MĚŘICTVÍ

pro

žáky obecných škol.

Sepsal

Frant. Streit,
ředitel a prvý učitel pětitřídné školy v Lomnici v Jičínsku.

K dílku tomuto vydána:

Methodika měřického tvaroznalství k užitku učitelův a čekatelův učitelství.

V PRAZE.
Nakladatel kněhkupectví: I. L. Kober.
1872.

Národní knihtiskárna: I. L. Kober v Praze.

I. O tělesích vůbec.

Stůl jest dlouhý, široký a vysoký; tak též i dům, prádelník, lavice a j.

Není li lavice tak dlouhá, jako jiná, říkáme, že jest krátká; má-li menší šířku, pravíme, že jest úzká, pakli z dola nahoru tolik neměří jako jiná, díme, že jest nízká. Tak jest i se stolem menší délky, šířky a výšky a j.

Prkno jest též dlouhé a široké, avšak neříkáme, že jest vysoké, nýbrž tlusté. Jak dokáže se, že tlouštka přece totéž jest co výška? Které prkno menší tlouštku má než jiné, o tom říkáme, že tenké jest.

Odkud kam se měří výška? V kterém směru se měří tlouštka?

Jmenujte věci dlouhé, široké a vysoké! Jmenujte také věci dlouhé, široké a tlusté! —

Příkop, studna, vana a j. bývají dlouhé, široké a hluboké. Jak dokážete, že hloubka totéž znamená co výška? Řeka, jenž menší hloubku má než jiná, mělkou slove.

Jmenujte věci dlouhé, široké a hluboké.

Stůl, knihu, studnu a j. měříme trojím směrem: od levé strany k pravé, z předu do zadu a zdola vzhůru, jinými slovy: stůl, kniha, studna mají trojí rozměr čili rozsáhlosť.

Vše, co má trojí rozměr čili rozsáhlosť, totiž délku, šířku a výšku, sluje tělesem.

Co jest tedy stůl, lavice, dům a j., že trojí mají rozměr?

Výšku nazýváme někdy tlouštkou, jako při knize, prkně a j., někdy hloubkou, jako při studni, příkopu, nádobách a j.

Vysoký jest kmen, pokud stojí; jsa kládou, dlouhý jest. Šířka klády rovná se tloušťce její. Mluvíce o rozměrech klády, zamlčujeme jeden ze stejných rozměrů a pravíme jen, že kláda dlouhá a tlustá jest. Který rozměr roury se zamlčuje? — U kostky a koule znamenáme, že jsou všecky tři rozměry mezi sebou, čili vzájemně sobě rovny. Který rozměr jmenujeme při kouli a který při kostce čili krychli?

Tělesa, o nichž jsme jednali, záležejí z hmoty a proto můžeme je smysly svými poznávati.

Tělesa z hmoty složená slují hmotná čili fysická.

Každé těleso hmotné vyplňuje nějaké místo, na němž zároveň v tutéž dobu jiné těleso býti nemůže. Místo, na kterém se těleso nějaké nachází aneb nacházeti může, sluje prostor. Každé těleso hmotné vyplňuje čásť nesmírného prostoru světového.

Kde těleso nějaké přestává, tam jsou jeho meze.

Odstraňme to neb ono těleso, ku př. bednu, avšak představujme si i na dále celý prostor, který dříve byla zaujímala. Prostor ten má zajisté týž tvar a tutéž velikosť, jako bedna sama. Tento prázdný prostor též jmenujeme tělesem a sice tělesem mathematickým. Meze těles hmotných jsou zároveň mezmi těles mathematických.

Nemohouce těles mathematických smysly pojmouti, nazíráme tvar a velikosť jejich na tělesích hmotných. Jestiť těleso mathematické jen prostor se všech stran obmezený.

Jaké těleso jest prostor světnice, hmotné či mathematické? Čím jest prostor světnice obmezen?

II. O plochách vůbec.

Podlaha co mez světnice jest dlouhá a široká; tak též i strop. Stěny jsou dlouhé a vysoké. Které rozměry má přední strana tabule? spodní? —

Meze těles mají jen dva rozměry, totiž délku a šířku a nazývají se plochami.

Šířka se jmenuje někdy výškou, ku př. při stěně. Plochy kostky mají délku a šířku stejnou, taktéž i spodní plocha kužele a j.

Co jsou pozemky, že mají jen dva rozměry?

Některé plochy jsou rovné, jako podlaha, stěna a j., některé jako na válci, kuli a j. jsou křivé. Plochy rovné slují roviny.

III. O čarách vůbec.

Na tělesích pozorujeme, že se plochy vespolek sbíhají.

Místo, kde se pouze dvě plochy tělesa sbíhají, sluje hrana.

Ukažte hrany na stole! Jest hrana částí plochy? Jak se nazývá mez potoka? Myslíme si slovem břeh cosi širokého? tlustého? vysokého? Který jen rozměr má břeh? — Rovněž i hrany těles jen jeden rozměr mají, totiž délku. Majíce naznačiti pouhé délky, činíme to čarami.

Čáry jsou pouhá znamení délky, a vše co jen jeden rozměr má, sluje čarou; jsou tedy hrany těles, protože jen jeden rozměr mají, čarami.

Plochy jsou tedy obmezeny čarami. Čára, nějakou barvící hmotou učiněná, sluje hmotnou čili fysickou; pouhá pak délka, kterou nám čára hmotná znázorňuje, slove čára mathematická.

Jmenujte čáry mathematické, o nichž ve škole jednáno bylo!

Některé čáry, jako hrany kostky č. krychle, hranolu, jehlance a j. jsou rovné čili přímé, některé, jako hrany válce, kužele a j. jsou křivé.

Čáry přímé slují krátce přímky, čáry křivé zkrátka křivkami jmenujeme.

IV. O bodech vůbec.

Jsou místa na tělesích, ve kterých se tři, čtyři a více ploch sbíhá. —

Místo, kde se nejméně tři plochy sbíhají, sluje roh. — Roh nemá žádné rozsáhlosti. Rohy kostky naznačili bychom na tabuli osmi body v náležitém pořádku postavenými. Kdybychom si naznačiti chtěli i hrany, bylo by nám pouze ony body náležitými čarami spojiti. Patrno tedy, že body jsou meze čar.

Jako dvojího druhu čáry máme, rovněž i dvojího druhu body jsou. Body, jaké barvící hmotou nějakou děláme, slují hmotnými. Vídáme body hmotné brzy větší brzy menší; majíť tedy body hmotné jakousi velikosť, tak že na nich znamenati jest trojí rozsáhlosť. Avšak k rozměrům bodů nepřiblížíme. Body hmotné jsou jen znaménka místeček, jež pražádné rozsáhlosti nemajíce, měřiti se nedají; tato pak neměřitelná místečka, jež body hmotnými si poznamenáváme, slují body mathematické.

Jmenujte body mathematické, o nichž se ve škole jednalo!

Z tělesa obdržíme dělením více těles, z plochy více ploch, z čáry více čar. Tělesa, plochy, čáry dají se tak děliti, že jednotlivé díly původní jmeno podržují, jsouce téhož rodu jako celek.

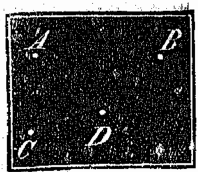
Co v stejnorodé části rozděliti se dá, sluje veličinou. Čáry, plochy, tělesa jsou tedy veličiny. Čáry, plochy, tělesa v prostoru místa svá mají, pročež je veličinami prostorovými nazýváme.

Nauka o veličinách prostorových slove měřictví (geometria, zeměměřictví).

Ač bod mathematický nenáleží k veličinám prostorovým, přece i o něm měřictví jedná, poněvadž jsou body meze čar, veličin to prostorových.

V. O bodech zvlášť.

Mluví-li se o více bodech, jeví se potřeba, aby každý z nich pojmenován byl. Pojmenovávají se pak body buď velkými (vzor. 1.) aneb malými písmenami v pořádku abecedním, nebo číslicemi, jak za sebou jdou.



Vzorec 1.

Dva body mohou několikero poloh čili postavení k sobě míti. V jakém položení jest bod A (vzor. 1.) k ostatním bodům? v jakém bod B? C? D?

Při více bodech hledíme též k vzdálenosti jich. Které dva body ve vzorci 1. jsou nejvíce od sebe vzdáleny a které nejméně?

Úkoly.

1. Naznačte tuto uvedené polohy dvou bodů A a B sami!
2. Zkoumejte, kolikero poloh mohou míti tři body k sobě A, B, C? Kolikero čtyři body A, B, C, D?
3. Udejte *a*) které body z provedení úkolu 2. jsou od sebe v stejné vzdálenosti, *b*) které jsou si nejblíže, *c*) které jsou od sebe nejdále!

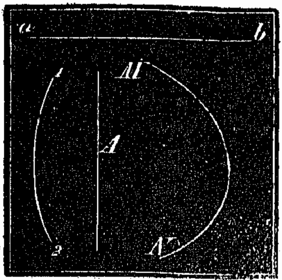
VI. O čarách zvlášť.

a) Rozdělení čar dle tvaru.

1. Přímky.

Každá částka čáry *ab* (vzorec 2.) má týž směr, směřujeť k bodu *a* nebo naopak k bodu *b*, jako všecky články nataženého řetězu k témuž cíli čelí.

Čáry, jichž všecky části týž směr mají, jsou rovné



Vzorec 2.

čili přímé, aneb zkrátka *přímky*; čára *ab* (vzorec 2.) jest tedy přímka.

Bod, kterým se čára začíná, sluje bod začátkový, tedy zde bod *a* jest začátkový; bod, jímž se čára ukončuje, sluje bod koncový; jest tedy bod *b* bodem koncovým, oba pak tyto body, začátkový a koncový, slují body krajními. Také se přímky jen jedním písmenem (aneb číslicí u prostřed postavenou) poznamenávají jako přímka A (vzorec 2).

Úkol. Veďte přímku, aby představovala tyč na zemi položenou! — k zemi nakloněnou! — vztýčenou!

2. *Křivky.*

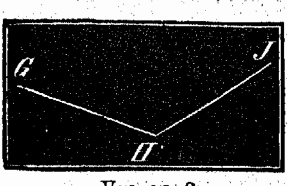
Čáry MN a *1 2* (vzorec 2.) jsou křivky. Rozdělíme-li si čáru MN od oka na několik, ku př. na 5 dílů, shledáme při každém z těchto dílů směr jinaký, rovněž tak při čáře *1 2*.

Čára, jejíž každá část jiný směr má, křivá čára čili křivka slove.

Úkoly.

1. Spojte dva stejně vysoko ležící body křivkou, směřujíce *a*) pod ony body, *b*) nad ně!
2. Spojte taktéž dva právě nad sebou ležící body křivou čarou, vedenou *a*) směrem v levo, *b*) směrem v pravo!

3. *Čáry přímoklikaté čili přímolomené.*



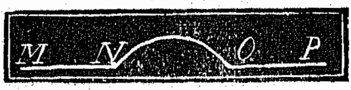
Vzorec 3.

Čára GHJ (vzor. 3) rozpadá se v bodu H ve dvě přímky: GH a HJ, vypadajíc jako dvě přímky a jest podobna klice anebo hůlce zlomené, pokud úlomky její ještě spolu souvisí; i lze ji nazvati tudíž čarou přímolomenou čili přímoklikatou. — Čáry, jež ze dvou neb více přímek záležejí, slují přímolomené čili přímoklikaté.

Úkol. Kreslete čáry přímoklikaté, záležející *a*) ze 2, *b*) ze 3, *c*) ze 4 přímek v rozličných směrech.

4. *Čáry smíšené.*

Na čáře MNOP (vz. 4.) patrna jest část přímá, totiž MN; NO jest křivka, kdežto část OP opět co přímka se nám jeví. Čára MNOP sluje čára smíšená.



Vzorec 4.

