznáváme?

892) Co slove udavatel (exponent) poměru?

Stanov udavatele těchto poměrů:

$$893) 4\frac{3}{5} : 4, 12\frac{1}{6} : 6\frac{1}{12} \quad 894) 3\cdot615 : 5\cdot784, 0\cdot571428 : 0\cdot5$$

$$895) \frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{5}}}}} : 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{11}} \quad 896) 7^{\circ}4' : 12^{\circ}3'8''$$

$$897) 3591x^3y^4z^5 : 4104x^2y^3z^6$$

$$898) (a^2 - x^2)(b - x) : (a - x)(b^2 - x^2)$$

$$899) \text{Kdy jest udavatel poměru } \frac{x-a}{x-b} \text{ roven } 0, \infty, 1.$$

$$900) \text{Jaký jest udavatel poměru } \frac{a-x}{b-x}, \text{ je-li } x = \frac{a+b}{2}?$$

$$901) \text{Je-li } \alpha \text{ udavatel poměru } a:b, \text{ jaký jest pak udavatel poměru } (a \pm b):b, a:(a \pm b), (\alpha a + \beta b):(\alpha'a + \beta'b)?$$

902) Které veličiny slovou nesouměřitelnými a jak lze jich poměr stanoviti?

903) V jakém poměru jest cena jednoho rublu (1·62 zl.) ku ceně libry šterlinku (10·26 zl.)?

904) Ze dvou kol otočí se jedno za 5 minut 240krát, druhé za  $9\frac{3}{4}$  minut 540krát. Jaký jest poměr jich úhlových rychlostí?

905) Parní stroj vytáhne břemeno  $a$  kilogr. těžké za  $b$  minut do výše  $c$  metrů, jiný pak břemeno  $a'$  kilogr. za  $b'$  minut do výše  $c'$  metrů; v jakém poměru jsou sily obou?

906) Co jest úměra (srovnalost)?

907) Jak lze se o správnosti úměry přesvědčiti?

908) Které z následujících úměr jsou správnými:

$$\alpha) 2 \frac{3}{5} : 7 = 3 \frac{3}{4} : 9, \quad \beta) (a+b):(a^2+b^2) = (a^2-b^2): \\ (a^3-a^2b+ab^2-b^3) \quad \gamma) (x^3+y^3):(x^2+y^2) = (x^2-y^2): \\ (x-y) \quad \delta) \frac{a+b}{x-y} : \frac{a^2-b^2}{x^2+y^2} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} : \frac{a-b}{x+y}$$

909) Které změny mohou se učiniti v úměře, aniž by správnost její porušena byla?

910) Uved následující úměru na tvar nejjednoduší:

$$\frac{5}{7} : 1 \cdot 71 = 1 + \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) : 3 + \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{11} \right)$$

911) Podobně úměru:

$$\frac{3a+5a^2}{4b-7b^2} : \frac{b-2b^2}{4d-7bd} = \frac{3c+5ac}{5b-6bd} : \frac{1-2b}{5-6d}$$

912) Je-li  $a:b=c:d$ , jest též  $(a+b):(c+d)=(a-b):(c-d)$ .  
Proč?

913) Je-li  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$ , jest těmto poměrům roven poměr  $\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{b_1+b_2+\dots+b_n}$  čili  $\frac{\Sigma a_n}{\Sigma b_n}$ . Důkaz?

914) Dokaž totéž o poměru  $\frac{a_1 a_1 + a_2 a_2 + \dots + a_n a_n}{a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n}$  čili  $\frac{\Sigma a_n a_n}{\Sigma a_n b_n}$ .

Z úměry  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  odvod hodnoty následujících poměrů:

$$915) \frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}$$

$$916) \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$$

$$917) \frac{\alpha a + \beta c}{\alpha b + \beta d}$$

$$918) \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha c + \beta d}$$

$$919) \frac{\alpha a^n + \beta c^n}{\alpha b^n + \beta d^n}$$

$$920) \frac{\alpha a^n + \beta b^n}{\alpha c^n + \beta d^n}$$

921) Je-li  $a:b=c:d$  a zároveň  $a+d=b+c$ , jest též pro jakékoliv  $x$  platnou úměra  $(a+x):(b+x)=(c+x):(d+x)$ .  
Proč?

922) Je-li  $a:b=c:a, c:d=d:e$  a zároveň  $b+e=c$ , jest  $a^2+d^2=c^2$ . Důvod toho?

923) Jak lze ke třem známým členům srovnalosti určiti neznámý 4tý?  
Stanov neznámý člen  $x$  v následujících úměrách:

$$924) \frac{573}{991} : x = 0.257 : \frac{1}{3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2}}}}$$

- 925)  $325a^3b^2 : 25a^2b = 13a^2b^2 : x$
- 34 926)  $1540(a-b) : 220x = 56(a^2 - b^2) : 8(a+b)$
- 35 927)  $x : (a+b) = (2a^3 - 5ab + 3b^2) : (2a^3 - 7a^2b + 8ab^2 - 3b^3)$
- 928)  $(a+x) : (a-x) = \left( \frac{(a+b)^2}{2ab} - 1 \right) : \frac{1}{2} \left( \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$
- 929)  $x : (a-x) = (2a-5) : (2a^2 - 7a + 5)$
- 930)  $x : y = (a+b - \frac{ab}{a+b}) : (a-b + \frac{ab}{a-b})$ , při podmínce  
 $x+y=2a^3$ .
- 931) Co nazýváme aritmetickým průměrem dvou veličin  $a$  a  $b$ ?  
 co geometrickým a co harmonickým průměrem?
- 932) Nazveme-li tyto tři průměry po sobě  $x, y, z$ , jest  $x:y=y:z$ .  
 Důvod toho?
- 933) Je-li  $z$  harmonický průměr veličin,  $a, b$ , jest
- $$\frac{1}{z} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$
- Proč? Jak lze vysloviti tuto větu?
- 934) Dokaž, že jest  $(u-b) : (a-u) = a:b$ , když  $u = \frac{a^2 + b^2}{a+b}$ .
- 935) Jak lze z daných dvou srovnalostí  $a:b=c:d$ ,  $a_1:b_1=c_1:d_1$   
 odvoditi novou? V kterém případě by sečtením neb odečtením  
 členů souhlasných povstala opět úměra?
- 936) Úměry  $x:y=a:b$ ,  $y:z=c:d$  spoj v postupnou srovnalost  
 $x:y:z=?$
- 937) Podobně úměry  $a:b=1:2$ ,  $b:c=3:4$ ,  $c:d=5:6$ ,  $d:e=7:8$   
 v srovnalost  $a:b:c:d:e=?$
- 
- 938) Které veličiny slovou přímo, které obráceně úměrnými? Podej některé příklady.
- 939) 14 kilogramů rovná se přibližně 25ti libram víd.; vypočti z toho, kolik liber váží 1 krychl. m. čisté vody?
- 940) Je-li rychlosť světla 40000 mil a země naše 21 milionů mil od slunce vzdálena, za kolik minut a sekund přibude světlo ze slunce na zemi?
- 941) Přibude-li rychlovlak, jenž o 8. hod. ranní z Prahy vyjel a průměrnou rychlostí 12·89 m. rovnoměrně se pohyboval, o 10 hodinách 30 minutách do Pardubic, a zdržel-li se na všech stanicích všeho všudy 10 minut, jak daleko je z Prahy do Pardubic?

- 155) 942) Poloměr rovníka jest dle Bessela  $3272077 \cdot 14$  pař. toisy; kolik jest to zeměp. mil, jestli 4 mil. se rovnají  $15229$  toisám?
- 943) Značí-li  $k$  jistinu,  $p$  procenta,  $r$  čas (vyjádřený roky),  $u$  úroky, dle kterých vzorec lze vypočítat jednu z těchto veličin, jsou-li ostatní tři dány?
- 944) Za  $233 \cdot 51$  zl. lze obdržet 1 cent  $46$  u 5 lotů určitého zboží; kolik ho přijde za 3 kr.?
77. 945) Lichvář půjčil statkáři 5000 zl. na  $5\%$ , avšak si hned při výplatě srazil za 4 leta úroky, tak že statkář v hotovosti jen 4000 zl. vyplatil. Na kolik ze sta půjčil vlastně lichvář své peníze?
- 946) V dražbě veřejné koupil mlynář dub za 21 zl. 50 kr., prodal ho však jinému za 25 zl. 40 kr. Kolik procent při tom vydělal?
56. 947) Délky obou ramen obyčejné páky mají se k sobě, jako  $3 : 5$ . Na konci prvního ramene visí závaží 30 kgr. Kolik kgr. bude třeba zavěsit na konec druhého ramene, má-li páka být v rovnováze? Jak velký tlak spočívá na podpoře?
74. 948) Číslo 1755 rozděleni se má ve 2 sčítance, kteří se mají k sobě jako  $2 : 3$ .
- 949) Rozšíř úlohu předešlou pro číslo  $a$ , mající se rozdělit v poměru  $m : n$ .
57. 950) Na tyči  $2 \cdot 6$  m. dlouhé, ježíž prostá váha se nebere do počtu, nese muž s chlapcem břímě 65 kgr. těžké. — Mají-li se sily jejich k sobě jako  $8 : 5$ , kam bude břímě zavěsit, aby oba poměrně k svým silám stejně byli stíženi a kolik kilogramům poneše každý?
58. 951) Poloměr kola na hřídeli jest 5 dm. dlouhý, poloměr hřídele 1 dm. Na hřídeli působí břemeno 105 kgr. směrem tříze, na obvodu kola působí směrem protivným síla a jest s břeménem v rovnováze. Jak velká jest ta síla?
- 952) Jak veliký jest poloměr žentouru, když síla 20 kgr. s břeménem 100 kgr. trvá v rovnováze a poloměr hřídele jest 16 cm.?
- 953) Kdy jest jedna veličina přímo úměrná s dvojmocí, trojmocí atd. druhé? Kdy obráceně úměrná? Podej některé příklady.
- 954) Země má průměr 1719 mil a povrch 9261238 mil; jaký jest povrch slunce, jehož průměr jest 184000 mil?
- 955) Při prostém pádu jsou dráhy úměrné druhé mocnosti času; spadne-li tedy těleso za 5 sekund s výše  $112 \cdot 61$  m., jak velikou vykoná pádem dráhu za 14.89 sekund?

- 956) Jak hluboká jest studně, v níž hozený kámen dostihne dna za 4 sekundy?
64. 957) Nazveme-li střední vzdálenosti planet: Merkur, Venuše, země, Mars, Jupiter, Saturn, Uran, Neptun postupně  $a_1, a_2, a_3 \dots a_8$ , jest sblíženě
- $$a_1 : a_2 = 23 : 43, \quad a_2 : a_3 = 13 : 18$$
- $$a_3 : a_4 = 21 : 32, \quad a_4 : a_5 = 12 : 41$$
- $$a_5 : a_6 = 6 : 11, \quad a_6 : a_7 = 16 : 33$$
- $$a_7 : a_8 = 13 : 20.$$
- Jak mají se k sobě kterékoliv dvě z těchto vzdáleností?
- 958) Kdosi nakoupil zboží za  $a$  zlatých. Mnoho-li se mu přičte srážky, a mnoho-li zaplatiti musí v hotovosti, obdrží-li  $p\%$  rabatu ze sta aneb  $p\%$  rabatu na sto?
- 959) Jak velká jest nynější hodnota  $k$  jistiny  $k$  splatné bez úroků po  $t$  letech, pakli při hotové výplatě  $p\%$  úrokové náhrady se srazí? Kterak se vypočítá tato hodnota, počítáme-li úroky ze sta, kterak, počítáme-li na sto?
- 960) Jistina  $k$  dává při  $p\%$  zúročení za  $r$  roků určité úroky; za kolik roků vynese tytéž úroky jistina  $k'$  při zúročení  $p'\%$ ?
65. 961) Výtěžek z uhelných dolů rozděluje se rovnou měrou na 20 akcií, patřících dvěma bratrům co majitelům těchto dolů. Starší z nich má jedenáct akcií, mladší pak ostatních devět. Prvý zanechá po sobě 16, druhý 13 dědiců, mezi které se akcie rovnoměrně rozdělí. Z každého tohoto dědictví jest jeden podíl na prodej a nabízí se z obou stran stejně draze. Který z obou poskytuje kupci větší výhody?
66. 962) Únosnost hranolovitěho, na obou koncích zazděného a u prostřed obtěžkaného trámce jest přímo úmerná šířce a dvojmoci výšky, obráceně pak úmerná s délkou. Unese-li tedy trámec dřevěný 2 m. dlouhý,  $1\frac{1}{2}$  dm. široký a 2 dm. vysoký 892 kilogr., kolik unese trámec podobný 3 m. dlouhý, 2 dm. široký a 3 dm. vysoký?
- 963) Na které jednoduché úloze zakládá se t. zv. počet spolkový? Která plynou ze vzorců obecných pro tento počet pravidla?
77. 964) Střelný prach se skládá z 16 dílů ledku, 3 dílů uhlí a 2 dílů síry. Kolik kilogrammů každé látky jest obsaženo v 350 kilogramech střelného prachu?
78. 965) Čtyři obchodníci podniknou společně jakýsi obchod, ku kterémuž třeba 16700 zlatých. Obchod ten vynesl užitku 2560 zl.

Dal-li  $A$  do podniku toho 3200 zl.,  $B$  4500 zl.,  $C$  4000 zl.  
a  $D$  5000 zl., kolik zlatých získal každý jednotlivý podnikatel?

- Jč.* 966) Někdo má vypláceti 3 směnky a sice: jednu na 600 zl. po 4 měsících, druhou na 1500 zl. po 8 měsících a třetí na 700 zl. po 10 měsících. Za tyto 3 směnky chce vyměnit jedinou směnku, která by byla po jednom roce splatná. Která bude nominální hodnota její, počítá-li se na úročích  $6\frac{1}{2}\%$  ze sta?
- Jč.* 967) Čtyry osoby  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  koupily do spolku loterní los.  $A$  dal k tomu  $a$  zl.,  $B$  dal  $b$  zl.,  $C$  dal  $c$  zl. a  $D$  dal  $d$  zl. Z výhry  $M$  zl. dalo se  $m\%$  ústavu pro chudé a  $n\%$  prodavači losů. Mnoho-li připadne potom na každou osobu?
- Jč.* 968) Čtyři rolníci najmou si pro ovce pastvisko za 380 zl. První z nich pásł tam 20 ovcí po 3 měsíce, druhý 18 ovcí po 4 měsíce, třetí 16 ovcí po 5 měsíců a čtvrtý 19 ovcí po  $5\frac{1}{2}$  měsíců. Kolik zlatých nájemného připadá na každého jednotlivého nájemce?
- 969) Kdosi má vypláceti bez úroků části  $k$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  ... po lhůtách (ročních nebo měsíčních) potažně  $m$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  ...; on by však rád všecky tyto poplatky zapravil na jednou a sice hned; kolik zlatých výkupného bude mu složiti, pakli se mu svolí  $p\%$  na úročích?
- 970) Kdyby však všecky poplatky  $s = k + k_1 + k_2 + \dots$  najednou chtěl složiti, po kterém čase by tak učiniti měl, aby ani on ani věřitel ku škodě nepřišli?
-

## Oddíl třetí.

### Veličiny mocnostové.

#### I. Mocniny.

##### §. 18. Mocniny jednočlenů s pozitivními exponenty.

$$\text{I. } a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\text{II. } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\text{III. } (ab)^m = a^m b^m$$

$$\text{IV. } \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\text{V. } (a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$$

$$\text{VI. } (+a)^m = +b$$

$$\text{VII. } (-a)^{2n+1} = -b$$

$$\text{VIII. } (-a)^{2n} = +b$$

971) Které věty o mocninách vyznačeny jsou vzorce tuto položenými?

972) Jak zmocňují se veličiny záporné?

Znásob:

$$973) a^{3x-2} \cdot a^{2-2x}$$

$$974) p^{2x-3y+5} \cdot p^{3x+2y-5} \cdot p^{x+6y}$$

$$975) (x-y)^{m-2} \cdot (x-y)^{3-m} \cdot (x-y)^{m-1}$$

$$976) \frac{x^3y^3}{10} \cdot \frac{x^3y^2}{10^2}$$

$$977) a(a-b)^3 \cdot a^{n-3}b \cdot (a-b)^{n-3} \cdot a^2b^{n-1}$$

$$978) 720a^2b^3 \cdot 8a^4c^7 \cdot 15a^{n-5}b^{n-5}c^{n-5}$$

$$979) (2a+3b^2-4c^3)a^2b^2c^2$$

$$980) 312x^{4a-5b} \left( \frac{1}{156}x^{3(b-a)} + \frac{1}{104}x^{b-a} + \frac{1}{78}x^{a-b} \right)$$

Čemu se rovná:

$$981) (-a)^4, (-a)^7$$

$$982) (-2)^6, (-3)^5$$

$$983) (-a)^3(-a)^4; (-a)^{2n} \cdot (-a^3)$$

$$984) (+a)^3(-a)^4; (+a)^{2n} \cdot (-a^3)$$

$$985) (-a)^{2n+1} \cdot (-a); (-a)^{2n+1} \cdot (+a)^{2m-1}; (-a)^{2n+1} \cdot (+a)^{2m-1}$$

$$986) (-a)^{2n} \cdot (-a)^{2n+1}; (-a)^{2n} (+a)^{2n+1}$$

$$987) (-a)^3 \cdot (-a)^5; (-a)^3 (+a)^5$$

988)  $(-a)^n \pm (-a^n)$ ; které případy sluší tu rozeznávat?

$$989) (a-b)^2 \cdot (b-a)^3; (a-b)^n \cdot (b-a)^{2n}$$

$$990) (x-y)(y-x)^{2n-1}$$

$$991) \frac{a^{x+y+z} - a^{x-y+z}}{a^{x-y-z} - a^{x-y+z}} = \frac{a^{x+y-z} - a^{x-y+z}}{a^{x+y+z} + a^{x-y-z}}$$

$$992) \frac{a^{x+y} b^{x-y} - a^{x-y} b^{x+y}}{a^{x+y} b^{x-y} + a^{x-y} b^{x+y}} \cdot \frac{a^{2y} + b^{2y}}{a^y - b^y}$$

Děl:

$$993) a^{x+y} : a^{x-y}; a^x : a^{x-y}; a^{3x-2y} : a^{2x-3y}$$

$$994) (a+b)^{m+n} : (a+b)^{m-n}, (x-y)^{2n+1} : (x-y)^{2n-1}$$

$$995) (-a)^4 : (-a)^2; (-a)^5 : (-a)^3; (-a)^5 : (-a)^2$$

$$996) (-a)^4 : (+a)^2; (-a)^5 : (+a)^3; (-a)^5 : (+a)^2$$

$$997) a^{2n} : (-a)^{2n-3}; (-a)^{2n+3} : a^{2n}; (-a)^{2n+1} : (-a)^{2n-1}$$

998) Čím třeba  $(-a)^{x+2y+3z}$  násobit, aby vyšlo  $a^{4x+5y+6z}$ ?

$$999) \frac{a^{2x+8y} b^{4x-5y}}{a^{5x-6y} b^{3x+y}} : \frac{a^{4x+5y} b^{2x-4y}}{a^{8x+2y} b^{x+4y}}$$

$$1000) \frac{a^{m-n} b^{n-p} c^{p-m}}{x^{n-p} y^{p-m} z^{m-n}} \cdot \frac{a^{n-p} b^{p-m} c^{m-n}}{x^{p-1} y^{m-2} z^{n-3}} \cdot \frac{x^n y^p z^m}{a^m b^n c^p} : \frac{xy^2 z^3}{a^p b^m c^p}$$

Zmocňuj:

$$1001) (a^2)^3; (b^3)^4; (x^2)^n$$

$$1002) (a^m)^n; (a^3)^{n-3}; (x^{n+1})^{n-1}$$

$$1003) (-a^2)^3; (-a^3)^2; (-a^3)^5$$

$$1004) [(-a^2)]^3; [(-a^3)]^2; [(-a^3)]^5$$

$$1005) (-a^{2n})^{2n+1}; [(-a)^{2n-1}]^{2n}; [(-a)^{2n+1}]^{2n-1}$$

$$1006) (-a^2)^{2n}; [(-a)^{2n}]^{2m}; (-a^{2n+1})^{2m}$$

$$1007) [(-1)^{2r-1}]^{2n+1}; [(-1)^{2r}]^{2n-1}$$

$$1008) (a^m b^n)^2; (a^3 b^4 c^5)^n$$

$$1009) [(x^n y^m)]^r; [((a^\alpha)^\beta)^\gamma]^{\delta}$$

$$1010) \left(\frac{a^2}{b^3}\right)^n; \left(\frac{a^2 b^3}{x^4 y^3}\right)^5; \frac{(a^2)^3 \cdot (b^3)^2}{(ab)^5}$$

$$1011) \frac{(2^3)^5}{4^4}; \frac{(3^3)^3}{9^4}; \frac{(3^3)^5}{27^{13}}$$

$$1012) \left(\frac{2^3}{4^5}\right)^3 \left(\frac{3^2}{5^3}\right)^2 : \frac{1}{60} \left(\frac{2}{4^3 \cdot 5}\right)^5$$

$$1013) \left(\frac{4a^{n-1} b^3 c^{3-x}}{9x^2 y^{3n-2} z^6}\right)^2 : \left(\frac{2a^n b^{2^1} c^{2-\frac{1}{x}}}{3xy^{2n-1} z^4}\right)^3$$

$$1014) \left[ \left( \frac{a^5}{b^4} \right)^3 \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{b^2}{a^3} \right)^4 \right]^5 \cdot \left[ \frac{a^{15}}{b^8} \right]^2$$

1015) Je-li  $17^5 = 1419857$ , čemu se rovná pak  $34^5$ ?

1016) Jak vypočteš  $19^7$  znaje, že  $38^7 = 114415582592$ ?

1017) Čemu se rovná  $1024^5 - 32^{10}$ ?

### §. 19. Mociňiny jednočlenů s negativními exponenty.

$$\text{I. } a^{-m} = \frac{1}{a^m} = \left( \frac{1}{a} \right)^m \quad \text{II. } \left( \frac{a}{b} \right)^{-m} = \left( \frac{b}{a} \right)^m$$

1018) Jaký význam mají mocniny s negativními exponenty?

1019) Jsou pro negativné hodnoty exponentů vzorce I.—VIII. odstavce předešlého též správnými? Důkazy?

1020) Co značí : výraz nějaký má se násobiti s  $a^{-x}$ ?

1021) Čemu se rovná  $a^0$ ,  $0^n$ ,  $0^{-n}$ ,  $0^0$ ?

Odstaň negativné exponenty v následujících výrazech:

$$1022) 2^{-3}, \left( \frac{4}{3} \right)^{-2}, \left( \frac{1}{5} \right)^{-4}$$

$$1023) a^{-1}, \left( \frac{1}{a} \right)^{-1}, \left( \frac{2}{a} \right)^{-2}$$

$$1024) (ax^{-4} + bx^{-3} + cx^{-2} + dx^{-1} + f)x^4$$

$$1025) a^{-2}x \cdot a^{-3}y \quad 1026) a^{-5}x \cdot a^5 \cdot x^{-2}$$

$$1027) 8x^{-3} \cdot 2x^3 \quad 1028) (a-x)^{-3} \cdot (x-a)^2$$

$$1029) (1-x)^{-2}(x-1)^3$$

$$1030) \frac{a^5}{a^{-3}}, \frac{b^{-4}}{b^{-5}}, \frac{c^{-6}}{c} \quad 1031) \frac{-7a}{a^{-7}}, \frac{3a^3}{-4a^{-3}}$$

$$1032) \frac{2}{3}a^8 : -\frac{5}{6}a^{-n-3}$$

$$1033) \left( \frac{1}{a^2} \right)^{-2} : \left( -\frac{b}{a^2} \right)^{-1}$$

$$1034) (x^{-m-1})^{m-1}, [(x^m)^{-n}]^p$$

$$1035) (4x^2y^{-3}z^{-1})^2$$

$$1036) (6a^3b^{-2}c^4)^{-1}$$

$$1037) \left( \frac{2^{-3}a^{-8}b^{-4}c^5}{3^{-2}a^{-4}b^{-8}c^6} \right)^{-2}$$

$$1038) \left( \frac{a+b}{a-b} \right)^{-8} \cdot \left( \frac{a-b}{c+d} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{a+b}{c+d} \right)^2$$

$$1039) \left( \frac{2ab}{3cd} \right)^{-3} \cdot \left( \frac{4cd}{5ab} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{5ab}{2cd} \right)^{-4}$$

$$1040) (2x+3x^{-1}+5)(2x+3x^{-1}-5)$$

$$1041) (9x^2+2x^{-2}+6)(9x^2+2x^{-2}-6)$$

$$1042) (x^n+x^{-n})(x^n-x^{-n})$$

$$1043) (x^4 - x^{-4}) : (x + x^{-1})$$

$$1044) (x^2 + 2 + x^{-2}) : (x + x^{-1})$$

$$1045) \left( \frac{2^{-3} x^2 y^{-3}}{3^{-2} a^{-2} b^3} \right)^{-1} \cdot \frac{(2by)^{-3}}{(3ax)^{-2}}$$

$$1046) \frac{[2(3a^2 x)^3]^{-2}}{[4(3^{-1} a^3 x^4)^{-2}]^2} \cdot \left( \frac{x}{3} \right)^{-10}$$

$$1047) \left( \frac{a^x + a^{-x}}{b^y + b^{-y}} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{a^x - a^{-x}}{b^y - b^{-y}} \right)^2 \cdot \left( \frac{a^{2x} - 1}{b^{2y} - 1} \right)^{-2} : \left( \frac{a^{2x} + 1}{b^{2y} + 1} \right)^{-1}$$

$$1048) \left[ \left( \frac{a^2 x^{-3}}{b^4 y^7} \right)^5 \left( \frac{a^{-4} x^7}{b^8 y^2} \right)^{-3} \right]^2 \cdot \left( \frac{(a^4 b^{-5})^2}{(x^3 y^2)^5} \right)^{-5} \cdot \frac{a^{-8} b}{x^4} (b^{-4} y)^7$$

$$1049) \left[ \frac{2}{3} a^2 \left( \frac{-a^2}{2x^3} \right)^{-2} (6a^2 x^{-2})^2 : \frac{4}{9} \left( \frac{x^{-2}}{a^3} \right)^{-1} \frac{12a^{-2}}{x^8} \right] \cdot \frac{8a^2 x^4}{27}$$

$$1050) \left[ 12a^3 x^{-2} \left( \frac{3a^2}{2x^3} : \frac{9a}{4x^3} \right)^{-2} \left( \frac{6x^3}{a^2} \right)^3 : 8a^2 x^{-3} \left( \frac{4}{3} a^3 x^3 : \frac{3}{2} ax^4 \right)^{-1} \right]^2 \frac{a^{15}}{1944}.$$

### §. 20. Mocniny dvoj- a mnohočlenů.

$$\text{I. } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{II. } (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{III. } (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^2 = a_1^2 + 2a_1 a_2 + a_2^2 + 2(a_1 + a_2)a_3 + a_3^2 + 2(a_1 + a_2 + a_3)a_4 + a_4^2 + \dots + 2(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})a_n + a_n^2$$

$$\text{IV. } (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^3 = a_1^3 + 3a_1^2 a_2 + 3a_1 a_2^2 + a_2^3 + 3(a_1 + a_2)^2 a_3 + 3(a_1 + a_2)a_3^2 + a_3^3 + \dots + 3(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})^2 a_n + 3(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})a_n^2 + a_n^3$$

1051) Jak se stanoví dvojmoc dvojčlenu, jak mnohočlenu?

1052) Značí-li  $\Sigma a^2$  součet čtverců všech členů výrazu

$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \Sigma a$ , dále pak  $\Sigma aa$  součet všech možných součinů z členů těch vždy po dvou (ku př.  $a_1 a_2, a_1 a_3, a_4 a_7, \dots$ ), jest  $(\Sigma a)^2 = \Sigma a^2 + 2\Sigma aa$ . Proč?

1053) Jak se změní vzorce I. a III., pokud-li členy uzávorkované budou mít střídavá znaménka?

Stanov druhé mocniny výrazů:

$$1054) (2a+3b)$$

$$1055) (5+4m)$$

$$1056) 5x-3y$$

$$1057) 4h-7$$

$$1058) a^2 \pm 1$$

$$1059) \frac{a+b}{x+y}$$

- 1060)  $x + x^{-1}$       1061)  $a^x - a^{-x}$       1062)  $2a^x - 3a^y$   
 1063)  $\frac{3x^2}{4y^2} - \frac{4y^2}{3x^2}$       1064)  $a^2 - a + 1$       1065)  $2 - 3x + 4x^2$   
 1066)  $ax^2 + bx + c$       1067)  $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2}$   
 1068)  $\frac{1}{4} [(a^x + a^{-x})^2 - (a^x - a^{-x})^2]$   
 1069)  $\frac{1 - 3a}{a^2 - 1}$       1070)  $x + 2 + 3x^{-1}$   
 1071)  $1 - 2x + 3x^2 - 4x^3$       1072)  $\frac{a}{d} - \frac{b}{c} + \frac{c}{b} - \frac{d}{a}$

Ustanov hodnoty výrazů těchto:

$$1073) [(a+x)^2 - (b+y)^2]^2 - [(a-x)^2 - (b-y)^2]^2$$

$$1074) (2x-a)^2 + (2x-b)^2 + (x-a-b)^2 - (3x-a-b)^2$$

$$1075) \frac{\left(\frac{1}{a}-1\right)^2 + \left(\frac{1}{a}-1\right)\left(\frac{1}{a}+1\right) + \left(\frac{1}{a}+1\right)^2}{\frac{3}{a}+a}$$

$$1076) (a+b+c)^2 - a(b+c-a) - b(a+c-b) - c(a+b-c)$$

Odlůvodni správnost následujících stejnин:

$$1077) (x-y)^2 + (1+xy)^2 = (1+x^2)(1+y^2)$$

$$1078) (x^2+3x+1)^2 - 1 = x(x+1)(x+2)(x+3)$$

$$1079) \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2 + \left(\frac{2ab}{a^2+b^2}\right)^2 = 1$$

$$1080) (x^2+xy \pm y^2) - (x^2-xy \pm y^2)^2 = 4x(x^2 \pm y^2)$$

$$1081) \text{Je-li } a+b+c=3m, \text{ jest } (2m-a)^2 + (2m-b)^2 + (2m-c)^2 \\ = a^2 + b^2 + c^2 \text{ Proč?}$$

$$1082) \text{Čemu se rovná podobně } (m-a)^2 + (m-b)^2 + (m-c)^2 \\ + (m-d)^2, \text{ je-li } a+b+c+d=2m?$$

$$1083) \text{Dokaž, že } (ax+by+cz)^2 + (ay-bx)^2 + (bz-cy)^2 \\ + (cx-az)^2 \text{ jest dělitelnо trojčlenem } a^2 + b^2 + c^2 \text{ jakož i } x^2 + y^2 + z^2.$$

$$1084) \text{V součet dvou čtvereců proměn výraz } 2(a^2+x^2)$$

$$1085) \text{Dokaž, že výraz: } (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(a_2^2 + b_2^2 + c_2^2) \\ - [(a_1b_2 - a_2b_1)^2 + (b_1c_2 - b_2c_1)^2 + (a_1c_2 - a_2c_1)^2] \text{ jest} \\ \text{vždy hodnoty kladné, ať jsou veličiny } a_1 b_1 c_1 a_2 b_2 c_2 \text{ jakékoliv.}$$

1086) Čemu se rovná

$$\left(\frac{a+b+c \pm 1}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b+c \pm 1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-a+b+c \pm 1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-a-b+c \pm 1}{2}\right)^2, \text{ je-li } a^2 + b^2 + c^2 = 8m + 3?$$

1087) Proč nemůže číslo, mající na místě jednotek cifry 2, 3, 7 nebo 8, být úplným čtvercem?

1088) Kterak lze sestaviti tabulky čtverců všech členů přirozené řady čísel pouhým sčítáním?

Stanov druhé mocniny těchto čísel:

1089) 105

1090) 996

1091) 253

1092) 541·39

1093) 409·608

1094) 0·72305

Čemu se rovná:

1095)  $\alpha) 696^2 + 697^2 - 985^2 \quad \beta) 482^2 - 382^2 + 773^2 - 827^2?$

1096)  $1251^2 + 2920^2?$

1097) Dokaž, že jest  $(7^2 + 15^2 + 24^2)(23^2 + 30^2 + 36^2) = 375^2 + 1475^2$

Stanov třetí mocniny těchto výrazů:

1098)  $a^3 - 1 \quad 1099) a^m - a^n \quad 1100) x + 2$

1101)  $2x - 3y \quad 1102) \frac{2m}{3} - \frac{3}{2m} \quad 1103) x + x^{-1}$

1104)  $a^m - 2ax^n \quad 1105) 2 - a^{4n-8} \quad 1106) a - 2b + 3c$

1107)  $1 + \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \quad 1108) a^{2n} - a^n + 1 \quad 1109) \frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{4}$

1110)  $\frac{1 - 3a}{a^2 - 1} \quad 1111) \frac{3}{4 - a} + \frac{1}{2} \quad 1112) \frac{1 + a - a^2}{a^{2n} - b^2}$

1113)  $a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{3}c - \frac{1}{4}d \quad 1114) 1 - x + x^2 - x^3$

1115) Čemu se rovná  $(a+b)^3 \pm (a-b)^3?$

1116) Čemu se rovná  $x^3 + y^3$ , je-li  $x+y=a$ ,  $xy=b?$

1117) Odůvodní, že  $(x+y+z)^3 - (x^3 + y^3 + z^3) = 3(x+y)(y+z)(z+x)$

1118) Zredukuj výraz  $(x+y+z)^3 - 3x(x+y+z)^2 + 3(x^2 - yz)(x+y+z) - (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

Ztrojmocni následující čísla desetinná:

1119) 23

1120) 135

1121) 401

1122) 698

1123) 19·36

1124) 0·2009

1125) 53·00007 na 5 deset. míst.

1126) Čemu se rovná  $(a \pm b)^4$ , čemu  $(a \pm b)^5?$

Vypočti následující příklady:

- 1127)  $(2a - 1)^4$       1128)  $(a^2 - 2)^4$       1129)  $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^4$   
 1130)  $(3 - 2x)^5$       1131)  $21^4$       1132)  $1 \cdot 25^4$   
 1133)  $0 \cdot 214^5$  na 6 deset. míst.  
 1134)  $\frac{\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^4 - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^4}{\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^3}$   
 1135)  $\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^{-3}}{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-4} - \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^{-4}} : \left(\frac{a}{4b^2} + \frac{3}{4a}\right)$   
 1136) Čemu se rovná  $x^4 + y^4$ , je-li  $x + y = a$ ,  $xy = b$ ?

## II. Odmocniny.

### §. 21. Základní pojmy o odmocninách.

$$\text{I. } \sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\text{II. } \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\text{III. } \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\text{IV. } \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{m/n}$$

$$\text{V. } \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{mx}}$$

$$\text{VI. } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n]{a}$$

1137) Vylož a odůvodni platnost vzorců I. až VI.

1138) Čemu se rovná  $\sqrt[n]{a}$ ,  $\sqrt[n]{1}$ ?

1139)  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a}$ ,  $\sqrt[n]{2x} \cdot \sqrt[n]{2x}$       1140)  $\sqrt[n]{(a-y)^2}$ ,  $(\sqrt[n]{ax})^2$

1141)  $\sqrt[3]{a^4}$ ,  $\sqrt[3]{a^3}$

1142)  $\sqrt[4]{81}$ ,  $3\sqrt[3]{8}$

1143)  $\sqrt[4]{\frac{4}{9}}$ ,  $8\sqrt[3]{1\frac{9}{16}}$

1144)  $20\sqrt[3]{4\frac{21}{25}}$ ,  $\frac{7}{12}\sqrt[3]{5\frac{18}{343}}$

1145)  $(a\sqrt[n]{a})^2$ ,  $(a\sqrt[n]{a})^3$

1146)  $(2\sqrt[3]{3})^2$ ,  $(3\sqrt[3]{3})^3$

1147) Jaký jest rozdíl mezi  $\sqrt{16} + \sqrt{9}$ ,  $\sqrt{16+9}$ ,  $\sqrt{16+9}$ ?

1148) Podobně mezi výrazy  $\sqrt{25} - \sqrt{16}$ ,  $\sqrt{25-16}$ ,  $\sqrt{25-16}$ ?

1149) Jaký význam mají lomené exponenty při mocninách?

1150) Čemu se rovná  $\sqrt[n]{a^{\frac{m}{n}}}$ ?

1151) Čemu se rovná  $\sqrt[n]{a^{-n}}, \sqrt[n]{a^{-mn}}, \sqrt[n]{a^{-\frac{m}{n}}}, \sqrt[n]{a^{-\frac{n}{m}}}$ ?

Odmocňuj, jak dalece možno, výrazy následující:

$$1152) \sqrt{a^2x}, \sqrt{ax^4}$$

$$1153) \sqrt[3]{5x^4}, \sqrt[4]{9x^4}, \sqrt{4ax^2}$$

$$1154) \sqrt{9a^2b}, \sqrt{4ab^2c}$$

$$1155) \sqrt{16a^2bc^4}, \sqrt{7a^2b^4c^6}$$

$$1156) \sqrt{1+x^2}, \sqrt{(1+x)^2}$$

$$1157) \sqrt{a^2-b^2}, \sqrt{(a-b)^2}$$

$$1158) \sqrt[3]{a^3b^3}, \sqrt[8]{a^3+b^3}, \sqrt[8]{(a+b)^3}$$

$$1159) \sqrt{x^5y^7}, \sqrt{x^{2n+1}}, \sqrt{x^{2n-1}}$$

$$1160) \sqrt[n]{x^{n+1}}, \sqrt[n]{x^{n-1}}$$

$$1161) \sqrt[n]{x^{3n+1}}, \sqrt[n]{ax^{2n+2}}$$

$$1162) \sqrt{28}, \sqrt{45}, \sqrt{48}$$

$$1163) \sqrt[3]{54}, \sqrt[3]{72}$$

$$1164) 3\sqrt{8}, 5\sqrt{80}, 7\sqrt{75}$$

$$1165) 2\sqrt[3]{81}, 5\sqrt[3]{27000}$$

$$1166) 3\sqrt{8a^2}, 4\sqrt{12b^2}$$

$$1167) 5\sqrt{20a^2x}, \frac{5}{2}\sqrt{24x^4}, 1\frac{1}{4}\sqrt{72a^2}$$

$$1168) 2\frac{1}{6}\sqrt{135x^2y^3z^4}$$

$$1169) 6\sqrt[3]{\frac{18a^2x}{72ax^3}}$$

$$1170) \sqrt{\frac{1}{2\cdot 8}}, \sqrt{\frac{1}{0\cdot 25}}$$

$$1171) \sqrt{\frac{3}{0\cdot 5}}, \sqrt{\frac{4}{0\cdot 49}}$$

$$1172) \sqrt{\frac{2a^2}{3b^2}}, \sqrt{\frac{3a^2}{5x^3}}$$

$$1173) \sqrt{\frac{5a^3}{6x^4}}, \sqrt{\frac{7a^5}{8x^6}}$$

$$1174) 2\frac{1}{8}ab \cdot \sqrt{\frac{81a^2}{98b^2}}$$

$$1175) \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2b^2c^2}}, \sqrt{\frac{a^2(1+b)^2}{b^2(1+b^2)}}$$

$$1176) \text{Je-li } \sqrt[8]{20}=m, \sqrt[8]{20}=n, \text{ jak velké budou } \sqrt[8]{10}, \sqrt[8]{30},$$

$$\sqrt[8]{40}, \dots, \sqrt[8]{50}, \sqrt[8]{60}, \sqrt[8]{70}, \dots \text{ atd. ?}$$

Učiň tyto odmocniny stejnojmennými:

$$1177) \sqrt[3]{a^2b}, \sqrt[4]{a^3b}, \sqrt[6]{a^5b}$$

$$1178) \sqrt[8]{a^2b}, \sqrt[6]{\frac{a^3b^4}{c}}, \sqrt{\frac{ab^2}{c}}$$

$$1179) \sqrt[24]{2^{15}}, \sqrt[30]{2^{18}}, \sqrt[72]{2^{40}}, \sqrt[80]{2^{18}}, \sqrt[90]{2^{15}}$$

$$1180) \sqrt[8]{2ab}, \sqrt[8]{3a^2b^4}, \sqrt[4]{4a^3b^5}, \sqrt[6]{\frac{5a^7b^2}{c^2d}}$$

$$1181) \sqrt[n]{\frac{ab}{c^2}}, \sqrt[2n]{\frac{2a^n}{3bc}}, \sqrt{\frac{2a^3}{3b}}$$

$$1182) \sqrt[-3]{\frac{2b^{-4}c^2}{d^3}}, \sqrt[-2n]{\frac{a^4b}{c}}, \sqrt[n]{\frac{a^{-1}b}{d^{-2}}}$$

### §. 22. Sčítání a odčítání odmocnin.

$$\text{I. } a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} = (a+b)\sqrt[n]{x}$$

$$\text{II. } a\sqrt[n]{x} - b\sqrt[n]{x} = (a-b)\sqrt[n]{x}$$

1183) V kterém případu lze odmocniny sčítati nebo odčítati?

Sečti, pokud možno:

$$1184) \sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{6}$$

$$1185) 2\sqrt{8} - 7\sqrt{18} + 5\sqrt{72} - \sqrt{50}$$

$$1186) 5\sqrt{2} + 3\sqrt{8} - (2\sqrt{18} + 4\sqrt{32}) + \sqrt{242}$$

$$1187) 3\sqrt{3} - 2\sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75} + 3\sqrt{12}$$

$$1188) 2\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{54}$$

$$1189) 7\sqrt[8]{54} + 3\sqrt[8]{16} - 7\sqrt[8]{2} - 5\sqrt[8]{128}$$

$$1190) 5\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{28} + \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{147} + 5\sqrt[3]{5}$$

$$1191) \sqrt[3]{0.08} - \sqrt[3]{0.01} + 0.5\sqrt[3]{10000} + 3\sqrt[3]{0.01} + 0.7\sqrt[3]{80}$$

$$1192) 4\sqrt[4]{\frac{1}{12}} - \sqrt[4]{27} - \sqrt[4]{3} + 2\sqrt[3]{\frac{3}{4}} - 5\sqrt[3]{1\frac{1}{3}} + 3\sqrt[3]{12}$$

$$1193) 20\sqrt[3]{0.005} + \sqrt[3]{5} + 6\sqrt[3]{0.625} - 5\sqrt[3]{0.04} + \sqrt[3]{40} - 2\sqrt[3]{0.625}$$

$$1194) 10\sqrt[3]{0.2} + 5\sqrt[3]{0.05} + 2.5\sqrt[3]{0.05} - 2.5\sqrt[3]{3.2} + 7.5\sqrt[3]{1.8}$$

$$1195) a\sqrt{2} - b\sqrt{8} + c\sqrt{50}$$

$$1196) a\sqrt{x} - b\sqrt{x^3} + c\sqrt{x^5}$$

$$1197) 8\sqrt{a} + 5\sqrt{x} - 7\sqrt{a} + 4\sqrt{a} - 6\sqrt{x} - 3\sqrt{a}$$

$$1198) 2\sqrt{a} + 5\sqrt{b} - x\sqrt{a} - c\sqrt{b} + \sqrt{a(x-1)^2} + \sqrt{bc^2}$$

$$1199) 7\sqrt[8]{x} - 4\sqrt[8]{x} + 5\sqrt[8]{x} - 6\sqrt[8]{x} - \sqrt[6]{x^2} + \sqrt[6]{x^3}$$

$$1200) 5\sqrt[8]{x} - 7\sqrt[8]{y} + 2\sqrt[8]{2x} + 8\sqrt[8]{y} - \sqrt[8]{4y} - \sqrt[8]{8x}$$

$$1201) \sqrt{(a+b)^2x} + \sqrt{(a-b)^2x} - \sqrt{a^2x} + \sqrt{(1-a)^2x} - \sqrt{x}$$

$$1202) \sqrt[4]{4+4x^2} + \sqrt[4]{9+9x^2} + \sqrt{a^2+a^2x^2} - 5\sqrt{1+x^2}$$

$$1203) \sqrt{a-b} + \sqrt{16a-16b} + \sqrt{ax^2-bx^2} - \sqrt{9(a-b)}$$

$$1204) 8\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 2\sqrt{\frac{3}{16}}$$

$$1205) 7\sqrt[8]{54} + 3\sqrt[8]{16} + \sqrt[8]{2} - 5\sqrt[8]{128}$$

$$1206) \sqrt[8]{45c^3} - \sqrt[8]{80c^3} + \sqrt[8]{5a^2c}$$

$$1207) \sqrt[8]{16a^3b} + \sqrt[8]{4a^2b} - \sqrt[8]{a^2b} - \sqrt[8]{54a^3b}$$

$$1208) \sqrt[8]{\frac{27a^5x}{2b}} - \sqrt[8]{\frac{a^3x}{2b}}$$

$$1209) 4\sqrt[m]{a^2b^3} - 5\sqrt[m]{a^3b^2} + 2\sqrt[m]{a^2b^2} + 6\sqrt[m]{a^3b^2} - 2\sqrt[m]{a^2b^3} \\ - 3\sqrt[m]{a^2b^3}$$

$$1210) \frac{2}{3}a\sqrt{9a} + 6a\sqrt{a} + 3\sqrt{a^3} - 5a^2\sqrt{\frac{1}{a}} - \frac{1}{a^2}\sqrt{a^7} \\ - \frac{3}{2a^{m-2}}\sqrt{\frac{16}{9}a^{2m-1}}$$

$$1211) 5\sqrt[8]{a^2b^5} + 2b^2\sqrt{\frac{a^3}{b}} + \frac{4b}{a^2}\sqrt[8]{a^8b^2} - 6ab\sqrt[8]{\frac{b^2}{a}} \\ - \frac{3}{2}ab^2\sqrt{\frac{8}{ab}}$$

$$1212) 3\frac{1}{2}\sqrt[8]{a^2b^{m+8}} - \frac{3b}{2a}\sqrt[8]{\frac{a^5b^{2m}}{b^m}} + 8a\sqrt[8]{\frac{b^m}{a}} - 4\sqrt[8]{8a^2b^m}$$

$$1213) (2\sqrt[8]{3a^3})^2 + (3a\sqrt{a})^2 + (2\sqrt[4]{a^3})^4 - \left(a\sqrt[8]{\frac{3}{a^4}}\right)^8$$

$$1214) \sqrt{1 - \frac{x}{2}} + 3\sqrt{4 - 2x} - \sqrt{16 - 8x} + 2\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{x}{8}} - \frac{1}{x}\sqrt{4x^2 - 2x^3}$$

$$1215) 3a^2 \sqrt{\frac{\frac{1}{a} - \frac{x^2}{a^2}}{a+x}} = 3(ax - x^2) \sqrt{\frac{1}{a^2 - x^2}} - 2a \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{(a+x)^2}} + 4x \sqrt{\frac{a^4 - x^4}{(a^2 + x^2)(a+x)^2}}$$

$$1216) b \sqrt{\frac{1}{a-b}} + \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a+b}} = a \sqrt{\frac{1}{a-b}} - \frac{1}{a} \sqrt{a^2 b \left(\frac{a}{b} - 1\right)} + \sqrt{a^3 - a^2 b} - b \sqrt{\frac{4a}{b^2} - \frac{4}{b}}$$

$$1217) \sqrt[3]{8a^8 - 8a^6x^2} + a\sqrt[3]{a^3x^2 - a^4} + \sqrt[3]{\frac{1}{x} - \frac{a^2}{x^3}} + \frac{a^2}{x^2} \sqrt[3]{\frac{x^3 - x^5}{a^4 - a^6}} - \frac{1}{a} \sqrt[3]{\frac{a^{13} + a^{12}x}{(x-a)^2}}$$

### §. 23. Násobení odmocnin.

1218) Jak se násobí odmocniny stejných odmocnitelů? jak při ne-  
stejných?