Čáry záležející nejméně z jedné přímky a křivky, slují čáry smíšené.

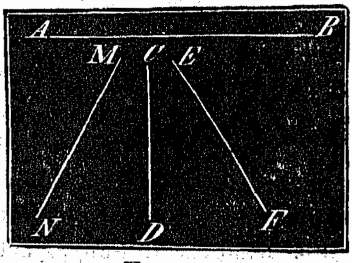
Úkol. Veďte čáry smíšené rozličnými směry!

Vedeme-li mezi týmiž dvěma bodoma rozdílné čáry, která z nich je nejkratší? Proveďte důkaz toho výkresem a měřením.

b) Rozdělení přímek dle polohy čili směru.

1. *Přímky svislé čili prostopádné.*

Přímka CD (vzorec 5.) má týž směr jako olovnice spuštěná, nebo šňůra u hodin; přímka tato přímo dolů visíc, ani sem ani tam se neklonі a sluje přímka svislá. — *Přímka, naznačující směr olovnice nebo šňůry u hodin, sluje přímka svislá nebo prostopádná.*



Vzorec 5.

Úkol. Veďte shora 5 svislých přímek.

2. *Přímky vodorovné.*

Přímka AB (vzorec 5.) směřuje právě od levé ku pravé straně, jako hladina tiše stojící vody.

Přímky, jež mají směr hladiny vody, jsou vodorovné.

Úkol. Veďte 5 vodorovných přímek.

3. *Přímky šikmé čili kosé.*

Přímky MN a EF (vzorec 5.) nejsou ani vodorovné ani svislé, obě dvě se kloní; mají směr šikmý.

Přímky nakloněné slují šikmé čili kosé.

Naznačte rukou ve vzduchu přímky šikmé *a)* z dola v levo vzhůru v pravo! *b)* s hora v pravo dolů v levo! *c)* z dola v pravo vzhůru v levo! *d)* shora v levo dolů v pravo!

Úkol. Veďte po 3 šikmých přímkách naznačenými čtyřmi směry.

Kolikery přímky rozeznáváme dle polohy č. směru jejich? Jmenujte je!

c) Měření přímek.

Vzorec 6.

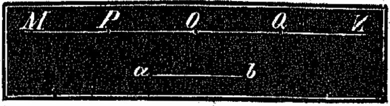
Vzorec 7.

Přímky AB a CD (vz. 6.) jsou stejně dlouhé; přímky KL a MN (vz. 7.) jsou nestejně dlouhé. Znaménko rovnosti jest: $=$, nerovnosti: $>$ aneb $<$. Jméno delší přímky píšeme do otvoru, kratší na roh. Abychom tedy písmem naznačili, že přímka KL delší čili větší jest přímky MN, napíšeme: $KL > MN$ a čteme: přímka KL větší jest přímky MN. Naopak chtějíce naznačiti, že MN menší jest přímky KL, napíšeme: $MN < KL$ a čteme: přímka MN menší jest přímky KL.

Úkoly.

1. Veďte několik rovných *a*) svislých, *b*) vodorovných, *c*) šikmých přímek.
2. Veďte tolikéž nerovných přímek *a*) svislých, *b*) vodorovných, *c*) šikmých!

Přímka *ab* (vzorec 8.) jest menší přímky MN; dá se na přímku MN čtyřikrát vnésti, aniž zůstaven jest jakýsi zbytek. Jestiť tedy přímka *ab* čtyřikrát menší přímky MN a naopak tedy přímka MN jest čtyřikrát větší přímky *ab*; jinak řečeno: přímka *ab* jest v přímce MN čtyřikrát obsažena, aneb *ab* jest čtvrtý díl přímky MN. Výsledek tento může se takto napsati: MN$=4ab$, $ab=$MN$:4$ nebo $ab = \frac{MN}{4}$



Vzorec 8.

Porovnáme-li čáru s čarou, zdali a kolikrát jedna v druhé obsažena jest, pravíme, že je měříme.

V měřictví užívá se stopy čili střevíce co jedničky míry k měření délky, šířky, výšky, vůbec k měření rozsáhlostí. Známkou stopy čili střevíce jest čárka, s vrchu číslice v pravo učiněná; píšeme tedy: 1', 2', 4', 5' a čteme: stopa, 2 stopy, 4 stopy, 5 stop.

Stopa dělí se na 12 palců, palec na 12 čárek. Známkou palců jsou dvě a znamením čárek tři čárky s vrchu číslice v pravo položené. Píšeme tedy: 3", 6", 10" a 2''', 7''', 11''', čteme pak 3 palce, 6 palců, 10 palců a 2, 7, 11 čárek. Šest stop činí sáh, jenž znamená se kroužkem s vrchu číslice v pravo umístěným, jako 2°, 7°, 15°, což se čte, dva sáhy, 7, 15 sáhů.

4000 sáhů činí rakouskou míli (r. m.) a 3912° míli zeměpisnou (z. m.)

Úkoly.

1. Veďte přímku 2" dlouhou.
2. Veďte 5 přímek po 3" dlouhých *a*) vodorovných, *b*) svislých, *c*) šikmých.
3. Veďte 5 svislých přímek v rovné vzdálenosti, tak aby obnášela první z nich 1" délky, druhá a třetí o půl palce více než

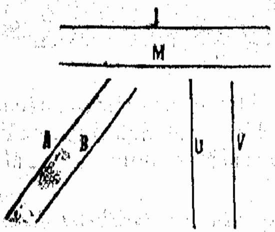
právě předcházející, čtvrtá a pátá o půl palce méně než právě předešlé.

4. Učiňte totéž s 5 vodorovnými!

d) O vzájemné poloze dvou a více čar.

1. *Rovnoběžky.*

Přímky l a M (vzorec 9.) na všech místech stejně daleko od sebe jsou vzdáleny; tak též i přímky A a B,



Vzorec 9.

Vzorec 10.

pak U a V. Křivky AB a CD (vzorec 10.) také v rovné vzdálenosti od sebe běží.

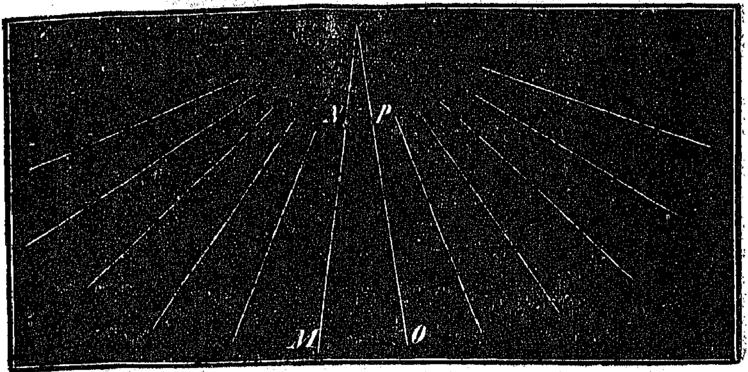
Čáry, které běží stále v rovné od sebe vzdálenosti, slují rovnoběžné čili rovnoběžky. Jsou tedy přímky l a M, A a B, U a V (vzorec 9.) a křivky AB a CD (vzorec 10.) rovnoběžné čili rovnoběžky.

Úkol. Veďte *a*) dvě stejně dlouhé svislé, *b*) dvě stejně dlouhé vodorovné, *c*) dvě stejně dlouhé šikmé přímky rovnoběžné a spojte jejich krajní body křivými rovnoběžkami.

Rovnoběžnosť znamená se v písmě takto: || . Že přímky l a M (vzorec 9.) a křivky AB a CD (vz. 10.) jsou rovnoběžny, vyjádří se písmem takto: l || M, AB || CD.

2. *Různoběžky.*

Přímky MN a OP (vzorec 11.) nejsou rovnoběžny, konci N a P se k sobě přibližují, konci M a O od sebe se vzdalují; jinak řečeno: konci N a P se sbíhají, konci M a O se rozbíhají. Prodloužíme-li obě směrem, kde se sbíhají (tedy obě směrem vzhůru), sběhnou se konečně v jednom bodě; pokračujeme-li v prodlužování ještě dále, proseknou čili protnou se v témž bodě.



Vzorec 11.

Přímky jako MN a OP a všecky ve vzorci 11., které s jedné strany k sobě se přibližují a se strany druhé od sebe se vzdalují, slují různoběžné čili různoběžky. Bod, ve kterém se různoběžky stýkají, jmenuje se průsek. Směrem k průseku jsou různoběžky sbíhavé, směrem protivným rozbíhavé.

Křivky též bývají různoběžkami.

Úkoly.

1. Veďte v rozličných polohách různoběžky. Ukažte, kde se sbíhají a kde se rozbíhají. Prodlužte je až k průsekům a pojmenujte každý z nich!

2. Veďte v rozličných polohách různoběžné přímky a spojte pak krajní body každé z nich křivkou!

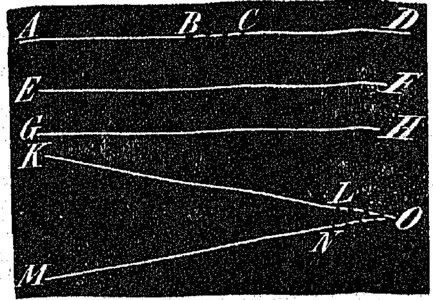
Dvě přímky mohou míti týž směr jako přímky AB a CD (vzorec 12.). Když tu neb onu, aneb obě zároveň na koncích k sobě čelících — B a C — prodloužíme, jediné jen přímky nabudeme, totiž AD.

Úkoly.

1. Zkoumejte, kolikero poloh může míti tré přímek k sobě! Kolik průseků jest při třech přímkách možno?

2. Veďte čtyři různoběžky, jež se *a*) v jednom bodě sbíhají, *b*) protínají.

3. Veďte 3 vodorovné rovnoběžky a protněte je šikmou přímkou z dola od levé nahoru v pravo.



Vzorec 12.

4. Veďte dvě vodorovné rovnoběžky a protněte je *a*) dvěma svislýma rovnoběžkama, *b*) dvěma různoběžkama nahoru sbíhavýma, *c*) dvěma různoběžkama dolů sbíhavýma.

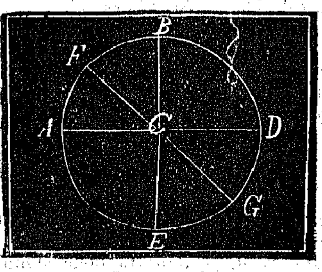
5. Veďte dvě rovnoběžky a protněte je dvěma různoběžkama, jež se mezi rovnoběžkama protínají.

6. Protněte dvě různoběžné přímky *a*) nahoru, *b*) dolů sbíhavé vodorovnou.

7. Veďte dvě různoběžky *a*) v pravo, *b*) v levo sbíhavé a protněte každé svislou.

e) O kružnici.

Křivka, jíž viděti na vzorci 13., má konce splynulé a všecky body její mají stejnou vzdálenosť od bodu C uvnitř ležícího. Jmenuje se kružnice. Co je tedy kružnice?



Vzorec 13.

Bod uvnitř kružnice od každého místa jejího rovně vzdálený, sluje středobod čili střed a znamená se jako tuto obyčejně písmenem C.

Rovina kružnicí omezená sluje kruh. Každá částť kružnice sluje obloukem kruhovým; díly kružnice (vzor. 13.) AF, FB, BD, EG, DG, AE jsou tedy oblouky kruhové.

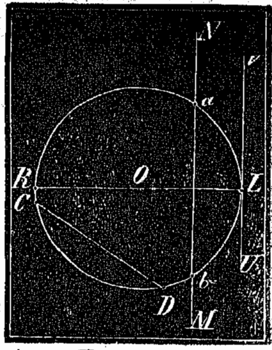
Přímka, jako AD nebo BE (vzorec 13.), *vedená z kteréhokoli bodu kružnice středobodem k protějšímu bodu kružnice, sluje průměr.*

Přímky, jako AC, BC, DC, EC, *jež spojují středobod s kterýmkoli bodem kružnice, slují poloměry.*

V témž kruhu jsou 1. všecky průměry a 2. všecky poloměry vespolek sobě rovny.

Změříme-li oblouky AB, BD, DE, EA, shledáme, že jsou si rovny, každý z nich jest tedy čtvrť kružnice a sluje čtverník. Tyto čtverníky vznikly vedením průměru svislého a vodorovného. Več rozpadá kružnice vedením svislého a vodorovného průměru?

Jest přímka CD ve vzorci 14. také průměrem? Proč ne? Přímka, jako CD (vz. 14.), jež dva body kružnice spojuje, ale středobodem neprochází, slove *tětiva.*



Vzorec 14.

Přímka MN (vzor. 14.) protíná kružnici v bodech *a* a *b*, leží z části v kruhu, z části mimo něj, a slove *sečna.* Co jest tedy sečna?

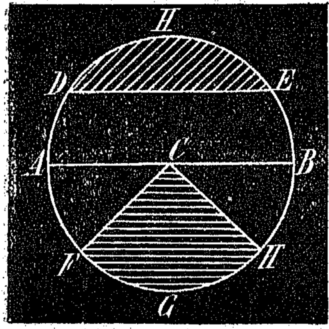
Přímka UV leží zcela mimo kruh, tak ale, že se v jednom bodu kružnice dotýká a sluje *tečna.* Co jest tečna? — Bod (L), v němž se tečna (UV) kružnice dotýká, sluje bod *tečný.*

Část kruhu DHE (vzorec 15.) jest omezena tětivou DE a k ní příslušným obloukem kruhovým DHE a sluje *kruhová úseč.* Co jest kruhová úseč?

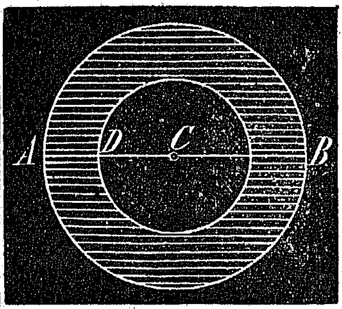
Část kruhu CFGH (vzorec 15.) jest omezena dvěma poloměry CF a CH a kruhovým obloukem FGH, mezi nimi rozpjatým a slove *kruhová výseč.* Co jest kruhová výseč?

Vzorcem 16. představují se nám dva kruhy se společným středobodem C. Kruhy tyto slovou *soustředné.* Co jsou kruhy soustředné?

Kruh s poloměrem AC jest o vyčárkovanou část větší kruhu s poloměrem CD. Tato vyčárkovaná část většího kruhu leží mezi kružnicema soustředných kruhů a sluje *mezikruží čili kruhový věnec.*



Vzorec 15.



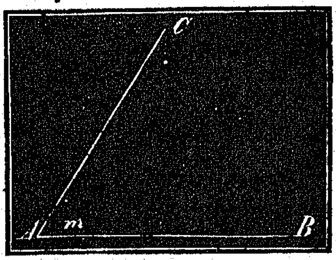
Vzorec 16.

Kruhový věnec jest tedy rozdíl velikosti dvou soustředných kruhův.

VII. O úhlech.

1. Pojem úhlův a jich pojmenování.

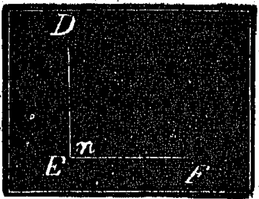
Přímky AB a AC (vzor. 17.), DE a EF (vzor. 18.), GH a JH (vzorec 19.) od sebe se odchylují a protínají. Které z nich činí nejvyšší odchylku a které nejmenší?



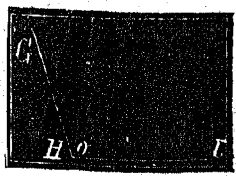
Vzorec 17.

Odchylka dvou přímek se protínajících slove úhel. Přímky AB a AC, DE a EF, GH a JH, jež odchylku činí čili úhel uzavírají, slují ramena úhlů. Průsek ramenou úhlu jmenuje se vrchol úhlův. Úhly znamenají se trojím spůsobem:

1. Třemi písmeny jako vzorce 17., 18. a 19. V tom případě vyslovuje se písmeno při vrchole napsané uprostřed obou ostatních, jako ku př. (vzorec 17.) úhel BAC aneb CAB.



Vzorec 18.



Vzorec 19.

2. Jediným písmenem zevnitř vrcholu položeným; ku př. úhel DEF (vzor. 18.) můžeme pojmenovati pouze písmenem E.

3. Jediným písmenem uvnitř ramenou při vrchole položeným, jako úhel m (vzorec 17.), úhel n (vzor. 18.) a úhel o (vzorec 19).

Známkou úhlu jest: $<$ neb $\measuredangle$.

2. Rozvržení úhlů dle jich velikosti.

Rameno DE úhlu DEF (vzorec 18.) ani na tu ani na onu stranu se nenachyluje k ramenu EF a taktéž jest i naopak. Když se rameno k ramenu ani na tu ani na onu stranu nenachyluje, pravíme, že ramena stojí na sobě kolmo; úhel pak, jehož ramena stojí na sobě kolmo, sluje úhel pravý. Úhel DEF (vzorec 18.) jest tedy pravý.

Vezměte tužku a násadku a ukažte jima úhel pravý! Dejte jej do rozličných poloh! Jaký úhel uzavírá svislá s vodorovnou?

Úkoly.

Kreslete od ruky pravé úhly a sice:

1. s vodorovným ramenem a svislým v pravo vzhůru čelícím!
2. s vodorovným ramenem a svislým v pravo dolů čelícím!
3. s vodorovným ramenem a svislým v levo dolů čelícím!
4. s vodorovným ramenem a svislým v levo vzhůru čelícím!
5. s vrcholem právě vzhůru čelícím!
6. s vrcholem právě dolů čelícím!

7. s vrcholem nahoru v pravo čelícím!
8. s vrcholem nahoru v levo čelícím!
9. s vrcholem dolů v levo čelícím!
10. s vrcholem dolů v pravo čelícím!

Jaké polohy mohou míti ramena pravých úhlův? Veškeří praví úhlové jsou si velikostí rovni a proto se jich co měřítka k měření ostatních úhlův užívá.

Držte tužku s násadkou tak, aby svíraly pravý úhel! — Přibližte více rameno k ramenu! Ještě více! Úhlové, jakých jste tímto způsobem nabyli, jsou menší pravého a slují *úhly ostré.* Úhly ostré svírají ramena k sobě se klonící.

Úhel BAC (vzorec 17.) jest menší pravého a tudíž *ostrý.*

Úkoly.

1. Veďte vodorovnou a z levého konce její šikmou vzhůru v pravo!
2. Veďte vodorovnou a z levého konce její šikmou dolů v pravo!
3. Veďte vodorovnou a z pravého konce její šikmou shora v levo!
4. Veďte vodorovnou a do pravého konce její šikmou zdola v levo! Jakých nabyli jste úhlů pravých či ostrých?

5. Kreslete ještě úhly ostré rozličné velikosti v rozličných polohách, jako: *a*) aby vrchol čelil vzhůru, *b*) dolů, *c*) vzhůru v pravo, *d*) vzhůru v levo, *e*) dolů v pravo, *f*) dolů v levo!

Viděli jste ve škole na kružidle úhel pravý, úhly ostré rozličné velikosti, pak i úhel takový, jehož obě ramena činí spolu přímku. Úhel tento nazvali jste proto *úhlem přímým.* Co jest tedy úhel přímý? — A jak nazvali jste ony úhly, jež větší byly pravého ale menší přímého, jako jest ku př. úhel GHJ (vzorec 19)? Těm jste úhly tupé říkali. Co jsou úhly tupé? — Představte si tužkou a násadkou co rameny úhel přímý! úhly tupé rozličné velikosti!

Úkoly.

1. Nakreslete přímý úhel s ramenoma *a*) vodorovnýma, *b*) svislýma, *c*) šikmýma!

2. Veďte vodorovnou a z pravého konce její šikmou dolů v pravo!

3. Veďte vodorovnou a do levého konce její šikmou shora v levo!

4. Veďte vodorovnou a do levého konce její šikmou zdola v levo! Jaké úhly jsme tím obdrželi?

5. Kreslete ještě jiné tupé úhly v týchž polohách, jako jste kreslili úhly ostré!

6. Páže s prsoma mohou zavírati úhel ostrý, pravý, tupý nebo přímý. — Naznačte tyto spůsoby.
7. Jaký jest úhel GHJ na vzorci 19.?

Pravý, ostrý a tupý úhel nazývají se společným jmenem *úhly duté*.

Kružidlem znázorněn byl ve škole také úhel větší přímého, jejž úhlem *vypuklým* nazvali jste. Na rozličných úhlech dále jste pozorovali a přesvědčili se, že vypuklý úhel bez dutého a dutý bez vypuklého nedá se mysliti.

Úhly se tedy dle své velikosti takto dělí:
1. v úhly přímé, jichž ramena jedinou přímku činí;
2. v úhly duté, jenž menší jsou přímého;
3. v úhly vypuklé, jenž jsou větší přímého.

Úhly duté se rozvrhují:
1. v pravé, jichž ramena na sobě stojí kolmo;
2. v ostré, menší pravého a
3. v tupé, jenž větší jsou pravého.

3. Úhly středové.

Ve vzorci 13. máme úhly, jichž ramena jsou poloměry a vrchol jich středobod kruhu. Jmenujte je!

Úhly, jichž vrcholem jest středobod kruhu a ramenoma poloměry, slují *úhly středové*.

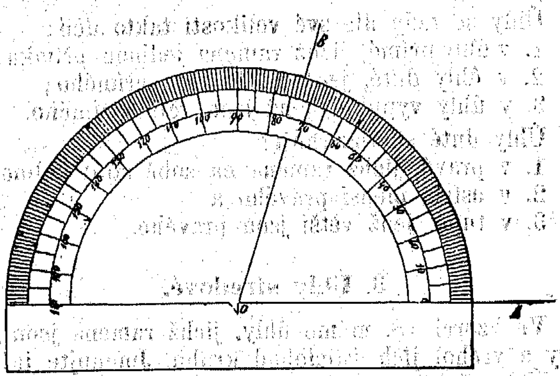
Úhly ACB, BCD, DCE a ECA jsou pravé, a proto sobě vzájemně t. j. jeden druhému rovny. Ku každému z těchto čtyr stejně velikých středových úhlů náleží stejně veliký kruhový oblouk. Přesvědčte se měřením!

Narýsujte si na kousku papíru vzorec 13. a vystříhněte si úhel ACF a úhel DCG s příslušnými jim oblouky; mohou-li pak se výstřižky tyto tak na sebe položiti, aby se kryly? Ovšem, a když tomu tak jest, musíme říci, že úhlové tito jsou sobě rovni a že i příslušné jim kruhové oblouky velikostí svou sobě se rovnají. Zkuste týmž spůsobem, jsou-li ještě jiní dva úhlové v témž vzorci sobě rovni a pakli ano, náležejí-li k nim stejně veliké oblouky?

K rovným středovým úhlům v témž kruhu rovné *příslušť oblouky kruhové a k rovným obloukům téhož kruhu rovné středové úhly náležejí.*

4. Úhloměr a užívání jeho.

Ze vzorce 13. jest viděti, že ku každému většímu úhlu středovému náleží větší oblouk, k menšímu menší, k stejným stejné. Z toho jde, že se úhlové dají oblouky měřiti.



Vzorec 20.