Znásob:

$$1219) \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{\frac{a^{n-1}}{b}} \quad 1220) \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$$

$$1221) 0.125 \sqrt{0.2} \cdot 4\sqrt{6} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{1.5}$$

$$1222) 4\sqrt{6} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{8}\sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$1223) \frac{5}{3}\sqrt{3ab} \cdot 6\sqrt{\frac{ac}{b}} \cdot 2b\sqrt{2c}$$

$$1224) 2 \cdot 5 \sqrt[3]{0 \cdot 1} \cdot 4 \sqrt[3]{5} \cdot 2 \sqrt[3]{4}$$

$$1225) \sqrt[n]{a^{3m-p}} \sqrt[n]{a^{2n-3m}} \sqrt[n]{a^{p-n}}$$

$$1226) 5 \cdot 5 \sqrt{1 \frac{2}{3}} \cdot 0 \cdot 1 \sqrt{0 \cdot 75} \cdot 2 \sqrt{0 \cdot 5} \cdot 0 \cdot 4 \sqrt{0 \cdot 8}$$

$$1227) 4a \sqrt{2a^3b} \cdot \frac{1}{8}\sqrt{5ab^5} \cdot 1 \frac{1}{5} \sqrt{\frac{ab}{2}} \sqrt{5a^5b^5}$$

$$1228) 3 \sqrt[3]{6} \cdot 5 \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{54}$$

$$1229) \sqrt[x]{a^{x-1}} \sqrt{x+1} \sqrt[a^x]{a^{1-2x}} \sqrt[x+1]{a}$$

$$1230) 2 \sqrt[4]{3} \cdot 4 \sqrt[4]{6} \cdot 1 \frac{1}{2} \sqrt[4]{2} \cdot \frac{1}{3} \sqrt[4]{2}$$

$$1231) \frac{3a}{5b} \sqrt[3]{\frac{m^2}{a-x}} \cdot \frac{5b}{4a} \sqrt{\frac{a-x}{2m^2}}$$

$$1232) a \sqrt[m]{a^3b^4} \sqrt{ab^5} \sqrt[8]{\frac{a^8}{b^4}} \sqrt[8]{\frac{1}{a^8b^4}}$$

$$1233) a^2 \sqrt[m]{a^5b^2} \cdot b \sqrt[8]{\frac{a^5}{b}} \cdot \sqrt[m]{a^{16}b^7} \sqrt{a^4b^{13}}$$

$$1234) \sqrt[8]{2^5} \sqrt[5]{2^3} \sqrt[2]{2^5} \sqrt[40]{2^9} \sqrt[48]{2^5} \sqrt[60]{2^{43}}$$

$$1235) \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{2a}{(a-x)^2}} \cdot \sqrt[6]{8a^2(a-x)^2} \sqrt{\frac{a^3}{a-x}} \sqrt{\frac{2(a-x)}{a^2}}$$

$$1236) (5\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})\sqrt{8}$$

$$1237) (7\sqrt[3]{54} + 3\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{128}) \sqrt[3]{4}$$

$$1238) (2\sqrt[8]{2} + 3\sqrt[4]{2} - 4\sqrt[6]{2} + 5\sqrt[6]{2}) 6\sqrt[6]{\frac{1}{2}}$$

$$1239) (2\sqrt[3]{a^2b^4} - \sqrt{a^3b} - b\sqrt[6]{\frac{a^5}{b^2}} + \sqrt[6]{a^4b^3}) \sqrt[6]{a^2b^3}$$

$$1240) (3 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) \quad 1241) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$1242) (4 + 3\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) \quad 1243) (9 + 2\sqrt{10})(9 - 2\sqrt{10})$$

$$1244) (2 + \sqrt{30} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$1245) (\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{4}})(\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6})$$

$$1246) (\sqrt{a+b} + \sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a+b} - \sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$1247) (3\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[6]{\frac{1}{2}})(3\sqrt[8]{2} + 2\sqrt[6]{32})$$

$$1248) \left( a + \frac{2}{a} \sqrt{ab} \right) \left( a - 2 \sqrt{\frac{b}{a}} \right)$$

$$1249) \left( a \sqrt[4]{b^3} + b \sqrt[4]{a^3} \right) \left( b \sqrt[4]{a^3} - a \sqrt[4]{b^3} \right)$$

$$1250) \left( 2\sqrt{10} - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} \right) \left( 2\sqrt{10} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{6} \right)$$

$$1251) \left( \sqrt{7a^3b} - a\sqrt{4ab} + a^2\sqrt{\frac{3b}{a}} \right) \left( a\sqrt{7ab} + 2a\sqrt{ab} - a^2b\sqrt{\frac{3}{ab}} \right)$$

$$1252) \left( \frac{a}{b} \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{a^3} - b\sqrt{b} \right) \left( a\sqrt{\frac{a}{b^3}} - a\sqrt{a} + \sqrt{b^3} \right)$$

$$1253) (p^2 + q^2)(p+q)(\sqrt{p} + \sqrt{q})(\sqrt[4]{p} + \sqrt[4]{q})(\sqrt[4]{p} - \sqrt[4]{q})$$

$$1254) (2\sqrt{3} - 4\sqrt{6})^2 \quad 1255) \left( \frac{b}{4} \sqrt{\frac{a}{b}} - \frac{2}{\sqrt{a}} \right)^2$$

$$1256) (\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^2 \quad 1257) (x - \sqrt{x})^3$$

$$1258) (\sqrt[8]{a} + \sqrt[8]{b} + \sqrt[8]{c})^3 \quad 1259) \left( \frac{1}{2} \sqrt[8]{2} - \frac{1}{3} \sqrt[8]{3} \right)^3$$

$$1260) (\sqrt[a^m]{a^x} - \sqrt[b^n]{b^{3x}})^3$$

### §. 24. Dělení a jiné redukce odmocnin.

Děl:

$$1261) \sqrt{a^2 - x^2} : (a - x)$$

$$1262) x : 3\sqrt{x}$$

$$1263) \sqrt{\frac{12}{41}} : \sqrt{\frac{4}{39}}$$

$$1264) 8\sqrt{3} : 2\sqrt[4]{15}$$

$$1265) \frac{7}{\sqrt{2}} : \frac{2}{\sqrt{7}}, \quad \frac{7}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$1266) a\sqrt{\frac{a}{b^3}} : b\sqrt{ab}$$

$$1267) (3 : \sqrt{6}) : \sqrt{3}$$

$$1268) (\sqrt{8} : \sqrt{18}) + (2\sqrt{27} : 3\sqrt{12})$$

$$1269) \sqrt[m]{\frac{a^3b^2}{c^4d}} : \sqrt[2m]{\frac{a^6d^2}{c^8b^5}}$$

$$1270) 2a^m b \sqrt[4]{\frac{b^{m-3}}{a^{3m-2}}} : \frac{4}{a^m} \sqrt[3]{\frac{a^{m-1}}{b^{m-2}}}$$

$$1271) (a+b) : \frac{1}{3} \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$1272) 2 \sqrt{a^2 - b^2} : \sqrt{a^3 - a^2 b}$$

$$1273) \sqrt{a^8 - a^4 x^2} : 4(a^2 + x)$$

$$1274) (\sqrt{a+x} \sqrt{a-x}) : (\sqrt{a^2 - x^2} \sqrt[12]{a+x})$$

$$1275) (\sqrt{45} - \sqrt{20}) : \sqrt{5}$$

$$1276) (\sqrt{36} - \sqrt{4} + \sqrt{24} - \sqrt{20}) : \sqrt{4}$$

$$1277) \left( \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) : \frac{15}{\sqrt{30}}$$

$$1278) (\sqrt{a^2 - b^2} + \sqrt{a^2 + b^2}) : \sqrt{a+b}$$

$$1279) (2 + 3 \sqrt{\frac{1}{2}}) : \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$1280) (1 + \sqrt{2}) : (2 - \sqrt{2})$$

$$1281) (\sqrt{3} + \sqrt{2}) : (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$1282) 7 : (\sqrt{10} - \sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$1283) (a^3 + a^2 \sqrt{a} - a \sqrt{a} - \sqrt{ax}) : (a + \sqrt{a})$$

$$1284) (\sqrt{ax} + x \sqrt{a} - 2 - 2\sqrt{x}) : (\sqrt{x} - 2 \sqrt{\frac{1}{a}})$$

$$1285) [(\sqrt{72} + \sqrt{32} - 4) : 2\sqrt{2}] (5 + \sqrt{2})$$

$$1286) [\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} : (\sqrt{2} + 3 \sqrt{\frac{1}{2}})] (\sqrt{2} + \sqrt{3}) (2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$1287) (3 + 4\sqrt{3}) : (\sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{2}) (\sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{2}).$$

V následujících výrazech vlož všechny členy pod jediné odmocnitko:

$$1288) \sqrt[3]{5\sqrt{2}}, \sqrt[3]{2\sqrt[3]{7}}$$

$$1289) \sqrt[3]{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}$$

$$1290) \frac{x+y}{x-y} \sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$$

$$1291) \sqrt[n]{a\sqrt[n]{a^{1-n}}}$$

$$1292) \sqrt[n]{\frac{a+b}{a-b} \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}} \sqrt[n]{\frac{a-b}{a+b} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}}$$

$$1293) x \sqrt[m]{x \sqrt[\frac{m}{n}]{x \sqrt[n]{x}}}$$

$$1294) \frac{ab^2 c^3}{d^4} \sqrt[n]{\frac{d^{4n-4}}{a^{n-1} b^{2n-2} c^{3n-1}}}$$

$$1295) \left( \sqrt[3]{\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \sqrt[3]{\frac{a-x}{a+x}}$$

Na tvar nejjednodušší uvedět tyto výrazy:

$$1296) 32 : \sqrt[3]{4 \sqrt{2}}$$

$$1297) \sqrt[3]{\frac{2 \sqrt{6}}{10 \sqrt[3]{4}}} : \sqrt[6]{\frac{4 \sqrt[3]{6}}{6}}$$

$$1298) \sqrt{a \sqrt[3]{a^2} + 4 \sqrt[3]{a^2} \sqrt{a}} - 2a \sqrt{\frac{1}{\sqrt{a}}} + 3a \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{a}}}$$

$$1299) \sqrt[5]{2 \sqrt{3}} \cdot \sqrt[5]{4 \sqrt[4]{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt[5]{\frac{2}{3} \sqrt[4]{6}} \cdot \sqrt[5]{4 \sqrt{\frac{1}{2}}}$$

$$1300) \sqrt[m]{a \sqrt[3]{b^2}} \cdot \sqrt[m]{a^3 \sqrt{b}} \cdot \sqrt[m]{\frac{1}{a} \sqrt{ab}} \cdot \sqrt[m]{b^2 \sqrt{a^2 b^2}}$$

$$1301) \sqrt{a+b+\sqrt{2ab}} \sqrt{a+b-\sqrt{2ab}}$$

$$1302) \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$$

$$1303) \sqrt[3]{2a^2 - 3\sqrt{b}} \sqrt[3]{2a^2 + 3\sqrt{b}}$$

$$1304) a \sqrt{a^3 b (7 + 4\sqrt{3})} \sqrt[3]{a (\sqrt{3}ab - 2\sqrt{ab})}$$

$$1305) \sqrt[3]{\sqrt{12} - 2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{12} + 2} + \sqrt[3]{7 + \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 - \sqrt{22}}$$

$$1306) \sqrt{\sqrt{\frac{1}{2}(x^2+y^2)} + \sqrt{\frac{1}{2}(x^2-y^2)}}.$$

$$\sqrt{\sqrt{\frac{1}{2}(x^2+y^2)} - \sqrt{\frac{1}{2}(x^2-y^2)}}$$

$$1307) \frac{\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1+x}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

$$1308) \frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$1309) [\sqrt{\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}} + \sqrt{\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}}]^2$$

$$1310) \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} \cdot \sqrt{a^2 + x^2} \cdot \frac{1 + \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2}}}{\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}} \cdot \frac{ax}{a + \sqrt{a^2 - x^2}}$$

1311) Čemu se rovná  $\sqrt{m^2 + n^2}$ , je-li  $m =$

$$\frac{a^2}{x^2 + y^2} (y + x \sqrt{x^2 + y^2 - a^2}), n = \frac{a^2}{x^2 + y^2} (x - y \sqrt{x^2 + y^2 - a^2})?$$

$$1312) \left[ \frac{a}{2\sqrt{a-1}} + \frac{a+1}{\sqrt{a^2-1}} \right] : \frac{(a-2)^2}{2(a\sqrt{a-1} - 2\sqrt{a^2-1})}$$

$$1313) \frac{2x^2}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$1314) \frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}} (1-x)^{\frac{1}{2}}}{[(1+x)^3 (1-x)^{-\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}} : \frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{(1+x)^{-\frac{1}{2}} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$1315) \left[ \left( \frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{a}} \right)^{\frac{1}{2}} : \left( \frac{2a^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2a^4}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left[ \frac{3\sqrt[4]{a^{\frac{1}{2}} (6a)^{-\frac{1}{2}}}}{\sqrt[6]{27}} \right]^{-1}$$

### §. 25. Veličiny irrationálné.

1316) Která čísla slovou irrationálnými (nesměrnými)?

1317) Není-li odmocnina z čísla celistvého opět číslo celistvé, nemůže být ani zlomkem, ale jest irrationálná. Proč?

1318) Proč jest poměr strany čtverce k úhlopříčné veličinou irrationálnou?

1319) Platí dosud o číslech vůbec dokázané věty též o číslech irrationálných?

Odstraň irrationálnost (číselnou nedostižnost) jmenovatelů těchto zlomků.

$$1320) \frac{a}{\sqrt{b}}, \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$1321) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}, \frac{a+\sqrt{b}}{\sqrt{b}}, \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$1322) \frac{a}{\sqrt[b^m]{b^m}}, \frac{a}{\sqrt[b^2]{b^2}}$$

$$1323) \frac{4}{\sqrt[3]{4}}, \frac{2}{\sqrt[5]{3^2}}$$

$$1324) \sqrt[m]{\frac{1}{a^n}}, \frac{a}{\sqrt[m]{\frac{n}{b}}}$$

$$1325) \frac{a+b}{\sqrt[3]{a-b}}, \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1-x^2}}$$

$$1326) \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} - \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$$

$$1327) \frac{ab\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a\sqrt{ab^2}}}$$

$$1328) \frac{a}{b+\sqrt{c}}, \frac{a}{b-\sqrt{c}}$$

$$1329) \frac{1}{2+\sqrt{3}}, \frac{4}{3-\sqrt{2}}$$

$$1330) \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}-b}$$

$$1331) \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}, \frac{2+\sqrt{3}}{4+\sqrt{5}}$$

$$1332) \frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} - \frac{a-\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}$$

$$1333) \frac{3x-4\sqrt{y}}{3x+4\sqrt{y}}$$

$$1334) \frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}, \frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$$

$$1335) \frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}, \frac{6}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$$

$$1336) \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}, \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

$$1337) \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$1338) \frac{5\sqrt{7}+6\sqrt{10}}{5\sqrt{1}+6\sqrt{2}}$$

$$1339) \frac{a}{x\sqrt{y}\pm y\sqrt{x}}$$

$$1340) \frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$1341) \frac{\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}$$

$$1342) \frac{m\sqrt{m+n}}{\sqrt{m+n}-\sqrt{n}}$$

$$1343) \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{\frac{m}{n}}-\sqrt{\frac{n}{m}}}$$

$$1344) \frac{2}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}}$$

$$1345) \frac{2y}{\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}}$$

$$1346) \frac{a}{\sqrt{b}\pm\sqrt{c}}$$

$$1347) \alpha) \frac{a+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}, \beta) \frac{a-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$1348) \alpha) \frac{4}{\sqrt{3}\pm\sqrt{5}}, \beta) \frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}$$

$$1349) \alpha) \frac{x}{\sqrt[n]{x \pm \sqrt{z}}} , \beta) \frac{x}{\sqrt[n]{y \pm \sqrt{z}}}$$

$$1350) \frac{3}{7 \sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{3}}}$$

$$1352) \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}}$$

$$1354) \frac{12}{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$1356) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$1358) \alpha) \frac{1}{a + \sqrt{b}}, \beta) \frac{1}{a - \sqrt{b}}$$

$$1359) \frac{28}{3 - \sqrt{4}}$$

1361)  $\alpha) \frac{a}{\sqrt[n]{x} + \sqrt[n]{y}}, \beta) \frac{a}{\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{y}}$ . Na kterých poučkách zakládá se usměrňování tvarů zde daných? Které případy tu nutno rozehnávat?

$$1362) \frac{1}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}}$$

$$1363) \frac{1}{\sqrt[8]{x} + \sqrt[8]{y}}$$

$$1364) \frac{1}{\sqrt[5]{a} - \sqrt[5]{b}}$$

$$1365) \frac{1}{x - \sqrt{x} - \sqrt{x}}$$

$$1366) \frac{\sqrt{x^2 + \sqrt{x^4 - y^4}}}{\sqrt{x^2 - \sqrt{x^4 - y^4}}}$$

$$1367) \frac{1}{\sqrt[m]{a^p} + \sqrt[p]{b^q}}$$

$$1368) \frac{1}{\alpha \sqrt[a^n]{a} + \beta \sqrt[b^q]{b}}$$

$$1369) \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$1370) \frac{1}{\sqrt[6]{32} + \sqrt[3]{4}}$$

$$1371) \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x^3}}{\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{x^2}}$$

1372) Rozlož odmocninu  $\sqrt{A + \sqrt{B}}$  v součet dvou odmocnin; v kterém případě lze toho s výhodou užít?

Dle předešlého rozved:

$$1373) \sqrt{3 - \sqrt{5}}$$

$$1374) \sqrt{31 + \sqrt{600}}$$

$$1375) \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

$$1376) \sqrt{5 \pm 2\sqrt{6}}$$

$$1377) \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{2}}$$

$$1378) \sqrt{312 \pm 2\sqrt{6647}}$$

$$1379) \sqrt{28 + 5\sqrt{12}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$$

$$1380) \sqrt{5(\sqrt{3} + 2)}$$

$$1381) \sqrt{\sqrt{511} + \sqrt{286}}$$

$$1382) \sqrt{ab - 2a\sqrt{ab - a^2}}$$

$$1383) \sqrt{ab + 2c^2 + 2c\sqrt{ab + c^2}}$$

$$1384) \sqrt{a + 2x + 2\sqrt{ax + x^2}}$$

$$1385) \sqrt{2 \pm 2\sqrt{1 - a^2}}$$

1386) Proměň součet odmocnin  $\sqrt{a + \sqrt{b}} \pm \sqrt{a - \sqrt{b}}$  v jedinou odmocninu.

Dle toho vypracuj následující příklady:

$$1387) \sqrt{2 + \sqrt{3}} \pm \sqrt{2 - \sqrt{3}} \quad 1388) \sqrt{8 + \sqrt{15}} - \sqrt{8 - \sqrt{15}}$$

$$1389) \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} \pm \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

$$1390) \sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} \pm \sqrt{x+y-2\sqrt{xy}}$$

$$1391) \alpha) \sqrt{a^2 + 1 + \sqrt{2a^2 + 1}} \pm \sqrt{a^2 + 1 - \sqrt{2a^2 + 1}},$$

$$\beta) \sqrt{\frac{abd + c^2}{bc}} + \sqrt{\frac{4ad}{b}} + \sqrt{\frac{abd + c^2}{bc}} - \sqrt{\frac{4ad}{b}}$$

### §. 26. Odmocňování čísel dekadických a výrazů algebraických.

$$\text{I. } \sqrt{a^2 \pm 2ab + b^2} = a \pm b$$

$$\text{II. } \sqrt{a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3} = a \pm b$$

1392) Čtverec čísla  $n$ -ciferného má buď  $2n+2$  aneb nejméně  $2n+1$  cifer; proč?

1393) Kolikociferná jest druhá odmocnina z čísla  $n$ -ciferného?  
Stanov druhé odmocniny:

$$1394) \sqrt{61009} \quad 1395) \sqrt{582169} \quad 1396) \sqrt{990025}$$

$$1397) \sqrt{57198969} \quad 1398) \sqrt{236144689} \quad 1399) \sqrt{629269360225}$$

$$1400) \sqrt{48303584206084} \quad 1401) \sqrt{12088868379025}$$

$$1402) \sqrt{0.207936} \quad 1403) \sqrt{152.2756}$$

1404)  $\sqrt{2}$

1405)  $\sqrt{3}$

1406)  $\sqrt{5}$

1407) Jak se odmocňují zlomky?

1408) Stanov dle toho druhé odmocniny zlomků

α)  $\sqrt{\frac{5}{3}}$ , β)  $\sqrt{\frac{13}{15}}$ , γ)  $\sqrt{\frac{59}{32}}$

Odmocni tyto výrazy algebraické:

1409)  $\sqrt{25x^4 + 20x^3 + 34x^2 + 12x + 9}$

1410)  $\sqrt{9m^2 + 12mn + 4n^2 + 30m + 20n + 25}$

1411)  $\sqrt{3a^3c + 6abc + 3b^2c}$

1412)  $\sqrt{4a^5b^2 - 20a^3b^3 + 25ab^4}$

1413)  $\sqrt{9x^4 - 2x^3y^2 + y^4 + 4xy^3 - 12x^3y}$

1414)  $\sqrt{4y^6z^4 - 6x^2y^2z^2 + \frac{9x^4}{4}}$

1415)  $\sqrt{\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}}$

1416)  $\sqrt{a^2x^{2m} + 2abx^{m+n} + b^2x^{2n} + 2bcx^m + 2acx^{2m-n} + c^2x^{2m-2n}}$

1417)  $\sqrt{2ax^2 - 4ax + 2a} \cdot \frac{\sqrt{2a}}{x^2 - 1}$

1418)  $\sqrt{\frac{a^2x - 2ax^2 + x^3}{a^2 + 2ax + x^2}}$

1419)  $\sqrt{\frac{9x^6}{16y^6} - \frac{x^5}{2y^5} - \frac{26x^4}{9y^4} + \frac{53x^3}{6y^3} + \frac{2x^2}{3y^2} - \frac{20x}{y} + 25}$

1420)  $\frac{a-b}{a+b} \sqrt{\frac{abcd}{a^2 - 2ab + b^2}} \cdot \sqrt{\frac{ac}{a^2bd - 2ab^2d + b^3d}}$

1421)  $\sqrt[4]{\frac{1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^2}{x^8 - 4x^6 + 6x^4 - 4x^2 + 1}}$

1422) Jak lze racionálné odmocniny třetího stupně, které z dvouciferných čísel vznikly, odmocňovat z paměti?

Stanov třetí odmocniny:

1423)  $\sqrt[3]{474552}$

1424)  $\sqrt[3]{17173512}$

1425)  $\sqrt[3]{1544804416}$

1426)  $\sqrt[3]{943229180943}$

1427)  $\sqrt[3]{6372783864}$

1428)  $\sqrt[3]{0.000012167}$

$$1429) \sqrt[3]{2}$$

$$1430) \sqrt[3]{17}$$

$$1431) \sqrt[3]{1 + \sqrt{\frac{28}{27}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{\frac{28}{27}}}$$

Čemu se rovná

$$1432) \sqrt[18]{15243604656924933407477640462336} = 54.$$

Stanov následující třetí odmocniny výrazů algebraických:

$$1433) \sqrt[3]{a^3 + 6a^2 + 12a + 8}$$

$$1434) \sqrt[3]{x^6 - 6x^5y + 12x^4y^2 - 8x^3y^3}$$

$$1435) \sqrt[3]{1728a^6 - 2160a^4b^3 + 900a^2b^6 - 125b^9}$$

$$1436) \sqrt[3]{27 - 54a + 63a^2 - 44a^3 + 21a^4 - 6a^5 + a^6}$$

$$1437) \sqrt[3]{\frac{8x^3}{27y^3} + \frac{16ax^2}{15by^2} + \frac{32a^3x}{25b^2y} + \frac{64a^3}{125b^3}}$$

$$1438) \sqrt[3]{a^2 - 3a^{2/3}b^{2/3} + 3a^{4/3}b^{4/3} - b^2}$$

$$1439) \sqrt[3]{a^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 6abc + 3ac^2 + b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3}$$

$$1440) \sqrt[3]{8x^6 + 48x^5y + 60x^4y^2 - 80x^3y^3 - 90x^2y^4 + 108xy^5 - 27y^6}$$

$$1441) \sqrt[3]{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + c\sqrt{c} + 3a(\sqrt{b} + \sqrt{c}) + 3b(\sqrt{a} + \sqrt{c}) + 3c(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + 6\sqrt{abc}}$$

1442) Čemu se rovná

$$\sqrt[3]{0.015625} - \sqrt[3]{27 - 54a - 15a^2 + 24a^3 - 3a^4 - 6a^5 - a^6}?$$

$$1443) \text{Podobně } \sqrt[3]{\frac{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}}$$

1444) Která čísla lze odmocňovat dle vzorečku:

$$\alpha) \sqrt{a^2 \pm k} = a \pm \frac{k}{2a} \quad \beta) \sqrt[3]{a^3 \pm k} = a \pm \frac{k}{3a^2}$$

$$1445) \text{Odmocni takto } \sqrt{5}, \sqrt{404}, \sqrt{405}, \sqrt{399}$$

1446) Podobně  $\sqrt[3]{61}$ ,  $\sqrt[3]{67}$ ,  $\sqrt[3]{344}$ ,  $\sqrt[3]{732}$

1447) Odůvodni, že se rovná

$$\alpha) \sqrt[3]{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \frac{7}{256}x^5 - \dots \text{in inf.}$$

$$\beta) \sqrt[3]{1-x} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 - \frac{7}{256}x^5 - \dots \text{in inf.}$$

Kterak lze vzorec  $\beta)$  vyvinouti ze vzorce  $\alpha)$ ?

1448) Na základě úlohy předešlé odmocni:

$$\sqrt{10} = \frac{10}{3} \sqrt{1 - \frac{1}{10}} \text{ (na 5 decim. míst).}$$

1449) Podobně  $\sqrt{11} = \frac{10}{3} \sqrt{1 - \frac{1}{100}}$ , jakož i

1450)  $\sqrt{6} = \frac{5}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{25}}$       1451)  $\sqrt{7} = \frac{8}{3} \sqrt{1 - \frac{1}{64}}$ .

(Poslední 2 příklady na 6 deset. míst).

1452) Odůvodni platnost těchto řad:

$$\alpha) \sqrt[3]{1+x} = 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \frac{5}{81}x^3 - \frac{10}{243}x^4 + \frac{22}{729}x^5 - \dots \text{in inf.}$$

$$\beta) \sqrt[3]{1-x} = 1 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{81}x^3 - \frac{10}{243}x^4 - \frac{22}{729}x^5 \dots \text{in inf.}$$

1453) Na základě 1452)  $\alpha)$  odmocňuj  $\sqrt[3]{28} = 3 \sqrt[3]{1 + \frac{1}{27}}$

na 9 dec. míst (6 členů řady stačí).

1454) Podobně odmocňuj dle řady  $\beta)$   $\sqrt[3]{37} = \frac{10}{3} \sqrt[3]{1 - 0.001}$

na 10 dec. míst (5 členů řady stačí).

1455) Kterak lze proměnit  $\sqrt{N}$  v řetězec?

Proměň v řetězové zlomky odmocniny

1456)  $\sqrt{37}$

1457)  $\sqrt{47}$

1458)  $\sqrt{19}$

1459)  $\sqrt{7}$

1460)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

1461)  $\frac{\sqrt{13}-3}{2}$

1462) Proměň  $\sqrt{2}$  v řetězec a vypočítej, jak dalece se blíží 5tá sblížená jeho hodnota pravdě?

1463) Proměň v řetězec odmocninu  $\sqrt{a^2+1}$

1464) Dokaž, že jest

$$\sqrt{a^2+b} = a + \frac{b}{2a + \frac{b}{2a + \frac{b}{2a + \dots \text{in inf.}}}}$$

1465) Dráha a čas při pohybu stejnoměrně zrychleném jsou v té souvislosti, že jest  $s = \frac{1}{2}gt^2$ , kdež  $g = 9.8088^m$ . Za jaký čas vykoná padající těleso dráhu 1 kilometru?

1466) Jaká jest střední geometrická úměrná mezi číslы 576 a 1225?

1467) Třtina bambusová byla větrem přelomena u výše 4' a sklonila se k zemi tak, že konec její byl pak 3' vzdálen od kořene. Jak vysoká byla?

1468) Součet přepony a odvěsný pravoúhelného trojúhelníka jest 9392 $m$ , rozdíl jich 2348 $m$ ; jaké jsou strany jeho?

1469) Ustanoviti se mají veličiny  $x$  a  $y$  z úměry  $x:y = a:b$ , je-li  $c$  jich střední geometrická úměrná.

1470) Jak velké bude  $x$  a  $y$  úlohy předešlé, je-li  $a = 5132$ ,  $b = 27195$ ,  $c = 139564740$ .

1471) Poměr strany čtverce k úhlopříčně vyjádřiti se má zlomkem řetězovým.

1472) Podobně poměr úhlopříčny krychle ku straně její.

1473) Je-li  $a$  strana krychle, jak veliká jest strana krychle dvojnásobného obsahu? (Delická úloha.)

1474) Jaký jest poloměr a obsah koule, jejíž povrch jest  $p = 12.56637 \square^m$ ?

1475) Jak veliká jest strana krychle, mající stejný obsah s koulí poloměru  $= 1^m$ ?

1476) Dle zákona Kepplerova mají se k sobě 2hé mocniny oběžních dob dvou planet jako 3tí mocniny jich středních vzdálostí od slunce. Kterou vzdálenost má tedy Mars od slunce, jest-li oběžní doba jeho 686.98 dní, oběžní doba země 365.26 dní a střední vzdálenost země od slunce 20680000 mil?

1477) Který z výrazů následujících blíží se nejvíce Ludolfskému číslu:

$$\alpha) \sqrt{4 + \left(3 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}, \beta) \frac{2}{7} (1 + \sqrt{8}) (\sqrt{15} - 1)$$

$$\gamma) 0.0000007 + 0.26 \sqrt{146}?$$

1478) Strana pravidelného 10tiúhelníka vepsaného do kruhu poloměru  $r$  rovná se  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} r$ ; odvod z toho výraz pro stranu prav. 5tiúhelníka do téhož kruhu vepsaného, věda, že součet čtverců nad poloměrem a stranou 10tiúhelníka sestrojených rovná se čtverci strany 5tiúhelníka.

1479) Z výrazů úlohy předešlé vyjádří obsah pravidelného 10tiúhelníka a 5tiúhelníka, dán-li poloměr kruhu opsaného.

1480) Vypočti na 5 deset. míst obsah pravidelného 5tiúhelníka, jehož strana jest 1 m. dlouhá.

### §. 27. Veličiny pomyslné.

1481) Jaké znaménko má  $\sqrt[2n]{+a}$ ,  $\sqrt[2n]{-a}$ ,  $\sqrt[2n+1]{-a}$ ?

Jaký význam má  $\sqrt{-a}$ ?

1482) Značí-li dle Gausse  $i$  veličinu  $\sqrt{-1}$ , jak velké budou mocniny:  $i^0, i^1, i^2, i^3, i^4, i^5$  atd.?

1483) Podobně:  $i^{4n}, i^{4n+1}, i^{4n+2}, i^{4n+3}$

1484) Čemu se rovná:  $i^{13} + i^{59} + i^{64} + i^{82} + i^{123} + i^{361}$ ?

Zjednoduš tyto výrazy:

$$1485) a^2 - (b\sqrt{-1})^2, (ib)^2 + a^2$$

$$1486) \sqrt{-a^2 b^2} + \sqrt{-a^2 - b^2 - 2ab}$$

$$1487) \sqrt{-a^2} + \sqrt{-b^4} + \sqrt{-c^6}$$

$$1488) 3\sqrt{-4} - \sqrt{-25} + 4\sqrt{-9}$$

$$1489) 5\sqrt{-16} - 6\sqrt{-36} + 4\sqrt{-9} - 3\sqrt{-25} + 19\sqrt{-1}$$

1490) Co jsou veličiny *soujemné*, co slove jejich *normou*, co *modulem*?

Ustanov modul veličin:

$$1491) 3 + 4i, 3 - 4i \quad (1492) 224 + 30i$$

$$1493) a + i, a - i$$

$$1494) \sqrt{\frac{x+1}{2}} + \sqrt{\frac{x-1}{2}}, \text{ pro } x = 73.$$

1495) Jak lze geometricky znázorniti veličiny realné, pomyslné a soujemné?

1496) Které veličiny soujemné slovou *sdruženými* a jaké mají vlastnosti?

Znásob:

$$1497) \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}, \sqrt{a} \cdot \sqrt{-b} \quad 1498) \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}^{2n+1}$$

$$1499) \sqrt{-x^8 y^4} \sqrt{-x^4 y^5} \sqrt{-x^2 y^7}$$

$$1500) (\sqrt{-a} - \sqrt{-b} + \sqrt{-c}) \cdot \sqrt{-d}$$

$$1501) (\sqrt{x} + \sqrt{-y}) (\sqrt{x} - \sqrt{-y})$$

$$1502) (a + ib)(a - ib)$$

$$1503) (\sqrt{m} + \sqrt{-n})(\sqrt{m} - \sqrt{-n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n})$$

$$1504) (2\sqrt{-2} + 5\sqrt{-4})(2\sqrt{-2} - 5\sqrt{-4})$$

$$1505) (9 + 6i)(3 + 7i)(-15 - 81i)$$

$$1506) (3 - 5i)(4 - 2i) + (2 - 5\sqrt{-3})(7 - 4\sqrt{-3})$$

1507) Dokaž, že norma součinu dvou neb více veličin pomyslných rovná se součinu norm jednotlivých činitelů.

$$1508) (\sqrt{a} + \sqrt{-a})^2 \quad 1509) (1 + i)^2$$

$$1510) (3 + 2\sqrt{-2})^2 \quad 1511) (a + ib)^2 + (a - ib)^2$$

$$1512) \left( \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \left( \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right)^2$$

$$1513) (a + ib)^3 + (a - ib)^3 \quad 1514) \left( \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \right)^3$$

$$1515) \left( -\frac{1}{2}\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{-\frac{3}{4}\sqrt{a^2}} \right)^3$$

$$1516) (5 + 2i\sqrt{6})^4 + (5 - 2i\sqrt{6})^4$$

$$1517) (-1 + \sqrt{5} \pm \sqrt{-10 - 2\sqrt{5}})^5$$

1518) Čemu se rovná výraz  $x^2 - 8x + 19$  pro  $x = 4 \pm \sqrt{-3}$ ?

1519) Jaká jest norma výrazu  $(35 - 12i)^6$ ?

1520) Čemu se rovná  $i^{-1}, i^{-2}, i^{-3}, i^{-4}$ ?

$$1521) \sqrt{-a} : \sqrt{-b}, \sqrt{-a} : \sqrt{b}, \sqrt{-a} : -\sqrt{b}$$

$$1522) (\sqrt{-ax} + \sqrt{-bx} - \sqrt{c^2x} + c\sqrt{-x}) : \sqrt{-x}$$

$$1523) \sqrt{-a^2 + 2ab - b^2} : (a - b)$$

Následující výrazy uveď na tvar  $A \pm iB$ :

$$1524) \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-a} - \sqrt{-b}}$$

$$1525) \frac{7}{2 - \sqrt{-3}}$$

$$1526) \frac{\sqrt{-x} + \sqrt{-y}}{\sqrt{-x} - \sqrt{-y}}$$

$$1527) \frac{\sqrt{8-2}}{\sqrt{-2-\sqrt{-4}}}$$

$$1528) \frac{x+i\sqrt{1-x^2}}{x-i\sqrt{1-x^2}}$$

$$1529) \frac{\sqrt{x-y} + \sqrt{y-x}}{\sqrt{x-y} - \sqrt{y-x}}$$

$$1530) \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i}$$

$$1531) \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$$

$$1532) \frac{\sqrt{x} + i\sqrt{y}}{\sqrt{x} - i\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y} + i\sqrt{x}}{\sqrt{y} - i\sqrt{x}}$$

$$1533) \frac{1}{(1+\sqrt{-1})^2} + \frac{1}{(1-\sqrt{-1})^2}$$

$$1534) \frac{1}{(1+i)^4} - \frac{1}{(1-i)^3}$$

$$1535) \frac{a+ib}{c+id} + \frac{a-ib}{c-id}$$

$$1536) \frac{a+ib}{c+id} - \frac{a-ib}{c-id}$$

$$1537) \frac{a+ib}{a-ib} + \frac{c+id}{c-id}$$

$$1538) \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2 \pm \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2$$

$$1539) \frac{\sqrt{1+a} + i\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a} - i\sqrt{1-a}} \quad \frac{\sqrt{1-a} + i\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a} - i\sqrt{1+a}}$$

$$1540) \text{Jaký jest modul podílu } \frac{a+ib}{c+id}?$$

1541) Odůvodni správnost tohoto vzorce:

$$\sqrt{A \pm B\sqrt{-1}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 + B^2}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 + B^2}}{2}}$$

a vypracuj dle něho tyto příklady:

$$1542) \sqrt{3 + 2\sqrt{-10}}$$

$$1543) \sqrt{3 + 2\sqrt{-1}}$$

$$1544) \sqrt{-4 + 2\sqrt{-2}}$$

$$1545) \sqrt{6 + 3\sqrt{-11}}$$

$$1546) \sqrt{1+i}$$

$$1547) \sqrt{-1-i}$$

$$1548) \sqrt{i}$$

$$1549) \sqrt{\sqrt{-1}-1}$$

$$1550) \sqrt{5 - \sqrt{-m}}$$

$$1551) \sqrt{m + 2a\sqrt{-1}}$$

$$1552) \sqrt{y^2 - 9x - 6y\sqrt{-x}}$$

$$1553) \sqrt{\frac{a^2c}{b^2} - cd + \frac{2ac\sqrt{d}}{b}\sqrt{-1}}$$

$$1554) \sqrt{\frac{25a^2d}{c^2} - \frac{4a^2b}{d} - \frac{20a^2\sqrt{-b}}{c}}$$

$$1555) \sqrt{a^4d^4 - a^3b^4 - a^2b^3 - 2a^3bd^2\sqrt{a+b}\sqrt{-1}}$$

Uveď na tvar jednoduchý:

$$1556) \frac{1}{1-\sqrt{-x}} + \frac{9+4x}{(1-x^2)(3+2\sqrt{-x})} - \frac{1}{1+\sqrt{-x}}$$

$$1557) \frac{a+b\sqrt{-1}}{c+d\sqrt{-1}} \cdot \frac{a-b\sqrt{-1}}{c-d\sqrt{-1}}$$

$$1558) \frac{a+\sqrt{b}-i(a-\sqrt{b})}{c-\sqrt{d}+i(c+\sqrt{d})} \cdot \frac{a+\sqrt{b}+i(a-\sqrt{b})}{c-\sqrt{d}-i(c+\sqrt{d})}$$

$$1559) \left[ \frac{\sqrt{a-x}+\sqrt{-x}}{\sqrt{a-x}-\sqrt{-x}} + \frac{\sqrt{a-x}-\sqrt{-x}}{\sqrt{a-x}+\sqrt{-x}} \right] \cdot \frac{i}{4x^2-a^2}$$

$$\therefore \frac{2(1+a)}{i(a+2x)}$$

$$1560) \frac{(a+b)^2\sqrt{-1}-(a^2-b^2)\sqrt[4]{-1}}{(a+b)\sqrt{-1}-(a-b)\sqrt[4]{-1}} \\ \qquad \qquad \qquad + \frac{(x^2-a^2)\sqrt{-1}+(x-a)^2\sqrt[4]{-1}}{(x+a)\sqrt{-1}+(x-a)\sqrt[4]{-1}}$$

$$1561) \left\{ \sqrt{-a} - \frac{1}{a + \frac{1}{\sqrt[4]{-a}}} \right\}^2 \left( a + \frac{1+a(1+2\sqrt{-a})}{a\sqrt{-a}-1} \right) \\ \qquad \qquad \qquad : \left\{ \sqrt{-a} + \frac{1}{a - \frac{1}{\sqrt[4]{-a}}} \right\}$$

### III. Logarithmy.

#### §. 28. Pojem logarithmu.\*)

1562) Kolik rozličných výkonů a kterých jest obsaženo v rovnici  $a^x = b$ ?

1563) Výklad logarithmů s dvojího stanoviska.

1564) Které logarithmy náležejí k číslům:

9, 27, 81, 243 atd. na základě  $= 3$ ?

\* ) Logarithmy vůbec (pro libovolný základ  $a$ ) chceme značiti  $\text{Log}_a$ , logarithmy briggické  $\log$ , přirozené  $\text{l}$ .

- 1565) Které k číslům  $5, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}$  atd. na základě  $= 5$ ?
- 1566) Které logarithmy nálezejí k číslu 8192 na základě  
 $= 2, 4, 8, 16, 32, 64, 4096, 8192$ ?
- 1567) Čemu se rovná  $\alpha)$   $\text{Log}_a a$ ,  $\beta)$   $\text{Log}_a 1$ ,  $\gamma)$   $\text{Log}_a 0$ ?
- 1568) Kterak se vypočítá z daného čísla a příslušného k němu logarithmu základ?
- 1569) Je-li  $\text{Log} 49 = 2$ ,  $\text{Log} 81 = 4$ ,  $\text{Log} 5329 = 2$ ,  $\text{Log} 2197 = 3$ ,  
 $\text{Log} 83521 = 4$ , která čísla mají jednotlivé tyto logarithmy za základ?
- 1570) Co nazýváme logarithmickou soustavou?
- 1571) Která čísla mohou být základy logarithmických soustav a která se k účelu tomu nehodí?
- 1572) Proč nejsou záporná a lomená čísla k log. soustavám příhodná?
- 1573) Mezi kterými číselnými hodnotami jsou obsaženy logarithmy čísel  $5, 9, 23, 48, 359, 999\dots$  v soustavě na základě  $= 10$ ?
- 1574) Totéž v soustavě na základě  $= 7$ .
- 1575) Která soustava logarithmická jest nejvíce rozšířena a k výkonům počtařským nejpříhodnější?
- 1576) Stanov briggické logarithmy čísel  $1, 10, 100, 1000, 10^n$ , pak
- 1577)  $0\cdot 1, 0\cdot 01, 0\cdot 001, 0\cdot 0001, \frac{1}{10^n}$ .
- 1578) Kterých čísel logarithmy v soustavě briggické jsou čísla celá?
- 1579) Jakou přednost má briggická soustava logarithmů před soustavami jinými?
- 1580) V které spůsobě vyskytují se obyčejně logarithmy čísel soustavy desetinné?
- 1581) Skládá-li se logarithmus z čísla smíšeného, jak se jmenuje jeho celé číslo a jak přidaný k němu zlomek?
- 1582) Co značí charakteristika logarithmu a kolikerá (co do vztahu) může být?
- 1583) Změní-li se vztah (znaménko) logarithmu, kterak se změní příslušné k němu číslo?
- 1584) Čemu se rovná  $\text{Log}_a a + \text{Log}_b \frac{1}{a}$ ?
- 1585) V kterých spůsobech vyskytují se logarithmy čísel menších než 1?
- 1586) Je-li  $\log 59\cdot 95 = 1\cdot 777789$ , jak velké budou logarithmy čísel:  $599\cdot 5, 5995, 59950, 599500, 5\cdot 995, 0\cdot 5995, 0\cdot 05995, 0\cdot 005995$ ?

- 1587) Kdybychom zdvojnásobnili aneb rozpůlili veškeré logarithmy soustavy briggické, obdrželi bychom logarithmy soustavy nové, jejíž základem by bylo číslo které?
- 1588) Kterým spůsobem lze z logarithmů jedné soustavy odvoditi logarithmy soustavy jiné?
- 1589) Dejme tomu, že by někdo chtěl obrátiti logarithmy brigg. soustavy na logarithmy soustavy na základě = 9 spočívající; kterak by vyvedl rychle a správně úmysl svůj?
- 1590) Proč jest vždy  $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$ ?
- 1591) Který jest logarithmus čísla a v soustavě, jejíž základ =  $a^m$ ?
- 1592) Kterého čísla logarithmus jest n v soustavě základu =  $\sqrt[n]{a}$ ?
- 1593) Kterak se vypočítávají logarithmy čísel?
- 1594) Kterak se to děje na základě středních měřických tíměrných?
- 1595) Kterak použitím řetězců? Vypočti tak  $\log 5$  na 5 deset. míst.
- 1596) Kterak dle vzorce:

$$\log(1+x) = \mu \left( x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 + \dots \right)$$

Co značí  $\mu$  v tomto vzorci a jaký jest jeho název?

- 1597) Které logarithmy nazýváme *přirozenými* (log. nat.) a které číslo jest jim základem?
- 1598) V soustavě briggické jest ve vzorci úlohy 1596)  
 $\mu = 0.4342944819$ . Vypočti dle onoho vzorce logarithmy briggické čísel 11, 101, 1001 na 5 deset. míst.

### §. 29. Upotřebení logarithmů.

$$\text{I. } \log(a \cdot b) = \log a + \log b \quad \text{II. } \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\text{III. } \log(a^n) = n \log a \quad \text{IV. } \log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$$

- 1599) Které věty jsou to, na nichž se zakládá užívání logarithmů jedné a též soustavy u výkonného počítání?
- 1600) Kterých kolik čísel třeba znati logarithmy, abychom z nich na základě vět předešlých vypočítali logarithmy všech ostatních?
- 1601) Známe-li logarithmy čísel 2, 3, 5, 7, 11, můžeme prý pouhým sčítáním stanoviti logarithmy prvních 50ti čísel (14 čísel vyjímaje, kterých?). Kterak to možno?

1602) Ustanov přirozené logarithmy čísel 42, 216, 1512, 3949  $\frac{5}{7}$ ,

znaje  $\log 2 = 0.6931472$ ,  $\log 3 = 1.0986212$ ,  $\log 7 = 1.9459102$ .

1603)  $\log 2 = 0.3010300$ ,  $\log 3 = 0.4771213$ ; který jest  $\log 60466176$ ?

Vyjádří logarithmy následujících výrazů:

$$1604) \log \frac{abc}{de}$$

$$1605) \log (a^m b^n c^p)$$

$$1606) \log \frac{x^2 y^3 z^5}{a^3 b^5 c^2}$$

$$1607) \log \frac{(a^2 - b^2)^3}{(a + b)^4}$$

$$1608) \log \frac{1}{a^{-x} b^{-y} c^{x+y}}$$

$$1609) \log \sqrt[n]{xyz}$$

$$1610) \log \sqrt[x]{\frac{a^m}{b^n}}$$

$$1611) \log \left( \frac{\sqrt[m]{a^\alpha}}{\sqrt[n]{b^\beta}} \right)^p$$

$$1612) \log \frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[y]{ab}} \cdot \frac{\sqrt[y]{a}}{\sqrt[x]{ab}}$$

$$1613) \log \sqrt[m]{\frac{a^x \sqrt[n]{by}}{c^z \sqrt[p]{du}}}$$

$$1614) \log \sqrt[m]{a \sqrt[n]{b \sqrt[p]{c}}}$$

$$1615) \log \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3}}}}}$$

Z kterých jednodušších výrazů vznikly tyto logarithmické složité:

$$1616) \log a + \log m - \log b - \log n.$$

$$1617) 3\log a + (3+n) \log x$$

$$1618) 3\log a + (5-n) \log b - (\log c + \log d)$$

$$1619) \frac{1}{4} \log y - \frac{n}{m} \log a$$

$$1620) 3\log a + 6\log b - \frac{1}{2} \log c$$

$$1621) \log (a+x) - \frac{4}{3} \log a - \frac{4}{3} \log b$$

$$1622) \frac{1}{2} \log 3 + \log 2 - \frac{1}{2} \log 5 - \frac{1}{2} \log 7 + \frac{7}{12} \log a \\ - \frac{5}{12} \log b$$

$$1623) 4 \left\{ \log a + \frac{25}{6} \log a + \frac{5}{3} \log b - \log 2 - 4 \log b - \frac{3}{4} \log a \right\}$$

$$1624) 3 \log x + \frac{1}{3} \left\{ \log(a+b) + \log(a-b) - \log a - \frac{1}{2} \log b \right\}$$

$$1625) \frac{p}{mn} \left\{ 5 \log a + 7 \log b - 3 \log c - 1 \right\}$$

$$1626) \frac{1}{4} \log a + \log . \log x$$

$$1627) y (\log x + \log . \log a)$$

$$1628) y \log x + \log . \log a$$

$$1629) (m+1) \log x + \log . \log(a+b)$$

$$1630) n \log n + \log . \log n$$

$$1631) \log u (\log u - u)$$

$$1632) (\log u - u) (\log u + \log . \log u)$$

Vyhledej briggické logarithmy následujících čísel a výrazů:

$$1633) 325 \times 427$$

$$1634) 2357 \times 3096 \times 4328$$

$$1635) 1851273$$

$$1636) 14459809$$

$$1637) 3 \cdot 141593$$

$$1638) 2 \cdot 718282$$

$$1639) \frac{5}{4}$$

$$1640) 23 \frac{4}{5}$$

$$1641) \frac{5}{7}$$

$$1642) \frac{1}{3256}$$

$$1643) \frac{326 \times 528}{439}$$

$$1644) \frac{319 \times 765 \times 213 \times 7 \cdot 655}{138 \times 718 \times 3145}$$

$$1645) \frac{3^{15} \cdot 5^{27}}{16^{20}}$$

$$1646) \left(\frac{3}{4}\right)^{30} \cdot \left(\frac{357}{1432}\right)^{20}$$

$$1647) 32 \cdot 57^6 \times \left(\frac{326}{513}\right)^7$$

$$1648) \frac{(0.5936)^{20}}{(0.076)^{23}} \times 386$$

$$1649) \sqrt[3]{7}$$

$$1650) \sqrt[3]{36785}$$

$$1651) \sqrt[5]{16 \cdot 31952}$$

$$1652) \sqrt[18]{\left(\frac{13}{5}\right)^7}$$

$$1653) \sqrt[5]{35107} \times \sqrt[8]{15276}$$

$$1654) \sqrt[100]{13} \times \sqrt[7]{\frac{15}{4}}$$

$$1655) \frac{\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{73567}}$$

$$1657) \sqrt[5]{\frac{0.365 \sqrt[3]{2}}{788}}$$

$$1656) \sqrt[16]{\frac{3587}{20593}} : \sqrt[5]{\frac{4}{9}}$$

$$1658) \sqrt[10]{\frac{78563 \sqrt[8]{\frac{5}{3}}}{15 \sqrt[4]{0.2}}}$$

Vyhledej  $x$  k následujícím logarithmům:

$$1659) \log x = 1.074266$$

$$1660) \log x = 3.594784$$

$$1661) \log x = 0.781343$$

$$1662) \log x = 4.000567$$

$$1663) \log x = 6.178540$$

$$1664) \log x = 0.32456 - 1$$

$$1665) \log x = 0.02357 - 6$$

Vypočítej použitím logarithmů naznačené tuto výrazy:

$$1666) \frac{3256 \times 43792}{882954}$$

$$1667) \frac{49876 \times 0.037542 \times 68.7075}{7.81649 \times 578.93 \times 28.4299}$$

$$1668) \frac{73695}{15473 \times 56706}$$

$$1669) \frac{3^{57} \cdot 9^4}{5^3 \cdot 6^7 \cdot 4^6}$$

$$1670) 0.3029^{10}$$

$$1671) (23.596 \cdot 872 : 435)^4$$

$$1672) \left(\frac{9}{8}\right)^{21} - \left(\frac{643}{637}\right)^{123}$$

$$1673) \left(\frac{5}{7}\right)^{0.0337} + \left(\frac{167}{53}\right)^{0.32}$$

$$1674) \sqrt[3]{2}$$

$$1675) \sqrt[7]{8}$$

$$1676) \sqrt[5]{\frac{13}{16}}$$

$$1677) \sqrt[3]{\frac{2}{3}} + \sqrt[4]{\frac{3}{4}} + \sqrt[5]{\frac{4}{5}}$$

$$1678) \sqrt[7]{8} + \sqrt[0]{1350 \frac{7}{8}}$$

$$1679) \sqrt[3]{5.03 + \sqrt[5]{0.2}}$$

$$1680) \sqrt[5]{9.921} - 3 \sqrt[3]{5.02}$$

$$1681) \sqrt[5]{5 \sqrt[5]{5 \sqrt[5]{5 \sqrt[5]{5}}}}$$

$$1682) \sqrt[2.3]{3 \cdot 4} \sqrt[6]{\frac{32.59}{43.78}}$$

$$1683) \sqrt[4/3]{\frac{(4.08)^2 \log 67}{(0.07)^3 \sqrt[3]{0.68}}}$$

$$1684) \sqrt[5]{2} - \sqrt[2]{2 + \sqrt[3]{2}}$$

$$1685) \sqrt[5]{5 + \sqrt[5]{5 + \sqrt[5]{5}}}$$

$$1686) \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 369^3 \sqrt{3956} \sqrt[3]{4312}}{5^7 \sqrt[4]{3} + 3^6 \sqrt[5]{4}}}$$

1687) Vypočti  $x$  z této úměry:

$$3 \cdot 2596 : 4 \cdot 30952 = 0 \cdot 756375 : x$$

1688) Stanov střední geom. úměrnou čísel  $3 \cdot 8573$  a  $0 \cdot 48926$   
Vypočti číselnou hodnotu těchto výrazů:

$$1689) \sqrt[abc]{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$$

pro  $a = 235 \cdot 46$ ,  $b = 372 \cdot 84$ ,  $c = 431 \cdot 09$

$$1690) \sqrt[abc]{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$$

pro tytéž hodnoty  $a, b, c$  jako v úl. předešlé.

$$1691) \sqrt[xyz]{x^2 + y^2 + z^2} \text{ pro } x = 2 \cdot 835, y = 3 \cdot 496, z = 5 \cdot 419$$

$$1692) \sqrt[xyz]{\frac{x^3 + y^3 + z^3}{xy + yz + zx}} \text{ pro tytéž hodnoty jako v úl. předešlé.}$$

$$1693) \sqrt[8]{a_1 a_2 a_3 + a_1 a_2 a_4 + a_1 a_3 a_4 + a_2 a_3 a_4}$$

pro  $a_1 = 2534$ ,  $a_2 = 4310$ ,  $a_3 = 5496$ ,  $a_4 = 1316$

---

## Oddil čtvrtý.

### Rovnice prvního a druhého stupně.

#### §. 30. O rovnicích vůbec.

1694) Co jest *stejnina* (rovnice identická, totožná) a co *rovnice* v uzším smyslu?