Užívá se pak k měření úhlů půlkruhu lepenkového, plechového neb dřevěného, kterýž úhloměrem sluje (vzorec 20). Úhloměr dělí se na 180 rovných dílků. Dílky tyto slují stupně. Kružnice celá dělí se tedy na 360 stupňů. Stupeň jest tedy třistašedesátý díl kružnice, nebo stoosmdesátý díl půlkruhu aneb devadesátina čtverníku. — Stupeň dělí se na 60 minut, minuta na 60 sekund. Stupně znamenáme kroužkem, minuty jednou, sekundy dvěma čárkama; ku př. $30^0\ 50'\ 40''$, třicet stupňů, padesát minut a čtyřicet sekund.

Úkoly.

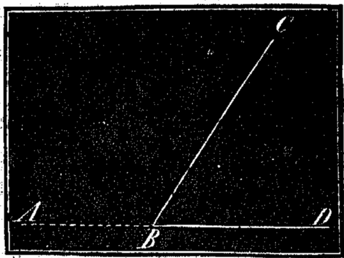
1. Nakreslete a) několik ostrých úhlů rozličné velikosti, b) několik tupých úhlů rozličné velikosti a změřte každý!

2. Nakreslete a změřte pravý úhel!
3. Nakreslete úhel přímý a změřte jej!
4. Nakreslete několik vypuklých úhlův a změřte je
Kolik stupňů má úhel přímý? pravý? Kolik stupňů může míti úhel ostrý? tupý?
5. Užijte těchto známostí a povězte, který úhel sluje pravý, který ostrý, tupý, přímý, dutý, vypuklý? Ku př. pravý úhel jest ten, jenž má 90 stupňů.
6. Veďte si jakoukoli přímku a v některém středním bodu sestrojte úhel 50 stupňů!
7. Veďte přímku vodorovnou a sestrojte na obou koncích její rovné úhly a sice: a) úhly 90°, b) úhly 105°, c) 45°!
8. Veďte svislou a sestrojte v obou její koncích: a) pravé úhly, b) úhly 70°, c) úhly 170°!
9. Veďte šikmou přímku a sestrojte v koncích této: a) pravé úhly, b) stejně veliké tupé a c) stejně veliké ostré!
V kterých případech jsou dvě ramena rovnoběžná? rozbíhavá (na koncích nespojených)? sbíhavá?
10. Veďte přímku vodorovnou, rozpulte ji a v dělícím bodě sestrojte 2 úhly o 45°, jeden vlevo, druhý vpravo obrácený, avšak tak, aby ona přímka oběma za ramena byla! Kolik stupňů má úhel mezi oběma sestrojenými vzniklý? Proč?
11. Sestrojte úhly 20°, 35°, 70°, 120°!
12. Nakreslete dva úhly se společným vrcholem, udějte jejich součet a pak pomocí úhloměru sestrojte úhel, jenž rovná se součtu tomu!
13. Nakreslete tupý úhel a ostrý, udejte jich rozdíl a sestrojte úhel rovný tomuto rozdílu!
14. Sestrojte úhel třikrát větší úhlu 25° majícího!
15. Sestrojte pětinu úhlu 160°!
16. Nakreslete si ostrý úhel a vedle něho sestrojte dvakrát tak veliký úhel!
17. Nakreslete dva úhly a vedle nich třetí, jenž se rovnati má polovině součtu první h dvou!
18. Sestrojte úhel tak veliký, jaký činí levé břehy Labe a Vltavy při ústí této (na mapě Studničkově)!
19. Sestrojte tak veliký úhel, jaký činí pravý břeh Moravy s levým břehem Dyje při ústí této!
20. Sestrojte takové úhly, jaké činí dráhy u Olomouce se sbíhající; ustanovte součet úhlů těch a sestrojte úhel rovný třetině téhož součtu!

5. Vedlejší úhly.

Prodloužíme-li při úhle CBD (vzorec 21.) rameno DB vrcholem, vznikne úhel nový, totiž $\sphericalangle$ ABC. Týž má s úhlem CBD společný vrchol B, společné rameno

CB a ostatní dvě ramena jejich činí přímku AD. Úhly ABC a CBD slují *vedlejší.*



Vzorec 21.

Úhly, jež mají tentýž vrchol a společné rameno, ostatní pak dvě ramena v přímce, slují vedlejší.

Úkoly.

1. Nakreslete ostrý úhel a přičiňte k němu vedlejší! Sestrojte rovně veliký úhel a přičiňte k němu vedlejší, prodloužíce druhé rameno vrcholem!

2. Nakreslete tupý úhel a učiňte totéž co v předešlém úkole!

3. Nakreslete úhel pravý a přičiňte k němu vedlejší obojím způsobem!

4. Nakreslete dva úhly, jež mají vrchol a rameno společné; avšak ostatní dvě ramena v přímé čáře nebuďtež! — Jsou takoví úhlové též vedlejší? Proč ne?

5. Nakreslete dva úhly, aby měly společný vrchol a dvě ramena v přímce ležící, společného ramena nemajíce! Jsou titoždva úhlové vedlejší? Proč ne?

6. Kolik stupňů mají oba vedlejší úhly dohromady
v úkole 1. v případě prvém? druhém?
v úkole 2. v případě prvém? druhém?
v úkole 3. v případě prvém? druhém?

Kreslením a měřením vedlejších úhlů dovídáme se, že *a)* vedlejší úhel pravého pravý, tupého ostrý, ostrého tupý jest; *b)* že součet dvou k sobě náležejících úhlů vedlejších činí vždy 180° čili 2 pravé (=2R).

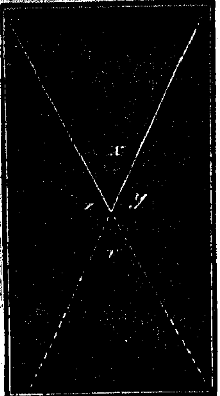
6. Úhly vrcholové.

Prodloužením obou ramen úhlu x (vzorec 22.) nabyli jsme tří nových úhlův, totiž $\sphericalangle v$, $\sphericalangle y$, $\sphericalangle z$. Všimněme si dvou a dvou naproti sobě ležících, tedy $\sphericalangle x$ a $\sphericalangle v$, $\sphericalangle y$ a $\sphericalangle z$! Úhel x a $\sphericalangle v$ mají společný vrchol a ramena jejich leží napříč v přímé čáře; rovněž i $\sphericalangle y$ a $\sphericalangle z$.

Úhly se společným vrcholem a ramenoma v přímé čáře napříč ležícími slují *vrcholové úhly*.

Jestiť tedy $\sphericalangle x$ vrcholovým úhlem úhlu v (a naopak), a $\sphericalangle y$ vrcholovým úhlem úhlu z (a naopak).

Že vzorce 22. patrno, že vznikají úhly vrcholové také, když se přímka přímkou protne.



Vzorec 22.

Úkol. Protněte vodorovnou přímku a) svislou, b) šikmou shora vpravo, c) šikmou shora vlevo vedenou. Protněte také svislé a šikmé přímkami jiného druhu!

Změřte každé dva k sobě náležející vrcholové úhly!

Měřením dověděli jste se, že vrcholové k sobě náležející úhly jsou si rovny.

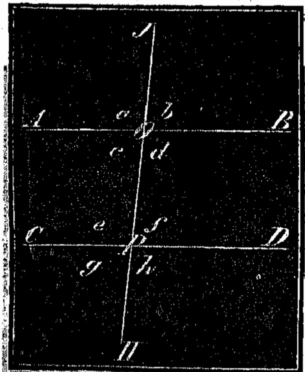
7. Úhly stejnolehlé, střídnolehlé a přilehlé.

Protneme-li dvě přímky AB a CD třetí přímkou JH (vzorec 23.), vznikne nám 8 úhlův; totiž úhly a, b, c, d, e, f, g, h, z nichž $\sphericalangle a$, $\sphericalangle b$, $\sphericalangle g$, $\sphericalangle h$ ležíce zevnitř, zevnitřní, ostatní uvnitř ležíce, vnitřní úhly se jmenují. Které z nich jsou vedlejší? vrcholové?

Dva a dva z úhlů těchto mají ještě jiná jména.

1. Úhel a a $\sphericalangle g$, pak $\sphericalangle b$ a $\sphericalangle h$ jsou zevnitřní úhly rozdílných vrcholů na téže straně protínací přímky; $\sphericalangle c$ a $\sphericalangle e$, také $\sphericalangle d$ a $\sphericalangle f$ jsou vnitřní úhly rozdílných vrcholů na téže straně protínací přímky. Jmenované dva a dva úhly slují přílehlé úhly.

Dva zevnitřní aneb dva vnitřní úhly rozdílných vrcholů na téže straně protínací přímky slují úhly přílehlé.



Vzorec 23.

2. Úhel *a* a $\sphericalangle h$, pak $\sphericalangle b$ a $\sphericalangle g$ jsou zevnitřní úhly rozdílných vrcholů na rozdílných stranách protínací přímky; úhly *c* a *f*, pak úhly *d* a *e* jsou vnitřní úhly rozdílných vrcholů na rozdílných stranách přímky protínací. Tyto dva a dva úhly slovou úhly *střídnolehlé.*

Dva zevnitřní nebo dva vnitřní úhly rozdílných vrcholů na rozdílných stranách přímky protínací slovou úhly střídnolehlé.

3. Z úhlův *a* a *e*, *b* a *f*, *c* a *g*, *d* a *h* jest vždy jeden zevnitřní, druhý vnitřní, oba leží na téže straně protínací přímky a mají nestejné vrcholy. Dva a dva jmenované úhly slují úhly *stejnolehlé.*

Dva úhly, jeden zevnitřní druhý vnitřní, jenž mají rozdílné vrcholy a leží na téže straně protínací přímky, slovou stejnolehlé úhly.

Přímky AB a CD (vzorec 23.) jsou rovnoběžky. Změřme *a)* dva a dva stejnolehlé k sobě náležející úhly, *b)* dva a dva střídnolehlé a *c)* dva a dva přílehlé úhly v témž obrázci!

Měřením právě vykonaným shledali jste toto:

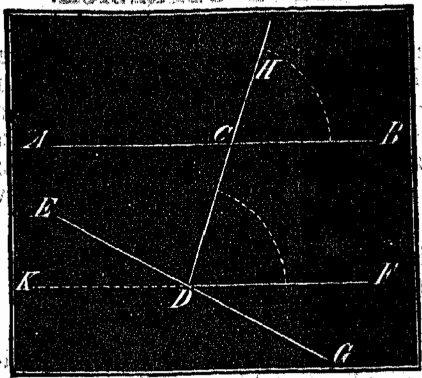
1. Dva a dva k sobě náležející stejnolehlé úhly mezi rovnoběžkama jsou si rovny.

2. Dva a dva k sobě náležející střídnolehlé úhly mezi rovnoběžkama jsou si rovny.

3. Dva a dva přílehlé, k sobě náležející, úhly mezi rovnoběžkama činí 2R čili 180°.

Ve škole přesvědčili jste se, že mezi různoběžkama dva a dva k sobě náležející stejnolehlé nebo střídnolehlé úhly *nejsou* sobě rovny, a úhly přílehlé že *nečiní* 2R čili 180°.

Na základě těchto zkušeností můžeme daným bodem k dané přímce přímku rovnoběžně vésti. Ku př.



Vzorec 24.

měla by se vésti přímka bodem D (vzorec 24.) rovnoběžně s přímkou AB. Tu vede se daným bodem D přímka libovolně, která přímku AB v bodě C protíná; v bodu D sestrojí se úhel rovný úhlu BCH tak, aby nový úhel s tímto byl stejnolehlý. ∢ FDC jest stejnolehlý a roveň úhlu BCH, pročež přímka FD (aneb prodloužena byvši FK) jest rovnoběžna s přímkou AB, poněvadž stejnolehlé úhly mezi nimi jsou sobě rovny. Kdybychom vedli týmž bodem D jinou přímku, ku př. EG, nebyla by tato s danou přímkou rovnoběžna, poněvadž nebyly by ani stejnolehlé ani střídnolehlé úhly sobě rovny, ani by součet dvou a dvou k sobě náležejících přilehlých úhlů nečinil 2R čili 180°.

Úkoly.

1. Veďte po dvou rovnoběžkách rozličných směrův a dokažte, že jimi vskutku jsou a) rovnosti stejnolehlých, b) rovnosti střídnolehlých úhlův, c) úhly přilehlými, jež 180° míti musejí.

2. Veďte 3 rovnoběžky šikmé a dokažte rovnoběžnost jejich všemi třemi způsoby!

3. Veďte přímku a na ní 2 kolmice! Jsou tyto kolmice rovnoběžky? Důkaz!

VIII. O obrazcích.

Nakreslený tvar nějaké roviny sluje obrazec. Obrazce jsou buď přímočarné, křivočarné aneb smíšenočarné, dle toho, jsou-li buď samými přímkami, aneb samými křivkami aneb konečně přímkami i křivkami omezeny. Čáry, jimiž obrazce omezeny jsou, slují strany. Mimo strany vidíme na obrazcích též úhly. Obrazce nazývají se dle počtu úhlů:

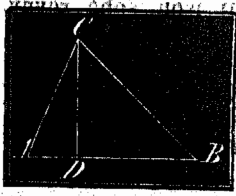
1. trojúhelníky s 3 úhly;
2. čtyrúhelníky s 4 úhly;
3. mnohoúhelníky s více než 4 úhly.

Mnohoúhelníky rozpadají se v pěti-, šesti-, sedmi-, osmiúhelníky atd. dle toho, mají-li 5, 6, 7, 8 atd. úhlů.

a) O trojúhelníku.

1. *Všeobecné vlastnosti trojúhelníků.*

Trojúhelník znamená a jmenuje se obyčejně třemi písmeny, jež na vrcholy úhlův jeho kladou se.



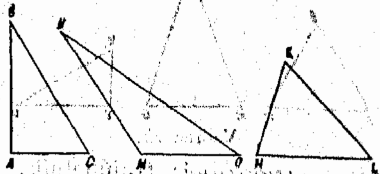
Vzorec 25.

Trojúhelník ABC (vzorec 25.) zdá se nám, jakoby na straně AB spočíval. Strana trojúhelníka, na níž trojúhelník spočívati se zdá, sluje podstava. Můžeme však dle potřeby kteroukoli stranu za podstavu považovati.

Vrchol úhlu proti podstavě ležícího sluje vrcholem trojúhelníka. Je-li AB (vzorec 25.) podstavou, tož jest vrchol C vrcholem trojúhelníka. Možno vrchol A neb vrchol B někdy za vrchol trojúhelníka považovati? — Kolmá (CD) s vrcholu na podstavu spuštěná sluje šířka (výška) trojúhelníka. Nakreslete trojúhelníků několik a veďte v nich všecky možné šířky!

2. *Rozvržení trojúhelníků dle úhlů.*

Trojúhelník BAC (vzorec 26.) nazývá se pravoúhlý od pravého úhlu, trojúhelník NMO tupoúhlý od tupého



Vzorec 26.

úhlu v něm se nalezajícího, trojúhelník KHL ostroúhlý, že jen ostré úhly v něm se nacházejí.

Kolikeré trojúhelníky vzhledem k úhlům rozeznáváme? Jmenujte je!

Obě strany pravoúhlého trojúhelníka (BAC, totiž BA a AC), jež pravý úhel (BAC) svírají, slují odvěsny, třetí (BC), jež pravý úhel podpíná, sluje podpona.

Úkoly.

1. Kreslete trojúhelníky *a*) pravoúhlé, *b*) tupoúhlé, *c*) ostroúhlé — v rozličných polohách!
2. Změřte v každém z nich všecky úhly!

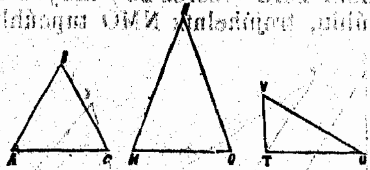
Měřením dověděli jste se, že *součet všech tří úhlů v každém trojúhelníku činí 180° čili 2R.*

Má-li jeden úhel v některém trojúhelníku 57°, kolik stupňů mají oba ostatní úhlové dohromady? Činí-li součet dvou úhlů v trojúhelníku nějakém 125°, kolik stupňů má třetí úhel? — Má-li v pravoúhlém trojúhelníku jeden z ostrých úhlů 47°, jak veliký jest druhý ostrý úhel? Mají-li dva trojúhelníky po dvou úhlech, jichž součet činí 100°, jak veliký jest třetí úhel v tom i onom trojúhelníku?

Mají-li dva trojúhelníky dva úhly vzájemně rovné, jsou si i třetí úhlové rovni.

3. *Rozvržení trojúhelníků dle stran.*

Trojúhelník ABC (vzorec 27.) má všecky tři strany, trojúhelník MNO dvě strany stejné, t. j. MN=NO; konečně trojúhelník TUV má strany nestejně dlouhé. Trojúhelník, jehož všecky strany jsou stejně dlouhé (jako



Vzorec 27.

△ ABC) slúje *rovnostraný*; trojúhelník, jako MNO, s dvěma rovnýma stranama slúje *rovnoramený*; trojúhelník se stranami veskměs nestejnými sluje *nerovnostraný*. Strany rovnoramenného trojúhelníku sobě rovné, tedy MN a NO (vzorec 27), slují *ramena* trojúhelníka.

Změřte úhly M a O trojúhelníka MNO!

Měřením přesvědčujeme se, že úhly při liché straně rovnoramenného trojúhelníka sobě rovny jsou.

Nakreslete úhel 60°, odměřte s vrcholu jeho na obou ramenou rovné díly, a spojte konečné body rovných těch dílů přímkou; změřte i třetí stranu! Tak sestrojí se rovnostraný trojúhelník bez kružidla. Změřte ostatní dva úhly rovnostraného trojúhelníka i pamatujte si: Trojúhelník rovnostraný má nejen všecky strany, ale i všecky úhly mezi sebou rovné.

Veďte přímku, rozpulte ji, v dělícím bodu na ni postavte kolmici, vyvolte si kterýkoli bod kolmice a spojte ho přímkami s krajními body přímky první! Tak sestrojuje se trojúhelník rovnoramený bez kružidla.

Také se sestrojí trojúhelník rovnoramený tímto způsobem: Vede se přímka, v její koncích sestrojí se stejně veliké úhly, jichž součet ovšem menší býti musí dvou pravých č. 180°, ramena úhlů těch posud nespojená, prodlouží se až k průseku, čímž úloha provedena jest.

Úkoly.

Sestrojujte trojúhelníky rovnoramenné v rozličných polohách, a sice:

1. Lichá strana budiž vodorovná, vrchol pak čeliž dolů!

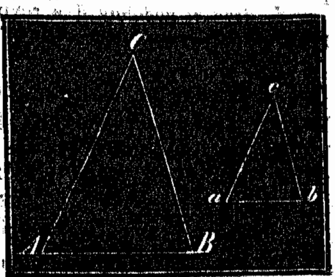
2. Lichá strana budiž svislá, vrchol čeliž *a*) v pravo! *b*) v levo!

3. Lichá strana budiž šikmá směrem od levé k pravé, vrchol čeliž opět prvé v pravo, pak v levo!

4. O podobnosti trojúhelníků.

Mají-li dva trojúhelníky vzájemně rovné úhly, jako △ ABC a △ *abc* (vzor. 28.), slují *podobné*. Který úhel trojúhelníka *abc* jest roveň úhlu A trojúhelníka ABC? který úhlu B? který úhlu C?

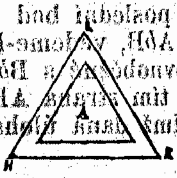
Známka podobnosti jest: ∼. Píšeme tedy △ ABC ∼ △ *abc*. Kterého druhu trojúhelníky jsou vesměs sobě podobny? Proč jsou si všecky rovnostrané trojúhelníky podobny? Jsou si dva pravoúhlé trojúhelníky podobny, mají-li po rovném ostrém úhle? Proč? — Má-li se sestrojiti trojúhelník jinému podobný, jest potřebí všecky tři úhly daného trojúhelníka vyměřiti? Proč dostačí vyměření dvou?



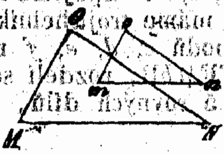
Vzorec 28.

Úkoly.

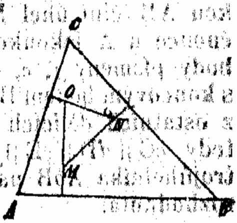
1. Nakreslete dva trojúhelníky, tak aby strany jejich vzájemně rovnoběžny byly (vzorec 29.). Jsou si trojúhelníky takové podobny? proč?



Vzorec 29.



Vzorec 30.



Vzorec 31.

2. Nakreslete dva trojúhelníky se vzájemně rovnoběžnými stranami tak, aby položeny byly vedle sebe, aniž by se sebe dotýkaly. Jsou si tyto trojúhelníky podobny?

3. Nakreslete dva trojúhelníky se vzájemně rovnoběžnými stranami, tak aby trojúhelník menší jedním svým úhlem do vnitř většího zabíhal (vzorec 30.). Jsou si tyto trojúhelníky podobny?

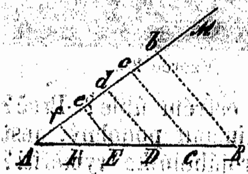
4. Nakreslete dva trojúhelníky tak, aby strany jejich aneb jich prodlouženiny na sobě stály kolmo (vzorec 31)! Jsou tyto dva trojúhelníky sobě podobny?

5. Jsou si dva rovnoramenné trojúhelníky podobny, jichž úhly při vrcholech se sobě rovnají? proč?

6. Jsou si podobny dva rovnoramenné trojúhelníky, jež mají po rovném úhle při liché straně? proč?

Jednajíce ve škole o trojúhelnících podobných, dověděli jste se, že strany podobných trojúhelníků rovným jejich úhlům jsou srovnalý. Také jste se přesvědčili o pravdivosti této věty:

Rozdělí-li se strana nějakého trojúhelníka na několik, ku př. na 2, 3, 4 atd. rovných dílů a vedou-li se z dělících bodů rovnoběžky s druhou stranou ke třetí, rozdělí se tím tato na tolikéž, 2, 3, 4 atd. rovných dílův! Na základě této zkušenosti lze každou přímku v kolikkoli rovných dílů rozděliti.



Vzorec 32.

Jak se rozdělí na př. přímka AB (vzorec 32.) na 5 stejných dílův?

Veďme z bodu A přímku AM, jež s danou přímkou AB činí úhel MAB. Na přímku AM vnesme počnouce u A jakoukoli délku 5krát a poznačme dělící body písmeny *f*, *e*, *d*, *c*, *b*. Spojíme-li poslední bod *b* s koncovým bodem B, máme trojúhelník A*b*B, vedeme-li z ostatních dělících bodů *c*, *d*, *e*, *f* rovnoběžné s B*b*, tedy *c*C ‖ *d*D ‖ *e*E ‖ *f*F ‖ *b*B, rozdělí se tím strana AB trojúhelníka A*b*B na 5 rovných dílů, čímž daná úloha rozhodnuta.

Úkoly.

1. Rozdělte na 2, 3, 5, 6, 7 a 9 rovných dílův *a*) vodorovnou, *b*) svislou, *c*) šikmou přímku!

2. Rozdělte podponu pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka *a*) na 2, *b*) na 3, *c*) na 5 rovných dílů a spojte pokaždé dělící body na podponě s vrcholem pravého úhlu! V kolik úhlů rozpadl pravý úhel v případě 1.? v 2.? v 3.? Kolik stupňů má každý úhel v případě prvním? druhém? třetím?