1695) Které z následujících rovnic jsou stejniny, které rovnice v uzším smyslu:

a)  $a + b = b + a$       β)  $4x + 3 = 23$   
γ)  $x(a + b) = ax + bx$       δ)  $x + \log x = a^x$

1696) Podobně rozhodni o rovnicích těchto:

α)  $(a + x)(a - x) = a^2 - x^2$   
β)  $(a + x)(b + x) = a^2 + b^2 + x^2$   
γ)  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1$       δ)  $\sqrt{x^2 - x + 1} = x - 2$

1697) Co jest *kořen* rovnice? Co znamená rovnici *rozřešit*?

1698) Co znamená rovnici *sporádati* a na základě kterých pouček se to děje?

Sporádej tyto rovnice:

1699)  $3(x + 3) = 25 - x$       1700)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 77$

1701)  $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} = 1$       1702)  $\frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x} = \frac{a}{a^2 - x^2}$

1703)  $\frac{9x+20}{36} = \frac{4x-12}{5x-4} + \frac{x}{4}$       1704)  $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} - \frac{1}{1-\frac{1}{x}} = 1$

1705)  $a + b\sqrt[m]{x-c} = d$       1706)  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} = 2$

1707)  $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+1} = 6$

1708)  $\sqrt{x+a} + \sqrt{x+b} + \sqrt{x+c} = d$ .

1709) Které rovnice slovou algebraické, které transcendentní, které exponentiální?

1710) Které z rovnic následujících jsou algebraické a které transcendentní:

$$\alpha) \sqrt{x^2 - 9} = x - 3$$

$$\beta) a^x = b$$

$$\gamma) x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

$$\delta) x^x = 10^{2x}$$

$$\epsilon) x \log x = a$$

1711) Ustanov stupeň rovnic 1697—1706).

### §. 31. Rovnice prvního stupně o jedné neznámé.

$$\text{I. } \begin{cases} x + a = b \\ x = b - a \end{cases} \quad \text{II. } \begin{cases} x - a = b \\ x = a + b \end{cases} \quad \text{III. } \begin{cases} a - x = b \\ x = a - b \end{cases}$$

$$\text{IV. } \begin{cases} ax = b \\ x = \frac{b}{a} \end{cases} \quad \text{V. } \begin{cases} \frac{x}{a} = b \\ x = ab \end{cases} \quad \text{VI. } \begin{cases} \frac{a}{x} = b \\ x = \frac{a}{b} \end{cases}$$

$$1712) x + 15 = 25$$

$$1713) x + 4m = 8m$$

$$1714) x - 15 = 25$$

$$1715) x - 3p = 7p$$

$$1716) 2x + 3 = 13$$

$$1717) ax + b = c$$

$$1718) 4x - 7 = 5$$

$$1719) ax - b = c$$

$$1720) 3 - [2 + (4 - x)] = 2$$

$$1721) 7 - [7 + (7 - [7 + x])] = 7$$

$$1722) (a - b)x = a^2 - b^2$$

$$1723) a + b + (a^2 - b^2)x = (a + b)^2$$

$$1724) 9x + 8 = 3x + 50$$

$$1725) ax + b = ax + \beta$$

$$1726) \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c$$

$$1727) \frac{a}{x} + \frac{b}{x} = c$$

$$1728) \frac{a^2 - b^2}{x} = a + b$$

$$1729) \frac{x+a}{x-a} = b$$

$$1730) 13\frac{3}{4}x - \frac{x}{2} = 2x - 8\frac{3}{4} \quad 1731) 2x + 7 + \frac{3}{2}x = 6x - 23$$

$$1732) 7 - 9a + 3cd - 5x + x = \frac{7}{4} - 3a - 2cd - 2x$$

$$1733) \frac{x}{3} + 75 + \frac{5x}{12} - 35 = \frac{3x}{4} + 49$$

$$1734) 1 - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = x - \frac{5}{12}$$

$$1735) a - \frac{bx}{10} = \frac{1}{100} - \frac{x}{1000}$$

$$1736) 6\frac{2}{3}x + 2(3x - 2) = 10(x + 1) + 2$$

$$1737) x^2 + 15x = 35x - x^2$$

$$1738) \frac{ax}{b} - \frac{bx - 1}{a} = \frac{1}{b} \quad 1739) \frac{ax}{\alpha} + \frac{bx}{\beta} + \frac{cx}{\gamma} + \frac{dx}{\delta} = k$$

$$1740) a^3(x + 1) - a^2(x + 1) + a(x + 1) = a^4 + x$$

$$1741) \frac{x}{ab} + \frac{x}{bc} + \frac{x}{ac} - 1 = abc - x(a + b + c)$$

$$1742) (3x - 5)(2x - 7) + 7 = 15(x + 2)(\frac{2}{5}x - 3)$$

$$1743) \frac{x + 10}{2} + \frac{2}{3}(x + 20) + \frac{5}{6}(x - 34) - \frac{2}{3}(x - 5) = 0$$

$$1744) x - \frac{2x + 1}{3} = \frac{x + 3}{4}$$

$$1745) 4x - \frac{19 + 2x}{5} = 15 - \frac{7x + 11}{4}$$

$$1746) x + \frac{27 - 9x}{4} - \frac{5x + 2}{6} = \frac{61}{12} - \frac{2x + 5}{3} - \frac{29 + 4x}{12}$$

$$1747) \frac{7x + 9}{8} - \frac{3x + 1}{7} = \frac{9x - 13}{4} - \frac{249 - 9x}{14}$$

$$1748) \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3}x - 1 \right) - 1 \right] - 1 \right) - 1 \right] = 1$$

$$1749) x - \frac{1}{2} \left[ x - \frac{1}{3} \left[ x - \frac{1}{4} \left( x - \frac{1}{5}(x - 1) \right) \right] \right] = 1$$

$$1750) \frac{x - 5}{4} + 6x = \frac{284 - x}{5}$$

$$1751) 21 + \frac{3x - 11}{16} = \frac{5(x - 1)}{8} + \frac{97 - 7x}{2}$$

$$1752) x - \frac{3x - 3}{5} + 4 = \frac{20 - x}{2} - \frac{6x - 8}{7} + \frac{4x - 4}{5}$$

$$1753) \frac{3abc}{a+b} + \frac{a^2b^2}{(a+b)^3} + \frac{(2a+b)b^2x}{a(a+b)^2} = 3cx + \frac{bx}{a}$$

$$1754) ax - \frac{1}{a+b} - bx + \frac{1}{a-b} = \frac{2a}{a^2 - b^2}$$

$$1755) \frac{a^2x + b}{a^3 - ab^2} + \frac{a}{2(a^2 - b^2)} - \frac{a + 1}{2(a - b)} = \frac{2x - a}{2(a + b)} - \frac{b(a - 2)}{2a^3 - 2ab^2}$$

$$\cdot A) 1756) (3x - 4)^2 + (4x - 3)^2 = (5x - 6)^2$$

$$1757) (x - 1):(x - 2) = (x + 5):(x + 3)$$

$$1758) (x + 16):(x + 4) = (x + 24):(x + 8)$$

$$1759) (x - 3):(3x - 4) = (5x - 6):(7x - 8)$$

$$1760) \frac{a+b}{a-b} x - \frac{a-b}{a+b} (a-x) = (2x+a) \frac{a-b}{a+b}$$

$$1761) (3x - 16) \frac{4x+7}{6x-37} = 2x + 21$$

$$1762) \frac{\left(x - \frac{2a}{b}\right)^2 - \left(x - \frac{b}{a}\right)^2}{2a^2 - b^2} = \frac{abx - (a^2 - b^2)}{a^2 b^2}$$

79. 1763)  $x^2 + \frac{a^2 b}{c} - (a+x)(c+x) + a(b+c) = 0$

80. 1764)  $\frac{9+x}{x} - 5 = \frac{6}{x}$

82. 1765)  $\frac{1}{a-b} + \frac{a-b}{x} = \frac{1}{a+b} + \frac{a+b}{x}$

84. 1766)  $\frac{a+b}{x} - \frac{b+c}{x} = a - c$

83. 1767)  $\frac{a}{b - \frac{c}{x}} = b$  84. 1768)  $\frac{a - \alpha x}{x} - \beta = \frac{b}{x}$

1769)  $\frac{a}{\alpha x} + \frac{b}{\beta x} + \frac{c}{\gamma x} + \frac{d}{\delta x} = k$  85. 1770)  $\frac{m(a^2 + x^2)}{ax} = \frac{mx}{a} + mb$

86. 1771)  $\frac{a-x}{a+x} - 1 = 1 - \frac{a}{a+x}$  87. 1772)  $\frac{10-7x}{x-1} = \frac{5}{x+1} - 7$

88. 1773)  $\frac{20x+36}{25} + \frac{5x+20}{9x-16} = \frac{4x}{5} + \frac{86}{25}$

89. 1774)  $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x-2}{x+2} = 1 - \frac{x^2}{(x+1)(x+2)}$

90. 1775)  $\frac{6-5x}{15} - \frac{7-2x^2}{14(x-1)} = \frac{1+3x}{21} - \frac{10x-11}{30} + \frac{1}{105}$

1776)  $\frac{ax^m}{bx+c} = \frac{ax^m}{\beta x+\gamma}$

1777)  $\frac{4}{x+3} - \frac{1}{x+5} = \frac{4}{x+2} - \frac{1}{x+1}$

1778)  $\frac{x-9}{x-5} - \frac{x-7}{x-2} - \frac{x-9}{x-4} = \frac{x-8}{x-5} - \frac{x-7}{x-4} - \frac{x-8}{x-2}$

$$1779) \frac{x+a-b}{x-a+b} - \frac{a-b}{x^2 - a^2 + 2ab - b^2} = \frac{x-a+b}{x+a-b}$$

$$1780) \frac{\frac{2a}{1-x}}{1-x-\frac{1}{1-x}} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2-x}$$

$$1781) \frac{30x-14}{30x+7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{x}$$

$$1782) \frac{\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4}}{\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} + \frac{x-3}{4}} - \frac{\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} + \frac{x-3}{4}}{\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4}}$$

$$= \frac{182756}{169x^2 - 529}$$

$$1783) \frac{9+7x}{\sqrt{x}} = 7\frac{1}{4}\sqrt{x}$$

$$1784) \sqrt{a+x} = a\sqrt{x}$$

$$1785) \sqrt{x+9} = 1 + \sqrt{x}$$

$$1786) \sqrt{36+x} = 18 + \sqrt{x}$$

$$1787) \sqrt{16+x} = 2 + \sqrt{x}$$

$$1788) \sqrt{x-32} = 16 - \sqrt{x}$$

$$1789) \sqrt{4x+21} = 2\sqrt{x} + 1 \quad 1790) \sqrt{2x-3n} = 3\sqrt{n} - \sqrt{2x}$$

$$1791) \sqrt{4a+x} = 2\sqrt{b+x} - \sqrt{x}$$

$$1792) x - a + \sqrt{x^2 - 2ax} = b$$

$$1793) (\sqrt{9x}-6)(\sqrt{x}+25) = (5+3\sqrt{x})(\sqrt{x}+3)$$

$$1794) \sqrt[m]{ax+\alpha} = \sqrt[m]{bx+\beta} \quad 1795) \sqrt[m]{a+x} = \sqrt[2m]{x^2+3ax+b^2}$$

$$1796) \sqrt{x} + \sqrt{x+16} = \frac{40}{\sqrt{x+16}}$$

$$1797) \sqrt{2+x} + \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{2+x}}$$

$$1798) \frac{\sqrt{x}+\sqrt{a}}{\sqrt{x}+\sqrt{b}} = \frac{a}{b}$$

$$1799) \frac{6+3\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} = \frac{5+3\sqrt{x}}{5+\sqrt{x}}$$

$$1800) \frac{a+\sqrt{x}}{2b+\sqrt{x}} = \frac{3c+\sqrt{x}}{4d+\sqrt{x}}$$

$$1801) 2\sqrt[4]{\frac{m}{ax+b}} = \sqrt[3]{\frac{m}{ax+b}}$$

$$1802) \frac{ax-b}{\sqrt{ax}+\sqrt{b}} = 1 + \sqrt{b} + (1 - \sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{ax} - \sqrt{b})$$

$$1803) \sqrt[3]{2x+3} + 4 = 7 \quad 1804) \sqrt[3]{10x+35} - 1 = 4$$

$$1805) \sqrt{1+x\sqrt{x^2+12}} = 1+x$$

$$1806) \sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}$$

$$1807) \sqrt{\frac{a}{x}} + \sqrt{\frac{a}{x}} = 1 - \sqrt{\frac{a}{x}}$$

$$1808) 1 - \sqrt{x} - \frac{1}{3 - \frac{2}{1 + \frac{\sqrt{x}}{3}}} = 2 - \sqrt{x}$$

$$1809) \frac{a+b}{ax-a\sqrt{x}} + \frac{b(ax-1)}{ax\sqrt{x}-\sqrt{x}} - \frac{2a+b(1-a)}{ax^2-ax} = \frac{1-b}{1-\sqrt{x}} \\ + \frac{1+x}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}} + \frac{b(1-a)\sqrt{x}}{ax^2-ax}$$

$$1810) \frac{a-b}{a-b+\sqrt{2x-\frac{a-b}{a+b}}} + \frac{1}{1+(a+b)\sqrt{2x-\frac{a-b}{a+b}}} = 1$$

$$1811) \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}} = 2$$

$$1812) \frac{1}{x} + \frac{1}{a} = \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sqrt{\frac{4}{a^2x^2} + \frac{9}{x^4}}}$$

$$1813) x+a = \sqrt{a^2+x\sqrt{4a^2+x\sqrt{24a^2+x^2}}}$$

### §. 32. Upotřebení rovnic prvního stupně o jedné neznámé.

1814) Které jest to číslo, jehož  $m$ -násobné a  $n$ -násobné dohromady dávají  $a$ ?

1815) Má se rozdělit 1200 zl. mezi dvě osoby v poměru 2 : 7. Kolik dostane každá?

1816) Které číslo, zvětšeno o 3 a znásobeno pak 4mi, dává 16? Rozšíř úlohu tuto na čísla obecná.

1817) Přijetu-li k dvojnásobnému jistého čísla 44, obdržím čtyřnásobné téhož čísla. Které číslo jest to?

- 1818) Dva dělníci mají zhotoviti zed okolo zahrady, jejíž obvod jest  $450'$ ; první zhotoví denně  $9'$ , druhý  $6'$ . Kdy budou se svou prací hotovi?
- 1819) Hospodář prodá 13 měřic ječmene za určitou cenu; podruhé pak 17 měřic v téže ceně a obdrží o  $16$  zl. více než poprvé. Zač prodával měřici?
- 1820) Z dvou míst od sebe  $340$  kilometrů vzdálených vyjdou v stejný čas proti sobě dva poslové, z nichž první ujde denně  $40$ , druhý  $45$  kilometrů. Za kolik dní se setkají?
- 1821) Kterého čísla dvojnásobné jest o  $6$  větší než jeho polovina?
- 1822) Které číslo má tu vlastnost, že, odečteme-li od jeho trojnásobného  $18$ , zbyde  $6$ ?
- 1823) Kterého čísla devítina jest o  $6$  menší než jeho sedmina?
- 1824) Které jest to číslo, jehož dvojnásobné jest o  $40$  větší než jeho dvě pětiny?
- 1825) Dva přátelé potkají koňaře, který má pěkného koně. Chtějíce jej kupiti, smluví se o cenu a shledají, že jeden má  $\frac{1}{5}$  ceny, druhý  $\frac{1}{7}$  při sobě; zaplatí tedy dohromady na účet  $36$  zl. Která byla cena koně?
- 1826) Přičtu-li k  $a$  mty díl určitého čísla, obdržím  $b$ ; které jest to číslo?
- 1827) Najít číslo, jehož mty díl s  $n$  mty dílem dávají dohromady  $a$ .
- 1828) Zlatník má tři kusy zlata, které dohromady  $48$  uncí váží. Druhý kus váží o  $12$  uncí více než první, třetí pak o  $9$  uncí více než první; jak těžký jest který?
- 1829) Z úhlů  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  čtyřúhelníka daného jest  $\beta$  dvakrát větší než  $\alpha$ ,  $\gamma$  o  $10$  stupňů větší než  $\beta$ ,  $\delta$  pak o  $10$  stupňů menší než  $\alpha$ . Vypočti velikost těchto úhlů.
- 1830) Kůl upevněn jest do  $\frac{1}{4}$  své délky v zemi,  $\frac{1}{2}$  jest ve vodě a  $5$  m. vyčnívá nad vodu. Jak dlouhý jest celý kůl?
- 1831) Pět míst  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  leží v přímé řadě za sebou. Z  $A$  do  $E$  jest  $350$  kilometrů, vzdálenost z  $B$  do  $C$  jest o  $50$  kil. větší, z  $C$  do  $D$  o  $40$  kil. menší než z  $A$  do  $B$ , vzdálenost z  $D$  do  $E$  pak o  $31$  kil. menší než z  $B$  do  $C$ . Které jsou vzdálenosti jednotlivých těchto míst od sebe?
- 1832) Které číslo má tu vlastnost, že obdržíme stejně ak jej  $5$  násobíme aneb k němu  $5$  přičteme?
- 1833) Najdi číslo té vlastnosti, že děleno na  $a$  dává totéž, jako když od něho  $b$  odečteme.

- 1834) Číslo 46 má se rozděliti ve dva díly tak, aby, dělme-li první 7mi, druhý 3mi, součet podílů byl 10.
- 1835) Číslo  $a$  rozděliti ve dva díly, aby, dělme-li první na  $m$ , druhý na  $n$ , součet podílů byl  $b$ .
- 1836) Obvod trojúhelníka jest 75 m. Základna jeho jest o 11 m. delší než jedna a o 16 m. delší než druhá strana. Vypočti délky stran trojúhelníka toho.
- 1837) Kterého čísla trojnásobné obsahuje právě o kolik více než 40, o kolik jest polovina jeho menší než 51?
- 1838) Určitá summa peněz byla šesti chudým tak rozdělena, že druhý o 15, třetí o 16, čtvrtý o 25, pátý o 26 a šestý o 28 kr. méně obdržel než první. Dohromady obdrželi o 10 kr. více než jest trojnásobné toho, co obdržel první. Kolik dostal každý?
- 1839) Cestující, který vykonal cestu 2890 kilom., pravil: Vykonal jsem  $3\frac{1}{2}$ krát tolik cesty po vodě co koňmo,  $2\frac{1}{3}$ krát tolik pěšky co po vodě a  $1\frac{1}{2}$ krát tolik po dráze co pěšky. Kolik kilometrů vykonal pěšky, kolik koňmo, po vodě a po dráze?
- 1840) Určité číslo násobil jsem 4mi, přičetl k součinu 2, dělil pak 6ti a obdržel jsem 7 za podíl. Které číslo to bylo?
- 1841) Pole 8640 arů má se rozděliti mezi tři podilníky  $A$ ,  $B$ ,  $C$  tak, aby podíl  $A$  měl se k podílu  $B$  jako  $5:11$ , a aby  $C$  obdržel tolik, co  $A$  i  $B$  dohromady. Kolik obdrží každý?
- 1842) V námořní bitvě zajato bylo o 9 více lodí než spáleno a o 2 méně než jich pod vodu kleslo; 15 lodí uniklo a počet všech lodí byl osmeronásobný počtu lodí spálených. Jak silné bylo toto lodstvo?
- 1843) Jistina určitá uložená na  $4\frac{1}{2}\%$ , vzrostla za rok na 13167 zl.; jak veliká byla?
- 1844) Která jistina vzroste za  $n$  roků na  $p\%$  na  $k$  zlatých?
- 1845) Hospodář má stádo hus a ovci, dohromady 432 kusů. Nechť je více husy chovati, vymění je za ovce a sice dostane za 32 hus 3 ovce, tak že má pak dohromady 200 ovci. Kolik hus vyměnil?
- 1846) Mnoho-li kyslíku a mnoho-li dusíku jest ve světnici 6 m. dlouhé, 5 m. široké a 3 m. vysoké, jest-li ve 100 dřezech vzdachu 21 dílů kyslíku a 79 dílů dusíku?
- 1847) Nádržka, do které se 820 věder vody vejde, může být na plněna třemi rourami, z nichž první v minutě o 10 věder

více, druhou o 5 věder méně nateče než třetí. Kolik věder přiteče každou rourou za minutu?

- 1848) Vodní nádrž lze vypustit čtyřmi rourami a sice jednotlivě za  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  hodin. Za kolik hodin vytče voda z nádrže, otevrou-li se všechny čtyry roury najednou?

- 1849) Tři příčiny způsobí v časech  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  účinky  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ . V kterém čase způsobí účinek  $u$ , působí-li najednou?

- 1850) Někdo má 9955 zl. půjčeno na dvou místech, na jednom na 5%, na druhém na 4%. Dostává-li z obou míst ročně dohromady 441 zl. úroků, kolik zlatých má půjčeno na každém místě?

- 1851) V  $A$  a  $B$  jsou uhelné doly a  $d$  jejich od sebe vzdálenost; v  $A$  stojí centnýr uhlí  $a$ , v  $B$  pak  $b$  kr.; od přívozu platí se  $p$  kr. za každý centnýr na jednu mílu. Má se určiti mezi  $A$  a  $B$  místo, kde by uhlí vyšlo za stejnou cenu, ať se kupuje v  $A$  nebo v  $B$ . (Kterak lze z příkladu toho odvoditi pravidlo, dle něhož podobné úlohy z hlavy lze vypočítávat?)

- 1852) Hráč ztratil při první hře  $\frac{1}{6}$  svých peněz, při druhé  $\frac{1}{10}$ , při třetí pak vyhrál  $\frac{1}{3}$  (původní summy) a počítaje na to peníze, shledal, že vyzískal 3 zl. Kolik peněz s sebou přinesl?

- 1853) Otec zůstaví po sobě chot a tři syny a rozdělí své jmění mezi ně takto: Manželce odkáže třetí díl celého jmění, prvnímu synu  $\frac{1}{3}$  zbytku a 2600 zl., druhému synu  $\frac{1}{3}$  zbytku a 2200 zl.; třetímu synu připadne zbytek, jenž obnáší 5400 zl. Jaké jmění zůstavil otec, a po jakých podilech se dostalo každému dědici?

- 1854) Společnost 90ti osob skládá se z mužů, žen a dětí. Mužů bylo čtyrykrát tolik co žen a dětí o 10 více než dospělých. Kolik bylo mužů, žen a dětí?

- 1855) V nějakém městě umírá průměrně denně tolik lidí, že počet zemřelých za 10 dní převyšuje 300 právě o tolik, oč v 15ti dnech schází do 500. Kolik tu lidí umírá denně?

- 1856) V kterém roku byly objeveny Karlovy Vary, pakli od objevení jich až včetně do r. 1875, kdyby se ročně jen 20 lidí v nich uzdravilo, počet uzdravených za celou tu dobu byl by o 510 větší než jest 7minásobné čísla udávajícího rok objevení.

- 1857) Císař Karel IV. dal 16 let po svém korunování na krále českého stavěti most pražský; přičteme-li ku  $\frac{2}{5}$  čísla vyjadřujícího rok tohoto založení  $1\frac{1}{19}$ , čísla udávajícího rok

- korunování, obdržíme o 22 méně než jest toto číslo poslední. V kterém roce byl tedy Karel na krále českého korunován a v kterém založil most pražský?
- 1858) Otec uloží čtyřem synům  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  25200 zl., o které se takto rozděliti mají:  $C$  obdrží 3600 zl.,  $B$  tolik co  $C$  a  $D$  dohromady,  $A$  dvakrát tolik co  $B$  méně 1000 zl. Kolik dostane každý?
- ~~1859)~~ Myslím si číslo určité; znásobím-li je 7mi, přičtu k součinu 3, dělím pak součet ten 2mi a odečtu od tohoto podílu 4, obdržím 15. Které jest to číslo?
- 1860) Násobím-li určité číslo 5ti, odečtu od součinu 24, dělím zbytek 6ti a přičtu pak 13, obdržím totéž číslo. Které číslo jest to?
- 1861) Nejvyšší stavba na zemi jest pyramida Gizehská, tak sice, že výška její jest 0.000000001 střední vzdálenosti země od slunce. Číslo vyjadřující tuto výšku v anglických palecích má tu vlastnost, že odečteš-li od něho 5, děliš-li pak rozdíl 5ti, od podílu odečteš 2 a dělíš tento rozdíl 4mi, dále pak odečteš-li od nového tohoto podílu 3, děliš pak 6ti a přičteš 2, obdržíš 50. Jak vysoká jest pyramida?
- ~~1862)~~ Otec jest 36, syn 10 roků stár; za kolik let bude otec dvakrát tak stár jako syn?
- 1863) Kdosi jest stár 30 roků a má bratra 20letého; za kolik let bude poměr jejich stáří jako 5 : 4?
- 1864) Kdosi, jsa stár 30 roků, má dva bratry, 20ti- a 6iletého. Za kolik roků bude tak stár, jako oba dohromady?
- 1865) Otec v stáří 56 let má tři syny v stáří 28, 22, 16 let. Kdy bude otec tak stár, jako tito synové dohromady?
- 1866)  $A$  jest nyní  $m$ krát tak stár jako  $B$  a za  $a$  let bude  $n$ krát tak stár jako tento. Kolik jest  $A$  stár? (Kterým podmínkám musí veličiny  $a$ ,  $m$ ,  $n$  vyhověti, aby úloha měla skutečného smyslu?)
- 1867) Číslo  $a$  má se rozděliti ve dva díly, aby  $m$ -násobné dílu prvního bylo o  $b$  větší než  $n$ -násobné dílu druhého.
- 1868) Které číslo musíme k čitateli i jmenovateli zlomku  $\frac{a}{b}$  přičísti, aby vznikla obrácená (reciproká) jeho hodnota?
- 1869) Které číslo nutno přičisti ku  $a$  a odečisti od  $b$ , aby součet vzniklý se měl k rozdílu jako  $m : n$ ?

- 1870) Které číslo musíme odečísti od čitatele i jmenovatele zlomku  $\frac{a}{b}$ , aby povstal zlomek  $\frac{m}{n}$ ?
- 1871) Najiti dvě čísla, jichž součet jest  $a$ , tak aby  $m$ -násobné čísla prvního zvětšeno o  $n$ -násobné čísla druhého dávalo  $b$ .
- 1872) Ve společnosti jest třikrát tolik pánu co dám; 8 pánu s jich dámami odejde a zbyde pak 5krát tolik pánu co dám. Kolik bylo pánu a kolik dám?
- 1873) Ve společnosti bylo 48 osob a sice mužů o 4 více než žen; kdyby bylo dětí o 6 méně, bylo by jich právě polovina co mužů a žen dohromady. Kolik bylo mužů, kolik žen a kolik dětí?
- 1874) Pohořelý přišel do společnosti, žádaje za podporu. Každý člen této dal mu 5 zl., z čehož měl pohořelý takovou radost, že zvolal: „Ó, kdyby bylo v našem městě tolik dobročinných společností, kolik tato členů čítá, a kdybych pak od každého tolik obdržel co zde, mohl bych svůj dům znova vystavěti, neboť stál právě tolik set, kolik jest zde osob.“ Kolik tedy stál jeho dům?
- 1875) V Londýně narodilo se jednoho určitého roku o 388 lidí více než zemřelo; devátý díl zemřelých jest však o 181 větší než desátý díl narozených. Kolik se narodilo a kolik zemřelo?
- 1876) Pythagoras, jsa tázán, kolik má žáků, odpověděl: „Polovina studuje filosofii, třetina matematiku. Ostatní cvičí se v mlčení, a přičtu-li k nim tři nově přijaté, dříve nepočítané žáky, jest jich právě čtvrtina počtu těch, kteří se mathematice a filosofii věnují.“ Kolik měl žáků?
- 1877) Kolos Rhodský, obrovská, kovová to socha Apollonova, byla na rozkaz císaře Vespasiana r. 667 zničena a od Saracenů na velbloudech odvezena. Počet velbloudů k tomu potřebných jest  $\frac{1}{4}$  čísla, udávajícího výšku sochy této ve stopách. Trojnásobný součet obou těchto čísel jest o 23 větší než letočet, v kterém tento div světa zničen byl. Jak byl vysoký kolos z Rhodu a kolik velbloudů bylo třeba k jeho rozvezení?
- 1878) Konkursní jmění 21000 zl. má býti rozděleno mezi 4 věřitele v poměru jich požadavků. Požadavek  $A$  má se ku  $B$  jako  $2:3$ ,  $B$  ku  $C$  jako  $4:5$ ,  $C$  ku  $D$  pak jako  $6:7$ . Kolik obdrží každý věřitel?
- 1879) Chlapci, pasoucímu stádo ovci, pravil jiný, chtěje jej škádliti: Dej mi polovici toho sta tvých ovci. Tento pak odpo-

věděl: Kdybych měl ještě 5krát tolik, a  $\frac{2}{3}$  a  $\frac{3}{4}$  a  $\frac{5}{6}$  toho co mám a tebe k tomu, teprvě pak měl bych 100 ovcí. Kolik ovcí měl tedy?

- 1880) Žena přinesla jablka na trh a prodala nejprvé polovici všech a ještě  $\frac{1}{2}$  jablka; ze zbytku prodala opět polovici a  $\frac{1}{2}$  a z následujícího zbytku opět polovici a  $\frac{1}{2}$  jablka. Kolik jablek přinesla na trh, pakli jí posléze 24 jablek zbylo?
- 1881) Knihkupec prodává dva svazky určitého díla, z nichž první 40, druhý 20 archů obsahuje. Cena nevázaných kněh těchto řídí se dle počtu archů, oba svazky v stejně skvostné vazbě stojí dohromady 16 zl., první pak o 4 zl. více než druhý. Kolik stál každý svazek o sobě a kolik vazba?
- 1882) Které číslo má tu vlastnost, že, přičteme-li k němu 1, 5 nebo 13, součet první má se k druhému, jako tento k třetímu?
- 1883) Které trojciferné číslo, mající na posledním místě v pravo 8, má tu vlastnost, že postavíme-li tuto cifru na první místo v levo, obdržíme číslo o 14 menší než jest dvojnásobné čísla původního?
- 1884) Šesticiferné číslo, mající na prvním místě v levo cifru 2, promění se ve své trojnásobné, pakli tuto na poslední místo v pravo přestavíme. Které číslo jest to?
- 1885) Harpax počítá své dukáty, klada je do čtverce. Když čtverec naplnil, zbylo mu 284 kusů; když chtěl sestrojiti čtverec, mající o jednu řadu více, nedostávalo se mu 25 kusů. Kolik dukátů měl?
- 1886) Plukovník chce svůj pluk postaviti do čtverce; poprvé zbylo mu 89 mužů, podruhé, když stranu čtverce o 1 muže rozmnžil, nedostávalo se mu 50 mužů. Kolik mužů čítal pluk?
- 1887) Hospodář má dvě stáda ovcí, obyčejných a španělských. Prvních jest 40, druhé mají cenu 300 zl. Každá ovce stáda druhého má cenu co 4 ovce stáda prvního a celé stádo první stojí pouze o 40 zl. více než 8 ovcí stáda druhého. Kolik měl španělských ovcí a jaká byla cena těchto i oněch?
- 1888) A a B hrají kulečník. A sází 5 zl. proti 4 zl. na každou hru a po určitém počtu her vyhrál 10 zl. Kdyby byli hráli o jednu hru více, a kdyby tuto byl B vyhrál, byl by počet partií vyhraných od B k onomu vyhraných od A v poměru 3 : 4. Kolik her vyhrál každý?
- 1889) Někdo odkázal čtyřem svým služebníkům A, B, C, D podíly v poměru času, po který jemu sloužili, s tou podmín-

- kou, že, kdyby jeden z nich před rozdelením umřítí měl, podíl jeho mezi ostatní *stejně* rozdelen býti má. *B* skutečně zemřel a po rozdelení podílu jeho byl podíl *C* střední geom. úměrnou mezi podíly *A* a *D*, kdežto před tím měl obdržeti *A* 780 zl., *C* 300 zl., *D* 60 zl. Kolik dostal každý potom?
- 1890)* Řekyně šla do chrámu Jupiterova, prosic jej, aby jí peníze její zdvojnásobil. Stalo se a ona obětovala 2 oboly na poděkování. Se zbytkem šla do chrámu Apollonova a opakovala svou prosbu, která opět vyslyšena byla, načež opět 2 oboly obětovala. Počítajíc nyní své peníze, shledala, že má právě dvakrát tolik co na počátku. Kolik peněz měla?  $4x - 6 = 2x$
- 1891)* Mistr přijal tovaryše a slíbil mu denní mzdu 10 grošů s tou podmínkou, že, kdyby některý den nepracoval, 6 grošů za stravu zaplatiti musí. Za 80 dní dělali účet a shledáno, že jsou vyrovnaní. Kolik dní pracoval onen tovaryš?
- 1892)* Služebník dostává od pána ročně 40 zl. a oblek; po pěti měsících opustí službu a dostane mimo šaty ještě  $6\frac{1}{6}$  zl. Zač byl mu oblek počítán?
- 1893)* Sedlák nese na trh košík vajec a chce jedno prodávat po 2 kr. Na cestě jich z neopatrnosti 6 rozbil; aby pak si škodu nahradil, prodává ostatní po  $2\frac{1}{2}$  kr. Kolik vajec měl?
- 1894)* Číslo čtyrciferné, v historii důležité, končí cifrou 2 a přeložíme-li tuto na první místo, obdržíme číslo, které děleno 7mi dává číslo o 66 menší než jest čtvrtina původnsho.
- 1895)* Najít se má zlomek, jehož jmenovatel jest o 10 větší než čitatel a který má tu vlastnost, že odečteme-li od čitatele 1 a přičteme 1 k jmenovateli, obdržíme  $\frac{3}{4}$ .
- 1896)* Teploměr vystoupil na dvojnásobný počet stupňů a ještě o 6, sklesl pak na  $\frac{3}{5}$  své největší výšky a ještě o 5, čímž stál opět na původním stupni. Kolik stupňů bylo původně?
- 1897)* *A* pravil ku *B*: „Mám při sobě určitou summu peněz; pakli ji čtyrykrát po sobě zdvojnásobím a tobě pokaždé 6 zl. dám, zbyde mi 54 zl. Kolik mám?“ Na to odvětil *B*: „To se snadno dovíme; vypočti však také ty, mnoho-li já peněz mám. Kdybych svou summu také čtyrykrát zdvojnásobil a tobě pokaždé 10 zl. dal, zbylo by mi ku konei právě tolik, kolik ty máš.“
- 1898)* Hráč prohrál  $\frac{2}{5}$  svých peněz, na to vyhrál  $\frac{1}{3}$ ; pak ale prohrál po sobě  $\frac{7}{12}$  a  $\frac{3}{4}$  svých peněz, tak že musel 48 zl. se vydlužiti? Kolik peněz měl při počátku hry?

- 1899) Koruna krále Hierona Syrakusanského, ze stříbra a zlata zhotovená, vážila ve vzduchu 20 řl. a ponořena do vody 18 $\frac{3}{4}$  řl. Kolik liber zlata a kolik stříbra bylo v ní obsaženo, pakliže 19·64 řl. zlata nebo 10·5 řl. stříbra ztrácí ve vodě na váze 1 řl.?
- 1900) Předešlá úloha budiž rozřešena spůsobem všeobecným.
- 1901) Váží-li člověk 80 kilogramů, kolik korku musí vzít, aby pomocí něho ploval, je-li specifická váha těla lidského 1·11 a korku 0·24?
- 1902) Kdosi kupil zahradu za 3200 zl. s podmínkou, že splatí 400 zl. za 1 měsíc, 600 zl. po 2 měsících, 1000 zl. po 4 měsících a 1200 zl. po 6ti měsících. Chce-li sumu tu jednou zaplatiti, kdy to má učiniti?
- 1903) Zevšeobecní úlohu předešlou pro summy  $s_1, s_2, s_3 \dots s_n$ , splatné ve lhůtách  $l_1, l_2, l_3 \dots l_n$ ,
- 1904) Ke koupi jistého statku hlásí se dva kupci. První nabízí 7705 zl., a sice 3565 zl. hotově a 4340 zl. po 8mi letech aneb také ihned, však se srážkou 5%. Druhý kupec nabízí určitou summu, z níž první třetina jest splatná po 2, druhá po 4, třetí po 6ti letech aneb tutéž částku hotově se srážkou 5%. Obě nabídnutí jsou stejně výhodná. Která jest summa podávaná kupcem druhým?
- 1905) Číslo 198 má se rozděliti na 5 dílů, tak aby, zvětšíme-li díl první o 1, druhý o 2, třetí zmenšíme-li o 3, čtvrtý násobíme-li 4mi, a pátý dělíme-li 5ti, výsledky byly sobě rovny.
- 1906) Mezi 600 hlasujícími o jisté otázce byla zpočátku většina pro zamítnutí návrhu. Později bylo o též otázce znova jednáno a následkem změny okolností návrh přijat. Počet hlasujících poprvé „proti“ měl se k počtu hlasujících „pro“ jako 7 : 8, podruhé pak byla většina „pro“ dvakrát taková jako poprvé většina pro zamítnutí. Kolik hlasujících změnilo při druhém hlasování svůj náhled?
- 1907) Najti číslo, které rozmnoženo o svou třetinu a o 176 a pak násobeno  $2\frac{1}{2}$ , dává součin převyšující 1000 o tolik, kolik číslu původnímu do 1000 scházelo.
- 1908) Statkář učiní se sousedem smlouvou, dle které mu dovolí pásti na svých lukách 400 volů po 6 měsíců. Soused pošle nejprvě 200 volů, za 7 měsíců o 250 více, a za 8 měsíců o 150 více. Jak dlouho jest statkář povinen nechatи pásti těchto 600 volů, aby smlouvě vyhověno bylo?

- 1909) V potoku jsou tři stavidla, dvě na přítok a jedno na odtok. Je-li potok prázdný, může být vytažením stavidla prvního naplněn za  $1\frac{1}{4}$  dne, druhým za  $1\frac{3}{4}$  dne; jest-li však plný, může být třetím stavidlem za  $\frac{3}{4}$  dne vypuštěn. Za jak dlouho by se prázdný potok naplnil, jsou-li všechna tři stavidla vytažena?
- 1910) Tři osoby  $A$ ,  $B$ ,  $C$  spojí se k určitému obchodu;  $B$  složí jistinu dvakrát takovou co  $A$ ,  $C$  pak o 300 zl. více než  $A$  i  $B$  dohromady. Výtěžek jest 5020 zl., z něhož  $C$  obdrží 2570 zl. Kolik složil každý a kolik získali  $A$  a  $B$ ?
- 1911) Kupec rozmnoží každým rokem své jmění o  $20\%$ , spotřebuje však z něho ročně 2000 zl. na živobytí. Ku konci tříroku shledal, že za tyto tři roky vyzískal o 400 zl. více než jsou  $\frac{3}{5}$  původního jmění. Jak velké bylo toto?
- 1912) Soukromník uloží své peníze na  $4\%$ ; po dvou letech čtvrtinu jich vezme zpět a zbytek ponechá ještě 7 měsíců, načež opět čtvrtinu si vyzdvihne a po dalších 13ti měsících konečně celou ostatní jistinu. Za tuto dobu 3 let a 8 měsíců přijal celkem 6094,75 zl. úroků. Jak velká byla jistina uložená?
- 1913) Vinárník má dva druhy vína; litr prvního stojí 48 kr., litr druhého 60 kr. Kolik musí každého druhu vzít, aby obdržel 120 litrů smíšeniny, ježíž litr by měl cenu 56 kr.?
- 1914) Dvě věci, jichž jednotky mají hodnoty  $a_1$ ,  $a_2$  mají se smísiť tak, aby povstalo  $m$  jednotek hodnoty  $a$ . Kolik se musí každého druhu vzít? Kterým podmínkám tu musí být vyhověno?
- 1915) Která jest měrná (specifická) váha smíšeniny tří hmot a sice:  $a_1$  grammů měrné váhy  $b_1$ ,  $a_2$  grammů měrné váhy  $b_2$ ,  $a_3$  grammů měrné váhy  $b_3$ ?
- 1916) Mají se najít takové hodnoty za  $x$ , pro které zlomek  $\frac{x+1}{2x+3}$  obdrží hodnotu  $1$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  atd.
- 1917) Totéž obecně pro zlomek  $\frac{a_1x+b_1}{a_2x+b_2} = \frac{1}{n}$ .
- 1918) Najít číslo toho druhu, aby přičteno k  $a$  a  $b$ , rozdíl dvojic těchto součtů byl  $c$ .
- 1919) Ze dvou nepřátelských táborů vyslány byly dvě stejně silné hlídky  $A$ ,  $B$ , které se setkaly. V nastalé šarvátkce ztratila

*A* 50 mrtvých a raněných, kdežto *B* má totiž 20 mrtvých. Na to sesílena byla hlídka *A* tolik mužů, kolik jest  $\frac{5}{7}$  zbylých v *B*, tato pak počtem mužů o 46 větším než jest  $\frac{3}{5}$  zbylých v *A*. Půtku začala znova, čímž *A* po ztrátě 30ti mužů přinucena jest odstoupiti, v *B* pak po ztrátě opět 20ti mužů zbylo dvakrát tolik mužů co v *A*. Jak silné byly hlídky z počátku?

- 1920) K společné hostině dá Cajus 7, Sempronius 8 mís, všechny stejné ceny. Před tím přijde Titus a všichni tři jedí společně, začež Titus Cajovi 14, Semproniovi 16 stříbrných (dle počtu mís) zaplatí. Má Sempronius právo býti nespokojen?
- 1921) Tři osoby *A*, *B*, *C* složily se k určitému účeli v poměru  $a : b : c$ . Pak přijde *D* a, požívaje s nimi  $x$  stejným dilem, rozdělí za to mezi ně  $m$  zlatých. Kolik přijde na každého?
- 1922) Dva hoši, *A* a *B*, jdou spolu k místu 5280' vzdálenému a baví se po cestě střílením šípů. *A* vystřelí ve směru cesty šíp, *B* jej zvedne na místě, kde dopadne, a střeli dále ku předu, a tak střídat, až posléze dopadne šíp u cíle cesty. *A* střelil 8krát, *B* 7krát. Jindy stáli oba na protějších březích řeky. *A* střelil ku *B* a šíp padnul 39' za místo, kde *B* stál. *B* jej zvednul a z místa, kde dopadnul, střelil na druhý břeh ku *A*, kde šíp  $27\frac{1}{7}\%$  za *A* na zem padnul. Jak široká byla ona řeka, předpokládáme-li, že každý vždy na stejnou vzdálenost střelil?
- 1923) Jsou tři duté krychle nestejné velikosti; první jest o 1 dm. vyšší než druhá a tato o 1 dm. vyšší než třetí. Přeleju-li vodu z první do druhé a z druhé do třetí, zbyde v první o 2 litry více než v druhé. Jak veliké jsou tyto krychle?
- 1924) Někdo má 4 nádoby rozličného obsahu. Naplní-li druhou prázdnou z první plné, zbyde v této  $\frac{4}{7}$  tekutiny; naplní-li třetí prázdnou a druhé plné, zbyde v této  $\frac{1}{4}$ ; čtvrtou prázdnou z třetí plné lze naplniti jen do  $\frac{7}{16}$ ; naplní-li však třetí prázdnou z první plné, zbyde mu v této 15 litrů. Jak velké jsou tyto nádoby?
- 1925) Z určitého místa výšel posel, který denně 4 milie ujde, za 10 dní vyslán za ním posel, který ujde denně 9 mil; za kolik dní a kde jej dohoní?
- 1926) Tutož úlohu rozřeš zcela obecně, klada na místě 4, 10, 9 čísla obecná  $a_1$ ,  $b$ ,  $a_2$ .

- 1927) Dvě tělesa pohybují se z téhož místa a týmž směrem; druhé začne pohyb o  $n$  sekund později a rychlosť jeho má se k rychlosti prvního jako  $q:p$ . Kdy se dostihou?
- 1928) Nepřátelský sbor opustil jisté místo před dvěma dny a urazí denně  $4\frac{1}{2}$  míle; vojsko chce jej pronásledovati a za 6 dní dohoniti. Kolik mil musí ujítí denně?
- ~~1929)~~ Z místa  $A$  vyjde posel, který ujde 18 kilom. za 5 hodin, z místa  $B$  o 24 kilom. vzdáleného vyjde v týž čas posel druhý, který ujde 15 kilometrů za 4 hodiny. Kdy dohoní prvního?
- 1930) Před úplným centrálním zatměním slunce byly, dle výpočtu, v 9 hodin 13 minut dopoledne středy měsice a slunce od sebe  $5\frac{7}{8}$  šířek měsice vzdáleny. Obě tělesa měla zdánlivou velikost stejnou a pohybovala se týmž směrem od západu k východu. Měsíc vykonal za hodinu dráhu  $1\frac{1}{6}$ , slunce  $\frac{1}{12}$  měsíční šířky. V kolik hodin dotýkaly se poprvé obě desky, (počátek zatmění), kdy se stotožnily středy jejich (úplné zatmění) a kdy se dotýkaly podruhé (konec zatmění)?
- 1931) Tělesa  $A_1$  a  $A_2$ ,  $d$  metrů od sebe vzdálená, počnou se v časech  $t_1$ ,  $t_2$  pohybovat týmž směrem rychlostmi  $v_1$ ,  $v_2$ . Kdy se dostihou?
- 1932) Kdosi, jsa tázán, kolik jest hodin, odpověděl: „Právě se ručičky mezi 4ou a 5 kryjí.“ Kolik hodin bylo?
- 1933) Úloha 1931) má se rozrešití pro tělesa pohybující se v dráze kruhové.
- 1934) Kolikrát a kdy tvoří ručičky na hodinách úhel  $\alpha$ ?
- ~~1935)~~ Ze dvou míst, od sebe 285 kilom. vzdálených, vyjdou dva cestující proti sobě, z nichž první denně  $30\frac{1}{2}$  kilom., druhý  $40\frac{3}{4}$  k. ujde. Kdy se potkají?
- 1936) Úlohu 1927) rozreš, předpokládaje, že obě tělesa pohybují se proti sobě.
- 1937) Totéž učíň s úlohou 1931).
- 1938) Tělesa  $A_1$  a  $A_2$ ,  $d$  metrů od sebe vzdálená, počnou se v časech  $t_1$ ,  $t_2$  pohybovat rychlostmi  $v_1$ ,  $v_2$ . Kdy dosáhnou vzdálenosti  $d'$  metrů? Které případy mohou tu nastati? —
- 1939) Pes žene se za zajícem. Než se dal pes do běhu, uskočil zajíc na 50 skoků, a tolik má pes doháněti, aby zajíce dostihl. Učiní-li zajíc v téže době 6 co pes 5 skoků a rovná-li

- se 9 skoků zaječích na délku 7 skokům psím: kolik skoků ještě učiní zajíc, než ho pes dohoní?
- 1940) „Odkud to, že máš 3000 metrů přede mnou, ačkoliv můj krok jest dvojnásobný tvého?“ tázal se pocestný druhého. „Jelikož jsem jich udělal 5krát tolik co ty,“ odpověděl tento. Kolik metrů ušel každý?
- 1941) Povoz nějaký opatřen jest přístrojem, udávajícím rozdíl počtu otočení kol předních a zadních. Přední kola mají obvod  $1\cdot6m$ , zadní  $2\cdot3m$ . Je-li rozdíl počtu otočení obou kol 2000, jak velká jest dráha proběhnutá?
- 1942) Z nádržky vytéká voda dvěma otvory, které jsou v poměru  $5:13$ , rychlostmi v poměru  $8:7$ . Za jistý čas vyteče jedním otvorem o  $561\text{ m}$ . vody více než druhým. Kolik krychl. metrů vody vyteče v tomto čase každým otvorem?
- 1943) Při ústí řeky, jejíž proud toliko na odlivu a přílivu moře závisí, dojede veslová loď z  $A$  do  $B$  za  $1\frac{1}{2}$  hodiny, užívajíc proudu u prostřed řeky, kde jest následkem odlivu nejsilnější. Zpáteční cestu jest nucena konati proti proudu toutéž silou vesla, avšak podél břehů, kde síla proudu jest jen  $\frac{3}{5}$  síly, u prostřed. Vykoná-li tuto cestu za  $2\frac{1}{4}$  hodiny a jsou-li  $A$  a  $B$  od sebe 36 kilom. vzdáleny, jak silný jest proud u prostřed řeky?
- 1944) Plachtová loď vykoná při větru příznivém cestu z Doveru do Calais za 2 hodiny. Zpáteční cestu koná zpočátku při tak nepříznivém větru, že za hodinu o  $1\frac{1}{2}$  míle méně vykoná než při cestě první. Na poloviční cestě však se vítr obráti příznivě, tak že loď za hodinu o  $\frac{1}{2}$  míle více uraziti může a dojede tudiž dříve do Doveru nežli by se to stalo při původním nepříznivém větru, a sice v poměru  $6:7$ . Jak daleko jest z Doveru do Calais a jak rychle plula loď na zpáteční cestě?
- 1945) Z míst  $A$ ,  $B$  vyšli v týž čas dva cestující do místa  $C$ , které ve směru  $AB$  leží. První (který vyšel z  $A$ ) ušel zpočátku za hodinu 14 kilom. a byl by takto dohonil druhého 10 kilom. před  $C$ . Cesta z  $B$  do  $C$  jest však špatnější než z  $A$  do  $B$  a proto ušel po ní jen 13 kilom. za hodinu, následkem čehož přišli oba v týž čas do  $C$ . Druhý cestující vykonal za hodinu toliko 10 kilometrů cesty. Jak daleko jsou od sebe místa  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ?

- 1946) A a B jedou o závod k určitému cíli. A jede pořád stejnou rychlostí, kdežto B jen prvních 5 minut, a ku konci 4té sekundy jest o 440. díl délky dráhy pozadu za A. V poslední minutě však zvětší rychlosť koně svého o 20 metrů a přijede tudíž ku konci 6té minuty k cíli, kdežto A má ještě 2 metry doháněti. Jak dlouhé bylo závodisti?

### §. 33. Rovnice prvního stupně o více neznámých.

- 1947) Kdy jest soustava  $n$  rovnice *určitá*, kdy *neurčitá*, kdy *nemožná*?
- 1948) Kolik vzájemně neodvislých rovnic jest třeba k určení  $n$  neznámých?
- 1949) Tvoří rovnice  $3x + 4y + 5z = 0$   
 $x + 2y - z = 3$   
 $5x + 8y + 3z = 40$
- soustavu neodvislých rovnic?
- 1950) V čem záleží obecně řešení soustavy  $n$  rovnic o  $n$  neznámých?
- 1951) Kterými spůsoby řeší se soustava  $n$  rovnic linearních o  $n$  neznámých?

Řeš rovnice tyto:

1952)  $x + 15y = 53$   
 $y + 3x = 27$

1953)  $4x + 9y = 51$   
 $8x - 13y = 9$

1954)  $x + y = a$   
 $x - y = b$

1955)  $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 5\frac{2}{3}$   
 $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 6$

1956)  $\frac{x}{8} + 8y = 194$   
 $8x + \frac{y}{8} = 131$

1957)  $9x + \frac{8}{5}y = 70$   
 $7y - \frac{13}{3}x = 44$

1958)  $13x + 7y - 341 = 43\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}y$   
 $2x + \frac{1}{2}y = 1$

1959)  $113\frac{1}{2}x - 27\frac{5}{7}y = 10y + 5488\frac{4}{7}$   
 $9y - 347 = 5x - 420$

$$1960) \frac{3x - 1}{5} + 3y - 4 = 15$$

$$\frac{3y - 5}{6} + 2x - 8 = 7\frac{2}{3}$$

$$1961) \frac{x}{3 \cdot 14159} + 3 \cdot 14159y = 3 \cdot 14159^2 + 1$$

$$3 \cdot 14159x - \frac{y}{3 \cdot 14159} = 3 \cdot 14159^2 - 1$$

$$1962) 4x + 8y = 2 \cdot 4 \\ 10 \cdot 2x - 6y = 3 \cdot 48$$

$$1963) 2x + 0 \cdot 4y = 1 \cdot 2 \\ 3 \cdot 4x - 0 \cdot 02y = 0 \cdot 01$$

$$1964) x^2 - y^2 = a \\ x + y = b$$

$$1965) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = b$$

$$1966) ax = by \\ x + y = c$$

$$1967) a_1x + a_2y = a \\ b_1x + b_2y = b$$

$$1968) ax - by = bx + ay = a^2 + b^2$$

$$1969) (a - b)x + (a + b)y = c \\ (a^2 - b^2)(x + y) = d$$

$$1970) \frac{7+x}{5} - \frac{2x-y}{4} = 3y - 5$$

$$\frac{5y-7}{2} + \frac{4x-3}{6} = 18 - 5x$$

$$1971) x + 1 - \frac{4x + 3y}{7} = 7 - \frac{9y + 33}{14}$$

$$y - 3 - \frac{5x - 4y}{2} = x - \frac{11y - 19}{4}$$

$$1972) x - \frac{3x + 5y}{17} + 17 = 5y + \frac{4x + 7}{3}$$

$$\frac{22 - 6y}{3} - \frac{5x - 7}{11} = \frac{x + 1}{6} - \frac{8y + 5}{18}$$

$$1973) \frac{7x - 21}{6} + \frac{3y - x}{3} = 4 + \frac{3x - 19}{2}$$

$$\frac{2x + y}{2} - \frac{9x - 7}{8} = \frac{3y + 9}{4} - \frac{4x + 5y}{16}$$

$$1974) \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$1975) \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a-b}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{2b} = 2$$

$$\frac{x}{a+b} - \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a+b}$$

$$1976) \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = 2$$

$$\frac{x}{a-b} - \frac{y}{a+b} = \frac{4ab}{a^2 - b^2}$$

$$1977) cy - 2b = bcx$$

$$b^2y + \frac{a(c^3 - b^3)}{bc} = \frac{2b^3}{c} + c^3x$$

$$1978) \frac{5x+13}{2} - \frac{8y-3x-5}{6} = 9 + \frac{7x-3y+1}{3}$$

$$\frac{x+7}{3} : \left( \frac{3y-8}{4} + 4x \right) = 4 : 21$$

$$1979) \frac{5}{17} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1 + \frac{1}{x-y}} \quad \frac{23}{33} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{x+y}$$

$$1980) \frac{\frac{2}{3}x - \frac{5}{12}y}{\frac{7}{4}} - \frac{\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}y}{\frac{23}{2}} = 2$$

$$\frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{5}$$

$$1981) \frac{m}{x} + \frac{n}{y} = 1$$

$$\frac{n}{x} + \frac{m}{y} = 1$$

$$1982) \frac{m}{x} + \frac{n}{y} = a$$

$$\frac{n}{x} + \frac{m}{y} = b$$

$$1983) ax + 2by = c$$

$$\frac{a}{b+y} = \frac{b}{3a+x}$$

$$1984) \frac{2(a^2 - b^2)}{x} - a = \frac{by}{x}$$

$$\frac{1}{(a-b)x} - \frac{1}{(a+b)y} = \frac{a^2 + b^2}{abxy}$$

$$1985) (x+5)(y+7) = (x+1)(y-9) + 112$$

$$2x+10 = 3y+1$$

$$1986) \frac{1}{1-x+y} + \frac{1}{1-x-y} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1-x+y} - \frac{1}{1-x-y} = \frac{4}{3}$$

$$1987) \frac{a}{b+y} = \frac{b}{a+x}$$

$$\frac{b}{a-y} = \frac{a}{b-x}$$

$$1988) \frac{x+1}{y} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{5}$$

$$1989) (x+2y):(x-2y)=4:-1$$

$$(3x+4y):(3x-4)=19:7$$

$$1990) 16x+6y-1=\frac{128x^2-18y^2+217}{8x-3y+2}$$

$$\frac{10x+10y-35}{2x+2y+3}=5-\frac{54}{3x+2y-1}$$

$$1991) 3x+5y=\frac{2(4b-d)bd}{b^2-d^2}$$

$$b^2x-\frac{bcd^2}{b+d}+(b+c+d)dy=d^2x+(b+2d)bd$$

$$1992) 5\sqrt{x}+3\sqrt{y}=8$$

$$3\sqrt{x}+4\sqrt{y}=7$$

$$1993) \sqrt{y}-\sqrt{y-x}=\sqrt{20-x}$$

$$\sqrt{\frac{y-x}{20-x}}=\frac{3}{2}$$

$$1994) \sqrt{a-x}-\sqrt{y-x}-\sqrt{y}=0$$

$$\sqrt{b-x}+\sqrt{y-x}-\sqrt{y}=0$$

$$1995) \frac{x-y}{\sqrt{x+y}}-\frac{1}{4}\sqrt{x+y}=\frac{3(x-5)}{2\sqrt{x+y}}+\frac{1}{6}\sqrt{x+y}$$

$$\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}-\frac{y}{\sqrt{x}}=\sqrt{\frac{x}{y}}+\frac{x}{\sqrt{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}$$


---

$$1996) 3x+2y-4z=15$$

$$5x-3y+2z=28$$

$$3y+4z-x=24$$

$$1997) x+y-z=1$$

$$8x+3y-6z=1$$

$$3z-4x-y=1$$

$$1998) 4x-3y+2z=9$$

$$2x+5y-3z=4$$

$$5x+6y-2z=18$$

$$1999) 2x-4y+9z=28$$

$$7x+3y-5z=3$$

$$9x+10y-11z=4$$

$$2000) x-2y+3z=6$$

$$2x+3y-4z=20$$

$$3x-2y+5z=26$$

$$2001) 4x-3y+2z=40$$

$$5x+9y-7z=47$$

$$9x+8y-3z=97$$

$$2002) 3x+2y+z=23$$

$$5x+2y+4z=46$$

$$10x+5y+4z=75$$

$$2003) 5x-6y+4z=15$$

$$7x+4y-3z=19$$

$$2x+y+6z=46$$

$$2004) 3x+5y=161$$

$$7x+2z=209$$

$$2y+z=89$$

$$2005) 2x+5y-7z=-288$$

$$5x-y+3z=227$$

$$7x+6y+z=297$$

$$\begin{aligned}2006) \quad & x + y - z = c \\& x + z - y = b \\& y + z - x = a\end{aligned}$$

$$2007) \quad x + \frac{y}{2} = 1$$

$$y + \frac{z}{3} = 1$$

$$z + \frac{x}{4} = 1$$

$$\begin{aligned}2008) \quad & \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 41 \\& \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 31 \\& \frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{6} = 25\end{aligned}$$

$$2009) \quad \frac{1}{2}x + y = 41$$

$$x + \frac{1}{4}z = 20\frac{1}{2}$$

$$y + \frac{1}{5}z = 34$$

$$2010) \quad 2x - \frac{3}{4}y = 93 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y$$

$$7x - 5z = x + y - 86$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z = 58$$

$$\begin{aligned}2011) \quad & a_1x + a_2y + a_3z = a \\& b_1x + b_2y + b_3z = b \\& c_1x + c_2y + c_3z = c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2012) \quad & ay + bx = c \\& cx + az = b \\& bz + cy = a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2013) \quad & x + y + z = A \\& ax + by + cz = 0 \\& a^2x + b^2y + c^2z = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2014) \quad & ax + by + cz = 1 \\& bx + cy + az = 1 \\& cx + ay + bz = 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2015) \quad & ax + by + cz = A \\& a^2x + b^2y + c^2z = A^2 \\& a^3x + b^3y + c^3z = A^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2016) \quad & x + y + z = 0 \\& (b + c)x + (a + c)y + (a + b)z = 0 \\& bax + acy + abz = 1\end{aligned}$$

$$2017) \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$2018) \quad ax + by - cz = b^2$$

$$\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = 1$$

$$bx - cy + az = a^2$$

$$\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$cx + ay - bz = c^2$$

$$\begin{aligned}2019) \quad & a) \frac{x}{a_1} + \frac{y}{b_1} + \frac{z}{c_1} = 1 \\& \frac{x}{a_2} + \frac{y}{b_2} + \frac{z}{c_2} = 1 \\& \frac{x}{a_3} + \frac{y}{b_3} + \frac{z}{c_3} = 1\end{aligned}$$

$$\beta) \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = m$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = n$$

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = p$$

$$2020) \quad x + y + z = A$$

$$(b+c)x + (a+c)y + (a+b)z = 0$$

$$bcx + acy + abz = 0$$

$$2021) \quad x + y = xy$$

$$2(x+z) = xz$$

$$3(y+z) = yz$$

$$2023) \quad \frac{a}{z} + \frac{b}{y} = 1$$

$$\frac{b}{y} + \frac{z-c}{x} = 0$$

$$x + y + z = 2c$$

$$2022) \quad a(y+z) = yz$$

$$b(x+z) = xz$$

$$c(x+y) = xy$$

$$2024) \quad \frac{2}{x} + \frac{1}{y} - \frac{3}{z} = 0$$

$$\frac{3}{z} - \frac{2}{y} = 2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{4}{3}$$

$$2025) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 2$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2}$$

$$2026) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = c$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = b$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = a$$

$$2027) \quad \frac{xy}{x+y} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{xz}{x+z} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{yz}{y+z} = \frac{1}{8}$$

$$2028) \quad \frac{xy}{ax+by} = l$$

$$\frac{yz}{cy+dz} = m$$

$$\frac{zx}{fz+gx} = n$$

$$2029) \quad \frac{abc+3}{bcx+acy+abs} + \frac{\frac{3}{abc}+7}{2\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}\right)} = \frac{3(1+abc)}{abc}$$

$$\frac{a+b+c}{bcx+acy+abz} = \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}$$

$$\frac{x}{y+z} = \frac{a}{b+c}$$

$$2030) \quad x:y:z = a:b:c$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = m$$

$$2031) \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} = m$$

$$2032) \quad \sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} = 10$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{z} = n$$

$$\sqrt{y+z} + \sqrt{z+x} = 14$$

$$\sqrt{y} + \sqrt{z} = p$$

$$\sqrt{z+x} + \sqrt{x+y} = 12$$

$$2033) \quad x + ay + a^2z + a^3 = 0$$

$$2034) \quad xyz = a(yz - xy - zx)$$

$$x + by + b^2z + b^3 = 0$$

$$= b(xz - xy - yz)$$

$$x + cy + c^2z + c^3 = 0$$

$$= c(xy - zx - yz)$$

$$2035) \quad x + y + z = a + b + c$$

$$bx + cy + az = cx + ay + bz = a^2 + b^2 + c^2$$

$$2036) \quad x + y + z = 6$$

$$x + 3y + u = 11$$

$$2x + 2z + u = 12$$

$$u - x - y = 1$$

$$2037) \quad 2x - 3y + 2z = 13$$

$$2y + z = 7$$

$$2u - x = 15$$

$$5y + 3u = 32$$

$$2038) \quad 3u - 2y = 2$$

$$5x - 7z = 11$$

$$2x + 3y = 39$$

$$4y + 3z = 41$$

$$2039) \quad 3x - 10y + 11 = 0$$

$$14x + 3u - 57 = 0$$

$$7u - 13z - 87 = 0$$

$$2x - 11z - 50 = 0$$

$$2040) \quad x + y + z + u = 1$$

$$16x + 8y + 4z + 2u = 9$$

$$27x + 9y + 3z + u = 12$$

$$64x + 16y + 4z + u = 25$$

$$2041) \quad x + 3y - 6z - 6u = 7$$

$$2x + y - 4z - 2u = 15$$

$$4x - y - 5z + 5u = 30$$

$$5x + 10y - 22z - 20u = 39$$

$$2042) \quad x + 3y - 6z - 6u = 8$$

$$2x + 5y - 10z - 9u = 12$$

$$2x + 4y - 8z - 9u = 14$$

$$5x + 12y - 24z - 24u = 34$$

$$2043) \quad 0.12x - 0.23y + 0.34z = 2.071$$

$$0.45y - 0.56z + 0.67u = -8.044$$

$$0.78z - 0.89u + 0.87x = 9.56$$

$$0.65u - 0.43x + 0.21y = -4.881$$

$$2044) \quad a_1x + a_2y + a_3z + a_4u = a$$

$$b_1x + b_2y + b_3z + b_4u = b$$

$$c_1x + c_2y + c_3z + c_4u = c$$

$$d_1x + d_2y + d_3z + d_4u = d$$

$$2045) \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{2z}{7} = 58$$

$$2046) \quad \frac{x}{5} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} - \frac{u}{4} = -17$$

$$\frac{5x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 76$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{4} + \frac{z}{5} - \frac{u}{2} = 29$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3z}{8} + \frac{u}{5} = 79$$

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{5} + \frac{z}{2} - \frac{u}{3} = 64$$

$$y + z + u = 248$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{4} - \frac{u}{5} = 78$$

$$2047) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = a$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = b$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = c$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{v} = d$$

$$2049) \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 6$$

$$\sqrt{y} + \sqrt{z} + \sqrt{u} = 9$$

$$\sqrt{z} + \sqrt{u} + \sqrt{x} = 8$$

$$\sqrt{u} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7$$

$$2051) 9x - 2z + u = 41$$

$$7y - 5z - v = 12$$

$$4y - 3x + 2u = 5$$

$$3y - 4u + 3v = 7$$

$$7z - 5u = 11$$

$$2053) x + y + z + u + v + w = 54$$

$$u + 2v + 3w + 4x + 5y + 6z = 179$$

$$u + 3v + 5w + 7x + 9y + 11z = 304$$

$$3u + 12v + 7w + 8x + 11y + 4z = 425$$

$$4u + 11v + 8w + 7x + 12y + 3z = 441$$

$$9u + 12v + 15w + 18x + 21y + 24z = 861$$

$$2054) a) xyz + xyu + xzu + yzu = xyzu$$

$$xyz + xyv + xxv + yzv = xyzv$$

$$xyu + xyv + xuv + yuv = xyuv$$

$$xzu + xxv + xuv + zuv = xxuv$$

$$xzu + yzv + yuv + xuv = yzuv$$

$$\beta) yzuv + xxuv + xyuv + xyzv + xyzu = 15xyzuv$$

$$yzuv - xxuv - xyuv + xyzv + xyzu = 5xyzuv$$

$$yzuv + xxuv - xyuv - xyzv + xyzu = xyzuv$$

$$yzuv + xxuv + xyuv - xyzv - xyzu = - 8xyzuv$$

$$yzuv - xxuv + xyuv - xyzv + xyzu = 3xyzuv$$

$$2048) xyz = 231$$

$$xyu = 420$$

$$yzu = 1540$$

$$xzu = 660$$

$$2050) 3x - 4y + 3z + 3v = 5$$

$$3x - 5y + 2z - 4u = 11$$

$$10y - 3z + 3u - 2v = 2$$

$$5z + 4u + 2v - 2x = 3$$

$$6u - 3v + 4x - 2y = 6$$

$$2052) x + y + z + t + u = a$$

$$y + z + t + u + v = b$$

$$z + t + u + v + x = c$$

$$t + u + v + x + y = d$$

$$u + v + x + y + z = e$$

$$v + x + y + z + t = f$$

### §. 34. Upotřebení rovnic prvního stupně o více neznámých.

- 2055) Součet dvou čísel jest 3055, rozdíl jich 187; která jsou to čísla? Rozřeš úlohu též pro čísla obecná  $a, b$ .
- 2056) Parník ujede s proudem za hodinu 20 kilom., proti proudu 12 kilom. Kolik kilom. vykoná pouze silou stroje (při tiché vodě), kolik pouze silou proudu za hodinu?
- 2057) V shromáždění čítajícím 100 osob přijat byl návrh nějaký většinou 32ti hlasů. Kolik hlasovalo „pro,“ a kolik „proti?“
- 2058) Součet dvou čísel jest 75, podíl jich 2; která jsou to čísla?
- 2059) Rozdíl dvou čísel jest  $a$ , podíl jich  $b$ ; najdi čísla ta.
- 2060) Součet dvou čísel, která se k sobě mají jako  $2 : 3$ , rovná se čtinásobnému jich rozdílu méně 2. Která jsou to čísla?
- 2061)  $A$  praví ku  $B$ : dej mi 100 zl. a budu mít takový co ty.  $B$  však řecku  $A$ : Dáš-li ty mi 100 zl., budu mít dvakrát takový co ty. Kolik měl každý z nich?
- 2062) Petr a Pavel ženou ovce na trh. Dá-li Petr Pavlovi 8 ovci, požene tento skrát takový co onen. Dal-li by naopak Pavel Petrovi 12 ovci, zbylo by mu přece ještě dvakrát takový, kolik by měl Petr. Kolik ovci má Petr, a kolik Pavel?
- 2063) Kdosi má dvoji zlaté hodinky, jichž cena následovně stanoví: „Přidám-li zlatý řetěz, jehož cena jest 24 dukátů, k hodinkám prvním, jest pak cena jich dvojnásobná ceny druhých; přidám-li jej však k druhým, mají pak tyto o  $\frac{1}{4}$  ceny více než první.“ Kolik stály tyto hodinky?
- 2064) Hloubka vodopádu Niagarského jest rovna  $\frac{3}{80}$  šířky a 10teronásobná hloubka tato jest o 500' menší než polovina šířky. Vypočti hloubku a šířku tohoto vodopádu.
- 2065) Tlak vzduchu na tělo dorostlého člověka při středním stavu tlakoměru jest tak velký, že desátý díl čísla, jej v kilogrammech vyjadřujícího, jest o 178 větší než číslo roku, kterého Toricelli tlakoměr objevil; 11teronásobné tohoto letopočtu jest pak jen o 120 menší než onen počet kilogramů. Jak velký jest tlak vzduchu na tělo člověka a v kterém roce byl tlakoměr nalezen?
- 2066) Římané měli bohy nižšího a vyššího rádu. Kdyby se byli z oněch dvou pro zvláštní zásluhy mezi bohy vyšší dostali, bylo by obojích stejně; kdyby však byl po bitvě u Kannen Mars

- mezi nižší bohy sesazen býval, bylo by nižších dvakrát tolik co vyšších. Kolik vyšších a kolik nižších bohů měli Římané?
- 2067)  $A$  jest dlužen 1200 zl.,  $B$  2550 zl.  $A$  praví ku  $B$ : Dáš-li mi osný díl svého jméní, budu s to zaplatiti své dluhy. Načež  $B$  odpoví: Já bych zaplatil své, kdybych měl o šestý díl tvého jméní více. Kolik jméní měl každý?
- 2068) Mám na mysli dvě čísla: násobím-li první 2mi a druhé 5ti, jest součet těchto součinů 31, násobím-li však první 7mi a druhé 4mi, jest součet těchto součinů 68. Která jsou to čísla?
- 2069) Ve výrazu  $\eta = A\xi + B$  mají se ustanoviti veličiny  $A$  a  $B$  tak, aby pro  $\xi = \alpha$  bylo  $\eta = a$ , pro  $\xi = \beta$  pak  $\eta = b$ .
- 2070) Jsou dvě trojciferná čísla, jichž součet o 1 zvětšen dá právě 1000. Napíšu-li je vedle sebe a oddělim desetinnou tečkou, povstane číslo 6krát větší v případě, když postavím větší před menší než postavím-li menší před větší. Která jsou to čísla?
- 2071) Jistina na určitá procenta uložená, vzroste za 10 let na 15000 zl.; uložím-li ji však na procenta o 1 větší, vzroste za 8 let na 14800. Která jest jistina a které úroky?
- 2072) Obchodník v sukně koupí dva kusy sukna za 126·50 zl., loket prvního za 4 zl., druhého za 4·50 zl. Prodává pak loket každého o 1 zl. dráže a získá tak celkem 30 zl. Kolik loket měl každý kus?
- 2073) Někdo koupí za 30 kr. hrušek a jablek; prvních obdrží 5, druhých 4 za krejcar. Sousedovi přepustí z toho polovinu jablek a třetinu hrušek za 13 kr. Kolik koupil každého druhu?
- 2074) Součet dvou čísel má se k jich rozdílu jako 2 : 1, a onen jest o 10 větší než tento. Najdi ona čísla.
- 2075) Mají se ustanoviti dvě čísla té vlastnosti, že čtverec jich rozdílu má se k rozdílu jich čtvrtců jako  $a : b$  a  $m$ -násobné první s  $n$ -násobným druhým dává dohromady  $p$ .
- 2076) Které dvojciferné číslo má tu vlastnost, že součet jeho číslic činí 10, a opačným sledem psáno dává číslo o 36 menší než jest původní jeho hodnota?
- 2077) Myslím si dvojciferné číslo, jehož součet číslic jest o 4 větší než osmý díl čísla samého, převrátím-li pak pořádek cifer, obdržím číslo o 9 větší než původní. Které jest toto?
- 2078) Někdo má dva koně a dvě sedla, z nichž jedno stojí 30, druhé 20 zl. Dá-li lepší sedlo na prvního koně a horší

- na druhého, jest tento o  $\frac{1}{5}$  dražší než první; učiní-li však naopak, má druhý o 40 zl. více ceny než první. Kterou cenu má každý z těchto koní?
- 2079) Najíti zlomek, který přejde v  $\frac{1}{3}$ , přičteme-li 1 k jmenovateli a v  $\frac{1}{4}$ , přičteme-li 1 k čitateli.
- 2080) Který zlomek obdrží hodnotu  $\frac{2}{3}$ , znásobíme-li čitatele jeho 2mi a přičteme-li k jmenovateli 7, hodnotu  $\frac{3}{5}$  pak, přičteme-li k čitateli 2 a znásobíme-li jmenovatele 2mi?
- 2081) Trajanův sloup v Římě jest otočen stupňovitou chodbou, po které lze až k vrcholi jeho vystoupiť. Kdyby bylo schodů o 13 méně, přišlo by jich vždy 4 na 1 metr výšky, kdyby však jich bylo o 30 více, přišlo by jich 5 na 1 metr výšky. Jak vysoký jest sloup Trajanův a kolik stupňů vede k vrcholi jeho?
- 2082) Zahradník chce jistý počet stromů nasázeti do řad. Dá-li 80 stromů do jedné řady, zbyde mu jich 18, dá-li však 85 do řady, nedostává se mu 12 stromů. Kolik stromů měl a do kolika řad chtěl je rozsaditi?
- 2083) Zvětšíme-li strany obdélníka každou o 12 m., mají se k sobě jako  $5 : 4$ , zkrátíme-li však každou o 12 m., jsou v poměru  $4 : 3$ . Jak dlouhé jsou tyto strany?
- 2084) Zvětšíme-li šířku obdélníka o  $a$  a délku o  $b$ , zvětší se obsah jeho o  $p$ , zvětšíme-li však šířku o  $b$  a délku o  $a$ , zvětší se obsah o  $q$ . Které jsou strany tohoto obdélníka?
- 2085) Průměr země jest o 1863 kilom. větší než trojnásobný průměr měsice; čtvrtina průměru země s devátým dílem průměru měsice činí dohromady o 18 kilom. méně než průměr měsice. Jak velký jest průměr země a jak průměr měsice?
- 2086) Najíti se mají dvě čísla, z nichž větší se má k menšímu jako jich součet ku 42ti a jako jich rozdíl k 6ti. Rozřeš úlohu tuto též pro čísla obecná.
- 2087) Součet číslic nějakého trojciferného čísla jest 9. Číslice na prvním místě v levo jest osmý díl čísla z ostatních dvou cifer utvořeného, číslice na posledním místě v pravo pak rovněž osmý díl čísla z ostatních dvou. Které jest ono číslo?
- 2088) Stanov dvouciferné číslo těchto vlastností: dělíme-li je součtem číslic jeho, obdržíme podíl 5 a zbytek 11, dělíme-li je však číslem téměř cíframi v opačném sledu psaným, obdržíme za podíl 1 a zbytek 9.

- 2089) Dělíme-li určité dvouciferné číslo součtem číslí, obdržíme podíl 4; dělíme-li však číslo opačným sledem psané rozdílem cifer, obdržíme číslo o 15 menší než původní. Které jest to číslo?
- 2090)  $A$  a  $B$  mají rozličné jméní. Získá-li  $A$  1500 zl. a ztratí-li  $B$  500 zl., jest poměr jich jméní  $3 : 2$ ; ztratí-li však  $A$  500 zl. a získá-li  $B$  1000 zl., jest pak poměr jich jméní jako  $5 : 9$ . Kolik má každý?
- 2091) Není tomu dávno, pravil kdosi, co stála měrice žita o 40 kr. a měrice pšenice o 60 kr. méně než nyní; tehdáž byly ceny žita a pšenice v poměru  $4 : 5$ , nyní pak jsou v poměru  $11 : 14$ . Která jest cena pšenice a která žita?
- 2092) Dva hráči hrají vespolek. Zprvu vyhrál první polovinu svých původních peněz a měl pak o 15 zl. méně než jest trojnásobné peněz zbylých hráči druhému. Tento však později vyhrál na onom 10 zl. a měl pak dvakrát tolik co první. Kolik měl každý z počátku?
- 2093) Někdo má dva soudky a v každém určité množství vína. Z prvního naleje do druhého tolik, kolik tam již jest, pak z druhého do prvního tolik, kolik již v tomto jest a opět z prvního do druhého tolik, kolik se v tomto již nalézá; načež jest v každém 16 dekalitrů vína. Kolik bylo zpočátku v každém soudku?
- 2094) Součet reciprokých hodnot dvou čísel jest 5. Polovina čísla prvého s třetinou čísla druhého dávají číslo rovné dvojnásobnému součinu čísel neznámých. Která jsou tato?
- 2095) Úlohu předešlou rozšíř pro čísla obecná.
- 2096) Bratří Mongolfierové vynalezli, jak známo, balon a pustili první v Annionay do vzduchu. Sedmý díl o 2 zvětšeného letopočtu, v kterém se to stalo, jest o 185 menší než paděsátý díl počtu krychlových stop, které onen balon čítal; počet tento jest pak o 4170 větší desateronásobného letopočtu onoho. Kdy tedy byl puštěn první balon a kolik krychl. stop obsahoval?
- 2097) Letopočty vynalezení soustavy světa Koperníkem a zákonu gravitačního Newtonem souvisí vespolek takto: Odečteme-li od prvního 3 a dělíme pak 7mi, obdržíme právě tolik, jako když o 94 zvětšené číslo druhé dělíme 8mi. Zvětšíme-li však letopočet první o 57 a dělíme pak 16ti, obdržíme číslo o 2 větší než jest 17tý díl letopočtu druhého. Kdy učiněny zmíněné dva velkolepé vynálezy?

- 2098) Dvě čísla jsou v poměru  $a:b$ ; odečteme-li od nich čísla v poměru  $c:d$ , jsou zbytky v poměru  $f:g$  a činí dohromady  $h$ . Která jsou to čísla?
- 2099) Práci nějakou mohou dva dělnici,  $A$  a  $B$ , vespolek za 16 dní dokončiti. Když však po 4 dny dohromady pracovali, byl  $A$  odvolán a  $B$  ji dokončil v dalších 36ti dnech. Kolik času potřeboval by každý z nich pro sebe, aby tutéž práci vykonal?
- 2100) Nádržka na vodu obsahující 210 hektolitrů opatřena jest 2mi rourami. Teče-li voda první rourou po 4 hodiny a druhou 5 hodin, nateče 90 hektolitrů; teče-li však první rourou 7 hodin a druhou  $3\frac{1}{2}$  hodiny, nateče 126 hektolitrů vody. Kolik vody teče za hodinu každou touto rourou a za kolik hodin bude nádržka naplněna, otevrou-li se obě roury na jednou?
- 2101) Paní stará najala do služby dvě služky, a platí každé z nich ročně 40 zl. služného, a mimo to jedny nové šaty a střevíce v umluvené ceně. Po 8 měsících opustila jedna z těchto služek svou službu a obdržela mimo šaty, na které již napřed vybrala, ještě  $26\frac{1}{2}$  zl. služného. Po  $9\frac{1}{2}$  měsících následuje ji druhá služka, a dostane mimo nové střevíce ještě  $35\frac{1}{2}$  zl. na penězích. V jakých cenách byly ony dva druhy oděvu oběma služkám počítány?
- 2102)  $A$  a  $B$  zavázali se, nějakou práci společně ve 12 dnech vykonati. Čas, který by  $A$  k dokončení jejímu sám zapotřebí měl, má se k času, jehož by potřeboval  $B$ , jako  $2:3$ . Když oba několik dní společně pracovali, shledali, že by v umluvené lhůtě hotovi nebyli i vzali tedy ku pomoci osobu třetí  $C$ , a byli pak skutečně za 12 dní s prací hotovi. Kdyby byl  $C$  hned od začátku s nim pracoval, byli by hotovi za 9 dní. Kdyby byl  $C$  pracoval toliko s  $A$  aneb toliko s  $B$ , měly by se časy k vykonání oné práce potřebné jako  $7:8$ . Za který čas byl by každý z nich o sobě práci onu dokončil, a po kolika dnech nastoupil  $C$ ?
- 2103) Vinař má dvojí víno. Smíchá-li je v poměru  $2:1$ , přijde litr smíšeniny za 39 kr.; smíchá-li je v poměru  $7:2$ , přijde litr za  $39\frac{1}{2}$  kr. Zač byl litr každého druhu?
- 2104) Smíchají-li se dva druhy jisté hmoty v poměru  $a:b$ , má jednotka smíšeniny hodnotu  $m$ ; smíchají-li se však v po-

- měru  $c : d$ , má jednotka smíšeniny hodnotu  $n$ . Která jest hodnota jednotky každého druhu původního?
- 2105) Ze dvou hmot, jichž měrné (specifické) váhy jsou  $m_1$ ,  $m_2$ , má povstati smíšením  $n$  kilogrammů hmoty, jejíž měrná váha jest  $m$ . Kolik musí se vzít každého druhu?
- 2106) Zlatník má dvě smíšeniny zlata a stříbra. Množství zlata v první má se k množství zlata v druhé smíšenině jako  $4 : 3$ , a rozdíl množství stříbra v obou smíšeninách jest o 25 lotů větší než rozdíl množství zlata. Kdyby bylo v první smíšenině třikrát a v druhé dvakrát tolik zlata než skutečně jest, byly by quantity zlata poměrné s quantitami stříbra. Kdyby však bylo zlato první smíšeniny smícháno se stříbrem druhé a stříbro první smíšeniny se zlatem druhé, měly by se váhy obou smíšenin jako  $5 : 6$ . Kolik zlata a stříbra jest v každé smíšenině?
- 2107) Dvě tělesa jsou  $a$  metrů vzdálena. Pohybují-li se stejnoměrnou rychlostí proti sobě, setkají se po  $m$  sekundách; pohybují-li se však téměř rychlostmi za sebou, dostihne jedno druhé za  $n$  sekund. Kterými rychlostmi se pohybují tato tělesa?
- 2108) Těleso nějaké pohybuje se rovnoměrně rychlostí 11m. z místa  $A$  do místa  $B$ , 301m. vzdáleného a toutéž rychlostí zpět. Za 11 sekund počne se z  $B$  pohybovat ku  $A$  těleso druhé rychlostí 7m. Kolikrát a kdy se při tom setkají?
- 2109) Rozšíř úlohu předešlou, předpokládaje na místě čísel zvláštěných 11, 301, 11, 7 čísla obecná  $v_1$ ,  $d$ ,  $t$ ,  $v_2$ .
- 2110) Okolo dvou kol, jichž poloměry jsou v poměru  $5 : 3$ , ovinutý jsou dva provazy, jichž délek rozdíl jest 36krát tak velký jako rozdíl obvodů obou kol. Delší provaz vine se kolem většího kola 12krát více než kratší provaz kolem menšího kola, a točí-li se větší kolo rychlostí trojnásobnou než kolo menší, odvinou se oba provazy současně. Jak velké jsou obvody obou kol, a jak dlouhé příslušné provazy?
- 2111)  $M$  cestuje z  $A$  do  $B$ , o 3 dny později pak vyjde  $N$  z  $B$  do  $A$  a ujde denně o 2 míle více než první. Když se byli setkali, byly cesty jimi vykonané v poměru  $13 : 15$ . Kdyby však vyšel  $M$  ještě o 2 dny později než  $N$  a tento ušel denně o 4 míle více než onen, byly by cesty až do setkání oběma vykonané v poměru  $2 : 5$ . Jak daleko jest z  $A$  do  $B$ , kolik mil ušel každý denně, za kolik dní setkali se poprvé a podruhé?

2112) Pro které hodnoty za  $x$  a  $y$  jest

$$\log \frac{a+x}{a+y} = m, \log \frac{a-x}{a-y} = n?$$

2113) Zlomek  $\frac{27+34x}{(3+4x)(6+7x)}$  budiž rozložen v součet dvou zlomků s jmenovateli  $3+4x$  a  $6+7x$ .

2114) Podobně učiň se zlomkem  $\frac{13a+18}{(2a+3)(5a+6)}$ .

2115) Úloha předešlá budiž rozšířena na výraz všeobecný:

$$\frac{A-Bx}{(a-\alpha x)(b-\beta x)}.$$

2116) Někdo byv tázán, kolik let jeho dědovi, odpověď: „Součet let mých a otce mého jest 56, součet let otcových a dědových jest 100, součet konečně let mých a dědových činí 80.“ — Kolik let každému?

2117) Zvětšíme-li jeden rozměr pravoúhelného rovnoběžnostěnu o  $\alpha$ , zvětší se povrch jeho o  $a$ , zvětšíme-li rozměr druhý o  $\beta$ , zvětší se povrch o  $b$ , zvětšíme-li konečně rozměr třetí o  $\gamma$ , zvětší se povrch jeho o  $c$ . — Které jsou rozměry tohoto rovnoběžnostěnu?

2118) Obvod trojúhelníka jest 303 m.; první strana jest o 61 m. větší než rozdíl třetí a druhé, druhá pak jest střední arithmetickou úměrnou mezi první a třetí. — Vypočti strany trojúhelníka toho.

2119) Newton narodil se v též roce, v kterém Galilei zemřel a dosáhl věku o 7 let delšího než tento. Od narození Galileiho do úmrtí Newtonova uplynulo let 163, kteréhož čísla 10teronásobné jest o  $3\frac{1}{3}$  menší než arithm. průměr tří oněch v dějinách vědy památných letopočtů. Které jsou tyto?

2120)  $A$  praví ku  $B$ : „Dáš-li mně 7 zl., budu mítí dvakrát více, nežli ti zbyde.“  $B$  praví ku  $C$ : „Dáš-li mně 14 zl., budu mítí třikrát tolik, co tobě zbyde.“  $C$  praví ku  $A$ : „Dej mně 4·20 zl. a budu mítí 5krát více než tobě zbyde.“ Kolik má každý?

2121) Děd, očekávaje deeru na návštěvu, praví: „Přivede-li s sebou vnuk, dám jí dvakrát tolik dukátů co matce; přivede-li ale vnuka, dostane matka dvakrát tolik co vnuk. Dám na to 98 dukátů.“ Kolik dukátů dostane každý z nich, přivede-li matka s sebou obě své děti zároveň?

- 2122) Na vojnu nastávající mají tři města, v nichž obyvatelstva dohromady čítáme 92000 hlav, vojsko do boje vypraviti. Za tou příčinou sejde se z prvého a druhého města 155, z druhého a třetího 94 vojínův. Kolik obyvatelů připadá na každé z oněch tří měst, pakliže z 500 obyvatelů jeden vojín se běře?
- 2123) Mezi tři pluky, jež se v bitvě vyznamenaly, má se rozděliti 1326 dukátů tímto spůsobem: Každý vojín onoho pluku, který nejudatněji bojoval, obdrží po dukátu; zbytek pak rozdělí se rovnou měrou mezi ostatní dva pluky. Kdyby byl první pluk uznán za nejstatečnější, případlo by na každého muže z obou ostatních pluků po  $\frac{1}{2}$  dukátu. Příkrovnuta-li druhému pluku první cena, dostane každý muž obou ostatních pluků po  $\frac{1}{3}$  dukátu. Uzná-li se třetí pluk za nejstatečnější, vypadne na každého vojína prvního a druhého pluku po  $\frac{1}{4}$  dukátu. — Kolik bylo mužů v každém pluku?
- 2124) Tři osoby koupily pole za 100 zl. Půjčí-li druhý prvnímu polovici svých peněz, může pak tento pole sám zaplatiti; podobně půjčí-li třetí druhému třetinu, aneb první třetinu čtvrtinu svých peněz, jsou pak tito každý o sobě s to, svrchu vytknutou summu zaplatiti. — Kolik peněz měl každý?
- 2125) Tři cestující udělali na hospodě útratu, a nikdo z nich nebyl s to ji sám zapraviti. A díl k B: „Dej mi čtvrtý díl svých peněz a zaplatím řad sám.“ B díl k C: „Dej ty mně osmý díl svých peněz, a zaplatím také sám.“ Načež odvětí C k A: „Ač mám jen 4 zl., zaplatím útratu sám, dás-li mně jen polovici peněz, které při sobě máš.“ — Kolik zlatých utratili všichni tři, a kolik zlatých měli A i B při sobě?
- 2126) Které tříciferné číslo má tu vlastnost, že součet z jednotlivých jeho číslic (aniž bychom přihlíželi k jejich místní hodnotě) se rovná 18, a že každá krajní číslice jeho má pro sebe 8krát menší hodnotu než číslo oběma ostatními ciframi psané.
- 2127) Jak vypadne předešlá úloha, zavedeme-li do ní obecné hodnoty  $a$ ,  $b$  na místo 18, 8?
- 2128) Největší zvon na světě jest Ivan v Moskevském Kremlu. Obvod jeho jest o 4' větší než trojnásobná výška; počet stop, které má výška jeho, dělen sedmi rovná se 1479 tému

difu čísla vyjadřujícího váhu jeho v centech, kteréhož číslo 9tinásobné jest ještě o 11 menší než 7násobná výška a 5násobný obvod dohromady. — Vypočti rozměry a váhu tohoto obrovského zvonu.

- 2129) Které hodnoty mají součinitelé  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ve výrazu:  
 $y = Ax^2 + Bx + C$ , jest-li tento pro  $x = 1, 2, 3$  obdrží postupně hodnoty 21, 43, 75?
- 2130) Ve výrazu  $y = Ax^2 + Bx + C$  mají se určiti součinitelé  $A$ ,  $B$ ,  $C$  tak, aby pro  $x = \alpha, \beta, \gamma$  bylo  $y = a, b, c$ .
- 2131) Číslo 120 má se rozděliti ve tři díly tak, aby první dělen druhým dal podíl 2 a zbytek 10, druhý pak dělen třetím podíl 1 a zbytek 10.
- 2132) Trojciferné číslo děleno polovinou součtu svých číslic dává za podíl 41; přestavíme-li první místo v levo na poslední místo v pravo, obdržíme číslo, které děleno součtem číslic dává podíl 38 a zbytek 9. Učiníme-li pak tutéž změnu s tímto číslem druhým co dříve s prvním, vyjde číslo, které děleno součtem číslic dává 52. — Které jest ono číslo?
- 2133) Mají se vyhledati tři čísla těchto vlastností. Zvětšíme-li první i druhé každé o 6, mají se tyto součty jako 2 : 3; přičteme-li k prvnímu i třetímu 5, povstane poměr 7 : 11; odečteme-li od druhého a třetího po 36ti, mají se k sobě zbytky jako 6 : 7.
- 2134) Tři dělnici mají vykonati jistou práci. Pracuje-li  $A$  a  $B$ , vykonaji ji za 12 dní,  $B$  s  $C$  za 20 dní a  $C$  s  $A$  za 15 dní. — Kolik času potřebuje každý pro sebe k dokončení této práce a kdy by ji dokončili, pracujíce všichni tři společně?
- 2135) Úlohu předešlon rozšíř pro čísla obecná.  $A$  s  $B$  vykonají práci za  $c$  dní,  $B$  s  $C$  za  $a$  dní,  $C$  s  $A$  za  $b$  dní.
- 2136) Tři chlapci obdrželi v zahradě jablka. Když nejstarší z nich viděl, že má nejméně, dal každému z obou ostatních tolik, kolik každý z nich již měl. Totéž učiní pak druhý i třetí chlapec a ku konec shledají, že má každý právě 8 jablek. — Kolik měl každý z počátku?
- 2137) Najiti se mají tři čísla, aby první zvětšeno o  $m_1$ -násobný součet druhého a třetího dalo  $a_1$ , druhé zvětšeno o  $m_2$ -násobný součet prvního a třetího dalo  $a_2$ , třetí pak s  $m_3$ -násobným součtem prvního a druhého  $a_3$ .
- 2138) Zlatník má tři rozličné slitiny zlata, stříbra a mědi. První obsahuje 5 lotů zlata, 15 lotů stříbra, 80 lotů mědi; druhá

12 lotů zlata, 28 stříbra, 48 mědi; třetí pak 12 lotů zlata, 39 stříbra, 24 mědi. Má-li se z toho udělati smíšenina obsahující 10 lotů zlata, 23 lotů stříbra a 26 lotů mědi, kolik každé slitiny třeba k tomu vzítí?

- 2139) Úloha předešlá budiž rozšířena pro čísla obecná  $a_1, b_1, c_1$ ;  $a_2, b_2, c_2$ ;  $a_3, b_3, c_3$ ;  $a, b, c$ .
- 2140) Povoz nějaký potřebuje určitý čas, aby dojel z  $A$  do  $B$ . Druhý povoz, který za hodinu o 1 kilom. více ujede, potřebuje k téže cestě o  $1\frac{1}{4}$  hodiny méně; třetí pak povoz, který v hodině o 3 kilom. méně ujede než druhý, potřebuje k vykonání cesty té o 4 hodiny více než první. Jak daleko jest z  $A$  do  $B$  a v kterém čase vykoná každý povoz tuto dráhu?
- 2141) Z tří míst  $A, B, C$  v přímé řadě za sebou ležících jest  $A$  od  $B$  10 m.,  $B$  od  $C$  rovněž 10 m. vzdáleno. Z  $A$  počne se pohybovatí ku  $B$  stejnomořnou rychlostí určité těleso, po 3 sekundách z  $B$  do  $C$  těleso druhé a opět po 3 sekundách z  $C$  do  $A$  těleso třetí. První s druhým setká se po 4 sek., druhé s třetím po  $5\frac{5}{14}$  sek., třetí s prvním po  $5\frac{2}{3}$  sek. (od vyjítí prvního tělesa). — Kterými rychlostmi pohybovala se tato tělesa?
- 2142) V kruhové dráze pohybují se za sebou tři tělesa ze tří míst  $A, B, C$  stejnomořnými rychlostmi. Oblouk  $AB$  měří  $c$  metrů,  $BC$  měří  $a$  m.,  $CA$  pak  $b$  m. Těleso první počne se v čase  $\alpha$  pohybovatí z  $A$  směrem ku  $B$ , těleso druhé v čase  $\beta$  z  $B$  směrem ku  $C$ , těleso třetí v čase  $\gamma$  z  $C$  ku  $A$ . Setká-li se těleso první s druhým poprvé v čase  $\gamma'$ , těleso druhé s třetím poprvé v čase  $\alpha'$ , třetí pak s prvním poprvé v čase  $\beta'$ : kterými rychlostmi dál se pohyb jich?
- 2143) Zlomek  $\frac{20 + 64u + 44u^2}{(1 + 2u)(3 + 4u)(5 + 6u)}$  má se rozložiti v součet tří částečných zlomků s jmenovateli  $1 + 2u, 3 + 4u, 5 + 6u$ .
- 2144) Podobně rozlož zlomek:  

$$(ab^2 + bc^2 + ca^2)u^2 + [a^3 + b^3 + c^3 + 3abc]u + a^2b + b^2c + c^2a$$
  

$$(au + b)(bu + c)(cu + a)$$
  
 v součet tří částečných zlomků s jmenovateli  
 $au + b, bu + c, cu + a$ .
- 2145) V čtyřúhelníku do kruhu vepsaném jest součet úhlů přílehlých k jedné straně  $160^\circ$ , rozdíl pak úhlů přílehlých ku straně protější  $40^\circ$ ; vypočti úhly tohoto čtyřúhelníka.

- 2146) Průměry čtyř měsíců Jupiterových jsou v následující souvislosti: Poloměr prvního jest o 28 mil menší než  $\frac{2}{3}$  průměru druhého; průměr druhého jest o 56 mil větší než poloměr třetího; dvojnásobný průměr třetího jest o 74 mil větší než trojnásobný průměr čtvrtého; všechny čtyry průměry činí dohromady 2417 mil. Jak velké jsou tyto průměry?
- 2147) Čtyři hrají vespolek o peníze. Při první hře prohraje první a každý z ostatních tří vyhraje právě tolik zlatých, kolik přede hrou již měl. Při druhé hře prohraje druhý, a z ostatních tří vyhraje opět každý tolik zlatých, kolik před touto (druhou) hrou měl. Týmž spůsobem prohrává při třetí hře třetí, a při čtvrté hře čtvrtý atd. a sice rovněž tak jako předešle. Po čtvrté hře mají všichni hráči stejně a sice každý 16 zl. Kolik měl každý přede hrou?
- 2148) Čtyři v čtyřúhelníku ležící města  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  spojena jsou vždy po dvou přímo železnou drahou. Jedu-li z  $A$  přes  $B$  a  $C$  do  $D$ , platí 12·30 zl. jízdného; jedu-li z  $A$  přes  $D$  a  $C$  do  $B$ , platí 17·10 zl. Cesta z  $A$  přes  $B$  do  $C$  stojí o 5·40 zl. méně než z  $A$  přes  $D$  o  $C$ , kdežto cesta z  $B$  přes  $C$  do  $D$  stojí právě tolik co cesta z  $B$  přes  $A$  do  $D$ . Jak jsou tato města od sebe vzdálena, platí-li se za míli 30 kr. jízdného?
- 2149) Součet číslic pěticiferného čísla jest 15; součet prvních dvou číslic jest o 9 menší než součet posledních tří, součet prvních tří číslic jest o 3 menší než součet posledních dvou. Dělíme-li tímto číslem do čísla témítéž ciframi avšak v opačném sledu psaného, obdržíme podíl 4 a zbytek 4941; podíl čísla původního a čísla v opačném sledu psaného rovná se však řetězci (4, 2, 2, 164, 5).
- 2150) Sesticiferné číslo, jehož cifry od levé strany k pravé jsou  $1\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ , dává násobeno jsouc 2mi, 3mi, 4mi, 5ti, 6ti, čísla, lišící se od původního toliko přestavením cifer a sice obdržíme tak potažně tyto výsledky:  $\beta\gamma\delta\epsilon 1\alpha$ ,  $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon 1$ ,  $\delta\epsilon 1\alpha\beta\gamma$ ,  $\epsilon 1\alpha\beta\gamma\delta$ ,  $\gamma\delta\epsilon 1\alpha\beta$ . Které jest ono číslo?
- 2151) Pět hráčů hraje vespolek s tou podmínkou, že prohrávající dá každému z ostatních vždy tolik, kolik tento již má. Nejprv prohraje první, pak druhý, pak třetí, pak čtvrtý a konečně pátý, a ku konci hry má každý právě 32 krejcarů. Kolik měl každý z nich při počátku hry?

- 2152) Označíme-li písmeny řecké abecedy \*) číselnými ukazateli 1, 2, 3 . . . atd., jest jméno slavného řeckého filosofa určeno 6ti ukazateli, vyhovujícími následujícím podmínkám: ukazatel první rovná se  $\frac{2}{3}$  pátého; druhý rovná se rozdílu pátého a šestého; třetí rovná se  $\frac{1}{3}$  rozdílu prvního a šestého; součet prvního a čtvrtého jest 35, součet druhého a pátého též 35, třetího a šestého pak 13. Vypočti tyto ukazatele a ustanov dle nich jméno onoho znamenitého muže.
- 2153) Máme 7 koší a v každém z nich je jistý počet jablek. Dáme-li z prvního koše do každého z ostatních šesti tolik jablek, kolik jich v každém již jest, a přidáme-li týmž spůsobem od druhého až do posledního koše (tedy ještě šestkrát) do každého ze všech ostatních vždy tolik jablek, kolik jich tam již jest: shledáme konečně, že v každém koší zůstane 128 jablek. Kolik jablek bylo na začátku v každém koší?