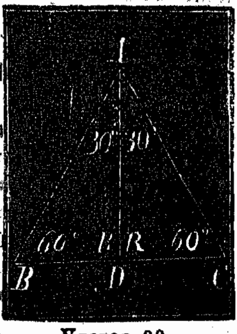
5. *O shodnosti trojúhelníků.*

Svírají-li strany dvou trojúhelníků stejně velikou rovinu, díme, že jsou si trojúhelníky rovny.

Rovnosť označuje se znaménkem: $=$, jež mezi rovné veličiny klade se; ku př. $\triangle ABC = \triangle DEF$.

Jsou-li stejně veliké trojúhelníky také sobě podobny, pravíme, že jsou si shodny aneb že se shodují. Známkou shodnosti jsou známky rovnosti i podobnosti. Vidouce tedy v knize neb na tabuli toto znamení: $\cong$, čtěte: jest shodný aneb shoduje se; ku př. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, čte se: $\triangle ABC$ jest shodný (aneb shoduje se) s trojúhelníkem DEF.

$\triangle ABC$ (vzorec 33.) jest rovnostraný a z té příčiny mají úhlové jeho po 60°. Vede-li se v něm šířka AD, rozpadne se ve dva trojúhelníky, totiž v $\triangle ABD$ a $\triangle ADC$. Oba tyto trojúhelníky mají úhel 60° velký, totiž $\sphericalangle B$ v trojúhelníku ABD a $\sphericalangle C$ v trojúhelníku ADC, v každém trojúhelníku tomto jest úhel pravý, jenž na vzorci poznačen jest písmenem R; mají-li tyto dva trojúhelníky po dvou stejných úhlech, musejí býti i třetí úhlové sobě rovni. Trojúhelníky ABD a ADC, majíce vzájemně rovné úhly, jsou si podobny. Nakreslete si právě takový trojúhelník, což snadno dovedete; potřebujeteť jen vésti přímku tak dlouhou, jako jest strana BC (vzorec 33.); v koncových bodech její sestrojte úhly o 60°, prodlužte neurčitá ramena



Vzorec 33.

týchž úhlů až k průsekům, a máte právě takový trojúhelník, jaký jest $\triangle ABC$! Veďte si také šířku a když jste to byli učinili, vystřihněte si nakreslený trojúhelník a rozstřihněte jej v šířce, čímž nabudete možnosti, položiti trojúhelník ABD na △ ADC, aby se kryly. Kryjí-li pak se úplně, jeden druhý? Je-li tomu tak, jsou si jich plochy rovny? Ovšem. Trojúhelníky ABD a ADC jsou si tedy i rovny i podobny, následovně jsou si shodny. Také jsme shledali, že na sebe náležitě položeny byvše, úplně se kryjí. Pamatujte si tedy:

Trojúhelníky mající tutéž velikosť a týž tvar shodné slovou. Dva shodné trojúhelníky na sebe položené kryjí se.

Která strana trojúhelníka ABD (vzorec 33.) leží naproti pravému úhlu téhož trojúhelníka? Která strana trojúhelníka ADC leží naproti pravému úhlu téhož trojúhelníka? Jsou si tyto dvě strany rovny? proč? Která strana trojúhelníka ABD leží naproti úhlu jeho B? — Která strana trojúhelníka ADC leží naproti úhlu jeho C, jenž se rovná úhlu B z trojúhelníka ABD? Strana ta jest oběma trojúhelníkům společna. Které strany obou jmenovaných trojúhelníků leží naproti třetím úhlům sobě se rovnajícím? Změřte strany BD a DC, jsou-li stejně dlouhé!

Co tuto objeveno, platí všeobecně, t. j. ve shodných trojúhelnících naproti rovným úhlům rovné strany leží. Také naopak: ve shodných trojúhelnících rovným stranám rovné úhly jsou protilehlé. Z toho jde, že ve shodných trojúhelnících nejen všecky úhly ale i všecky strany vzájemně sobě rovny jsou.

Tyť jsou znaky shodnosti dvou trojúhelníků; v cvičení školním však nabyli jste přesvědčení, že není potřebí všech těchto šesti znaků vytknouti, má-li se stanoviti shodnosť dvou trojúhelníků. K tomu dostačí vždy tři části, z nichž aspoň jedna jest strana.

Jsouť dva trojúhelníky shodny: mají-li buď jednu stranu a k ní přiléhající úhly, aneb dvě strany a jima sevřený úhel, aneb všecky tři strany vzájemně rovny.

Úkoly.

1. Jsou dva rovnostrané trojúhelníky shodny, má-li každý stranu 1″ dlouhou? proč? — Nakreslete dva takové trojúhelníky!

2. Jsou dva rovnoramenné trojúhelníky shodny, má-li každý rameno $1^1/_2$" dlouhé a úhel při liché straně 35°? proč? — Nakreslete dva takové trojúhelníky!

3. Jsou dva pravoúhlé trojúhelníky shodny, mají-li odvěsny vzájemně rovné? proč? Nakreslete je!

4. Nakreslete 5 trojúhelníků rozdílných tvarův a změříce u každého dvě strany a jima sevřený úhel, sestrojte trojúhelníky s nimi shodné v rozličných polohách!

5. Jsou dva pravoúhlé trojúhelníky shodné, má-li každý podponu 1" délky a úhel jí přiléhající 40°? proč? Nakreslete je!

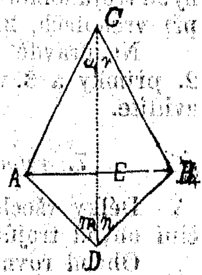
6. Jsou dva rovnoramenné trojúhelníky shodny, má-li každý lichou stranu $^1/_2$" a úhel jí přiléhající 70°? proč? — Nakreslete je!

7. Jsou dva rovnoramenné trojúhelníky shodny, mají-li lichou stranu a protější úhel rovné? proč?

8. Nakreslete čtyry trojúhelníky rozdílné podoby a změříce každého jednu stranu a oba jí přiléhající úhly, sestrojte trojúhelníky s nimi shodné v rozličných polohách!

6. *Vlastnosti trojúhelníků rovnoramenných.*

Vzor. 34. představuje nám dva trojúhelníky rovnoramenné na téže podstavě postavené, totiž $\triangle$ ABC a $\triangle$ ADB. Spojíme-li oba vrcholy C a D těchto rovnoramenných trojúhelníků přímkou, rozpadne se nám náš vzorec ve 4 trojúhelníky, které každý ihned zpozoruje. Avšak mimo tyto můžeme si v tomto vzorci nalézti ještě jiné trojúhelníky, ku př. $\triangle$ ACD a $\triangle$ CBD. — Těchto si blíže všimněme! Všecky strany jejich jsou vzájemně rovny; jestiť strana CD oběma společná, tedy CD = CD,



Vzorec 34.

strana AC = CB; jsouť to ramena rovnoramenného trojúhelníka ABC,

strana AD = DB, jsouť to ramena rovnoramenného trojúhelníka ADB;

protože tedy trojúhelníky ACD a CBD mají všecky strany vzájemně rovny, jsou si shodny. Kdybyste si tento vzorec na kousku papíru správně vykreslili, pak z něho vystřihli, pak v přímce CD přeložili, kryly by se jmenované trojúhelníky úplně, tedy také jejich části. Jestiť tedy 1. $\sphericalangle u = \sphericalangle v$, $\sphericalangle m = \sphericalangle n$;

2. AE=EB; části podstavy sobě se rovnají.
3. ∢ CEB = ∢ CEA.

Co jsou úhly u a v vzhledem k úhlu při vrcholu C? Jeho části. Jsou-li tyto dvě části sobě rovny, jsou téhož poloviny; rovněž i úhlové m a n jsou polovice úhlu při vrchole D. Přímkou (CD) spojující vrcholy dvou rovnoramených trojúhelníkův na společné podstavě půlí se tedy úhly při vrcholech.

AE a EB jsou rovné části podstavy a poněvadž tyto dvě části celou podstavu činí, jsou její poloviny. Přímkou svrchu řečenou půlí se tedy podstava.

∢ CEB a ∢ CEA jsou vedlejší úhlové; poněvadž, jak dokázáno, jsou sobě rovni, má každý 90°, z čehož jde, že přímka v 2 trojúhelnících rovnoramených na téže podstavě stojících vedená od vrcholu k vrcholu na podstavě stojí kolmo.

Pamatujte si tedy:

Přímka vedená od vrcholu k vrcholu rovnoramených trojúhelníků na téže podstavě stojících půlí 1. úhly při vrcholech, 2. podstavu a 3. stojí na podstavě kolmo.

Na pravdě této zakládá se bezpečné půlení 1. úhlu, 2. přímky a 3. vztýčení kolmice, čehož příklady ve škole uvidíte.

7. *Vypočítávání obvodu trojúhelníkův.*

Délky všech tří stran trojúhelníka sečteny jsouce, činí obvod trojúhelníka.

Obvod rovnostraného trojúhelníka ustanoví se, násobíme-li jednu stranu jeho číslem: 3.

Potřebí při stanovení obvodu rovnoramenného trojúhelníka všecky 3 strany jeho změřiti?

Úkoly.

1. Jak veliký jest obvod trojúhelníka, jehož strany mají 5″ 3″ a 4″?
2. Jak veliký jest obvod rovnostraného trojúhelníka, jehož strana činí 7′′?
3. Lichá strana trojúhelníka rovnoramenného činí 3″, jedno rameno má 6″; jak veliký jest jeho obvod?

4. Obvod rovnostraného trojúhelníka činí 2′ 3″, kolik činí jedna strana jeho?

5. Obvod rovnoramenného trojúhelníka činí 1′ 11″, lichá jeho strana 5″, po kolika mají ramena?

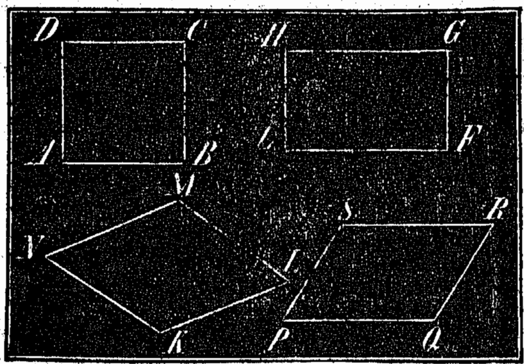
6. Obvod rovnoramenného trojúhelníka jest 2′ 3″, ramena mají $10\frac{1}{2}$″; kolik palců má lichá strana?

b) O čtyrúhelnících.

1. Rozvržení čtyrúhelníkův.

Čtyrúhelník, jako ABCD (vzorec 35.), jenž má všecky úhly pravé a všecky strany stejně dlouhé, sluje čtverec.

Čtyrúhelník jako KLMN (vzor. 35.), jenž má všecky strany rovné, ale úhly kosé, sluje kosočtverec.



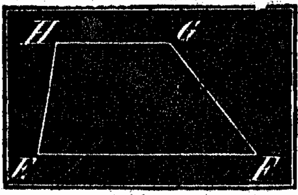
Vzorec 35.

Čtyrúhelník jako EFGH (vzor. 35.), jenž má samé pravé úhly a dvě a dvě protilehlé strany stejně dlouhé, sluje obdélník.

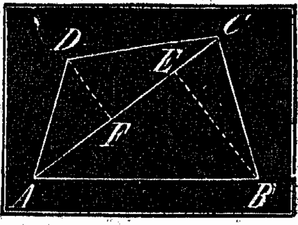
Čtyrúhelník, jako PQRS (vzorec 35.), jenž má dvě a dvě protilehlé strany stejně dlouhé a úhly kosé (dva ostré, ostatní tupé), sluje kosodélník.

Čtyrúhelník, jako EFGH (vzorec 36.), jenž má jen dvě rovnoběžné strany, sluje lichoběžník.

Čtyrúhelník, jako ABCD (vzorec 37.), jehož každá strana jiný směr má, sluje různoběžník.



Vzorec 36.



Vzorec 37.