### §. 35. Neurčité rovnice stupně prvního.

- 2154) Kdy slove rovnice neb soustava rovnic neurčitou?
- 2155) Které podmínce musí činiti zadost součinitelé rovnice  $ax + by = c$ , má-li tato býti řešitelna čísla celistvými?
- 2156) Rovnice  $ax + by = c$ , v které jsou  $a$ ,  $b$ ,  $c$  čísla celistvá a navzájem prvá, má nekonečně mnoho řešení v číslech celistvých. Proč?
- 2157) Kterak lze z jednoho páru kořenů rovnice  $ax + by = c$  ustanoviti všechny ostatní?

Rozřeš následující neurčité rovnice tak, aby  $x$  a  $y$  vyšly co čísla celistvá:

$$2158) \quad 3x + y = 20$$

$$2159) \quad 4x - 3y = 20$$

$$2160) \quad 2x + 3y = 5$$

$$2161) \quad 2x - 3y = 1$$

$$2162) \quad 4x + 7y = 11$$

$$2163) \quad 15x + 17y = 19$$

$$2164) \quad 5x - 6y = 7$$

$$2165) \quad 13x + 15y = 100$$

$$2166) \quad 11x - 15y = 50$$

$$2167) \quad 23x - 29y = 250$$

\*) Tato zní:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\vartheta$ ,  $\iota$ ,  $\zeta$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\xi$ ,  $\sigma$ ,  $\pi$ ,  $\varrho$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$ ,  $\nu$ ,  $\varphi$ ,  $\chi$ ,  $\psi$ ,  $\omega$ .

- 2168) Kdy má rovnice  $ax + by = c$  nekonečně mnoho a kdy jen určitý počet řešení, mají-li  $x$  a  $y$  být čísla celistvá a zároveň kladná? Kdy jest nemožno této podmínce vyhověti?

Rovnice tuto postavené rozřeš tak, aby neznámé veličiny v nich obsažené vyšly co čísla celá a kladná:

- |   |   |
|---|---|
| 2169) $91x = 221y$                                | 2170) $2x + 3y = 17$                                |
| 2171) $12x + 13y = 20$                            | 2172) $5x - 7y = 9$                                 |
| 2173) $9x + 11y = 100$                            | 2174) $27x + 28y = 200$                             |
| 2175) $13x + 24y = 2373$                          | 2176) $7x + 10y = 130$                              |
| 2177) $x + 3y + 5z = 44$<br>$3x + 5y + 7z = 68$   | 2178) $x + 2y + 3z = 50$<br>$4x - 5y - 6z + 66 = 0$ |
| 2179) $x + y - 4z + 19 = 0$<br>$3x + 7y - 8z = 3$ | 2180) $x + y + 2z = 17$<br>$x + 3y + 4z = 28$       |

- 2181) Kterak užívá se řetězových zlomků k řešení neurčitých rovnic stupně prvního?

Použitím řetězců rozřeš tyto rovnice v číslech celých a kladných:

- |   |                            |
|---|----------------------------|
| 2182) $20x - 31y = 75$  | 2183) $17x + 14y = 124$    |
| 2184) $1213x - 929y = 10$   | 2185) $222x - 383y = 6583$ |
| 2186) $41x + 52y = 4152$  | 2187) $4823x - 5637y = 6$  |
| 2188) Která rovnice neurčitá stupně prvního má kořeny<br>$x = 3, 6, y = 7, 5?$  |                            |
| 2189) Která podobně $x = 5, 10, y = 15, 20?$  |                            |
| 2190) Která $x = 1, 4, y = 5, 3?$   |                            |
| 2191) Která rovnice neurč. stupně prvního poskytuje řešení<br>$x = 1 + 2\lambda, y = 3 + 4\lambda?$   |                            |
| 2192) Totéž vzhledem ke kořenům $x = 2 - 3\lambda, y = 5\lambda - 6$ ,<br>jakož i   |                            |
| 2193) vzhledem ke kořenům $x = a + \lambda b, y = b - \lambda a$ .  |                            |
| 2194) Kdy jsou dvě čísla shodna s ohledem k třetímu a jak se<br>vyznačuje tato souvislost?  |                            |
| 2195) Které z následujících shod jsou správné a které ne:<br>a) $93 \equiv 38 \pmod{5}$ ,      b) $214 \equiv 289 \pmod{15}$<br>v) $24 \equiv 31 \pmod{7}$ ,      d) $532 \equiv 1003 \pmod{19}$  |                            |
| 2196) Která shoda nahražuje rovnici $ax + by = c$ ? Následující<br>shody vyměň za příslušné rovnice:<br>2197) $a \equiv b \pmod{c}$ 2198) $2x \equiv 3 \pmod{5}$<br>2199) $N \equiv 0 \pmod{2}$ 2200) $N \equiv 1 \pmod{2}$<br>2201) $N \equiv \pm 1 \pmod{4}$ 2202) $x^2 \equiv b \pmod{a}$<br>2203) Který jest význam shody $a \equiv 0 \pmod{m}$ ? |                            |

Které věty vyznačeny jsou těmito shodami:

- 2204)  $a \equiv a \pmod{m}$       2205)  $a \equiv b \pmod{1}$   
 2206)  $a \equiv 0 \pmod{a}$   
 2207) Vyznač pomocí shody větu: Číslo desetinné děleno 9ti i součet cifer jeho dělen 9ti dávají týž zbytek.  
 2208) Které vlastnosti shod jsou obdobné s vlastnostmi rovnice?  
 2209) Kterých vlastností shod užívá se k vyjádření těchto nejmenšími čísly?

Následující shody nahraď shodami s *nejmenšími kladnými zbytky*:

- 2210)  $32x \equiv 45 \pmod{7}$       2211)  $21x \equiv 37 \pmod{5}$   
 2212)  $239x \equiv 531 \pmod{19}$       2213)  $3456x \equiv 2393 \pmod{18}$

Přetvoř tyto shody ve shody s *nejmenšími zbytky vůbec*:

- 2214)  $38x \equiv 93 \pmod{5}$       2215)  $68x \equiv 52 \pmod{23}$   
 2216)  $694x \equiv 469 \pmod{3}$       2217)  $1426x \equiv 2887 \pmod{4}$   
 2218) Co znamená: řešit shodu  $ax \equiv c \pmod{b}$  a s kterou úlohou jest tato úloha totožnou?  
 2219) Rozřeš shody v úlohách 2210—2217) položené.

Užitím shod rozřeš tyto neurčité rovnice:

- 2220)  $13x + 15y = 99$       2221)  $9x + 19y = 69$   
 2222)  $7x + 2y = 219$       2223)  $x + 2y + 3z = 28$

### §. 36. Upotřebení neurčitých rovnic stupně prvního.

- 2224) Číslo 91 má se rozložiti v součet dvou čísel, z nichž jedno jest dělitelno 5ti, druhé 9ti.  
 2225) Která 7mi dělitelná čísla dávají při dělení 9ti zbytek 5?  
 2226) Která čísla dělena 3mi dávají zbytek 1 a dělena 5ti, zbytek 2?  
 2227) Žák dostává za každou zdařilou úlohu od otce 10 krejcarů, za každou chybnou musí však dátí otci 7 krejcarů. Na konci roku zbývá žáku jen 5 kr. Kolik měl úloh zdařilých a kolik chybných?  
 2228) Ptáčník chytaje ptáky, chytil jich několik, ale víc než pětkrát tolik mu jich ulítlo. „Zle jsem pochodil,“ praví, „kdybych byl dostal i ty, které ulítly a ještě jednou tolik, a jestě dvakrát tolik, mohl jsem s těmi, které jsem chytil, mít dohromady 100 ptáků.“ — Kolik ptáků chytil a kolik jich ulítlo?

2229) \*) Za pradávného jedenkrát času

Gracie tři šly jsou ode kvasu;  
z jablek, jež jim k poctě natrhali,  
stejnou měrou každá s sebou vzaly.

Cestou Musy se tu s nimi staví.

„Dejte jablek, sestry,“ všechny praví. —

Každá Gracie hned z svého vzala,  
Musám všechném, každé stejně dala.

Rovně štědré všechny při tom byly;

když pak družky takto podělily,  
každá se zbytkem se spokojíc,

o čtyry než Musa měla víc. —

Pověz mi, pakli se v počtech vyznáš:  
k Diofantu v řešení se přiznáš:

Kolik Gracie si jablek vzaly,

kolik Muse každá darem daly?

2230) Kdosi má jmění bez mála 400 zl.; vezme-li z něho 45 zl.,  
jest zbytek násobkem 5ti; přidá-li však k němu 36 zl.,  
stane se násobkem 8mi. Jak velké jest to jmění?

2231) Zlomek  $\frac{33}{110}$  má se rozložiti ve dva jiné zlomky s jmenovateli 7, 17.

2232) Obvod kruhu lze jednoduchou konstrukcí rozděliti na 5  
a 6 dílů. Kterak lze pomocí toho rozděliti obvod na 15  
dílů?

2233) Která leta století XIX. mají zlaté číslo 10? (Pro rok  $r$  slove  
*zlatým číslem* zbytek povstávající dělením čísla  $r+1$  číslem 19,  
*číslem slunečního kruhu* zbytek povstávající dělením čísla  
 $r+8$  číslem 28, *číslem římským* čili *číslem indikce* pak  
zbytek povstávající dělením čísla  $r+3$  číslem 15).

2234) Mají se ustanoviti poslední dvě číslice čísla 1234.., má-li  
toto býti dělitelno 8mi i 9ti.

2235) Ozubené kolo se 17 zuby zasahá do mezer druhého kola  
s 13 zuby. Po kolikátém otočení jednoho i druhého bude  
každý rub prvního zasahovati opět do této mezery druhého?

2236) Dvě ozubená do sebe zasahující kola mají takový počet  
zubů, že všechny zuby prvního zasahují postupně do všech  
mezer druhého. Kolik zubů má každé?

\*) Od A. Suchardy.

- 2237) Z dvou od sebe 1 m. vzdálených míst *A* a *B* postupují směrem *AB* dvě vlny, z nichž první má délku 0·7 m., druhá 0·5 m. V kterých vzdálenostech od *A* setkají se obě vlny  $\alpha$ ) stejnými a  $\beta$ ) protivnými fasemi?
- 2238) Dělím-li nějaké číslo 2mi, 3mi, 5ti, obdržím zbytky 1, 0, 2. Které číslo jest to?
- 2239) Která čísla dělena 3mi, 7mi, 10ti dávají zbytky 2, 3, 9?
- 2240) Která čísla dělena 4mi, 6ti, 9ti dávají zbytek 3 a dělena 15ti zbytek 12?
- 2241) Rozlož číslo 30 ve tři části té vlastnosti, že znásobíme-li jednu z nich 7mi, druhou 9ti, a třetí 18ti a sečteme pak tyto násobky, obdržíme 745.
- 2242) Mají se vyhledati kosoúhlé trojúhelníky, které mají tu vlastnost, že počet stupňů úhlu prvního jest 7mi, druhého 9ti a třetího 11ti dělitelný.
- 2243) Někdo kupil za 30 penízů 30 ptáků a sice jedných 3, druhých 2 kusy po 1, třetích pak kus po 2 penízích; kolik dostal kterých?
- 2244) Do města si na trh vyšla selka,  
v koší měla vejce, malá, velká,  
trojí druh, a dvacet bylo všech.  
Přistoupil k ní mistr Plech:  
„Kolik vajec,“ praví, „máte,  
a zač je dáte?“ —  
„Dvacet dohromady,“ vece selka;  
„po třech groších jsou ta husí velká,“  
za menší, tot kachní, dva mi dáte,  
slepíči jsou po půl groši,  
za dvacet pak grošů všecky máte.“ —  
Nyní hádej, pane audiate,  
kolik kterých vajec bylo v koší?
- 2245) Ve společnosti o 20 osobách sebral se na chudé 20 zl. Ke sbírce přispěli mužové po 2 zl., ženy po 1 zl. a děti  $\frac{1}{4}$  zl. Kolik mužů, žen a dětí bylo v té společnosti?
- 2246) Hostinský koupil na trhu zvěřinu trojího druhu a sice: zajíce, bažanty a kuroptve, celkem 100 kusů a platil za všecko 30 zl. Zajice platil po 80 kr., bažanta po 60 kr. a pář kuroptví po 30 kr. Kolik nakoupil zajíčů, bažantů a kuroptví?

- 2247) Při střílení do terče učiněna sázka tato: Rána do nejmenšího kruhu odmění se 10 zl., rána z největšího kruhu nevystupující 6 zl., rána mimo kruh tresce se pokutou 15 zl.; kolik a jakých ran dal střelec, který asi 20krát vystřelil a vyhrál tímto spůsobem 7 zl.?
- 2248) Plukovník byv tázán, kolik by ve svém pluku mužů měl, odvětil: „Bez mála 2000 mužů. Seřadím-li je po 5ti, 6ti neb po 7mi, nezbyde mi žádný; sestavím-li je však po 11ti a po 13ti, zbyde mi poprvé 9 a podruhé mi chybí 8 mužů.“ Kolik mužů bylo v pluku?
- 2249) Rok v dějinách českých důležitý měl římské číslo 3, číslo kruhu slunečního 4 a zlaté číslo 6. Který rok jest to? (Srovnej s úlohou 2233).
- 2250) Kupec koupil za 100 zl. 100  $\pi.$  zboží a sice čtvero druhů. Druhu  $A$  platí libru za 10 zl., druhu  $B$  libru za 5 zl., třetího druhu  $C$  libru po 2 zl. a čtvrtého druhu  $D$  libru po  $1\frac{1}{2}$  zl. — Kolik celých liber připadá na jednotlivé druhy tohoto zboží?
- 2251) Zlatník má stříbro 14ti-, 11ti- a 9tilotové. On potřebuje však 30 hřiven stříbra 12tilotového. Jak musí ony tři druhy stříbra slivati, aby nabyl slitiny, jaké si přeje?
- 2252) Tři ženy jdou na trh s vejci. Jedna nese 10, druhá 30 a třetí 50 vajec. Prodávají stejně draze, každá vyprodá celou svou zásobu a konečně vyjde na jevo, že utržily všecky tři stejně. Kterak to ještě možno?
- 2253) Tři cestující  $A$ ,  $B$ ,  $C$  kupují na trhu koně, nikdo však z nich nemá dosti peněz, aby jej mohl zaplatit sám. „Půjčte mi,“ dí  $A$  k ostatním dvěma, „polovic peněz, jež u sebe máte a koně zaplatím sám.“ „Kdybych měl,“ odvětí  $B$  ostatním dvěma, „jen třetí díl vašich peněz, koupil bych a zaplatil koně sám.“ „Já mít,“ zvolá  $C$  k  $A$  a  $B$ , „jen čtvrtinu vašich peněz, a koupil bych koně sám.“ Všichni tři měli dohromady okolo 300 zl. a sice v bankovkách po 5 zl. V jaké ceně byl kůň na prodej a kolik pětek měl každý kupec?

### §. 37. Rovnice druhého stupně o jedné neznámé.

a) Rovnice prostě kvadratické.

2254) Který jest obecný tvar *pouhé* (prosté) a který *smíšené* rovnice stupně druhého?

2255) Kterak řeší se rovnice prostá stupně 2ho a kolik má kořenů?

Rozřeš rovnice tyto:

$$2256) 4x^2 = 532900 \quad 2257) x^2 - a^2 = 0$$

$$2258) \frac{x^2}{9} + 8 + \frac{2x^2}{5} = \frac{3x^2}{5} - 12$$

$$2259) 2[x^2 + (a-b)^2] = (1+a-b)^2 + (1-a+b)^2$$

$$2260) \frac{x+a}{b} = \frac{b}{x-a} \quad 2261) \frac{a}{1+2x} + \frac{a}{1-2x} = b$$

$$2262) a - \frac{b+x}{x^2} = a' - \frac{b'+x}{x^2}$$

$$2263) \frac{a^2 - b^2}{b^2} x^2 - \frac{c^2 - d^2}{d^2} = \frac{a^2 + b^2}{b^2} - \frac{c^2 + d^2}{d^2} x^2$$

$$2264) \frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a} = \frac{2(1+a^2)}{1-a^2}$$

$$2265) \frac{x-a^2}{x+a^2} + \frac{x-b^2}{x+b^2} = 0$$

$$2266) \frac{(x+a-b)(x-a+b)}{(x+a+b)(x-a-b)} + 1 = 0$$

$$2267) \frac{m + \frac{x+a}{x+b}}{m - \frac{x+a}{x+b}} = \frac{m - \frac{x-a}{x-b}}{m + \frac{x-a}{x-b}}$$

$$2268) \frac{x+\sqrt{2}}{x} - \frac{x}{x+\sqrt{2}} = 2$$

$$2269) 1 = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x+\frac{1}{x}}}} \quad 2270) a + b \sqrt[n]{c+x^2} = d$$

$$2271) \sqrt{2x} + \sqrt{x-1} = \sqrt{5x-3}$$

$$2272) \sqrt{\frac{1}{\sqrt{x}}} \pm 2 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} = \sqrt{\frac{3}{\sqrt{x}}}$$

$$2273) \sqrt{\frac{5}{x^2} + 49} - \sqrt{\frac{5}{x^2} - 49} = 7$$

$$2274) \frac{\sqrt{a+x^2} + \sqrt{a-x^2}}{\sqrt{a+x^2} - \sqrt{a-x^2}} = b$$

$$2275) \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = \sqrt{\frac{2+x^2}{1+x^2}}$$

$$2276) \sqrt{a^2 + (a+b)x\sqrt{2}} - \frac{1}{2}(a+b)^2 x^2 = \frac{(a+b)x}{\sqrt{2}} + b$$

$$2277) \sqrt[3]{x+\sqrt{2}} - \sqrt[3]{x-\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$2278) \frac{\sqrt{\frac{x-a}{x+a}} + \sqrt{\frac{x-b}{x+b}}}{\sqrt{\frac{x-a}{x+a}} - \sqrt{\frac{x-b}{x+b}}} = \frac{\sqrt{\frac{x+a}{x-a}} + \sqrt{\frac{x+b}{x-b}}}{\sqrt{\frac{x+a}{x-a}} - \sqrt{\frac{x+b}{x-b}}}$$

b) Smíšené rovnice stupně druhého.

$$\text{I. } x^2 + ax = b$$

$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$$

$$\text{II. } ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2279) Odůvodni platnost vzorců tuto položených.

2280) Stanov podmínky a vzájemné vztahy veličin v úplné rovnici druhého stupně, při kterých neznámá  $x$  jest a) reálná, b) imaginárná.

2281) Kdy má rovnice druhého stupně dva stejné kořeny?

Rozřeš rovnice tyto:

$$2282) x^2 + 6x = 27$$

$$2283) x^2 - x - 210 = 0$$

$$2284) x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$2285) x^2 - 2x - 99 = 0$$

$$2286) x^2 - 3x = 28$$

$$2287) x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$2288) 2x - x^2 = 5$$

$$2289) x^2 + 77x + 1452 = 0$$

$$2290) x^2 - 8x = 14$$

$$2291) 11\frac{3}{4}x - 3\frac{1}{2}x^2 + 41\frac{1}{4} = 0$$

$$2292) (x+10)(30-x) = 400$$

$$2293) x^2 + 1 = x$$

$$2294) x^2 - 2x\sqrt{a} = b - a$$

$$2295) x^2 + 2x\sqrt{3} = 2\sqrt{2}$$

$$2296) x^2 + 2x\sqrt{-1} = 1$$

$$2297) x^2 - (3 + 5\sqrt{-1})x - 4 + 7\sqrt{-1} = 0$$

$$2298) x^2 + (2 - 3i)x = 12\frac{1}{2} + 5i$$

$$2299) ax^2 - 2ax\sqrt{b} = b(x^2 - a)$$

$$2300) abx^2 - (a+b)(ab+1)x + (a^2+1)(b^2+1) = 0$$

$$2301) (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 = 30$$

$$2302) 3(a+b)x^2 = 4ax + \frac{4a^2}{a+b}$$

$$2303) (1-ax):(1+bx) = (1+cx) = (1-dx)$$

$$2304) (x+a)(x+b)(x+c) = x^3$$

$$2305) (x^3 \pm 1) = (x+1)(x+2)(x+3)$$

$$2306) 4x - \frac{36-x}{x} = 46 \quad 2307) \frac{x}{x+60} = \frac{7}{3x-5}$$

$$2308) \frac{x^2+1}{2x} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \quad 2309) \frac{x}{x+a} - \frac{x}{x-a} + \frac{a}{b} = 0$$

$$2310) \frac{x-a}{b-a} = \frac{a+b}{x} - \frac{a}{a-b} \quad 2311) \frac{x}{am} - \frac{2}{n} = \frac{1}{x} \left( \frac{a}{m} - \frac{m}{a} \right)$$

$$2312) \frac{8-x}{2} - \frac{2x-11}{x-3} = \frac{x-2}{6}$$

$$2313) \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}$$

$$2314) \frac{mx^2}{abn} + \frac{ab}{mn} = \frac{nx^2}{abm} + \frac{2x}{n} \quad 2315) 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} = 0$$

$$2316) \frac{x+4}{x+6} + \frac{5}{2x+4} = \frac{3x+7}{3x+4}$$

$$2317) \frac{12}{5-x} + \frac{8}{4-x} = \frac{32}{x+2}$$

$$2318) \frac{3x+5}{3x-5} - \frac{3x-5}{3x+5} = \frac{125}{176}$$

$$2319) \frac{a}{b+x} - \frac{b}{a+x} = 1 \quad 2320) \frac{x+12}{x} + \frac{x}{x+12} = 5\frac{4}{5}$$

$$2321) \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+3}{x+4} = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{15}$$

$$2322) \frac{x^4 + 2x^3 + 8}{x^2 + x - 6} = x^2 + x + 8$$

$$2323) \frac{x+216}{x-216} - \frac{13x-1080}{3(x-216)} + 14 = \frac{\frac{x+216}{x-216} + 7}{\frac{x+216}{x-216} - 7}$$

$$2324) \frac{1}{x + \frac{1}{x+1}} = \frac{x}{1 + \frac{x}{x+1}}$$

$$2325) \frac{2x(x - \sqrt{2(a-b)})}{\sqrt{2(a-b)} - \sqrt{2(a+b)}} + 2x = \sqrt{\frac{a+b}{2}} + \sqrt{\frac{a-b}{2}}$$

$$2326) \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1}$$

$$2327) \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+12} = 12 \quad 2328) x + \sqrt{x} = 156$$

$$2329) x+1 = \sqrt{x} \quad 2330) \frac{x-1}{2} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$2331) x - 2\sqrt{\frac{2ax}{a^2-1}} = \frac{a+1}{a-1} \quad 2332) x + \sqrt{50+x} = 60$$

$$2333) \frac{\frac{3}{5}\sqrt{x}-2}{x-5} = \frac{1}{20} \quad 2334) x = \frac{1}{1+(x-1)\sqrt{-1}}$$

$$2335) \sqrt{2x+1} + 2\sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$$

$$2336) \frac{a\sqrt{x}}{x+b\sqrt{x}} + \frac{b\sqrt{x}}{x+a\sqrt{x}} = 1$$

$$2337) \frac{x-\sqrt{x+1}}{x+\sqrt{x+1}} = \frac{5}{11} \quad 2338) x + \sqrt{a+x^2} = \frac{a(a+1)}{2\sqrt{a+x^2}}$$

$$2339) \sqrt{a+x} - \sqrt{a-x} = \sqrt{2x}$$

$$2340) \sqrt{1+4x} + \sqrt{1-4x} = 4\sqrt{x}$$

$$2341) \sqrt{a^2+bx} + \sqrt{a^2-bx} = \sqrt{2abx}$$

$$2342) 3\sqrt{112-8x} = 19 + \sqrt{3x+7}$$

$$2343) \sqrt{2x+7} + \sqrt{3x-18} = \sqrt{7x+1}$$

$$2344) (x + \sqrt{x}) : (x - \sqrt{x}) = (\sqrt{x} + 2) : \sqrt{x}$$

$$2345) x + \sqrt{x+6} = 2 + 3\sqrt{x+6}$$

$$2346) x+4-2\sqrt{\frac{x+4}{x-4}} = \frac{3}{x-4}$$

$$2347) \frac{\sqrt{x-a} + \sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a} - \sqrt{x-b}} = \sqrt{\frac{x-a}{x-b}}$$

$$2348) x - \sqrt{x} = \sqrt{x^2 + \sqrt{x}}$$

$$2349) \frac{1+\sqrt{x}}{2} \sqrt{\frac{x-\sqrt{x}}{2}} = \sqrt{\frac{x+\sqrt{x}}{2}}$$

$$2350) x+1 = \sqrt[4]{x^4+1}$$

$$2351) \frac{(m-n)x}{\sqrt{2}} = \sqrt{(m^2-n^2)x - \frac{m^4+6m^2n^2+n^4}{(m+n)^3}}$$

$$2352) \frac{m-1}{\sqrt{x}} + \frac{(m-2)\sqrt{x}}{x^3} = \frac{2}{x} \sqrt{\frac{(m-1)(m-2)}{x}}$$

$$2353) \frac{1}{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}} + \frac{1}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$2354) \sqrt{\frac{a}{b}-x} - \sqrt{\frac{a}{b}+x} = 2\sqrt{2x} + 2\sqrt{\frac{a-4bx}{2b}}$$

$$2355) \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$2356) \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$2357) \frac{2x+\sqrt{x}}{2x-\sqrt{x}} + 3 \frac{2x-\sqrt{x}}{2x+\sqrt{x}} = \frac{52}{15}$$

$$2358) \sqrt[3]{(a+x)^2} + 6\sqrt[3]{(a-x)^2} = 5\sqrt[3]{a^2-x^2}$$

$$2359) \frac{\sqrt{\sqrt{x^2+a^2x}+\sqrt{x^2-a^2x}} + \sqrt{\sqrt{x^2+a^2x}-\sqrt{x^2-a^2x}}}{\sqrt{\sqrt{x^2+a^2x}+\sqrt{x^2-a^2x}} - \sqrt{\sqrt{x^2+a^2x}-\sqrt{x^2-a^2x}}} = \sqrt{1+a}$$

2360) Kterak lze kořeny rovnice  $x^2 - ax = b$  vyjádřiti zlomkem řetězovým?

2361) Kterak jest tomu při rovnici  $x^2 + ax = b$ ?

Rozřeš spůsobem tím rovnice:

$$2362) x^2 - 24x = 3 \quad 2363) x^2 + 36x = 6$$

$$2364) x^2 - 56x - 8 = 0 \quad 2365) x^2 + 56x - 8 = 0$$

2366) Kterak lze numerickou rovnici stupně 2ho, má-li tato reálné kořeny, řešiti příbližně pomocí zlomků řetězových?

Dle návodu toho rozřeš rovnice tyto:

- 2367)  $3x^2 + x = 7$       2368)  $3x^2 - 13x = 5$   
 2369)  $124x^2 + 504x = 51$       2370)  $2x^2 - 22x + 43 = 0$   
 2371) Je-li  $s$  strana pravid. 10tiúhelníka vepsaného do kruhu poloměru  $r$ , jest souvislost jich dána úměrou  $r : s = s : (r - s)$ . Vyjádři z toho poměr strany pravidelného 10tiúhelníka k poloměru zlomkem řetězovým.  
 2372) Podobně vyjádři poměr veličin  $a$  a  $b$  z rovnice  

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$
 zlomkem řetězovým.  
 2373) V jakém tvaru objeví se kořeny rovnice  $x^2 + ax + b = 0$ , položíme-li  $\frac{2\sqrt{b}}{a} = \sin \varphi$ ?  
 2374) Kterou substitucí řeší se trigonometricky rovnice  $x^2 + ax - b = 0$ ?

Návodem trigonometrickým rozřeš rovnice tyto:

- 2375)  $x^2 - 5 \cdot 8023x + 8 \cdot 1079 = 0$   
 2376)  $x^2 + 3 \cdot 14626x + \sqrt{6} = 0$   
 2377)  $x^2 + 0 \cdot 42331x - 8 \cdot 53972 = 0$   
 2378)  $x^2 - 2 \cdot 3927x - 5 \cdot 757312 = 0$   
 2379)  $5x^2 + 13x - 17 = 0$   
 2380)  $7x^2 - 15x + 19 = 0$
- 

- 2381) Kterak souvisí kořeny rovnice druhého stupně se známými veličinami jejími?  
 2382) Na základě tom jest prý snadno mnohé sestavené rovnice druhého stupně řešiti z paměti. Jak se to děje?  
 2383) Kterak lze v rovnici druhého stupně poznati kořen  $x_1 = 1$  a pak ihned uhodnouti kořen její druhý?

Rozřeš z paměti rovnice:

- 2384)  $x^2 - 5x + 6 = 0$       2385)  $x^2 + 11x + 30 = 0$   
 2386)  $x^2 - 3x - 28 = 0$       2387)  $x^2 + x - 72 = 0$   
 2388) V kterém vztahu jsou kořeny rovnice  $x^2 + ax + 1 = 0$ ?  
 2389) Stanov podmínky, při kterých jsou:  $\alpha)$  oba kořeny kvadratické rovnice kladné,  $\beta)$  kdy oba záporné,  $\gamma)$  kdy jest jeden (na př. větší) kladný a druhý (menší) záporný,  $\delta)$  kdy jest opak toho?

- 2390) Jakých hodnot nabývají oba kořeny rovnice  $x^2 - 7x + m = 0$ , mění-li se  $m$  od  $-\infty$  do  $+\infty$ ? Pro které meze veličiny  $m$  jsou kořeny tyto reálné?
- 2391) Kterak lze dle sledů a mén znamének v rovnici stupně druhého poznati vztahy její kořenů?
- 2392) Jak můžeme snadno sestaviti rovnici druhého stupně, známe-li napřed její kořeny?

Který jest nejjednodušší tvar rovnic, jichž kořeny jsou:

- 2393) 5, 6                  2394) 7, -9                  2395) -10, -11  
 2396)  $a+b, a-b$             2397)  $a+b\sqrt{2}, a-b\sqrt{2}$   
 2398)  $3a+2b\sqrt{3}, 3a-2b\sqrt{3}$   
 2399)  $2+\sqrt{-1}, 2-\sqrt{-1}$   
 2400)  $a+ib, a-ib$             2401)  $\frac{1}{a+ib}, \frac{1}{a-ib}$
- 2402) Proč nemůže rovnice  $x^2 + ax + b = 0$ , v níž  $a$  i  $b$  jsou čísla celá, mítí kořeny zlomkové?
- 2403) Má-li rovnice 2hó stupně s rationálními parametry (známými veličinami) kořen  $\alpha + \sqrt{\beta}$ , má též kořen  $\alpha - \sqrt{\beta}$ . Proč?
- 2404) Má-li rovnice druhého stupně s reálnými parametry kořen  $\alpha + \beta\sqrt{-1}$ , má též kořen  $\alpha - \beta\sqrt{-1}$ . Důvod toho?
- 2405) Kterak lze bezprostředně stanoviti modul kořenů rovnice stupně druhého, jsou-li tyto pomyslné?
- 2406) Co nazýváme *činitelem kořenovým* a kolik jich má každá rovnice druhého stupně?
- 2407) Každá taková rovnice jest svým činitelem kořenovým dělitelná. Důkaz?
- 2408) Stanov podmínku, při které lze výraz  $ax^2 + bx + c$  rozložiti ve dva reálné dvoučlenné činitele.
- 2409) Kdy jsou tyto rationálné a kdy irrationálné? Rozlož následující výrazy v linearné činitele. Které z nich jsou rationálné, které irrationálné a které imaginárné?
- 2410)  $x^2 + 12x + 27$             2411)  $x^2 + 2x - 35$   
 2412)  $x^2 + 4ax + 3a^2$             2413)  $x^2 - 6ax - 30a^2$   
 2414)  $x^2 + 3ax + 6a^2$             2415)  $3x^2 + 4x + 5$   
 2416)  $3x^2 - 22x + 35$             2417)  $91x^2 - 2x - 45$   
 2418)  $15x^2 - 44x + 21$             2419)  $4x^2 - 3ax - 2a^2$   
 2420)  $6a^2 - 5ab + 6b^2$             2421)  $14x^2 - 71x - 33$

2422)  $abx^2 + (a+b)x + 1$

2423)  $(a^2b^2 - 1)x^2 - 4abx - (ab + 1)^2$ .

2424) Která rovnice druhého stupně má kořen

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}+\dots} \text{ in inf.}$$

a který jest kořen její druhý?

2425) Kterak lze z rovnice  $x^2 + ax + b = 0$  ustanoviti bezprostředně (aniž bychom ji dříve rozřešili)  $x_1^2 + x_2^2$ ?

2426) Je-li  $x^2 - 10x + 41 = 0$ , čemu se rovná a)  $x_1^3 + x_2^3$ ,  
b)  $x_1^4 + x_1^2 x_2^2 + x_2^4$ ? (Dvojím spůsobem.)

2427) V kterém vzájemném vztahu jsou kořeny rovnic  
 $x^2 + ax + b = 0$  a  $bx^2 + ay + 1 = 0$ ?

2428) Rovnice  $x^2 + ax = b^2$  má se proměniti v rovnici jinou,  
v níž by neznámá  $y$  byla o  $m$  menší než  $x$ . Kterak lze  
na základě toho proměniti každou smíšenou kvadratickou  
rovnicu v rovnici prostě kvadratickou?

2429) V kterém vztahu jsou kořeny rovnic  $x^2 + ax + b = 0$   
a  $y^2 - (a^2 - 2b)y + b^2 = 0$ ?

2430) Z rovnice  $x^2 - x - 6 = 0$  odvod jinou, ježkořeny by byly  
druhé mocniny kořenů rovnice dané.

### §. 38. Upotřebení rovnic druhého stupně o jedné neznámé.

#### a) Rovnice prosté.

2431) Najítí číslo, jehož čtvrtý a devátý díl znásobeny dají 576.

2432) Najítí dve čísla, jichž součin jest 1875 a podíl 3.

2433) Které číslo třeba ku 94 přičísti a odečísti, aby součet tak  
povstalý násoben rozdílem dával 8512.

2434) Součin z osmého, devátého a desátého dílu jistého čísla  
rovná se pátému dílu čísla toho; které číslo jest to?

2435) Kdo koupil ovce a platil za každou třikrát tolik zlatých,  
kolik ovci bylo; dohromady pak zaplatil 108 zl. Kolik ovci  
koupil a zač byla jedna?

2436) Cena diamantu úměrná jest se čtvercem váhy jeho; je-li  
cena jednoho karatu 1 zl., stojí diamant krále portugalského 2,822.400 zl. Kolik karatů váží diamant tento?

- 2437) Dvě čísla jsou v poměru  $3:4$  a součet jich čtverců jest 1600. Která jsou čísla ta?
- 2438) Rozdíl čtverců dvou čísel, která jsou v poměru  $m:n$ , jest  $a$ . Ustanov tato čísla.
- 2439) Obchodník v hedbávní koupil kus hedbávné látky za 162 zl. Počet zlatých, které zaplatil za loket, má se k počtu loket jako  $2:9$ . Kolik loket měl kus ten?
- 2440) Někdo koupí dva kusy sukna, dohromady 36 loket. Každého stojí loket tolikrát 10 kr., kolik loket ten který kus má a ceny obou jsou v poměru  $4:1$ . Jak dlouhý jest každý kus?
- 2441) Najiti tři čísla, která jsou v poměru  $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$  a jichž čtverců součet jest 724. Která jsou to čísla?
- 2442) Pole mělo tvar obdélníka, jehož rozměry jsou v poměru  $6:5$ . Majetník jeho prodal  $\frac{1}{6}$  celého a zbylo mu  $5625\Box^l$ . Jak dlouhé a jak široké bylo pole to?
- 2443) Trojúhelník pravoúhelný, jehož odvěsný jsou v poměru  $5:12$ , má přeponu 26 m. dlouhou. Jak dlouhé jsou odvěsný jeho?
- 2444) Strany obdélníka, rovnajícího se obsahem čtverci o straně  $a$  jsou v poměru  $m:n$ . Jak velké jsou tyto strany?
- 2445) Dán jest čtverec určité velikosti. Čtverec druhý, jehož strana jest o  $a$  menší než strana prvního, rovná se obsahem  $\frac{n}{m}$  obsahu prvního. Která jest strana tohoto?
- 2446) Jak velká jest strana rovnostranného trojúhelníka, jehož obsah jest  $p^2$ ?
- 2447) Někdo jsa tázán po svém stáří, odpověděl: Když jsem se narodil, bylo mé matce 30 let; součin stáří mého a matčina jest o 9 menší než 15tinásobný jich součet. — Jak stár byl tento člověk?
- 2448) Součet čítatele a jmenovatele zlomku jest 49. Zlomek ten má se k své převratné hodnotě jako  $9:16$ . Který jest to zlomek?
- 2449) Kdosi najal dva dělníky za nestejnou mzdu do práce, z nichž první po jejím ukončení 18·75 zl. mzdy obdržel, druhý pak, který o 3 dny méně pracoval, obdržel 12 zl. Kdyby však byl první pracoval tolik dní co druhý a tento tolik co onen, byli by obdrželi oba stejně. Jak dlouho pracovali a kolik obdržel každý z nich denní mzdy?

- 2450) Dvě selky nesly dohromady 100 vajec na trh a, prodávajíce je nestejně draze, utřízily obě stejně. Kdyby byla první měla vejce druhé, byla by utřízila 36 grošů, kdyby však druhá byla měla vejce druhé, byla by utřízila 16 grošů. Kolik vajec měla každá?
- 2451) Někdo koupí na trhu jablka a hrušky, dohromady 80 kusů a zaplatí za jablka dvakrát tolik co za hrušky. Kdyby byl koupil tolik jablek, kolik koupil hrušek a tolik hrušek, kolik koupil jablek, byl by musel dát za jablka 10 kr. a za hrušky 45 kr. Kolik koupil hrušek a kolik jablek?
- 2452) Dva cestující,  $M$  a  $N$ , vyšli současně z dvou měst  $A$  a  $B$ ;  $M$  cestuje z  $A$  do  $B$ ,  $N$  z  $B$  do  $A$ . Když se potkali, měl  $M$  o 18 mil více cesty vykonáno než  $N$  a musel ještě  $15\frac{3}{4}$  dnů cestovati, než došel do  $B$ , kdežto  $N$  teprvě za 28 dní došel do  $A$ . Jak daleko jest z  $A$  do  $B$ ?
- 2453) Odvěsný pravoúhelného trojúhelníka, jehož přepona jest  $p$ , jsou v poměru  $m:n$ . Jak dlouhé jsou tyto odvěsný?
- 2454) Od vrcholu pravého úhlu pohybují se po ramenou jeho dvě tělesa, první rychlostí 4 m., druhé rychlostí 3 m. Kdy budou od sebe 100 m. vzdálena?
- 2455) Loď  $A$  uzří ve vzdáli 7 námořních mil před sebou nepřáteleckou loď  $B$  a pronásleduje ji v přímém směru 20 mil daleko. Tato však změní náhle směr plavby své v pravém úhlu, následkem čehož i loď  $A$  směr svůj změnit přinucena jest a po přeponě pravoúhelného trojúhelníka plove, jehož odvěsný původní a změněný směr lodě  $B$  tvoří. Jelikož rychlosť lodě  $A$  jest k rychlosti lodě  $B$  v poměru  $5:4$ , dohoní ona tuto a sice právě v jednom z vrcholů onoho trojúhelníka. Kolik mil musela loď  $A$  plovati než dostihla  $B$ ?

b) Rovnice smíšené.

- 2456) Součet dvou čísel jest 579, součin jich 56088. Která jsou ta čísla?
- 2457) Součin dvou čísel, jichž rozdíl jest 2, jest o 132 větší než menší neznámé číslo. Která jsou ta čísla?
- 2458) Součet dvou čísel jest 19, součin z rozdílu obou čísel a většího z nich jest 60. Vypočti čísla ta.
- 2459) Součet dvou čísel jest  $a$ , součet jich druhých mocnin pak  $b^2$ ; ustanov čísla tato.

- 2460) Dvě čísla jsou v poměru  $3 : 4$  a rozdíl jich čtverců rovná se 13tinásobnému součtu těchto čísel. Která čísla jsou to?
- 2461) Součin dvou čísel, z nichž jedno jest o  $a$  větší než druhé, rovná se jich součtu. Která jsou ta čísla?
- 2462) Vinárník prodal za 39 zl. vína a získal při tom tolik procent, kolik jej víno stálo. Zač koupil toto víno?
- 2463) Šířka obdélníka, jehož obsah jest  $a^2$ , jest o  $b$  větší než výška. Které jsou rozměry tohoto obdélníka?
- 2464) Který mnohoúhelník má 252 úhlopříčen, který obecně  $n$ ?
- 2465) Které číslo jest o 420 větší než jeho druhá odmocnina?
- 2466) Součet druhých odmocnin dvou čísel jest 41, druhá odmocnina jich součtu pak 29. Vypočti tato čísla.
- 2467) Poslední dvě úlohy rozšíří pro čísla obecná.
- 2468) Kdosi jsa r. 1875 tázán po svém stáří, odvětil: „Násobím-li své stáří před 3mi roky s věkem, jehož dosáhnu, budu-li ještě 12 let živ, obdržím právě rok svého narození.“ Jak star byl tento člověk?
- 2469) Hospodář nakoupil za 360 zl. ovcí; kdyby byla každá ovce o 5 zl. lacinější, byl by jich za tytéž peníze o .6 víc obdržel. Kolik ovcí koupil tedy?
- 2470) Otec zanechal dětem 14400 zl., aby se o ně stejným dílem rozdělili. Brzy po smrti otcově zemřely však dvě děti a následkem toho obdržel každý ostatní dědic o 1200 zl. víc než původně ustanovenovo bylo. Kolik dětí zanechal otec ten?
- 2471) Lidumil odkázal chudým studujícím  $a$  zl. Částkou tou nebyli však všichni poděleni, poněvadž se shledalo, že  $b$  chudých bylo z toho vyloučeno. A tak připadlo nyní na jednotlivce o  $c$  zl. více než by byl původně dostal. Kolik chudých bylo poděleno?
- 2472) V zahradě v podobě obdélníka stojí 560 stromů stejně od sebe vzdálených. Řada po délece má o 8 stromů více než řada po šířce. Kolik stromů jest v každé řadě?
- 2473) Číslo 10 má se rozložiti na dva sčítance, jichž rozdíl i podíl by byly sobě rovny.
- 2474) Totéž učiň obecně s číslem  $a$ .
- 2475) Druhá odmocnina z čísla o 24 zvětšeného jest o 18 menší než toto číslo. Které číslo jest to?
- 2476) Odečteme-li dvojmoc jistého čísla od 40ti, přičteme-li pak k druhé odmocnině z tohoto rozdílu 10 a dělíme-li na to

tento součet číslem původním, obdržíme za podíl 2. Které jest ono číslo?

- 2477) Najíti dvě čísla, jichž součet činí  $a$ , součet převratných hodnot pak  $b$ .
- 2478) Který zlomek s jmenovatelem větším o  $n$  než čitatel dá, přičten byv k své převratné hodnotě, číslo  $m$ ?
- 2479) V pravoúhelném trojúhelníku jest přepona o 6 m. delší než jedna a o 3 m. delší než druhá odvěsna. Jak dlouhé jsou strany tohoto trojúhelníka.
- 2480) Praha, Kolín a Mělník tvoří vrcholy pravoúhelného trojúhelníka, jehož pravý úhel jest u Prahy; vzdálenost Prahy a Mělníka jest o  $\frac{1}{2}$  kilom. větší než polovice vzdálenosti z Mělníka do Kolína, z Prahy do Kolína jest pak o 4 kilom. více než jsou  $\frac{4}{5}$  vzdálenosti Mělníka a Kolína. Jak jsou vzdálena od sebe města tato?
- 2481) Jeden cestující potřebuje, aby ušel 250 kilom., o 3 dny méně než cestující druhý, jelikož tento denně o 2 kilom. méně ujde než onen. Za kolik dní vykoná každý z nich onu cestu?
- 2482) Do města 672 kilom. vzdáleného poslan byl posel. Za 2 dni poslan za ním posel jiný, který denně o 4 kilom. více ušel a proto do onoho města o den dříve přišel než první. Kolik ušel každý z nich denně?
- 2483) Dva soukenníci prodávají sukno stejné jakosti za rozličné ceny. Jeden prodá o 3 lokte více než druhý, oba však utrží dohromady 140 zl. Kdyby byl první soukenník prodával sukno druhého a druhý sukno prvního, mohl první utržit 96 zl., druhý však pouze 50 zl. Kolik loket prodal každý?
- 2484) Na honbě zastřeleni byli srnci, zajíci a lišky a sice: zajíců o 7 více než lišek a lišek o 2 více než srnců. Počet střelců byl o 1 menší než počet lišek a součet veškeré zastřelené zvěře jest o 10 menší než zdvojnocoené množství střelců. Kolik bylo střelců a kolik kusů každé zvěře bylo zastřeleno?
- 2485) Někdo má dva druhy peněz, dohromady 30 kusů v ceně 4 zl. Kus prvního druhu platí tolik krejcarů kolik jest kusů druhého druhu a každý kus druhého druhu platí opět tolik krejcarů, kolik jest kusů druhu prvního. Kolik kusů každé mince měl onen člověk?
- 2486)  $A$  a  $B$  získali při společném obchodu 100 zl.  $A$  přispěl k tomu částkou, jejíž polovice byla o 100 zl. menší než

- část, kterou přispěl  $B$  a obdržel za podíl ze zisku  $\frac{3}{20}$  jistiny, kterou  $B$  v obchodu měl. Kolik přispěl a kolik získal každý?
- 2487)  $M$  cestuje z  $A$  do  $B$ ,  $N$  pak z  $B$  do  $C$ . Když se potkali, měl  $M$  o 30 mil více vykonáno než  $N$  a musel ještě 4 dny jít než došel do  $B$ , kdežto  $N$  teprve za 9 dní došel do  $A$ . Jak daleko jest z  $A$  do  $B$ ?
- 2488) Úlohu předešlou rozřeš obecně, klada na místě čísel 30, 4, 9 obecná čísla  $d, b, a$ .
- 2489) Dle zákona Newtonova působí přitažlivost těles přímo úměrně s hmotností jich a obráceně úměrně se čtvercem vzdálenosti. Ustanov podle toho mezi zemí a měsícem, jichž hmotnosti jsou v poměru 1 : 80.000 a které od sebe 51.000 mil vzdáleny jsou, ono místo, na které přitažlivost obou těchto těles nebeských stejně působí.\*)
- 2490) Rozřeš úlohu předešlou spůsobem obecným pro dvě tělesa hmotností  $m_1$  a  $m_2$  a u vzdálenosti  $d$ .
- 2491) Při pohybu rovnoměrně zrychleném neb zpozděném, kdež počáteční rychlosť jest  $c$ ,  $g$  zrychlení tohoto pohybu a  $s$  dráha v čase  $t$  vykonaná, jest  $s = ct \pm \frac{1}{2} gt^2$ . V kterém čase vykoná se tedy dráha  $s$  při ostatních daných podmínkách?
- 2492) Ve Švédsku prý jsou takové prohlubiny do země, že pustíme-li do nich volným pádem kámen, teprv za 25 sek. náraz jeho na dno uslyšíme. Čítáme-li, že zvuk ve vzduchu za 1 sek. o 332 m. postoupí, a že zrychlení tíže jest 9·8 m., jak hluboké jsou asi propasti tyto?
- 2493) Dvojciferné číslo, jehož číslic součet jest 12, dává násobeno jsouc číslem těmitéž ciframi, avšak v opačném sledu psaným, 3627. Které číslo jest to?
- 2494) Dvě koule pohybují se současně na ramenou pravého úhlu k vrcholu. Vzdálenosti jejich od vrcholu buděž  $d_1$  a  $d_2$  m., rychlosti  $c_1$  a  $c_2$  m.; kdy budou na  $p$  m. od sebe vzdáleny a za kterých podmínek přibudou současně k vrcholu úhlu?
- 2495) Čtverec nad přeponou pravoúhelného trojúhelníka rovná se  $n$ -násobnému obdélníku z obou odvěsen sestrojenému; v kterém poměru jsou tyto odvěsný?
- 2496) Obdélník, jehož obvod jest  $4a$ , má obsah  $b^2$ ; jak velké jsou jeho strany?

\*) Viz: Jules Verne, Cesta na měsíc.

- 2497) Čtverec o straně  $a$  má se proměnit v obdélník téhož obsahu a  $n$ -násobného obvodu. Jak velké jsou strany tohoto obdélníka?
- 2498) Čtverec o straně  $a$  má se proměnit v obdélník téhož obvodu a  $\frac{1}{n}$  obsahu. Které jsou strany tohoto obdélníka?
- 2499) Přímka délky  $a$  má se rozdělit ve dva díly tak, aby menší se měl k většemu jako tento k celé délce (zlatý řez).
- 2500) Obsah rovnoramenného trojúhelníka jest  $p$ , rameno jeho jest  $a$ . Jak velká jest základna jeho?
- 2501) Obsah trojúhelníka, jehož strany jsou  $a, b, c$ , vyjádřen jest vzorcem
- $$p = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)};$$
- které jsou strany trojúhelníka, jehož obvod jest  $2s$ , obsah  $p$  a jedna strana  $a$ ?
- 2502) Dány jsou dvě strany trojúhelníka  $a, b$  a obsah  $p$ ; jak velká jest strana třetí?
- 2503) Zlomek  $\frac{18x+18}{10x^2+27x+18}$  má se rozložit ve dva částečné zlomky s jmenovateli obsahujícími  $x$  toliko v stupni prvém.
- 2504) Totéž učiň se zlomkem
- $$\frac{(a+b+c+d)(a+b-c-d)+(a+b-c-d)x}{x^2+(a+b+c+d)x+(a+b)(c+d)},$$
- 2505) jakož i obecně se zlomkem  $\frac{ax+b}{mx^2+nx+p}$ .
- 2506) Je-li  $\frac{2a^2+3ab+4b^2}{5a^2+6ab+7b^2} = \frac{6}{13}$ , čemu se rovná zlomek  $\frac{7a^2+6ab+5b^2}{4a^2+3ab+2b^2}$ ?
- 2507) Dokaž, že jest  $\alpha) \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}$  in inf.  $= 2$ ,
- $\beta) \sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2-\dots}}}$  in inf.  $= 1$ .
- 2508) Ustanov hodnotu nekonečného výrazu
- $$\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+\dots}}}$$
- in inf.

2509) Kterou hodnotu má nekonečný periodický řetězec

$$\alpha) \frac{1}{a} + \frac{1}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a + \dots}}} \text{ in. inf.}$$

$$\beta) \frac{1}{a} + \frac{1}{b + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \dots}}} \text{ in. inf.}$$

2510) Rozřeš rovnici  $0 \cdot 1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \dots}}$  in. inf.

### §. 39. Rovnice druhého stupně o více neznámých.

$$2511) x^2 + y^2 = 5265$$

$$x^2 - y^2 = 2673$$

$$2513) x^2 + y^2 = 20$$

$$\frac{x}{y} = 2$$

$$2515) x + y = a$$

$$xy = b$$

$$2517) x + xy = 60$$

$$y + xy = 55$$

$$2519) x^2 + xy = a$$

$$y^2 + xy = b$$

$$2521) x + \sqrt{y} = 13$$

$$x + y = 19$$

$$2523) \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{41}{20}$$

$$xy = 20$$

$$2525) x + \frac{1}{y} = 1\frac{3}{5}$$

$$y + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{2}$$

$$2527) \frac{2x}{3y} + \frac{3y}{2x} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 40$$

$$2529) x + y = xy = x^2 - y^2$$

$$2512) x^2 + y^2 = a$$

$$xy = b$$

$$2514) ax^2 + by^2 = c$$

$$\frac{x}{y} = m$$

$$2516) x^2 + y^2 = a^2$$

$$x + y = b$$

$$2518) x^2 + xy = 12$$

$$y^2 + xy = 24$$

$$2520) 2x + 3y = 118$$

$$5x^2 - 7y^2 = 4333$$

$$2522) x + 5y = 25$$

$$x^2 + 3y = y^2 + 4x + 1$$

$$2524) \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = a$$

$$xy = b$$

$$2526) x^3 + y^3 = a$$

$$x^2y + xy^2 = b$$

$$2528) x^2 + y^2 = \frac{200}{x-y}$$

$$xy = \frac{96}{x-y}$$

$$2530) x + y = xy = x^2 + y^2$$

$$2531) \begin{aligned} x^2 + y^2 + x + y &= 18 \\ xy &= 6 \end{aligned} \quad 2532) \begin{aligned} x^2 + y^2 + xy &= a^2 \\ x + y &= b \end{aligned}$$

$$2533) (x^2 + y^2) : (x^2 - y^2) = 41 : 9 \\ xy = 180$$

$$2534) \begin{aligned} x^2 - xy &= 48y \\ xy - y^2 &= 3x \end{aligned}$$

$$2536) \begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2 \\ ax + by &= c \end{aligned}$$

$$2538) \begin{aligned} x^2 - y^2 &= a^2 \\ (x + y + b)^2 + (x + y - b)^2 &= 2c^2 \end{aligned}$$

$$2539) (2x - 4y)^2 + x - 2y = 5 \quad 2540) \begin{aligned} x^3 + y^3 &= a^3 \\ x^2 - y^2 &= 8 \end{aligned}$$

$$2541) \begin{aligned} x + y &= a \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} &= b \end{aligned} \quad 2542) \begin{aligned} x + y &= 72 \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} &= 6 \end{aligned}$$

$$2543) \begin{aligned} x:y &= a:b \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} &= \sqrt{c} \end{aligned}$$

$$2544) \begin{aligned} 5\sqrt{x} + 4\sqrt{y} &= 4 + 3\sqrt{xy} \\ 4\sqrt{x} + 5\sqrt{y} &= 5 + 3\sqrt{xy} \end{aligned}$$

$$2545) 7x + 2 = 3y + 3 = 5\sqrt{xy}$$

$$2546) 3x - 4 = 2y - 3 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$2547) \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = a \quad 2548) \sqrt{\frac{5x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{5x}} = 2$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = b \quad xy + x + y = 84$$

$$2549) xy(x+y) = 84 \quad 2550) \begin{aligned} x^{4/5} + y^{4/5} &= 20 \\ x^2y^2(x^2 + y^2) &= 3600 \end{aligned}$$

$$2551) (x^2 + y) : (x^2 - y) = 9 : 7$$

$$(1 + x^2) : (4 + y) = (7 + 5y) : 3y$$

$$2552) (x^2 + y^2)(x + y) = 400 \quad 2553) \begin{aligned} x^2 + y &= 7 \\ (x^2 - y^2)(x - y) &= 288 \end{aligned}$$

$$2554) x + \sqrt{y} = a \quad 2555) \begin{aligned} x + y &= 39 \\ y + \sqrt{x} &= b \end{aligned}$$

$$2556) x + y = 11 \quad 2557) \begin{aligned} x - y &= \frac{a^2 - b^2}{(a+1)(b+1)} \\ x^4 + y^4 &= 2657 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{a^2 - b^2}{(a-1)(b-1)}$$

$$2558) \frac{x^2 - y^2}{(x+1)(y+1)} = a - b$$

$$\frac{x^2 - y^2}{(x-1)(y-1)} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$$

$$2559) x + \frac{1}{\sqrt{y}} = y + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$xy = a^2$$

$$2560) x\sqrt{x} + \sqrt{xy} = a\sqrt{y}$$

$$a(x\sqrt{y} + y) = \sqrt{x}$$

$$2561) \frac{3}{4}\sqrt{x-y} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$$

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 5$$

$$2562) x + y + \sqrt{x+y} = 6$$

$$x^2 + y^2 = 10$$

$$2563) \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \sqrt{xy}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$2564) x^3 + y\sqrt{xy} = \frac{a^3 + b^3}{ab^2}$$

$$y^2 + x\sqrt{xy} = \frac{a^2 + b^3}{a^2 b}$$

$$2565) x + y + z = 102$$

$$xz = 102y$$

$$2z = 3x$$

$$2566) xy + x + y = 5$$

$$yz + y + z = 11$$

$$xz + x + z = 7$$

$$2567) x^2 + y^2 + z^2 = 14$$

$$x + y + z = 6$$

$$xy = 6$$

$$2568) x(y+z) = 35$$

$$y(x+z) = 32$$

$$z(x+y) = 27$$

$$2569) \frac{xyz}{x+y} = a$$

$$\frac{xyz}{y+z} = b$$

$$\frac{xyz}{x+z} = c$$

$$2570) x:y = y:z$$

$$y:z = z:u$$

$$x + y + z + u = 15$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 85$$

$$2571) x^2 + xy + y^2 = 76$$

$$x^2 + xz + z^2 = 63$$

$$y^2 + yz + z^2 = 37$$

$$2572) a_1xy + b_1x + c_1y + d_1 = 0$$

$$a_2xy + b_2x + c_2y + d_2 = 0$$

$$a_3xy + b_3x + c_3y + d_3 = 0$$

$$2573) a(x^2 + y^2) + bxy + c(x+y) + d = 0$$

$$a(y^2 + z^2) + byz + c(y+z) + d = 0$$

$$a(x^2 + z^2) + bxz + c(x+z) + d = 0$$

### §. 40. Upotřebení rovnic druhého stupně o více neznámých.

- 2574) Součet dvou čísel jest  $a$ , součin jich  $b$ ; která jsou to čísla?
- 2575) Součet druhých mocnin dvou čísel jest 761, součin těchto čísel pak 380; vypočti tato čísla.
- 2576) Kterých dvou čísel součet jest  $a$ , součet reciprokých hodnot  $b$ ?
- 2577) Sestrojíme-li ze dvou přímek co odvěsen pravoúhlý trojúhelník, jest přepona jeho 17 cm.; dáme-li však větší přímku co přeponu, jest čtverec nad druhou odvěsnou 161  $\square$  cm. Jak dlouhé jsou ty přímky?
- 2578) Kloso chce dvě pole podoby čtvercové posázeti stromy. Nasází-li stromy v prvním čtverci na  $4\frac{1}{2}^{\circ}$  od sebe a v druhém na  $5^{\circ}$ , spotřebuje k tomu 11113 stromků. Vysadí-li však stromky na prvním poli v mezerách  $6^{\circ}$ , na druhém  $5\frac{1}{2}^{\circ}$  od sebe, vystačí se 7816 sazenicemi. Jak dlouhé jsou strany těchto čtverců?
- 2579) Pevnost nepřítelem sevřená může se dle svých zásob ještě 12 dní bránit. Kdyby 120 mužů pevnost opustilo a každý z ostatních vojnů denně o  $\frac{5}{8}$   $\text{tl.}$  chleba méně dostával, mohla by pevnost ta ještě 16 dní nepříteli odpor klásti. Taktéž by se pevnost ještě 16 dní uchájila, kdyby 200 mužů z tvrze vytáhlo a každý vojm pak o  $\frac{3}{8}$   $\text{tl.}$  denně méně bral. Kolik mužů bránilo pevnost a kolik liber chleba dostával denně jednotlivý obránce?
- 2580) Které dvouciferné číslo jest o 4 menší než součet čtverců jeho číslic a o 5 větší než dvojnásobný součin těchto číslic?
- 2581) Které dvouciferné číslo, násobeno počtem svých desítek, dává 46 a násobeno číslem týmiž ciframi v opačném sledu psaným 736 za součin?
- 2582) Která dvě čísla mají tu vlastnost, že se součet jich má k většimu, jako 40 k menšímu a rovněž součet jich k menšímu, jako 90 k většímu?
- 2583) Byv otázán učitel, kolik má pilných žáků, odpověděl: Počet jejich jest číslo dvouciferné, které znásobeno číslem týmiž ciframi v opačném sledu psaným dává součin 5092. Dělíme-li však počet jejich týmiž číslem opačně psaným, obdržím podíl 1 a zbytek 9. Kolik měl pilných žáků?

- 2584) Hospodář koupil ovcí za 1200 zl., z nichž 15 sobě ponechal a ostatní za 1080 zl. prodal. Získal-li při tom při každé ovcí 2 zl., kolik ovcí bylo a zač koupil jednu?
- 2585) Ze dvou nádob hranolovitých jest jedna o 20 krychl. decimetrů větší než druhá. Obsahy jich jsou v poměru 4 : 5, základny obou jsou čtverce a výška každé z nich rovná se právě straně čtverce, kterýž tvoří základnu druhé. Které jsou rozměry nádob těchto?
- 2586) Tři čísla jsou v spojité geom. úměře. Sečtená dávají součet 126, znásobená součin 13824. Která jsou ta čísla?
- 2587) Trojciferné číslo má tu vlastnost, že vynecháním první cifry v levo zbude druhá jeho odmocnina; přidá-li se však cifra tato na poslední místo v pravo, povstane číslo, jehož druhá odmocnina jest o 9 menší než odmocnina z čísla původního. Které jest toto?
- 2588) Mají se vyhledati dvě čísla, jichž součet násoben součtem jich čtverců dává součin 580 a jichž rozdíl násoben rozdílem čtverců rovná se 160.
- 2589) Které dvouciferné číslo děleno součinem svých číslic dává 3 za podíl a zvětšeno o 36 rovná se číslu téměří ciframi v opačném sledu psanému?
- 2590) V úměře jest součet členů 72, součin krajních i vnitřních členů jest 270 a rozdíl součtu čtverců členů vnějších a součtu čtverců členů vnitřních činí 432; která jest ona úměra?
- 2591) Přední kolo určitého povozu otočí se na dráze 360ti stop o 6krát více než kolo zadní. Kdyby však byl obvod každého kola o  $3'$  větší, učinilo by na téže dráze přední kolo o 4 otočení více než zadní. Jak velké jsou obvody těchto kol?
- 2592) Kdo si nakoupil citronův v několika krabicích. V každé krabici jest dvakrát tolik citronův, kolik jest krabice a za každé 4 citrony platil tolik krejcarů, kolik jest v celku krabic. Kolik citronů nakoupil, platil-li za všecky 8·64 zl.?
- 2593) Čtyři místa  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  leží v přímém směru za sebou. Rozdíl mezi vzdáleností z  $A$  do  $B$  a z  $B$  do  $C$  jest o 4 kilom. větší než vzdálenost z  $B$  do  $D$ , kteráž jest pak  $\frac{2}{3}$  vzdálenosti z  $A$  do  $C$ . Vzdálenost z  $A$  do  $B$  má sice ku vzdálenosti z  $C$  do  $D$  jako sedminásobná vzdálenost z  $B$  do  $C$  ku 26. Jak jsou tato místa od sebe vzdálena?

- 2594) Dva dělostřelci zhotovili dohromady 1000 patron a spotřebovali na to stejně mnoho prachu. Dí jeden z nich druhému: „Kdybych byl tolik patron naplnil, kolik ty, byl bych spotřeboval 18 kgr. prachu.“ Odvětí mu oslovený: „Já na tvé patrony vystačil bych s 8 kgr. prachu.“ Kolik patron naplnil každý a co prachu spotřebovali oba?
- 2595) Učitel dal žáku znásobiti dvě čísla, z nichž jedno o 75 větší jest než druhé a součin jejich dál na zkoušku, není-li chybně násobeno, menším číslem dělit. Dělením vznikl podíl 227 se zbytkem 113, což bylo důkazem, že v násobení pochybeno. Žák pátraje po chybě, zvolal: „Pravda, zapoměl jsem přičisti jednotku!“ „Ovšem,“ odvětí učitel, „že jednotku, nikoliv však jednoduchou, nýbrž jednotku třetího rádu ( $10^3$ ).“ — Která čísla měl žák znásobiti?
- 2596) Myslím si zlomek. Zvětším-li čitatele jeho o 2 a zmenším zároveň jmenovatele o 2, obdržím převratnou téhož zlomku hodnotu. Odečtu-li však od čitatele 2 a přičtu k jmenovateli 2, vyjde zlomek o  $\frac{16}{15}$  menší než jest převratná hodnota původního zlomku. Který jest ten zlomek?
- 2597) Neznámá jistina dává ročních úroků  $123\frac{1}{2}$  zl. Jiná o 700 zl. větší a o  $\frac{1}{4}$  zl. na menší procenta uložená, vynáší o  $11\frac{1}{2}$  zl. ročně více úroků než první jistina. Jak velká jest tato a na kolik ze sta jest uložena?
- 2598) Peněžník A nakoupil na burse za 3000 zl. 3procentových státních papírů. Peněžník B také za 3000 zl., však 4procentových. Kurs obou druhů papírů byl při koupi na takovém stupni, že by byl B ze svých papírů ročně na úročích o 10 zl. více vytěžil než A. Po nějakém čase vystoupily kurzy obou papírů zároveň o  $10\%$  a peněžníci oba je vesměs prodali, při čemž utržil A o 100 zl. více než B. Vypočítej, jaký byl kurs obou cenných papírů, když je peněžníci na burze kupili?
- 2599) Součet, součin i rozdíl dvojmocí dvou čísel jsou vespolek rovny. Která jsou tato čísla?
- 2600) Vyhledej dvě kladná čísla té vlastnosti, aby součet jejich jednoduchých a zdvojmocněných rozdílů byl 150 a součet jejich jednoduchých a zdvojmocněných hodnot 330.
- 2601) Plný sud lze vyprázdnit pomocí dvou kohoutků. Nejprv byl otevřen kohoutek první a sice po  $\frac{2}{3}$  času, za který by

pomocí toliko druhého nádoba úplně se vyprázdnila; na to byl uzavřen a kohoutek druhý otevřen na tak dlouho, až veškerá tekutina vytékla. Kdyby byly bývaly oba kohoutky najednou otevřeny, vyprázdnil by se sud o 2 hodiny dříve než v případě prvním a prvním kohoutkem bylo by bývalo vytéklo polovina toho, co v prvním případě skutečně vytéklo kohoutkem druhým. Za který čas by se vyprázdnil onen sud každým kohoutkem zvlášt?

- 2602) Najít tři čísla té vlastnosti, aby součet prvního a druhého násoben třetím dal součin 35, součet druhého a třetího násoben prvním 27, součet třetího a prvního násoben druhým 32.
- 2603) Vypočítej číslo třiciferné té vlastnosti, aby součet čtverců jednotlivých číslic, nepřihlížeje k místní jejich hodnotě, byl 104; čtverec však prostřední číslice aby byl o 4 větší, nežli dvojnásobný součin obou ostatních a aby konečně, odečteme-li 594 od čísla hledaného, vyšlo číslo týmiž ciframi, ale v opačném pořadku psané. Které jest to číslo?
- 2604) Součet všech členů spojité geometrické úměry se rovná  $a$ , součet druhých jejich mocností  $b$ . Která jest to úměra? Jsou-li veličiny  $a$  a  $b$  dovolné? V kterých mezech se může pohybovat hodnota  $b$ , má-li býtí úloha ta možnou? Jaké podoby nabude úměra pro  $b = 2 a^2$ ?
- 2605) Dán jest pravoúhlý rovnoběžnostěn. Zkrátíme-li výšku jeho o 1, šířku o 2 a délku o 3 decimetry, zmenší se obsah jeho o 1626 krychl. dm.; zkrátíme-li však výšku o 2, šířku o 3 a délku o 1 dm., zmenší se obsah o 2056 dm.; zkrátíme-li pak konečně výšku o 3, šířku o 1 a délku o 2 dm., zmenší se obsah jeho o 2276 kr. dm. Které jsou rozměry hranolu onoho?
- 2606) „Co jest v této skříni,“ ptal jsem se nedávno přítele svého? „Hádej,“ dí tázany. „Jméno látky té jest slovo jednoslabičné, jehož jednotlivými písmeny začínají tři rozličné číslice. Prostřední číslice jest o 1 menší než součin obou krajních. Součet prvních dvou číslic se rovná číslici poslední. Vynecháním této poslední číslice zbude číslo dvouciferné, rovnající se hodnotou svou součtu všech tří číslic daného čísla.“ Jakou látku měl přítel můj v oné skříni?
- 2607) „A jak mnoho máš této látky,“ ptám se dále přítele svého. Tázany odvětl: „To mohu říci slovem čtyřmi písmeny psaným, jimiž začínají čtyry rozličné číslice. Tyto vypočítáš

snadno z těchto vztahů: Součet jednoduchých těchto číslí jest 27, zdvojmocněných 203. Číslice první jest čtverec číslice poslední. Rozdělíme-li posléze celé číslo na dvě dvouciferné třídy, jest první třída (v levo) číslo o 25 větší než druhá.“ Jakou zásobu oné latky měl přítel můj?

### §. 39. Neurčité rovnice stupně druhého.

- 2608) Který jest obecný tvar rovnice neurčité stupně druhého o dvou neznámých? Kterak stanoví se rationálné její kořeny?
- 2609) Pro které hodnoty za  $x$  stane se  $y = \sqrt{a^2x^2 + bx + c}$  rationálným?
- 2610) Pro které podobně výraz  $y = \sqrt{ax^2 + bx + c^2}$ ; jakož i
- 2611) obecně výraz  $y = \sqrt{(ax + b)(cx + d)}$ ?

Ustanov ony hodnoty za  $x$ , pro které následující výrazy stanou se rationálnými:

- 2612)  $\sqrt{4x^2 + 5}$       2613)  $\sqrt{x^2 + 25}$   
 2614)  $\sqrt{6x + 5}$       2615)  $\sqrt{2x^2 - 3x + 25}$   
 2616)  $\sqrt{9x^2 - 16x + 25}$       2617)  $\sqrt{x^2 - x + 156}$   
 2618)  $\sqrt{3x^2 - 5x + 2}$       2619)  $\sqrt{15x^2 - 38x + 24}$

Následující rovnice rozřeš tak, aby neznámé  $x$  a  $y$  vyšly celistvá:

- 2620)  $x^2 + y^2 = 85$       2621)  $x^2 - y^2 = 60$   
 2622)  $2x^2 - 3y^2 = 18$       2623)  $x^2 - 2xy + 3y^2 = 166$   
 2624)  $x^2 + xy + y^2 + x + y = 70$   
 2625)  $4x^2 - y^2 + 7x + 14 = 0$   
 2626)  $x^2 - 2xy + 3y^2 - 4x + 5y = 0$   
 2627)  $3x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 6y = 9$

Pro které celistvé hodnoty za  $x$  obdrží následující zlomky též celistvé hodnoty?

- 2628)  $\frac{3x^2 + 1}{2x + 1}$       2629)  $\frac{29 + 2x - x^2}{x - 3}$   
 2630)  $\frac{2x^2 - 3x + 4}{x + 1}$       2631)  $\frac{x^2 + 2x + 3}{2x - 3}$   
 2632) Najdi dvě čísla, jichž součet se rovná jich součinu.  
 2633) Kterých dvou čísel rozdíl rovná se jich podílu?

- 2634) Najdi dvě čísla, jichž součet se má k jich součinu jako  $m:n$ .
- 2635) Vyhledej dvě celistvá kladná čísla, jichž součin jest o 191 větší než jich součet.
- 2636) Kterých dvou celistvých čísel součin jest o 100 větší než dvojnásobný jich rozdíl?
- 2637) Rozdíl čtverců dvou celistvých čísel jest 24. Která čísla jsou to?
- 2638) Kterých tří čísel celistvých dvojmoci mají za rozdíl opět dvojmoc čísla celistvého?
- 2639) Kterých čísel dvojmoci dávají při dělení 7mi zbytek 5?
- 2640) Řeš neurčitou rovnici  $y^2 - ax = 1$  pro celá čísla.\*)
- 2641) Najiti dvě čísla, jichž součet se rovná 36tinásobnému součtu jich převratných hodnot.
- 2642) Určité dvouciferné číslo odečteno od své dvojmoci dává 20ti-násobné čísla týmiž ciframi v opačném sledu psaného. Které jest to číslo?
- 2643) Ustanov obecný tvar čísla, které odečteno od 100 neb přičteno ke 100, dává vždy úplný čtverec co výsledek.
- 2644) Ustanov obecný tvar zlomku té vlastnosti, že vždy úplný čtverec, ať jej ku 10 přičteme neb od 10 odečteme.
- 2645) Vyhledej dvě celistvá čísla, jichž čtverců součet jest opět čtverec. (Čísla Pythagorejská.)
- 2646) Pro které hodnoty za  $x$  stává se dvojčlen  $a^2x^2 + by^2$  úplným čtvercem?

#### §. 40. Některé vyšší rovnice, které lze převésti na rovnice stupně prvního neb druhého.

$$\begin{array}{ll} 2647) \quad x^3 - a^3 = 0 & 2648) \quad x^4 - 6561 = 0 \\ 2649) \quad \frac{a - x^3}{\sqrt{x^3 - b}} = \sqrt{x^3 - b} & 2650) \quad (x - 5)^3 = 27 \\ 2651) \quad x^3 - 19 = 6x(x + 2) & 2652) \quad x^4 + a^4 = 0 \\ 2653) \quad \frac{5x + 1}{x - 3} = x^2 & 2654) \quad \frac{x^4}{\sqrt[3]{3 + x^4} - x^2} = 4 \end{array}$$

\* ) Tuto úlohu zaslal r. 1646 Leibniz k rozřešení P. Augustinovi Tomáši v Litomyšli (Jar. Schaller).

- 2655)  $\frac{ax^3+b}{ax^2-b} + \frac{ax^2-b}{ax^2+b} = 1$     2656)  $\frac{1+x^4}{1-x^4} = a$
- 2657)  $\frac{x}{x-1} = a \sqrt{\frac{x-1}{x}}$     2658)  $x^4 + ax^2 + b = 0$
- 2659)  $x^{2n} + ax^n + b = 0$     2660)  $\frac{a_1 x^{2n} + b_1 x^n + c_1}{a_2 x^{2n} + b_2 x^n + c_2} = 1$
- 2661)  $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$     2662)  $x^4 + 32x^2 - 369 = 0$
- 2663)  $x^3 + 19 = \frac{216}{x^3}$     2664)  $x^2 + \left(\frac{48}{x}\right)^2 = 100$
- 2665)  $\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{x} = 20$     2666)  $x^3 + 3x\sqrt{x} = 810$
- 2667)  $\sqrt[3]{x^4} - 3\sqrt[3]{x^2} = 54$     2668)  $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x} = 6$
- 2669)  $x^2 + 11 + \sqrt{x^2 + 11} = 42$
- 2670)  $\sqrt[4]{x}(1 - x\sqrt{x}) = 12x$     2671)  $\sqrt[3]{2+x} + \sqrt[3]{2-x} = 2$
- 2672)  $\sqrt[4]{2+x} + \sqrt[4]{2-x} = 2$
- 2673)  $\sqrt[4]{12+x} - \sqrt[4]{12+x} = 2$
- 2674)  $\sqrt{x^3} - \frac{40}{x\sqrt{x}} = 3$     2675)  $\frac{x^2(x^3-1)}{x^2+\sqrt{x}} = 56$
- 2676)  $\frac{x^4 + (x-1)^4}{x^2(x-1)^2} = 4\frac{1}{4}$     2677)  $\frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \frac{x^2-x}{4}$
- 2678)  $x + \sqrt{x^2 - 10x - 56} = x^2 - 20$
- 2679)  $2x^2 + 3x - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 3 = 0$
- 2680)  $\left[\frac{2x}{(x-a)b}\right]^2 + \left[\frac{(x-a)b}{2x}\right]^2 = 2$
- 2681)  $x^4 \sqrt{a^2b^2x^5} + \sqrt[10]{\frac{a^2b^2}{x^5}} = x^2 [\sqrt{a} + \sqrt{b}]$
- 2682)  $\frac{x^4 - 5x^2 + 10}{2(x^2 + \sqrt{x^4+4})} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \dots \text{in inf.}$
- 2683)  $ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$
- 2684)  $ax^3 - bx^2 + bx - a = 0$
- 2685)  $ax^3 + bx^2 - bx - a = 0$
- 2686)  $ax^4 + bx^3 + bx + a = 0$

2687)  $ax^4 - bx^3 + bx - a = 0$

2688)  $ax^4 + bx^3 - ax - b = 0$

2689)  $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$

2690)  $x^4 - ax^3 + bx^2 - ax + 1 = 0$

2691)  $x^3 + 6x^2 + 6x + 1 = 0$

2692)  $x^4 + 2x^3 - 2x - 1 = 0$

2693)  $6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 = 0$

2694)  $4x^4 - 20x^3 + 33x^2 - 20x + 4 = 0$

2695)  $a^2x^4 + a^3x^3 + a^2bx^2 + a^3cx + c^2 = 0$

2696)  $2a^2x^4 - (a^4 + 4)x^3 + 4a^2x^2 - (a^4 + 4)x + 2a^2 = 0$

2697)  $(a^3b - ab^3)x^4 - (a^4 + 2a^3b + 2ab^3 - b^4)x^3$   
 $+ 2(a^4 + a^3b + 2a^2b^2 - ab^3 + b^4)x^2 - (a^4 + 2a^3b + 2ab^3 - b^4)x$   
 $+ a^3b - ab^3 = 0$

2698)  $\sqrt{\frac{3+\sqrt{x}}{4}} + \frac{4}{3+\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{x}}{4} - \frac{4}{3+\sqrt{x}}$

2699)  $x^n + y^n = a^n$

$x^n - y^n = b^n$

2700)  $x^3 + y^3 + z^3 = 1197$

$x^3 - y^3 + z^3 = 511$

$x^3 + y^3 - z^3 = -261$

2701)  $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{17}{8}$

$xy^3 = 45$

2702)  $\frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3} = \frac{559}{127}$

$x^2y = 294$

2703)  $\frac{x^2 - xy}{xy - y^2} = \frac{3}{7}$

$xy^2 = 147$

2704)  $\frac{x^3 - y^3}{(x-y)^3} = 61$

$xy = 320$

2705)  $x^2y + xy^2 = 30$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$

2706)  $x\sqrt{xy} + y^2 = a$

$y\sqrt{xy} + x^2 = \frac{1}{2}a$

2707)  $(x^2 + y^2)(x^3 + y^3) = a$

$(x^2 - y^2)(x^3 + y^3) = b$

2708)  $\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[5]{y^2} = 25$

$\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[5]{y} = 7$

2709)  $x^2 + x\sqrt[3]{xy^2} = 5$

$y^2 + y\sqrt[3]{x^2y} = 80$

2710)  $x^5 + y^5 = a$

$(x+y)(x^4 + y^4) = b$

2711)  $(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) = a(x^n + y^n)$

$(x^2 - y^2)(x^4 - y^4) = b(x^n + y^n)$

### §. 41. Rovnice exponentiálne.

- 2712)  $a^x = b$       2713)  $5^x = 10$   
 2714)  $3^x = 177147$       2715)  $2^x \cdot 3^{3x} = 4^{x-1}$   
 2716)  $m^{ax+b} = n$       2717)  $a^b^x = c$   
 2718)  $2^{3x-1} = 3^{2x+1}$       2719)  $\sqrt[x]{10} = 2$   
 2720)  $3^{2x} \cdot 5^{6x-7} = 9^{x-2} \cdot 7^{4-x}$   
 2721)  $\sqrt[x]{9} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$   
 2722)  $a^{x+\alpha} = b$       2723)  $\sqrt[3]{5} = \sqrt[4]{6}$   
 2724)  $\sqrt[x]{a} = b \sqrt[x]{c}$       2725)  $56^{\log x} = 3136$   
 2726)  $a^{\alpha+\beta \log x} = b$       2727)  $a^x + b^y = c$   
 2728)  $a^x b^y = m$       2729)  $a + bp^x + cp^{2x} = 0$   
 $c^x d^y = n$   
 2730)  $2^x - 4^x = 2$       2731)  $4^{2x} + 5 \cdot 4^x = 36$   
 2732)  $6 \cdot 7^{2x} + 7^x = 301$       2733)  $\sqrt[a]{b^x} = b^x$   
 2734)  $9^{x^2-5x+3} = 3^{x^2-4x-2}$   
 2735)  $\sqrt{\frac{a^x+b}{c}} + \sqrt{\frac{c}{a^x+b}} = 2$   
 2736)  $a^{2x+4} - a^{x+8} - a^x + a^4 = 0$   
 2737)  $[8^{x-\sqrt{\frac{2x}{3}}}]^x + \sqrt{\frac{2x}{3}} = 2$   
 2738)  $m^{ax^2+bx+c} = n$       2739)  $3^{x^2+6x+8} = 1 \cdot 73205$   
 2740)  $4^x = \sqrt[4]{262144}$       2741)  $7^{\frac{x+1}{x+2}} = 6 \cdot 70375^{\frac{x+3}{x+4}}$   
 2742)  $\log(6a - b^x) = \log a + \log 3$   
 2743)  $2 \log a + \log b = \frac{1}{2} x \log m \sqrt[x]{n} - 2$   
 2744)  $x^2 + \log x = 15 \cdot 20153$       2745)  $x^{\log x} = 100$   
 2746)  $x^y = y^x$  pro  $x = my$ .

## Oddil pátý.

### Řady arithmetické i geometrické.

#### §. 42. Řady arithmetické.

- 2747) Co jmenujeme řadu arithmetickou prvního řádu či stupně (posloupnost arithmetickou)?\*)
- 2748) Které řady nazýváme vzestupnými a které sestupnými?
- 2749) Co jest rozdíl čili differenze řady arithmetické a kterak se určuje?
- 2750) Známa-li jest difference a některý člen řady, kterak vyvineš z těchto dvou čísel celou arithmetickou řadu?
- 2751) Který jest 28tý člen řady  $13, 12\frac{2}{3}, 12\frac{1}{3}, \dots$ ?
- 2752) První člen řady jest 17, poslední  $-10$ , rozdíl 3. Kolik členů má tato řada a jak velký jest součet všech?
- 2753) Kolik členů má řada arithmetická, ježíž první člen jest  $a$ , poslední  $z$  a rozdíl  $d$ ?
- 2754) Kterak stanoví se součet řady arithmetické?
- 2755) Jak velký jest součet všech celých čísel od 1 do 1000?
- 2756) Jak velký jest součet lichých čísel až do 99 a sudých až do 100?

Ustanoví součty následujících řad:

- 2757)  $1, 3, 5, 7, \dots$  ( $n$  členů)
- 2758)  $2, 4, 6, 8, \dots$  ( $n$  členů)
- 2759)  $1, 4, 7, 10, \dots$  (12 členů)
- 2760)  $-9, -7, -5, -3, \dots$  (20 členů)
- 2761)  $15, \frac{44}{3}, \frac{43}{3}, 14, \dots$  (16 členů)

\*) K výlibi stručnosti znamená v následujícím výraz „řada arithmetická“ tolik co „řada arithmetická stupně prvního.“

- 2762)  $\frac{m-1}{m}, \frac{m-2}{m}, \frac{m-3}{m} \dots$  (n členů)
- 2763) Značí-li  $a$  první člen,  $d$  rozdíl,  $s$  poslední,  $n$  součtový člen a  $n$  množství členů řady arithmetické, a jsou-li z těchto pěti veličin kterékoli tři dány, lze ostatní dvě vypočítat. Kolik a kterých vzorců nabudeme pro každou z jmenovaných veličin a kolik v celku?
- 2764) Řada arithmetická začíná 5 a končí 23; součet všech členů jest 392. Kolik členů má tato řada a jak velký jest její rozdíl?
- 2765) První člen řady jest  $-59$ , poslední  $21$ , součet však  $-323$ . Vypočítej, kolik má řada ta členů a jakou differenci?
- 2766) Kolik členů má řada arithmetická a jak velký jest její poslední člen, pakli první člen jest  $7$ , rozdíl  $3$  a součet  $430$ ?
- 2767) Součet členů řady arithmetické jest  $1612$ , rozdíl její  $3$  a poslední člen  $97$ . Kolik členů má ta řada a jak velký jest první?
- 2768) Mezi dva členy  $a$  a  $b$  má se vřaditi (interpolovati)  $k$  členů, které by sestrojily s danými členy řadu arithmetickou. Jak velký bude rozdíl její a jak její  $(k^2 + k + 1)$ ní člen?
- 2769) Mezi každé dva členy řady  $2, 14, 26 \dots$  vlož 7 nových členů, avšak tak, aby řada zůstala arithmetickou.
- 2770) Je-li 47 člen 11tý a 75 člen 19tý řady arithmetické, jak velký bude člen 283tý?
- 2771) Součet 4ho a 7ho člena řady arithmetické jest  $100$ , součet pak 17ho a 29ho jest  $800$ . Která jest ta řada?
- 2772) Rozdíl mezi 31tým a 13tým členem řady arithmetické jest  $126$ , součet prvních 37ti členů  $888$ . Jak velký jest první člen a rozdíl?
- 2773) V 20tičlenné řadě arithmetické jest součin dvou prostředních členů  $725$ , součet pak 3ho a 12ho člena jest  $30$ . Která jest ta řada?
- 2774) Mezi členy  $0$  a  $12$  řady arithmetické se má vřaditi tolik členů, by součet všech činil  $150$  a řada zůstala arithmetickou.
- 2775) Kterou řadu nazýváme harmonickou?
- 2776) Mezi  $3\frac{1}{5}$  a  $6$ , pak mezi  $a$  a  $b$  budiž vřaděn jeden harmonický člen.

- 2777) Z  $m$ -ho a  $n$ -ho členu ( $a$  a  $b$ ) řady arithmetické budiž určen člen  $ptý$ , jakož i
- 2778) součet prvních  $r$  členů této řady.
- 2779) Má se dokázati, že řada lichých čísel jest jediná členem 1 počínající řada, při které součet prvních  $n$  členů ku součtu následujících druhých  $n$  členů jest v stálém poměru a zároveň ustanoviti poměr tento.
- 2780) Co nazýváme první, druhou, ...  $n$ -tou řadou součtovou řady arithmetické dané?
- 2781) Jaký význam mají členy řady součtové k členům řady původní?
- 2782) Co jest řada arithmetická stupně 2ho, 3ho ...  $n$ -ho a kolik má řad rozdílových?
- 2783) Ustanov 10 členů řady arithmetické třetího stupně, ježiž první člen jest 1 a konečný rozdíl 6.
- 2784) Která řada povstává z výrazu  $a_n = n^2 - n + 1$ , klademe-li za  $n$  postupně hodnoty 0, 1, 2 ... a kolikátého jest stupně?
- 2785) Vyuň 10 prvních členů řad, jichž obecné členy jsou vyznačeny vzorci:
- $\alpha) n - 1$        $\beta) n^2 - 1$   
 $\gamma) \frac{n(n-1)}{2}$        $\delta) \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$
- 2786) Který jest obecný tvar  $n$ -ho členu arithmetické řady 4ho stupně, který řady stupně  $r$ ?
- 2787) Který jest obecný a který 10tý člen řady 1, 3, 8, 13, 24, ...
- 2788) Ustanov obecný člen řady arithmetické stupně druhého, ježiž první tři členy jsou  $a_1, a_2, a_3$ .
- 2789) Podobně při řadě třetího stupně, ježiž první čtyry členy jsou  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .
- 2790) Ustanov součet z  $n$  členů řady 1, 4, 9, 16, 25, ...
- 2791) Ustanov součet  $n$  členů řady trojmocí 1, 8, 27, 64, ...
- 2792) V které souvislosti jest součet  $n$  členů přirozené řady čísel 1, 2, 3, 4 ... se součtem řady jich trojmocí?
- 2793) Která čísla slovou polygonálná čili mnohoúhelníková?
- 2794) Sestav řadu čísel trigonálných (trojúhelníkových) a vyznač obecný její člen.
- 2795) Podobně čísel tetragonálných (čtyrúhelníkových) a obecný její člen.
- 2796) Podobně řady čísel penta- a hexagonálných a obecné jejich členy.

- 2797) Ustanov součet prvních  $n$  trojúhelníkových čísel.  
 2798) Která čísla slovou pyramidálná a jak je lze vyuvinouti z řady čísel polygonálných?  
 2799) Vyvíj prvních 8 členů řady čísel trojbokojehlancových, jakož i obecný její člen.

### §. 43. Řady geometrické.

- 2800) Která posloupnost čísel slove řadou geometrickou? Jak rozvrhujeme řady geometrické vzhledem k velikosti jejich po sobě jdoucích členů?  
 2801) První člen řady geometrické budiž 1, druhý 2. Jak velký bude 3tý, 5tý, 10tý,  $n$ -tý člen?  
 2802) Sestav 9 členů řady geometrické, která začíná takto: 3, 4 atd.  
 2803) Vymeme-li z řady arithmetické 4 členy tak, aby mezi prvním a druhým tolík členů původní řady scházelo co mezi třetím a čtvrtým, tvoří tyto 4 členy číslo. Proč?  
 2804) Každé 4 stejně od sebe vzdálené členy řady geometrické tvoří opět řadu geometrickou. Který jest důvod toho?  
 2805) Kolik veličin třeba znáti, abychom jimi mohli sestrojiti řadu geometrickou?  
 2806) Je-li první člen řady geometrické 4, exponent 5; jak velký jest člen 9tý a jak velký součet všech 9ti členů?  
 2807) Jak velký jest 13tý člen řady, která začíná číslem 25600 a má  $\frac{1}{2}$  za podíl?  
 2808) Kterak stanoví se součet řady geometrické?  
 2809) Udej součet 13ti členů řady v úloze 2807) vytknuté.

Stanov součty následujících řad geometrických:

- 2810) 100, 40, 16 . . . (10 členů)  
 2811) 500, 300, 180 . . . (17 členů)  
 2812)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \dots (n \text{ členů})$   
 2813)  $\frac{4}{9}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{16} \dots (5 \text{ členů})$   
 2814)  $1 - 2 + 4 - 8 \dots (n \text{ členů})$   
 2815)  $\frac{2}{3} - \sqrt{\frac{2}{3}} + 1 - \dots (8 \text{ členů})$   
 2816)  $a^{10}, a^9b, a^8b^2 \dots (11 \text{ členů})$

2817)  $a^7 - a^6b + a^5b^2 - \dots$  (8 členů)

2818)  $a, \sqrt[5]{a^4b}, \sqrt[5]{a^3b^2} \dots$  (6 členů)

2819) Značí-li  $a$  první člen,  $e$  podíl (exponent),  $s$  součtový člen řady geometrické a  $n$  počet členů, a jsou-li z těchto pěti veličin tři dány, lze ostatní vypočítati. Kolik a kterých vzorců tu nabudeme? Možno-li při ťloze té v každém případě každou veličinu tak přesně určiti, jako při řadách arithmetických?

V následujících úlohách vypočti ze tří daných ostatní dvě neznámé veličiny při ţadě geometrické:

2820)  $a_1 = 5, e = \frac{1}{5}, n = 10$

2821)  $a_1 = 2, e = -3, a_n = 1458$

2822)  $a_1 = 1, n = 10, s_n = \frac{58025}{19683}$

2823)  $a_1 = 4, n = 10, a_n = 78732$

2824)  $a_1 = 5, n = 9, s_n = 436905$

2825)  $a_1 = 8, a_n = \frac{1}{2048}, s_n = 15\frac{2047}{2048}$

2826)  $e = \frac{3}{4}, n = 6, a_n = \frac{729}{512}$

2827)  $e = 2, n = 14, s_n = 2047\frac{7}{8}$

2828)  $e = \frac{7}{6}, a_n = 9642.59, s_n = 33741.59 \dots$

2829)  $n = 7, a_n = 13, s_n = 14209$

2830) Kterou nekonečnou ţadu geometrickou nazýváme *sbíhavou* (*konvergentní*)? Jak velký jest její součet?

Ustanov součty následujících nekonečných sbíhavých ţad:

2831)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  in inf.

2832)  $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{16}{27} + \dots$  in inf.

2833)  $5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \frac{5}{27} + \dots$  in inf.

2834)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{24} + \dots$  in inf.

2835)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^2} + \dots$  in inf.

2836)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 2^2} + \frac{1}{2 \cdot 2^6} - \dots$  in inf.

2837)  $a - b + \frac{b^2}{a} - \frac{b^3}{a^2} + \dots$  in inf.

2838) Vyvíň na základě řadě geometrických pravidlo, dle něhož se sčítají periodické desetinné zlomky.

Stanov též součty následujících řad:

2839)  $x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$  in inf. ( $x < 1$ )

2840)  $x + 3x^2 + x^3 + 3x^4 + \dots$  in inf.

2841)  $a + bx + ax^2 + bx^3 + \dots$  in inf.

2842)  $\frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + \frac{d}{n^4} + \frac{a}{n^5} + \frac{b}{n^6} \dots$  in inf.

2843)  $x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots$  in inf.

2844)  $x + 3x^2 + 5x^3 + 7x^4 + \dots$  in inf.

2845) Jest-li  $a$  první a  $b$  druhý člen nekonečné řady geometrické, který jest její součet?

2846) Která z obou nekonečných řad  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$  in inf.

a  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$  in inf. má větší součet?

2847) Určitá geometrická řada, jejíž první člen jest 1, má tu vlastnost, že každý člen její rovná se součtu všech členů následujících. Která řada jest to?

2848) Ze zlomku  $\frac{4}{7}$ , se má sestrojiti nekonečná řetězová řada pro základ 5. (Viz úlohu 2842.)

2849) Mezi dva členy  $a$  a  $b$  má se vřaditi  $k$  členů, které by s nimi sestrojovaly řadu geometrickou. Jaký bude tato míti podíl?

2850) Jest-li  $a_m$   $m$ -tý a  $a_n$   $n$ -tý člen řady geometrické, jak veliký jest člen  $r$ -tý?

2851) Mezi každé dva členy řady 1, 2, 4, 8, ... vlož po jednom členu, ale tak, aby řada zůstala geometrickou.

2852) Mezi  $a^8$  a  $b^8$  vřad 7 členů, které by s těmito sestrojily řadu geometrickou; podobně

2853) vřad mezi  $a$  a  $b$  5 členů řady geometrické.

2854) Mezi 1 a 5 vřad tři členy tak, aby tím vznikla řada  
a) arithmetická, b) geometrická. Sestroj obě řady a stanov, které členy obou jsou větší.

2855) Ustanov součet řady geometrické povstalé vřaděním  $n$  členů mezi  $a$  a  $b$ .

### §. 44. Užívání řad arithmetických i geometrických.

- 2856) Kolikrát uhodí palička na zvon hodinový za 24 hodin, pakliže i čtvrti hodin se v to čítají?
- 2857) Kdosi vsadil do loterie 40 kr. a zvětšil sázku svou vždy o 10 kr. Po pětadvacáté vyhrál konečně 14krát tolik co naposled vsadil. Mnoho-li získal nebo ztratil při této hře?
- 2858) Z fysiky jest známo, že volně padající hmota probíhá v době první vteřiny  $4 \cdot 904$  m. v prostoru vzduchoprázném; pak v každé následující vteřině o  $9 \cdot 809$  m. více než v předešlé. Jakou dráhu vykoná těleso padající 20 vteřin ve vteřině poslední a jakou za celou tu dobu?
- 2859) Jak dlouho musí hmota padati, aby proběhla 3776 m.?
- 2860) Kdosi dal kopati studni 10 m. hlubokou a zaplatil za první metr 2 zl., za každý následující pak vždy o 1 zl. více. Kolik stálo vykopání této studně?
- 2861) Meteorolog pozoruje v měsíci červenci nápadný zjev, že od 8. až do 19. července teploměr průměrně každého dne o  $\frac{1}{2}$  stupně vystupuje; arithmetický průměr těchto 12ti průměrných teplot jest  $18\frac{3}{4}$  stupně. Která byla teplota dne 8. a která dne 19. července?
- 2862) Máme řadu arithmetickou o 18 členech. Součet obou prostředních čísel jest  $31\frac{1}{2}$ , součin pak z prvního a posledního čísla této řady jest  $85\frac{1}{2}$ . Sestavme tuto řadu.
- 2863) Čtyry čísla, jichž součin jest 120, tvoří arithmetickou řadu, jejíž rozdíl jest 1. Která jsou ta čísla?
- 2864) Délký stran pravoúhelného trojúhelníka tvoří řadu arithmetickou; jedna z těchto stran má 6 m. Jak dlouhé jsou ostatní dvě strany?
- 2865) Strany trojúhelníka pravoúhelného, jehož obsah jest 216 čtv. m., tvoří řadu arithmetickou. Které jsou ty strany?
- 2866) Má se vyvinouti řada čísel, jež zoveme figurovanými a určiti obecný člen, z kterého možno poznati, zdali některé dané číslo, na př. 666 jest číslo trigonálné a kolikáté?\*)

\*) Viz: Zjevení sv. Jana hl. 18. odst. 18.

- 2867) Ve zbrojnicích a pevnostech vyrovnávají se koule často ve spůsobu jehlanců pravidelných trojbokých a čtyrbokých. Má-li na př. v trojbokém jehlanu poslední vrstva po jedné straně 50 koulí, kolik koulí obsahuje tento celkem?
- 2868) Kolik koulí obsahuje jehlan trojboký neb čtyrboký, jehož dolejší vrstva má po jedné straně  $n$  koulí?
- 2869) Dány jsou dvě řady arithmetické, jichž první členy jsou si rovny; poslední člen prvej řady jest 39, poslední člen druhé řady 124. Součet členů prvej řady jest 207, druhé řady pak 917. Které řady jsou to?
- 2870) Dány jsou tři členy řady arithmetické a taktéž tři členy řady geometrické. Součet všech 6ti členů jest 96. První člen řady arithmetické jest obsažen v prvním členu řady geometrické dvakrát, druhý člen v druhém členu v též pořádku třikrát, a třetí člen v souhlasném členu řady geometrické 6krát. Jak velký jest součet následujících 6 členů t. j. tří arithmetických a tří geometrických obou řad?
- 2871) Hledá se číslo té vlastnosti, že zvětšeno posloupně o 15, 27, 45 dává tři bezprostředně po sobě jdoucí členy řady geometrické. Jak velký jest součet šesti členů této řady?
- 2872) Součet sudých členů čtyřčlenné řady geometrické jest  $= a$ ; součet pak lichých členů jest  $= b$ . Která jest to řada?
- 2873) Kapitál  $a$  zúročen (dle počtu úr. slož.) úrokovou mírou  $p$  vzroste za  $n$  let na  $q$  zlatých. Kolik let musí být uložen jiný kapitál  $k$ , aby záročen dle jiné úrokové míry  $p$ , vzrostl taktéž na  $q$  zlatých. Na kolik ze 100 byl však kapitál  $a$  uložen, když po  $n$  letech dostoupil též výše, jako kapitál  $k$  zúročený na  $p\%$  ze sta po  $m$  letech?
- 2874) Okres jakýsi má 200.000 obyvatelů. Přirůstání obyvatelstva každým rokem průměrně 2 ze 100, jaká bude asi lidnatost jeho po 100 letech?
- 2875) Dejme tomu, že město Londýn má nyní 3,250.000 obyvatelů. Kolik obyvatelů mělo před 50 lety, pakli je dokázáno, že v posledních 50 letech byl přírůstek lidnatosti 4%?
- 2876) Dle výkazů matričních umírá v jistém okresu z  $M$  obyvatelů  $m$  osob a přibývá z téhož množství  $r$  novorozených každým rokem. Je-li v okresu tom nyní  $N$  obyvatelů a je-li změna obyvatelstva v následujících letech stálou veličinou: jaká bude lidnatost onoho okresu na konci  $n$ -tého roku?

- 2877) Kdosi jest povinen po 25 let na konci každého roku 1000 zl. vypláceti. Po kolika letech by měl celou část 25000 zl. složiti, aby ani věřitel ani dlužník zkrácen nebyl, je-li úroková míra 5 zl. ze sta?
- 2878) Při stavbě obecního domu byla dražba (minuendo) na zhotovení 22 oken. Sklenář jeden podal stavebnímu výboru nabídnutí tohoto znění: Za první okno žádal 1 kr., za druhé 2 kr., za třetí 4 kr. atd., za každé okno vždy ještě jednou tolik co za předešlé. Mohla-li obec toto nabídnutí přjmouti a kdyby je přijala, jak draze by zaplatila všechna okna a zač by bylo průměrně jedno?
- 2879) Jak velká jest hustota vzduchu pod nádrží vývěvy po 20tém zdvihu pístu, pakli nádrž (i s průchodem) má 1500 cm. krychl. obsahu, válec pak (po odrážce prostoru, jež píst vyplňuje), obsahuje 300 kr. cm. Po kolikátém zdvihu bude hustota vzduchu rovna  $\frac{1}{10}$  hustoty původní?
- 2880) Někdo chce po 12 let vkládati do spořitelny začátkem každého roku stejnou část peněz tak, aby na konci 12ho roku spořitelna mu vyplatila okrouhlou summu 4000 zl. Zúrokuje-li spořitelna vklady pololetně na  $5\frac{1}{2}\%$  (ze sta) a zůrokuje-li úroky co nový kapitál; jak velké budou jednotlivé roční vklady, z nichž by po 12 letech vzrostla jistina na 4000 zl.?
- 2881) Stařec má uloženou jistinu 8000 zl. na 4%, a chce ji za 9 let v stejných částech vybrat; jak velký jest roční důchod, který mu z této jistiny každým rokem vyplývá?
- 2882) Kdosi složí 10000 zl. do ústavu pojišťovacího; kolik let může ročně 1000 zl. důchodu bráti, počítá-li se na úročích 4%?
- 2883) V kolika letech umří se dluh 2 milionů zlatých na  $3\frac{1}{4}\%$  zúročený, splácí-li se ročně 100.000 zl. na úroky i dluh.
- 2884) Zásoba dříví v lese na stojatě páčí se na 30.000 sáhů. Přirůstají-li ročně na každých sto sázích 2 sáhy, jak velká byla zásoba dříví v tomto lese před 10 lety?
- 2885) Někdo jest dlužen 12 set zlatých, které se mají hned složiti, on si však přeje, by mohl dluh tento po stejných částkách v 7 jednorocních lhůtách spláceti a takto zapravit. Jak velká bude jednotlivá platební část, čítá-li se 4% ze sta úroků?