2. *Úhlopříčny a vlastnosti jejich.*

Přímka AC v čtyrúhelníku ABCD (vzor. 37.) spojuje vrcholy úhlů napříč ležících a sluje *úhlopříčna.* Co jest tedy úhlopříčna?

Úhlopříčnou (AC) dělí se čtyrúhelník na dva trojúhelníky, zde △ADC a △ACB. Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku jednom činí 180°, v druhém tolikéž 180°, tedy v čtyrúhelníku činí součet vnitřních úhlů 360° čili 4R.

Úkoly.

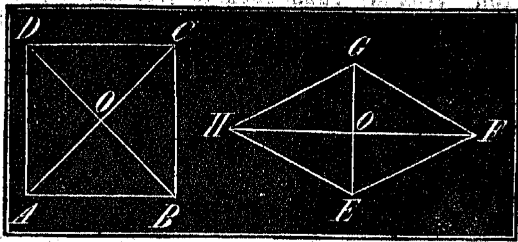
1. Má-li jeden úhel kosočtverce 50°, kolik stupňů mají jednotliví ostatní úhlové?
2. Je-li v kosodélníku jeden úhel 65°, kolik stupňů mají jednotliví ostatní úhlové?
3. Různoběžník má úhel 50°, 37° a 43°; kolik stupňů má čtvrtý úhel?

Dala by se v čtyrúhelníku ABCD (vzor. 37.) ještě úhlopříčna nějaká vésti? Odkud kam?

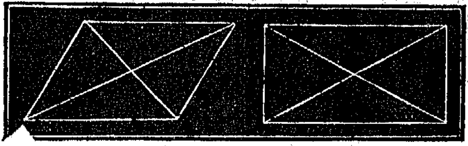
V čtyrúhelníku (čtverci) ABCD (vzor. 38.), v čtyrúhelníku (kosočtverci) EFGH (vzorec 38.), v obdélníku (vzorec 39.) a kosodélníku (vzorec 39.) vidíte též po dvou úhlopříčnách. Učiňte si lichoběžník a zkuste, zdali i v něm dají se dvě úhlopříčny vésti.

V každém čtyrúhelníku dají se dvě úhlopříčny vésti.

Měřením dovídáme se 1. že jsou úhlopříčny v (témž) čtverci a v (témž) obdélníku sobě rovny a že se jedna druhou půlí; 2. že úhlopříčny v kosočtverci a kosodélníku nejsou sobě rovny a že taktéž jedna druhou půlí.



Vzorec 38.

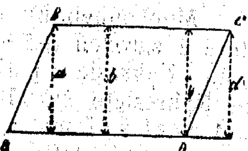


Vzorec 39.

Taktéž se snadno přesvědčíte, že úhlopříčny čtverce a kosočtverce na sobě stojí kolmo, v obdélníku a kosodélníku šikmo.

3. *Šířka (výška) čtyrúhelníků.*

V kosodélníku ABCD (vzorec 40.), jest strana AD podstavou, kolmé pak přímky *a*, *b*, *c*, *d*, jež mezi sebou rovny jsou, udávají jeho šířku. Obyčejně vede se v kosodélníku šířka s vrcholu úhlu ležícího proti podstavě, za niž uvykli jsme delší jeho stranu považovati; tedy buď kolmice *a* neb *d* vedla by se ku označení šířky.



Vzorec 40.

Ve čtverci jest šířka (výška) podstavě rovna. Považuje-li se v obdélníku delší strana za podstavu, jest kratší strana jeho šířkou (výškou) a naopak. V lichoběžníku jest šířkou (výškou) kolmá, jež spojuje rovnoběžné strany; jedna tedy z rovnoběžných stran lichoběžníka bere se za podstavu.

Šířkou (výškou) různoběžníka jest kolmá, vedená s vrcholu kteréhokoli ze čtyr úhlů na protější stranu nebo její prodlouženinu, kterážto strana jest pak podstavou různoběžníka.

Úkol. Nakreslete z každého druhu čtyrúhelníků dva a veďte v každém šířku; v různoběžnících všecky čtyři!

4. *Obvod čtyrúhelníka.*

Obvodem čtyrúhelníka jest součet délek všech stran.

Obvod čtverce a kosočtverce vypočítá se, když se délka jedné jeho strany číslem 4 znásobí. Obvod obdélníka a kosodélníka rovná se součtu délek kratší a delší strany číslem 2 násobenému.

Úkoly.

1. Jak veliký jest obvod čtverce, jehož strana má 7''?
2. Jak veliký jest obvod kosočtverce, jehož strana má 10'?
3. Jak veliký jest obvod kosodélníka, jehož delší strana má 8'' a kratší 5''?
4. Hospodář chce si udělati plot z latí k zahradě; zahrada jest 28° dlouhá a 21° široká; kolik potřebuje do něho kolů, chce-li jeden od druhého 2° daleko zaraziti?

c) O mnohoúhelnících.

Mnohoúhelníky mají buď samé duté úhly, anebo duté a zároveň též vypuklé, jak jste ve škole byli viděli. Nakreslete pětiúhelník s dvěma vypuklými úhly! — Nakreslete šestiúhelník s jedním vypuklým úhlem! s dvěma! s třemi!

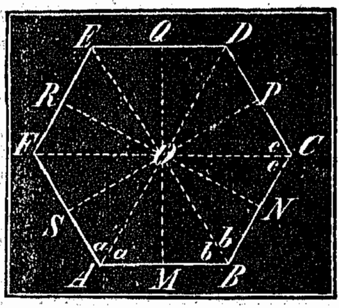
Mnohoúhelník, jenž má samé rovné úhly a stejně dlouhé strany, jako ABCDEF (vzorec 41.), jest pravidelný; nemá-li všecky úhly a všecky strany rovné, jest nepravidelný.

V trojúhelníku nedá se ani jedna úhlopříčna vésti, ve čtyrúhelníku dá se *s jediného* vrcholu jedna, v pětiúhelnících dají se 2, v šestiúhelníku 3 úhlopříčny s jediného vrcholu vésti.

Počet úhlopříčen s téhož vrcholu jest vždy o tři jednotky menší než počet úhlův obrazce.

Kolik úhlopříčen může se vésti s téhož vrcholu sedmiúhelníka?

Úhlopříčnami s téhož bodu vedenými rozděluje se mnohoúhelník v samé trojúhelníky; pětiúhelník ve 3, šestiúhelník ve 4 trojúhelníky.



Vzorec 41.

Počet trojúhelníků, jež vznikly vedením všech úhlopříčen s jediného vrcholu mnohoúhelníka, jest o 2 jednotky menší než počet úhlů téhož mnohoúhelníka.

V kolik trojúhelníků rozpadne sedmiúhelník, vedou-li se s jediného vrcholu jeho všecky úhlopříčny? V kolik trojúhelníků rozpadne osmiúhelník? devítiúhelník? desítiúhelník?

Rozpadne-li pětiúhelník vedením všech úhlopříčen s jediného vrcholu ve 3 trojúhelníky, tož činí součet všech úhlů v pětiúhelníku 6R. Rovněž patrno, že součet úhlů v šestiúhelníku činí 8R, součet úhlů v sedmiúhelníku 10R.

V každém mnohoúhelníku činí součet všech úhlů tolikrát 2R, v kolik trojúhelníku rozpadne vedením všech úhlopříčen s jediného vrcholu.

Úkol. **Po kolika stupních mají úhlové** *a*) **pravidelného pětiúhelníka,** *b*) **pravidelného šestiúhelníka,** *c*) **pravidelného osmiúhelníka?**

Veďte přímku AB (vzorec 41.), v koncových bodech její sestrojte úhly o 120°, učiňte neurčitá ramena jejich rovnými straně AB, tedy CB=FA=AB, v bodech C a F sestrojte rovněž úhly po 120° a učiňte taktéž obě přibylá ramena rovnými přímce AB, tedy CD=BC=AF =EF=AB! Spojte posléze koncové body D a E přímkou a máte pravidelný šestiúhelník ABCDEF. Změřme stranu DE s kteroukoli z předešlých stran a jistě každé z nich se rovná, i úhlové D a E mají po 120° a tudíž každému z ostatních se rovnají. Patrno, že sestrojili jsme pravidelný šestiúhelník.

Úkoly.

1. Vzpomeňte si dříve po kolika stupních mají úhlové pravidelného pětiúhelníka a nakreslete ho dle podaného návodu!

2. Nakreslete taktéž pravidelný osmiúhelník! devítiúhelník! desítiúhelník! dvanáctiúhelník!

Rozpůlme v pravidelném šestiúhelníku ABCDEF (vzorec 41.) úhly A, B, C a každou polovinu úhlu A poznamenejme písmenem *a*, úhlu B písmenem *b*, úhlu C písmenem *c*, a prodlužme rozpolovací přímky až ku průseku O. Spojme bod tento přímkami se všemi vrcholy! Změříme-li všecky tyto spojovací přímky, shledáme, že jsou si rovny. Bod O jest tedy ode všech vrcholů stejně daleko vzdálen. Več rozpadl šestiúhelník vedením těchto rozpolovacích přímek? Kolik stupňů má každý úhel v těchto trojúhelnících? Jaké jsou to trojúhelníky? Kolik stupňů mají všecky úhly s vrcholem O? 360°. — Rozpůlme také všecky strany tohoto obrazce v M, N, P, Q, R, S a veďme z těchto dělících bodů přímky k bodu O! — Jak stojí přímky OM, ON, OP, OQ, OR, OS na stranách tohoto pravidelného šestiúhelníka? Změřme je! OM=ON=OP=OQ=OR=OS. Bod O jest tedy 1. ode všech vrcholů, 2. ode všech stran pravidelného šestiúhelníka stejně daleko vzdálen. — Jsou přímky OM, ON, OP atd. tak dlouhé jako přímky první OA, OB, OC atd.?

V každém pravidelném mnohoúhelníku nalezá se bod, jenž má jak ode všech vrcholů, tak ode všech stran tutéž vzdálenosť. Bod takový slove středobod mnohoúhelníka; ve vzorci 41. jest bod O středobodem.

Mnohoúhelníky nepravidelné středu nemají.

Úkol. Nalezněte středobody v pravidelných mnohoúhelnících, jež jste byli předešle co úlohy kreslili! Přesvědčte se měřením, že v skutku mají jak od vrcholů úhlů tak od stran všech rovnou vzdálenosť!

Obvod mnohoúhelníků.

Sečteme-li délky všech stran mnohoúhelníka nějakého, máme jeho obvod.

Obvod pravidelného mnohoúhelníka nalezne se, když délku jediné jeho strany tolikrát znásobíme, kolik má mnohoúhelník úhlů.

Úkoly.

1. Strany nepravidelného mnohoúhelníka mají 3', 5' 2'', 4' 7'', 2' 9'', 1' 11''; jak veliký jest jeho obvod?
2. Jak veliký jest obvod pravidelného pětiúhelníka, má-li strana jeho 2' 7''?
3. Jak veliký jest obvod pravidelného šestiúhelníka, jehož strana měří 3' 5''?
4. Jak veliký jest obvod osmiúhelníka, jehož jedna strana má 1° 5', druhá 2° 3', třetí 2° 4', čtvrtá 3°, ostatní po 2° 5'?
5. Jak dlouhá jest strana pravidelného pětiúhelníka, jehož obvod činí 7' 11'' 5'''?

IX. Obvod kruhu.

Obvod kruhu jest $3\frac{1}{7}$krát aneb 3·14krát větší průměru téhož kruhu. Číslo $3\frac{1}{7}$ a 3·14 nazývá se v tom případě číslo Ludolfské a poznamenává se v písmě řeckým *p*, jež se takto píše: π.

Obvod kruhu vypočítá se tedy, jestliže se délka průměru Ludolfským, t. číslem $3\frac{1}{7}$ aneb 3·14 znásobí.

Z obvodu najde se průměr, jestliže se obvod Ludolfským číslem dělí.

Úkoly.