- 2886) Obec si vydlužila od banky 20.000 zl., a přenechala jí na splácení dluhu a úroků užitek z obecního lesa, který vynáší ročně 1500 zl. Kolik let může banka z tohoto lesu výtěžek vybírat, počítá-li na úročích 5 ze sta?
- 2887) V nádobě jest 100 pint vína. Utočí-li se jedna pinta a doleje se za ni vody, vznikne smíšenina z vína a vody. Doplívá-li se dále za každou pintu vyčerpané smíšeniny po pintě vody, kolikrát může výkon ten se opakovati, aby zbylo v nádobě polovice vína a polovice vody. Je-li možno tímto způsobem všecko víno z nádoby vyčerpati?
- 2888) Z přirozené řady čísel se má vyňati 10 členů, z nichž každý má tu vlastnost, že dělen 8 dává zbytek 5 a dělen 11 dává zbytek 4. Jak velký jest součet těchto 10 členů?
- 2889) Na ramenu neznámého úhlu se zvolí bod u vzdálenosti  $d$  od vrcholu úhlu a promítne se kolmo na rameno druhé. Průmět jeho opět se promítne na rameno prvé a průmět ten nazpět na rameno druhé a tak dále do nekonečna. Je-li délka prvé průmětnice  $= a$ , jak velký bude součet všech průmětnic těchto bodů?
- 2890) Někdo má po  $n$  let začátkem každého roku skládati do chudinské kasy  $a$  zl., on by však rád všecky tyto jednotlivé poplatky zaprávil najednou a sice hned. Kolik by musel složit, počítáme-li z poplatků těchto na úročích  $p$  ze sta dle počtu úrokového složitého?
- 2891) Tři čísla jsou členy geometrické řady. Rozdíl mezi největším a nejmenším z nich jest 15. Rozdíl čtverců nejmenšího a největšího čísla má se k součtu čtverců všech tří čísel, jako  $5 : 7$ . Která čísla jsou to?
- 2892) Mezi členy 0 a 12 řady arithmetické se má vřadit tolik členů, by součet všech činil 150 a řada zůstala arithmetickou.
- 2893) Mezi 1 a 117649 co členy řady geometrické budiž vřaděno tolik členů, by součet členů vřaděných obnášel 19607 a členy vřaděné sestrojovaly s danými řadu geometrickou.
- 2894) Obě předešlé úlohy o prokládání řad bluďtež provedeny spůsobem všeobecným.
- 2895) Posel vyšel z města  $M$  a vykonal první den  $a$  kilom., druhý den  $a + d$  kilom. atd., každý následující den o  $d$  kilom. více než den před tím. Když byl již  $n$  dní na cestě, vyslán za ním posel druhý, který první den vykonal  $a'$  kilom.

- a každý následující den o  $d'$  kilom. více. Vyskytuje se otázka, zdali, kdy a kde (jak daleko od  $M$ ) tento druhý prvního dohoní? Které zvláštní případy tu mohou nastati?
- 2896) Mají se sestrojiti dvě řady a sice jedna geometrická a druhá arithmetická, které by měly tu vlastnost, abychom, napíšeme-li 4 členy řady arithm. jdoucí po sobě způsobem vzestupným pod čtyry členy řady geometrické týmž způsobem po sobě jdoucí, a odečteme jednotlivé členy řady arithmetické od souhlasných členů řady geometrické, nabýli posloupně zbytků 1, 4, 17, 50. Které řady jsou to?
- 2897) V geometrické řadě z 20 členů složené jest součet členů na sudých místech  $a$ , součet členů na lichých místech  $b$ . Která jest ta řada?
- 2898) V geometrické řadě z 3 členů sestávající jest součet všech tří členů  $a$ , součet jejich čtverců pak  $b$ . Jak velký jest první člen a jak velký exponent její?
- 2899) Kterak vypadne výsledek předešlé úlohy, skládá-li se řada ze čtyř členů?
- 2900) V které vzájemné souvislosti jest součin  $p$  z  $n$  členů řady geometrické, součet jich  $s$  a součet jich převratných hodnot  $s'$ ?
- 2901) V které souvislosti vzájemné jsou součty následujících nekonečných řad geometrických:
- $$s_1 = 1 + \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^3} + \dots,$$
- $$s_2 = 1 - \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^3} + \dots,$$
- $$s_3 = 1 + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^4} + \frac{1}{r^6} + \dots?$$
- 2902) Který jest součet z prvních  $n$  celistvých a kladných hodnot za  $x$ , vyhovujících rovnici  $3x - 4y = 5$ ? Který jest podobně součet prvních  $n$  hodnot pro  $y$ ?
- 2903) Jsou-li  $x = \alpha$  a  $y = \beta$  nejmenší kladné a celistvé kořeny rovnice  $ax - by = c$ , který jest součet prvních  $n$  kořenů pro  $x$ , jakož i podobně pro  $y$ ?
- 2904) Může existovati nekonečná řada arithmetická, jejíž členy by byly vesměs čísla prvá? Důvod toho?

### §. 45. O konvergenci a divergenci řad nekonečných.

- 2905) Vyvinutím naznačeného podílu  $y = \frac{1}{1+x}$  obdržíme nekonečnou řadu  $y = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$  in inf. Je-li  $x > 1$ , bude  $\frac{1}{1+x} < 1$ , t. j. menší než kterékoliv celé číslo. Dosazením však této hodnoty do nekonečné řady pro  $y$ , obdržíme celé číslo. Pro  $x = -2$  vyjde nápadná rovnice  $-1 = \infty$ . V čem vězí příčina této neshody?
- 2906) Které nekonečné řady nazýváme *sbíhavými* (konvergentní) a které *rozbíhavými* (divergentní)?
- 2907) Jest každá sestupná řada zároveň sbíhavá? Ku př. řada tak zvaná harmonická:  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$  in inf.
- 2908) Které pravidlo platí o konvergenci řady sestupné se střídavými znaménky? Jest ku př. řada  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$  in inf. sbíhavou neb rozbíhavou?
- 2909) Dle kterého pravidla rozsuzujeme všeobecně o konvergenci neb divergenci dané řady?  
Které z následujících řad jsou sbíhavé a které rozbíhavé a za kterých podmínek?
- 2910)  $a + ax + ax^2 + ax^3 + \dots + ax^n + \dots$  in inf.
- 2911)  $1 - x + x^2 - x^3 + \dots \pm x^n + \dots$  in inf.
- 2912)  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1} + \dots$  in inf.
- 2913)  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \pm \frac{1}{2n-1} \mp \frac{1}{2n+1} \pm \dots$  in inf.
- 2914)  $1 + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{4^n} + \dots + \frac{1}{x^n} + \dots$  in inf.
- 2915)  $\frac{1}{2^n} + \frac{1}{4^n} + \frac{1}{6^n} + \dots + \frac{1}{(2x)^n} + \dots$  in inf.
- 2916)  $1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \dots + \frac{1}{1.2.3 \dots n} + \dots$  in inf.
- 2917)  $1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \dots + \frac{x^n}{1.2.3 \dots n} + \dots$  in inf.

$$2918) 1 + 1.a + 1.2a^2 + 1.2.3a^3 + \dots + 1.2.3\dots na^n + \dots \text{in inf.}$$

$$2919) \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots \text{in inf.}$$

$$2920) \frac{x}{1} - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} - \dots \pm \frac{x^n}{1.2.3\dots n} + \dots \text{in inf.}$$

$$2921) 1.2x + 3.4x^3 + 5.6x^5 + \dots (2n-1)2nx^n + \dots \text{in inf.}$$

$$2922) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2.3}} + \frac{1}{\sqrt{3.4}} + \frac{1}{\sqrt{4.5}} + \dots \text{in inf.}$$

$$2923) \frac{1}{\sqrt{1.4}} + \frac{1}{\sqrt{2.5}} + \frac{1}{\sqrt{3.6}} + \frac{1}{\sqrt{4.7}} + \dots \text{in inf.}$$

$$2924) \frac{1}{\sqrt{1.3}} + \frac{1}{\sqrt{2.4}} + \frac{1}{\sqrt{3.5}} + \frac{1}{\sqrt{4.6}} + \dots \text{in inf.}$$

$$2925) \frac{1}{\sqrt{1^3}} + \frac{1}{\sqrt{2^3}} + \frac{1}{\sqrt{3^3}} + \frac{1}{\sqrt{4^3}} + \dots \text{in inf.}$$

$$2926) 1 + \frac{n}{1}x + \frac{n(n-1)}{1.2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}x^3 + \dots \text{in inf.}$$

$$2927) \frac{1}{2x-1} + \frac{1}{3(2x-1)^3} + \frac{1}{5(2x-1)^5} + \dots \text{in inf.}$$

zde uvedeného výroku. Výroky mohou být i logické, tedy takové, že je možné je soudit podle základních poznatků. Logické výroky se dělí na pravdivé a lživé. Pravdivé výroky jsou takové, že je možné je soudit podle základních poznatků. Lživé výroky jsou takové, že je možné je soudit podle základních poznatků.

## Oddíl šestý.

### Skladna čili nauka o úkonech formálných.

#### §. 46. O permutacích.

- 2928) Co nazýváme přestavováním (permutováním) daných prvků?
- 2929) Vyvíj všechny přestavy z prvků 123, jakož i z prvků  $a b c d$ .
- 2930) Kolik přestav poskytuje  $\alpha$ )  $n$  prvků vesmírs rozdílných;  
 $\beta$ )  $n$  prvků, z nichž jest  $\alpha$  stejných druhu jednoho a  $\beta$  druhu druhého?
- 2931) Kolikrát lze přestaviti písmeny slova „Roma“?
- 2932) Kolikrát lze přestaviti písmeny slov „Praha“ a „Otakar“?
- 2933) Kolikrát lze přestaviti slova hexametru: „Quiš, quid, ubi, quibus auxiliis, cur, quomodo, quando“ tak, aby slova quibus auxiliis vždy vedle sebe stála?
- 2934) Kolikátými přestavami slova „Abel“ jsou jmena „Bela“, „Elba“ a „Labe“?
- 2935) Kolikrát lze přestaviti 24 písmen abecedy?
- 2936) Kdosi má ve své knihovně v jedné řadě 15 knih, mezi nimiž 5 dílů „Slovníka Jungmannova.“ Kolikrát může knihy tyto přemístit tak, aby všech 5 dílů slovníka vždy vedle sebe v též pořádku následovalo?
- 2937) Kolik přestav poskytují prvky  $a a b b b c$  a které?
- 2938) Napíšeme-li všechny přestavy prvků 1 2 3 4 5 pod sebe, jaký bude součet čísel v každém sloupci pod sebou stojících?
- 2939) Kolikátou přestavou prvků  $a b b c c c d$  jest  $a b c d b c c$ ?
- 2940) Kolikátou přestavou slova „Darius“ jest „radius“?
- 2941) Kolikáté přestavy jsou slova „Tábor“ a „Vyšehrad“? Která jest z prvního jména 9tá a z druhého 10tá přestava?
- 2942) Kolikrát lze přestaviti souvětí: „Sám svobody kdo hodén, svobodu zná vážiti každou,“ tak aby hlavní i vedlejší věta

od sebe odděleny zůstaly a toliko v každé z nich zvlášť jednotlivá slova přemístěna byla?

- 2943) Kolikrát může 7 osob kolem okrouhlého stolu sedících místa svá změnit, aby vždy v jiném pořádku vedle sebe seděly?
- 2944) Kolik šestiúhelníků (obyčejných i hvězditých) dáno jest 6ti body v rovině?
- 2945) Kolik mnnohotělníků prostorových určeno jest  $n$  body v prostoru danými?
- 2946) Co slove cyklickou (kruhovou) permutací daných prvků? Odvod ku př. všechny cyklické permutace prvků 1 2 3 4 5 6. Kolik jest jich obecně z  $n$  prvků?
- 2947) Co nazýváme *inversí* (neladem, derangement) daného soujmu prvků a kolik inversí má přestava 2 3 1 5 4?
- 2948) Vymění-li se v dané přestavě dva prvky za sebe, kdežto ostatní svá místa podrží, změní se počet inversí této přestavy o liché číslo. Proč?

### §. 47. O kombinacích.

- 2949) Který výkon nazýváme *kombinováním* (sestavováním) daných prvků a které případy tu rozdělujeme?
- 2950) Které kombinace třetí třídy bez opakování obdržíme z prvků  $a b c d e$ ?
- 2951) Které jest 20té ambo, 30té terno a 40té kvaterno prvků  $a b c d e f g h$  (bez opakování).
- 2952) Úlohu předešlou rozřeší, předpokládaje kombinování s opakováním.

Vypočti následující výrazy:

$$\begin{aligned} 2953) \quad & \binom{5}{4} + \binom{5}{3} - \binom{5}{4} \\ 2954) \quad & \binom{3}{2} + \binom{3}{2} - \binom{3}{2} \\ 2955) \quad & \binom{9}{6} + \binom{9}{5} \binom{6}{1} + \binom{9}{4} \binom{6}{2} + \binom{9}{3} \binom{6}{3} + \binom{9}{2} \binom{6}{4} \\ & + \binom{9}{1} \binom{6}{5} + \binom{6}{6} \\ 2956) \quad & \binom{8}{4} + \binom{8}{3} \binom{-7}{1} + \binom{8}{2} \binom{-7}{2} + \binom{8}{1} \binom{-7}{3} + \binom{-7}{4} \end{aligned}$$

Rozřeš tyto rovnice:

$$2957) \quad \binom{x}{1} + \binom{x}{2} + \binom{x}{3} = 5x$$

- 2958)  $\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = 1$
- 2959)  $\binom{x}{2} + \binom{x-1}{2} = a^2$
- 2960)  $\binom{x}{x-1} \binom{x}{x-2} + 3 \binom{x}{x-2} \binom{x}{x-3} = 0$
- 2961) Kolik kombinací druhé, třetí a páté třídy bez opakování obdržíme z prvků  $a b c d e f g$ ?
- 2962) Kolik kombinací šesté třídy s opakováním obdržíme z prvků 1 2 3 4 5 6 7 8 9?
- 2963) Kterému kombinačnímu číslu rovná se součet prvních  $n$  trojúhelníkových čísel?
- 2964) V které vzájemné souvislosti jsou symboly  $n!$ ,  $\binom{n}{r}$  a  $C_r^n$ ?
- 2965) Kolik čísel lze vyznačiti číslicemi 0, 1, 2 a) dvouciferných, b) třiciferných, c) čtyřciferných (nullu na začátku skupin nepočítaje)?
- 2966) Kolik třiciferných čísel lze napsati číslicemi 1, 2, 3 ... 9 tak, aby žádná číslice se neopakovala?
- 2967) Z 32 rozličných karet má se vytáhnouti 5 listů; kolik případů jest zde možných?
- 2968) Kolik rozličných vrhů lze učiniti 5ti kostkami najednou vrženými?
- 2969) Kolik bodů má společných  $n$  přímek, z nichž žádné dvě nejsou rovnoběžné a pakli se vesměs v různých bodech protínají?
- 2970) Kolik úhlopříčných má  $n$ -úhelník a kolik bodů (mimo vrcholy mnohoúhelniska daného) mají tyto obecně společných?
- 2971) Kolik a kterých čísel obsaženo jest ve výrazu  $2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1$ ?
- 2972) Kolikerým způsobem lze součin z  $2n$  činitelů rozložiti v  $n$  součinů po dvou činitelích?
- 2973) Kolikerým způsobem lze součin z  $mn$  činitelů rozložiti v  $n$  součinů po  $m$  činitelích?
- 2974) Křivka kruhová určena jest třemi podmínkami, záležejícimi v tom, že má buď obsahovati daný bod aneb dotýkat se dané přímky neb jiné křivky kruhové. Kolik jest tu možných případů? (Problemy Apolloniovy a Pappusovy).

- 2975) Tři roviny mají obecně jediný bod společný;  $\alpha)$  Kolik bodů společných poskytuje obecně soustava  $n$  rovin?  $\beta)$  Kolik, je-li mezi nimi  $p$  obsahujících tutéž přímku (jednoho svazku)?
- 2976) Kolik bodů společných má  $n$  rovin, z nichž  $p_1$  náleží svazku jednomu,  $p_2$  svazku druhému atd. . . .  $p_r$  svazku  $r$ -tému?
- 2977) Někdo má 3 skříně a 19 rozličných koulí. Do první skříně hodí 4, do druhé 6 a do třetí 9 koulí. Kolikrát může výkon ten rozličně opakovat?
- 2978) Kolik rozličných signalů lze dát 6ti rozličnými na 3 stožárech rozdělenými vlajkami, z nichž se 4 najednou užívají?
- 2979) Co nazýváme kombinováním daných prvků do určitého součtu? Kombinuj ku př. prvky 1 2 3 4 5 do součtu 20.

### §. 48. O variacích.

- 2980) Co slovo *variováním* (obměňováním) dané soustavy prvků?
- 2981) Které variace obdržíš z prvků:  
 $a_1, b_1, c_1, d_1$        $\beta)$   $a, b, c, d$   
 $a_2, b_2, c_2, d_2$        $\alpha, \beta, \gamma$   
 1, 2, 3, 4, 5.
- 2982) Kolik variací obdržíš z  $n$  řad, z nichž první obsahuje  $a_1$  prvků, druhá  $a_2, \dots, n$ -tá  $a_n$  prvků?
- 2983) Dříve variováním nazývali kombinování s permutováním. Kolik a kterých variací třetí třídy bez opakování obdržíš ve smyslu tomto z prvků  $a, b, c$ ?
- 2984) Kolik a kterých podobně variací třetí třídy s opakováním z týchž prvků?
- 2985) V tanecní síni jest 45 pánských a 48 dámských. Kolik jest tu možných rozličných páru?
- 2986) Kluci má 5 rozličných kabátů, 7 vest a 6 kalhot. Kolik rozličných jest to obleků?
- Pomocí obměňování vyvíň následující součiny:
- 2987)  $(1 + x - 2x^2)(1 - x + 3x^2)$
- 2988)  $(x^2 + 3x + 4)(x^2 - 5x + 6)(x^2 + 4x - 3)$
- 2989)  $(1 + 2a + 3a^2)(4 + 5a + 6a^2)(7 + 8a + 9a^2)$
- 2990)  $(x + y + z)(x + y - z)(x - y + z)(-x + y + z)$
- 2991)  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$
- 2992)  $(x - a_1)(x - a_2)(x - a_3)(x - a_4)(x - a_5)$

2993) Využij obecné pravidlo pro stanovení součinu  
 $(x - a_1)(x - a_2)(x - a_3) \dots (x - a_n)$ .

2994) Ustanov 5tý a 8mý člen součinu  
 $(3 - 2x + x^2)(4 + 3x - 2x^2)$

Podobně v součinech následujících:

2995)  $(a^2 + 2a + 3)(a^3 - 5a^2 + 4a - 1)$ , člen 3tý a 4tý.

2996)  $(1 - 3x + 5x^2)(2 - 4x + 6x^2)(1 + x)$ , člen 5tý.

2997)  $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{4}{5}\right)\left(x + \frac{5}{6}\right)$ , člen 4tý a 5tý.

2998)  $(x+a)(x-2a)(x+3a)(x-4a)(x+5a)(x-6a)(x+7a)$   
 $(x-8a)$ , člen 4tý a 7mý.

2999)  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{7}\right)$   
 $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{9}\right)$  člen 2hý, 5tý a 7mý.

### §. 49. Poučka binomická a polynomická.

$$\text{I. } (a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots \pm \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + b^n$$

$$\text{II. } (a+b)^{-n} = \frac{1}{a^n} \left[ 1 - \binom{n}{1} \frac{b}{a} + \binom{n+1}{2} \frac{b^2}{a^2} - \binom{n+2}{3} \frac{b^3}{a^3} + \dots \pm \binom{n+r-1}{r} \frac{b^r}{a^r} + \dots \text{ in inf.} \right]$$

$$\text{III. } (a+b)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \left[ 1 + \frac{m}{n} \cdot \frac{b}{a} + \frac{m(m-n)}{1.2n^2} \cdot \frac{b^2}{a^2} + \dots + \frac{m(m-n)(m-2n) \dots (m-r-2n)}{1.2.3 \dots (r-1)n^{r-1}} \cdot \frac{b^r}{a^r} + \dots \text{ in inf.} \right]$$

$$\text{IV. } (a+b)^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} \left[ 1 - \frac{m}{n} \cdot \frac{b}{a} + \frac{m(m+n)}{1.2.n^2} \cdot \frac{b^2}{a^2} - \dots + \frac{m(m+n)(m+2n) \dots (m+r-2n)}{1.2.3 \dots (r-1).n^{r-1}} \cdot \frac{b^r}{a^r} + \dots \text{ in inf.} \right]$$

3000) Kterak změní se vzorce svrchu položené, dán-li místo součtu  $a+b$  rozdíl  $a-b$ .

3001) V kterých případech smí se k číselnému výpočtu užívat řad II., III. a IV.? (Konvergence jich.)

3002) Kterak lze jednotlivé členy řady binomické stanovit způsobem rekurentním, t. j. každý z nich pomocí člena předcházejícího?

Dle poučky dvoučlenné vyvíň tyto mocniny v řadě:

$$3003) (a+x)^{10}$$

$$3004) (a-x)^{12}$$

$$3005) (2a+3b)^8$$

$$3006) (x^2+y^2)^{10}$$

$$3007) (x^2-y^2)^6$$

$$3008) \left(x+\frac{y}{z}\right)^5$$

$$3009) \left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^7$$

$$3010) \left(\frac{x}{3}-\frac{3}{x}\right)^6$$

$$3011) (a \pm \sqrt{b})^8$$

$$3012) (3\sqrt{x}-4\sqrt{y})^6$$

$$3013) \left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^5$$

$$3014) (\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b})^8$$

$$3015) (a \pm \sqrt{b})^n$$

$$3016) (e^x \pm e^{-x})^n$$

$$3017) (2-3\sqrt{-1})^6$$

$$3018) (a \pm ib)^n$$

$$3019) \left(\frac{1}{2}-2\sqrt{-1}\right)^9 - \left(\frac{1}{2}+\sqrt{-1}\right)^9$$

$$3020) \left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\sqrt{-1}\right)^8 - \left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\sqrt{-1}\right)^8$$

3021) Jak velký jest 7mý člen vyvinuté řady  $(a+b)^{10}$ ?

Podobně vypracuj příklady následující:

$$3022) (x-y)^{15}, 11\text{tý člen.}$$

$$3023) (a+b)^9, 5\text{tý a } 6\text{tý člen.}$$

$$3024) (3a+5b)^{18}, 12\text{tý člen}$$

$$3025) (4x-3y)^{20}, 15\text{tý člen.}$$

$$3026) \left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)^8, 5\text{tý člen}$$

$$3027) \left(\frac{2a^2}{3x}-\frac{3x^2}{2a}\right)^{14}, 9\text{tý člen.}$$

3028) Které součinitele mají součiny  $a^4b^5$  a  $a^2b^7$ , rozvineme-li řadu  $(a+b)^9$ ?

3029) Které součinitele jsou v rozvojích  $(a+b)^9$  a  $(a+b)^{13}$  největší a jak velké?

3030) Které v rozvojích dvoučlenů  $(a+b)^{10}$  a  $(a+b)^{14}$ ?

3031) Jak velký jest součinitel mocniny  $x^4$  v rozvoji dvoučlenu  $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^{11}$ ?

- 3032) Který jest součet všech rationálních členů v rozvoji dvoučlenu  $\left(5 - \frac{2}{5}\sqrt[4]{125}\right)^{15}$ ?
- 3033) Který jest součet všech reálných členů v rozvoji  $(3 - 5\sqrt{-1})^{10}$ ?
- 3034) Kterou hodnotu má výraz  $\frac{a^7 - (a-x)^7}{b^7 - (b-x)^7}$ , je-li  $x = 0$ ?
- 3035) Podobně výraz  $\frac{(a+x)^8 - (a+b)^8}{(a-b)^6 - (a-x)^6}$ , je-li  $x = b$ ,
- 3036) jakož i obecně výraz  $\frac{(a+x)^n - (a+b)^n}{(a-x)^n - (a-b)^n}$ , je-li  $x = b$ ?
- 3037) Vypočti  $(1.04)^{25}$  užitím poučky dvoučlenné na 10 deset. míst.
- 3038) Podobně  $(1.032)^{19}$  na 8 deset. míst.

Vyviň dle poučky binomické následující mocniny dvojčlenů v řadě:

- 3039)  $(a+5)^{-8}$       3040)  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-2}$
- 3041)  $\left(\frac{3}{4} - \frac{4}{5}x\right)^{-4}$       3042)  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-6}$
- 3043)  $(1 + x^2)^{1/2}$       3044)  $(1 - x^{2n})^{1/4}$
- 3045)  $(1 + x)^{-1/4}$       3046)  $(a^2 - x^2)^{-1/4}$
- 3047)  $\sqrt[8]{a^3 + x}$       3048)  $(1 + x)^{3/4}$
- 3049)  $(x^2 - a^2)^{-5/4}$       3050)  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^{-3/2}$
- 3051) Který jest obecný člen v rozvoji  $(1 + x)^{1/4}$ ?
- 3052) Který u vývoji  $(a^n + x)^{-\frac{1}{n}}$ ?
- 3053) Jak velký jest 4tý a 7mý součinitel v rozvoji  $(a - b)^{-5}$ ?
- 3054) Jak velký jest 6tý člen rozvinutého výrazu  $\left(\frac{2x^4}{3y} - \frac{3y^2}{2x}\right)^{-4}$ ?
- 3055) Rozvíj  $\sqrt{33}$  dle poučky dvoučlenné v nekonečnou řadu.  
Vypočti následující číselné hodnoty užitím řady dvoučlenné:
- 3056)  $\sqrt{1.01}$ , na 6 deset. míst
- 3057)  $\sqrt[8]{0.999}$ , na 10 deset. míst
- 3058)  $\sqrt[5]{244}$ , na 5 deset. míst      3059)  $\sqrt[7]{127}$ , na 7 deset. míst
- 3060)  $(1.05)^{-30}$ , na 7 deset. míst
- 3061)  $(624)^{-1/4}$ , na 10 deset. míst.

3062) Vyvíj  $n = \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$  v řadu a ustanov mez (limitu), které se blíží  $n$ , roste-li  $m$  do nekonečna.

3063) Které jsou hlavní vlastnosti binomických součinitelů?

3064) Čemu se rovná  $\alpha) \binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots$ ,  
 $\beta) \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots$ , je-li  $n$  číslo celistvé a kladné?

Dokaž správnost následujících stejnин:

$$3065) \binom{n}{r} = \binom{r-1}{0} + \binom{r}{1} + \binom{r+1}{2} + \dots + \binom{n-1}{n-r}$$

$$3066) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \binom{m}{1} - \frac{1}{2} \binom{m}{2} + \frac{1}{3} \binom{m}{3} - \dots + \frac{1}{m} \binom{m}{m}$$

$$3067) \binom{m}{r} + \binom{m}{r-1} \binom{n}{1} + \binom{m}{r-2} \binom{n}{2} + \dots + \binom{m}{1} \binom{n}{r-1} + \binom{n}{r} = \binom{m+n}{r}$$

$$3068) \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$$

$$3069) \binom{n}{0} \binom{n}{1} + \binom{n}{1} \binom{n}{2} + \binom{n}{2} \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n-1} \binom{n}{n} = \binom{2n}{n-1}$$

3070) Který jest význam vzorce mnohočlenového (polynomického):  
 $(a+b+c+\dots)^n = \sum \frac{n!}{\alpha! \beta! \gamma! \dots} a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots$  a které podmínce musí tu veličiny  $\alpha, \beta, \gamma \dots$  atd. vyhověti?

Vyvíj následující mocniny mnohočlenů:

$$3071) (a+2b+3c)^4 \quad 3072) (x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)^3$$

$$3073) \left(1 + \frac{a}{2} + \frac{a^2}{3} + \frac{a^3}{4}\right)^6 \quad 3074) \left(1 - \frac{x}{a} + \frac{a}{x}\right)^8$$

$$3075) \text{Který jest 10tý člen rozvinutého výrazu } (3 - 2x + 5x^2)^7?$$

$$3076) \text{Který jest součinitel členu } x^8 \text{ v rozvoji } (2 + 3x + 4x^2)^5?$$

$$3077) \text{Ustanov součet všech součinitelů rozvinutého výrazu } (1 + 2a + 3a^2)^6.$$

- 3078) Ustanoví součet všech rationálních členů u rozvoji  
 $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^5$ .
- 3079) Který jest součet reálných a rationálních členů u rozvoji  
 $(a + \sqrt{b} + \sqrt{-c})^6$ ?

### §. 50. Determinanty.\*)

- 3080) Co nazýváme determinantem soustavy prvků

$$a_1, b_1, c_1, \dots, l_1$$

$$a_2, b_2, c_2, \dots, l_2$$

$$a_3, b_3, c_3, \dots, l_3$$

$$\vdots \vdots \vdots \vdots$$

$$a_n, b_n, c_n, \dots, l_n$$

tvořících  $n$  rádek a  $n$  sloupců?

- 3081) Co jest determinant stupně  $n$ -ho, kolik prvků obsahuje a kolik členů v rozvoji svém? Kolik jest těchto kladných a kolik záporných?
- 3082) Jak se označují determinanthy?
- 3083) Jak lze z jednoho členu determinantu, jehož prvky jsou čísla obecná, vyvoditi ostatní?

Vyviň následující determinanthy:

$$3084) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$3085) \begin{vmatrix} a & b \\ a & a \end{vmatrix}$$

$$3086) \begin{vmatrix} a & b \\ -b & a \end{vmatrix}$$

$$3087) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$3088) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

$$3089) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

$$3090) \begin{vmatrix} x^2 + x - 2, x^2 + 3x - 4 \\ x^2 - x - 6, x^2 + x - 12 \end{vmatrix}$$

$$3091) \text{Která algebraická poučka dána jest stejninaou: } \begin{vmatrix} a, b \\ b, a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+b, 1 \\ 1, a-b \end{vmatrix}$$

$$3092) \text{Která podobně stejninaou: } \begin{vmatrix} a-b, 0 \\ 0, a-b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^2+b^2, b \\ 2ab, 1 \end{vmatrix}?$$

\*) Viz: Dra Frt. Studničky: O determinantech. V Praze 1870.

Vypočti číselné hodnoty následujících determinantů stupně druhého:

$$3093) \begin{vmatrix} 1, 2 \\ 3, 4 \end{vmatrix} \quad 3094) \begin{vmatrix} 3, 1 \\ 4, -2 \end{vmatrix} \quad 3095) \begin{vmatrix} 5, -6 \\ 10, -8 \end{vmatrix}$$

$$3096) \begin{vmatrix} 5+x, 5-x \\ 6+y, 6-y \end{vmatrix} \quad 3097) \begin{vmatrix} x^2+3, x^2+4 \\ x^2-4, x^2-3 \end{vmatrix}$$

$$x=2, y=3$$

$$3098) \begin{vmatrix} 2, 3 \\ 4, 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 6, 3 \\ 2, 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1, 0 \\ 3, 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3, 3 \\ -4, 7 \end{vmatrix}$$

$$3099) \begin{vmatrix} 1, 2 \\ 3, 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3, 4 \\ 5, 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5, 6 \\ 7, 8 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 7, 8 \\ 9, 10 \end{vmatrix}$$

$$3100) \begin{vmatrix} 19, 21 \\ 13, -25 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 18, 12 \\ -17, 11 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 15, 9 \\ 14, -8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 12, -8 \\ 7, 12 \end{vmatrix}$$

Rozřeš rovnice následující:

$$3101) \begin{vmatrix} x-a, b \\ x-b, a \end{vmatrix} = 0 \quad 3102) \begin{vmatrix} a-x, b \\ \alpha, \beta \end{vmatrix} = 0$$

$$3103) \begin{vmatrix} x-a_1, x-a_2 \\ x-b_1, x-b_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$3104) \begin{vmatrix} x-1, x-3 \\ x-5, x-7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2x-1, 2x \\ 3x-2, 3x \end{vmatrix} + 7 = 0$$

$$3105) \begin{vmatrix} -4, 5 \\ -5, -6 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ x-1 \end{pmatrix} - \begin{vmatrix} 3, 5 \\ 7, 11 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-1 \\ x-2 \end{pmatrix} + \begin{vmatrix} 6, 9 \\ 5, 8 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-2 \\ x-3 \end{pmatrix} = 0$$

$$3106) \begin{vmatrix} x-a, b \\ a, x-b \end{vmatrix} = 0$$

$$3107) \begin{vmatrix} x, 1 \\ 1, x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x, 0 \\ 1, a \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x, 0 \\ 1, b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a, 1 \\ -1, b \end{vmatrix} = 0$$

$$3108) \begin{vmatrix} x^2+x+1, x^2-x+2 \\ x^2-x+3, x^2+x+4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x-1, 2 \\ -5, 2x^2 \end{vmatrix}$$

3109) Dle jakého schemata lze snadno počítati hodnoty determinantů stupně třetího?

Vypočti tyto determinanty 3ho stupně:

$$3110) \begin{vmatrix} 1, 2, 3 \\ 4, 5, 6 \\ 7, 8, 9 \end{vmatrix} \quad 3111) \begin{vmatrix} 2, -4, 3 \\ -5, 2, -1 \\ -1, 0, 7 \end{vmatrix}$$

$$3112) \begin{vmatrix} 5, 6, 7 \\ 0, 3, 4 \\ 0, 1, 2 \end{vmatrix} \quad 3113) \begin{vmatrix} 3, -2, 9 \\ 0, 4, -6 \\ 0, 0, 5 \end{vmatrix}$$

$$3114) \begin{vmatrix} 0, 13, -5 \\ -13, 0, 7 \\ 5, -7, 0 \end{vmatrix} \quad 3115) \begin{vmatrix} 1, 2, 3 \\ 2, 3, 4 \\ 3, 4, 5 \end{vmatrix}$$

$$3116) \begin{vmatrix} a, m, n \\ m, b, p \\ n, p, c \end{vmatrix} \quad 3117) \begin{vmatrix} 1, 0, 0 \\ m, a, a' \\ n, b, b' \end{vmatrix} \quad 3118) \begin{vmatrix} 0, a, b \\ -a, 0, c \\ -b, -c, 0 \end{vmatrix}$$

3119) Rozřeš rovnice dané determinanty.

$$\begin{vmatrix} x+1, 3, 5 \\ y+2, 4, 6 \\ 3, 5, 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1, 2, 3 \\ 4, 5, 6 \\ 7, 8, 9 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} x+2, 3, 1 \\ y+3, 1, 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2, 1, 1 \\ 3, 3, 6 \\ 4, 4, -1 \end{vmatrix}$$

3120) Vypočti hodnoty determinantů stupně 3ho, jichž prvky tvoří tak zvaný magický trojčtverec a jsou menší než 10. (Magickým čtvercem slulo starším algebraistům takové skupení čísel ve čtverci, v kterém součet čísel v jednotlivých řadách i sloupcích byl tentýž.)

3121) Je-li

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3 = a_1 A_1 + b_1 B_1 + c_1 C_1,$$

který význam mají veličiny  $A_1, A_2, A_3, B_1, C_1$ ?

Pomocí rozkladu naznačeného v úloze poslední stanov číselné hodnoty těchto determinantů:

$$3122) \begin{vmatrix} 4, 3, 8 \\ 9, 5, 1 \\ 2, 7, 6 \end{vmatrix} \quad 3123) \begin{vmatrix} 1, 2, -3 \\ -2, 4, 5 \\ 3, -5, 6 \end{vmatrix}$$

$$3124) \begin{vmatrix} -6, 5, 4 \\ 4, -7, 10 \\ 5, 3, -9 \end{vmatrix} \quad 3125) \begin{vmatrix} 3, 4, 5 \\ 1, 2, -1 \\ 5, 8, 3 \end{vmatrix}$$

3126) Totež učíň s determinanty v úlohách 3110–3116) položenými.

3127) Rozved determinant  $\Sigma \pm a_1 b_2 c_3 d_4$  v determinanty stupně 3ho a vypočti dle toho hodnoty následujících determinantů:

$$3128) \begin{vmatrix} 1, 2, 3, 4 \\ 5, 6, 7, 8 \\ 8, 7, 6, 5 \\ 4, 3, 2, 1 \end{vmatrix} \quad 3129) \begin{vmatrix} 3, 5, -4, 1 \\ 0, 7, 9, -6 \\ -2, -3, 1, 0 \\ 0, 5, 2, 4 \end{vmatrix}$$

- 3130)  $\begin{vmatrix} 0, 1, 2, 3 \\ 1, 0, 3, 2 \\ 2, 3, 0, 1 \\ 3, 2, 1, 0 \end{vmatrix}$  3131)  $\begin{vmatrix} 2, 0, 1, 0 \\ 3, -2, 4, 5 \\ -4, 2, -3, 0 \\ 5, 4, 3, 2 \end{vmatrix}$
- 3132)  $\begin{vmatrix} 1, 1, 1, 1 \\ -1, 1, 1, 1 \\ 1, -1, 1, 1 \\ 1, 1, -1, 1 \end{vmatrix}$  3133)  $\begin{vmatrix} x_1, y_1, z_1, 1 \\ x_2, y_2, z_2, 1 \\ x_3, y_3, z_3, 1 \\ x_4, y_4, z_4, 1 \end{vmatrix}$
- 3134) Co jest determinant podřízený (subdeterminant) stupně 1ho, co subdeterminant stupně  $m$ -ho?
- 3135) Jak lze rozložit determinant  $\Sigma + a_1 b_2 c_3 \dots l_n$  pomocí subdeterminantů stupně prvního?
- 3136) Vyvíj všechny subdeterminanty prvního, druhého a třetího stupně, nálezející k determinantu  $\Sigma + a_1 b_2 c_3 d_4$ .
- 3137) Proč se nezmění hodnota determinantu, utvoříme-li z řádků sloupce a ze sloupců řádky?
- 3138) Jak se změní hodnota determinantu, vyměníme-li za sebe dva řádky nebo sloupce?
- 3139) Determinant  $\begin{vmatrix} 3, 2, 1 \\ -1, -5, 1 \\ 6, 7, 1 \end{vmatrix}$  má hodnotu 1; jaká jest pak hodnota determinantu
- a)  $\begin{vmatrix} 1, 2, 3 \\ 1, -5, -1 \\ 1, 7, 6 \end{vmatrix}$  b)  $\begin{vmatrix} 1, -1, 1 \\ 3, -1, 6 \\ 2, -5, 7 \end{vmatrix}$
- 3140) Má-li determinant dvě řádky nebo sloupce (v témž pořadku) stejné, jest hodnota jeho nulla. Proč?
- 3141) Čemu se rovná:
- $$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k & l & m \\ n & p & q \\ k & l & m \end{vmatrix} ?$$
- 3142)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & a_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$
- 3143) Která jest hodnota determinantu
- $$\begin{vmatrix} a_1, b_1, c_1, \dots, l_1 \\ 0, b_2, c_2, \dots, l_2 \\ 0, b_3, c_3, \dots, l_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0, b_n, c_n, \dots, l_n \end{vmatrix}$$
- a která věta z toho následuje?

Uveď tyto determinanty na determinanty stupně vyššího:

$$3144) \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$3145) \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}$$

$$3146) \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

3147) Jaký jest rozdíl determinantů

$$\begin{vmatrix} 1 & m & n \\ 0 & a_1 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & p \\ b_1 & b_2 & q \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}?$$

3148) Čemu se rovná:

$$\alpha) \begin{vmatrix} 5, & 2, 3 - 4 \\ 0, & -1, 6 - 7 \\ 0, & 0, 2 - 8 \\ 0, & 0, 0 - 10, \end{vmatrix} \quad \beta) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & \dots & l_1 \\ 0 & b_2 & c_2 & \dots & l_2 \\ 0 & 0 & c_3 & \dots & l_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 l_n \end{vmatrix}$$

$$3149) \begin{vmatrix} x_1 & 1 & 1 \\ 0 & y_2 & 1 \\ 0 & 0 & z_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ a & 0 & y_3 \\ a & z_2 & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & x_2 & b \\ y_1 & 0 & b \\ 0 & 0 & z_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 0 & x_3 y_1 & x_3 \\ 0 & y_2 z_1 & z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2, & 0 \\ 1, & y_3 z_1 \end{vmatrix}$$

$$3150) \begin{vmatrix} 4, & 0, & 0, & 0 \\ 3, & 2, & 4, & 6 \\ 2, & 5, & 7, & 8 \\ 1, & 9, & 3, & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5, & 3, & 4, & 1 \\ 18, & 2, & 6, & 0 \\ 9, & 0, & 8, & 0 \\ 47, & 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}$$

3151) Mají-li všecky prvky jednoho řádku nebo sloupců společného činitele, lze jej z determinantu vyloučit a před něj co součinitele postaviti. Jaký tu důkaz?

Zkrat determinanty následující:

$$3152) \begin{vmatrix} 5, & -35 \\ 4, & 14 \end{vmatrix}$$

$$3153) \begin{vmatrix} n, & n^2 - n - 2 \\ n+2, & n^2 + n - 6 \end{vmatrix}$$

$$3154) \begin{vmatrix} x^2 - 1, & x^3 + x^2 - 4x - 4 \\ x + 1, & x^2 + 4x + 4 \end{vmatrix}$$

$$3155) \begin{vmatrix} 3, & 2, & 5 \\ 6, & 4, & 3 \\ 9, & 6, & 1 \end{vmatrix}$$

$$3156) \begin{vmatrix} 2, & -3, & 2 \\ 4, & 0, & 4 \\ 7, & 6, & 0 \end{vmatrix}$$

$$3157) \begin{vmatrix} -4, & 8, & 12 \\ 5, & -10, & 15 \\ 6, & 12, & -18 \end{vmatrix}$$

$$3158) \begin{vmatrix} \alpha a_1, & \beta b_1, & \gamma c_1 \\ \alpha a_2, & \beta b_2, & \gamma c_2 \\ \alpha a_3, & \beta b_3, & \gamma c_3 \end{vmatrix}$$

$$3159) \begin{vmatrix} 3ax, & 2bx, & cx \\ ay, & -5by, & cy \\ 6az, & 7bz, & cs \end{vmatrix}$$

$$3160) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & \alpha a_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \alpha a_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & \alpha a_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & \alpha a_4 \end{vmatrix}$$

Odstraň zlomky ze těchto determinantů:

$$3161) \begin{vmatrix} 1, & \frac{1}{2} \\ 1, & \frac{2}{3} \\ 2, & 3 \\ \frac{2}{3}, & \frac{4}{3} \end{vmatrix}$$

$$3162) \begin{vmatrix} 4\frac{3}{4}, & 3\frac{1}{4} \\ 3\frac{1}{6}, & 5\frac{5}{12} \end{vmatrix}$$

$$3163) \begin{vmatrix} \frac{x_1}{\alpha_1}, & \frac{y_1}{\beta_1} \\ \frac{x_2}{\alpha_2}, & \frac{y_2}{\beta_2} \\ \frac{x_3}{\alpha_3}, & \frac{y_3}{\beta_3} \end{vmatrix}$$

$$3164) \begin{vmatrix} 1, & 1, & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}, & -\frac{3}{8}, & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{5}, & \frac{1}{5}, & \frac{1}{15} \end{vmatrix}$$

$$3165) \begin{vmatrix} 15, & -\frac{8}{9}, & \frac{3}{5} \\ 0, & \frac{6}{7}, & -2 \\ 0, & \frac{3}{5}, & 7 \end{vmatrix}$$

$$3166) \alpha) \begin{vmatrix} \frac{x}{a}, & \frac{y}{a}, & \frac{z}{a} \\ \frac{x}{b}, & \frac{y}{b}, & \frac{z}{b} \\ \frac{x}{c}, & \frac{y}{c}, & \frac{z}{c} \end{vmatrix}$$

$$\beta) \begin{vmatrix} \frac{1}{ax}, & \frac{1}{ay}, & \frac{1}{az} \\ \frac{1}{bx}, & \frac{1}{by}, & \frac{1}{bz} \\ \frac{1}{cx}, & \frac{1}{cy}, & \frac{1}{cz} \end{vmatrix}$$

3167) Dokaž, že jest

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 + a_1, & b_1, & c_1 \\ a_2 + a_2, & b_2, & c_2 \\ a_3 + a_3, & b_3, & c_3 \end{vmatrix}$$

3168) Která poučka o determinantech jest v úloze poslední obsažena a platí-li též při determinantech vyšších?

$$3169) \begin{vmatrix} 1, & 4, & 2 \\ -1, & 5, & 5 \\ 2, & 6, & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3, & 4, & 2 \\ 4, & 5, & 5 \\ 5, & 6, & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4, & 4, & 5 \\ 3, & 5, & 3 \\ 7, & 6, & 10 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3, & 4, & 7 \\ 1, & 5, & 8 \\ 4, & 6, & 9 \end{vmatrix}$$

$$3170) \begin{vmatrix} 0, & -1, & 2 \\ -3, & 4, & 5 \\ 2, & 0, & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0, & -1, & 2 \\ -3, & 4, & 5 \\ -4, & 3, & 1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 0, & -1, & 1 \\ -1, & 2, & 3 \\ -1, & 1, & 0 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 0, & -3, & -1 \\ -1, & 2, & 3 \\ 1, & 1, & 0 \end{vmatrix}$$

3171) Rozřeš způsobem obecným rovnice

$$\alpha) a_1x + b_1y = c_1 \quad \beta) a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_1x + b_2y = c_2 \quad a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y = c_3 \quad a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

$$\gamma) a_1x + b_1y + c_1z + d_1u = e_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2u = e_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z + d_3u = e_3$$

$$a_4x + b_4y + c_4z + d_4u = e_4$$

a odvod z toho pravidlo, kterak lze rovnice stupně prvního o více neznámých řešit pomocí determinantů. (Pravidlo Cramerovo.)

Užitím determinantů rozřeš rovnice následující:

$$3172) \quad 3x + 2y = 7$$

$$4x + 3y = 10$$

$$3174) \quad 2x - 3y = 4$$

$$3x + y = 17$$

$$3176) \quad 6x + 12y = 11$$

$$3x - 4y = -1\frac{1}{6}$$

$$3178) \quad 7x + 3y = 78$$

$$5x - y = 40$$

$$3180) \quad x + 2y + 3z = 0$$

$$4x + 5y + 6z = -1$$

$$7x + 8y + 9z = -1$$

$$3182) \quad 3x + 2y + 5z = 38$$

$$5x - 3y + 10z = 59$$

$$20x + 11y - 15z = 7$$

$$3184) \quad x + 4y - z = 14$$

$$3x - 2y + z = 6$$

$$2x + 3y + 4z = 38$$

3186) Rozřeš podobně rovnice v úlohách 1996—2005) položené.

$$3187) \quad x - 2y + 3z - 4u = 10 \quad 3188) \quad x + y + z = 6$$

$$5x - 6y + 7z - 8u = 26$$

$$8x + 7y + 6z + 5u = 2$$

$$4x + 3y + 2z + u = 2$$

$$x + y + u = 7$$

$$x + z + u = 8$$

$$y + z + u = 9$$

3189) Rozřeš také rovnice v úlohách 2036—2042) uvedené pomocí determinantů.

3190) Kterak lze pomocí determinantů určitou soustavu  $n$  rovnic o  $n$  neznámých rozeznati od neurčité?

3191) Co znamená: vyloučiti (eliminovati)  $n - 1$  neznámou z  $n$  rovnic a kterak se to děje pomocí determinantů?

Vyluč neznámé z rovnic následujících:

$$3192) \quad a_1x + b_1 = 0$$

$$a_2x + b_2 = 0$$

$$3193) \quad ax + b = 0$$

$$bx + a = 0$$

- 3194)  $a_1x + b_1y = c_1$       3195)  $ax + by + c = 0$   
 $a_2x + b_2y = c_2$        $bx + cy + a = 0$   
 $a_3x + b_3y = c_3$        $cx + ay + b = 0$
- 3196)  $ax + by + c = 0$       3197)  $x + y + 1 = 0$   
 $a^2x + b^2y + c^2 = 0$        $ax + by + 1 = 0$   
 $a^3x + b^3y + c^3 = 0$        $a^2x + b^2y + 1 = 0$
- 3198)  $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$       3199)  $ax + by - bz + a = 0$   
 $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$        $-bx + cy - cz + b = 0$   
 $a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0$        $bx - cy + cz - b = 0$   
 $a_4x + b_4y + c_4z + d_4 = 0$        $-ax + by + bz - a = 0$
- 3200) S kterými veličinami musí býtí úměrné neznámé  $x, y, z$ , mají-li vyhověti rovnicím  
 $a_1x + b_1y + c_1z = 0$ ,  $a_2x + b_2y + c_2z = 0$ ?
- 3201) Totéž stanov podobně při rovnicích  
 $a_1x + b_1y + c_1z + d_1u = 0$   
 $a_2x + b_2y + c_2z + d_2u = 0$   
 $a_3x + b_3y + c_3z + d_3u = 0$ .

### §. 51. Počet pravděpodobnosti.

- 3202) Kterak vyjadřuje mathematika pravděpodobnost?
- 3203) Co znamenají v počtu pravděpodobnosti hodnoty 0,  $\frac{1}{2}$ , 1?
- 3204) Jak velká jest pravděpodobnost, že jedním vrhem kostky padne číslo 4? Jak velká, že padne suda (licha)?
- 3205) Jak velká jest pravděpodobnost, že někdo dvěma kostkama vrhne: a) součet 7, b) dvě sobě rovná čísla (paš)?
- 3206) Jak velká jest pravděpodobnost, že třemi kostkami jedním vrhem, padnou tři sobě rovná čísla?
- 3207) Jak velká jest pravděpodobnost, že třemi kostkami vrhne někdo poprvé součet 13?
- 3208) Je-li pravděpodobnost jedné události  $\frac{a}{b}$  a druhé  $\frac{c}{d}$ , jak velká bude pravděpodobnost, že buď první nebo druhá událost nastane?
- 3209) Jak velká jest podobnost, že z úplné hry karet ze 36 listů složené vytáhne kdos (jedním tahem) buď eso nebo figuru?

- 3210) Jak velká jest pravděpodobnost, že dvěma kostkama jednou vrženýma padne buď 6 anebo 10?
- 3211) Co jest pravděpodobnější: třemi kostkami vrhnouti 2 šestky, anebo z úplné hry v karty z 32 listů se skládající vyjmouti namátkou 3 listy téže barvy?
- 3212) Kdosi, hraje v sudu a lichu, prohrál 5krát po sobě. Jak velká jest pravděpodobnost, že po šesté vyhraje?
- 3213) Jak velká jest pravděpodobnost, že někdo dvěma kostkama na 2 vrhy poprvé dvě sobě rovná, podruhé dvě rozličná čísla vrhne?
- 3214) Jak velká bude však pravděpodobnost ta, když na tom nezáleží, který z obou vrhů dříve padne?
- 3215) Jak velká jest pravděpodobnost, že vrhneme dvěma kostkama ve 3 vrzích poprvé součet 5, podruhé 6 a potřetí 7?
- 3216) Jak velká, když je lhostejno, který z vytčených tří vrhů dříve padne?
- 3217) Když po 6 vrzích dvěma kostkama učiněných ani jeden paš nepadl; jak přibývá pravděpodobnosti, že se tak stane v následujících 6 vrzích?
- 3218) V nádobě jest  $s$  (36) koulí a sice:

$m$  (12) bílých  
 $n$  (3) černých  
 $p$  (10) modrých  
 $q$  (11) červených.

Jak velká jest pravděpodobnost, že někdo vytáhne:

- a) bílou kouli,
- b) bílou anebo modrou,
- c) spíše červenou než černou?

- 3219) Jak velká jest pravděpodobnost, že vrhneme dvěma kostkama spíše 7 než 4?
- 3220) Jak velká jest pravděpodobnost, že z úplné hry karet z 32 listů složené vytáhne někdo prvním tahem eso a druhým krále?
- 3221) Co nazýváme mathematickou nadějí?
- 3222) Jak velká jest mathematická naděje, že z 90 čísel obyčejné loterie vyhraje jedno sazené číslo?
- 3223) Někdo má los z loterie sestávající z 20000 losů, na které připadne 1 výhra 20000 zl., dvě po 10000 zl., 5 po 5000 zl.,

- 10 po 2000 zl., 20 po 1000 zl., 50 po 100 zl., a 100 po 10 zl. Jak velká jest jeho mathematická naděje na výhru?
- 3224) Dva hrají spolu v kostky. *A* se vsadí, že vrhne dvakrát po sobě číslo 5 a tím vyhraje celou sázku 36 zl., k u které *A* 1 zl., *B* však 35 zl. dal. První vrh se mu podaří; *B* však nechce dále hrát a přiměje druhého k rozdělení sázky. Jak se má sázka ta mezi oba hráče rozdělit?
- 3225) Dva hráči *A* a *B* hrají v kostky, každý vsadí stejně a shodnou se, že kdo z nich nejdříve vrhne čtyřikrát sudu, celou sázku vyhrá. Když *A* dvakrát a *B* jednou sudu vrhl, přestali hrát. Jak se mají rozdělit o sázku?
- 3226) Společnost loterní nabízí obecnству 100 losů po 18 zl. Ve hře té jsou 3 výhry a sice: 1000 zl., 500 zl. a 100 zl. Kdo jest v prospěchu, společnost loterní či obecnstvo? Zač stojí jeden los?

## Oddíl sedmý.

### Vyšší rovnice.

#### §. 52. Obecné vlastnosti vyšších rovnic.

- 3227) Který jest obecný tvar spořádané a na nullu uvedené *rovnice n-ho stupně*?
- 3228) Má-li rovnice  $X_n = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$  kořen  $x = a$ , jest mnohočlen  $X_n$  rozdílem  $x - a$  (činitelem kořenovým) dělitelný. Důkaz toho?
- 3229) Kolik činitelů kořenových má každá rovnice stupně *n-ho*?
- 3230) Kolik kořenů (reálných nebo imaginárných) má rovnice stupně *n-ho*?
- 3231) Proč má  $\sqrt[n]{a}$  *n* hodnot? 3232) Ustanov  $\sqrt[3]{1}$  a  $\sqrt[4]{1}$ .
- 3233) Podobně  $\sqrt[3]{-1}$  a  $\sqrt[4]{-1}$ .
- 3234) Kterak lze vyšší rovnici přeměnit v jinou o stupeň nižší, známe-li jeden její kořen?
- Proveď sestupnění to v následujících rovnicích a vyhledej ostatní jejich kořeny:
- 3235)  $x^3 - 7x + 6 = 0, x_1 = 2$
- 3236)  $2x^3 - 5x^2 = 9, x_1 = 3$
- 3237)  $x^3 - 6x^2 + 6x + 8 = 0, x_1 = 4$
- 3238)  $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 = 0, x_1 = 1, x_2 = -2$

Sestav rovnice, jichž kořeny jsou:

3239)  $5, 6, 7 \quad 3240) 5, -6, 7, -8$

3241)  $1, 2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$

3242)  $1, -5, 2 + \sqrt{-3}, 2 - \sqrt{-3}$

3243)  $-a, \frac{1}{2} a (1 \pm i \sqrt{3})$

3244)  $1, -1, 2, -2, \sqrt{-1}, -\sqrt{-1}$

3245) Má-li rovnice kořen  $\alpha + \beta \sqrt{-1}$ , má též kořen  $\alpha - \beta \sqrt{-1}$ . Jaký tu důkaz?

3246) Rovnice  $x^3 - 5x^2 + 9x - 9 = 0$  má jeden kořen  $x_1 = 1 + \sqrt{-2}$ . Které jsou kořeny její ostatní?

Totéž učili při rovnicích těchto:

3247)  $x^3 - 4x^2 - 2x + 20 = 0, x_1 = 3 + \sqrt{-1}$

3248)  $x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 26x + 21 = 0, x_1 = 2 + \sqrt{-3}$

3249)  $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 25x - 26 = 0, x_1 = 3 + 2\sqrt{-1}$

3250)  $x^3 - 11x^2 + 37x - 35 = 0, x_1 = 3 + \sqrt{2}$

3251) Proč má každá rovnice lichého stupně aspoň jeden reálný kořen?

3252) Kterak lze rovnici danou vyměnit za jinou, ježkořeny jsou o  $m$  menší než kořeny rovnice původní?

3253) Rovnici  $x^3 + x^2 - 10x + 4 = 0$  přetvoř v jinou, ježkořeny byly o 4 větší než kořeny rovnice dané.

3254) Kterak lze za rovnici  $n$ -ho stupně vyměnit jinou, v níž se  $(n-1)$ ni mocnina neznámé nevyskytuje? Které výhody podává pravidlo příslušné při řešení smíšených rovnic stupně druhého?

Za následující rovnice vyměň jiné, člen stupně  $(n-1)$ ho neobsahující:

3255)  $x^3 - 3x^2 + 5x - 7 = 0$

3256)  $x^3 - 3x^2 + 4x - 5 = 0$

3257)  $x^3 - 9x^2 + 26x - 34 = 0$

3258)  $2x^3 - 12x^2 + 8x - 19 = 0$

3259)  $x^4 + 8x^3 - x - 10 = 0$

3260)  $x^4 - 16x^3 + 10x^2 - 6x + 4 = 0$

3261) Z rovnice  $x^3 - 6x^2 + 9x - 20 = 0$  odstraň vhodnou substituci člen stupně prvního.

3262) Kterak lze rovnici danou vyměnit za jinou, ježkořeny jsou  $m$ -krát větší než kořeny rovnice původní? K čemu lze této transformaci rovnic s výhodou použít?

3263) Rovnici  $x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x - 5 = 0$  přetvoř v jinou s celistvými součiniteli, tak ale, aby první člen zůstal bez součinitele.

- 3.264) Totéž učíň s rovnicií  $x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{6}x + 2 = 0$ .
- 3.265) Z rovnice  $2x^3 - 3x^2 + 4x + 9 = 0$  odstraň součinitele prvního člena, při čemž však členy ostatní toliko celistvé součinitele mítí mají. V jaké souvislosti jsou pak kořeny rovnice odvozené s kořeny rovnice původní?
- 3.266) Jak souvisí kořeny rovnice  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  se součiniteli jejími?
- 3.267) Podej význam součinitelů úplné rovnice stupně  $n$ -ho:  
 $x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$
- 3.268) Kterak odvodíš z rovnice dané jinou, ježiž kořeny se liší od kořenů rovnice dané toliko vztahem (znaménkem)?
- 3.269) Které kořeny má kubická rovnice  $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ , je-li součet dvou její kořenů roven 0, a kterým podmínkám musí v případě tom součinitele její zadost činiti?
- 3.270) Které kořeny má kubická rovnice  $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ , známe-li, že dva z nich se dohromady rovnají třetímu a kterým podmínkám čini součinitele její zadost?
- 3.271) V rovnici  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$  jest jeden kořen dvakrát tak velký jako druhý; vypočti kořeny rovnice této.
- 3.272) V rovnici  $x^3 - 10x^2 + 27x - 18 = 0$  jest první kořen dvakrát tak velký jako druhý a tento třikrát tak velký jako třetí. Které jsou kořeny této rovnice?

Rozřeš rovnice následující, jichž kořeny tvoří řadu aritmetickou:

- 3.273)  $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$   
 3.274)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$   
 3.275)  $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$   
 3.276)  $x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$

Rozřeš též rovnice následující, jichž kořeny tvoří řadu geometrickou:

- 3.277)  $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$   
 3.278)  $x^3 - 13x^2 + 39x - 27 = 0$   
 3.279)  $x^3 - 14x^2 + 56x - 64 = 0$   
 3.280)  $x^3 - 26x^2 + 156x - 216 = 0$   
 3.281) Je-li  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ , čemu se rovná součet čtverců kořenů rovnice této?

- 3282) Je-li  $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ , ustanov, čemu se rovná  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ , jsou-li  $x_1, x_2, x_3, x_4$  kořeny rovnice dané.
- 3283) Kterak lze poznati, mají-li dvě rovnice společný kořen?
- 3284) Rovnice  $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$  a  $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = 0$  mají společný kořen; ustanov kořen ten, jakož i ostatní kořeny rovnic daných.
- 3285) Totéž učiň při rovnicích  $x^3 - 7x + 6 = 0$  a  $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ , které mají dva společné kořeny.
- 3286) Má-li rovnice dva takto vztahem (znaménkem) se lišící kořeny, lze tyto dle následujícího pravidla ustanoviti: Oddělme členy stupně sudého rovnice dané od členů stupně lichého a vyhledejme společnou míru povstalých takto dvou mnohočlenů; položíce pak tuto rovnou nulle, obdržíme rovnici stupně nižšího, jejíž kořeny jsou hledanými kořeny rovnice původní. — Kterak lze pravidlo toto odůvodnit?

Rozřeš methodou úlohy poslední rovnice tyto:

- 3287)  $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$
- 3288)  $2x^3 - x^2 - 4x + 2 = 0$
- 3289)  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$
- 3290)  $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$
- 3291)  $x^5 - 5x^4 - 3x^3 + 15x^2 - 4x + 20 = 0$

### §. 53. Rovnice stupně třetího.

$$\text{I. } x^3 + ax + b = 0;$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{27}a^3}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{27}a^3}}$$

$$\text{II. } x^3 - ax + b = 0;$$

$$4a^3 > 27b^2, r = 2\sqrt{\frac{a}{3}}, \sin 3\varphi = \frac{4b}{r^3} = \sqrt{\frac{27b^2}{4a^3}},$$

$$x_1 = r \sin \varphi, x_2 = r \sin (60^\circ - \varphi), x_3 = r \sin (60^\circ + \varphi).$$

- 3292) V kterých případech lze řešiti rovnici stupně 3ho bezprostředně pomocí rovnic nižších?
- 3293) Kterak lze v rovnicích stupně 3ho poznati kořen  $x = \pm 1$  a na tom základě převésti je na rovnice 2ho stupně?

- 3294) Které kořeny má kubická rovnice  $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ , je-li jeden z nich převrácená hodnota druhého a kterým podmínkám činí pak její součinitele zadost?
- 3295) Kterak lze poznati, má-li rovnice  $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$  dva toliko znaménkem se lišící kořeny a které jsou pak tyto? (Víz úlohu 3269.)
- 3296) Které kořeny má kubická rovnice  $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ , jsou-li dva kořeny její sobě rovny a kterou podmínkou jsou součinitele její vespolek vázány?

Zkus na základě posledních úloh aneb rozkladem prostého člena v činitele řešit rovnice tyto, v nichž nejméně jeden kořen jest rationálný:

- 3297)  $x^3 - 3x + 2 = 0$       3298)  $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$   
 3299)  $x^3 - 4x^2 + x - 4 = 0$       3300)  $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$   
 3301)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$   
 3302)  $x^3 + 8x^2 + 5x - 50 = 0$   
 3303)  $x^3 + 2x^2 - 23x + 6 = 0$   
 3304)  $x^3 - 4x^2 - 15x - 42 = 0$   
 3305)  $x^3 - 5x^2 + 8x - 6 = 0$   
 3306)  $x^3 - 5x^2 - 29x + 105 = 0$   

3307) Kterak se odvozuje vzorec I. v čele tohoto odstavce stojící? (Vzorec *Tartagliův*, neprávě *Cardanův* zvaný.)

3308) Vzorec I. vyjadřuje toliko jeden kořen rovnice  
 $x^3 + ax + b = 0$ ; které jsou ostatní dva její kořeny?

Pomocí vzorce Cardanova ustanov kořeny rovnic následujících:

- 3309)  $x^3 - 3x - 2 = 0$       3310)  $x^3 + 12x + 63 = 0$   
 3311)  $x^3 - 15x - 850 = 0$       3312)  $x^3 - 6x - 40 = 0$   
 3313)  $x^3 + 3x + 14 = 0$       3314)  $x^3 - 9x + 28 = 0$   
 3315)  $x^3 - 9x - 80 = 0$       3316)  $x^3 - 21x + 344 = 0$   
 3317)  $x^2 - 12x - 28 = 0$       3318)  $x^3 + 9x + 4 = 0$   
 3319)  $x^3 + 3x^2 + 9x - 13 = 0$   
 3320)  $x^3 - 6x^2 + 3x - 18 = 0$   
 3321)  $x^3 + 6x^2 + 20x + 15 = 0$   
 3322)  $6x^3 - 29x^2 + 53x - 45 = 0$   

3323) Kdy jsou všechny tři kořeny rovnice stupně třetího reálné?

3324) Lze užiti vzorce Cardanova k řešení rovnice stupně 3ho s 2ma stejnými reálnými kořeny?

- 3325) Rozřeš rovnici:  $x^3 + 6x^2 - 32 = 0$ .  
 3326) V kterém případě nelze dle vzorce Cardanova řešit rovnice kubické?  
 3327) Kterak řeší se rovnice stupně 3ho v případě tak zvaném nepřevodném (casus irreducibilis)?

Rozřeš rovnice následující.

- 3328)  $x^3 - 57x + 56 = 0$   
 3329)  $x^3 - 49x - 120 = 0$   
 3330)  $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$   
 3331)  $x^3 - 8x^2 + 5x + 14 = 0$   
 3332)  $3x^3 - 14x^2 + 21x - 10 = 0$   
 3333)  $x^3 - 13x^2 + 49x - 45 = 0$   
 3334)  $x^3 - 3x + 1 = 0$   
 3335)  $x^3 - 14x^2 - 5x + 70 = 0$   
 3336)  $x^3 - 9x^2 + 21x - 6 = 0$   
 3337)  $x^3 - 42x^2 + 557x - 2280 = 0$   
 3338)  $6x^3 - 47x^2 + 71x - 70 = 0$   
 3339)  $24x^3 + 26x^2 + 9x - 1 = 0$   
 3340)  $x^3 - 6 \cdot 85987x^2 + 14 \cdot 39959x - 8 \cdot 53972 = 0$   
 3341)  $x^3 - 1 \cdot 14626x^2 - 3 \cdot 84303x + 4 \cdot 89898 = 0$

### §. 54. Přibližné řešení vyšších číselných rovnic.

- 3342) V čem záleží pravidlo, zvané „*regula falsi*“? Kterak lze je geometricky znázorniti?

Rozřeš dle pravidla toho rovnice:

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 3343) $x^3 + x = 20$  | 3344) $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ |
| 3345) $x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 4x - 5 = 0$  |                                 |
| 3346) $x^4 + x^3 + x^2 + x = 10$  | 3347) $x = 10^x$                |
| 3348) $2^x = x^3$   | 3349) $10^x = x^{10}$           |
| 3350) $x + 10^x = 120$  | 3351) $x^x = 1000$              |
| 3352) $\sqrt[x]{x} = 1.4$   | 3353) $x = 2 \sin x$            |
| 3354) $\operatorname{tg} x = 2x$  |                                 |
| 3355) Kterak lze řešiti vyšší číselné rovnice přibližným <i>způsobem Newtonovým</i> ? |                                 |
| Učiň tak s rovnicemi těmito:  |                                 |
| 3356) $x^3 - 2x - 5 = 0$  | 3357) $x^3 - 5x + 3 = 0$        |
| 3358) $x^4 - 3x - 30 = 0$   | 3359) $x^4 + 2x^3 - 1 = 0$      |

3360)  $x^5 + x = 50$

3361)  $x^7 - x = 2500$

3362) Je-li  $x_1$  přibližná hodnota kořenu rovnice

$x^3 + ax^3 + bx + c = 0$  a  $\alpha$  oprava (korrekce) jeho, jest  
 $\alpha = -\frac{x_1^3 + ax_1^2 + bx_1 + c}{3x_1^2 + 2ax_1 + b}$ . Odkud pochází vzorec tento?

3363) Podobně dovod, že při řešení rovnice stupně 4ho:

$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  jest pro přibližný kořen  $x_1$   
oprava  $\alpha = -\frac{x_1^4 + ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d}{4x_1^3 + 3ax_1^2 + 2bx_1 + c}$ .

Užitím posledních dvou vzorců rozřeš rovnice:

3364)  $x^3 - 12x - 132 = 0$

3365)  $x^3 - 12x^2 + 57x - 94 = 0$

3366)  $x^4 - 4x^3 + 18 = 0$

3367)  $x^4 + 8x^2 + 16x - 440 = 0$

3368) Kterak lze řešiti vyšší rovnice pomocí zlomků řetězových?  
*(Methoda Lagrange-ova.)*

Rozřeš způsobem tím tyto rovnice:

3369)  $x^3 - 2 = 0$

3370)  $x^3 - 12x - 28 = 0$

3371)  $x^3 - 12x^2 + 45x - 53 = 0$

3372) Jistina několika tisíc zlatých uložena byla po tolik let, co tisíc obsahovala a na dvojnásob tolik procent a vzrostla v čase tom při jednoduchém zúrokování na 3540 zl. Kolik let byla uložena na úrok?

3373) Několik průmyslníků podniklo společně stavbu a každý dal k účelu tomu tolik tisíc, kolik jest podnikatelů. Společný zisk z obchodu toho plynoucí obnáší 2560 zl. Při rozpočtu vyjde na jevo, že podnik ten vynáší každému účastníku tolik půlzálatých ze sta, kolik bylo všech zúčastněných. Kolik jich bylo?

3374) Z koule kovové mající 4 cm. v průměru má býti ulito těleso, sestávající z válce kruhového 4 cm. vysokého a k němu na jedné straně připojené polokoule. Jak velký jest poloměr této?

3375) Polokoule poloměru 1 m. má se rovným rezem rovnoběžným se základnou rozdělit ve dva rovné díly. V které vzdálenosti od základny musí se to státí?

3376) Má se ustanoviti výška kulové úseče, jejíž obsah rovná se  $\frac{1}{3}$  obsahu koule poloměru 1.

- 3377) Obvod rovnoramenného trojúhelníka jest dvojnásobný obvodu čtverce o straně 6 dm.; obsahy obou jsou sobě však rovny. Které jsou strany trojúhelníka onoho?
- 3378) Dány jsou tři krychle nestejné velikosti; strana jedné jest 0.1 dm. kratší a strana druhé o 1 dm. delší než strana třetí. Obsahy první a druhé krychle dají pak dohromady obsah koule třetí. Vypočti strany těchto tří krychlí.
- 3379) Který oblouk kruhový jest dvakrát tak dlouhý jako příslušná tětiva?
- 3380) Kterého úhlu  $\sin$  a  $\cos$  rovnají se dohromady oblouku příslušnému na kruhu poloměru 1.
- 3381) Jak velký jest úhel středový kruhové úseče, kterou příslušná tětiva ve dva stejné díly dělí?
- 3382) Jak velký jest obsah úseče kruhové, ježiž tětiva jest 9 m. a oblouk příslušný 10 m. dlouhý?
- 3383) Mají se ustanoviti v kruhu dvě rovnoběžné a od středu stejně vzdálené tětivy, aby obsah mezi nimi povstalého obrazce rovnal se  $\frac{1}{5}$  obsahu kruhu.
- 3384) Jak vysoká jest úseč kruhová, k níž příslušný oblouk rovná se obvodu kruhu, majícího onu výšku za poloměr? (Při úloze této a předcházející předpokládá se poloměr kruhu daného = 1 m.)

## Dodatek.

### §. 55. Maximum a minimum.

- 3385) Rozděl přímku 100 cm. dlouhou tak na dva díly, aby pravoúhlník z těchto dílů sestrojený byl co možná největší.
- 3386) Kterak rozložíme číslo  $a$  ve dva sčítance, jichž součin by byl největší?
- 3387) Kterak rozvedeme číslo  $a$  na dva součinitele, jichž součet by byl nejmenší?
- 3388) Přímka  $= a$  budiž tak na dva díly rozdělena, aby součet čtverců sestrojených z těchto dílů co stran byl co možná nejmenší.
- 3389) Při které hodnotě za  $x$  stane se součet:  $(a+x)(b-x)+(a-x)(b+x)$  maximum?
- 3390) Kterou hodnotou za  $x$  stane se výraz:  $y = x^2 + ax + b$  co možná nejmenší a jak velký?
- 3391) Kterou hodnotou za  $x$  dosáhne trojčlen:  $a+bx-x^2$  maxima a jak velké bude toto pro  $a=10$ ;  $b=7$ ?
- 3392) Který ze všech trojúhelníků, jichž základna s výškou do hromady  $= a$ , jest největší a jak velký?
- 3393) Ze všech rovnoběžníků vůbec a pravoúhlých zvlášt budtež vytčeny ony, které při stejném obvodu mají největší ploský obsah.
- 3394) Který ze všech pravoúhelníků téhož ploského obsahu má nejmenší obvod?
- 3395) Oč bude třeba delší stranu  $= a$  daného pravoúhelníka zkrátili a kratší stranu jeho  $= b$  prodloužiti, aby ploský obsah takto nově vzniklého pravoúhelníka při stejném obvodu s pravoúhelníkem daným se stal co možná největším? Jak velký bude tento pravoúhelník a oč bude větší než \*původní?

- 3396) Do daného trojúhelníka budiž vepsán pravoúhelník tak, aby základna jeho padla částečně na základnu trojúhelníka a plošký jeho obsah byl co možná největší. Nemá zde základna trojúhelníka, na níž strana pravoúhelníka spočívá, žádného vlivu na velikost jeho?
- 3397) Který ze všech pravoúhelníků vepsaných v daný čtverec jest největší a jak velký?
- 3398) Na dané základně  $= a$  lze, jak známo, sestrojiti více ob-sahorovních trojúhelníků. Který ze všech těchto trojúhelníků má nejmenší obvod?
- 3399) Máme více pravidelných a zároveň obvodorovních mnoho-úhelníků. Který jest ze všech největší?
- 3400) Jak povědomo, staví včely své sklípky (voštiny) v pravidelných šestibokých hranolech. Na základě předešlých úloh budiž proveden důkaz, že v této způsobě stavitelské se jeví největší šetrnost (hospodárnost) co do staviva i prostoru.
- 3401) Kdy bude součet čtverců:  $(a - x)^2 + (b + x)^2$  nejmenší?
- 3402) Která hodnota za  $x$  učiní výraz:  $a + bx - cx^2$  maximem?
- 3403) Do kruhu poloměru  $r$  budiž vepsán pravoúhelník co možná největší.
- 3404) Po dvou přímkách kolmo se protínajících v bodu  $O$  pohybují se směrem k  $O$  dvě tělesa  $A$  a  $B$  rychlostmi  $c$  a  $c'$  za sek.  $A$  jest právě od průsečníku  $O$  na  $a$ ,  $B$  na  $b$  stop vzdáleno. Kdy budou obě tělesa u sebe co možná nejbliže a jak daleko bude v případě tom jedno od druhého?
- 3405) Do daného kužele vpiš válec co možná největší a srovnej krychlový obsah jeho s velikostí tohoto kužele.
- 3406) Který ze všech ob-sahorovních válců má nejmenší povrch?
- 3407) Do dané koule vpiš válec co možná největší a stanov poměr jeho k dané kouli.
- 3408) Též kužel, jehož  $a)$  kr. obsah,  $b)$  plášt by byl maximum.
- 3409) Ze 4 rohů daného pravoúhelníka buďtež vykrojeny čtyři shodné čtverce tak, aby ze zbytku jeho plochy zbudovaná čtyřhranná skříně měla co možná největší krychlový obsah. Kterak lze z daného čtverce týmž výkonem sestrojiti nej-větší čtyrbokou skřínkou?
- 3410) Dán jest přímý kruhový válec. Do prostoru jeho budiž vepsán čtyrboký hranol největšího krychlového obsahu.
- 3411) Který ze všech kruhových válců téhož povrchu má největší krychlový obsah?

- 3412) Který ze všech kuželů opsaných okolo dané koule jest nejmenší?
- 3413) Spustíme-li v pravoúhlém trojúhelníku z některého bodu přepony na obě odvěsnu jeho kolmice a otočíme v mysli tento trojúhelník okolo jedné odvěsnu; opisuje, jak známo, plocha jeho kužel a plocha vepsaného pravoúhelníka válec. Otázka: Z kterého to bodu přepony třeba spustit na obě odvěsnu kolmice, aby válec takto opsaný byl co do obsahu největší?
- 3414) Za těchž podmínek hledejme na přeponě zmíněného trojúhelníka bod, té vlastnosti, aby výše vytčené kolmice opisovaly válec a) s největším pláštěm? b) s největším celkovým povrchem?
- 3415) Prímý kužel naplněn jest vodou a podstavou vodorovně nahoru postaven. Do vody té má se ponořiti pravidelný šestiboký hranol tak, aby dolní podstava jeho rovnoběžna jsouc s podstavou kužele vytlačila vody co nejvíce. Jak velkou podstavu třeba k účelu tomu hranolu dáti a jak hluboko jej ponořiti?
- 3416) Na středné čáre dvou daných koulí buď vytčen bod tak, aby součet obou kulových skrojků z tohoto bodu přehlednutých byl co možná největší.
- 3417) Z výseku kruhového možno zhotoviti nálevku podoby kuželovité. Dán jest kruh poloměrem  $= r$ ; jak velký třeba k účelu tomu zvoliti středový úhel, aby obsah zmíněné nálevky byl co možná největší?

### §. 56. Smíšené úlohy.

- 3418) Vyznamenej součinem výraz  $8a^2 - 22ab - 6b^2 - 14ac + 42bc$
- 3419) Zkrať zlomek  $\frac{6x^2 - 17xy + 9x + 7y^2 - 21y}{6x^2 + 11xy + 9x - 7y^2 + 21y}$
- 3420) Jsou-li  $a, b, c$  tři nestejná kladná čísla, jest  $abc > (a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$ . Proč?
- 3421) Dokáž, že jest vždy  $(a+b+c)^3 > 27abc < 9(a^3 + b^3 + c^3)$ , jsou-li  $a, b, c$  tři nestejná kladná čísla.
- 3422) Dokáž správnost této stejniny:
- $$(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2)(a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + d_2^2) \\ = (a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2)^2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1 + c_1 d_2 - c_2 d_1)^2 \\ + (a_1 c_2 - a_2 c_1 + b_1 d_2 - b_2 d_1)^2 + (b_1 c_2 - b_2 c_1 + a_1 d_2 - a_2 d_1)^2$$

$$3423) \quad (x^4 + 2xy^3)^3 + (y^4 + 2x^3y)^3 + (3x^2y^2)^3 = (x^6 + 7x^3y^3 + y^6)^2$$

Dokaž stejnину тuto, jakož i následujíci:

$$3424) \quad x^8 + y^8 + (x+y)^8 = 2(x^2 + xy + y^2)^4 + 8x^2y^2(x+y)^2 \\ (x^2 + xy + y^2).$$

3425) Je-li  $a = a_1a_2 + b_1c_2 + c_1b_2$ ,  $b = b_1b_2 + a_1.c_2 + a_2c_1$   
 $c = c_1c_2 + a_1b_2 + a_2b_1$ , dokaž, že jest

$$\alpha) (a_1 + b_1 + c_1)^*(a_2 + b_2 + c_2) = a + b + c,$$

$$\beta) (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 - a_1 b_1 - b_1 c_1 - c_1 a_1) (a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 - a_2 b_2 - b_2 c_2 - c_2 a_2) = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca.$$

$$\nu) \quad (a_1^3 + b_1^3 + c_1^3 - 3a_1b_1c_1)(a_2^3 + b_2^3 + c_2^3 - 3a_2b_2c_2) \\ = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

3426) Dělím-li jedno číslo druhým, obdržím podíl  $a - b^2$  a zbytek  $b + b^4$ ; dělím-li druhé prvním, vyjde podíl  $b - a^2$  a zbytek  $a + a^4$ . Která jsou ta čísla?

3427) Každé číslo dekadické tvaru  $ab7ab7$  jest dělitelné 7mi i 13ti. Proč?

3428) Každé šesticiferné číslo, jehož cifry jsou (od levé strany k pravé) tvaru  $2a, 2b, 2c, a, b, c$  jest dělitelné 23ti a 29ti.  
Důvod toho?

3429) Proč jest  $73^{2n} - 1$ , jakož i  $73^{2n+1} + 1$  dělitelné 37ti?

3430) Z které příčiny nemůže součin tří za sebou následujících přirozené řady být úplným čtvercem?

**3431) Zjednoduš výraz**

$$x^7 - \frac{x-1}{4} [2x^3 + x^2 - x - 2 + \sqrt{-7(x^2+x)}]$$

$$[2x^3 + x^2 - x - 2 - \sqrt{-7x(x+1)}]$$

3432) Stanov 10tou sblíženou hodnotu nekonečného řetězce  
 $R(5, 4, 2, 1, 3)$  s občíslem 2, 1, 3.

3433) V jakési logarithmické soustavě jest logarithmus čísla  $A$  větší o  $m$  než logarithmus čísla  $B$ : Má se stanoviti použitím brigg. logarithmů základ této soustavy, jakož i logarithmy oněch čísel pro  $A = 300$ ,  $B = 20\cdot 5$ ,  $m = 1\cdot 30405$ .

Rozřeš rovnice tyto:

$$3434) \quad \sqrt{x} + x\sqrt{y} = a\sqrt{y} \quad 3435) \quad a + \sqrt{x} + \frac{b + \sqrt{y}}{x}$$

$$\sqrt{y} + y\sqrt{x} = b\sqrt{x} \quad b + \sqrt{y} = \frac{a + \sqrt{x}}{y}$$

$$3436) \quad 3\sqrt{x+8} - \sqrt{x-8} = 2\sqrt{2x+2}$$

3437)  $\sqrt[3]{72-x} - \sqrt[3]{16-x} = 2$

3438)  $(1 + \sqrt{3})x^2 - 2(2 + \sqrt{3})x + 3 + \sqrt{3} = 0$

3439)  $x+y+xy=a=575$   
 $xy-x-y=b=479$

3440)  $x^2 - y^2 + x - y = a = 26$   
 $(x^2 - y^2)(x - y) = 6 = 48$

3441)  $x^2 + y^2 + x + y = a = 68$   
 $2x^2 + 3xy + 2y^2 = b = 179$

3442)  $x^3y^2 + x^2 = a = 15$   
 $x^3y^2 - y^2 = b = 8$

3443)  $x^2 + xy + y^2 = 7(x + y)$   
 $x^2 - xy + y^2 = 9(x - y)$

3444)  $\frac{43}{244+x} = \frac{1}{5} + \frac{1}{x+\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{1}{4}}$

3445)  $(x+y)(x^3+y^3)=a=175$   
 $x^4+y^4=b=97$

3446) Sestav rovnici druhého stupně, jejíž kořeny jsou:

$$x_1 = \sqrt{-1} + \sqrt{-2}, \quad x_2 = \sqrt{-1} - \sqrt{-2}$$

3447) Ze tří míst v přímém směru za sebou ležících  $A_1, A_2, A_3$ , která jsou od určitého čtvrtého místa patazně  $d_1, d_2, d_3$  metrů vzdálena, počnou se v časech  $t_1, t_2, t_3$  pohybovat tři tělesa rychlostmi  $v_1, v_2, v_3$ . Kdy a kde setká se první s druhým, druhé s třetím, třetí s prvním? Kterým podmínkám musí dané veličiny vyhověti, aby se všechny tři současně setkaly?

3448) Součet úhlopříčných dvou čtverců jest  $= a$ , součet jich obsahů  $= b^2$ ; jak velké jsou jich strany?

3449) Ustanov hodnotu nekonečného periodického řetězce  
 $R$  (1, 2, 3, 4) s občislím 3, 4.

3450) Ustanov hodnotu periodického nekonečného řetězce

$$n-1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2(n-1) + \frac{1}{1 + \frac{1}{2(n-1)} + \dots}}} \text{ in inf.}$$

3451) Rozřeš rovnici  $\left| \frac{x(x+1)}{x^2+9}, \frac{4}{x(x-1)} \right| = 0$

- 3452) Jsou dány dvě rovnice  $x^2 - ax - b = b = 0$ ,  $y^2 + cy - d = 0$ . Součet koeficientů  $a, b, c, d$ , které tvoří řadu arithmetickou, jest 38, součet kladných kořenů  $x + y$  jest 10. Které jsou kořeny rovnic těch?
- 3453) Dány jsou opět rovnice  $x^2 - ax - b = 0$ ,  $y^2 + cy - d = 0$ . Součet koeficientů jest 70, součet kladných kořenů  $x + y = c^2$  a dále jest  $a + c = b - a$ ,  $b + c = d - c$ . Rozřeš rovnice dané.
- 3454) Zlomek  $\frac{174}{385}$  má se rozložiti ve tři částečné zlomky tak, aby součet jich čitatelů se rovnal součtu číslic, jimiž jsou psány jmenovatele.
- 3455) Abiturienti usnesli se, že se dají fotografovat a sice každý zvlášt; dohromady bylo zhotoveny 40 tuctů podobizen, a když je mladí přátelé navzájem vyměnili, zbylo jim celkem 100 fotografií. Kolik abiturientů bylo?
- 3456) Ze tří úhlů trojúhelníka vyznačených stupněmi jest jeden dělitelný 11ti a druhý 9ti, třetí však o  $6^\circ$  menší než druhý. Jak velké jsou jednotlivé úhly tohoto trojúhelníka?
- 3457) Zlomek  $\frac{788}{455}$  má se rozložiti v součet tří zlomků s různými jmenovateli.
- 3458) Mají se ustanoviti za  $x$  a  $y$  reálné hodnoty tak, aby dvojmoc dvojčlenu  $x + y \sqrt{-1}$  byla  $128 + 96 \sqrt{-1}$ .
- 3459) Mají se vyhledati celistvé a zároveň kladné hodnoty  $x, y, z$  z rovnice  $25x^2 - 17xy - 28y^2 = z^2$ .
- 3460) Rozřeš rovnici  $4x^2 + 5xy + 11y^2 = z^2$  číslы celistvými a kladnými.
- 3461) Ustanov  $x$  a  $y$  tak, aby  $x + y$  a  $x^3 + y^3$  byly úplné čtverce.

Rozřeš rovnice následující:

3462)  $x^5 \log x - 5 = 38x^4 - 7 \log x$

3463)  $\log_{x-1} x - \log_{x-1} 6 = 2$

3464)  $x^y = 16384, 4 \sqrt[7]{2187} = 3x$

3465)  $\sqrt[6]{64 \cdot 3^y} = 36, \sqrt[x]{1728 \cdot 5^y} = 300$

3466)  $\log x - \log a = \log y - \log b,$

$$\frac{1}{3} [\log(ax + by) + \log(ax - by)]$$

$$= \frac{1}{2} [\log(\sqrt{ax} + \sqrt{by}) + \log(\sqrt{ax} - \sqrt{by})]$$

3467) Proměň nekonečný zlomek řetězový  $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\dots}}$  in inf.

v nekonečnou řadu.

3468) Rozřeš rovnici  $ax - by = c$  čísla celistvými a kladnými, je-li  $a$  čtvrté,  $b$  šesté a  $c$  desáté číslo trojúhelníkové a ustanov pak součet prvních 10ti hodnot za  $x$ , jakož i za  $y$ .

3469) Utvoríme-li součty 1ho; 2ho a 3ho; 4ho, 5ho a 6ho; 7ho, 8ho, 9ho a 10ho lichého čísla atd., obdržíme postupně trojmoci čísel přirozené řady. Důkaz provedět čtenář.

3470) Podobně platí o číslech sudých, že součty 1ho; 2ho a 3ho; 4ho, 5ho a 6ho atd. dávají vždy o 1 zvětšené trojmoci čísel přirozené řady. Proč?

3471) Vypočti součet 10ti členů řady arithmetické, ježíž první člen jest menším, rozdíl pak větším kořenem rovnice

$$\begin{vmatrix} x^2 & 2 & 3 \\ x & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 9 \end{vmatrix} = 0.$$

3472) Je-li 4ta sbližená hodnota zlomku

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x+\frac{1}{2+\frac{1}{x+\frac{1}{3+\frac{1}{x+\dots}}}}}}$$

rovna součtu 10ti členů řady arithmetické, ježíž první člen jest  $\frac{1}{40}$  a poslední  $\frac{1}{7}$ , čemu se rovná hodnota 6ta?

3473) Součet řady arithmetické složené z  $n$  členů jest

$$s_n = 5n^3 - 4n^2 + 3n - 2;$$

která jest to řada? 3474) Dělové koule stejně velké jsou vyrovnány v podobě kusého trojbokého jehlanu, jehož spodní vrstva má po každé straně 30 a vrchní 23 koulí. Koule ty mají se přerovnat v podobu úplného jehlanu a sice čtyrbokého, jehož spodní čtverec by měl po každé straně 20 koulí. Kolik koulí zbyde?

3475) Dán jest pravoúhelný trojúhelník, jehož kratší odvěsna jest 1 m. a přepona 2 m. dlouhá. Na přeponě této sestrojme trojúhelník podobný prvnímu, považujíce ji za odvěsnu delší a spůsobem tím odvodíme postupně z trojúhelníka druhého třetí atd. Jak velké jsou strany povstalého tak trojúhelníka 12ho a jak velký jest součet obsahů všech 12ti trojúhelníků?

3476) Dán jest kruh poloměru  $r$  dotýkající se ramen úhlu  $\alpha$ . Sestrojíme-li pak kruh druhý menší, původního i ramen úhlu

daného se dotýkající a podobně třetí, čtvrtý atd.; který bude součet obsahů všech těchto do nekonečna se zmenšujících kruhů?

- 3477) Z výšek nerovnostranného trojúhelníka plošného obsahu  $= p^2$  sestroj jiný trojúhelník, jehož obsah  $= q^2$ . Z výšek tohoto sestroj opět trojúhelník třetí, z výšek třetího čtvrtý atd. až do nekonečna. Jak velký jest obsah všech trojúhelníků takto sestrojených?

- 3478) Kterak lze stanoviti součet dělitelů daného čísla

$N = a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots l^k$ ? Ustanov dle toho, jsou-li čísla 10744 a 10856 aneb 63020 a 76084, čísla navzájem příbuznými. (Čísla příbuznými slovou taková dvě čísla, z nichž jedno se rovná součtu všech dělitelů druhého a druhé součtu všech dělitelů prvního).

- 3479) Kolik jest možných čtyrciferných čísel a které jest mezi nimi co do velikosti stým?

- 3480) Kolik a kterých jest čísel, jichž součet cifer jest menší než 10?

- 3481) Ustanov hodnotu nekonečného řetězce

$$x = -\frac{10}{2} - \frac{10}{2} - \frac{10}{2} - \frac{10}{2} \dots \text{in inf.}$$

a vypočti hodnotu odmocniny ve výsledku se vyskytující dle věty binomické na 6 deset. míst.

- 3482) Vyvíj  $m$ -tý člen výrazu  $\begin{vmatrix} x & 9 & 6^n \\ y & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$ , jsou-li  $m$  a  $n$  kořeny rovnice

$$\frac{15}{x} - \frac{36 - 3x - x^5}{x^2} - 6(x^2 - 2x) - 10 = (x - 2)^3 \text{ a sice } m < n.$$

- 3483) Ustanov součet řady nekonečné

$$x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots \text{in inf.}$$

- 3484) Tolikéž součet řady  $1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3} + \dots \text{in inf.}$

- 3485) Který jest součet nekonečné řady  $\frac{a}{b} + \frac{a+d}{bc} + \frac{a+2d}{bc^2} + \frac{a+3d}{bc^3} + \dots \text{in inf.}$ , zvláště pak řady  $\frac{1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{9}{8} + \frac{13}{16} + \dots \text{in inf.}$ ?

3486) Vyjádří  $x$  z rovnice  $y = 1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{8}{x^3} + \dots$  in inf. dle stoupajících mocnin veličiny  $y$ .

3487) Vyvíň podíl  $\frac{1+x+x^2+x^3+\dots}{1-x+x^2-x^3+\dots}$  in inf. v nekonečnou řadu a ustanov podmínky její konvergence.

3488) Kterou hodnotu obdrží zlomek  $\frac{\sqrt[3]{a+b-x}-\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a-b+x}-\sqrt[3]{a}}$  pro  $x=b$ ?

3489) Kterou podobně zlomek  $\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$  pro  $x=0$ .

3490) První člen řady arithmetické rovná se součiniteli, který svědčí členu  $x^4$  v součinu  $x(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)(x+5)(x-6)$ ; součet její jest o 39 menší než součinitel členu  $a^4b^8$  vznikajícího rozvojem  $(a-b)^{12}$ ; rozdíl jednotlivých členů rovná se hodnotě  $x$  obsažené v rovnici

$16^{\frac{x-1}{x-2}} : 64^{\frac{x-1}{x-2}} = 0.0625$ . Kolik členů má tato řada a jak velký jest člen největší?

3491) Vypočítej součinitele členu  $a^{n-k} b^k$ , který z rozvoje dvoučlenu  $(2a - \frac{1}{2}b)^n$  vychází. Jest pak  $n$  počet členů řady arithmetické, ježíž první člen  $= -8$ , rozdíl jednotlivých členů  $= 4$  a součet  $= 132$ ; dále pak značí  $k$  množství členů řady geometrické, ježíž první člen  $= \frac{1}{2}$ , poslední  $= 2187$  a součet členů mezi těmito oběma obsažených  $= 1092$ .

3492) Rozřeš rovnici  $x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$ .

3493) Podobně rozřeš rovnici:

$$x^4 - 13x^3 + 46x^2 - 52x + 168 = 0.$$

3494) Rozřeš rovnici  $ax^2 - bx + c = 0$ , jsou-li  $a, b, c$  kořeny rovnice  $x^3 - 5x^2 - 8x + 12 = 0$ . Kolik tu možných případů?

3495) Rozřeš rovnici  $x^3 - 7x + 7$  pomocí řetězců a ustanov, jak dalece se blíží 5tá přibližná hodnota pravé hodnotě kořene.

3496) Ustanov součinitele členu  $x^2$  při vývoji  $(a + bx + cx^2)^5$ , jsou-li  $a, b, c$  kořeny rovnice  $y^3 - 237y + 884 = 0$  a sice  $a < b < c$ .

3497) Je-li  $\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 2 & a & 4 \\ x & 4 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & x & 4 \\ x & a & x \\ 4 & x & 2 \end{vmatrix}$ ,

pro které hodnoty za  $a$  obdrží  $x$  hodnoty rationálné? Čemu se rovná  $x$ , je-li  $a$  reálný kořen rovnice  
 $x^3 - 11x^2 + 43x - 65 = 0$

3498) Je-li  $x + y + z = 4$ ,  $xy + yx + xz = 1$ ,  $xyz = -6$ , čemu se pak rovná  $x^3 + y^3 + z^3$ ?

3499) Kdosi chtěl si vypůjčiti peníze, které by však teprvě za 3 leta i s úroky splatil. Lichvář jeden nabízel mu při značných procentech půjčku na jednoduché úroky; druhý žádal jen  $\frac{1}{4}$ krát tolik procent jako první, avšak při úrokování složitém. Kdyby dlužník po třech letech oběma dlužníkům stejně mnoho platiti musel, kolik procent žádal každý?

3500) Které číslo jest to, jehož čtverec a jednoduchá převratná hodnota činí dohromady minimum?

### O p r a v y.

Číslo úlohy:

Místo:

Čti:

171)	$b(b-a)$	$b(d-a)$
292)	$(2a^2 - x^2)$	$(2a - x^2)$
368)	$5a - 8b - 3c$	$5a - 8b + 3c$
395)	$64x^6 + 1$	$64x^6 - 1$
398)	$-41x$	$+41x$
400)	$-bcd$	$+bcd$
542)	$+13a$	$+15a$
556)	$+b^2$	$+2b^2$
560)	$-bx^6 - \dots + cqx^3$	$-bx^6 - \dots - cqx^3$
665)	$-60x^2$	$+60x^2$
1341)	$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$ (v jmenovateli)	$\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}$
1596)	$\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{5}x^5 + \dots$	$\frac{1}{3}x^6 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 - \dots$
1921)	s nimi $x$ stejným	s nimi stejným
1923)	a.j. zbyde	zbývá
2055)	a.j. to	ta
2066)	dvoù	dva
2235)	rub	zub
2250)	100 zl.	400 zl.

Na str. 145. místo §. 39, čti §. 41., jakož i čísla všech na to následujících odstavců o 2 zvětšena budtež.

# OBSAH.

## Oddíl prvý.

### Úvod do počtářských výkonů.

	Stránka
1. Pojmy počátečné (12) *	3
2. Sčítání (88) . . . . .	3
3. Odčítání (37) . . . . .	5
4. Složité výrazy (46) . . . . .	6
5. Násobení (72) . . . . .	9
6. Mocniny (98) . . . . .	11
7. Dělení (107) . . . . .	15
8. Soustavy číselné výběc a desetiunná zvlášt (25) . . . . .	19

## Oddíl druhý.

### Následky dělení.

9. Dělitelnost čísel (42) . . . . .	21
10. Rozklad mnohočlenů v činitele (58) . . . . .	23
11. Největší společná míra a nejmenší společný násobek (70) . . . . .	24
12. Základní úlohy o zlomech (75) . . . . .	26
13. Sčítání a odčítání zlomků (68) . . . . .	29
14. Násobení a dělení zlomků (82) . . . . .	32
15. Zlomky desetinné (50) . . . . .	38
16. Zlomky řetězové (80) . . . . .	40
17. Poměry, úměry a jich upotřebení (80) . . . . .	42

## Oddíl třetí.

### Veličiny mocnostové.

18. Mocniny jednočlenů s pozitivními exponenty (47) . . . . .	48
19. Mocniny jednočlenů s negativními exponenty (83) . . . . .	50
20. Mocniny dvoj- a mnohočlenů (86) . . . . .	51
21. Základní pojmy o odmocninách (46) . . . . .	54
22. Sčítání a odčítání odmocnin (85) . . . . .	56
23. Násobení odmocnin (48) . . . . .	58
24. Dělení a jiné redukce odmocnin (45) . . . . .	60
25. Veličiny irrationálné (76) . . . . .	68
26. Odmocňování čísel dekadických a výrazů algebraických (89) . . . . .	66
27. Veličiny pomyslné (81) . . . . .	71
28. Pojem logaritmů (37) . . . . .	74
29. Upotřebení logaritmů (95) . . . . .	76

\* Čísla v závorkách udávají počet úloh v jednotlivých odstavcích obsažených.

## Oddíl čtvrtý.

### Rovnice prvního a druhého stupně.

	Stránka
§. 30. O rovnicích výbec (18) . . . . .	81
§. 31. Rovnice prvního stupně o jedné neznámé (102) . . . . .	82
§. 32. Upotřebení rovnic prvního stupně o jedné neznámé (182) . . . . .	86
§. 33. Rovnice prvního stupně o více neznámých (108) . . . . .	99
§. 34. Upotřebení rovnic prvního stupně o více neznámých (101) . . . . .	107
§. 35. Neurčité rovnice stupně prvního (70) . . . . .	118
§. 36. Upotřebení neurčitých rovnic stupně prvního (30) . . . . .	120
§. 37. Rovnice druhého stupně o jedné neznámé (177) . . . . .	124
§. 38. Upotřebení rovnic druhého stupně o jedné neznámé (80) . . . . .	131
§. 39. Rovnice druhého stupně o více neznámých (63) . . . . .	138
§. 40. Upotřebení rovnic druhého stupně o více neznámých (34) . . . . .	141
§. 41. Neurčité rovnice stupně druhého (39) . . . . .	145
§. 42. Některé rovnice vyšší, které lze převést na rovnice stupně prvního neb druhého (65) . . . . .	146
§. 43. Rovnice exponentiálné (35) . . . . .	149

## Oddíl pátý.

### Řady arithmetické i geometrické.

§. 44. Řady arithmetické (58) . . . . .	150
§. 45. Řady geometrické (55) . . . . .	153
§. 46. Užívání řad arithmetických i geometrických (49) . . . . .	156
§. 47. O konvergenci a divergenci řad nekonečných (28) . . . . .	161

## Oddíl šestý.

### Skladna čili nauka o úkonech formálných.

§. 48. O permutacích (20) . . . . .	163
§. 49. O kombinacích (31) . . . . .	164
§. 50. O variacích (20) . . . . .	166
§. 51. Poučka binomická a polynomická (30) . . . . .	167
§. 52. Determinanty (120) . . . . .	171
§. 53. Počet pravděpodobnosti (25) . . . . .	178

## Oddíl sedmý.

### Vyšší rovnice.

§. 54. Obecné vlastnosti vyšších rovnic (64) . . . . .	181
§. 55. Rovnice stupně třetího (50) . . . . .	184
§. 56. O přibližném řešení vyšších číselných rovnic (42) . . . . .	186

### Dodatek.

§. 57. Maximum a minimum (33) . . . . .	189
§. 58. Smíšené úlohy. (83) . . . . .	191