1. Jaký jest obvod kruhu, je-li poloměr 3' 7'' dlouhý?
2. Průměr rovníka na zeměkouli má 1719 zeměp. mil; kolik zeměp. mil má rovník?
3. Jak veliký jest průměr kmene, jehož obvod má 3' 8''?
4. Jak dlouhá musí býti železná obruč na kolo, jehož poloměr 7'' činí?
5. Průměr hřídele má 15''; jak dlouhý jest provaz, který jest dvacetkrát na tom hřídeli otočen?

6. Kotlář má udělati měděnou obruč v průměru 2' 9"; jak dlouhý prut mědi musí k tomu vzíti?

7. Má se zhotoviti k nějakému stroji kolo s 45 zuby $1\frac{1}{2}$", širokými a 2" od sebe vzdálenými; jak dlouhý bude toho kola obvod? jak dlouhý průměr?

X. Stanovení plošného obsahu obrazcův.

Čtverce.

K měření ploch bere se čtverec, jehož strana má určitou délku, ku př. 1°, 1', 1". Dle toho, jak jest strana čtverce k měření ustanoveného dlouhá, rozeznáváme: čtverečný sáh (□°), t. j. čtverec sáh dlouhý, čtverečnou stopu (□'), čtverečný palec (□") atd.

1. Obsah čtverce.

Plocha čtverce se vypočítá, pakliže se délka jedné jeho strany sama sebou znásobí.

1□°=36□', 1□'=144□", 1□"=144□"'.

1 jitro (=2 korce=3 rak. měř. výsevu) =1600□°.

1 korec (=$1\frac{1}{2}$ měř.) = 800□°.

Úkoly.

1. Jaký obsah má čtverec, jehož strana měří 5°? — 8° 3'? — 4° 3' 10"?

2. Kolik měřic obsahuje pole v podobě čtverce, jehož strana má délky 25° 5'?

3. Jak těžký jest kus plechu v podobě čtverce, jehož délka činí $5\frac{3}{4}$', váží-li 1 □' 2 lb. 15 lotů?

4. Kolik čtvercových sáhů má *a*) zeměpisná, *b*) rakouská míle?

2. Obsah obdélníka.

Plošný obsah obdélníka stanoví se, násobí-li se jeho délka šířkou.

Úkoly.

1. Ustanovte plochu školních dveří, tabule, vrchní desky lavice, stola, podlahy, stěny!

2. Někdo koupí staveniště podoby obdélníka 18° 3′ dlouhé, 7° 4′ široké; *a*) jak veliký jest jeho obsah? *b*) co stojí ono staveniště, platí-li se za 1 □° 8·4 zl.?

3. Pole podoby obdélníka má délky 148° 3′ a 60° šířky; kolik korců se na ně vyseje, počítá-li se na jeden korec 800 □°?

4. Jakého výměru jest louka 120° dlouhá a 50° široká, má-li podobu obdélníka?

5. Chodba v podobě obdélníka 12° 3′ dlouhá a 3° 2′ široká má se vydlážditi dlaždičkami, jež mají 6″ zdélí a tolikéž zšíří; kolik jich bude potřebí?

6. Někdo koupil pozemek 58° dlouhý, 25° 3′ široký; chce-li na něm vystavěti stavení 13° 3′ dlouhé a 9° 4′ široké a vedle něho míti dvůr 120□°, kolik čtverečných sáhů z tohoto pozemku vybývá na zahradu, již si také založiti míní?

7. Mají-li dlaždice podobu čtverce 1′ 2″ dlouhého, kolik jest jich potřebí na vydláždění podlahy podoby obdélníka 6° dlouhé a 2° 3′ široké?

8. Jedna strana střechy v podobě obdélníka jest 25·5° dlouhá a 8·4° široká; kolik bude státi krytba křidlicí, je-li potřeba na 1□° 2·4 centů křidlice a stojí-li jí 1 ct. 6·8 zl.?

9. Tři pokoje mají býti vymalovány. Výška každého obnáší 2° 3′, šířka 3° 1′, délky pak 4°, 4° 5′ a 5° 1′. Jeden pokoj má jedny, ostatní po dvojích dveřích 1° 3″ vysokých a 4′ širokých. Kolik dostane malíř za vymalování těchto tří pokojů, jestliže má vyjednáno za 1 □′ $1\frac{1}{2}$ kr.?

10. Co stojí parketovaná podlaha jednoho sálu, která má podobu obdélníka zdélí 15° 3′ a zšíří 9° 5′, počítá-li se za 1□° i s prací 12·8 zl.? — Kolik parketů bude potřeba, je-li každý parket čtverec 1′ 10″ dlouhý?

11. Kolik cihel jest potřebí na vydláždění chodby 18° dlouhé a 1° 2′ široké, je-li cihla 1′ dlouhá a 6″ široká?

12. Co dostanou dlaždiči od vydláždění ulice 205° 2′ dlouhé a 7° 5′ široké, mají-li vyjednáno za 1 □° 75 kr.?

13. Někdo koupil si pozemek podoby obdélníka ve výměře 1028 □°, aby si po celé šířce jeho, jež obnáší 18° 3′, vystavěl dům do ulice; jak dlouhý jest tento pozemek?

14. Korec pole podoby obdélníka jest 18° široké, jak jest dlouhé?

15. Zahrada podoby obdélníka má výměry jitro a jest $86\frac{1}{2}$° dlouhá; jak jest široká?

16. Někdo vymění si pole ve výměře 452 □° za jiné téže velikosti, jehož délka činí 30° 4′; jak široké jest pole toto?

17. Místo podoby obdélníka 19° dlouhé a 13° 4′ široké má se vydlážditi čtvercovými kameny, z nichž každý 86 □″ obsahuje. Co bude státi dlažba téhož místa, stojí-li takové dlaždice i se zadlážděním 65 kr.?

18. Zahrada v podobě obdélníka má 38° délky a 19° šířky. Odprodá-li od ní majetník 65 □° 12 □′, kolik čtverečných sáhů a stop podrží si a kolik zlatých dostane za odprodaný kus, 1 □′ za $4\frac{1}{2}$ kr. počítaje?

19. Truhlář koupil 15 dubových fošen 14′ dlouhých a 1′ 8″ širokých; kolik zlatých stojí ho fošny, počítá-li se za 1 □′ 6 kr. a stojí-li povozné 1 zl. 50 kr.?

20. Jak velikou plochu zaujímá mapa koruny České od Studničky?

21. Stěna 25·84′ dlouhá a 12·5′ vysoká má se potáhnouti čalouny; kolik stojí potřebné k tomu čalouny, platí-li se za 1 □′ 6·5 kr.?

3. Obsah kosodélníka a kosočtverce.

Obsah kosodélníka a kosočtverce vypočte se násobením podstavy a výšky.

Úkoly.

1. Pole v podobě kosodélníka má 35° 4′ délky a 18° 5′ šířky; kolik měřic se na ně vyseje?

2. Jak velký jest obsah kosočtverce, jehož strana má 3′ 10″, šířka pak 2′ 3″?

3. Obsah kosočtverce jest 473 □′ 68 □″, šířka 12′ 4″; jak dlouhá jest jeho podstava?

4. Obsah trojúhelníka.

Obsah trojúhelníka rovná se polovině součinu z podstavy a šířky.

Úkoly.

1. Vypočítejte obsah trojúhelníka, jehož podstava má 37·15°, šířka pak 16·5°!

2. Trojúhelník nějaký má 20 □° 6 □′ obsahu, podstava jeho jest 5° 3′ dlouhá, kolik sáhů má šířka jeho?

3. Jak veliký jest obvod pravoúhlého trojúhelníka, jehož jedna odvěsna má 4° 5′, druhá 3° 2′?

4. Má-li pravoúhlý trojúhelník 35 □′ 15 □″ obsahu a jednu odvěsnu $6\frac{1}{2}$′ dlouhou, jak dlouhá jest druhá odvěsna?

5. Jak veliký jest obsah pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka, jehož jedna odvěsna 3′ 9″ dlouhá jest?

6. Střecha věže rozpadá hranami ve čtyry rovnoramenné trojúhelníky, jichž podstavy po 1° 5′, šířka pak 2° 4′ činí. Co bude státi plechová krytba na ni, stojí-li 1 □′ plechu 30 kr. a platí-li se mzdy dělníkovi 95 kr. za 1 □°?

5. Obsah lichoběžníka.

Obsah lichoběžníka jest roven polovině součinu ze součtu rovnoběžných stran a šířky.

Úkoly.

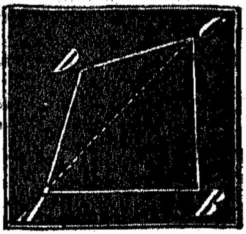
1. Vypočítejte obsah lichoběžníka, jehož rovnoběžné strany 27° 3' a 19° 5' dlouhé a 18° 2' od sebe vzdáleny jsou?

2. Vypočítejte plošný obsah pole podoby lichoběžníka, jehož šířka 12° a rovnoběžné meze 20° 3' a 18° 4' délky mají?

3. Jak velikou cenu má staveniště podoby lichoběžníka, jehož rovnoběžné meze mají 16 1' a 14° 2' délky a od sebe 10° 5' vzdáleny jsou, stojí-li 1 □° 5 zl. 30 kr.?

6. Obsah různoběžníka a mnohoúhelníkův.

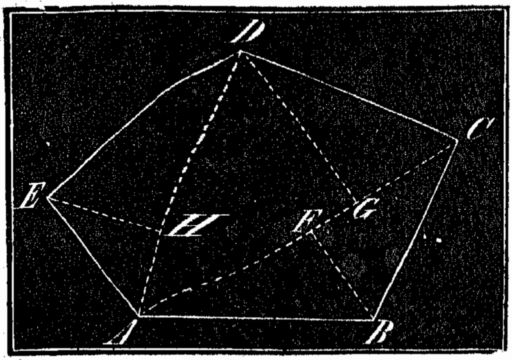
Plošný obsah různoběžníka rovná se součtu obsahů obou trojúhelníků, ve které různoběžník vedením úhlopříčny rozpadá. Úhlopříčna bere se za podstavu obou trojúhelníků, jak ze vzorce 42. patrno jest.



Vzorec 42.

Plošný obsah mnohoúhelníka nepravidelného jest roven součtu obsahů všech trojuhelníků, ve které mnohoúhelník vedením úhlopříčny rozpadá, jak na vzorci 43. patrno jest.

Plocha pravidelného mnohoúhelníka vypočítá se, násobí-li se jeho obvod polovičnou vzdáleností jedné strany od středobodu.



Vzorec 43.

7. *Obsah kruhu a kruhového věnce.*

Obsah kruhu jest roven součinu z Ludolfského čísla a čtverce, jehož strana jest poloměr téhož kruhu. Má-li se vypočítati plošný obsah kruhového věnce, ustanoví se plošný obsah obou soustředných kruhů a menší od většího se odečte; rozdíl velikostí soustředných kruhů jest plošný obsah kruhového věnce.

Úkoly.

1. Jak veliká jest plocha kruhu, jehož poloměr 3·4′ činí?
2. Poloměr zadního kola u vozu činí $1^1/_4$′, poloměr kola předního $1^1/_{12}$′; jak velikou plochu má každé z nich?
3. Dno sudu má v průměru 4′ 3″; jak velikou plochu zaujímá?
4. Poloměr krajního kruhu = 12′ 6″, poloměr vnitřního kruhu = 9′ 9″; jak veliká jest plocha kruhového věnce?
5. Poloměr kruhu vnitřního jest 8′ 4″ dlouhý, mezikruží jest 1′ 5″ široké; jak veliká jest plocha mezikruží?
6. Okolo okrouhlého rybníka jest cesta $7^1/_3$° široká, jak veliká jest její plocha, má-li rybník 75° 3′ v průměru?
7. Obvody dvou soustředných kruhů činí 23·65° a 18·93°; jak veliký jest obsah kruhového věnce?

Obsah.